CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
CELSO SOCKOW DA FONSECA

DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENADORIA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO

UM NOVO OLHAR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

André Luis dos Santos Menezes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Tereza Maria Rolo Fachada Levy Cardoso
Orientador

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL.
DEZEMBRO / 2005

SUMÁRIO

Resumo da dissertação submetida ao DEPPG/CEFET-RJ, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (P.P.E.C.M).

UM NOVO OLHAR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

André Luis dos Santos Menezes

Dezembro de 2005

Orientador: Tereza Maria Rolo Fachada Levy Cardoso

Departamento: DEPPG

Este trabalho investiga estratégias de representação mental de uma amostra significativa de professores de ensino fundamental das séries inicias da Rede Municipal de Ensino do RJ, ao resolverem situações-problema que envolvem conceitos ligados às operações algébricas, geométricas e aritméticas. Baseando em testes aplicados, procurou-se verificar que procedimentos formais, ou seja, algorítmicos e que outros estratégias envolvem o raciocínio do professor de ensino fundamental das séries iniciais e suas implicações na relação ensino-aprendizagem em matemática. Desta forma pretende-se contribuir com a Educação Matemática e as Ciências Cognitivas no aprofundamento da natureza do conhecimento humano, ao mesmo tempo apontar novas tecnologias como ferramenta, que contribuem no processo do ensino e aprendizagem da Matemática.

A Deus, o maior responsável pela conclusão deste trabalho e que a cada dia mostra-me sua infinita misericórdia e o seu insondável amor.

Agradecimentos

A pai Oxalá, pai Ogum e mãe Yemanjá pela fortaleza espiritual nos momentos de desafio.

Aos meus pais, em especial minha mãe Elvira Menezes, por sua presença em todos os momentos de minha vida.

Ao companheiro Cláudio Lourenço, pela satisfação e ajuda nas realizações.

À Profª Drª Tereza Fachada pela atenção, confiança e principalmente pela orientação deste trabalho.

À profª Ana Kaleff que me recebeu num momento muito difícil desta pesquisa e sem que soubesse, me incentivou muito.

Ao pai Marcos Vinícius e sua família pelo amor, amizade e respeito que construímos.

Ao amigo Heitor Achilles, pelos trabalhos que juntos realizamos no período de graduação e no mestrado.

A meus irmãos e sobrinhos, pela importância que ocupam na minha vida.

A todos os amigos e irmãos que obtive na Tenda.

Ao querido pai José e pai Cipriano, pela força e ensinamentos na minha caminhada.

À Secretaria Municipal de Educação do RJ, pela participação dos professores na realização desta pesquisa.

A todas as pessoas que de certa forma criaram dificuldades para a realização desta pesquisa, pois na dificuldade nasceu a força da realização.

Introdução

O estudo sobre a resolução de problemas em matemática é um tema relevante na educação e confirmado diante das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas tanto nos estudos epistemológicos, no campo das Ciências Cognitivas, como na própria Matemática.

O ensino de resolução de problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 60. O ensino limitava-se a busca de solução, tipo treino, num esquema cognitivo estímulo-resposta. Posteriormente, período 1960-80, a preocupação voltou-se para o processo envolvido na resolução do problema e, assim, centrando o ensino no uso de diferentes estratégias.

O tema desta pesquisa é o ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas. A base será a avaliação de conceitos matemáticos, conteúdos, processos e técnicas operatórias desenvolvidas por professores no momento da resolução de um problema através das representações semióticas. Pretende-se assim, contribuir para a aprendizagem e o ensino da Matemática.

O Problema e sua relevância

Nos últimos anos os testes aplicados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica têm confirmado o baixo desempenho dos alunos em Matemática. É grande a preocupação dos pesquisadores em Educação Matemática sobre estes desempenhos e de acordo com os PCN, entre os obstáculos que o Brasil enfrenta em relação ao ensino de Matemática, encontram-se a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e interpretações equivocadas de concepções pedagógicas.

O ensino e aprendizagem da Matemática vêm passando por mudanças e atualmente há uma grande preocupação em levar o aluno a compreender a Matemática de forma significativa e contextualizada. Nenhuma intervenção no processo da aprendizagem pode contribuir tanto quanto a presença de um professor bem formado, inteligente, hábil, que domine os conteúdos e que tenha uma boa formação pedagógica. Até porque, ninguém dispõe de tanto tempo ou tem tanta influência sobre os alunos quanto os próprios professores.

Analisar a resolução de problemas matemáticos sob o ponto de vista cognitivo por professores das séries iniciais pode contribuir como o ponto de partida não apenas na resolução dos problemas, mas mostrar as conexões entre os ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Também contribui para entender e apontar mudanças no que vem ocorrendo nos cursos de formação de professores, nos resultados do SAEB e confirmar a necessidade de um constante investimento na formação dos docentes que já atuam no ensino.

Hipóteses

Há uma preocupação dentro da Educação Matemática em relação à resolução de problemas e a formação do professor. Para contribuir com essa temática, pretendeu-se investigar as seguintes questões:

- Os professores do primeiro segmento da Educação Fundamental do município do Rio de Janeiro, possuem má formação de conceitos e conteúdos matemáticos?

- Há falta de domínio algébrico?

-Ocorrem dificuldades nas mudanças de registros de representação e na própria linguagem matemática no momento da resolução de um problema matemático?

Objetivos

Investigar a resolução de problemas matemáticos por professores das séries iniciais através das representações semióticas

Estabelecer relação com o ensino e a aprendizagem de conceitos e conteúdos matemáticos.

Metodologia

Diante de dados divulgados pelo SAEB e da própria prática pedagógica no ensino de Matemática, em particular a resolução de problemas, resolveu-se desenvolver uma pesquisa de campo investigativa com professores das terceira e quarta séries do Ensino Fundamental do Município do Rio de Janeiro, com o objetivo de entender os baixos resultados demonstrados nas pesquisas sobre aprendizagem matemática e estabelecer uma relação entre o “pensar” do professor e o “ensinar” no momento em que se resolve um problema matemático. Optou-se por pesquisar os professores das séries iniciais, por serem os mesmos responsáveis pela formação inicial e esta serve de base em todo processo da aprendizagem. A investigação foi feita através de entrevistas e da aplicação de um teste contendo cinco problemas do cotidiano das salas de aula desses professores. Enfoca-se também a necessidade de não pensar em Matemática de modo isolado. Há uma necessidade do apoio das Ciências Cognitivas e da interdisciplinaridade para que o objetivo no processo da aprendizagem e do ensino seja alcançado.

Fundamentação Teórica

A teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval serviu de base nesta pesquisa. A mesma permite analisar a influência das representações dos objetos matemáticos sobre o ensino/aprendizagem matemática na resolução de problemas e mostrar a influência das representações semióticas na evolução do pensamento matemático.

Estrutura geral da dissertação

No primeiro capítulo aborda-se o SAEB e mostra-se a realidade do Brasil, em particular da região sudeste. Enfoca-se a questão da Linguagem Matemática como um dos fatores que contribuem para os baixos resultados e se propõe a aplicação de testes aos professores com o objetivo de compreender a relação entre o fazer pedagógico e o resultado do SAEB.

No Capítulo II apresenta-se a importância de estabelecer relações entre conceitos matemáticos e o cotidiano. Enfatiza-se a importância da contextualização e de uma aprendizagem significativa. Aborda-se a importância da resolução de problemas no ensino de matemática mostrando a trajetória da álgebra, aritmética e geometria na resolução de problemas.

No capítulo III passou-se para a investigação na resolução de problemas onde se enfatiza o aspecto cognitivo e as várias formas de resolver problemas em Matemática. Finaliza-se este capítulo apresentando a Teoria De Raymon Duval .

Nos Capítulos IV e V apresenta-se a pesquisa experimental e a análise dos resultados com representações semióticas e comentários no ponto de vista cognitivo embasado na Teoria de Duval. Descreve-se neste capítulo o objetivo da pesquisa, as hipóteses, metodologias, procedimentos metodológicos, os problemas aplicados e suas representações, os sujeitos, os registros, as análises comparativas articulando os dados coletados com os fundamentos teóricos e as conclusões finais.

No capítulo VI apresenta-se como produto desta pesquisa um projeto de curso de capacitação para professores das séries inicias do Ensino Fundamental da rede municipal do Rio de Janeiro. Este curso abordará a resolução de problemas através das representações semióticas e desenvolverá ao mesmo tempo conceitos e conteúdos matemáticos com o objetivo de melhorar a qualidade dos docentes.

Por fim, apresentam-se as conclusões e referências bibliográficas.

Capítulo I

O SAEB

Nos dias atuais, as políticas públicas educacionais estão valorizando avaliação do desempenho dos alunos na educação básica e especialmente através do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). Criado em 1990, o SAEB é um instrumento relevante para subsidiar e induzir políticas orientadas para a melhoria da qualidade da educação brasileira. Aplicado a cada dois anos para uma amostra de alunos da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, avalia a qualidade, a eqüidade e a eficiência do ensino e da aprendizagem.

No Saeb de 2003, aplicou-se testes e questionários aos alunos da 4 ª série do Ensino Fundamental e os mesmos foram avaliados em Língua Portuguesa e Matemática com o objetivo de investigar o desempenho e os fatores a ele associados. Em Língua Portuguesa, a ênfase dada foi na investigação das habilidades de leitura, que abrangem a capacidade do estudante para localizar informações explícitas e implícitas em um texto, de fazer inferências, identificar o tema, identificar a tese e relações de causa e conseqüência, entre outras, sempre em textos de gêneros diversos e em níveis de complexidade diferenciados, conforme a série avaliada.

Em Matemática as habilidades compreendem a capacidade do estudante para resolver problemas, utilizando-se dos conceitos e das operações da linguagem matemática em suas diversas dimensões, tais como aritmética, geometria, grandezas e medidas e noções de estatística, em graus de dificuldades pertinentes a cada série.

Desempenhos – Língua Portuguesa e Matemática -

Com o objetivo de se compreender a realidade educacional no ensino básico, observou-se uma análise comparativa nos dados da tabela abaixo, sobre o desempenho em Língua Portuguesa e Matemática na região sudeste. Ressaltou-se também neste item a questão da proficiência em língua portuguesa, pois se entende que na resolução de problemas está diretamente ligada a questão da leitura, escrita e interpretação.

Tabela 1

Médias de desempenho – BR, Região Sudeste (2001 e 2003) 4ª série EF – Língua Portuguesa e Matemática – Região Sudeste.

	2001	2003	Diferença
	LP - MAT	LP - MAT	2001 -2003
Sudeste	178,8– 189,8	181,7-190,3	2,9 - 0,5

Fonte: SAEB 2003

Depois de três períodos de avaliação mostrando quedas consecutivas, o desempenho em leitura dos estudantes da 4ª série do ensino fundamental apresenta uma pequena inversão na tendência. É a primeira vez, desde 1995 quando o teste passou a ser comparável e aplicado a cada dois anos, que a média de desempenho fica acima da pontuação obtida no teste anterior.

A escala de desempenho do Saeb em Leitura é descrita de 0 a 375 pontos. Um patamar de mais de 200 pontos de proficiência, para a 4ª série nesse foco, pode ser considerado próximo ao adequado, pois nesse ponto os alunos consolidaram habilidades de leitura e caminham para um desenvolvimento que lhes possibilitarão seguir em seus estudos com bom aproveitamento. Fato este que não ocorre em nenhum dos estados da região sudeste.

O local do território brasileiro que obteve maior pontuação em Língua Portuguesa foi o Distrito Federal com 193,0 pontos.

Em Matemática, na 4ª série, em nível de região sudeste, não houve modificações, considerando os intervalos de confiança calculados pelo procedimento estatístico mais rigoroso, apesar de a média ter passado de 189,8 em 2001, para 190,3 em 2003. Nesse patamar de rendimento, os alunos demonstram habilidades ainda bem elementares para quem está concluindo a primeira etapa do ensino fundamental, como leitura de horas e minutos apenas em relógio digital e multiplicação com número de um algarismo.

A escala em Matemática é mensurada de 0 a 425 pontos. Uma média satisfatória para este nível de escolarização seria de pelo menos 200 pontos. Fato este que não ocorre em nenhum de nossos estados. O local que obteve maior pontuação foi o Distrito Federal com 199,8 pontos, aproximando-se bastante da média satisfatória esperada.

Tabela 2
4ª série do Ensino Fundamental – Língua Portuguesa e Matemática Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Língua Portuguesa – 4ª Série EF - Brasil – Saeb 2001 e 2003
Língua Portuguesa:

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	22,2	18,7
Crítico	36,8	36,7
Intermediário	36,2	39,7
Adequado	4,9	4,8
Total	100,00	100,00

Fonte: SAEB 2003

Legenda: construção de competências e desenvolvimento de habilidades de leitura de textos de gêneros variados em cada um dos estágios (resumo). LP – 4ª série

Muito Crítico -Não desenvolveram habilidades de leitura mínimas condizentes com quatro anos de escolarização. Não foram alfabetizados adequadamente. Não conseguem responder os itens da prova.

Crítico -Não são leitores competentes, lêem de forma ainda pouco condizente com a série, construíram o entendimento de frases simples. São leitores ainda no nível primário, decodificam apenas a superfície de narrativas simples e curtas, localizando informações explícitas, dentre outras habilidades.

Intermediário -Começando a desenvolver as habilidades de leitura, mas próximas do nível exigido para a série. Inferem informações explícitas em textos mais longos; identificam a finalidade de um texto informativo; reconhecem o tema de um texto e a idéia principal e reconhecem os elementos que constroem uma narrativa, tais como o conflito gerador, os personagens e o desfecho do conflito; entre outras habilidades.

Adequado -São leitores com nível de compreensão de textos adequados à série. São leitores com habilidades consolidadas. Estabelecem a relação de causa e conseqüência em textos narrativos mais longos; reconhecem o efeito de sentido decorrentes do uso da pontuação; distinguem efeitos de humor mais sutis; identificam a finalidade de um texto com base em pistas textuais mais elaboradas, depreendem relação de causa e conseqüência implícitas no texto, além de outras habilidades.

Em 2001, 59% dos estudantes da 4ª série do ensino fundamental estavam nos níveis muito crítico e critico. Esse percentual, em 2003, caiu para 55%.Se essa diferença obedecer a uma progressão aritmética, só teremos resolvido este problema no ensino de Língua Portuguesa no ano de 2031.

Tabela 3
Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemática – 4ª Série EF – Brasil - Saeb 2001 e 2003
Matemática:

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	22,2	18,7
Crítico	36,8	36,7
Intermediário	36,1	39,7
Adequado	4,9	4,8
Total	100,0	100,0

Fonte: SAEB 2003

Legenda: Construção de competências e desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas em cada um dos estágios (resumo). MAT. – 4a série

Muito Crítico - Não conseguem transpor para uma linguagem matemática específica, comandos operacionais elementares compatíveis com a série. (Não identificam uma operação de soma ou subtração envolvida no problema ou não sabem o significado geométrico de figuras simples).

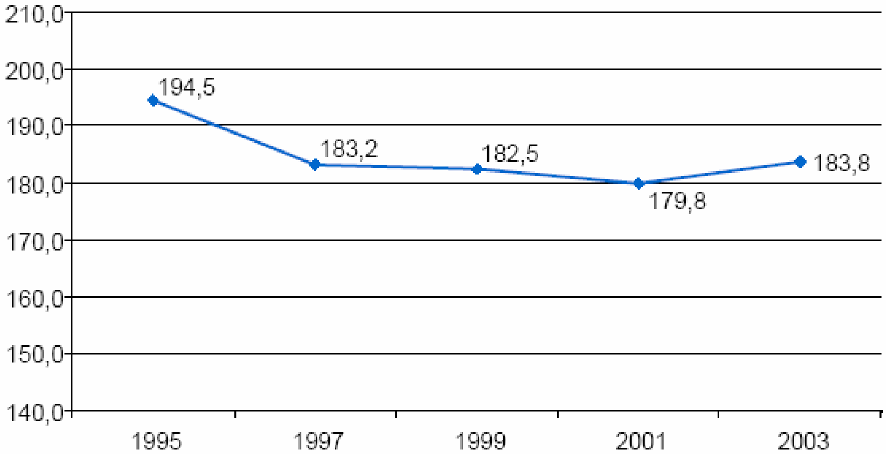
Crítico – Desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação de problemas aquém das exigidas para o ciclo. São capazes de reconhecer partes de um todo em representações geográficas e calcular áreas de figuras desenhadas em malhas quadriculadas contando o número de lados; resolvem problemas do cotidiano envolvendo pequenas quantias em dinheiro.

Intermediário - Desenvolvem algumas habilidades de interpretação de problemas, aproximando-se do esperado para a 4a série. Entre outras habilidades, resolvem problemas do cotidiano envolvendo adição de números racionais com o mesmo número de casas decimais, calculam o resultado de uma adição e subtração envolvendo números de até 3 algarismos, inclusive com recurso e reserva, de uma multiplicação com um algarismo.

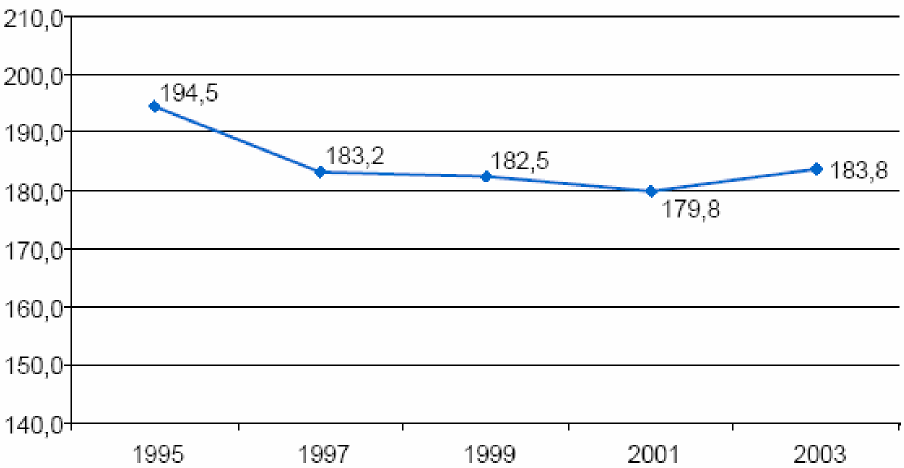
Adequado - Interpretam e sabem resolver problemas de forma competente. Apresentam as habilidades compatíveis com a série. Reconhecem e resolvem operações com números racionais, de soma, subtração, multiplicação e divisão. Além das habilidades descritas para os estágios anteriores, resolvem problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade, envolvendo mais de uma operação, incluindo o sistema monetário e calculam o resultado de uma divisão por número de 2 algarismos, inclusive com resto.

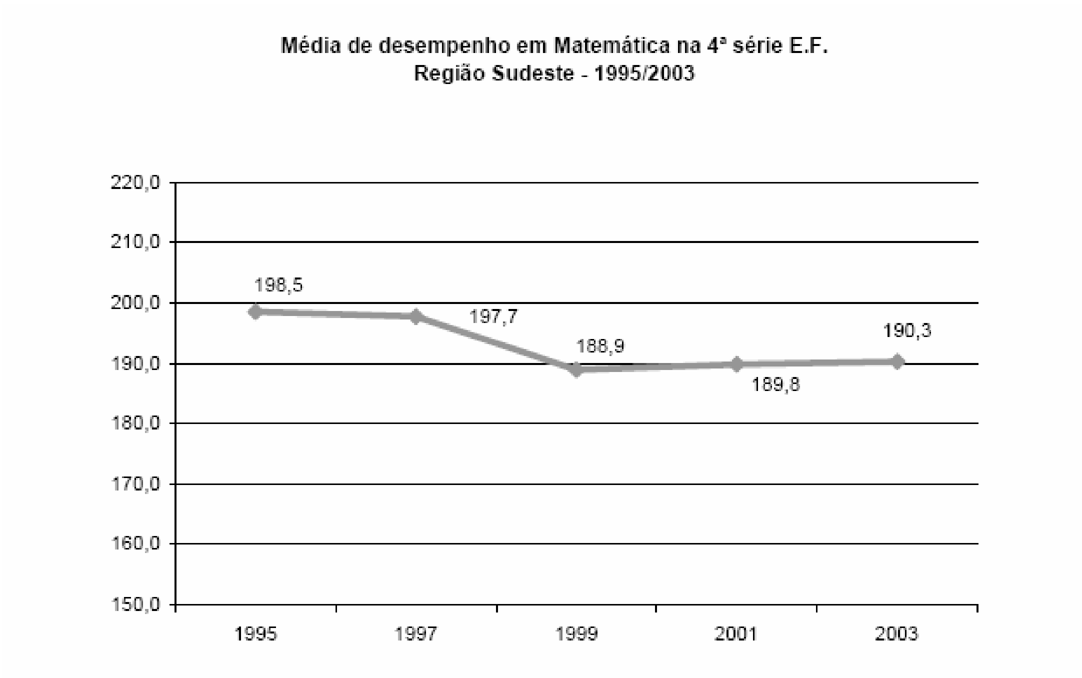
Constata-se que entre 2001 e 2003 não houve mudanças significativas nos percentuais de estudantes nos estágios muito crítico e crítico. Na situação da Matemática em relação a Língua Portuguesa, pela observação feita nos dados exportados do SAEB, se analisada a questão do tempo de resolução desta situação, tendo como parâmetro os anos 2001 e 2003, pela progressão aritmética, seria um resultado de estagnação. Isso é uma constatação crítica diante de uma política educacional que constantemente anuncia cursos de capacitação de professores, congressos, seminários, teorias e mais teorias pedagógicas, mudanças constantes nos sistemas de avaliação e de ensino, na sua grande maioria importadas dos países desenvolvidos, com outra realidade educacional e efetivamente os dados mostram que os objetivos não estão sendo alcançados.

**Média de desempenho em Língua Portuguesa na 4ª série E.F.
Rio de Janeiro - 1995/2003**



**Média de desempenho em Língua Portuguesa na 4ª série E.F.
Rio de Janeiro - 1995/2003**


210,0
200,0
190,0
180,0
170,0
160,0
150,0
140,0
194,5
183,2
182,5
179,8
183,8
1995
1997
1999
2001
2003



A partir dos dados obtidos pelo SAEB 2003, observou-se que boa parte dos baixos resultados na resolução dos problemas está diretamente ligada à linguagem matemática, a contextualização, a prática docente, a distância entre o conhecimento de sala de aula e o conhecimento de vida do aluno e os vários modelos para a resolução de problemas.

Sugere-se que paralelamente ao teste aplicado aos alunos da educação básica deve ser aplicado um teste aos professores, com o objetivo de detectar a relação direta ou indireta do seu fazer pedagógico e o resultado do Saeb. Deveria também ser computado o perfil pedagógico dos professores dos alunos testados na amostra e um período de observação da prática pedagógica em sala de aula. Fato este que resultou nesta pesquisa.

Cohen e Manion (1992) defendem que as questões colocadas na sala de aula servem duas grandes finalidades: (i) fazer pensar os alunos; (ii) testar o conhecimento dos alunos (antes e após novas aprendizagens). Relativamente a estas finalidades, os autores distinguem as perguntas que visam testar conhecimento das que o visam criar. Baroody (1993) sustenta que as perguntas que o professor coloca ultrapassam estas duas finalidades. As perguntas podem gerar a discussão na sala de aula, promovendo o desenvolvimento de capacidades (como o raciocínio e a comunicação) e de atitudes.

Segundo Long (1992), as questões que os professores formulam e as subseqüentes respostas dos alunos são atividades importantes na sala de aula. Acrescenta que o questionar é um versátil e poderoso recurso para promover a compreensão e encorajar a investigação ativa de novas idéias. Além disso, as respostas dos alunos fornecem ao professor a informação que permite monitorar e avaliar o trabalho individual e em grupo. O autor acrescenta que uma comunicação efetiva na sala de aula contribui para o desenvolvimento da capacidade de pensar e melhora a aprendizagem dos alunos.

A aprendizagem da linguagem da matemática nas aulas tem passado por diversas fases, tendo-se, nalgumas delas, concedido um destaque excessivo, a ponto de se ter privilegiado as questões puramente formais em detrimento das questões de conteúdo. Esse fato merece bastante atenção quando comparado às questões propostas nos testes do Saeb e às questões resolvidas pelos alunos no seu cotidiano escolar. A parte conceitual, a contextualização e a interdisciplinaridade na resolução de problemas também são fatores relevantes na aprendizagem significativa e que devem fazer parte do cotidiano de nossos alunos.

Capítulo II

O conceito matemático, o cotidiano e a resolução de problemas

"Nunca nos tornaremos matemáticos, mesmo que a nossa memória domine todas as demonstrações feitas por outros, se o nosso espírito não for capaz de resolver todas as espécies de problemas".

(Descartes)

2.1 – O conceito matemático e o cotidiano

Na educação básica tem-se notado que os conceitos de matemática estão se resumindo em resoluções algébricas e aplicação de métodos de resoluções com utilização de fórmulas, caracterizando, portanto, uma aprendizagem mecânica e sem significado concreto.

Vale ressaltar que para Hartwig (2003) toda aprendizagem depende de conhecimentos anteriores e é importante que as novas informações sejam incorporadas ao conhecimento já existente. Quando isto ocorre, forma-se uma rede de conhecimentos em que a linguagem matemática surge como importante instrumento na compreensão da ciência. Assim é que para Ausubel, "*aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo".* Caso contrário ocorre a aprendizagem mecânica em que "*a nova informação é armazenada de maneira arbitrária "* (Apud Moreira e Masini, 1982:7-9).

Em suma, a matemática tem papel fundamental nos conhecimentos físicos e químicos e no cotidiano de cada indivíduo, mas deve ser considerada como ferramenta no aprendizado das ciências, pois ela, por si mesma, suprime, às vezes, os conceitos da física e da química, podendo transformar tais conceitos em apenas relações matemáticas, eximindo as idéias contidas no fenômeno. Pode-se citar o conteúdo de funções como exemplo deste fato, pois ao ser ensinado isoladamente sem fazer nenhuma ligação com outra disciplina, como por exemplo a física, fica totalmente sem sentido, descontextualizado. Esse fato fica bem nítido quando o aluno não consegue perceber que a função do primeiro grau é a mesma usada no movimento uniforme e que foi aplicada a uma situação. Em matemática, como nas demais disciplinas, não há dúvida sobre a importância do aluno interpretar corretamente as situações propostas, com significado prático e identificando as operações envolvidas para que o raciocínio lógico seja desenvolvido. Por este motivo, é essencial, do ponto de vista do delineamento de práticas de ensino, que o professor procure contextualizar as situações-problema, nas quais se solicita a análise por parte do professor e do aluno, deixando por último a etapa de resolução das operações, cujo resultado fica bastante comprometido. O aluno não consegue organizar seus conhecimentos de modo lógico e como conseqüência também não absorve a concepção do conceito matemático. Essas resoluções e compreensão das situações matemáticas são comprometidas com problema da linguagem propriamente matemática, da linguagem e compreensão do próprio texto em que está inserida a situação problema.

Quando um aluno vivencia um fato e consegue expressá-lo através de palavras, de um modo lógico e inteligível, é sinal de que os conceitos foram formados, absorvidos, construídos e aplicados. Observaram-se em vários estudos feitos pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica no decorrer dos últimos anos, que os alunos estão chegando a quinta série sem o domínio da leitura, da compreensão e interpretação de um texto ou fato. Esse mesmo aluno, nas aulas de matemática, depara-se com questões que possuem enunciados do tipo: calcule ...determine ...ache ... Em questões com esse tipo de enunciado, os alunos normalmente conseguem alcançar o objetivo que é resolvê-las. Mas, quando a mesma questão é colocada com palavras utilizando a língua de um modo mais abrangente, a dificuldade começa a aumentar e isso se agrava mais ainda em situações-problema, onde estarão juntos os elementos leitura, interpretação, argumentação, compreensão e conclusão, fato este bastante significativo no ensino da geometria.

Diante de uma abordagem educacional com ênfase na resolução de problemas nas mais diversas áreas do conhecimento, dos avanços teóricos e experimentais das questões epistemológicas datadas historicamente – relativas a natureza do conhecimento, seus componentes, origens, desenvolvimento e emprego (Gardner, 1996) – e do acentuado interesse das Ciências pela pesquisa cognitiva, nasce o desafio de investigar as estratégias de representações semióticas utilizadas, comumente, por professores de matemática do ensino fundamental ao resolverem situações-problema que envolvem conceitos matemáticos .

Pretende-se chegar aos processos de representação semiótica partindo do princípio de que na resolução de problemas obtém-se uma perspectiva relevante no sentido de permitir uma melhor investigação da compreensão matemática, seu significado, a abstração, o poder da argumentação e o domínio de conceitos. Por outro lado,há um ganho significativo no ponto de vista cognitivo ao respeitar e investigar as estratégias cognitivas desenvolvidas por cada um e tentar através delas compreender os possíveis motivos das dificuldades encontradas na aprendizagem matemática.

Ferreira (2003) apresenta um breve histórico sobre a pesquisa em formação de professores, de cunho internacional. Resumidamente, a autora coloca que até o final dos anos 60 havia escassez de pesquisa sobre esse tema, sendo difícil determinar como se encontrava a "*formação de professores e qual a sua ênfase*". Por volta dos anos 70, as pesquisas foram feitas para atender as necessidades técnicas, ou seja, o professor buscava o qualitativo pelo quantitativo, por escores padronizados - **Paradigma do Produto**. Nesse período, os professores apenas repetiam em sala de aula o que aprendiam nos cursos de formação.

Já na década de 80, ainda segundo FERREIRA, as pesquisas voltaram-se para o desenvolvimento do professor, pois tudo o que era aplicado em sala de aula como resultado do paradigma do produto não surtia mais efeito positivo, o que deu espaço para o **Paradigma do Pensamento do Professor**, no qual eram investigadas as suas concepções e se elas se modificavam. Este fato fica bastante caracterizado pelo que veio acontecendo nos anos *70 com o surgimento do* movimento da Educação Matemática, com a participação de professores do mundo todo organizados em grupos de estudo e pesquisa. A Matemática não consegue neste momento viver isolada das outras ciências, pois a aprendizagem é encarada em vários âmbitos. Ocorre assim, a aproximação com as ciências cognitivas e com a Psicopedagogia, os Especialistas começam a investigar como se constrói o conhecimento na criança e estudam formas alternativas de avaliação. Matemáticos não ligados à educação se dividem entre os que apóiam e os que resistem às mudanças, fato este que continua até os nossos dias.

Em 1975, surge por Ubiratan D'Ambrósio o termo *etnomatemática* com o objetivo de descrever as práticas matemáticas de grupos culturais, sejam eles de uma sociedade, comunidade, religião ou classe profissional. Na origem, a *etnomatemática* partiu de uma visão historiográfica de culturas do passado. "Como o colonizador dominou o colonizado? Impondo uma nova língua, uma nova religião, uma nova matemática", diz D'Ambrósio. Índios, Japoneses, tribos africanas, todos tinham (e têm) um jeito próprio de analisar e quantificar o que foi reprimido. Segundo D'Ambrósio (2002) é muito arrogante imaginar que os únicos que pensavam e tinham lógica eram os povos mediterrâneos, pois hoje esse conhecimento reaparece. Mesclando todas essas contribuições pode-se chegar a uma sabedoria mais universal e democrática, sem imposições. D'Ambrósio também acredita que esse princípio também vale para a sala de aula. O aluno da favela, os filhos de artistas, os engenheiros, todos têm um modo informal de usar a matemática. Nenhum professor deve agir como um colonizador. *"Abrir a mente e conhecer a realidade da turma é uma chance preciosa que temos para estabelecer cumplicidade com o aluno*", ensina D'Ambrósio.

Mas o acadêmico começou a ser colocado como aquele que detém maior conhecimento, daí surgiu o momento do **Paradigma Global e Sistêmico** dos anos 90. Nesse período, a pesquisa sobre aprender e ensinar evoluiu bastante, principalmente no que diz respeito aos processos pelos quais os professores produzem seus conhecimentos, conforme os vão adquirindo. Em *1997-1998 s*ão lançados no Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para as oito séries do Ensino Fundamental. O capítulo dedicado à disciplina foi elaborado por integrantes do Movimento da Educação Matemática. Segundo especialistas, os PCN ainda são o melhor instrumento de orientação para todos os professores que querem rever sua prática pedagógica e com isso, combater o fracasso escolar e o baixo rendimento.

FERREIRA comenta que a formação acadêmica de professores que lecionam matemática vem sendo cada vez mais valorizada e é um dos principais temas de pesquisa dos últimos anos. A preocupação maior é com os cursos de licenciatura.

REMILLARD (2002), defende que o professor de matemática procure buscar sempre o melhor desenvolvimento de suas habilidades, buscando estar preparado para situações inesperadas em atividades com alunos na aplicação e contextualização dos conteúdos e estar ciente de que dependendo de cada grupo será preciso fazer adaptações na sua prática pedagógica. Para isso, o professor necessita estar apto para detectar quais as possíveis dificuldades que poderão surgir no momento em que abordar um determinado assunto, tentar resolvê-las e não perder o objetivo de proporcionar um ensino diferenciado, de qualidade e nunca buscar receitas prontas.

Diversos foram os projetos desenvolvidos para treinamentos, reciclagem, atualização e capacitação, onde eram inseridos metodologias, métodos de coleta de dados, materiais audiovisuais, videoteipes, módulos de ensino, etc. Ainda há uma necessidade de maior investimento em pesquisas nessa área e as que existem estão voltadas para a *formação do professor* (formação inicial em que o professor aprende a ensinar) e o seu *desenvolvimento* (este se inicia antes da formação inicial e se estende por toda a sua trajetória, valorizando seu potencial).

Portanto, "*se o professor indica um currículo aberto e trabalha com ele, então ele já conseguiu detectar os seus pontos problemáticos e passou* a *desenvolver um trabalho mais deliberativo e crítico*" (REMILLARD, 2002,p.34). Para isso, o autor afirma que "*não existe um método fácil e direto, é o professor que deve procurar a aprender e ter um comprometimento com o seu papel*" (Ibidem).

2.2 - O lugar da resolução de problemas no ensino de matemática

O termo problema pode fazer referência a situações distintas. O que vai determinar a classificação de um problema é o contexto em que ele esteja inserido, nisso se inclui as características e expectativas dos indivíduos inseridos nele. Dependendo do ponto de vista, para alguns um determinado problema pode ser relevante e significativo, para outros pode ser trivial ou até mesmo sem sentido. Porém, resolver problemas é parte do cotidiano de todos nós.

Em Matemática, a arte de resolver problemas ocupa um lugar central desde a Antiguidade. Vários registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga: egípcia, grega, chinesa, que até os nossos dias ainda são encontrados em muitos livros didáticos, como por exemplo, nos livros de Oscar Gulli da série “Uma Aventura do pensamento”.

Até muito recentemente, os problemas propostos nos livros didáticos e por muitos professores, eram situações-problema apresentadas esperando-se uma solução específica e, em alguns livros incluía-se exemplos como uma solução técnica específica, onde o aluno terminaria por reproduzir o “modelo” que lhe fora apresentado. Porém, resolver problemas não consiste em apenas adotar um modelo e chegar a uma solução, mas de criar também o hábito de enfrentar a aprendizagem como um verdadeiro problema para o qual deva ser encontrada uma resposta.

Essa questão tão inquietante e relevante sobre resolução de problemas, não é algo novo ou do nosso século atual, pois Felix Klein, em 1892, já fazia referência a este assunto quando se interessou em pesquisar e investigar a resolução de problemas junto aos professores que trabalhavam matemática com seus alunos, nas escolas. Escreveu monografias em que trabalhava a matemática elementar de um ponto de vista avançado e, nelas, deixava aos professores a responsabilidade de desenvolver caminhos por ele sugeridos. Em Klein já se sentia a preocupação com um ensino de matemática envolvendo a necessidade de professores bem preparados.

Será que as coisas mudaram ao longo do tempo? Como se têm trabalhado resolução de problemas nas escolas? Como é o olhar e a postura dos professores diante da responsabilidade do ensino-aprendizagem, na resolução de problemas? Como os professores resolvem problemas? Uma das contribuições que se espera com este trabalho é de apontar a relação entre o “pensar” dos professores no momento da resolução de um problema, os conceitos e conteúdos matemáticos demonstrados e mostrar a importância de mudanças na formação dos professores, na aprendizagem e no ensino da matemática desde as primeiras séries.

O foco da nossa pesquisa está na investigação das representações mentais dos professores das séries iniciais através das resoluções de problemas. Fazer matemática implica essencialmente enfrentar e resolver problemas.

Entretanto, deve-se ter o cuidado em não utilizar a resolução de problemas apenas como forma de controlar se os alunos dominaram uma técnica ou um conceito. Na vida cotidiana, os indivíduos são desafiados constantemente com problemas antigos e novos, por isso há a necessidade da escola desenvolver em seus alunos o exercício pleno do pensamento matemático e, conseqüentemente, do exercício de uma “cidadania cognitiva”, se é que se pode chamar assim. Oferecer uma “matemática para todos” não significa que todos terão que aprender do mesmo modo, ou que se venha a ensinar a maioria “nivelando por baixo”. Espera-se que todos tenham o direito de vivenciar situações matemáticas na escola que possam ser úteis na vida cotidiana. A resolução de problemas ocupa um papel fundamental neste contexto, pois tem sido considerada como a fonte principal do desenvolvimento da Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática reforçam alguns pontos sobre a resolução de problemas:

- A situação problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição.
- O problema não é certamente um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório.
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que torna sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação de aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Henry Pollak (1987), em um estudo a respeito de “qual Matemática a escola deveria prover aos indivíduos para que fossem capazes de intervir matematicamente no mundo do trabalho”, listou habilidades e destrezas que o indivíduo deveria ter ao final de um curso fundamental:

- Ser capaz de propor problemas com operações adequadas.
- Conhecer técnicas diversas de propor e resolver problemas.
- Poder trabalhar em grupo (cooperativamente) sobre um problema.
- Ver a possibilidade de aplicar idéias matemáticas a problemas comuns e complexos.
- Estar preparado para enfrentar problemas abertos, já que a maioria dos problemas reais não estão bem formulados.
- Acreditar na utilidade e validade das matemáticas.

Tudo isso significa acabar com a idéia de que a sala de aula é um lugar distante do mundo, onde o aluno é um templo silencioso, amedrontado, que não pode expressar o que pensa. Segundo Maria Ignez Diniz, do Mathema, grupo paulista de assessoria em Educação Matemática (2002), antes de começar a mudar tudo se deve ter o cuidado de não confundir uma aula que os alunos estejam gostando com uma aula que eles realmente estejam aprendendo. “É preciso fazer evoluir o conhecimento” insiste a doutora.

2. 3 - A geometria

Diante dos diversos problemas encontrados no ensino de geometria, é notável pelas pesquisas desenvolvidas e pelos resultados do SAEB, o péssimo desempenho dos alunos nesta disciplina. Dentre os fatores que contribuem para isso está a questão da má formação do professor, que não relaciona o que foi dado anteriormente com o que será trabalhado a seguir. Além disso, a estrutura das aulas preparadas pelos professores, antecipadamente, são cheias de soluções "eficientes", as quais não permitem a reflexão do aluno.

Para sanar esta situação, Almouloud (In:1998) apresenta três níveis de problemas de geometria matematicamente, que determinam a categorização cognitiva indispensável ao aprendizado da demonstração, baseados em Duval, (1995).

Segundo Almouloud (In:1998), a geometria envolve três formas de processo cognitivo: visualização, construção e raciocínio dedutivo.

Organização dos problemas de geometria

Nível 1- congruência operatória da figura e um tratamento matemático.

Nível 2- a apreensão discursiva é necessária.

Nível 3 - exigem mais que uma apreensão discursiva

Outro teórico citado por Almouloude é Vann Hiele. O modelo proposto por Hiele classifica os alunos de acordo com níveis, e pesquisas recentes demonstram que é difícil investigar o nível de conhecimento dos alunos e classificar em níveis, podendo gerar uma opressão se olharmos de forma mais ampla. Os níveis são:

Nível 1: Visualização - os alunos conhecem as figuras através da visualização;

Nível 2: Análise - as figuras são caracterizadas pelas suas propriedades;

Nível 3: Ordenação - as propriedades das figuras são ordenadas, obedecendo a uma hierarquia;

Nível 4: Dedução – Os alunos compreendem a geometria como sendo um sistema axiomático-dedutivo;

Nível 5: Rigor - Os alunos compreendem diversos sistemas axiomáticos.

Diante destas colocações, percebe-se que classificar alguém dentro desses níveis causa um certo desconforto, pois pode determinar algum tipo de preconceito entre pessoas que supostamente se encontram em níveis diferentes (do maior para o menor). Além disso, pode haver pessoas com características pertencentes a níveis diferentes. Portanto, para aplicar estas definições de níveis seria necessário que "todos" tivessem consciência de que eles são apenas níveis diferenciados de conhecimento, o que não implica em uma pessoa ser melhor ou pior do que outra.

Pesquisas desenvolvidas por Maria Aparecida V. Bicudo, Antônio Garnica, Ubiratan D'Ambrósio, Sadoo Almouloud e outros educadores matemáticos apontam obstáculos de origem epistemológica, didática e lingüística sobre o ensino-aprendizagem da geometria:

Epistemológicos - Relações, propriedades, hipóteses.

Didáticos - Livros não propõem questões que envolvem demonstração.

Llingüísticos - Dificuldade em compreender definições, ausência de leitura por parte dos alunos.

O estudo da demonstração em geometria, sendo técnica, permite aos alunos compreender melhor o conceito geométrico e leva-os a adquirir habilidades em geometria. Através de seqüências didáticas, o professor pode começar aos poucos a utilizar as atividades de demonstração. Os obstáculos surgirão, pois os alunos não estão acostumados com este tipo de atividade, ou até mesmo, obstáculos relativos à compreensão de enunciados. Mas o professor deve acreditar que os avanços surgirão se os obstáculos forem suportes para traçar novas diretrizes no ensino da geometria. Por fim, não se deve deixar de propor o uso das demonstrações no ensino da geometria, sem que antes de tudo haja um preparo necessário para que com segurança, permitam-se avanços em seus conhecimentos e nos de seus alunos.

Dentro do currículo do ensino básico, a aprendizagem matemática ocupa um lugar importante, pelo fato de que o ensino desta contribui para o desenvolvimento da habilidade de abstração, do raciocínio lógico, a partir de modelos concretos da vida real para conceitos matemáticos. As propriedades das figuras geométricas, que representam as primeiras abstrações, são estudadas de forma a propiciar o raciocínio dedutivo e a capacidade de especulação, por meio de teoremas que são provados e verificados.

As atividades de construções geométricas fazem parte essencial da etapa de modelagem matemática de problemas de aplicação, tão importantes para a contextualização do ensino/ aprendizagem de Matemática, em nível básico.

A partir da relevância do tema surgem as seguintes questões:

Quais fatores influenciam no processo ensino-aprendizagem da matemática?

Quais ações desenvolver com os professores para lhe proporcionar uma apreensão significativa na resolução de problemas?

Quais fatores devem nortear a formação inicial e continuada dos professores no que diz respeito ao ensino de matemática?

Quais são os fatores que interferem na formação de conceitos matemáticos e definições – tanto dos professores quanto de seus alunos?

2.4 – A Aritmética

Em nosso país um grupo de pesquisadores do mestrado em Psicologia Cognitiva da Universidade de Pernambuco, com destaque para Terezinha Nunes e Analúcia Schlielman, mostram em suas pesquisas a relação direta entre a resolução de problemas, a contextualização e as práticas sociais. Apontam sempre à distância entre o conhecimento produzido pelo cotidiano e o conhecimento científico. Usam normalmente em suas pesquisas pescadores, feirantes, vendedores, enfim, pessoas que não possuem acesso ao conhecimento científico e investigam como essas pessoas resolvem problemas.

Segundo Analúcia D. Schliemann (2003) as estratégias de resoluções de operações aritméticas , as propriedades no sistema decimal ou a compreensão e a resolução de problemas são exemplos de conhecimento matemático utilizado por indivíduos com pouca ou nenhuma experiência escolar.   Reconhecer o desenvolvimento e o uso do raciocínio matemático nas estratégias utilizadas pelas crianças no dia-a dia é um primeiro passo no sentido de desenvolver atividades de ensino mais adequadas. O desafio é desenvolver nos professores a capacidade de transformar em conhecimento científico o conhecimento aritmético trazido pelos alunos do seu cotidiano.

Segundo Piaget (1983) o desenvolvimento de conhecimentos lógico-matemáticos ocorre quando a criança enfrenta situações-problemáticas e tenta resolvê-las, utilizando o conhecimento anterior de que dispõe. A criança assimila a nova situação usando resposta de que dispõe. Quando não consegue, ela vai buscar novas respostas, novas estratégias considerando a nova situação, ocorrendo então a acomodação.

Vygotsky (1985) também em sua análise sobre o desenvolvimento de conhecimentos científicos enfatiza a idéia de que "*conceitos científicos somente podem nascer na mente da criança a partir de generalizações prévias e inferiores".*

Ou seja, apesar dos estudos desenvolvidos e publicados por Carraher e colaboradores terem incentivado a prática pedagógica na qual o conhecimento cotidiano matemático dos alunos interagisse com o conhecimento formal da sala de aula, tornando a aprendizagem nesta área mais fascinante e significativa, muitas questões emergiram e não foram esclarecidas .

Entre essas questões cita Carreher (1995)

- Em que medida a situação social influência a organização da atividade?

-Na escola, a matemática é uma ciência ensinada em um momento definido por alguém de maior competência. Na vida, a matemática é parte da atividade de um sujeito que compra, que vende, que mede e encomenda peças de madeira, que constrói paredes, que faz o jogo na esquina. Que diferenças fazem entre essas circunstâncias para as atividades dos sujeitos?

-Na aula de matemática as crianças fazem contas para acertar, para ganhar boas notas, para agradar a professora, para passar de ano. Na vida cotidiana, fazem as mesmas contas para pagar, dar troco, convencer o freguês de que seu preço é razoável. Estarão usando a mesma matemática? O desempenho nas diferentes situações será o mesmo? Que papel exerce a motivação da venda? Que explicação existe para que alguém seja capaz de resolver um problema em uma situação e não em outra?

-Que relação existe entre o desenvolvimento intelectual e o momento histórico que vive o aluno?

- Que relação existe entre as circunstâncias de vida (sócio-econômicas e culturais) e o desenvolvimento do pensamento?

Embora esta pesquisa tenha como foco a investigação das representações semióticas e a resolução de problemas por professores de primeiro segmento, não se deixou de enfatizar pesquisas anteriormente citadas na educação matemática, pois elas trazem relatos de experiências com sugestões de como olhar o raciocínio de uma forma mais independente da ideologia do saber instituído e induz a um questionamento do aluno como um reprodutor de métodos, algoritmos, fórmulas, adquiridos em sala de aula por parte dos professores.

2.5 – A Álgebra

A álgebra evoluiu com o passar do tempo e gera na aprendizagem matemática uma necessidade de se melhor compreender o processo ensino e aprendizagem algébrica. Ocorre a preocupação em investigar os pontos que devem ser relevantes na construção do conhecimento algébrico para que o mesmo não se torne mecânico e sem significado. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde 1799, momento em que a álgebra passa a fazer parte do currículo do Brasil, até início da década de 1960, prevaleceu um ensino reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial. A matemática aprendida e ensinada na escola era dividida em compartimentos estanques, não havia uma relação com a aritmética e com a geometria, tão pouco se pensava na interdisciplinaridade. Havia uma seqüência no ensino e na aprendizagem da matemática: primeiro a aritmética, depois a álgebra e por fim a geometria. A álgebra nesta época, segundo vários matemáticos, funcionava como uma ferramenta, tinha um caráter instrumental na resolução de problemas e equações. Havia um treinamento no desenvolvimento algébrico, desconectado de uma aprendizagem significativa.

Moraes, Mello e Bezerra (1959, p.54) reforçam o que foi mencionado no parágrafo anterior quando dizem que: “A parte da álgebra (da 2ª série ginasial) tem como objetivo primordial resolver problemas de 1º grau”. Trajano (1947, p.7) também reforça o mesmo pensamento quando diz que : “Álgebra é a parte das matemáticas que resolve os problemas e demonstra teoremas quando as quantidades são representadas por letras”. Trajano em seu livro de Álgebra Elementar mostra que o ensino da álgebra enfatizava as transformações algébricas, os conteúdos eram acompanhados de regras, produzindo uma aprendizagem mecânica. Um exemplo citado no livro de Trajano mostra os procedimentos algébricos utilizados no cálculo do M.M.C, totalmente mecânico. Observe a regra proposta por Trajano:

Regra: Para se achar o M.M.C de duas ou mais expressões, escrevem-se todas, em linhas separadas por vírgulas e sublinham-se. Acha-se um fator primo que divida exatamente uma destas expressões, e escrevem-se debaixo os quocientes, bem como as expressões que não forem divisíveis por ele. Divide-se esta nova linha de expressões por um fator primo, que divida uma das expressões e assim se procede em seguida; e as expressões primas dividem-se por si mesmas, para que todos os fatores à direita, e todos os quocientes sejam um, o continuado produto de todos os fatores primos será o M. M.C. (Trajano, 1947, p.58).

Na década de 60, ou seja, na segunda metade do século XX, surge o movimento da matemática moderna que tinha como um de seus objetivos unificar os três campos fundamentais da matemática. Introduz-se a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas, e estas dão à álgebra um novo lugar de destaque dentro da aprendizagem matemática. Em conseqüência, surge a necessidade de um maior rigor e uma preocupação com os aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem. Em contra partida, a álgebra perde o seu caráter pragmático na resolução de problemas. Preocupava-se com as operações e as propriedades.

Algumas características da matemática moderna que começou a ser ensinada:

- atividades práticas que envolvem aspectos do cotidiano das pessoas, perderam-se de vista;

-aspectos característicos das diferentes culturas, como procedimentos de cálculos e medidas que as crianças aprendem fora da escola também não pareciam merecer qualquer consideração;

- um grande destaque foi dado à matemática no currículo, ela era colocada numa posição tal que sua articulação com as demais disciplinas era mais um problema destas e não dela própria;

- os conteúdos pedagógicos eram tratados desvinculados de quaisquer posturas pedagógicas centradas na socialização dando-lhes uma abordagem “escolar”.

Com ênfase dada na álgebra pelo movimento da matemática moderna, os conteúdos geométricos deixaram de ser vistos, perderam seu lugar no currículo. Os livros didáticos traziam a geometria totalmente desvinculada e normalmente no final dos livros. Assim, os professores que normalmente seguiam a ordem dada pelos livros no ensino da matemática, terminavam em não abordar a geometria.

Na segunda metade da década de setenta, o movimento da matemática moderna entra em declínio e uma análise crítica é feita por muitos educadores, no sentido de recuperar o ensino da geometria. Porém, somente na década de noventa é que a álgebra pós matemática moderna começa a retomar seu papel anteriormente ocupado, ou seja, de um estudo com a finalidade de resolver equações e problemas. Tentou-se recuperar seu valor instrumental, mantendo seu caráter fundamentalista. Ainda hoje professores e livros didáticos abordam a álgebra dissociada da geometria ou de qualquer significação social lógica, enfatizando apenas a memorização de regras, macetes, símbolos e expressões.

Estudos desenvolvidos por Falcão (1996), Araújo (1999), Biazi (2003) sobre o ensino e aprendizagem da álgebra demonstram que as dificuldades apresentadas pelos sujeitos investigados não se restringem apenas à solução de problemas, mas também ao processamento algébrico, que é concernente ao trabalho de transformações algébricas das equações, seguindo regras próprias. Mostraram também um baixo desempenho, tanto em nível conceitual quanto no uso incorreto das propriedades, de operações, de definições de incógnitas, até dificuldades advindas da aritmética, como erros em operações, em propriedades ou na prioridade das operações.

O que ocorre em grande escala no ambiente escolar é encontrar alunos que se frustram e não conseguem ter um desempenho satisfatório nas aulas de Matemática, pois muitas vezes não conseguem encontrar sentido nas propostas pedagógicas que não fazem parte de seu cotidiano. Assim, acredita-se que não se deve utilizar uma nova linguagem sem que lhe seja dado sentido, e que tenha realmente necessidade de utilização. O pensar algebricamente ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola, sendo assim, pode-se afirmar que a álgebra perde seu valor como um rico instrumento para o desenvolvimento de um raciocínio mais abrangente e dinâmico. Segundo os PCN de Matemática do Ensino Fundamental para se garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno precisa estar engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da álgebra. Isso justifica a necessidade de conscientizar os professores e os cursos de formação de professores sobre a importância de buscar novos métodos de ensino que propiciem aos alunos uma aprendizagem mais significativa da álgebra e os próprios professores precisam repensar sobre sua prática pedagógica e sua formação, de modo a garantir uma aprendizagem real da álgebra e não apenas a transmissão de regras, estratégias ou memorização de dados.

Capítulo III

A Resolução de Problemas

3.1 – As investigações na resolução de problemas

A Resolução de Problemas (RM) constitui um campo de investigação no qual se concentram muitos estudos. Entretanto, ainda se apresenta pouco explorado o conhecimento sobre as dificuldades encontradas em adultos, mais especificamente em professores de séries iniciais, quando esses resolvem problemas matemáticos um pouco mais complexos que aqueles utilizados em suas aulas no Ensino Fundamental. Este fato foi bastante relevante na motivação para o desenvolvimento desta pesquisa, associado ao baixo desempenho que os alunos vêm apresentando nos testes aplicados pelo SAEB. Buscando compreender a relação conhecimento do professor, conhecimento compartilhado, conhecimento adquirido pelo aluno e reproduzido.

Nos novos currículos é realçado que os objetivos da matemática escolar nos ensinos básico e secundário devem incluir, juntamente com a aquisição de “capacidades básicas”, o desenvolvimento de competências de ordem superior, nomeadamente as que estão associadas ao raciocínio e resolução de problemas, e atitudes positivas relativamente à matemática, à ciência e à aprendizagem. Esta visão é consistente com recomendações para a matemática escolar expressas em documentos programáticos, como por exemplo NCTM, 1989 produzidos nos últimos 15 anos (Cockcroft,1982).

Os estudos relacionados à resolução de problemas foram basicamente desenvolvidos nos últimos anos 30, devido ao surgimento do Movimento da Educação matemática nos anos 70 e é uma área de estudo relativamente pobre de material, ainda há grandes dificuldades em distinguir os processos a serem utilizados, em desenvolver instrumentos que avaliem esses processos e elaborar métodos que auxiliem a capacidade de resolver problemas, mas é clara a preocupação de educadores em relacionar a Matemática com outras áreas do saber a fim de desenvolver na sua aula a auto estima, o espírito crítico, as ferramentas necessárias para acompanhar as rápidas mudanças do mundo moderno.

As dificuldades acontecem devido a muitas varáveis envolvidas neste processo, entre elas: o aluno, o professor, a tarefa, o contexto, a afetividade e também o nível de desenvolvimento do aluno. Devem destacar a emoção envolvida nesse processo que varia ao longo de tempo de resolução. Os alunos iniciam a tarefa com entusiasmo e com o passar do tempo, as reações positivas diminuem e as negativas aparecem. Este fato foi demonstrado com muita propriedade por parte dos professores que participaram desta pesquisa. Observou-se que ao serem abordados na condição de "alunos", muitos professores que sentiam-se atraídos por resolução de problemas e desafios matemáticos, ao terminarem não estavam com a mesma emoção do começo, sem citar os que em sua maioria mostravam-se com muita má vontade de pensar e resolver problemas. Registraram nas entrevistas junto aos docentes algumas frases citadas por eles que servirão para complementar e compreender melhor o que está sendo abordado.

O funcionamento cognitivo na resolução de problemas matemáticos envolve a efetivação da mudança representacional, a qual pode ser definida como a reconstrução do ambiente externo e interno do problema. Fonseca (1998) descreve quatro níveis de atividades mentais que compõem a resolução de problemas: percepção, imagem, simbolismo e conceitos.

Através da *percepção*, o *resolvedor*, inicialmente, decodifica a informação. Para continuar o processamento, o sujeito precisa utilizar a atenção seletiva como uma resposta à informação recebida. Muitas vezes, o processo de mudança representacional não ocorre porque o *resolvedor* não consegue alocar a atenção seletiva, gerando uma incapacidade para a realização do processamento de *imagens*, crucial para qualquer função cognitiva. A segunda classe de atividades mentais, a elaboração de imagens, é um auxílio que os *resolvedores* eficazes utilizam para dar significado à situação descrita no enunciado e às informações estocadas na memória de longo prazo. Fonseca (1998) enfatiza que a imagem está presente *"nos processos de reativação internos (memória) que permitem a representação de experiências, sem as quais o terceiro nível informativo (simbolização), não pode ser atingido"* (p. 104). Através da *simbolização*, uma função cognitiva superior, o cérebro humano representa a realidade e as experiências. Essa representação possibilita o surgimento do quarto nível, denominado *conceitualização*. É nesse último nível que o ser humano, através da classificação de experiências, tem condições de realizar uma aprendizagem abstrata, tal como exige a resolução de problemas. Para estudar Resolução de Problemas, faz-se necessário acrescentar a análise das habilidades metacognitivas, em especial a categoria denominada monitoramento cognitivo.

Através da metacognição, o sujeito-*resolvedor* de problemas matemáticos tem informações sobre seu próprio processo de resolução, podendo supervisionar o resultado encontrado. Para compreender esse mecanismo utilizado pelos *resolvedores* é preciso, em primeiro lugar, observar e acompanhar suas tendências cognitivas, de maneira a reconhecer seus próprios julgamentos e os elementos sobre os quais ele se apóia para justificar sua metacognição.

"*Metacognição é o conhecimento que cada um tem dos seus próprios processos e produtos cognitivos ou de qualquer aspecto com eles relacionados; envolve monitoramento ativo e conseqüente regulação desses processos em relação à cognição, usualmente no serviço de algum objetivo concreto*". (Flavell, 1979, p. 232)

Nickerson, Perkins e Smith (1987) acrescentam ao conceito de metacognição de Flavell (1979) o conhecimento que o sujeito tem sobre suas próprias forças e limitações. Ressaltam também, que o processo de metacognição inclui o conhecimento sobre como monitorar, controlar e avaliar um desempenho para a realização de uma demanda cognitiva. Esses pesquisadores concluem que a maioria dos estudos comparativos entre *resolvedores* experientes e principiantes recai, exatamente, na capacidade dos experientes não só de saberem mais, de saberem que sabem mais, de saberem empregar o que sabem, mas também, de se auto-regularem, sabendo melhor como aprender. Os experientes analisam os problemas antes de construir a representação final monitorando seus recursos, planejando, executando as melhores estratégias, avaliando, organizadamente, cada etapa.

Para Noel (1991), a metacognição inclui, além de um julgamento, uma explicação do sujeito sobre seu próprio desenvolvimento cognitivo, uma decisão que pode levá-lo a modificar ou não suas atividades cognitivas. A autora salienta que uma fonte de dificuldade, particularmente freqüente, reside na tendência dos *resolvedores* de problemas em estabelecer associações com pré-representações errôneas ou com uma vivência anterior não pertinente. Para essa autora, cabe ao experimentador, quer seja ele ou ela, professor ou psicopedagogo, propiciar o uso da metacompreensão, ou seja, orientar o *resolvedor* a conscientizar-se de suas dificuldades, através da perspectiva da remediação. Nesta investigação, o interesse centrou-se, em especial, na possibilidade de intervenção futura nas ações ou estratégias do sujeito-*resolvedor*, ou seja, na fase da remediação. Baseando-se na análise de representações mentais dos professores no momento da resolução de um problema matemático, envolvendo as operações fundamentais e noções de espaço e forma é que espera-se compreender melhor a relação ensino e aprendizagem matemática na resolução de problemas. Nessa ocasião, o sujeito estará aprendendo a aprender, tal como fazem os especialistas. Isso aponta para a necessidade de um investimento constante em cursos de capacitações constantes para professores já formados que atuam no ensino e numa reformulação nos cursos de licenciaturas e pedagogia , principalmente nas disciplinas ligadas a formação pedagógica, dentre elas ressalta-se didática da matemática. Disciplina esta, muito apontada por parte dos professores investigados, como uma das disciplinas que deixou muitas lacunas na formação dos docentes.

Como poderemos querer que um aluno apresente um desenvolvimento cognitivo satisfatório dentro de uma escala pré-estabelecida, se nem mesmo o seu professor tem domínio dos conteúdos e conceitos matemáticos e ainda encontra-se sem condições de abstrair e de representar seu raciocínio de modo lógico?

Assumem-se operações fundamentais da Aritmética a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. As definições dessas operações podem utilizar parâmetros de simplicidade e clareza, com idéias que possam ser transpostas para uma sala de aula da Escola Fundamental. Deve-se dar atenção às idéias e à linguagem com que elas são comunicadas, sem preocupação maior em inserir as definições em uma estrutura axiomática. O mesmo ocorre com as propriedades algébricas das operações, que podem ser extraídas das definições mediante um trabalho de compreensão dos conceitos.

Os algoritmos utilizados atualmente para implementar as operações fundamentais da Aritmética constituem uma síntese de um longo processo de desenvolvimento. De modo geral, o objetivo do aperfeiçoamento de um algoritmo é levá-lo a adaptar-se com perfeição ao sistema de numeração utilizado e ao instrumento ao qual se destina (ábaco, papel e lápis, computador digital). Além disso, deve propiciar economia no tempo de execução e facilidade de uso.

Deteve-se na geometria no item espaço e forma, sem se preocupar com deduções, axiomas ou proposições. A escolha por esse item,deveu-se ao fato de considerar-se fundamental que o aluno das séries iniciais tenho domínio de espaço, saiba associar este conceito a sua realidade de vida e reconhecer dentro do seu mundo as formas e a relação com a geometria estudada em sala de aula. Nada mais justo, que o docente no mínimo domine esse requisito.

Em resumo, espera-se que este professor investigado das séries iniciais também tenha o domínio destes conteúdos básicos, conceitos bem formados e capacidade de aplicá-los dentro de uma situação-problema. Observa-se que o que foi “cobrado” do professor, não está além de sua formação, pelo menos do ponto de vista teórico programático. O capítulo seguinte aponta a relação entre formação básica do professor das séries iniciais e a resolução de problemas matemáticos e espera-se que se compreenda melhor o seguinte questionamento: como pode um professor ser facilitador do conhecimento em matemática se não tem o domínio das operações fundamentais, sua aplicabilidade e noções básicas de geometria ?

As pesquisas que investigam como as crianças resolvem problemas de adição e de subtração têm progredido consideravelmente nos últimos anos, permitindo uma melhor caracterização desses problemas, assim como a compreensão sobre como as crianças os resolvem e por que alguns são mais difíceis do que outros. Vários estudos têm documentado as estratégias que as crianças usam para resolver problemas de adição e subtração tornando possível a identificação das principais dificuldades e das características do desenvolvimento das habilidades de somar e subtrair especialmente em crianças mais jovens. Recentemente, modelos teóricos têm sido propostos numa tentativa de caracterizar os processos cognitivos internos que poderiam explicar o comportamento das crianças durante a resolução de problemas. Existe uma necessidade permanente de se tentar estabelecer uma ponte entre o conhecimento teórico do professor na resolução de problemas e sua aplicação na relação ensino-aprendizagem.

3.2- O ensino tradicional de resolução de problemas

O depoimento dos professores investigados indica as dificuldades das crianças com a resolução de problemas de adição e subtração surgindo na primeira série, persistindo nas séries seguintes e, parecem, pelo menos em parte, ter sua origem na forma como ensino escolar está tradicionalmente estruturado. Observações sobre conteúdo de livros didáticos e a prática de ensino também mostraram que o ensino de resolução de problemas caracteriza-se em geral, pelos aspectos descritos a seguir:

- Há ênfase excessiva no cálculo numérico necessário para a resolução, o qual constitui a formalização final da situação-problema. Na prática escolar esquece-se de trabalhar o momento anterior, que é o momento do raciocínio. Onde será considerado o aspecto lógico-matemático implícito na formalização final, sendo este de fundamental relevância na resolução de problemas.

- Trabalha-se com "palavras-chave", a partir de regras fornecidas para criança, como: "*se a situação descrita envolve ganhar, comprar, juntar, a operação a ser realizada é* *adição e, quando a situação envolvida for de perder, vender, gastar, a operação é subtração".* Esse recurso tenta evitar a famosa pergunta:"tia, essa conta é de mais ou de menos?", e até permite que vários problemas sejam resolvidos pelas crianças. Porém, por trás de tudo isso, olhando pelo aspecto epistemológico e cognitivo, conclui-se que a resolução se dá pela "dica" da palavra-chave e não pela relação entre os dados dos problemas e um raciocínio lógico-dedutivo. Assim, como mostra Figueiredo(1985), se forem apresentados problemas em que a palavra-chave não corresponde à operação necessária para a resolução, a criança não consegue resolvê-los.

Não se pretende em nenhum momento negar que o verbo usado no problema possui um valor operatório de transformação. Existe uma correspondência, direta, automática entre o sentido do verbo "ganhar" e a operação adição, como entre o sentido do verbo "perder" e a operação subtração, porém não se deve esquecer de passar de enunciado para um tratamento aritmético, se deve selecionar e organizar todos os dados pertinentes a resolução do problema.

Algumas considerações:

- Não se trabalha com compreensão do enunciado do problema, aspecto já enfatizado por Polya (1973). Para resolver um problema é preciso compreendê-lo e, para compreendê-lo, é necessário identificar o elemento desconhecido e a situação envolvida, os dados fornecidos pelo problema e relacionar esses dados, trabalho que, infelizmente, raramente faz parte do repertório escolar.

- Não se identificam nem se analisam as diferenças entre os diversos tipos de problemas. Os livros didáticos e a prática escolar dividem os problemas em, apenas, *“problemas que envolvem adição e problemas que envolvem subtração”*, não distinguindo classes ou categorias de problemas segundo sua estrutura semântica. Assim, lidam com os diversos problemas de forma homogênea carecendo tanto de maior compreensão entre o raciocínio lógico-matemático envolvido e necessário para a resolução, quanto das estratégias mais adequadas para a solução.

- Um ponto bastante observado nas entrevistas junto aos professores foi a utilização indiscriminada do material concreto como recurso auxiliar, sem a necessária análise sobre sua contribuição. Na tentativa de facilitar a compreensão por parte das crianças, a prática educacional atual tem recorrido, ou pelo menos recomendado, a utilização do material concreto como recurso auxiliar. A criança é levada a representar cada quantidade mencionada no problema por meio de fichas, palitos, etc, com a argumentação de que, tornando a situação mais concreta para a criança ela compreenderá e resolverá o problema mais facilmente. Porém, após a representação com as fichas diante de um problema, a criança volta ao enunciado do problema em busca da palavra chave para fazer sua opção da operação aritmética que usará.

Observou-se que boa parte dos baixos resultados na resolução dos problemas está diretamente ligado a linguagem matemática, a contextualização, a prática docente, a distância entre o conhecimento de sala de aula e o conhecimento de vida do aluno, e os vários modelos para a resolução de problemas.

O modelo proposto por Polya (1986), para a resolução de problemas, tem quatro passos: (i) compreensão; (ii) elaboração do plano; (iii) execução do plano; (iv) avaliação. Para que a sua implementação seja bem sucedida, deve estar apoiada, em todas as fases, num adequado questionamento do professor. Eis algumas das muitas perguntas sugeridas pelo autor: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Trata-se de um problema plausível? Conhece algum problema com a mesma incógnita? Utilizou todos os dados? É possível verificar o resultado? É possível chegar ao resultado por um processo diferente? É possível utilizar o resultado ou o método em algum outro problema? Estas perguntas têm, num certo sentido, o efeito de conduzirem o aluno, ajudando-o, como assinala o autor, de uma forma discreta, mas estruturada.

As observações acima só confirmam que paralelamente ao teste aplicado aos alunos da educação básica deve ser aplicado um teste aos professores, com o objetivo de detectar a relação direta ou indireta do seu fazer pedagógico e o resultado do Saeb. Deveria também ser computado o perfil pedagógico dos professores dos alunos testados na amostra e um período de observação da prática pedagógica em sala de aula.

Cohen e Manion (1992) defendem que as questões colocadas na sala de aula servem a duas grandes finalidades: (i) fazer pensar os alunos; (ii) testar o conhecimento dos alunos (antes e após novas aprendizagens). Relativamente a estas finalidades, os autores distinguem as perguntas que visam testar conhecimento das que o visam criar. Baroody (1993) sustenta que as perguntas que o professor coloca ultrapassam estas duas finalidades. As perguntas podem gerar a discussão na sala de aula, promovendo o desenvolvimento de capacidades (como o raciocínio e a comunicação) e de atitudes.

Segundo Long (1992), as questões que os professores formulam e as subseqüentes respostas dos alunos são atividades importantes na sala de aula. Acrescenta que o questionar é um versátil e poderoso recurso para promover a compreensão e encorajar a investigação ativa de novas idéias. Além disso, as respostas dos alunos fornecem ao professor a informação que permite monitorar e avaliar o trabalho individual e em grupo. O autor afirma que uma comunicação efetiva na sala de aula contribui para o desenvolvimento da capacidade de pensar e melhora a aprendizagem dos alunos.

A aprendizagem da linguagem da matemática nas nossas aulas tem passado por diversas fases, tendo-se, nalgumas delas, concedido um destaque excessivo, a ponto de se ter privilegiado as questões puramente formais em detrimento das questões de conteúdo. Esse fato deve merecer atenção ao se comparar as questões propostas nos testes do Saeb e as questões resolvidas pelos alunos no seu cotidiano escolar.

O modo de organização dos alunos nas aulas, na realização de tarefas, influencia também as produções lingüísticas dos diversos interlocutores, principalmente dos alunos. Estudos realizados no âmbito da Educação Matemática (Menezes, 1996; Nunes, 1996) sublinham os benefícios que podem advir, em termos da comunicação entre os alunos, quando realizam tarefas matemáticas adequadas de uma forma cooperativa. Esta nova visão da comunicação na sala de aula pressupõe um outro tipo de discurso. O professor, como principal responsável pela organização do discurso da aula, tem aí um outro papel, colocando questões, proporcionando situações que favoreçam a ligação da Matemática à realidade, estimulando a discussão e a partilha de idéias. É por este motivo que os programas de Matemática do 2º Ciclo do Ensino Básico, nas orientações metodológicas gerais, enfatizam a importância da comunicação: *"Considerando a estreita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem, há que promover atividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os* *seus raciocínios, explicando, discutindo, confrontando processos e resultados" (Ministério da Educação, 1991, p. 16)*. Esta estreita ligação da linguagem aos processos de estruturação do pensamento é também assinalada por Hoyles (1985, Lappan e Schram, 1989). Essa observação sendo levada a uma prática, proporcionará uma grande mudança na prática do ensino de matemática de um modo geral, onde será exigido muito mais do professor e do aluno.

Quanto à aprendizagem, o problema é muito mais complexo e o aprendizado da matemática é um grande desafio para os teóricos das ciências cognitivas. O estudo da história cultural da humanidade tem sido um instrumento importante nessas teorizações. A riqueza de experiências vai possibilitar ao aluno que eventualmente - não no dia e hora marcados pelo professor -- faça a organização dos fatos que experimentou para a construção de uma aprendizagem significativa. Em vista disso, existem dois aspectos que deveriam ser destacados no ensino da matemática:

- O aspecto crítico, que resulta de assumir que a Matemática que está nos currículos é um estudo de matemática histórica. E partir para um estudo crítico do seu contexto histórico, fazendo uma interpretação das implicações sociais dessa matemática. Sem dúvida isso pode ser mais atrativo para a formação do cidadão. Porque daria condições de formar um cidadão crítico e que passa a reconhecer a matemática dentro de uma cultura e com uma função também social.

-O aspecto lúdico associado ao exercício intelectual, que é tão característico da matemática, e que tem sido totalmente desprezado. Por que não introduzir no currículo uma matemática construtiva, lúdica, desafiadora, interessante, nova e útil para o mundo moderno?

Acredita-se que novas propostas para a melhoria do ensino de resolução de problemas na escola devam surgir a partir do conhecimento teórico e prático dos processos cognitivos e as operações do pensamento envolvidos na resolução dos problemas, as estratégias utilizadas durante a resolução tanto das crianças quanto dos professores, modelos propostos para explicitar os processos cognitivos necessários para a resolução de problemas, os possíveis estágios no desenvolvimento das habilidades de operar aritmeticamente e a caracterização dos diversos problemas associados as razões que fazem com que alguns sejam mais fáceis ou mais difíceis que outros. Referindo-se às dificuldades nas estratégias de compreensão na fase de Representação Mental relacionadas com a resolução de problemas matemáticos com enunciados verbais, detectadas em professores de séries iniciais do Ensino Fundamental, enfocando as dificuldades relacionadas com a construção da Representação Mental, mais especificamente, a fase de integração. Serão investigados os processos responsáveis pelas mudanças na Representação Mental inicial: codificação, combinação e comparação seletivas. Espera-se que os resultados comprovem a necessidade de uma Intervenção Psicopedagógica centrada no monitoramento cognitivo possibilitando aos professores atuarem sobre suas próprias atividades cognitivas e metacognitivas, controlando e regulando as funções cognitivas relacionadas com os processos de mudança representacional, reduzindo assim, significativamente, as dificuldades nas estratégias de resolução de problemas matemáticos.

3.3 – A teoria de Raymond Duval e as representações

Raymond Duval observa que na história do desenvolvimento da matemática as representações semióticas foi uma condição essencial para a elevação do pensamento matemático, sendo relevante na resolução dos problemas. O mesmo autor trata, em sua extensa produção, principalmente do funcionamento cognitivo, implicado, sobretudo na atividade matemática e nos problemas de tal aprendizagem. Realizou trabalhos sobre a utilização específica da língua materna nos procedimentos matemáticos, bem como a compreensão de textos de matemática, e ainda sobre a aprendizagem de diferentes formas de raciocínio e argumentação. R. Duval estudou também as diversas representações mobilizadas pela visualização matemática. Ele desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, em termos de mudança de registros de representação semiótica na referida obra Sémiois et pensée humaine.

A teoria dos registros de representação de Raymond Duval tem-se mostrado importante instrumento de pesquisa, no estudo da complexidade da aprendizagem matemática. R. Duval introduz a noção de representação para analisar a influência das representações dos objetos matemáticos sobre o ensino/aprendizagem da matemática.

Na perspectiva de Duval não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem à noção de representação. Considerando assim que não há conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação. É importante observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.

R. Duval estabelece três tipos de perspectivas para o termo representação:

- Representações mentais: São representações internas (a nível do pensamento) e conscientes do sujeito. Estas representações podem ser definidas pelas crenças, convicções, idéias, explicações e concepções sobre fenômenos naturais ou físicos.
- Representações internas ou computacionais: São representações internas e não conscientes do sujeito. O sujeito executa certas tarefas sem pensar em todos os passos necessários para sua realização.

- Representações semióticas: São representações ao mesmo tempo externas e conscientes. Elas permitem uma visão do objeto, através da percepção de estímulos (pontos, retas, caracteres, sons, etc) com valor de significante. Existe uma grande de variedades de representações semióticas que é constituída pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação. Essa variedade tem sua dificuldade própria de significado de funcionamento, dependendo do sistema semiótico a ser usado. Representações semióticas possíveis: figuras, esquemas, expressões lingüísticas, etc.

Duval contesta a idéia de que as representações semióticas são simples exteriorizações das representações mentais para fins de comunicação. Para ele essa visão é enganosa, pois as representações semióticas não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

Neste sentido Duval, define:

- Semiósis - a apreensão ou a produção de uma representação semiótica.
- Noésis – atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto.

Para que ocorra um significativo aprendizado da matemática é necessário que a noésis (conceituação) ocorra através de significativas semiósis (representações). Sendo assim, o sujeito que aprende precisa estabelecer a coordenação de vários registros de representação semiótica, os quais possibilitam, desta forma uma apreensão conceitual dos objetos matemáticos. Quer dizer, quanto maior mobilidade o sujeito tiver com registros diferentes do mesmo objeto matemático, maior possibilidade deste sujeito fazer a apreensão do objeto.

Existem dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

-tratamentos – são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.

- conversões – são transformações de representações em uma representação de outro registro, ou seja, mudar de conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo de representação inicial: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à representação gráfica.

O tratamento se estabelece internamente ao registro, já a conversão se dá entre os registros. No ponto de vista cognitivo, a conversão aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, pois ela exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre significado e significante. Vale ressaltar que há por trás da aplicação de uma regra de codificação de passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos registros, Pois, são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes que devem ser levadas em consideração, em cada um dos dois registros.

Aprender a reconhecer um objeto matemático por meio de múltiplas representações que podem ser feitas em diferentes registros de representações é a condição fundamental para que um sujeito possa, por si próprio, transferir ou modificar formulações ou representações de informações durante uma resolução de um problema. Essa condição supõe que ele não identifica mais os objetos matemáticos com os conteúdos de certas representações.

Segundo R. Duval (1998) , os sistemas semióticos deviam estar integrados nos modelos de arquitetura cognitiva das pessoas, como estruturas essenciais do funcionamento do pensamento, da mesma forma que todas as organizações neuronais permitem a integração de múltiplos dados sensoriais, o funcionamento de diferentes memórias e o controle da atenção. Nessa perspectiva, quatro idéias são essenciais:

1 – O desenvolvimento da capacidade mental de representação depende do desenvolvimento cultural de sistemas semióticos, porque esses sistemas não preenchem somente uma função de comunicação, mas também uma função de transformação de representações(“tratamento”) e de objetivação consciente para o sujeito.

2 – Nos indivíduos em período de desenvolvimento e de formação inicial,o progresso de aquisição de conhecimentos matemáticos depende da coordenação de registros de representação semiótica. Essa coordenação não é espontânea, mas deve ser levada em conta na apropriação de cada um dos sistemas semióticos.

3 – Certas variáveis cognitivas podem ser retomadas como variáveis didáticas.

4 – Na medida em que a matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais dos indivíduos. Visar a esse desenvolvimento sem se fixar de forma míope sobre a aquisição de tal ou tal noção particular é provavelmente o aporte maior que se pode esperar da aprendizagem matemática para a sua educação.

Conclui-se que para analisar dificuldades de aprendizagem em matemática, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos. É preciso começar por distinguir bem os dois tipos de transformação das representações, o que muitas vezes não é feito, seja porque se estima que a conversão é apenas uma forma particular do tratamento, seja porque se acredita que ele depende de uma compreensão conceitual, isto é, de uma atividade puramente mental, quer dizer semiótica.

Capítulo IV

A Pesquisa Experimental

Nesta pesquisa procura-se ressaltar a importância do papel do professor no processo educativo, principalmente o professor das séries iniciais, que constrói todo o alicerce para um bom desempenho no campo epistemológico e cognitivo. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será gerenciar, facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos.

Apresenta-se neste capítulo o resultado de uma investigação realizada com professores da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro que lecionam no primeiro segmento do ensino fundamental. A pesquisa permitiu delinear o perfil de um número significativo de professores que atuam lecionando, suas concepções sobre Matemática e seu ensino e suas competências profissionais.

Realizaram-se entrevistas informais com os professores investigados a fim de identificar a opinião destes professores sobre a disciplina Matemática, seu ensino e a formação que possuíam para lecionarem a mesma. Escolheram-se as dez frases mais ditas durante as entrevistas por diferentes professores, são elas:

Frase 1: " Não tenho a menor paciência para matemática, pois tenho preguiça de pensar".

Frase 2: " Sou horrorosa em matemática"

Frase 3: “ Não tenho mais cabeça para matemática.”

Frase 4: “ Detesto matemática”

Frase 5: “Adoro desafios”

Frase 6: “O resultado vai ser divulgado?”

.

Frase 7: “Isso compromete a escola?”

Frase 8: “Desculpe, mas não quero fazer isso.”

Frase 9: “Não tenho cabeça para fazer contas”

Frase 10: “Não posso responder, pois só sei alfabetizar”.

Veia (1995), Thompson (1997) e Garcia (1999), entre outros, afirmam que as concepções dos professores têm um papel importante no pensamento e na ação e que o professor toma decisões em função de interpretações que ele faz das diferentes situações e não como respostas a indicações exteriores, quer sejam programáticas, quer sejam feitas por livros didáticos. As frases acima são bastante significativas e reflexivas na área educacional e implicam de certa forma nas respostas obtidas e não se pode negar a seriedade das conseqüências que elas trazem em si mesmas. Somos muito do que vivemos. Acreditamos e construímos o saber através de experiências vivenciadas e partimos para a construção do conhecimento com o objetivo de transformar através da experiência de cada um, tudo soma, ou diminui, e muitas vezes nossas experiências, sempre podem ser colocadas a serviço do outro, com o objetivo de troca, para a compreensão até mesmo de um fato, atitude ou momento de vida de cada um. Isso se aplica diretamente à educação.

Segundo Ubiratan D´ambrósio (2002) o que se vê nas dissertações e teses são descrições de pressupostos teóricos, onde se fala o que os outros falaram. No meio da dissertação ou tese o candidato descreve sua pesquisa, normalmente aplicando em outra situação o que autores prestigiados já fizeram. E finalmente, muito timidamente e geralmente em poucas páginas, o autor "força" algumas conclusões para não contrariar muito do que os outros disseram. Geralmente, as defesas são um lamentável desfilar de esnobação sobre se o consagrado autor disse mesmo aquilo ou queria dizer outra coisa. Além disso, muito tempo e energia dos examinadores são usados em trabalho cartorial, procurando erros de cartografia, de concordância e de citações imprecisas. Segundo D´ámbrósio, em Matemática parece que há uma fixação da necessidade de um conhecimento hierarquizado, em que cada degrau é galgado numa certa fase da vida, com atenção exclusiva durante horas de aula, como um canal de televisão que se sintoniza para as disciplinas e se desliga acabada a aula. Como se fossem duas realidades disjuntas: a da aula e a fora da aula. Embora a pesquisa tenha ensinado muito sobre o que se dá no processo de aprendizagem, as teorias mais recentes de cognição parecem ter dificuldades para penetrar no ambiente educacional. O reconhecimento de que a aprendizagem é intrínseca e que se dá num contínuo, desde o nascimento – possivelmente mesmo anterior ao nascimento – até a morte, parece ter dificuldade de ser incorporado à prática educativa. Apoiando-se no pensamento de D´ámbrósio e compartilhando do mesmo, é que a presente pesquisa foi desenvolvida com interesse pelos processos semióticos que envolvem a solução de problemas matemáticos, nos quais noções básicas e fundamentais de relações aritméticas, algébricas e geométricas são enfatizadas,com um dos objetivos de tentar descrever se as estratégias cognitivas são predominantes para indivíduos com formação pedagógica para lecionar nas séries inicias do ensino fundamental na disciplina de matemática.

Com os experimentos, pretende-se mostrar de que forma os sujeitos com formação pedagógica e que lecionam nas séries inicias do ensino fundamental resolvem problemas matemáticos, de modo a verificar se as estratégias, representações, modelos, ou métodos empregados por eles estão diretamente ligados na relação ensino e aprendizagem de seus alunos na aprendizagem matemática, especificando a resolução de problemas. A partir daí, pretende-se encaminhar essa pesquisa e desenvolver um projeto junto à Secretaria Municipal de Educação com o objetivo de contribuir na formação dos professores das séries iniciais que atuma na rede municipal do Rio de Janeiro.

4.1 - Hipóteses

Professores que atuam nas séries iniciais no ensino de matemática não possuem uma formação pedagógica adequada para o exercício da mesma, e limitam-se a resolução de problemas com procedimentos formais, isto podendo significar que tais procedimentos são predominantes frente à influência de outros tipos de estratégias, como por exemplo, a familiaridade das tarefas.

Professores da educação básica das séries iniciais não possuem uma formação que domine de modo satisfatório os conceitos matemáticos e nem sentem-se preparados e ou motivados para o exercício da matemática.

A formação do professor das séries inicias e as metodologias em sala de aula desenvolvidas nas resoluções de problemas implicam de modo bastante significativo nos baixos rendimentos constatados pelo SAEB nos últimos anos.

4.2 - Método

Inicialmente foi escolhida uma amostra aleatória de 20 professores das séries iniciais de uma escola municipal do RJ e aplicados vinte problemas para que eles resolvessem. Os problemas estavam inseridos no contexto do cotidiano do professor e no nível dos livros didáticos utilizados nos últimos anos na rede municipal de ensino do RJ e que podiam ser resolvidos predominantemente com base nas operações aritméticas: adição, subtração, multiplicação e divisão, possibilitando várias formas de representação e nos quais os professores pudessem também mostrar o nível de conhecimento em geometria no quesito básico e fundamental ”espaço e forma“ e a demonstração do conceito de fração. A escolha desses pontos refere-se ao conteúdo mínimo que um professor deve dominar, além de ser pontos importantes na formação do aluno: o cálculo, a conceituação (definição) e a noção de espaço e forma.

Entretanto, dos vinte primeiros problemas inicialmente elaborados, selecionou-se apenas cinco, porque alguns não privilegiavam os aspectos enfatizados e porque número acentuado de questões deveria ser pequeno para não tornar o trabalho muito extenso e complexo.

Mas, o fator decisivo na escolha dos cinco problemas, foi que quando aplicaram-se os vinte problemas em um pré-teste a oitenta sujeitos (alunos da 4ª série do ensino fundamental) de uma escola, a fim de obter-se um feed-back quanto aos critérios de coesão, compreensão, não ambigüidade (critérios estes relacionados com a linguagem) dos problemas no ponto de vista dos alunos, somente cinco estavam dentro do que se buscava. Os resultados obtidos com os alunos de 4ª série foi um fator decisivo na escolha dos problemas, visto que se considerou a relação ensino, aprendizagem e formação do professor como pontos interligados, constantes nesta pesquisa em todo processo educacional e na aprendizagem matemática, em particular na resolução de problemas.

Escolheu-se cinco problemas que mais trouxeram riquezas nas representações semióticas dos alunos no momento da resolução e que exigiam cálculos aritméticos noção básica de geometria enfocando a noção de espaço e forma. A partir daí, aplicou-se estes problemas aos professores de várias escolas da rede municipal do RJ, foram feitos registros orais e escritos dos passos que o sujeito executou para chegar a solução, análise e interpretação dos raciocínios desenvolvidos pelos professores com base nos registros, comparação, discussão dos resultados apresentados e conclusões.

A linguagem utilizada nos problemas aproximou-se o máximo possível dos problemas cotidianos, normalmente apresentou-se uma única idéia central num único parágrafo, permitindo que as informações fossem as mais claras e simples possíveis, para um completo entendimento e uma variedade de representações semióticas, com exceção do problema 3 que tem o objetivo de mostrar como a linguagem interfere na compreensão e no momento da resolução.

O mais importante de tudo foi tentar aplicar problemas que pudessem gerar processos de pensamento, levantamento de hipóteses, exposição de conceitos, e que ainda propiciassem as estratégias de solução, para que se conseguisse testar as hipóteses.

Também vale ressaltar que o pensar e fazer criativo foram componentes fundamentais quando se escolheu tais problemas, a fim de que o processo representacional fosse o mais variado possível, dando ao professor no momento de responder, a liberdade possível para expressar seu pensamento, sem se preocupar se a resposta era correta ou errada. Embora durante todo o tempo os professores expressavam o “medo de errar”.

A pesquisa de campo (experimental) foi, então, realizada com um total de 200 sujeitos (professores regentes habilitados para atuarem no primeiro segmento do Ensino Fundamental), oriundos das dez Coordenadorias do município do RJ. Esses sujeitos estão contidos em 15% das escolas da Secretaria Municipal de Educação do RJ que atuam no primeiro segmento do ensino fundamental, tendo assim uma amostra significativa dentro da Secretaria Municipal de Educação do RJ. Todos os entrevistados foram professores regentes no ano letivo de 2004.

Na realização da pesquisa de campo ocorreram algumas dificuldades, como por exemplo, em conseguir a autorização para entrar nas escolas e encontrar boa vontade da parte do professor em participar da pesquisa resolvendo os problemas propostos. Isso dificultou bastante o desenvolvimento da pesquisa, no quesito ”fator tempo”. Era notória a preocupação dos diretores em relação a forma pela qual seria divulgado o resultado da pesquisa. Mostravam um certo medo de um comprometimento em um resultado negativo por parte dos professores, ou seja, demonstravam não acreditar em uma “boa formação” do corpo docente que possuíam, e os professores, por sua vez, em seus relatos, mostravam-se bastante desanimados com a educação em geral e no ensino da matemática, justificando talvez a muitas coisas que temos visto na educação básica. Embora esse não seja o enfoque desta investigação, mas vale ressaltar esse fato.

4.3 - Material

Foram elaborados cinco problemas contextualizados e inseridos dentro do cotidiano escolar do professor e nos modelos dos problemas dos livros didáticos trabalhados na sala de aula, que nas suas resoluções exigiam conhecimentos e estratégias cognitivas baseadas em cálculos aritméticos, algébricos e conceitos básicos de geometria de modo que pudessem ser realizados por qualquer sujeito, independente de ser ou não um professor. Não foi colocado nenhum problema com nível de dificuldade fora da realidade da formação do professor ou que ele esteja desacostumado a encontrar nos livros didáticos, até porque tomou-se o cuidado de fazer uma análise de livros didáticos usados na rede municipal nas séries iniciais.

Estes problemas deveriam ser resolvidos com lápis e papel, e simultaneamente à resolução dos mesmos, uma amostra dos sujeitos investigados explicitou, oralmente, para fins de anotação, todos os passos que os levaram para chegarem aos resultados obtidos. Recomendou-se aos professores que escrevessem tudo que usassem no momento da resolução, independente se fosse algum desenho, cálculos, idéias ou qualquer outro tipo de representação usado para chegar a uma possível solução.

Os cinco problemas aplicados serão apresentados e acompanhados de alguns “modelos mentais” utilizados pelos professores que chegaram à solução correta e outros, também significativos para o nosso objetivo de investigação, que não chegaram ao resultado esperado, mas são ricos para uma investigação cognitiva da representação mental. Até porque, nosso objetivo não é avaliar o professor ao nível de acertos e erros e sim investigar as diversidades de registros de representação semiótica mobilizados e suas implicações na aprendizagem matemática. Pretende-se mostrar que os indivíduos geralmente constróem um *“meio cognitivo*” confortável que lhes permita esquemas de ação na resolução de problemas.

A partir das análises feitas nas representações obtidas pretende-se:

- apontar a relação entre a formação básica de cada indivíduo e o exercício do ensino da Matemática nas séries inicias;
- mostrar que os conteúdos que não foram aprendidos por esses professores não serão ensinados, com isso, ocorrerá um comprometimento no aprendizado do aluno que justificará os baixos resultados no Sistema de Avaliação da Educação Básica.
- mostrar que os erros encontrados indicam que, muitas vezes a defasagem de conteúdos básicos de Matemática na resolução de problemas, tenha origem na própria formação do professor;
- apontar a necessidade constante dos professores que atuam em sala de aula em participarem constantemente de cursos de capacitação, onde a este professor permita-se a possibilidade de dizer “eu não sei” sem preconceitos e aborde-se as questões do ensino da Matemática de modo contextualizado na resolução de problemas analisando de modo crítico e produtivo a riqueza que trazem as representações semióticas no momento da resolução , discuta-se as dificuldades que os professores sentem no ensino da Matemática, e a formação de conceitos matemáticos bem definidos.
- desmistificar a “Matemática” como um “*bicho papão”* apontando um novo olhar e um novo caminho para o ensino e a aprendizagem da mesma.

4.4 - Os Problemas aplicados

Problema 01

A distância entre dois postes é de 300 metros. Entre eles serão instalados mais três postes, alinhados com os outros dois, de modo que a distância entre dois postes vizinhos, seja sempre a mesma.

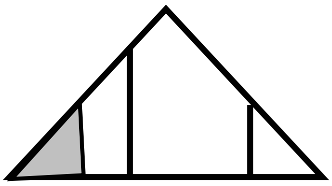
a) Faça um desenho ilustrando a situação do problema.

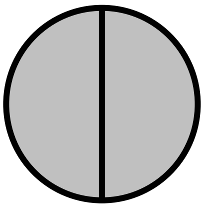
b) Qual será a distância entre dois postes vizinhos?

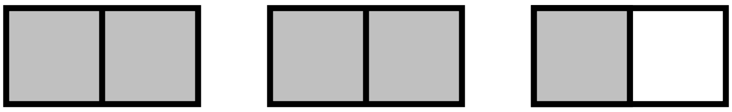
Problema 02

Quais destas figuras representam fração? Se representar, diga qual é a fração representada. Se não representar, diga porque não representa.

-

a) 

b) 

c) 

Problema 03

Bruno joga duas partidas de bolinhas de gude. Joga numa primeira e depois numa segunda. Na segunda partida, ele perde 7 bolinhas. Depois dessas partidas, ganhou 3 bolinhas.

O que aconteceu na primeira partida?

Problema 04

Uma formiguinha passeando pelas arestas do bloco abaixo , vai do vértice A até o vértice B (passando uma só vez pelo mesmo lugar).

a) Quantos centímetros têm o caminho mais curto?

b) Quantos centímetros têm o caminho mais longo?

Problema 05

Uma garrafa contém 2/5 de litro de suco. Quantas dessas garrafas são necessárias para se ter 4 litros de suco?

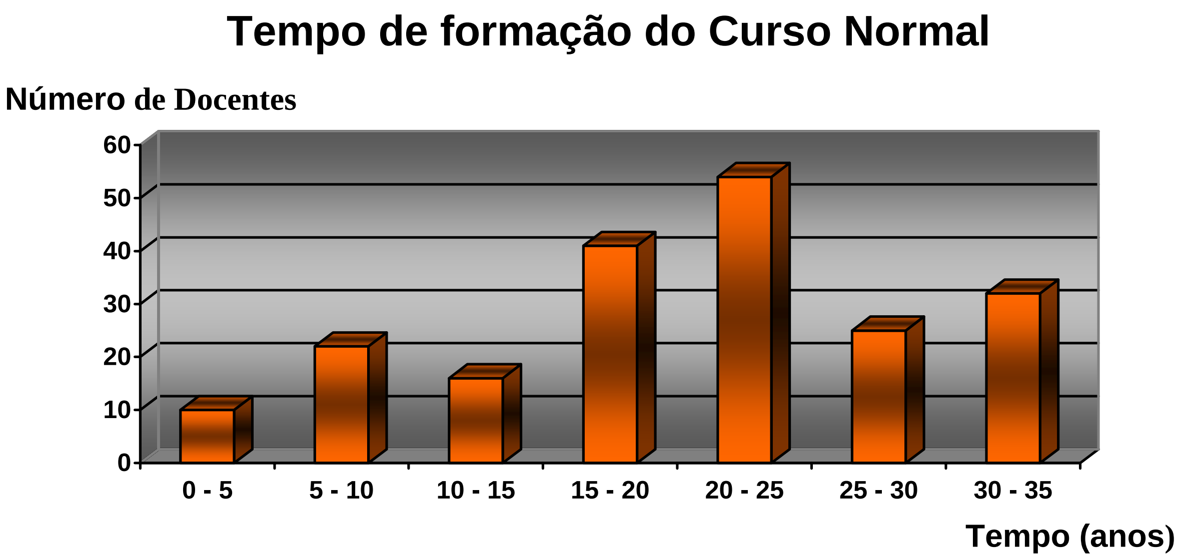
Elabore uma estratégia para a resolução desse problema.

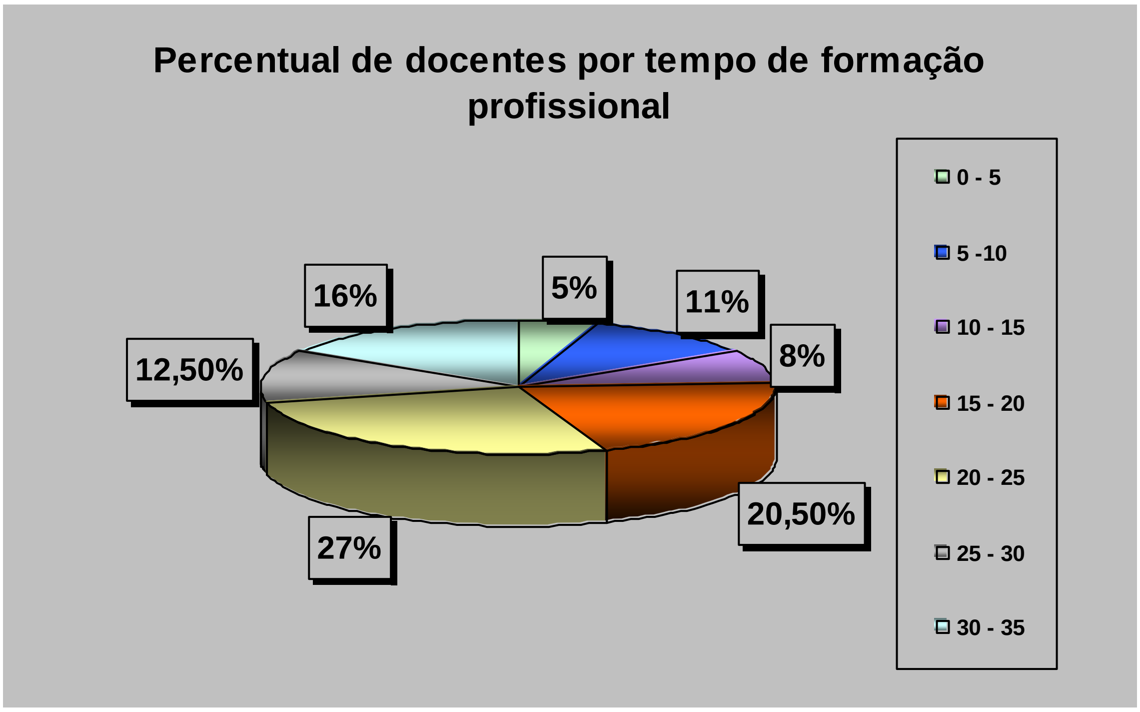
Capítulo V

Perfil dos docentes e análise dos resultados

5.1 - O perfil dos docentes.

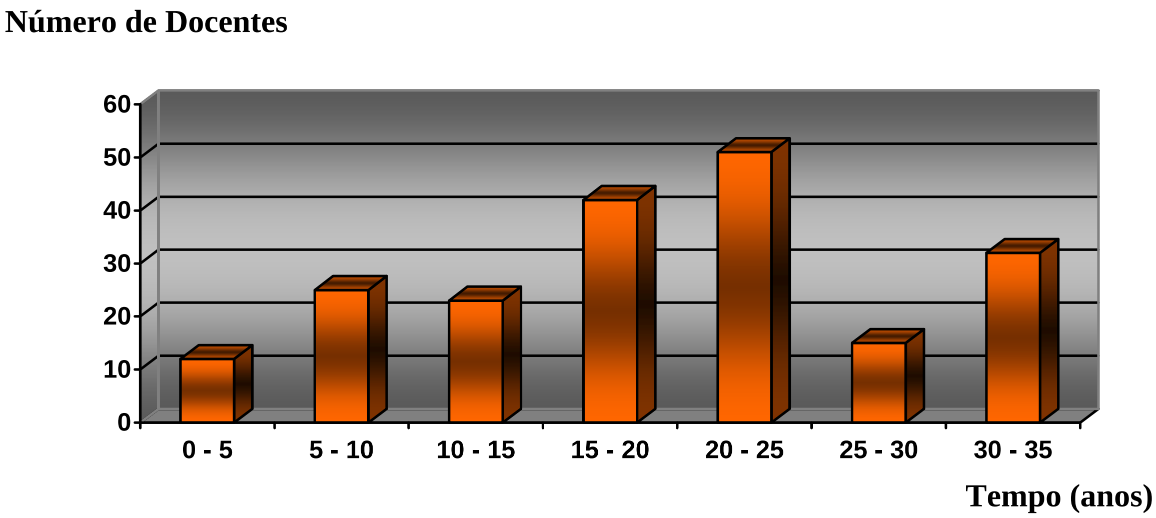
O grupo de professores investigados teve um perfil bastante variado, porém todos têm em comum a formação mínima básica para o exercício da profissão, que é o antigo Curso Normal e atuam na rede municipal de ensino do RJ nas séries inicias do ensino fundamental.

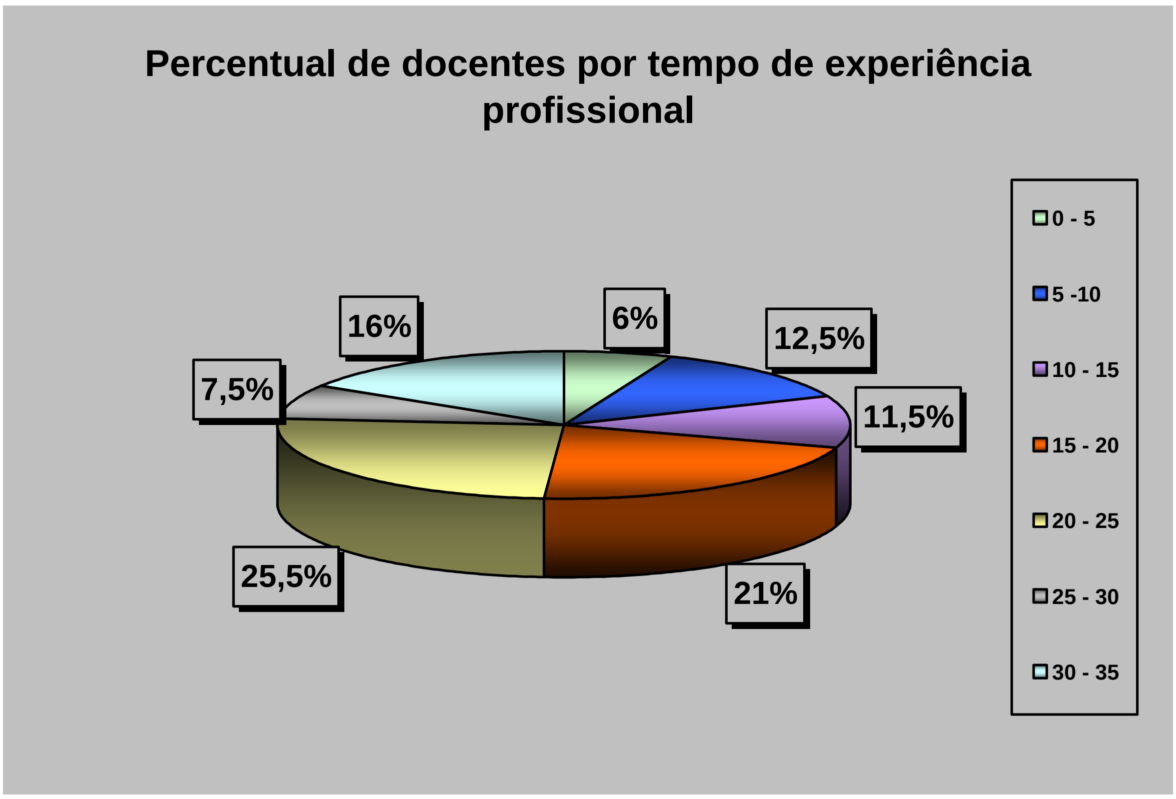




Tempo de Experiência Profissional

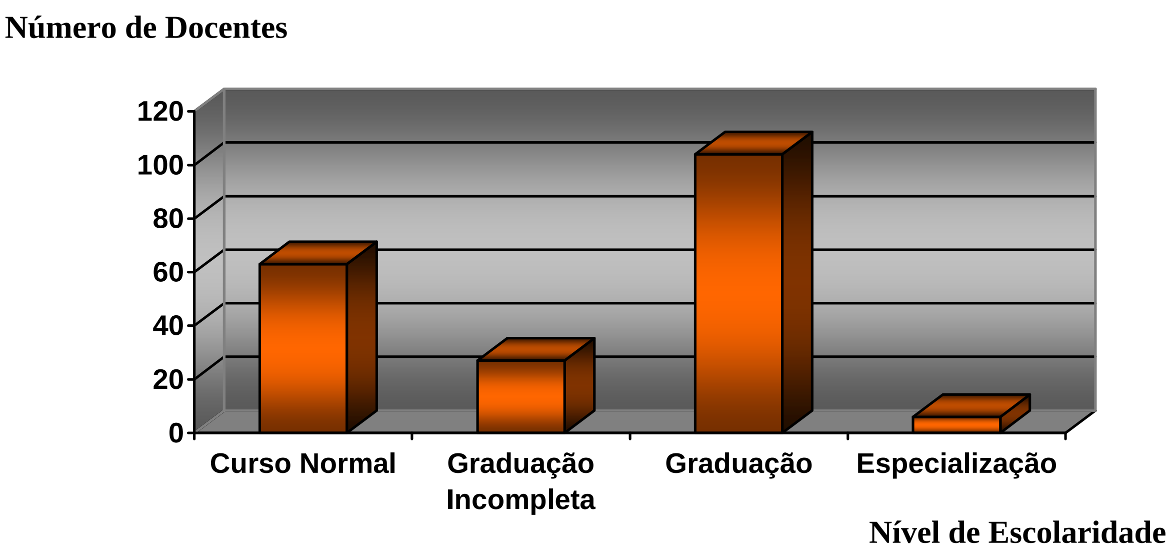
Observou-se que mais de 50% dos professores entrevistados têm experiência profissional acima de 10 anos e estes apresentaram maior resistência em participarem desta pesquisa.

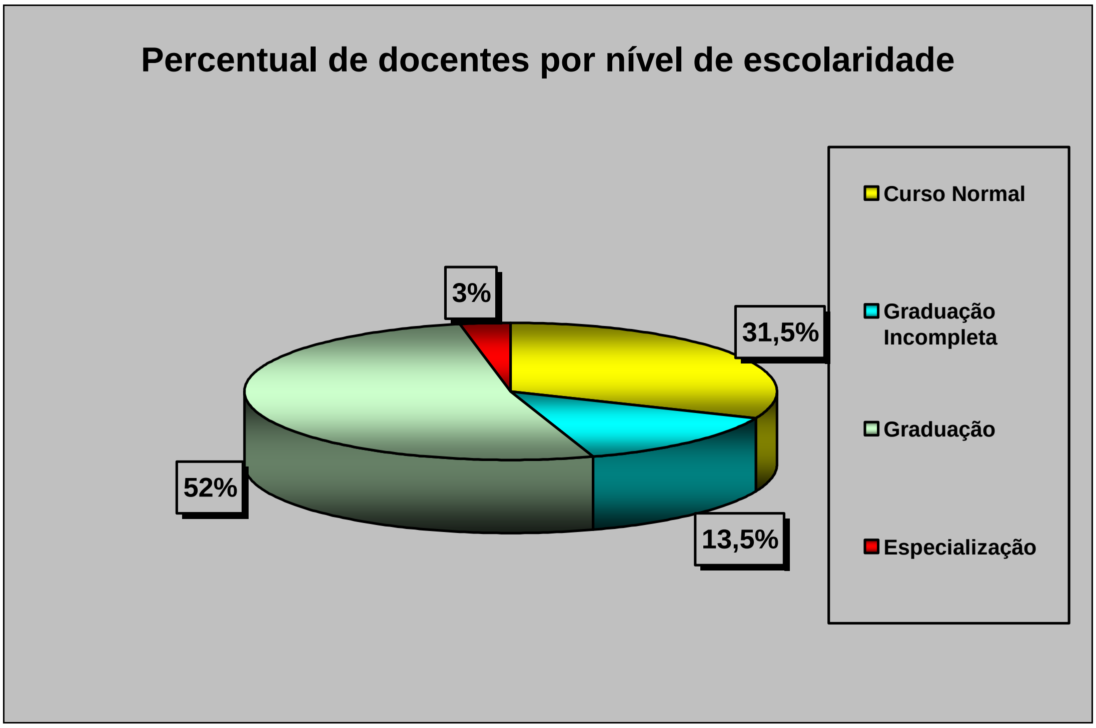




Formação Profissional

Apesar das cobranças e investimentos que o Ministério da Educação e Cultura vem realizando na formação dos professores, encontra-se um percentual alto de professores que ainda possuem apenas o Curso Normal. Nesta amostra, em que mais de 50% dos professores atuam há mais de 10 anos no magistério encontra-se um percentual de 31% que não prosseguiram seus estudos e apenas 3% conseguiram fazer um curso de especialização. Esse dado é significativo dentro do campo educacional, visto que o professor precisa estar em constante atualização e desenvolvimento de sua capacidade intelectual.





5.2 - Análise dos resultados

A análise do número de acertos e erros por parte dos sujeitos investigados mostrou que o índice de erros foi maior que o índice de acertos na maioria dos problemas propostos, ou seja, independente das estratégias utilizadas na resolução dos problemas.

Uma explicação possível para este fato aponta para o próprio conteúdo dos problemas e sua relação direta com a formação do professor das séries iniciais na questão do ensino de matemática. No próprio relato dos professores, 85% deles declararam-se incapazes de ensinar matemática, por não dominarem os conteúdos de modo satisfatório para executar a relação ensino aprendizagem. Vale ressaltar que os problemas propostos exigiam do professor o mínimo de conteúdo para lecionar nas séries iniciais, que se resumem em: operações básicas, conceito de frações e aplicação e noções de espaço e forma.

Considerou-se nesta pesquisa que uma categorização de respostas dos sujeitos em certas ou erradas, do ponto de vista matemático, não tem necessariamente o mesmo valor do ponto de vista cognitivo, isto é, um sucesso matemático não se constitui necessariamente em um sucesso cognitivo. Um indivíduo pode dar uma resposta matematicamente correta, mas não mobilizar, de modo coerente, consistente, as unidades cognitivas específicas do funcionamento de um, entre dois, dos registros que se apresentam.

Muitas vezes obtém-se o resultado algébrico correto sem dominar o conteúdo e nem tão pouco se consegue expressar o pensamento lógico de modo significativo no momento da resolução. Muitos alunos conseguem raciocinar matematicamente, mas não conseguem expressar-se matematicamente. As representações semióticas tornam-se enriquecedoras no "*expressar-se matematicamente*", pois ao mesmo tempo que surgem acompanhadas de vários elementos cognitivos que nos permitem analisar o "pensar" de nossos alunos também permitem avaliar a formação e o domínio de conceitos matemáticos.

Adotou-se nesta pesquisa a caracterização do raciocínio encontrado nas soluções dos sujeitos, com o objetivo de melhor entendimento no aspecto cognitivo. Assim, considerou-se como:

- Raciocínio Formal $\Rightarrow$ O predomínio de cálculos com base somente nas operações aritméticas ou em conceitos relacionados a conteúdos matemáticos, claramente evidenciados pelo contexto de alguns dos problemas propostos.

- Raciocínio Alternativo $\Rightarrow$ Há predomínio da utilização de operações aritméticas acompanhadas de outras estratégias reconhecidas aqui como auxiliares, como por exemplo, o uso de prova real, o uso da regra de três simples, ou do conceito de proporção que apesar de não ficar evidenciado, principalmente no problema 5, pode ser palicado como um dos recursos alternativos na resolução do mesmo.

- Raciocínio Intuitivo $\Rightarrow$ Há predomínio de estratégias pessoais elaboradas pelo sujeito logo após a leitura do problema, estratégias estas que apreendem ou produzem ou evocam imagens das mais diversas possibilidades de resolução possíveis e sem nenhuma estratégia matemática já convencionada ou pré-estabelecida dentro dos conteúdos matemáticos.

Dos problemas que foram aplicados e resolvidos pelos professores obteve-se uma infinidade de representações, porém não caberiam todas nesta pesquisa. Assim, as representações foram escolhidas independente de qualquer variável, a não ser sobre a regularidade dos tipos de soluções apresentadas pelos sujeitos para as mesmas questões e pela riqueza de variáveis no aspecto cognitivo.

Obs. A quantidade de representações escolhidas para cada problema não obedece uma quantidade constante, devido ao fato do número de representações distintas e significativas em cada problema não obedecer uma regularidade. Resolveu-se então escolher uma quantidade de representações distintas para cada problema, que pudesse representar a *grande maioria de raciocínios representados pelos sujeitos.*

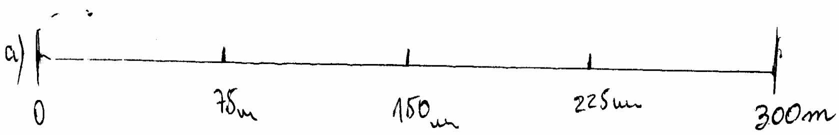
Problema 1:

A distância entre dois postes é de 300 metros . Entre eles serão instalados mais três postes, alinhados com os outros dois, de modo que a distância entre dois postes vizinhos seja sempre a mesma.

a) Faça um desenho ilustrando essa situação.

b) Qual será a distância entre dois postes vizinhos?

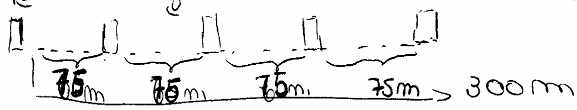
a)



b) 75m.

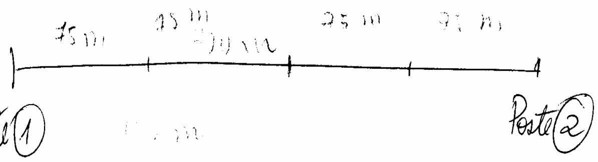
1

$\cancel{300 \mid 5}$ $\quad$ $300 \mid 4 = 75$



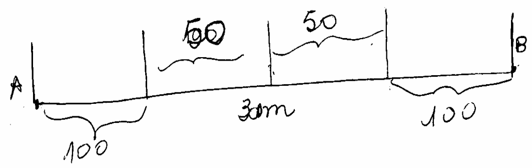
R: 75 metros

1- a)

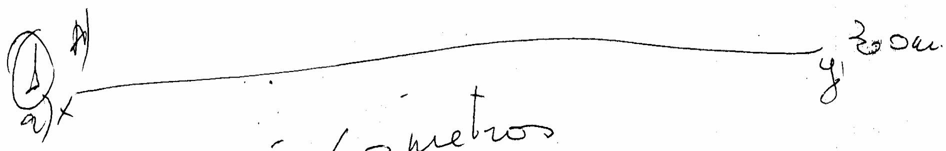


b) 75 metros

1

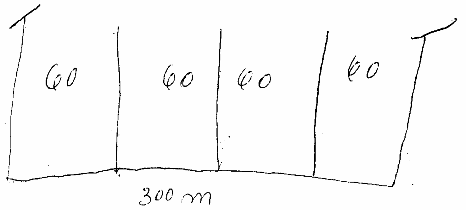


1 A)



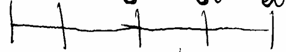
B: 300 ÷ 5 = 60 metros

1



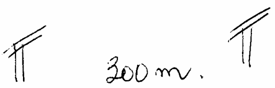
$300 \overline{|5}$ 60 ... 240

1) a) 60 m 60 m 60 m 60 m 60 m



b) A pergunta já me disse que a distância entre os dois postes é de 300 metros. Contudo após dividir os 300 m em 5 pedaços, a distância entre um dos postes inclusos poderá ser de 60m.

1

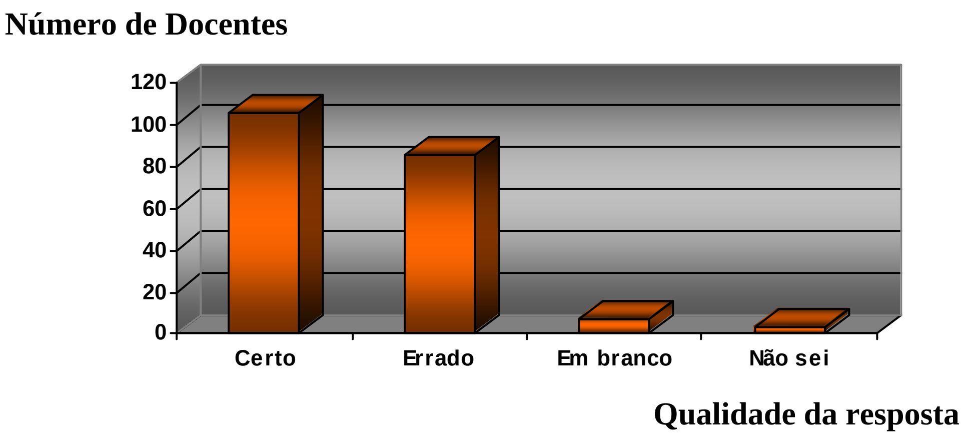


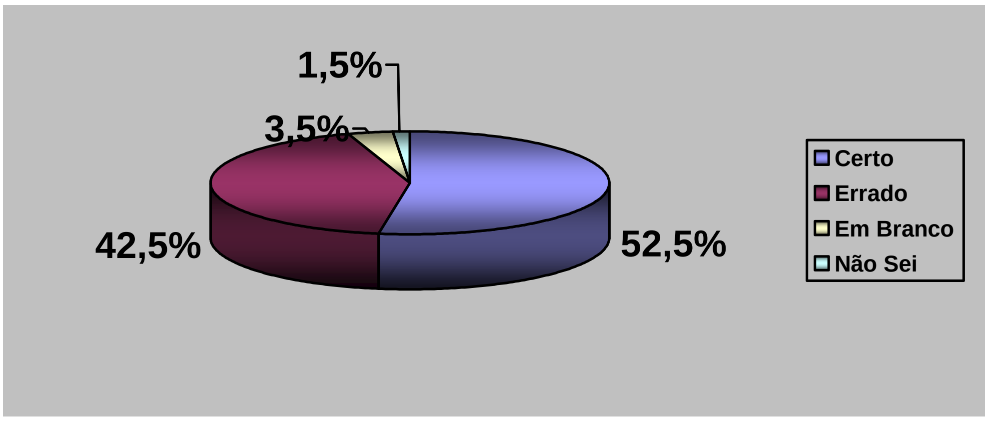
A) -

B) - 300 m.

1 -

+ ou - 40 metros





Neste problema é importante salientar a importância da representação com o objetivo de extrair os dados pertinentes e fornecer uma apreensão global da situação descrita, de tal forma que a conversão do texto (enunciado) para a operação adequada a ser utilizada venha a ser feita de modo natural.

A solução dada ao problema 1 pelos sujeitos 1, 2, 3 no ponto de vista matemático está correta e aponta alguns pontos a serem ressaltados no aspecto cognitivo.

O sujeito 1 não demonstra o raciocínio formal esperado para esta questão, embora tenha como os outros quatro sujeitos selecionados chegado ao resultado correto no ponto de vista matemático. Nessa solução o sujeito marca a posição de cada poste e ao mesmo tempo garante através da soma da constante 75 metros, que ao final obterá os 300 metros, garantindo a exatidão da sua resposta.

O sujeito 2 usa a mesma representação do sujeito 1, porém no seu registro fica clara a importância da representação dos registros multifuncionais interagindo com o registro monofuncional, pois o primeiro cálculo que ele fez encontrava como solução 60 metros, ao fazer uso de seu primeiro registro verificou que 60 metros não totalizaria os 300 metros e observou que o algoritmo da divisão seria usado em função do espaço entre os postes e não em função do número de postes.

O sujeito 3 tem uma representação similar ao sujeito 2, porém de um modo não intencional, ou até mesmo consciente faz uso do conceito de ponto médio e de divisão proporcional.

Segundo o ponto de vista de Duval (1999),para o bom controle, devemos provocar mais de uma variação, de um enunciado a outro, numa análise de variação estrutural. O problema1 provoca essa variação e possibilita o uso de registros multifuncionais (os tratamentos não são algoritmizáveis) e de registros monofuncionais (os tratamentos são principalmente algoritmos), citados na teoria de Duval.

Há, por trás da aplicação de uma regra de codificação para passar de uma representação através do desenho representativo de uma situação, ou de um gráfico para um algoritmo, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos registros. Fato este pouco constatado nas resoluções apresentadas, trazendo em si uma grande preocupação, pois são essas variáveis que nos permitem determinar quais unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos registros.

O sujeito 4 faz uso do raciocínio intuitivo e cria uma situação totalmente desvinculada do contexto para chegar aos 300 metros.

O sujeito 5 não faz uso da representação esperada. Utiliza-se de uma linha e usa as letras “x” e “y”, letras essas muito usadas nas equações e sistemas algébricos. Dentro do contexto da questão uma representação totalmente desconexa e no ponto de vista cognitivo demonstra uma preocupação com codificação.

O sujeito 6 além de usar o algoritmo, faz uso do raciocínio alternativo , constata 240 metros e ainda assim deixa os 60 metros como medida entre os postes.

O sujeito 7 faz uso da mesma representação do sujeito 6, porém faz uso de uma representação discursiva bastante preocupante e significativa, onde demonstra não compreender o enunciado. Faz uso da expressão “contudo” demonstrando que apesar de achar que já foi dada a distância entre os postes ele ainda vai fazer o cálculo. Resolve então dividir por 5, considerando a quantidade dos postes e novamente se desvincula do contexto, pois não observa que o problema refere-se ao espaço entre dois postes vizinhos.

O sujeito 8 compartilha da idéia do sujeito 7 e diferentemente dele, resolve não efetuar nenhum cálculo. Não consegue fazer mudança de registros, embora faça uso da representação do desenho.

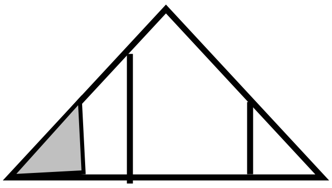
O sujeito 9 faz uma representação descontextualizada e utiliza um valor com a expressão “+ “ou “–“ para expressar a distância entre dois postes. Faz uso de um raciocínio intuitivo.

Observou-se que as representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não tem de forma alguma o mesmo conteúdo.

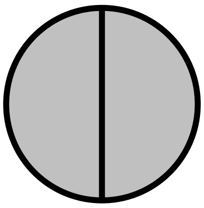
Neste problema ficou claro que muitos fizeram registros e não conseguiram converter num significado. Alguns mostraram falta de entendimento do próprio texto, outros não conseguiram mudar de registro. Acredita-se que se o item a não solicitasse a representação da situação o resultado teria sido pior no ponto de vista matemático e menos significativo no ponto de vista cognitivo.

Problema 2: Quais destas figuras representam fração? Se representar, diga a fração representada. Se não representar, diga porque não representa.

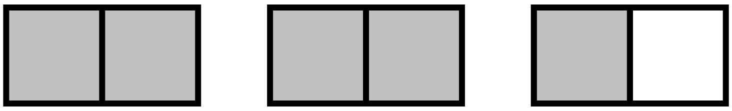
a)



b)



c)



2 a. Não, pois a figura não está ~~representada~~ dividida em partes iguais.

b, Não, pois todo o objeto está representado.

c - $\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$

2

A) As partes não possui o a.

B) Representa um todo e a

C) $2\ 1/2$

2 a) Não representa, pois não é uma divisão exata.

b) $\frac{2}{2}$ ou 1 inteiro c) $\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$

(2) a) Não representa, pois os tamanhos não são iguais

b) Sim, representa um inteiro ou $\frac{2}{2}$.

c) Sim, representa dois inteiros e $\frac{1}{2}$.

---

(2) - B - $\frac{2}{2}$ - C $\frac{5}{6}$

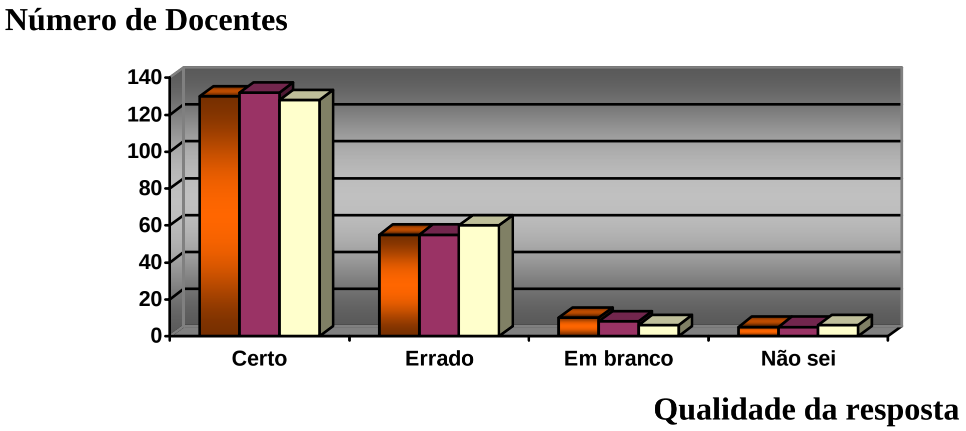
---

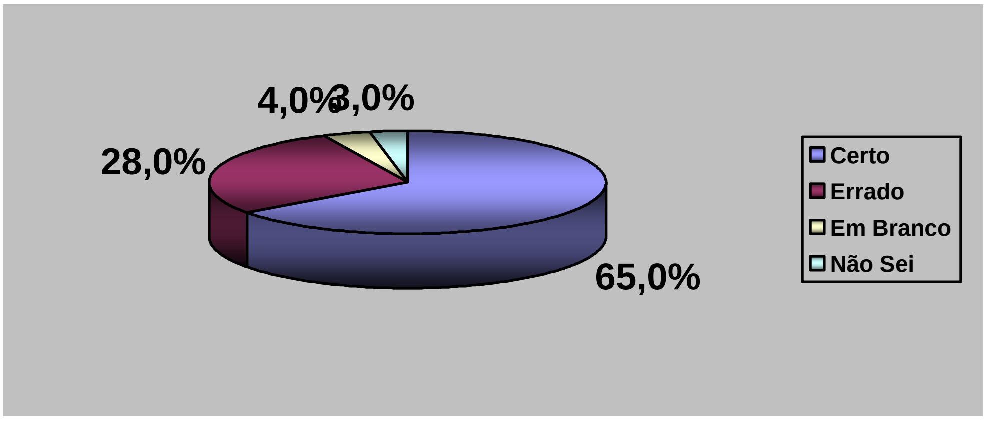
(2) - b e c - b = $\frac{2}{2}$ c). $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{2}$

$\frac{1}{2}$

(2) a b c

a) $\frac{1}{4}$ b) um inteiro c) 2 inteiros e um meio.





O processo de conceito de número racional e em particular o estudo das frações,é alvo de várias pesquisas em educação matemática. Desenvolveu-se vários estudos com o uso de softwares com o objetivo de diminuir os prejuízos encontrados no conceito de fração.

Este problema aplicado tem o objetivo de detectar a compreensão por parte dos professores do conceito de fração. Ao mesmo tempo analisará através de suas representações obtidas, o ponto de vista cognitivo e as implicações que podem ocorrer na questão ensino aprendizagem pela ausência de um conceito bem formado.

Essa questão obteve no geral dos itens uma média de 65% de acertos. Nas representações e respostas consideradas erradas ficaram evidenciados alguns pontos significativos:

- - no item “a” a maioria das respostas erradas apontaram a representação da fração um quarto, mostrando não dominar o conceito.

- a grande maioria não considera o todo como uma representação fracionária, pois no item “b” poucos professores representaram como 1 inteiro . A maioria associou a representação de dois meios. Alguns chegaram até a mencionar a seguinte afirmação “representa um todo e não uma fração”. No ponto de vista cognitivo evidencia-se o desconhecimento das relações entre os conjuntos numéricos em que todo número inteiro é racional e um desconhecimento de que o inteiro, o todo, pode ser representado em forma de fração.

Um dos motivos que vale a pena ressaltar, que talvez esclareça a confusão existente no ensino e na aprendizagem de fração deva-se a própria definição encontrada na maioria dos livros didáticos na própria origem das frações, pois a palavra “fração “ vem do latim *fractione* e quer dizer dividir, rasgar. Fração no dicionário também se encontra como “parte de um todo”. Embora não caiba nessa pesquisa entrar no ponto de vista filosófico da definição, fica o questionamento sobre parte do todo e o todo. O próprio surgimento dos números fracionários foi devido a necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, a necessidade de se repartir a unidade de medida.

- no item c a maioria dos professores embora tenham respondido corretamente, fizeram uso apenas da representação através do número misto, evidenciando um desconhecimento ou até uma falta de associação com a representação através de uma fração imprópria.

As frações são ricas na existência de registro de representação semiótica, pois podem ser representadas pelos três tipos de representações apontadas por Duval: no registro simbólico – numérico (fracionário e decimal) ou algébrico; no figural (representação de partes de grandezas discretas ou contínuas); e evidentemente, no registro da língua natural.

Ficou evidenciada na análise dessa questão a dificuldade dos sujeitos em fazer a diferenciação entre o objeto representado e seus registros de representação semiótica. Fato este bastante reforçado pelos sujeitos que não conseguiram associar dois inteiros ao número 1, ou ainda associar a representação de uma fração imprópria pelo número misto respectivo.

Questão 3: Bruno joga duas partidas de bolinhas de gude. Joga numa primeira e depois numa segunda. Na segunda partida, ele perde 7 bolinhas. Depois dessas partidas, ganhou 3 bolinhas. O que aconteceu na primeira partida?

Este problema foi o mais complicado, tanto para ser resolvido pelos sujeitos quanto na decisão em colocá-lo ou retirá-lo deste trabalho. Pensou-se muito sobre o assunto e decidiu-se colocá-lo, sem, no entanto, deixar de relatar os comentários significativos coletados no momento da resolução por parte de alguns professores investigados. Vale ressaltar que este problema faz parte de um dos problemas aplicados em uma das pesquisas de Vergnauld e Durand (1976) a alunos de cinco níveis, com faixa etária de 6-7 anos a 10-11 anos e também de um trabalho de Regina Damm, fundamentada na teoria de Duval(2003) sobre problemas aditivos. Resolveu-se nesta pesquisa, no entanto, pegar um dos doze problemas e aplicá-lo não a alunos, mas a docentes.

Este problema tem em particular uma situação, em que os verbos portadores de informação numérica são relacionados aos números e não mais à adição ou à subtração. Por esse motivo, resolveu-se aplicar este problema, pois na maioria dos problemas matemáticos trabalhados em salas de aula, o valor dos verbos semânticos ganhar está associado a “+” e perder a “-“.

3 Ele não perdeu e tb. não ganhou.

3 1º: 3 ? $\quad$ 3 $\quad$ $\square - 7 = 3$

2º −7 $\quad$ $\frac{3 + 7}{10}$ $\quad$ $7 + 3 = 10$

R: Bruno tinha 10 bolinhas

3 Não entendi. Acho que no mínimo 8 bolas de gude.

3 $x - 7 = x + \cancel{7} + 3$

$2x + 3 + x - 7$

$3x$

3) 2 partidas

1ª partida

2ª partida: -7 $x-7$

3ª part $= +3$ $(x-7)+3$

$x +$

---

3 O valor da 1ª partida x

2º $x-7$

3º $x+3$ Resolução $x-7+x+3=$

$2x = 7-3 = 4$

$x = \frac{4}{2} = 2$

---

3 $\left.\begin{matrix} x \\ x-7 \end{matrix}\right\}$

$\cancel{x+x-7=x+3}$

$\cancel{2x-7=x+3}$

$\cancel{x=3+7}$

$\cancel{x=10}$

x começou

y FIM 1ª PART.

$y-7$ FIM 2ª PART.

$x+3$ IDEM

$x = 10+y$

$\boxed{y = x-10}$

$y-7 = x+3$

$x-y = 10$

$10+y+3$

$y+13$

1ª → $x+7$

2ª → $x+10$

---

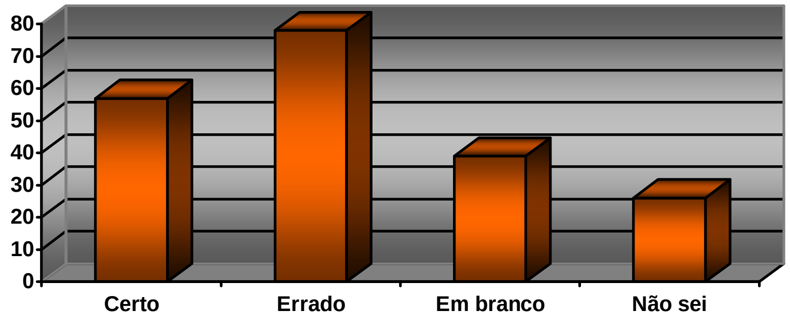
3 $x-7=+3$ ~~113~~

$x = 7+3$

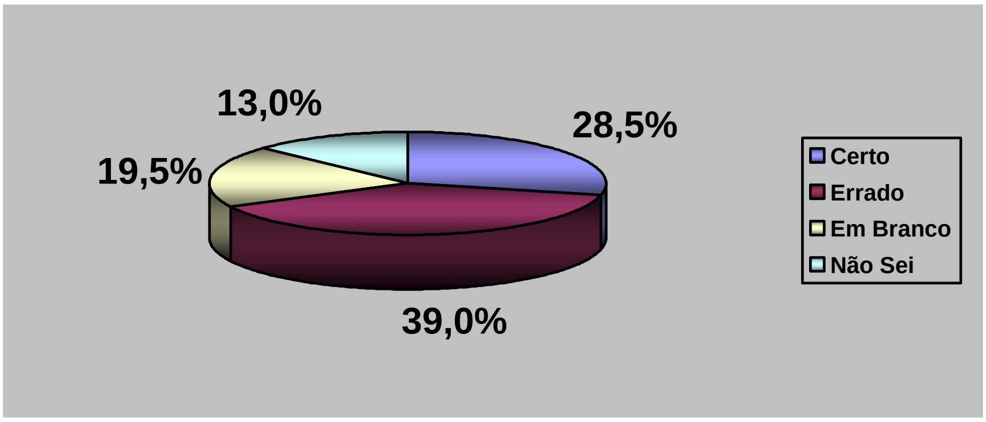
$x = 10$

Ganhou 10 bolinhas.

Número de Docentes



Qualidade da resposta



Na análise das respostas, a grande maioria dos professores quando interrogados sobre este problema alegaram não compreender o enunciado. Observe o comentário deste professor A:" *Por favor, ajude alguém que não é matemático. Porque meu primeiro impulso é responder: na primeira partida aconteceu um jogo. Da maneira como está enunciada, a pergunta é clara. Nada indica que se está fazendo uma pergunta cuja resposta seja uma totalidade numérica. Estou errada?"*

"Bruno joga duas partidas de bolinhas de gude. Joga numa primeira e depois numa segunda. Na segunda partida, ele perde 7 bolinhas. Depois dessas partidas, ganhou 3 bolinhas. O que aconteceu na primeira partida?"

Se a palavra "depois" for traduzida como "ao final das duas partidas", e se os números citados indicarem totalidade, então posso dizer que o Bruno teria ganho 10 bolinhas na primeira partida, perdeu 7 na segunda e depois das duas, ficou com 3 bolinhas. Mas... quem me garante se o Bruno não ganhou, por exemplo, 50 bolinhas na primeira?

A resposta é 10 mesmo, pois se ele tivesse ganhado 50 na primeira partida, como ficaria com três ao perder 7 na segunda?

O que se pode analisar é porque uma questão tão óbvia do ponto de vista matemático gera tamanho desconforto. Há um mito em torno da matemática que faz com que o educando se distancie dela a priori. Isso ocorre na sala de aula com as crianças.

Para alguns professores a questão não estava bem formulada ou esperava-se num contexto matemático que quem a lesse percebesse a pergunta e que fosse dada uma resposta esperada e não se conformavam em uma resposta única,ou seja, 10 bolinhas.

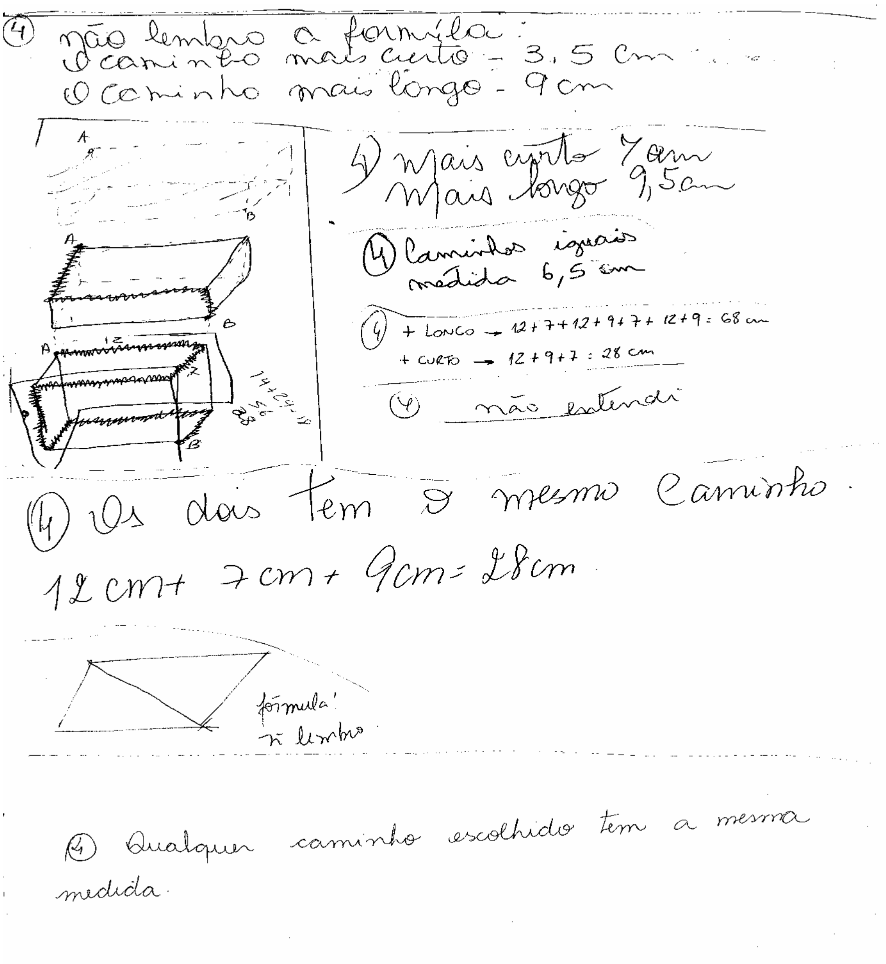
Há quem defenda pertinente para esta questão que o enunciado não é claro. Argumentam dizendo que se levar ao pé da letra a expressão “*Depois dessas partidas, ganhou três bolinhas”* a resposta dada é que nada podemos afirmar sobre as partidas que jogou, pois ganhou as três bolinhas depois das mesmas, ou seja , independente do que tenha acontecido nas partidas, poderia-se afirmar que após as mesmas, um colega lhe deu as três bolinhas.

Uma solução encontrada nas pesquisas de Regina Damm aplicadas a alunos da 3ª série do ensino fundamental de uma escola de São Paulo para resolução deste tipo de problema foi a familiarização com a adição de inteiros e a resolução de equação do tipo $a + x = b$ ou $x + a = b$, com a e b inteiros. A hipótese era de que a taxa de desempenho significativamente aumentasse e no decorrer dos testes aplicados, essa hipótese foi confirmada não com resultados definitivos, mas com indícios apontando para este caminho como solução. Esse pode ser um caminho que também alcance ao professor do ensino básico das séries iniciais, um novo contato com a adição de inteiros e a resolução de equação do tipo $a + x = b$ ou $x + a = b$. No relato dos professores ficou muito clara a associação da adição apenas em problemas com formas verbais padronizadas em que exista uma correspondência direta e espontânea entre o sentido do verbo e a operação, como por exemplo: “ganhei (+)”, “perdi(-)”. Esse fato mostra que a origem da dificuldade da resolução de problemas está diretamente ligada ao enunciado, a linguagem matemática, a estrutura do contexto e na compreensão das relações de ordem temporal de uma informação numérica.

Questão 4 : Uma formiguinha passeando pelas arestas do bloco abaixo , vai do vértice A até o vértice B (passando uma só vez pelo mesmo lugar).

a) Quantos centímetros têm o caminho mais curto?

b) Quantos centímetros têm o caminho mais longo?

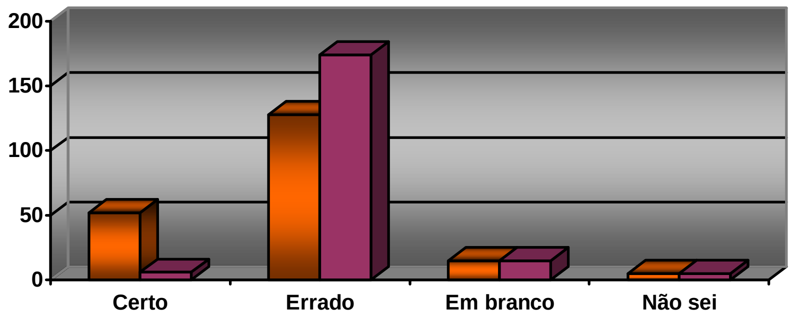


Nesta questão enfatizou-se o item espaço e forma que é ressaltado nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os itens a e b servem para mostrar um desconhecimento geométrico da própria figura e da noção de espaço. Alguns sujeitos estavam em busca de fórmulas matemáticas para resolverem a questão, outros não conseguiram encontrar a diferença entre o espaço mais curto e o mais longo.

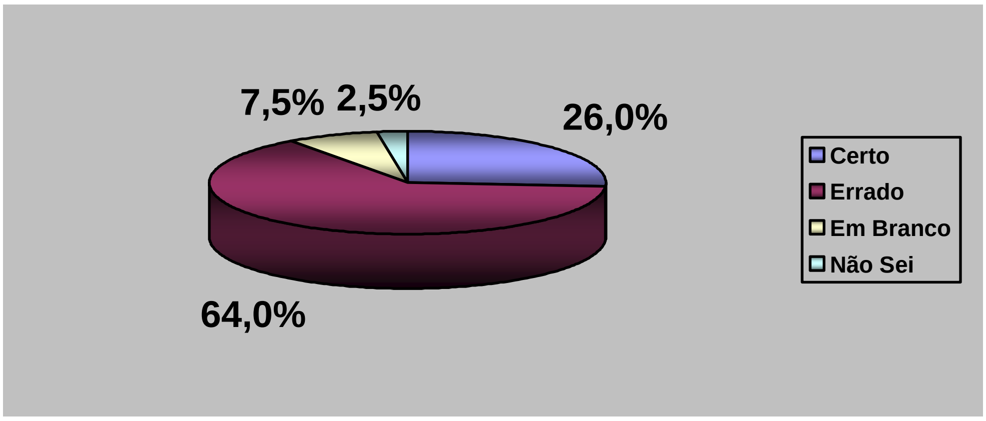
Houve a argumentação do desconhecimento da figura e a maioria durante a pesquisa referia-se a mesma como um retângulo, fato que não justifica o erro. Evidencia-se um desconhecimento entre figuras da geometria plana e da geometria espacial. Não há noção de espaço e forma por 87% dos sujeitos investigados.

Número de Docentes

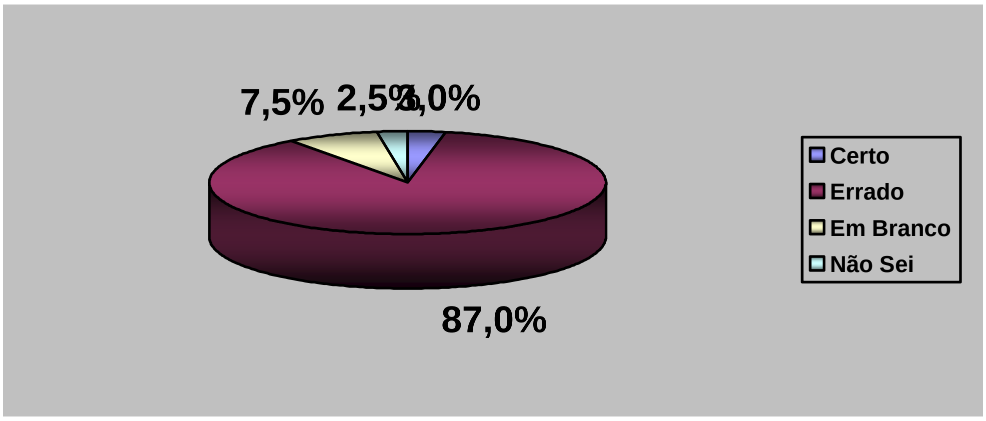


Qualidade da resposta

Item A



Item B



Questão 5: Uma garrafa contém 2/5 de litro de suco. Quantas dessas garrafas são necessárias para se ter 4 litros de suco?

Elabore uma estratégia para a resolução desse problema.

4)
$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$

$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$

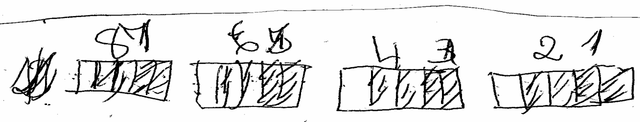
$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$

$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$

10 garrafas

---

5)



Serão necessárias 10 garrafas.
Desenhar quatro vezes a quantidade de 5 inteiros e depois marcar $\frac{2}{5}$ de 1L várias vezes até chegar 4 litros

---

10 garrafas.

$\frac{2}{5}$ de 1 l = 400 ml

1 l = 1.000 ml
4 l = 4.000 ml

1 — 400
x — 4.000
400x = 4.000

$x = \frac{4000}{400} = 10$ garrafas

---

5) 4 l = 4.000 ml

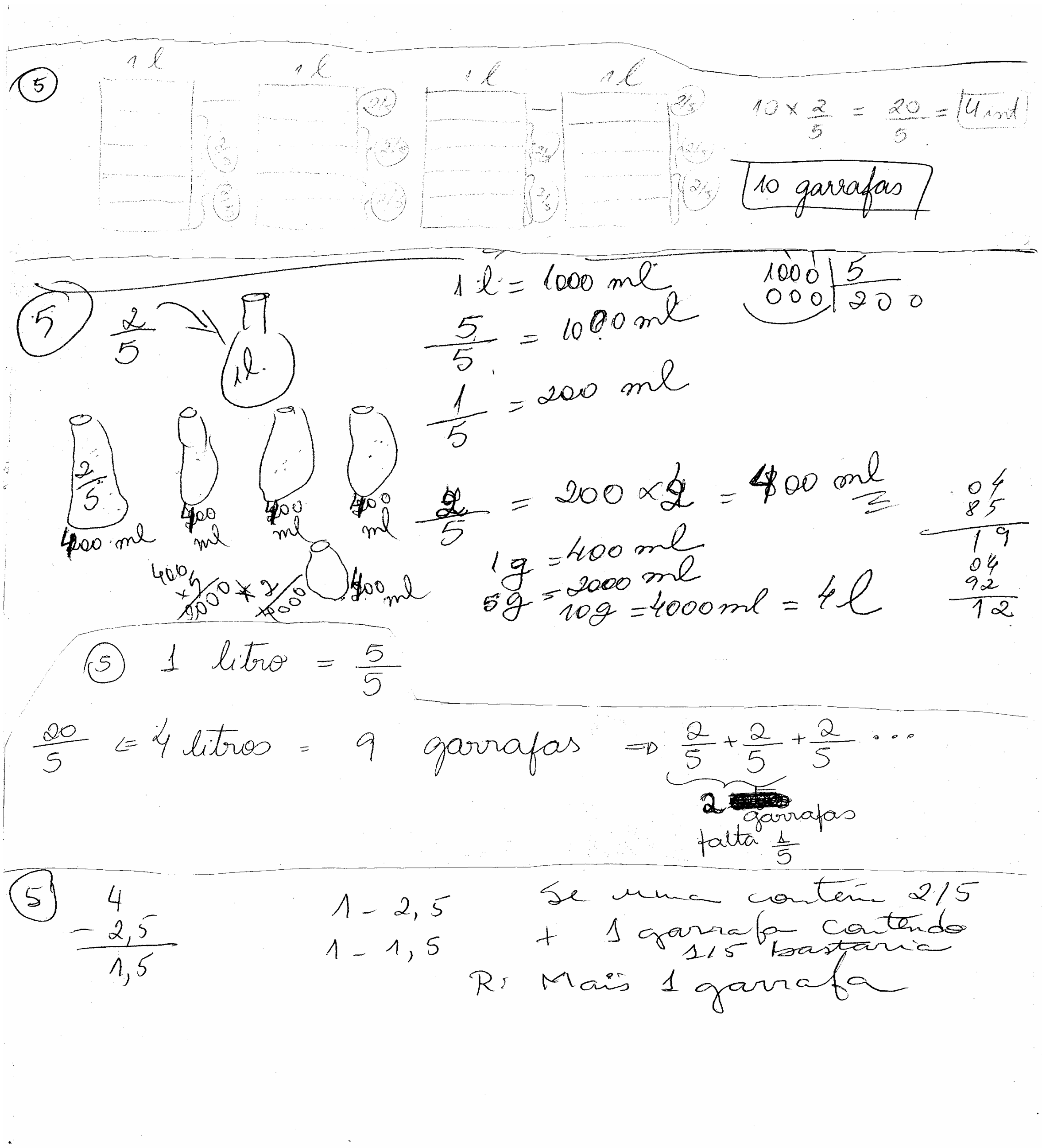
1º) 1 l — 1000 ml
4l — x ml

x = 4000 ml

2º) $\frac{2}{5} \times 1.000 = \frac{2.000}{5} = 400$ ml

Em cada garrafa há 400 ml.
Para obter 4000 ml, ou 4 l, serão necessárias 10 garrafas.

3º) 4.000 | 400
0   10



Segundo R. Duval(1999) o número racional quando é introduzido no ensino fundamental, aparece representado por três registros de representações:

- registro simbólico – numérico (fracionário e decimal) ou algébrico

-registro figural – representação de partes de grandezas discretas e contínuas

-registro da língua natural

Segundo Duval o ideal é que faça-se uso de mais de um registro de modo adequado e este problema aplicado ressalta nas estratégias demonstradas para solucioná-lo uma dificuldade pela maioria dos sujeitos investigados em utilizarem mais de um registro.

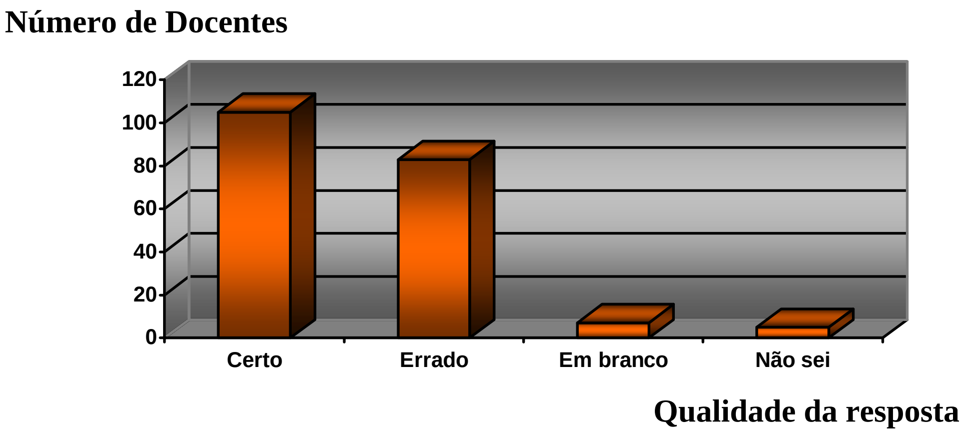
Observou-se a solução dada pelos sujeitos 1 e 2. Ambos encontram 10 garrafas, porém o sujeito 1 faz uso do registro numérico buscando completar o inteiro (1 litro). Vale ressaltar que mesmo depois que ele encontra 1 litro, 2 litros,... continua repetindo o processo de completar. Fica uma dúvida se ele encontraria a solução para se ter 100 litros, por exemplo. Ele poderia chegar a uma formalização de um raciocínio , ou a utilização de um outro registro a partir do próprio registro escolhido inicialmente, mas isso não acontece. O sujeito B escolhe o registro figural, mas cognitivamente pensa como o sujeito 1.

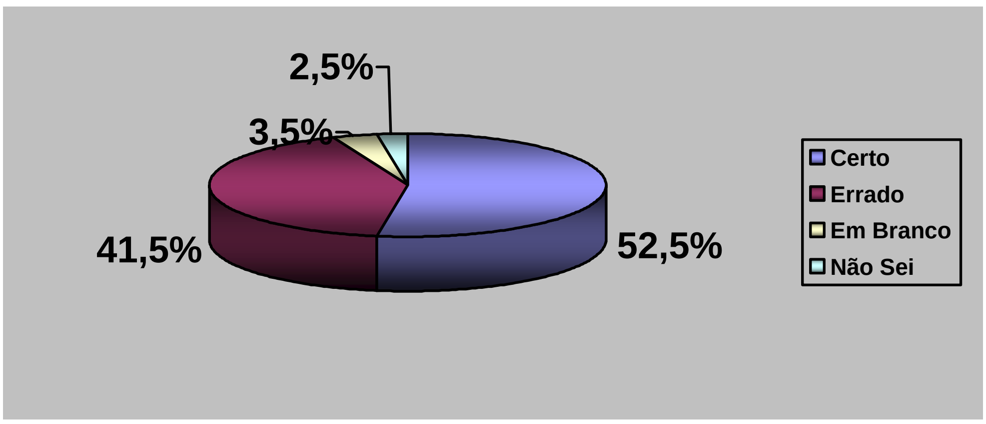
Os sujeitos 3 e 4 também encontram no ponto de vista matemático a mesma resposta que os sujeitos 1 e 2, porém observou-se uma riqueza maior no ponto de vista cognitivo, um domínio maior algébrico , conhecimento e utilização adequada de outros conceitos matemáticos além do domínio das frações, na resolução do problema como pode-se citar : medidas de capacidade, transformação de unidades de capacidade, proporção e equação do 1º grau.

O Sujeito 5 faz uso do registro figural e faz uso do registro simbólico. Nessa representação a operação que ele efetua da multiplicação é apoiada no registro figural.

Os sujeitos 6 e 7 conseguem perceber que em uma garrafa cabem 400 ml , mas confundem-se com a relação entre as partes e o todo e não conseguem expandir o raciocínio generalizando para 4 litros e associando a 10 garrafas.

A representação feita pelo sujeito 8 é bastante preocupante no ponto de vista cognitivo, pois ele converte o registro de representação fracionário para o registro decimal, mostrando não atribuir o significado de divisão ao traço de fração. Utiliza o traço de fração como se fosse a vírgula do número decimal. Implica numa não coordenação de registros e ressalta-se para essa análise, o traço de fração associado à operação de divisão como unidade pertinente de significado, para mostrar que sua utilização de modo incorreto indica um grande problema no ponto de vista cognitivo. As conversões são as mudanças de registros mais eficazes para a aquisição de um conceito, sendo assim esse sujeito não tem formado o conceito que envolve as frações e suas conversões.





Capítulo VI

Proposta de Curso de Capacitação

I - Identificação do Projeto

“UM NOVO OLHAR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS”

1- Órgão responsável:

E/DGED/ DEF- Projeto Ensino Fundamental

2- Justificativa

Na educação básica tem-se notado que os conceitos de matemática estão se resumindo em resoluções algébricas e aplicação de métodos de resoluções com utilização de fórmulas, caracterizando, portanto, uma aprendizagem mecânica e sem significado concreto.

Vale ressaltar que para Hartwig (2002) toda aprendizagem depende de conhecimentos anteriores e é importante que as novas informações sejam incorporadas ao conhecimento já existente. Quando isto ocorre, forma-se uma rede de conhecimentos em que a linguagem matemática surge como importante instrumento na compreensão da ciência. Assim é que para Ausubel, “*aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo“.* Caso contrário ocorre a aprendizagem mecânica em que “*a nova informação é armazenada de maneira arbitrária “* (Apud Moreira e Masini, 1982:7-9).

Em suma, a matemática tem papel fundamental nos conhecimentos físicos e químicos e no cotidiano de cada indivíduo, mas deve ser considerada como ferramenta no aprendizado das ciências, pois ela, por si mesma, suprime, às vezes, os conceitos da física e da química, podendo transformar tais conceitos em apenas relações matemáticas, eximindo as idéias contidas no fenômeno. Pode-se citar o conteúdo de funções como exemplo deste fato, pois ao ser ensinado isoladamente sem fazer nenhuma ligação com outra disciplina, como por exemplo a física, fica totalmente sem sentido, descontextualizado. Esse fato fica bem nítido quando o aluno não consegue perceber que a função do primeiro grau é a mesma usada no movimento uniforme e que foi aplicada a uma situação. Em matemática, como nas demais disciplinas, não há dúvida sobre a importância do aluno interpretar corretamente as situações propostas, com significado prático e identificando as operações envolvidas para que o raciocínio lógico seja desenvolvido. Por este motivo, é essencial, do ponto de vista do delineamento de práticas de ensino, que o professor procure contextualizar as situações-problema, nas quais se solicita a análise por parte do professor e do aluno, deixando por último a etapa de resolução das operações, cujo resultado fica bastante comprometido. O aluno não consegue organizar seus conhecimentos de modo lógico e como conseqüência, muito menos a concepção do conceito matemático. Essas resoluções e compreensão das situações matemáticas são comprometidas com problema da linguagem propriamente matemática, da linguagem e compreensão do próprio texto em que está inserida a situação problema.

Em recente pesquisa desenvolvida junto à rede constataram-se dificuldades apresentadas por professores que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental no ensino da matemática e em particular, na resolução de problemas e sua implicações na relação ensino aprendizagem. A partir da análise feita e do próprio discurso dos professores, aponta-se a necessidade de um curso de complementação na parte pedagógica no que diz respeito ao ensino da matemática. Partindo da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval pretende-se analisar o funcionamento cognitivo e a partir daí contribuir para solucionar dificuldades encontradas na educação matemática e no ensino e aprendizagem da mesma.

"É fundamental, portanto, que cada professor tenha a possibilidade de refletir sobre suas convicções e desejos, relacionando-os à sua prática escolar". (Multieducação pág: 93).

Já há algum tempo a Secretaria Municipal de Educação vem demonstrando seu compromisso com a formação permanente.

Os projetos de capacitação de professores que vêm sendo desenvolvidos, inclusive, destacam uma valorização e incentivo a participação dos professores que se sobressai no âmbito de experiências de outras redes de ensino.

Considerando a necessidade de aprimorar, constantemente, a qualidade da formação continuada dos professores do ensino fundamental nas séries iniciais, em particular dos que atuam na 3ª e 4ª série do ensino fundamental é que se resolveu investir neste projeto.

3 - Objetivos:

A) Geral :

- ✓ Este curso visa ampliar os conhecimentos matemáticos dos professores das séries iniciais através das representações semióticas na resolução de problemas.

B) Específicos:

- ✓ Aprofundar as discussões sobre as dificuldades encontradas pelos professores no ensino e aprendizagem da Matemática.

- ✓ Discutir diferentes concepções de formação, visando a opção e à construção de uma prática coerente e fundamentada em pressupostos claramente definidos.

- ✓ Repensar a matemática de forma mais significativa, que respeita as estratégias cognitivas de cada um, mas que ao mesmo tempo requer um preparo para execução da mesma.

- ✓ Enfatizar as representações e a coordenação entre os registros de representações semióticas. Acreditando-se que os mesmos apontam um novo caminho para o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular a resolução de problemas, o poder de argumentação e o domínio de conceitos matemáticos.

- ✓ Tentar mostrar como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, pode fornecer um referencial estruturado de análise do funcionamento cognitivo e a partir daí contribuir para solucionar as dificuldades encontradas na educação matemática e na aprendizagem da mesma.

- ✓ Estudar diferentes formas de pensamento no momento da resolução de um problema e a partir daí estabelecer conceitos e argumentos matemáticos.

- ✓ Utilizar as novas tecnologias como ferramenta na compreensão de conceitos matemáticos resolução de problemas.

4- Público-alvo:

Serão capacitados/atualizados 40 (quarenta) professores das séries iniciais da 3ª CRE a nível experimental. De acordo com o resultado obtido e do interesse da Secretaria Municipal acredita-se que este projeto será estendido as demais Coordenadorias.

.

5 - Período de realização:

De 01/04/06 até 30/11/06

6 - Local de realização:

Pólo de Matemática da CRE.

II- Ações:

Módulos - Serão 3 (três) módulos, de 16 horas para o primeiro, 24 horas para o segundo e 28 horas para o terceiro, que acontecerão ao longo de encontros quinzenais de 4 horas aula, num total de 68 horas.

DATA	HORA	LOCAL	TEMAS
Abril / Maio	8h às 12h 13 às 17h		As operações fundamentais e a resolução de problemas
Junho / Julho /	8h às 12h		O conceito de

Agosto	13 às 17h		frações e sua aplicação na resolução de problemas
Setembro / Outubro/ Novembro	8h às 12h 13 às 17h		Introdução ao estudo da geometria através de problemas formação

III – Tópicos de cada módulo:

Módulo I – As operações fundamentais e a resolução de problemas.

- As operações fundamentais e suas propriedades sendo abordadas na resolução dos problemas através das representações semióticas.

Módulo II – O conceito de frações e sua aplicação na resolução de problemas

- O conceito intuitivo de frações, formalização de conceitos e operações com frações através de situações-problema utilizando as representações semióticas.

Módulo III – Introdução ao estudo da geometria através de problemas

- Desenvolver a noção de espaço e forma. Identificar as figuras geométricas e suas propriedades através de problemas utilizando as representações semióticas.

IV - Etapas no desenvolvimento dos módulos

-Formar grupos de discussão - entregar uma atividade proposta dos módulos.

Enfatizar que, aprender muitas vezes é um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de outras pessoas. É necessário que o docente vivencie essa prática e perceba que o processo cooperativo é necessário na aprendizagem.

- Analisar o papel do docente

Dentro deste trabalho, o papel do docente muda para discente no sentido de que o mesmo deverá desenvolver a prática da observação, reformular conceitos, desenvolver mecanismos mentais e semióticos no momento da resolução dos problemas. Os professores vivenciarão na prática o que os alunos normalmente sentem no momento da resolução de um problema matemático e discutirão os possíveis pontos que os professores esperam dos alunos diante das questões matemáticas.

- Discutir os resultados na lousa

Com os problemas resolvidos pelos grupos dos professores, o professor capacitador irá anotar na lousa os resultados e as representações obtidas pelos diferentes grupos. Anotará os resultados certos, errados e aqueles feitos por diferentes caminhos. Este será o momento mais rico no processo da aprendizagem, pois as questões serão analisadas no ponto de vista cognitivo e epistemológico e não apenas no conceito de certo ou errado do ponto de vista matemático.

- Plenária

Todos os alunos, de todos os grupos se reunirão para uma discussão plena, com o objetivo de que suas dúvidas e certezas sejam expostas e colaborem no processo da aprendizagem e na formação de conceitos.

-Análise dos resultados

Os pontos que forem relevantes no momento da plenária serão novamente trabalhados e discutidos de modo que ninguém prossiga para outra atividade com dúvidas ou com conceitos mal formulados.

- Buscar o “consenso matemático”.

A partir da análise feita, com devida retirada das dúvidas, buscar-se-á um consenso sobre o resultado pretendido.

-- Formalização dos conceitos e conteúdos

Realizar-se-á ao final de cada atividade uma síntese com o objetivo de formalizar conceitos, observar regularidades matemáticas a partir das atividades que foram propostas e discutidas. Esse momento será bastante oportuno para registrar os conteúdos novos matemáticos que serão construídos, usando terminologias e notações próprias do assunto abordado.

Em conclusão, espera-se que este projeto alcance os docentes e que o impacto das abordagens pedagógicas reflitam-se num trecho de George Polya (universidade de Stanford, 1º de agosto de 1944):

> *Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desfiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades*

inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Conclusão

A presente pesquisa teve como motivação principal identificar as dificuldades mostradas por professores que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental no ensino da matemática e em particular, na resolução de problemas e suas implicações na relação ensino e aprendizagem.

As representações semióticas obtidas dos professores investigados serviram de base para confirmar as seguintes hipóteses: a má formação de conceitos matemáticos, a falta de domínio algébrico, dificuldade nas mudanças de registros de representação e na própria linguagem matemática.

A maioria dos professores no momento da entrevista relatava que nos cursos de formação para habilitação do magistério das séries iniciais não recebiam uma formação que fosse satisfatória para lecionar matemática. Reclamavam da disciplina Didática da Matemática no sentido de que deveriam ter mais conteúdos matemáticos e uma carga horária maior. Esse fato vem explicar, ou justificar, os baixos resultados apresentados no Sistema de Avaliação da Educação Básica e confirma a necessidade de uma constante avaliação do corpo docente a nível de formação e capacitação constante.

A riqueza que as representações semióticas trouxeram só serve para confirmar o que está sendo abordado. Enfatizou-se as representações e a coordenação entre os registros, observando-se que os mesmos apontam um novo caminho para o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular a resolução de problemas, o poder de argumentação e o domínio de conceitos matemáticos. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de R. Duval, fornece um referencial estruturado de análise do funcionamento cognitivo e contribui para solucionar as dificuldades encontradas na educação matemática e a aprendizagem da mesma.

Ao mesmo tempo é uma oportunidade de repensar a matemática mais significativa, que respeita as estratégias cognitivas de cada um, mas que ao mesmo tempo requer um preparo para execução da mesma. Conseqüentemente, o currículo das licenciaturas e dos Cursos de Pedagogia na Formação dos Professores no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da matemática, no entender tanto dos entrevistados quanto do resultado apresentado nesta pesquisa, deve ser revisto.

De modo geral os resultados obtidos e análises feitas das questões tanto no ponto de vista matemático como no ponto de vista cognitivo, induz a um questionamento sobre o ensino produzido em sala de aula, o desenvolvimento das habilidades e competências e o cumprimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o ensino e aprendizagem da Matemática. Não se pode deixar de assinalar que o percentual de respostas erradas é significativo e as estratégias cognitivas para resolução dos problemas não são empregadas corretamente e muitas vezes não compatíveis com a formação e nem com o tempo de experiência em sala de aula.

Este trabalho terá continuidade através de uma outra investigação, com mais amplitude, sobre as questões das representações semióticas e os aspectos cognitivos, enfocando mais especificamente professores com formação em Matemática.

Que nasça um novo olhar e que se possa ler o que está nas entre linhas no momento de julgar o que está certo ou errado. Na representação de uma solução de um problema matemático muitas vezes há um grito de socorro, ou seja, ao analisar a resolução de um problema, o professor tem a chance de avaliar os erros e analisá-los do ponto de vista cognitivo e não apenas matemático.

A partir das análises feitas através das representações semióticas e da própria fala dos professores, aponta-se a necessidade de cursos de complementação na parte pedagógica.

Como conseqüência do presente trabalho, apresenta-se um projeto que será encaminhado a Secretaria Municipal de Educação, por solicitação da mesma, no que diz respeito ao ensino da Matemática, principalmente na resolução de problemas e na parte de formação de conceitos. Este projeto deverá ser desenvolvido junto à rede municipal com o objetivo de contribuir na formação do professor das séries iniciais e sua prática pedagógica, dando-lhe subsídios para melhor desempenhar suas atividades no ensino da Matemática e apontar o uso de softwares matemáticos como ferramenta que pode contribuir na aquisição de conhecimentos e no desenvolvimento de atividades junto aos alunos.

Referências Bibliográficas

Almouloud, S. A. Manrique, A. L.; Queiroz, C. C. de; Campos, T. M. M. *"Uma caracterização dos professores de Matemática de 5ª a 8ª séries da rede pública de São Paulo"*. In: 21ª Reunião Anual da ANPED (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação). Caxambú. 1ª reunião anual da ANPED, São Paulo, 1998.

Alves, R. Sobre moluscos, conchas e beleza. In: Folha de São Paulo. Opinião, 31 mar 2002. p.A3

Araújo, Elizabeth. Influências das habilidades e das atitudes em relação a matemática e a escola profissional – Tese de Doutorado – FE – Unicamp : Campinas/SP, 1999.

Arendt, Hanna. A condição humana. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2001.

Bardin, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977.

Biazzi, Leci Maria Camin. Erros e dificuldades na aprendizagem de álgebra. Dissertação de Mestrado. FACIPAL: Palmas/PR, 2003.

Bicudo, Maria. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Editora Unesp, 1999.

Bogdan, Robert & Biklen, Sari. Investigação qualitativa em educação uma introdução à teoria e aos métodos. Coleção Ciências da Educação, n° 12. Portugal: Porto, 2000.

Boll, M. As Etapas da Matemática. Coleção Saber, Europa América. –

Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

Carvalho, H. (1983). Teoria da linguagem: Natureza do fenômeno lingüístico e a (Vol. I). Coimbra: Coimbra Editora.

Carraher, T. Schliemann, A. Carraher, D. (1995) . Na vida dez, na escola zero. 10.Ed. – São Paulo: Cortez

D'Ámbrósio, U. Etnomatemática: elo entre tradições e modernidade, 2ª ed, Belo Horizonte . Autêntica, 2002.

D'Ambrosio, U . A Matemática pulsa no dia-a-dia. Revista Nova Escola, março de 2002. Editora Abril.

D'Ambrosio, U. *Socio-cultural bases for Mathematics education*, UNICAMP, Campinas 1985;

Dante, L. R. (1989) Didática da Resolução de Problemas de Matemática. São Paulo: Ática.

Descartes, R. Discurso sobre o Método. Trad. Márcio Pugliesi et al. São Paulo: Hemus, s.d.

Duval, R. Semios et pensée humaine. Lille, Peter Lang, 1995

Falcão, J. T. R - Clinical analysis of difficulties in algebraic problem solving brasilian students – Proceedings of the 20 th International Conference for the Psycohology of Mathematics Education – PME – Vol 2, Sebille, Spain, 1996.

Ferreira, Ana Cristina. Um Olhar Retrospectivo sobre a Pesquisa Brasileira em formação de Professores de Matemática. In: FIORENTINI, Dário (org.) *Formação de Professores de Matemática: Explorando Novos Caminhos com Outros Olhares*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003.

Fiske, J. (1995). Introdução ao estudo da comunicação. Porto: Edições Asa.

Flavell, J.H (1979) Metacognition and cognition monitoring: A new area developmental inquiry. American Psychologist

Fonseca, V (1995). Introdução às dificuldades de aprendizagem. Artes médicas. Porto Alegre

Garcia, Carlos Marcelo. Formação de professores para uma mudança educativa. Portugal : Porto, 1999.

Gardner, H. (1996). A Nova Ciência da Mente. Uma história da Revolução Cognitiva. São Paulo: Editora USP

Gomes, Romeu. A análise de dados em pesquisa qualitativa. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 1998. p.67-79.

Hartwig, D.R. A linguagem matemática e o significado conceitual: problemas e perspectivas no Ensino de Ciências. In:Machado, Silvia Dias, Aprendizagem em Matemática –Registro de Representações Semióticas. São Paulo: Papirus, 2003.

Johnson, D. (1982). Todos os minutos contam: Como fazer funcionar a aula de Matemática.

Long, E. (1992). Teacher questionning and students responses in classroom mathematics . Proceedings of PME XVI (p . p III/172), Durhan, U.S.A.

Marconi, Marina & akatos, Eva M. Técnicas de pesquisa: planejamento e execução e pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados. São Paulo: Atlas, 1999.

Marilyn Frankenstein "Educação matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire" publicado em *Educação Matemática*, Maria Aparecida V. Bicudo (org.),Editora Moraes, São Paulo, s/d; pp.101-137.

Menezes, L. (1996). Concepções e práticas de professores de Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Miguel, Fiorentini e Miorin. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?, Pró-posições, vol. 3, nº 1, Campinas, SP, 1992

Minayo, Maria. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p. 09-29.

Ministério da Educação (1991). Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (Vol. II). Ensino Básico, 2º Ciclo, Reforma Educativa, Direcção Geral dos ensinos Básico e Secundário. Lisboa: Imprensa Nacional - Casa da Moeda.

Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. “Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Matemática – Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental“ – Brasília,1998.

Miorin, Ângela; Miguel, Antônio e Fiorentini, Dário. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro, Zetetiké – nº 1, UNICAMP, Campinas, SP, 1993.

Moraes, Mello e Souza e Bezerra. Apostilas de didática especial de matemática. MEC, CADES, 1959.

Moreira, Marco e Masini, Elcie. Aprendizagem Significativa - A teoria de David Ausubel. São Paulo P: Editora Moraes, 1982

Moysés, Lúcio. Aplicações de Vygotsky à educação matemática. São Paulo: Papirus, 1997.

NCTM (1991). Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1989).

NCTM (1994). Normas profissionais para o ensino da Matemática. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1991).

Nickerson, R, Perkens, D & Smith, E (1987). Enseñar a pensar: Aspectos de la aptitud intelectual. Barcelona : Paidós

Oliveira, J. Tiago (1989), O essencial sobre a História das Matemáticas em Portugal. INCM.

Palestra. São Carlos: Anfiteatro de Convenções da EESC, 28 mai 2002.

Piaget, J. Psicologia da Inteligência . Trad Nathanael C. Caixeiro – Rio de Janeiro : Zahar, 2ª edição brasileira (original publicado em 1967)

Polya, G. A arte de resolver problemas. Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de janeiro: Interciências,1986.

Polya, G (1978), A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência

Remillard, J.T.; Geist, P.K. Supporting teacher's professional learning by navigating openings in the curriculum. Educational studies. In: *Mathematics*, v.5, n.1, p.7-34, 2002.

Rizzini, Irma et. al. Guia de metodologias de pesquisa para programas sociais. CESPI – USU, Coordenadoria de Estudos e Pesquisa sobre Infância Universidade Santa Úrsula, Série Banco de Dados – 6, Editora Universitária USU, 1999.

Roazzi . A Influência do contato social em tarefas lógicas: explorações sobre a questão do fracasso escolar. Dissertação de Mestrado, UFPE, 1983

Relatório do Saeb 2001

Struik, O. História Concisa das Matemáticas. Coleção Ciência Aberta, Gradiva.

Teixeira, Gomes (1925). Panegíricos e Conferências. Coimbra.

Teixeira, Gomes. (1934). História das Matemáticas em Portugal. Lisboa.

Thompson, Alba Gonçalves. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. Tradutor: Tadeu Oliver Gonçalvez e Gilberto F. de Mello. Zetetiké. São Paulo , CEMPEM – FE / UNICAMP, V.5, jul-dez/1997

Veia, Luciano. A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática no primeiro ciclo do ensino básico. In: João Pedro Ponte et al (org). Desenvolvimento profissional de professores de matemática: Que formação? . Lisboa, SPCE1995

Vianna, Heraldo M. Pesquisa em educação – a observação. Série Pesquisa em Educação, Vol.5. Brasília, DF: Plano, 2003.

Vygotsky, L.S. A Formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1989. ____ Pensamento e Linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1989

Vygotsky, L.S., Luria, A.R., Leontiev, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone, 1988

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo