



FACULDADE IBMEC SÃO PAULO
Programa de Mestrado Profissional em Economia

Theodore Olson Pemberton Jr

**MODELANDO O PREÇO SPOT DE ENERGIA ELÉTRICA NO
BRASIL: UM MODELO ESTOCÁSTICO COM REVERSÃO À
MÉDIA, MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO E
DIFUSÃO COM SALTOS**

**São Paulo
2006**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Theodore Olson Pemberton Jr

**Modelando o Preço Spot de Energia Elétrica no Brasil: um
modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime
Markoviano e difusão com saltos**

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Profissional de Economia da Faculdade
Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira

**São Paulo
2006**

Pemberton, Theodore Olson, Jr.

Modelando o Preço Spot de Energia Elétrica no Brasil: um modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime Markoviano e difusão com saltos / Theodore Olson Pemberton Jr. – São Paulo: IBMEC SÃO PAULO, 2006.

46 f.

Dissertação: Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Faculdade Ibmec São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira

1. Preço de energia. 2. Mudança de regime Markoviano. 3. Difusão com saltos.

À Andrea e aos meus pais

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Theodore Olson Pemberton Jr

Modelando o Preço Spot de Energia Elétrica no Brasil: um modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime Markoviano e difusão com saltos

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional de Economia da Faculdade Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira

Aprovado em dezembro/2006

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira
Instituição: Ibmec São Paulo

Assinatura: _____

Prof. Dr. Rinaldo Artes
Instituição: Ibmec São Paulo

Assinatura: _____

Prof. Dr. Jose Valentim Machado Vicente
Instituição: Banco Central do Brasil

Assinatura: _____

RESUMO

Devido à sua natureza não estocável, a eletricidade é provavelmente a *commodity* cujo preço apresenta maior volatilidade, exemplificado por saltos ocasionais. Testo cinco modelos para descrever o comportamento do preço spot de energia elétrica no Brasil. Tais modelos consideram simultaneamente diversos fatores: reversão à média, mudança de regime Markoviano e difusão com saltos. Estimo os modelos a fim de identificar qual representa melhor a dinâmica do preço spot de energia elétrica no Brasil para cada submercado: Norte, Nordeste, Sul e Sudeste/Centro-Oeste. Concluo que o preço spot de energia elétrica no Brasil pode ser representado por meio de um modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime Markoviano e difusão com saltos dependentes.

Palavras-chave: Preço de energia. Reversão à média. Mudança de regime Markoviano. Difusão com saltos.

Classificação JEL: C22, L94, L9, G10.

ABSTRACT

Due to its non-storable nature, electricity is a commodity with probably the most volatile spot prices, exemplified by occasional spikes. I test five different models to describe the Brazilian electricity spot prices. These models take into account the possibility of several factors: mean reversion, Markov regime switches and jump diffusion. The proposed models are estimated and its results are compared in order to identify which model represents best the dynamics of the Brazilian electricity spot prices for each region of the country: North, Northeast, South and Southeast/ Midwest. I conclude that the Brazilian electricity spot prices are mean reverting with stochastic volatility and Markov regime switches with dependent jumps.

Keywords: Electricity prices. Mean reversion. Markov regime switches. Jumps.

JEL Classification: C22, L94, L9, G10.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Curva de oferta e demanda de energia e custo marginal de operação	20
Figura 2: Funções de custo	22
Figura 3: Distribuição empírica dos preços para cada submercado brasileiro	26
Figura 4: Teste de normalidade dos preços de eletricidade.....	27

LISTA DE FLUXOGRAMAS

Fluxograma 1: Ilustração dos Ambientes de Contratação de Energia no Brasil	15
Fluxograma 2: Operação de um sistema hidrotérmico	21

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos dados utilizados.....	25
Tabela 2 – Resultados dos modelos.....	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	Organização do Setor Elétrico Brasileiro.....	11
1.2	Mercado de Energia Elétrica.....	18
1.3	Formação de Preço de Energia em Sistemas Hidrotérmicos	19
1.4	Dados utilizados.....	24
2	MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PREÇOS DE ELETRICIDADE.....	28
2.1	Modelo de reversão à média com saltos estocásticos.....	29
2.2	Modelo de reversão à média com saltos oriundos de um processo de Poisson.....	31
2.3	Modelo com mudança de regime Markoviano e saltos dependentes	32
2.4	Modelo com mudança de regime Markoviano e saltos independentes	34
3	ESTIMANDO OS PARÂMETROS DOS MODELOS	35
4	RESULTADOS EMPÍRICOS.....	38
5	CONCLUSÃO.....	44
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45

1 INTRODUÇÃO

Esta seção apresenta a organização do setor elétrico brasileiro, seus dois ambientes de contratação e o preço spot de eletricidade para cada região do país. Começamos com a desregulamentação do setor, dando especial atenção ao histórico das mudanças regulatórias, aos principais agentes que compõem o setor e ao mercado de livre negociação, depois abordamos de forma simples a operação e formação de preço em um sistema hidrotérmico, cuja solução é baseada em Programação Dinâmica Estocástica Dual. Por fim são analisados os preços utilizados e suas características estatísticas descritivas. A Seção 2 discute cinco modelos estocásticos de preço spot de eletricidade. A Seção 3 aborda como os parâmetros dos modelos podem ser estimados. A Seção 4 os resultados empíricos. A Seção 5 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para futuras pesquisas.

1.1 ORGANIZAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO

O setor elétrico brasileiro, baseado no artigo 175 da Constituição Federal, era explorado por concessionárias de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica controladas pelo governo federal ou por governos estaduais. A partir da década de 90, o governo federal adotou diversas medidas para reformular o setor visando aumentar inicialmente o investimento privado e eliminar restrições aos investimentos estrangeiros e, posteriormente aumentar a concorrência no setor elétrico. Neste novo cenário, o Governo Federal seria responsável por formular e supervisionar a execução de políticas e regulamentos do setor.

Posteriormente o governo promulgou a Lei de Concessões (fev/1995) e a Lei de Concessões de Serviços de Energia Elétrica (jul/1995) que tinham como principais objetivos

obrigar que toda concessão de serviço público de energia fosse outorgada via processo público e licitatório, permitir que determinados consumidores que tivessem demanda contratada maior ou igual a certo valor, designados Consumidores Livres, pudessem adquirir energia elétrica de outro fornecedor que não a sua distribuidora local (concessionários e permissionários de geração ou comercializadores autorizados). A lei ainda tratou da criação de uma classe de agentes denominados Produtores Independentes de Energia Elétrica, que, por meio de concessão, permissão ou autorização, pudessem gerar e vender a totalidade ou parte de sua energia elétrica, foi eliminado também a necessidade de concessionárias obter concessão, por meio de licitação, para construção e operação de usinas hidroelétricas com capacidade de 1 MW a 30 MW, as chamadas PCHs (Pequenas Centrais Hidroelétricas).

O próximo passo na evolução do setor elétrico foi ainda em 1995, quando uma parcela das participações da Eletrobrás em empresas de geração e distribuição foi privatizada.

Com o objetivo de reformar a estrutura básica do setor elétrico brasileiro, o governo promulgou a Lei do Setor Elétrico em 1998. Esta nova lei dispôs sobre os seguintes pontos:

- i. criação do Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE, antecessora da atual Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE): órgão auto-regulado responsável pela operação do mercado atacadista de energia elétrica e pela determinação dos preços de curto prazo (preço spot);
- ii. obrigatoriedade de que distribuidoras e geradoras firmassem contratos de compra e venda de energia denominados Contratos Iniciais (contratos na modalidade de take-or-pay), cujos preços e quantidades deveriam ser aprovados pela ANEEL. O objetivo aqui era assegurar que as distribuidoras tivessem acesso ao fornecimento de energia elétrica por preços que garantissem uma taxa de retorno fixa às geradoras de energia elétrica durante um determinado período. Estes contratos iriam expirar com o nascimento de um mercado competitivo;

- iii. criação do Operador Nacional do Sistema, pessoa jurídica de direito privado sem fins lucrativos, responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN);
- iv. estabelecimento de procedimentos licitatórios para outorga de concessões para construção e operação de usinas e instalações de transmissão de energia elétrica.

Em um esforço para sanar as deficiências do modelo anterior (falta de investimentos na geração que, alinhado às condições hidrológicas desfavoráveis da época, culminaram no racionamento de 2001), o governo federal promulgou a Lei do Novo Modelo do Setor Elétrico em 2004. O principal objetivo foi a criação de um marco regulatório estável, garantindo a segurança do suprimento de energia elétrica aos consumidores finais e a promoção da modicidade tarifária.

Esta nova lei introduziu importantes mudanças no setor: permite uma maior participação do Estado no setor elétrico em comparação com o modelo anterior, cria incentivos, por meio de processos de licitação mais competitivos (leilões de compra na modalidade *single buyer*), para a redução das tarifas de suprimento de energia elétrica no país. As principais modificações introduzidas por esta nova legislação incluem:

- i. a criação de dois ambientes paralelos para a comercialização de energia elétrica, um mercado designado para atender às distribuidoras de energia (Ambiente de Contratação Regulada - ACR), e outro mercado mais competitivo cuja energia seria livremente negociada entre os diversos agentes (produtores independentes, Consumidores Livres e agentes comercializadores), tal mercado é denominado Ambiente de Contratação Livre (ACL);

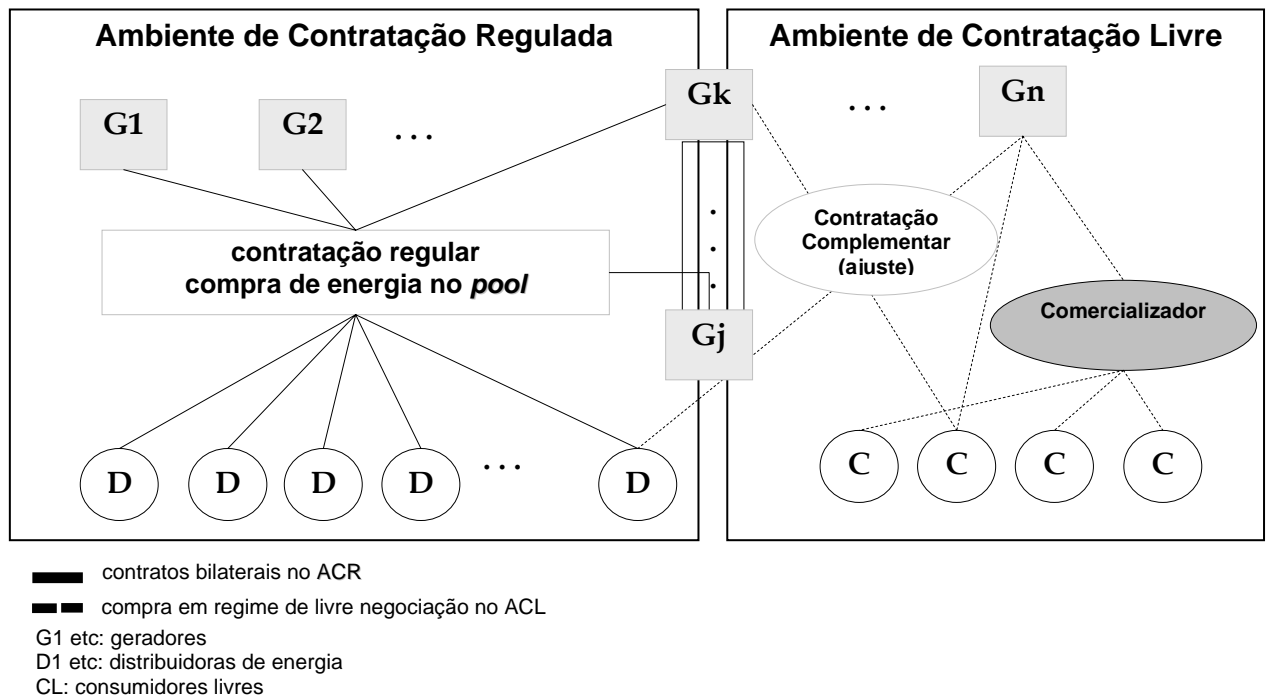
- ii. obrigatoriedade das distribuidoras adquirirem energia suficiente para satisfazer 100% de sua demanda projetada;
- iii. exigência de existência de lastro físico de geração para toda a energia comercializada por meio de contratos;
- iv. restrição ao auto-suprimento (*self-dealing*): distribuidoras de energia não poderiam comprar energia de um gerador pertencente a um mesmo grupo econômico a fim de eliminar contratações mais caras;
- v. cumprimento dos contratos assinados antes da Lei do Novo Modelo do Setor Elétrico;

Por fim ainda em 2004, o Governo Federal promulgou o Decreto n.º 5.163, que regulamentou a comercialização de energia elétrica nos ACR e ACL e dispôs sobre o processo de outorga de concessões e autorizações de geração de energia elétrica.

Suas principais disposições incluem:

- i. regras gerais de comercialização de energia elétrica;
- ii. comercialização de energia elétrica no Ambiente de Contratação Regulada (incluindo as regras sobre informações e declarações de necessidades de energia elétrica por parte das distribuidoras, leilões para compra de energia elétrica, contratos de compra e venda de energia elétrica e repasse às tarifas dos consumidores); comercialização de energia elétrica no ACL;
- iii. contabilização e liquidação de diferenças no mercado de curto prazo; e
- iv. outorgas de concessão.

Fluxograma 1: Ilustração dos Ambientes de Contratação de Energia no Brasil:



O setor elétrico brasileiro passou por importantes alterações de cunho estrutural e institucional, migrando de uma configuração centrada no monopólio estatal como provedor dos serviços e único investidor para um modelo de mercado, com a participação de múltiplos agentes e investimentos partilhados com o capital privado. Segundo o órgão regulador (Aneel), o setor elétrico brasileiro é composto pelos seguintes agentes, cujas responsabilidades incluem:

- i. CNPE - Conselho Nacional de Política Energética: Órgão de assessoramento do Presidente da República para formulação de políticas nacionais e diretrizes de energia visando o aproveitamento natural dos recursos energéticos do país, revendo periodicamente a matriz energética e estabelecendo as diretrizes para programas específicos. É órgão multiministerial presidido pelo Ministro de Estado de Minas e Energia;

- ii. MME - Ministério de Minas e Energia: Encarregado da formulação, planejamento e implementação de ações do Governo Federal no âmbito da política energética nacional;
- iii. CMSE - Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico: Constituído no âmbito do MME e sob sua coordenação direta, tem a função de acompanhar e avaliar permanentemente a continuidade e a segurança do suprimento eletro energético em todo o território nacional;
- iv. CCEE - Câmara de Comercialização de Energia Elétrica: Pessoa jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, sob regulação e fiscalização da ANEEL, com finalidade de viabilizar a comercialização de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional - SIN. Administra os contratos de compra e venda de energia elétrica, sua contabilização e liquidação;
- v. ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico: Pessoa jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, sob regulação e fiscalização da ANEEL, tem por objetivo executar as atividades de coordenação e controle da operação de geração e transmissão, no âmbito do SIN;
- vi. ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica: Autarquia sobre regime especial, vinculada ao MME, com finalidade de regular a fiscalização a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia, em conformidade com as políticas e diretrizes do Governo Federal;
- vii. Agentes Geradores - São autorizados ou concessionários de geração de energia elétrica, que operam plantas de geração e prestam serviços ancilares;
- viii. Agentes de Transmissão - Agentes detentores de concessão para transmissão de energia elétrica, com instalações na rede básica;

- ix. Agentes de Distribuição - Operam um sistema de distribuição na sua área de concessão, participando do Sistema Interligado e sendo usuários da Rede Básica. Contratam serviços de transmissão de energia e serviços ancilares do Operador Nacional do Sistema Elétrico;
- x. Consumidores Livres - Consumidores que têm a opção de escolher seu fornecedor de energia elétrica, conforme definido em resolução da ANEEL;
- xi. Agentes Importadores - São agentes titulares de autorização para implantação de sistemas de transmissão associados à importação de energia elétrica;
- xii. Agentes Exportadores - São agentes titulares de autorização para implantação de sistemas de transmissão associados à exportação de energia elétrica;
- xiii. Agente Comercializador da Energia de Itaipu - Itaipu é uma entidade binacional, pertencente ao Brasil e ao Paraguai. O relacionamento entre os dois países segue tratados internacionais específicos. A energia de Itaipu recebida pelo Brasil representa cerca de 30% do mercado de energia da região sul/sudeste/centro-oeste. A comercialização dessa energia no Brasil é coordenada pela Eletrobrás;
- xiv. Empresa de Planejamento Energético – EPE: responsável pela realização de estudos necessários ao planejamento da expansão do sistema elétrico, de responsabilidade do Poder Executivo, conduzido pelo Ministério de Minas e Energia – MME;
- xv. Os Agentes Comercializadores de Energia Elétrica: empresas que não possuem sistemas elétricos e que, sob autorização, atuam exclusivamente no mercado de compra e venda de energia elétrica para concessionários, autorizados ou consumidores que tenham livre opção de escolha do fornecedor (consumidores livres).

1.2 MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA

O Decreto nº 5.163 da Aneel, de 30 de julho de 2004, que regulamenta a comercialização de energia elétrica, o processo de outorga de concessões de autorizações de geração de energia elétrica, e dá outras providências, estabelece em seu artigo número um os dois ambientes de contratação de energia no Brasil:

- i. Ambiente de Contratação Regulada – ACR: segmento do mercado no qual se realizam as operações de compra e venda de energia elétrica entre agentes vendedores e agentes de distribuição, precedidas de licitação, ressalvados os casos previstos em lei, conforme regras e procedimentos de comercialização específicos;
- ii. Ambiente de Contratação Livre – ACL: segmento do mercado no qual se realizam as operações de compra e venda de energia elétrica, objeto de contratos bilaterais livremente negociados, conforme regras e procedimentos de comercialização específicos;

No ACL, consumidores escolhem seu fornecedor de energia, negociando livremente um conjunto de variáveis como prazo contratual, preços, variação de preço e serviços associados à comercialização (gestão de risco etc). Ao participar deste mercado livre, o consumidor assume responsabilidades em relação à sua exposição aos preços da energia, porém, tem oportunidade de ser atendido de forma individual, conforme suas características de consumo, o que é impossível no ACR.

O ACL funciona da seguinte maneira: Produtores entregam e recebem energia do sistema, em seu centro de gravidade, assumindo parcela das perdas entre o ponto de geração e este centro de gravidade (ponto virtual onde as perdas de transmissão são iguais para os agentes de geração e consumo). Consumidores, de forma análoga, recebem e entregam

energia do sistema, em seu centro de gravidade, assumindo parcela das perdas entre este centro de gravidade e o ponto de consumo. O sistema garante a oferta e qualidade do produto.

Diferenças entre o contratado e o produzido ou consumido são liquidadas pelo Preço de Liquidação de Diferenças (PLD ou preço spot, que é baseado no custo marginal de operação como será visto no item 1.3), definido para quatro submercados (sudeste e centro-oeste, sul, norte e nordeste) e 3 patamares de carga (de acordo com as horas do dia). Esta liquidação é feita pela CCEE.

Contratos protegem os agentes da volatilidade do preço spot e são obrigatórios para 100% da carga, sem restrições de prazo no caso do ACL. Contratos podem ser registrados após a medição do consumo efetivo. A não comprovação, além da exposição ao pagamento do PLD, implica no pagamento de penalidades para falta de lastro de contratos de energia e potência.

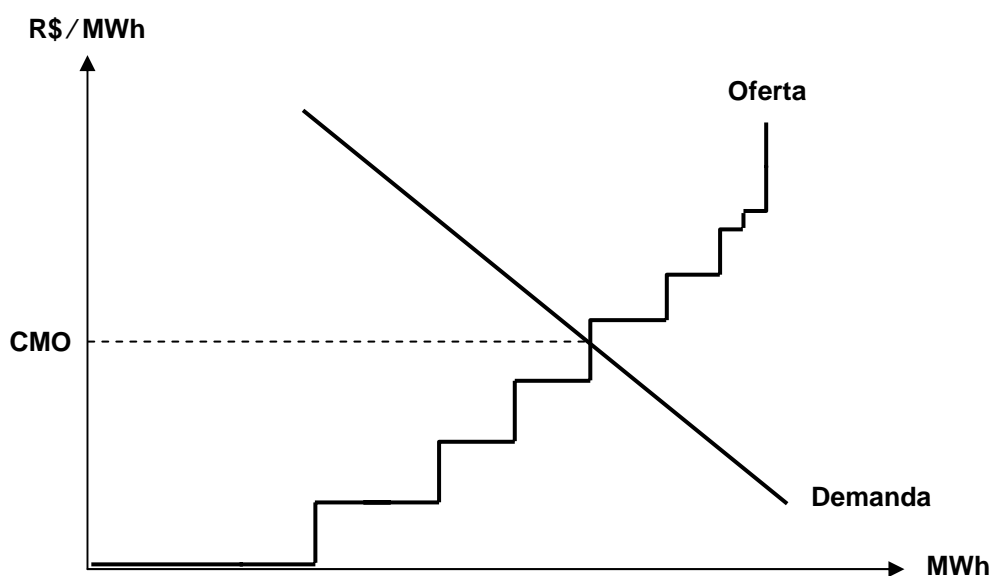
A quantidade contratada no longo prazo, a exposição ao preço spot oriunda de contratos de curto prazo (mês a mês), e as possibilidades de custos de compra de energia altos ou baixos, é parte da decisão estratégica e apetite por risco dos diversos agentes do setor. Portanto, entender a formação e dinâmica do preço spot é uma tarefa fundamental para compradores e vendedores desta *commodity*.

1.3 FORMAÇÃO DE PREÇO DE ENERGIA EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

O preço de energia é resultado do planejamento da operação, cujo principal objetivo é a definição de metas de geração para cada usina hidroelétrica ou termoelétrica de forma a atender a demanda do sistema e minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Para tanto, o despacho das usinas ocorre por ordem de mérito. Este

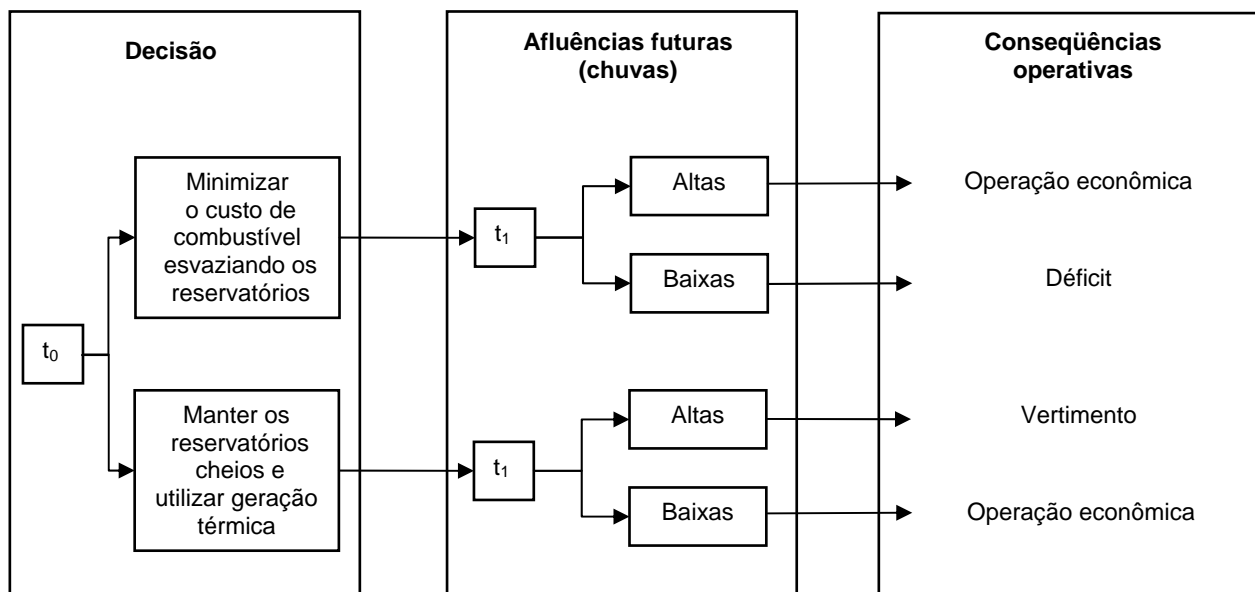
critério define quais usinas serão utilizadas em função de seus custos operacionais, usinas com menores custos têm preferência para o despacho. O custo de operação é composto pelos valores de água dos reservatórios das usinas hidroelétricas, pelo custo variável de combustível das usinas termoelétricas e pelo custo atribuído às interrupções de fornecimento de energia, representado por uma função de penalização do déficit de energia. Neste mecanismo de despacho o custo de geração do último gerador alocado para atender à demanda marginal do sistema define o custo marginal de operação (CMO). O preço de equilíbrio deste mercado, denominado de preço spot ou CMO, é ilustrado na figura abaixo:

Figura 1: Curva de oferta e demanda de energia e custo marginal de operação:



Em um sistema hidrotérmico como o brasileiro, com substancial parcela de geração hidroelétrica, o volume de água nos reservatórios ao longo do período de planejamento é desconhecido, pois depende de chuvas que ainda irão ocorrer, esta característica gera incertezas às decisões de despacho presentes e conseqüências sobre a operação do sistema e formação de preços no futuro. O fluxograma a seguir ilustra este fato:

Fluxograma 2: Operação de um sistema hidrotérmico:

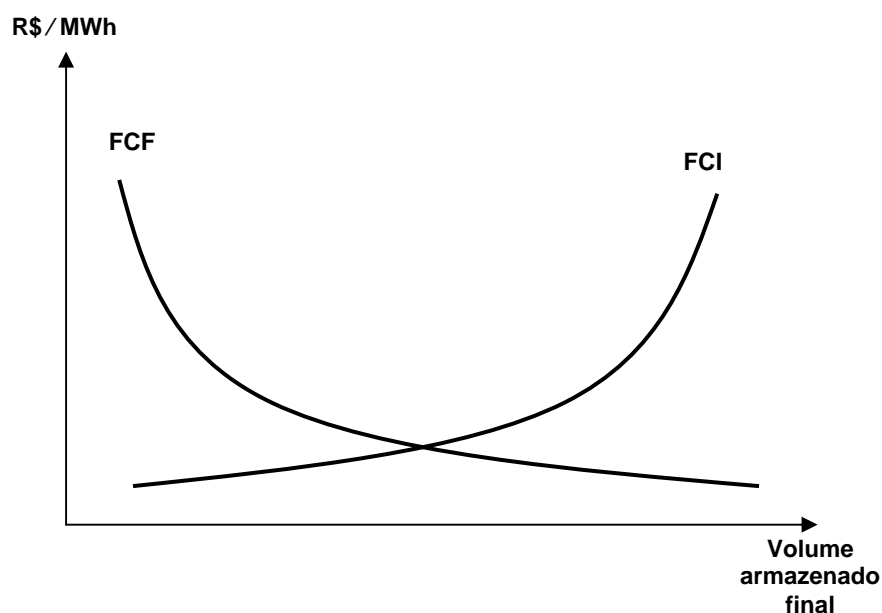


Outras características de um sistema hidrotérmico são:

- i. Imperfeita previsão de afluências futuras no instante inicial torna o problema essencialmente estocástico;
- ii. Grande quantidade de reservatórios e a necessidade de otimização multiperíodo torna o problema de grande porte;
- iii. Não linearidade devido à função de produção de energia das hidroelétricas;
- iv. Custos indiretos relacionados com os benefícios de geração hidroelétrica;
- v. Necessidade de considerar o uso múltiplo da água: navegação, controle de cheias, irrigação, saneamento e abastecimento de água.

O operador do sistema deve comparar o benefício imediato do uso da água com o benefício futuro de seu armazenamento. Este problema é ilustrado a seguir:

Figura 2: Funções de custo:



A função de custo imediato, FCI, mede os custos de geração térmica e déficit (corte de carga) no estágio t . Note que o custo imediato aumenta à medida que diminui a utilização de recursos hidráulicos, à medida que aumenta o volume de água armazenado no final do período. A função de custo futuro, FCF, está associada ao custo esperado de geração térmica e déficit do final do estágio t (início de $t+1$) até o final do período do planejamento da operação. Esta função diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidráulica no futuro, portanto, podemos dizer que a derivada do custo futuro em relação ao volume armazenado dos reservatórios é o valor da água. A FCF é calculada por meio de simulações probabilísticas da operação do sistema para cada nível de armazenamento ao final do estágio t , considerando diversos cenários hidrológicos. O ponto que minimiza o custo de operação imediato e futuro corresponde ao ponto onde as derivadas das funções de custo imediato e custo futuro se igualam em módulo.

Formalmente, a metodologia de despacho das usinas descrita anteriormente pode ser implementada via otimização estocástica. Portanto, conhecendo as afluências ao longo do período e o volume armazenado no início do período de estudo, o problema de planejamento

da operação é solucionado mediante Programação Dinâmica Estocástica Dual, que constrói a função de custo futuro analiticamente por meio do Princípio de Decomposição de Benders (Silva, E.L.,2001).

Devido às complexidades apresentadas é impossível se dispor de um modelo matemático único para tratar o problema de planejamento eletroenergético da operação. Logo, o problema é dividido em problemas menores coordenados entre si. Cada subproblema utiliza um modelo desenvolvido pelo CEPEL para solucionar a decisão operativa:

- i. NEWAVE: modelo estratégico de geração hidrotérmico a subsistemas equivalentes com horizonte de cinco anos discretizado em bases mensais, com representação agregada do parque hidroelétrico e cálculo da política ótima baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica;
- ii. DECOMP: modelo de determinação da coordenação da operação mensal com discretização semanal, desenvolvido para otimizar o planejamento da operação a curto prazo de um sistema hidrotérmico sujeito a afluências estocásticas.

O modelo de curto prazo recebe do modelo de longo prazo a função de custo futuro, adicionada às projeções diárias de demanda e afluências, possibilita a definição do despacho do sistema. Este despacho é realizado pelo modelo DECOMP que também fornece os custos marginais de operação.

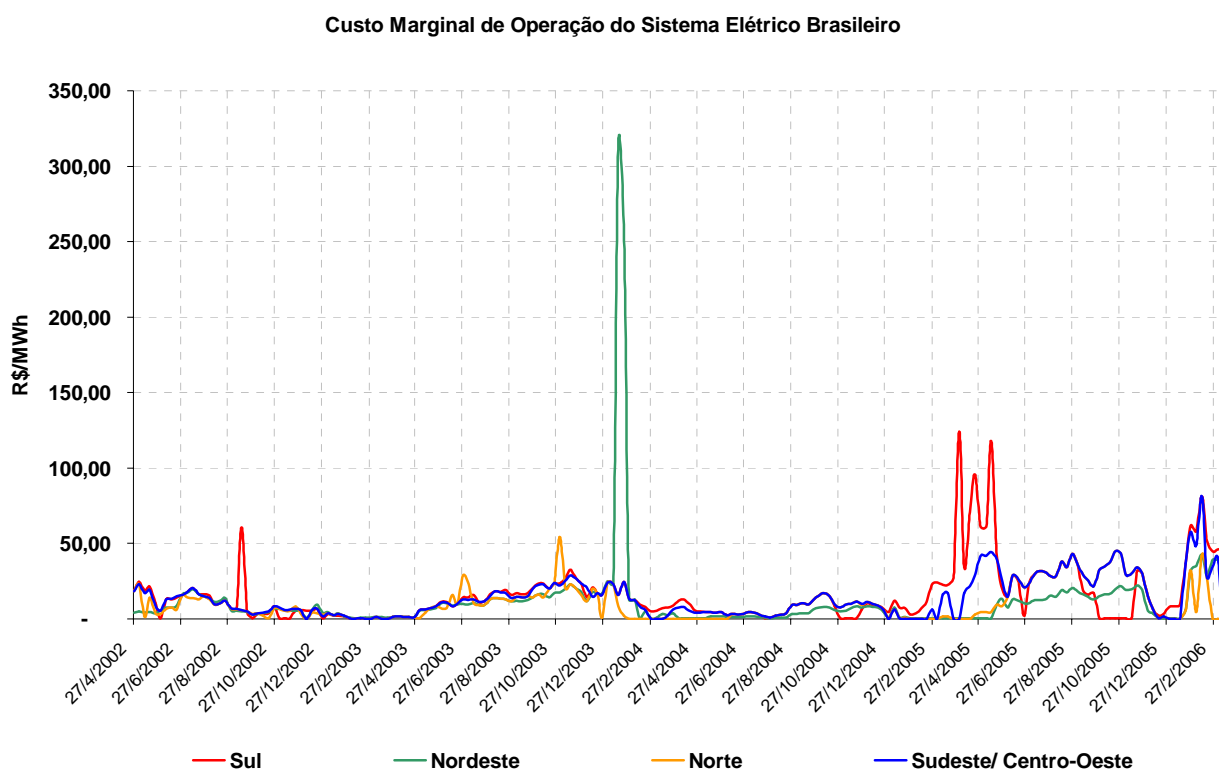
O processo descrito acima é realizado pelo ONS e visa definir o despacho do sistema ao menor custo marginal de operação possível, é também utilizado para calcular o Preço de Liquidação das Diferenças da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica a fim de promover a contabilização e liquidação do mercado de energia.

1.4 DADOS UTILIZADOS

Os dados abrangem o período de 27 de abril de 2002 a 18 de março de 2006. Foram utilizados os custos marginais de operação para cada submercado do sistema elétrico brasileiro: Sudeste/ Centro-Oeste, Sul, Norte e Nordeste. Em todos os casos foram utilizados os dados originais para cada semana operativa, sem ajustes sazonais, fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema (ONS).

As tabelas e gráficos a seguir apresentam as estatísticas descritivas das séries de preço spot para cada submercado. Os dados são analisados em R\$/ MWh.

Gráfico 1: Preço spot de eletricidade para cada submercado brasileiro:



A Figura 2 mostra o histórico do preço spot médio para cada submercado, este preço médio é calculado pela média ponderada do preço spot de cada patamar horário pelo número de horas de cada patamar no mês. Os preços acima são uma indicação do comportamento que

queremos modelar, alta volatilidade, reversão à média e saltos esporádicos. Por exemplo, em 01 de janeiro de 2004, os reservatórios do nordeste estavam com apenas 14,15% de sua capacidade de armazenamento, a curva de aversão a risco estabelecida pela Aneel, que define os níveis mínimos de armazenamento dos reservatórios das regiões SE/CO e NE, necessários para garantir o abastecimento total dos mercados das correspondentes regiões, considerando a utilização de todos os recursos disponíveis, inclusive térmicas emergenciais, estava em 14,35%. Logo, neste primeiro dia do ano de 2004, o ONS despachou 197,00 MW de térmicas emergenciais a fim de preservar os já depreciados reservatórios do nordeste, este salto no preço representa o custo variável do combustível destas usinas emergenciais.

A seguir, analisamos estatísticas descritivas de cada série de preços. A integração entre os preços de cada submercado também é analisada por meio da matriz de correlação. O Sistema Interligado Nacional Brasileiro possui dezenas de milhares de quilômetros de linhas de transmissão que interligam cada submercado, permitindo que um mercado possa ser atendido pela energia gerada em outro mercado.

Tabela 1: Estatísticas descritivas:

Estatísticas/ séries	SE/CO	S	NE	N
Média	13,83	15,97	11,29	10,29
Mediana	10,02	10,40	6,01	6,65
Max	81,07	124,33	315,21	54,37
Min	0,02	0,39	0,33	0,02
Desvio Padrão	13,13	18,88	28,78	11,43
Assimetria	1,43	2,78	8,84	1,33
Curtose	5,97	13,35	87,22	4,22
Jarque-Bera	144,66	1.171,97	62.943,32	72,56
Probabilidade	-	-	-	-
# observações	204,00	204,00	204,00	204,00

Matriz de correlação	SE	S	NE	N
SE	1,000	0,584	0,247	0,730
S	0,584	1,000	0,129	0,214
NE	0,247	0,129	1,000	0,143
N	0,730	0,214	0,143	1,000

O Gráfico 1 analisa a distribuição dos preços para cada submercado, claramente podemos afirmar que o preço spot de cada submercado não apresenta uma distribuição normal devido à cauda pesada à direita e à elevada assimetria e curtose da tabela acima. Tal característica é uma indicação da presença de saltos e alta volatilidade. O teste de normalidade na Figura 3 também nos fornece evidências da não normalidade dos preços de eletricidade.

Figura 3: Distribuição empírica dos preços para cada submercado brasileiro:

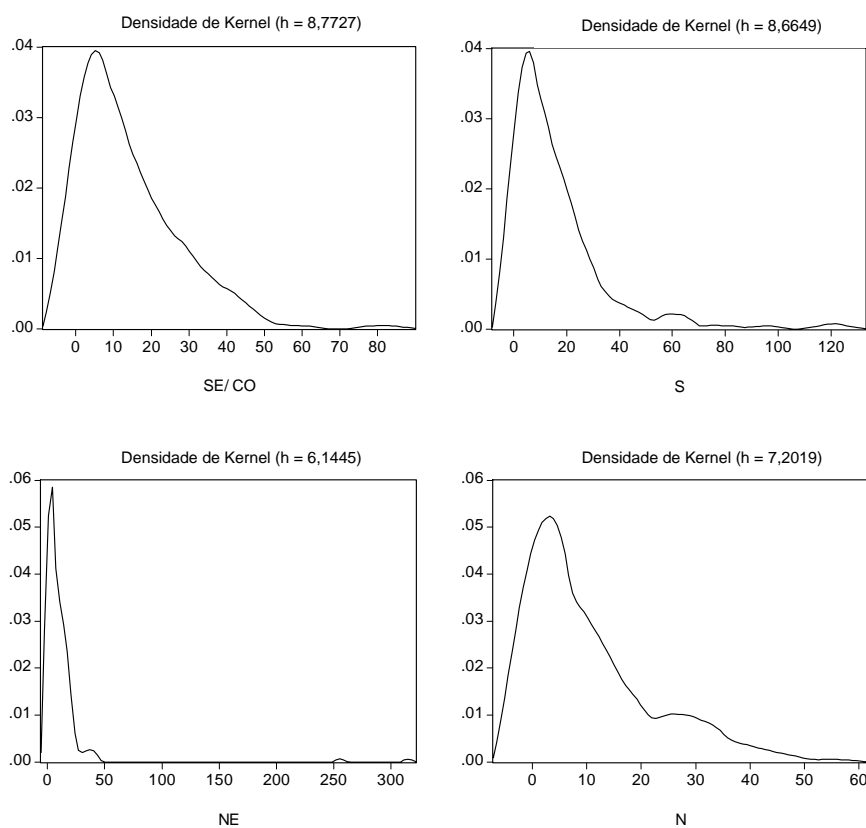
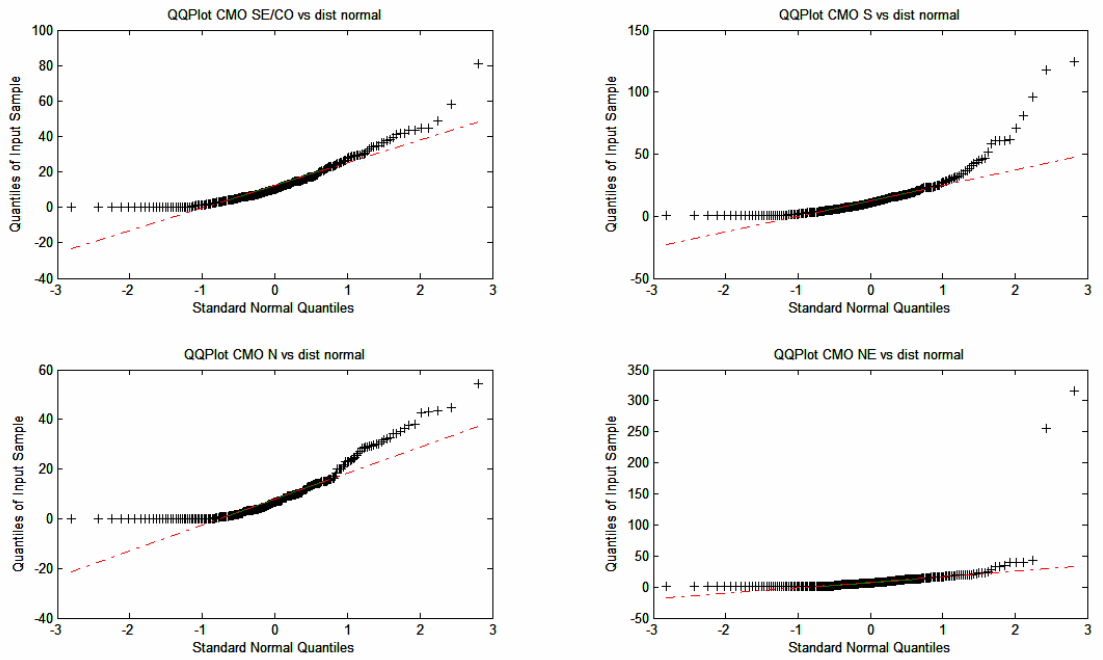


Figura 4: Teste de normalidade dos preços de eletricidade:

2 MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PREÇOS DE ELETRICIDADE

Nesta seção apresento modelos estocásticos que representam a dinâmica do preço spot de eletricidade no Brasil. Os primeiros modelos estudados na literatura tinham por objetivo determinar padrões regulares do preço spot de eletricidade do mercado escandinavo. Lucia e Schwartz (2000) e Bhanot (2000) propuseram um modelo de dois fatores com reversão à média e sazonalidade determinística. O problema com tais modelos é a ausência de saltos muitas vezes freqüentes em mercados de energia. Johnson e Barz (1999) analisaram um modelo de reversão à média e outro sem reversão à média com e sem saltos em um jogo em mercados desregulamentados. Para uma aplicação de tipos diferentes de modelos ARCH ou GARCH ver Duffie et al. (1998) e Knittel e Roberts (2001). Duffie et al. (1998) mostraram que a aplicação deste tipo de modelo para preços de eletricidade tem suas limitações. Eydeland e Geman (1998) e Deng (2000), introduzem reversão à média no modelo desenvolvido por Merton (1976), permitindo que o componente de salto produza variações elevadas no preço spot de energia, entretanto, estes modelos assumem uma taxa de reversão à média extremamente elevada a fim de trazer o preço oriundo de um processo de salto de volta para patamares normais, o que pode eliminar variações de preços diários logo após um choque climatológico e um salto no preço. Villaplana et al. (2002) propuseram um modelo com dois fatores de risco, um representando choque de curto prazo e outro representando choques de longo prazo. Outro candidato natural seria o modelo de saltos estocásticos puros como o processo de Lévy, infelizmente tais modelos não capturam todas as características de preço de eletricidade (Carr et al., 2003). Geman e Roncoroni (2002) introduzem reversão à média e saltos no modelo clássico de difusão com saltos de Merton (1976), entretanto, os saltos são caracterizados pela época em que ocorrem, tamanho e direção, diferentemente do modelo de Merton.

Neste trabalho começamos analisando o modelo básico de reversão à média de Lucia e Schwartz, que posteriormente é estendido com a inclusão de saltos estocásticos. Adicionalmente, o modelo é generalizado para um modelo com mudança de regime Markoviano cujo objetivo é a incorporação de características como reversão à média e saltos, porém, o salto é tratado como parte integral do processo de preço. Similarmente a Jong e Huisman (2002), os saltos são então separados do resto do processo formador do preço a fim de se criar um modelo cujos saltos são interrupções independentes da trajetória estável do preço spot.

Todos os modelos apresentam a mesma característica: o preço spot P_t é dividido em um componente previsível $f(t)$ e um componente aleatório x_t (Hamilton, 1994).

$$p_t = \ln P_t = f(t) + x_t \quad (1)$$

O primeiro componente, $f(t)$, representa características regulares previsíveis como sazonalidade ou tendências de longo prazo, este componente é determinado em função do tempo. O componente estocástico, x_t , é o logaritmo do preço spot cujas regularidades previsíveis foram retiradas, as demais especificações deste segundo componente são definidas abaixo:

2.1 MODELO DE REVERSÃO À MÉDIA COM SALTOS ESTOCÁSTICOS

Lucia e Schwartz utilizam um modelo padrão de reversão à média para representar o preço de *commodities* como petróleo e gás natural, entretanto, tal modelo não é adequado para representar o preço de eletricidade devido à presença de saltos que não ocorrem com frequência nos mercados de petróleo ou gás natural. Tal característica do preço de eletricidade

ocorre, por exemplo, em mercados com limitada capacidade de geração hidroelétrica em sua matriz energética. Neste caso, qualquer demanda marginal do mercado deverá ser atendida pela próxima unidade geradora cujo custo necessariamente será maior que o da última unidade geradora despachada (critério de despacho por ordem de mérito).

O modelo de reversão à média é na verdade um modelo auto-regressivo de ordem um (AR(1)).

Modelo de reversão à média AR(1):

$$dx_t = \alpha_1(\mu_1 - x_{t-1}) + \sigma_1 \varepsilon_t \quad (2)$$

Onde:

x_t = logaritmo do preço spot no instante t;

α_1 = velocidade de convergência entre o preço atual e o preço spot de longo prazo;

μ_1 = logaritmo do preço spot de longo prazo;

x_{t-1} = logaritmo do preço spot no instante t-1;

σ_1 = volatilidade do preço spot;

ε_t = termo aleatório.

Conforme Villaplana et al. (2002) e Deng (2000), modelar preço de eletricidade requer a adição de saltos estocásticos ao processo de reversão à média. As especificações dos saltos consideram uma distribuição normal e um processo de combinação de normais, este último representa o somatório de distribuições independentes e idênticas, Z_t . A chegada de um salto estocástico é feita por meio de um processo de Poisson, porém, este processo pode gerar saltos com forte assimetria à direita (Merton, 1976).

Modelo de reversão à média com saltos estocásticos:

$$dx_t = \alpha_2(\mu_2 - x_{t-1}) + \sigma_2 \varepsilon_t + \sum_{i=0}^{n_t} Z_t$$

(3)

com: $Z_t \sim N(\mu_2^s, \sigma_2^s)$

$n_t \sim POI(\lambda_2)$

Onde:

$Z_t =$ é uma distribuição normal independente e idêntica;

$n_t =$ intensidade do processo de Poisson.

Quando a intensidade da chegada do salto no processo de Poisson se aproxima de zero, observamos que o modelo possui saltos com distribuição normal. Adicionalmente, observamos que em um modelo com saltos estocásticos, os saltos possuem um efeito duradouro nos preços futuros. O processo de Poisson na combinação de saltos já aparece no trabalho de Merton (1976) para modelar retornos extremos nos preços de ações.

2.2 MODELO DE REVERSÃO À MÉDIA COM SALTOS ORIUNDOS DE UM PROCESSO DE POISSON

O modelo de reversão à média com saltos oriundos de um processo de Poisson é exatamente o modelo descrito acima quando λ_2 é diferente de zero. Entretanto, a fim de transformar o modelo descrito anteriormente em um modelo com mudança de regime, separaremos os componentes de reversão à média do processo de saltos (Jong 2005).

Estado #1: reversão à média M:

$$dx_t = \alpha_2(\mu_2 - x_{t-1}) + \sigma_2 \varepsilon_t \quad (4)$$

com probabilidade $\pi_2^M = 1 - \pi_2^S$

Estado #2: saltos com $n_t > 0$:

$$dx_t = \alpha_2 (\mu_2 - x_{t-1}) + \sigma_2 \varepsilon_t + \sum_{i=0}^{n_t} Z_i \quad (5)$$

com: $Z_t \sim N(\mu_2^s, \sigma_2^s)$ e probabilidade $\pi_2^s = \exp(-\lambda_2)$
 $n_t \sim POI(\lambda_2)$

Modelos com saltos estocásticos são populares para modelar retornos de ações ou títulos de renda fixa, por outro lado, parecem não satisfazer à modelagem de preços de eletricidade por que estes apresentarem saltos com curta duração. Em um modelo com reversão à média com saltos estocásticos esta rápida reversão à média só é possível se o parâmetro alpha for extremamente alto, a fim de puxar para baixo os preços após um choque ou salto (Geman e Roncoroni, 2004 e Huisman e Mahieu, 2001). Outro problema destes modelos é a premissa de que os saltos são constantes ao longo do tempo, enquanto preços de energia são tipicamente sazonais (períodos úmidos e secos por exemplo, cuja hidrologia exerce papel importante na regularização de reservatórios e por consequência no custo marginal de operação de tal sistema), caracterizados por períodos com saltos pequenos e grandes. Portanto, a probabilidade de ocorrência de um salto em um modelo de preço de energia depende do momento onde o preço se encontra.

2.3 MODELO COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO E SALTOS

DEPENDENTES

Modelos com mudanças de regimes são apropriados para descrever o comportamento de séries temporais. Um modelo básico é descrito em Hamilton, 1989.

Segundo Jong (2005), o benefício de um modelo com mudança de regime pode ser observado quando estendemos o modelo estocástico em (4) e (5). Neste caso, a probabilidade

de um salto não é mais fixa ao longo do tempo, mas depende do regime atual onde o preço se encontra.

Estado #1: regime de reversão à média M:

$$dx_t = \alpha_3 (\mu_3 - x_{t-1}) + \sigma_3 \varepsilon_t \quad (6)$$

Estado #2: regime de saltos:

$$dx_t = \alpha_3 (\mu_3 - x_{t-1}) + \sum_{i=1}^{n_t} Z_i \quad (7)$$

$$\text{com: } Z_t \sim N(\mu_3^s, \sigma_3^s)$$

$$n_t \sim POI(\lambda_3)$$

Matriz de transição de Markov:

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_3^s & \pi_3^s \\ \pi_3^M & 1 - \pi_3^M \end{bmatrix} \quad (8)$$

Neste modelo, o preço está ou em um regime de reversão à média ou em um regime com saltos. Diferentemente do modelo com saltos estocásticos, a probabilidade de o preço estar em um regime e ali permanecer não é constante, depende do estado anterior do preço. Neste caso a probabilidade é derivada de uma matriz de transição de Markov dupla, onde o elemento na coluna j e linha i contém a probabilidade π^{ij} do preço ir de um regime i no período t para o regime j no período t+1. Segundo De Jong (2005), o regime atual não é observado, mas determinado por meio de um processo probabilístico utilizando inferência Bayesiana, o que significa que a probabilidade do preço ir de um regime para outro é um processo estocástico que se adapta em função do preço anterior.

2.4 MODELO COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO E SALTOS INDEPENDENTES

Neste modelo, a independência do regime é caracterizada pela exclusão do preço de longo prazo ou do preço médio no regime de saltos. Este modelo é especificado da seguinte maneira:

Estado #1: regime de reversão à média M:

$$dx_t^M = \alpha_4(\mu_4 - x_{t-1}^M) + \sigma_4 \varepsilon_t \quad (9)$$

Estado #2: regime de saltos:

$$dx_t^S = \mu_4 + \sum_{i=0}^{n_t} Z_{t,i} \quad (10)$$

$$\text{com: } Z_{t,i} \sim N(\mu_4^s, \sigma_4^s)$$

$$n_t \sim POI(\lambda_4)$$

Matriz de transição de Markov:

$$\Pi_4 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_4^s & \pi_4^s \\ \pi_4^M & 1 - \pi_4^M \end{bmatrix} \quad (11)$$

O preço médio de longo prazo x^M não influencia a especificação do preço no regime de salto x^S e vice-versa. Tal independência significa que sempre há dois processos definindo a trajetória do preço, apesar de que apenas um regime é observado a cada momento.

3 ESTIMANDO OS PARÂMETROS DOS MODELOS

Foi utilizado o método de estimação por máxima verossimilhança a fim de estimar os parâmetros desconhecidos de tal modo que a probabilidade de se observar as variáveis dadas é o mais alto possível. Este método de estimação possui propriedades assintóticas ótimas.

Todos os modelos podem ser calibrados por meio da maximização da função de verossimilhança. Derivamos a função de máxima verossimilhança do modelo mais complexo, modelo com mudança de regime markoviano e saltos independentes, os demais modelos podem ser derivados como casos especiais deste modelo.

A função de máxima verossimilhança de um modelo com mudança de regimes e saltos independentes é a média ponderada da função de máxima verossimilhança do preço em cada regime. Os pesos dados para cada regime são iguais às probabilidades passadas de que os preços estejam em determinado regime, deste modo, a probabilidade é atualizada após cada realização de preço dependendo da probabilidade passada e da função de máxima verossimilhança.

É necessário definirmos a probabilidade passada (ρ^{anterior}) e a probabilidade futura (ρ^{futura}). A verossimilhança $L(\theta) = \prod_t L(\theta)$ para o conjunto de parâmetros θ é determinada para cada regime r conforme segue:

$$\rho_t^{\text{anterior}} = \rho_{t-1}^{\text{futura}} \cdot \Pi \quad (12)$$

$$\rho_{r,t}^{\text{futura}} = \frac{\rho_{r,t}^{\text{anterior}} \cdot L_{r,t}(\Theta)}{\sum_r L_{r,t}(\Theta)} \quad (13)$$

$$L_t(\Theta) = \sum_r \rho_{r,t}^{\text{anterior}} \cdot L_{r,t}(\Theta) \quad (14)$$

A atualização dos pesos mostra a diferença entre um modelo com mudança de regime e um modelo com saltos estocásticos, neste os pesos são fixos. Conforme Jong (2005), assumimos que os saltos são formados pela somatória de normais, portanto, utilizamos a densidade normal acrescida de um termo de erro, definido pela diferença entre o preço observado e o esperado.

A função de máxima verossimilhança do regime com saltos independe dos preços passados, combinando a densidade de uma distribuição normal com um processo de Poisson chegamos ao processo:

$$L_t^S(\Theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{i-1}}{(i-1)!} \frac{\exp\left\{-\left(\frac{x_t - \mu - i\mu^S}{\sqrt{2i}\sigma^S}\right)^2\right\}}{\sqrt{2i\pi}\sigma^S} \quad (15)$$

Por outro lado, a média condicional do regime de reversão à média depende do preço médio anterior, se este preço for um preço proveniente do regime de preços com saltos, não saberíamos a que preço médio o preço corrente deveria convergir, portanto, a função de máxima verossimilhança do regime sem saltos depende dos preços no estado de reversão à média i períodos passados.

$$L_t^M(\Theta) = \sum_{i=1}^{\infty} L_t^M(\Theta | q_t = i) \cdot \Pr[q_t = i] \quad (16)$$

$$\ln L_t^M(\Theta | q_t = i) = -\frac{(x_t^M - E[x_t^M | X_{t-i}, \Theta])^2}{2\text{Var}[x_t^M | X_{t-i}, \Theta]} - \frac{1}{2} \ln \text{Var}[x_t^M | X_{t-i}, \Theta] - \frac{1}{2} \ln 2\pi \quad (17)$$

Se olharmos i períodos passados, utilizamos a esperança e variância condicional do log do preço spot. A esperança dos preços e sua variância são calculadas recursivamente por meio das seguintes equações:

$$E[x_t^M | X_{t-i}, \Theta] = \alpha\mu_M + (1-\alpha) \cdot E[x_{t-1}^M | X_{t-i}, \Theta] \quad (18)$$

$$Var[x_t^M | X_{t-i}, \Theta] = (1 + (1-\alpha)^2) \cdot Var[x_{t-1}^M | X_{t-i}, \Theta] \quad (19)$$

$$E[x_{t-i+1}^M | X_{t-i}, \Theta] = \alpha\mu_M + (1-\alpha)x_{t-i}^M \quad (20)$$

$$Var[x_{t-i+1}^M | X_{t-i}] = \sigma_M^2 \quad (21)$$

A função de máxima verossimilhança do processo geral dos preços é igual à soma ponderada das funções de máxima verossimilhança dos dois regimes: reversão à média e saltos. Os pesos são determinados pela probabilidade de cada regime conforme equação (12).

Determinar qual modelo representa melhor o preço spot de energia elétrica no Brasil é o objetivo da próxima seção.

4 RESULTADOS EMPÍRICOS

Os parâmetros e a máxima verossimilhança obtidos em cada modelo se encontram nas tabelas abaixo, a seguir discutimos os resultados encontrados.

Tabela 2: Resultados dos modelos:

SUBMERCADO SUDESTE/CENTRO-OESTE						
Modelos	Reversão à média	Saltos Estocásticos (saltos dist Normal)	Saltos Estocásticos (saltos processo Poisson)	Troca de regime saltos dependentes	Troca de regime saltos independentes	
Máxima Verossimilhança	(1,9201)	(0,9304)	(0,9307)	(0,8839)	(0,8862)	
Parâmetros	alpha	0,3248	0,0051	0,0054	0,0077	0,1132
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,6587	0,6183	0,4672	0,0000
	mu	1,5501	2,1450	2,0717	1,7369	2,6538
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0076	0,0000
	sigma	1,6507	0,2450	0,2449	0,2514	0,2781
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	muS		(0,2116)	(0,0749)	(0,1345)	(3,9743)
	<i>p-valor</i>		0,0017	0,8035	0,2165	0,0000
	sigmaS		4,0181	2,7776	4,0401	2,5375
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0149	0,0000
	lambda		0,1957	0,2169	0,0000	0,0000
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	1,0000	1,0000
	piMS				0,1094	0,0371
	<i>p-valor</i>				0,0001	0,0074
piSM				0,4579	0,0507	
<i>p-valor</i>				0,0000	0,1504	
AIC	9,8402	13,8610	13,8610	17,7680	17,7720	
BIC	19,7950	33,7690	33,7700	44,3130	44,3170	

SUBMERCADO SUL						
Modelos	Reversão à média	Saltos Estocásticos (saltos dist Normal)	Saltos Estocásticos (saltos processo Poisson)	Troca de regime saltos dependentes	Troca de regime saltos independentes	
Máxima Verossimilhança	(1,2971)	(0,8603)	(0,8603)	(0,8248)	(0,9704)	
Parâmetros	alpha	0,2088	0,0182	0,0181	0,0106	0,0018
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,3256	0,2111	0,4295	0,8857
	mu	2,0490	2,6344	2,6104	3,9742	(0,2138)
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0308	0,0000	0,1747	0,8458
	sigma	0,8854	0,2119	0,2091	0,1666	(0,3775)
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	muS		(0,0234)	(0,0098)	(0,0126)	0,5129
	<i>p-valor</i>		0,9111	0,8891	0,7976	0,6071
	sigmaS		1,6279	1,0895	0,7830	1,6622
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	lambda		0,3121	0,3818	5,5798	9,5493
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	piMS				0,2738	0,0776
	<i>p-valor</i>				0,0000	0,0003
piSM				0,3941	0,4812	
<i>p-valor</i>				0,0000	0,0000	
AIC	8,5943	13,7210	13,7200	17,6490	17,9410	
BIC	18,5490	33,6290	33,6290	44,1940	44,4860	

SUBMERCADO NORDESTE						
Modelos	Reversão à média	Salto Estocástico (saltos dist Normal)	Salto Estocástico (saltos processo Poisson)	Troca de regime saltos dependentes	Troca de regime saltos independentes	
Máxima Verossimilhança	(1,1666)	(0,4840)	(0,4843)	(0,4297)	(0,7497)	
Parâmetros	alpha	0,1422	0,0039	0,0039	0,0050	(0,0037)
	<i>p-valor</i>	0,0001	0,6525	0,2749	0,0503	0,5809
	mu	1,5280	6,0032	6,0024	6,0008	3,7228
	<i>p-valor</i>	0,0001	0,4546	0,0000	0,0000	0,0000
	sigma	0,7770	0,1540	0,1525	0,1528	0,2345
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	muS		(0,0325)	(0,0144)	(0,0344)	(2,1068)
	<i>p-valor</i>		0,8790	0,8443	0,8184	0,0000
	sigmaS		1,5946	1,0861	1,3265	1,3919
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
lambda		0,2468	0,2867	0,4449	0,0000	
<i>p-valor</i>		0,0001	0,0013	0,0000	1,0000	
piMS				0,1171	0,0675	
<i>p-valor</i>				0,0004	0,0019	
piSM				0,3481	0,2517	
<i>p-valor</i>				0,0000	0,0002	
AIC	8,3332	12,9680	12,9680	16,8590	17,4990	
BIC	18,2880	32,8770	32,8770	43,4040	44,0440	

SUBMERCADO NORTE						
Modelos	Reversão à média	Salto Estocástico (saltos dist Normal)	Salto Estocástico (saltos processo Poisson)	Troca de regime saltos dependentes	Troca de regime saltos independentes	
Máxima Verossimilhança	(1,7787)	(1,0421)	(1,0421)	(0,9918)	(0,7796)	
Parâmetros	alpha	0,1586	0,0051	0,0051	0,0032	(0,0011)
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,3802	0,1976	0,2917	0,8077
	mu	0,6591	(3,2342)	(3,2354)	(3,2164)	(5,3624)
	<i>p-valor</i>	0,2989	0,5366	0,0000	0,0000	0,0000
	sigma	1,4326	0,1835	0,1827	0,1714	0,5006
	<i>p-valor</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	muS		(0,0393)	(0,0159)	(0,0179)	1,4544
	<i>p-valor</i>		0,8902	0,8288	0,7894	0,0000
	sigmaS		2,5781	1,7289	1,3105	0,0708
	<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
lambda		0,3293	0,4020	4,8044	6,2583	
<i>p-valor</i>		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
piMS				0,2032	0,0581	
<i>p-valor</i>				0,0000	0,0029	
piSM				0,3588	0,1460	
<i>p-valor</i>				0,0000	0,0096	
AIC	9,5574	14,0840	14,0840	17,9840	17,5590	
BIC	19,5120	33,9930	33,9930	44,5290	44,1040	

Este trabalho pretende determinar qual modelo representa melhor a dinâmica do preço spot de eletricidade no Brasil. Partimos de um modelo de reversão à média que foi estendido com a inclusão de saltos oriundos de uma distribuição de Poisson para modelos com mudanças de regime. De acordo com a máxima verossimilhança calculada para cada modelo e para cada submercado, observamos que o modelo estocástico com mudanças de regimes e saltos dependentes captura melhor a volatilidade do preço spot dos submercados sudeste/centro-oeste, sul e nordeste, enquanto que o modelo estocástico com mudanças de regimes e saltos independentes captura melhor a volatilidade do submercado norte. Este resultado encontra subsídio na operação eletroenergética do sistema interligado nacional, por exemplo quando ocorreu o aumento do preço spot devido à seca histórica que atingiu a região sul do

país em 2006. Na ausência de chuvas a necessidade de despachar usinas termoeletricas a gás e a carvão para preservar o nível dos reservatórios da região elevou o preço marginal de operação para patamares mais altos que perduraram até a normalização dos níveis dos reservatórios da região. O p-valor foi calculado da mesma maneira para todos os modelos por meio da seguinte programação em matlab:

Cálculo do p-valor para o modelo com troca de regime e saltos independentes.

```
Cov5 = inv(hessian5)/TT;
tstatM5=par5./(sqrt(diag(Cov5)))
pvalorM5=2*(1-normcdf(abs(tstatM5),0,1))
```

Os resultados indicam a significância conjunta dos coeficientes das variáveis para o modelo de reversão à média, nos demais modelos, algumas variáveis são insignificantes. Tal resultado pode ser explicado pelo baixo tamanho da amostra dado a complexidade dos modelos propostos.

Por outro lado, outra maneira de determinar qual modelo melhor representa o preço spot é mediante a análise dos critérios de informações de Akaike e Schwarz. Estes critérios representam em uma única equação os números de parâmetros estimados e a adequação dos dados aos modelos utilizados. Pela análise da Tabela 2, o modelo de reversão à média é o que melhor representa o comportamento do preço spot de cada região do país. Este resultado não contradiz o resultado acima e muito menos a realidade observada no mercado de energia elétrica brasileiro.

O período analisado foi marcado por diversos eventos que justificaram tamanha volatilidade do preço spot de cada região: chuva abaixo ou acima da média histórica, falta de lastro de importação de energia da Argentina, falta de combustível para despacho de termelétricas por ordem de mérito, redução de consumo pós-acionamento etc. Tais eventos

justificam a escolha do modelo estocástico com mudança de regime markoviano e saltos dependentes por meio da estatística de máxima verossimilhança para o período estudado, entretanto, quando analisamos as condições de equilíbrio de oferta e demanda de um mercado de energia, concluímos que no longo prazo o custo marginal de operação é necessariamente o custo marginal de expansão, o que justificaria a escolha de um modelo de reversão à média do ponto de vista microeconômico (PINTO, 1996). A análise de uma série de dados mais longa, embora não disponível no Brasil, poderia justificar o equilíbrio entre oferta e demanda do mercado de energia elétrica, com custos marginais de operação iguais aos custos marginais de expansão.

Adicionalmente, o parâmetro sigma, que representa a volatilidade dos preços é maior no modelo de reversão à média do que nos modelos com mudanças de regimes do submercado sul. Tal característica justifica a escolha do modelo estocástico com mudança de regime e saltos como o modelo que captura melhor a dinâmica do preço spot da região sul por meio de parâmetros como saltos e regimes alternativos de preços, ao invés de considerar toda volatilidade apenas em um único parâmetro da equação.

Os modelos com mudanças de regime possuem uma característica comum: reversão à média de longo prazo a fim de capturar a dinâmica dos preços sob condições normais de mercado. A diferença entre tais modelos está na especificação dos saltos, isto é, o preço médio de longo prazo influencia a especificação do preço no regime de salto dependente e vice-versa no modelo com saltos independentes. Por meio da maximização dos modelos, concluímos que os preços dependem de um equilíbrio ou reversão a um preço médio, seja ela circunstancial (custo marginal de operação de curto prazo do sistema) ou permanente (custo marginal de expansão de longo prazo do sistema).

Como observado na Figura 2 todos os submercados apresentam saltos, porém as regiões com saltos mais frequentes são o Sul, Sudeste e Norte. A esperança dos saltos dos

dois modelos com trocas de regime markoviano pode ser calculada por: $\mu_s \cdot (1 + \lambda)$, que é a diferença entre o log do preço no regime com saltos e o log do preço no regime de reversão à média. A média do salto para a região sul é de 2,66 e para a região norte é de 5,23. Para os outros submercados a média é negativa (sudeste = -2,05; nordeste = -1,08), o que pode ser explicado pela alta parcela de capacidade hidrelétrica na matriz de geração destas regiões (JONG, 2005), considerando-se a alta capacidade de geração hidrelétrica de cada submercado, o operador do sistema tem mais facilidade em aumentar a produção de energia no curto prazo a fim de balancear o equilíbrio do mercado, acarretando reduções nos preços de curto prazo para o sistema e conseqüentemente gerando saltos negativos nos preços de eletricidade. A média dos saltos calculada considerando todos os modelos é de -1,11 para a região sudeste, 1,32 para a região sul, -0,55 para a região nordeste, 2,59 para a região norte. Tamanha volatilidade nas regiões sul e norte pode ser explicada pela característica físico-operativa de cada submercado, respectivamente, pela baixa capacidade de armazenamento dos reservatórios do sul e pela complementaridade operativa que os reservatórios do norte têm quando suprem parte da demanda energética dos submercados sudeste e nordeste.

Ainda comparando os modelos com trocas de regime, podemos observar que as probabilidades médias dos preços se moverem de um regime de reversão à média para um regime com saltos é mais acentuada conforme o comportamento dos preços ilustrado na Figura 2. A probabilidade média do preço sair de um regime normal para um regime com saltos nos modelos com trocas de regime markoviano é de 7,33% para o submercado sudeste, 17,57% para o submercado sul, 9,23% para o submercado nordeste e 13,06% para o submercado norte. De maneira semelhante, a probabilidade média do preço sair de um regime com preços altos para um regime com preços normais é de 25,43% para o submercado sudeste, 43,76% para o submercado sul, 29,99% para o submercado nordeste e 25,24% para o submercado norte. Este resultado também encontra respaldo na operação física do sistema

uma vez que o sudeste apresenta maior parcela de energia hidráulica com grandes reservatórios o que permite que este submercado seja utilizado para absorver anomalias de outros submercados, uma seca no sul ou nordeste pode ser compensada pela geração adicional do sudeste. A alta probabilidade encontrada nos submercados sul e norte pode ser explicada pela baixa capacidade dos reservatórios do sul e pelas altas vazões e capacidade de exportação do norte. A probabilidade do preço sair de um regime de preços altos para um regime de preços normais é mais alta no sul pela mesma razão, reservatórios pequenos, isto é, uma chuva abundante irá encher os reservatórios do sul trazendo os preços de patamares altos para patamares normais mais rapidamente do que em outros submercados, que possuem grande capacidade de armazenamento em seus reservatórios, ficando sujeitos ao regime hidrológico de sua região e ao atendimento da demandas de seus e outros mercados.

Considerando a matriz de Markov do modelo estocástico de mudança de regime com saltos dependentes, calculamos a probabilidade de permanência do preço em cada regime por meio das formulas $1-\pi_{iMS}$ ou $1-\pi_{iSM}$ com dados da Tabela 2.

Quando o preço se encontra em um regime de preços normais, temos as seguintes probabilidades de permanência neste regime: SE = 89,06%; S = 72,62%; NE = 88,30%; N = 79,68%. Por outro lado, quando o preço se encontra em um regime de preços altos, temos as seguintes probabilidades de permanecermos neste regime de preços: SE = 54,21%; S = 60,59%; NE = 65,20%; N = 64,12%. Estes últimos resultados nos insinuam a existência de um processo de reversão à média do preço spot de energia no Brasil quando estes se encontram em patamares elevados.

5 CONCLUSÃO

Com o amadurecimento do setor elétrico ao redor do mundo, diversos países passaram a adotar modelos de negociação de mercado, seja por meio de negociações bilaterais ou na forma de leilões, estes muitas vezes regulados pelo poder concedente. Precificação apropriada e administração de risco passaram a fazer parte das atividades dos principais consumidores e agentes do mercado de energia elétrica na definição de estratégias de comercialização, avaliação de contratos e administração de risco. Nesta dissertação estudamos vários modelos que caracterizam o comportamento estocástico do preço spot de energia elétrica no Brasil. Inicialmente estimamos os parâmetros de um modelo de reversão à média por máxima verossimilhança, depois estendemos este modelo incluindo difusão com saltos estocásticos, posteriormente introduzimos mudança de regime markoviano.

Os resultados indicam que o preço spot de energia elétrica no Brasil pode ser representado por meio de um modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime markoviano e difusão com saltos dependentes. Tal modelo explica a volatilidade encontrada no custo marginal de operação de cada submercado do Sistema Interligado Nacional, com exceção do submercado norte, que é melhor representado pelo modelo estocástico com reversão à média, mudança de regime markoviano e difusão com saltos independentes .

Pesquisas futuras devem avaliar o comportamento do preço spot frente parâmetros como níveis de reservatórios, média de longo prazo dos níveis dos reservatórios, previsão de afluências, consumo nacional de energia elétrica etc.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BHANOT, K. **Behavior of power prices: implications for the valuation and hedging of financial contracts**, Journal of Risk, 2:3, p. 43-62, 2000.

CARR, P., H. GEMAN, D. MADAN and M. YOR. **Stochastic volatility for Lévy processes**. Mathematical Finance 13, p. 345-382, 2003.

DENG, S. **Stochastic Models of Energy Commodity Prices and Their Applications: Mean-reversion with Jumps and Spikes**. Program on Workable Energy Regulation of the University of California Energy Institute, 2000.

DUFFIE, DARRELL, Stephen GRAY, and Philip Hoang. **Volatility in Energy Prices. Managing Energy Price Risk**. Risk Publications, Second Edition, 1998.

EYDELAND, A and H. GEMAN. **Pricing power derivatives**, RISK, September 1998.

GEMAN, H. and A. RONCORONI (2002). **Understanding the fine structure of electricity prices**. Journal of Business, Vol. 79, No. 3, 2006.

HAMILTON, J.D. **A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle**. Econometrica, 57, p. 357-384, 1989.

HAMILTON, J.D. **Time Series Analysis**. Princeton University Press, 1994.

HUISMAN, R. and R. MAHIEU. **Regime jumps in power prices**. Energy & Power Risk Management, September 2001.

JOHNSON and BARZ. **Selecting stochastic processes for modeling electricity prices, Energy Modeling and the Management of Uncertainty**. Risk Publications, 1999.

JONG, C. **The Nature of Power Spikes: a regime-switch approach**. Rotterdam School of Management at Erasmus University, Working Paper, 2005.

JONG, C.; HUISMAN, R. **Options Formulas for Mean-Reverting Power Prices with Spikes**. Energy Global Rotterdam School of Management at Erasmus University Rotterdam, 2002.

KNITTEL, C.R. and M. ROBERTS. **An empirical examination of deregulated electricity Prices**. Working paper, University of California Energy Institute, 2001.

PINTO, L. M. V. G. **Tarifação da Geração a Custos Marginais**. Anais do III Encontro Luso Afro Brasileiro de Planejamento e Exploração de Redes de Energia, Porto - Portugal, 1996.

PINTO, L. M. V. G. **Tarifação da Transmissão a Custos Marginais**. Anais do III Encontro Luso Afro Brasileiro de Planejamento e Exploração de Redes de Energia, Porto - Portugal, 1996.

LUCIA, J. and SCHWARTZ, E. **Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange**. University of California at Los Angeles, Anderson Graduate School of Management, March, 2000.

MERTON, R. (1976). **Option pricing when underlying stock returns are discontinuous**. Journal of Financial Economics, 3, 125-144.

SILVA, E.L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. Editora Sagra Luzzatto, 2001.

VILLAPLANA, P.; ESCRIBANO, A.; PENA, **Modeling Electricity Prices: International Evidence**. Universidad Carlos III de Madrid, Working Paper 02-27, Economics Series 08, 2002.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)