

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Transposição do Rio São Francisco: Uma Abordagem
por Controle Ótimo

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UFPE
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE
POR

Pedro Camara Lima da Costa

Orientador: Prof. Fernando Menezes Campello de Souza, Ph.D.

RECIFE, DEZEMBRO/2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DE

PEDRO CAMARA LIMA DA COSTA

“Transposição do Rio São Francisco: Uma Abordagem por Controle Ótimo”

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato PEDRO CAMARA LIMA DA COSTA **APROVADO**.

Recife, 28 de dezembro de 2006.

Prof. FERNANDO MENEZES CAMPELLO DE SOUZA, PhD (UFPE)

Prof. LUCIANO NADLER LINS, Doutor (UFPE)

Prof. ALEXANDRE STAMFORD DA SILVA, Doutor (UFPE)

C838t

Costa, Pedro Camara Lima da

Transposição do Rio São Francisco: uma abordagem por controle ótimo / Pedro Camara Lima da Costa. – Recife: O Autor, 2006.
ix, 52 f., il., gráfs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - PPGEPP, 2006.

Inclui referências bibliográficas e apêndice.

1. Engenharia de Produção. 2. Rio São Francisco - Transposição. 3. Controle Ótimo. 4. NEWAVE. 5. Tradeoff água x energia. I. Título.

658.5 CDD (22.ed.)

BCTG/2007-032

“Dedico esta dissertação aos meus pais, Vera e Olimpio.”

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram para a realização deste trabalho. Agradeço principalmente:

Ao Prof. Fernando Menezes Campello de Souza, por sua dedicação, pelos ensinamentos teóricos e pela motivação que me transmitia a cada uma de nossas conversas.

Aos meus pais, Vera e Olimpio; às minhas irmãs, Anna e Joanna; e à minha namorada, Rafaela, pelo apoio incondicional, apesar das muitas horas de convívio sacrificadas.

A meu tio João Paulo Maranhão de Aguiar, Engenheiro da CHESF, pelas informações fornecidas e pelas conversas, que muito me ajudaram a ter uma melhor compreensão sobre a Transposição do Rio São Francisco.

Aos amigos do PPGE e do Grupo de Engenharia de Sistemas, especialmente Diana Ospina López, Diogo Bezerra, Eduardo Moura, Felipe Aquino Moura, Paulo Rego Barros Júnior, Pedro Leon Gomes, Rafael Assunção e Sérgio Parente.

RESUMO

Neste trabalho são estudados 3 modelos. Aborda-se a questão da transposição do rio São Francisco por meio de dois modelos de crescimento econômico. Nestes, deseja-se maximizar a utilidade de um trabalhador médio. As principais variáveis em estudo são a água não energética, as energias hidrelétrica e termelétrica, e o déficit energético. É por meio das relações entre estas variáveis que se estuda o *tradeoff* água $\times$ energia, que engloba o problema da transposição. No segundo modelo, a energia térmica é agregada à hidráulica, tornando-se uma fração desta última. Isto permite que se perceba com maior clareza as implicações das decisões de expansão do sistema elétrico, decorrentes da escolha entre termelétricidade e hidreletricidade. O modelo seguinte trata da operação do sistema elétrico, onde se deseja minimizar os custos pela decisão da energia gerada em cada usina do sistema, considerando que o custo de um déficit energético representa para a economia. Este modelo é baseado no NEWAVE, modelo utilizado pelo Operador Nacional do Sistema, com este mesmo objetivo de minimização do custo operacional. Por meio da Teoria de Controle Ótimo obtém-se relações entre as variáveis em estudo. Entre os principais resultados deste trabalho destaca-se o fato de a água, enquanto insumo produtivo não energético, dar uma maior contribuição à economia do que a água utilizada na geração hidrelétrica. A água não energética torna-se ainda mais importante em um cenário de déficit energético, ou, no caso de expansão da matriz energética pelo aumento da geração termelétrica.

Palavras-chave: transposição do rio São Francisco, Controle Ótimo, *tradeoff* água $\times$ energia, NEWAVE.

ABSTRACT

Three models are studied in this dissertation. The transposition of the São Francisco river is treated in this dissertation by two economic growth models. The objective of both models is to maximize the utility function of the labor force. The most important variables are non-energetic water, hydraulic and thermal energy, and the energy deficit. The relations among these variables will determine the tradeoff water $\times$ energy. The transposition may be included in this tradeoff. In the second model, thermal energy is aggregated with hydraulic energy, becoming a fraction of the last one. With that, one can see clearly the implications of the investment choices in hydraulic or thermal energy. In other words, the results of this model may be useful in the planning of the expansion of the electric energy system. The third model approaches the electric system operation problem, in which the main goal is to minimize the costs of energy by the choice of the hydraulic and thermal levels of generation. This third model is based on the NEWAVE, model used by the System National Operator, with the same purpose of minimize the operational costs of energy. In all the models the Optimal Control Theory is used to obtain the conditions of maximization of the objective functional. One of the most important results of this work is the bigger economic contribution of non-energetic water, when compared to *hydroelectric water*. Non-energetic water becomes even more important in a moment of energy deficit, or, in the case of expansion of the energy system by investment in thermal energy.

Keywords: transposition of the São Francisco river, Optimal Control Theory, water x energy tradeoff, NEWAVE.

Sumário

AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	ix
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Apresentação do Problema	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização do Trabalho	2
2 ÁGUA E ENERGIA	3
2.1 A importância da água	3
2.2 Sistema Elétrico Brasileiro	4
3 TRANSPOSIÇÃO DO RIO SÃO FRANCISCO	8
3.1 Histórico	8
3.2 Transposição Atualmente	9
4 MODELOS	13
4.1 Introdução	13
4.2 Componentes dos Modelos 1 e 2	14
4.2.1 Notação	14
4.2.2 Identidade da Renda	17
4.2.3 Balanço Energético	17
4.2.4 Tecnologias de Produção	18

4.2.5	Dinâmica do Consumo das Reservas	19
4.2.6	Identidades de Investimento	20
4.2.7	Dinâmica de Crescimento da Força de Trabalho	20
4.2.8	Função Objetivo	21
4.3	Modelo 1	21
4.3.1	Relações Obtidas na Primeira Análise:	23
4.3.2	Relações Obtidas na Segunda Análise:	25
4.4	Modelo 2	26
4.4.1	Relações Obtidas na Primeira Análise:	28
4.4.2	Relações Obtidas na Segunda Análise:	29
4.5	Componentes do Modelo 3	30
4.5.1	Notação	30
4.5.2	Balanço Energético	30
4.5.3	Dinâmica do Consumo das Reservas	31
4.5.4	Função Objetivo	31
4.6	Modelo 3	32
4.6.1	Relações Obtidas	33
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	35
5.1	Conclusões	35
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	37
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38
A	APÊNDICE	40
A.1	Modelos 1 e 2	40
A.1.1	Primeira Análise	40
A.1.2	Segunda Análise	45
A.1.3	Relações Consequentes	47
A.2	Modelo 3	51
A.2.1	Condições de otimalidade para a maximização do Hamiltoniano	51

Lista de Figuras

2.2.1 Gráfico de Intensidade Energética	6
3.2.1 Transposição:Projeto Atual	10

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Problema

O contraste entre a grande vazão do Rio São Francisco e a região do semi-árido por ele percorrida despertou, ainda no século XIX, a idéia da transposição como solução para as secas frequentes.

Naquela época, dificuldades de ordem técnica impossibilitavam a realização da obra. Com o avanço da tecnologia, hoje, tais dificuldades estão superadas e a construção dos canais, barragens e estações de bombeamento necessários para transpor a água do São Francisco não constituem um desafio do ponto de vista da engenharia.

O maior empecilho à transposição, atualmente, é o risco de déficit energético, já que as águas do São Francisco, por meio de usinas hidrelétricas, são responsáveis pelo abastecimento de eletricidade na região, e retirar água do rio implica em redução na geração de energia.

Deseja-se estudar o risco de déficit energético causado pela transposição, com suas implicações econômicas. Estuda-se, ainda, as relações entre as energias térmica e hidráulica, que são as duas grandes fontes de eletricidade no país.

O debate sobre a transposição do Rio São Francisco tem ocupado considerável espaço na mídia nos últimos anos, e, mesmo assim, não se avança em direção a uma decisão. Grandes obras como esta costumam gerar polêmica, mas neste caso em particular há um fator complicador: o debate que tem sido travado, essencialmente, no campo político, onde as posições favoráveis e contrárias à transposição são tomadas, muitas vezes, de maneira casuística.

Deseja-se, neste trabalho, abordar a questão da transposição do ponto de vista econômico, tendo como objetivo o bem comum para a sociedade brasileira como um todo.

1.2 Objetivos

Para estudar a transposição do rio São Francisco será utilizado um modelo de crescimento econômico. Deste modelo, que trata de um horizonte de longo prazo, espera-se:

- Extrair relações entre a água não energética e a água utilizada como insumo para a hidreletricidade.
- Analisar as implicações de um eventual déficit energético para a economia.
- Obter relações entre a hidreletricidade e a termoeletricidade que possam ser úteis no planejamento da expansão do sistema elétrico nacional.

É proposto, também, um modelo de curto prazo, que tem por objetivo minimizar os custos da operação do sistema elétrico nacional. Deste modelo deseja-se obter o mix energético (considerando hidreletricidade e termoeletricidade) que propicia o menor custo de geração de eletricidade.

1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 2 são estudados a água e energia. São apresentados alguns conceitos e dados sobre estes bens, especialmente suas disponibilidades e interrelações no Brasil.

O Capítulo 3 trata da transposição do rio São Francisco. Inicialmente é apresentado o histórico dos projetos de transposição; passa-se, em seguida, aos argumentos que embasam as posições favorável e contrária à transposição.

No Capítulo 4 são apresentados os modelos estudados na dissertação, e os resultados obtidos a partir dos mesmos.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho, e sugestões para trabalhos futuros.

No apêndice são apresentados os cálculos para a maximização dos funcionais objetivos dos 3 modelos propostos.

2 ÁGUA E ENERGIA

2.1 A importância da água

Sabe-se que a água vem se tornando um bem cada vez mais valioso, no mundo contemporâneo, devido à sua escassez. Por se tratar de um bem vital, ela assume posição estratégica no desenvolvimento de uma região ou de um país.

Com relação ao planejamento e gestão de recursos hídricos, (Granziera, 1993) *apud* (Vieira, 2000, p. 9) elenca princípios e critérios, que estão se estabelecendo como consensuais. São alguns destes:

- A água é um recurso natural limitado, essencial à vida e ao desenvolvimento.
- Os usos múltiplos da água devem ser considerados no processo de planejamento.
- A água é um bem de valor econômico, passível de cobrança pelo seu uso.

No Brasil, de acordo com a Constituição Federal, no art. 21, XIX, compete à União *instituir sistema nacional de gerenciamento de recursos hídricos e definir critérios de outorga de direitos de seu uso*. A regulamentação deste preceito foi feita pela lei 9433/97, que institui a política nacional de recursos hídricos, e cria o sistema nacional de gerenciamento de recursos hídricos. Esta lei, além de incorporar os princípios supracitados, também institui, entre seus artigos e incisos, que:

- A água é um bem de domínio público;
- A água é dotada de valor econômico;
- Os recursos hídricos devem ser utilizados de maneira racional e integrada, tendo por objetivo o desenvolvimento sustentável;
- A gestão de recursos hídricos deve estar integrada à gestão ambiental;
- A gestão dos recursos hídricos deve ser descentralizada e contar com a participação do Poder Público, dos usuários e das comunidades;

- Em situações de escassez, o uso prioritário da água é para consumo humano e animal.

Neste ponto, vale à pena citar algumas estatísticas sobre a distribuição de água no Planeta Terra e no Brasil. De toda a água no nosso planeta, 97% está nos oceanos (água salgada). Os 3% de água doce se dividem em: 1% nos rios, lagos e subsolo, e 2% nas geleiras e calotas polares. Portanto, apenas 1% da toda a água do planeta Terra encontra-se disponível para o consumo.

O Brasil é o país que apresenta maior quantidade de água em seus rios, lagos e subsolo, correspondendo a 12% do total mundial. Entre as regiões brasileiras, a disparidade na distribuição das fontes de água doce é enorme: enquanto a Região Norte responde por 72% do total de água do país, o Nordeste possui apenas 3%.

No semi-árido nordestino, como se sabe, além de a escassez de água se apresentar de forma crítica, as chuvas são muito irregulares, o que ocasiona longos períodos de seca, e, eventualmente, cheias. Diante deste cenário fica evidente a importância do planejamento do uso dos recursos hídricos desta região.

2.2 Sistema Elétrico Brasileiro

O sistema de geração de energia elétrica brasileiro é composto de dois grandes subsistemas interconectados (Maceira *et al.*, 2002a):

- Sul, Sudeste e Centro Oeste (79% do consumo);
- Nordeste e parte do Norte (19% do consumo).

Existe, ainda, um sistema isolado no Norte, correspondente aos 2% restantes do consumo.

Do total de eletricidade gerado no país, cerca de 90% corresponde a hidreletricidade, e, os 10% restantes são gerados em usinas termelétricas, tendo como insumos combustíveis fósseis (óleo combustível, gás natural). A preferência por uma matriz energética baseada na hidreletricidade explica-se pelo custo operacional desprezível, se comparado à termelétricidade. De acordo com (Revista Istoé, 2006), atualmente, o gás natural corresponde a 8,9% da matriz energética nacional, e em 2010 deve chegar a 11%.

O planejamento do sistema elétrico envolve duas vertentes: operação e expansão.

O planejamento da operação do sistema elétrico é feito para o curto prazo (até 5 anos), prazo este em que não há grandes alterações no parque instalado de geração elétrica. As decisões de operação do sistema são centralizadas em um órgão gestor de abrangência nacional, o Operador Nacional do Sistema (ONS).

O objetivo básico do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é determinar metas de geração para cada usina, a cada etapa, que atendam à demanda e minimizem o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas térmicas e pelo custo atribuído às interrupções de fornecimento de energia, representado por uma função de penalização dos déficits de energia (custo do déficit)., (Mercado Atacadista De Energia, 2003).

As usinas hidrelétricas têm custo operacional praticamente nulo, porém têm uma capacidade futura de geração incerta, dependente sobretudo do regime de chuvas que venha a ocorrer. Portanto, em sistemas hidrotérmicos, o custo operacional é basicamente o custo do combustível das usinas térmicas, além, é claro, do custo de um eventual déficit energético, que representa um limite ao crescimento econômico (ou até uma retração econômica).

A relação entre o crescimento do PIB e o aumento da oferta de energia é dada pela elasticidade-renda da energia. Países em desenvolvimento costumam ter uma elasticidade-renda da energia elevada, resultado de baixa eficiência no consumo energético. À medida que vão se desenvolvendo, sua elasticidade-renda da energia tende a diminuir, como resultado de uma melhoria nos processos produtivos que aumenta a eficiência no consumo energético (Figura 2.2.1).

No Brasil, a elasticidade-renda da energia, nos últimos anos, está em torno de 1,5 (Cabral, 2003), ou seja, a um crescimento de 1% no PIB corresponde um aumento de 1,5% na demanda por energia elétrica.

Como os sistemas responsáveis pela geração de 98% de toda a energia elétrica no país são interligados (embora não plenamente), é possível produzir energia em determinada região para abastecer a demanda em outra região. Este é um importante fator em um país tropical de dimensões continentais, e que tem na hidreletricidade sua principal fonte de geração. Isto porque, não raro, determinadas regiões convivem com longos períodos de seca, enquanto outras passam, simultaneamente, por cheias.

Low Energy Intensity – an Indicator of Progress

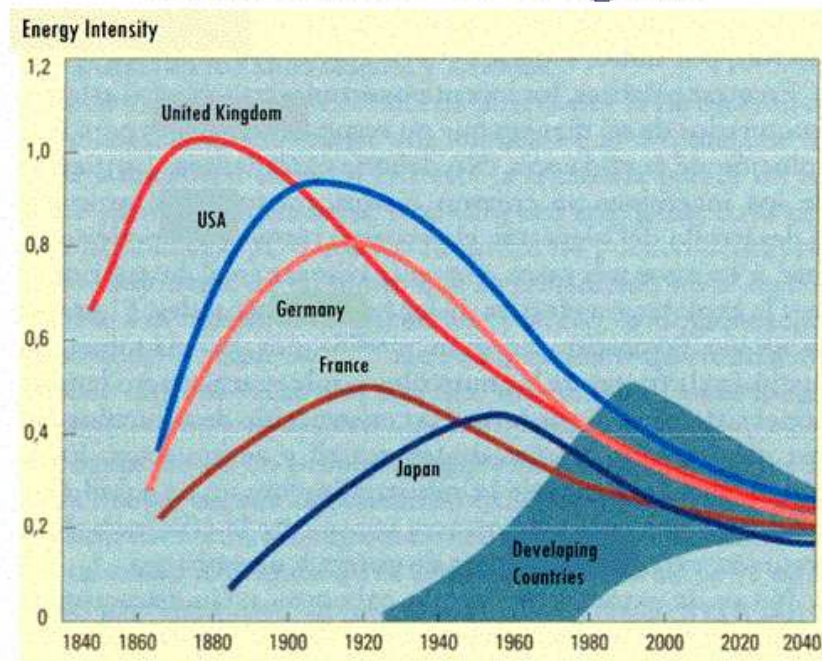


Figura 2.2.1: Gráfico de Intensidade Energética

Nota: Figura originalmente extraída do site
<http://weizsaecker.bawue.spd.de/download/images/Low%20Energy%20Intensity.gif>

Se a interligação do sistema propicia que se evite o desperdício e o déficit energético em determinadas situações, um outro problema persiste: o de determinar o nível dos reservatórios das usinas hidrelétricas no futuro, e assim determinar a capacidade de geração energética destas últimas. O nível futuro dos reservatórios dependerá sobretudo das chuvas que venham a ocorrer no período em questão; além das chuvas, fatores como os níveis de evaporação e infiltração das águas influenciam o nível dos reservatórios. Todas essas variáveis (chuvas, infiltração e evaporação das águas) têm um grau de imprevisibilidade razoavelmente elevado. Portanto, a geração hidrelétrica é limitada por um processo estocástico de alta variância.

A geração termelétrica, que no Brasil é dependente de gás natural importado, também pode apresentar problemas de falta de insumos. Crises diplomáticas como a que o Brasil enfrenta atualmente com seu principal fornecedor de gás, a Bolívia, podem ocasionar um desabastecimento nas usinas termelétricas. A dependência do gás importado tende a di-

minuir nos próximos anos, quando entrarão em operação novos campos de gás descobertos no país.

Apostando numa solução do conflito diplomático e no aumento da produção interna de gás, considera-se, para efeito do planejamento da operação do sistema, que a capacidade de geração termelétrica é determinada pelo parque instalado de usinas termelétricas, e a disponibilidade de insumo (gás) não representa um gargalo na geração termelétrica.

Assim, para o planejamento da operação do sistema, tem-se a geração termelétrica limitada pela capacidade do parque instalado (valor conhecido), enquanto a geração hidrelétrica é variável, dependendo das chuvas futuras.

O planejamento da expansão do sistema consiste em determinar quando e em que quantidade será preciso aumentar a capacidade de geração de energia elétrica, de modo a atender a demanda a longo prazo (mais de 5 anos). Estima-se o aumento esperado na demanda por eletricidade com base em modelos de crescimento econômico; a relação entre essas duas variáveis é dada pela elasticidade-renda da energia, conforme comentado anteriormente. A segunda parte do planejamento trata de como produzir a energia nova (no Brasil a escolha tem sido entre usinas hidrelétricas e térmicas), tendo grande peso nesta decisão a estimativa dos custos de instalação e operação dos empreendimentos.

3 TRANSPOSIÇÃO DO RIO SÃO FRANCISCO

3.1 Histórico

O histórico das propostas de transposição do Rio São Francisco é apresentado por (Pessoa, 1989).

O primeiro registro sobre a idéia da transposição do Rio São Francisco data do Governo de D. João VI. Os estudos sobre a viabilidade do projeto então autorizados não chegaram a propostas concretas.

Em 1877, o deputado Tristão de Alencar Araripe propôs a transposição do São Francisco para o Ceará como parte de um pacote de medidas para atenuar o problema da seca no semi-árido nordestino. Iniciou-se, a partir dessa proposta, um debate nos meios acadêmicos, e também no Congresso Nacional.

Ainda em 1877, o Instituto Politécnico do Rio de Janeiro acenava com a proposta da transposição de águas do Rio São Francisco para o Rio Salgado, no Ceará, entre outros projetos de combate à seca.

Em 1883, o engenheiro José Américo dos Santos, daquele mesmo instituto, declarava sua posição contrária à transposição, apontando restrições técnicas e financeiras, enquanto defendia o projeto alternativo de irrigação por meio de açudagem.

Posição favorável à transposição foi emitida em 1906 pelo Dr. Clodomiro Pereira da Silva, da Escola Politécnica da USP, em livro intitulado *O Problema das Secas no Nordeste Brasileiro*. Neste mesmo ano o deputado federal Eloy de Souza apresenta-se, em uma série de discursos, como contrário à idéia de transposição, chegando mesmo a caracterizá-la de lunática.

Também contrário à transposição, o engenheiro Arrojado Lisboa, diretor do Instituto de Obras Contra as Secas afirmava, em 1913 (Pessoa, 1989, p. 13):

Em virtude de um princípio elementar de irrigação, não se pode pensar em transportar um rio à distância para fins agrícolas alheios, antes de se satisfazer às necessidades ribeirinhas. Seria absurdo roubar à terra mais seca do país a garantia única do seu futuro, fazendo um rio perene galgar montanhas

para lançar, a mais de 200 km de sertão ressequido, em uma região que delas não precisa, as sobras minguadas que se subtraíssem às grandes infiltrações e evaporações do trajeto.

Em 1953 o Dr. José Américo de Almeida retomou o debate, na Câmara dos Deputados, em depoimento em que recomendava ao Departamento Nacional de Obras e Saneamento a construção de um canal ligando o rio São Francisco, desde a cachoeira de Sobradinho, ao rio Moxotó, beneficiando vários municípios, numa extensão de 400 km.

Mais recentemente, no início da década de 1980, o projeto de transposição ressurgiu. Após 3 grandes cheias do São Francisco praticamente consecutivas, em 1979, 1980 e 1982, sendo a de 1979 a maior cheia já registrada neste rio, surgiu a proposta de desviar o excesso de água do São Francisco para o Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte e Paraíba. O projeto pretendia transpor cerca de $300 \text{ m}^3/\text{s}$ para as bacias dos rios Jaguaribe, Apodi e Piranhas-Açu, podendo irrigar uma área superior a 600.000 ha.

O fato é que não se tratava de excesso de água, e sim uma coincidência de ocorrerem grandes cheias em um período tão curto. Na verdade, ao que parece, por trás deste projeto se escondiam interesses políticos-eleitorais (estava-se às vésperas da última eleição presidencial indireta). Este projeto não avançou, fruto de sua própria incoerência.

Entre 1993 e 1994, novamente às vésperas de período eleitoral, surgiu uma segunda proposta de transposição, baseada na anterior. De acordo com essa proposta, a vazão a ser transposta variava de $200 \text{ m}^3/\text{s}$ a $500 \text{ m}^3/\text{s}$. Inconsistente como sua antecessora, acabou tendo o mesmo destino.

3.2 Transposição Atualmente

Em 1996 o assunto voltou à tona, sendo, desta vez, tratado com mais seriedade. Esta terceira versão do projeto contemplou o aproveitamento dos recursos hídricos locais das bacias receptoras, conforme defendia um estudo de 1983 do Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica (DNAEE), intitulado "Transposição das águas do São Francisco e Tocantins para o semi-árido nordestino". Sabe-se que no Piauí (águas subterrâneas), no Ceará e Rio Grande do Norte, a disponibilidade de água é suficiente para atender às

populações locais e irrigar mais de 250.000 ha.

Com o aproveitamento desses recursos hídricos locais, reduziu-se a vazão a ser transposta do São Francisco para 60 m^3/s . Levando-se em conta que a vazão média de longo período deste rio é de 2850 m^3/s , percebe-se que a água transposta teria pouca influência na vazão do São Francisco.



Figura 3.2.1: Transposição: Projeto Atual

Nota: Figura originalmente extraída do site
<http://www.integracao.gov.br/saofrancisco/projeto/eixos.asp>

Esta terceira versão do projeto prevê dois eixos (norte e leste), ambos retirando água do rio entre a hidrelétrica de Sobradinho e a de Itaparica. A água transposta no eixo norte atenderia às bacias dos rios Salgado, Jaguaribe, Apodi, Piranhas-Açu e Brígida. No eixo leste, a transposição beneficiaria os rios Paraíba, Moxotó e Ipojuca (Figura 3.2.1).

Este terceiro projeto, embora claramente melhor que seus antecessores, ainda deixa em aberto uma série de questões importantes. Questões como de que forma será distribuída a água transposta ou que usos ela terá não são respondidas por este projeto. Também não são analisadas propostas alternativas à transposição, como, por exemplo, utilizar a água do São Francisco para irrigar terras que ficam na sua própria margem.

Em seu estudo, (Stamford da Silva, 1999) mostrou que a água, enquanto insumo não energético, dá uma contribuição duas vezes maior do que a água energética para a produção de energia. De acordo com este resultado, a água deve ser liberada, na medida do possível, para usos não energéticos, e a hidreletricidade ser substituída pela termoeletrici-

dade, ou outras formas de geração de energia elétrica. Este é um forte argumento a favor da transposição (de maneira geral, a favor dos usos não energéticos da água dos rios).

Devido à exaustão da capacidade de geração hidrelétrica, a expansão do sistema elétrico terá, necessariamente, que basear-se em outras fontes.

Mas a pergunta sobre o que fazer no curto prazo persiste: é possível liberar uma parcela da água que atualmente é utilizada para gerar eletricidade para outros fins sem correr o risco de um déficit de energia ou não?

Os defensores da transposição têm como seu principal argumento o fato que a vazão a ser transposta é menor que o erro na medida da mesma. Ou seja, os instrumentos de medida atualmente disponíveis não seriam sequer capazes de detectar a diferença na vazão do Rio São Francisco. Assim, argumentam eles, o efeito negativo que a transposição teria sobre a geração de energia seria desprezível.

Por outro lado, aqueles que são contrários à transposição argumentam que a demanda por eletricidade está muito próxima da oferta máxima, e que, qualquer diminuição na oferta, por menor que seja, implica em risco de déficit energético, com consequências desastrosas para a economia. Além disso, argumentam eles, a hidreletricidade apresenta uma situação particularmente difícil: o fato de sua capacidade de geração ser determinada pelo volume de chuvas. Assim, chuvas abaixo do esperado podem ter como consequência um déficit energético, mesmo sem transposição, como já ocorreu entre os anos de 2000 e 2001. Naquele período, devido a dois anos consecutivos onde as chuvas ficaram muito abaixo do esperado, o Brasil enfrentou um déficit energético de cerca de 20%.

Também se argumenta, contrariamente à transposição, que não há déficit de água no Nordeste; o que há é má gestão dos recursos hídricos disponíveis na região. De acordo com esta idéia, a água subterrânea junto com a água disponível nos rios e açudes do semi-árido nordestino seria suficiente para o consumo humano e o desenvolvimento econômico da região (irrigação, consumo industrial, etc.); o problema principal seria gerir estes recursos de maneira eficiente.

Em relação aos estados brasileiros, aqueles que, pelo projeto de transposição "cedem água" (estados por onde o Rio São Francisco passa e que não serão beneficiados pela água transposta) se posicionam contrariamente à transposição. Já os estados receptores da água transposta, evidentemente, são favoráveis à transposição.

Se por um lado é desejável liberar água da geração hidrelétrica para outros usos produtivos, por outro, um eventual déficit de energia é algo que se deseja evitar. Isto é verdade

tanto para quem é favorável quanto para quem é contrário à transposição.

A diferença entre os dois agentes reside no apetite pelo risco. Aqueles que são contrários à transposição são mais avessos ao risco (de déficit energético), enquanto os outros estão dispostos a realizar a transposição, mesmo incorrendo em um risco maior de déficit de energia. Assume-se que tanto aqueles que são favoráveis quanto os que são contrários à transposição desejam o bem comum da população brasileira, como um todo.

4 MODELOS

4.1 Introdução

Modelos de crescimento econômico envolvem a escolha entre o consumo e a poupança (acumulação de capital). Se é indiscutível que, a qualquer momento, mais consumo é melhor do que menos, também é verdade que o consumo futuro é determinado pela poupança atual. Ou seja, para se obter um crescimento econômico ótimo é preciso equilibrar o consumo atual e futuro. O fator determinante deste binômio consumo/poupança é a taxa social de desconto (também chamada taxa de impaciência ou taxa de juros).

A otimização de modelos dinâmicos (que engloba os modelos de crescimento econômico) encontra na Teoria do Controle Ótimo ferramentas para a solução do problema. O Problema do Controle, no caso dinâmico, consiste em maximizar um funcional objetivo pela escolha das trajetórias das variáveis de controle no período de tempo de que trata o problema; a situação do sistema é descrita pelas variáveis de estado.

Neste trabalho será utilizado o Princípio do Máximo de Pontryagin para a obtenção das relações necessárias à maximização dos funcionais objetivos propostos. Para maiores esclarecimentos em modelos de crescimento econômico e Teoria do Controle Ótimo, ver (Intriligator, 1971).

Para estudar a relação entre a hidreletricidade e a termoeletricidade, e entre a hidreletricidade e a água não energética será tomado como ponto de partida o modelo proposto em (Stamford da Silva, 1999). Serão inseridas naquele modelo algumas variáveis e equações, de forma a enfatizar os pontos que se deseja estudar. São propostos dois modelos com estas características, sendo a principal diferença entre eles que, no modelo 2, as energias térmica e hidráulica são estudadas de forma agregada, enquanto no modelo 1 elas se encontram discriminadas. Uma outra diferença entre estes 2 (dois) modelos diz respeito ao horizonte temporal. Enquanto o modelo 1 trata do longo prazo, o modelo 2 refere-se ao médio prazo (até 10 anos). Isto tem uma implicação nas reservas de insumos para a geração elétrica. Isto ficará claro mais adiante, quando forem apresentadas as equações da dinâmica do consumo das reservas.

É proposto, em seguida, um modelo baseado no NEWAVE. O NEWAVE é o modelo

utilizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) com o objetivo de minimizar os custos de geração de energia elétrica, no curto prazo (período de até 5 anos). Este modelo trata apenas da operação do sistema, ou seja, a expansão do sistema não é considerada no NEWAVE. A partir dele, o ONS determina a geração elétrica de cada usina (hidrelétrica e térmica). No modelo proposto neste trabalho, deseja-se estudar os custos operacionais da energia (hidráulica e térmica), além do custo de um eventual déficit energético. Para mais informações no NEWAVE, ver (Maceira *et al.*, 2002b)

Os modelos 1 e 2 tratam da questão da expansão do sistema, ou seja, lidam com um horizonte de longo prazo, que envolve decisões de investimento nas formas de geração de energia elétrica. É tratada, ainda, a questão do *tradeoff* hidreletricidade $\times$ água não energética. Nestes dois modelos, considera-se que a retirada de água para usos não energéticos se dá antes de todas as hidrelétricas; ou seja, a água ou é utilizada para gerar eletricidade, ou é utilizada para outros fins. Isto é feito para simplificar os cálculos. No caso da transposição, por exemplo, haveria usinas hidrelétricas tanto antes quanto depois dos pontos onde a água seria retirada; conseqüentemente, o impacto negativo da transposição na geração hidrelétrica seria menor que o suposto nestes modelos.

O modelo 3, por sua vez, representa a operação do sistema, isto é, dado o parque instalado de geração de eletricidade, como produzir energia elétrica para atender à demanda, e, ao custo menor possível.

Utiliza-se a teoria do controle ótimo para a maximização dos funcionais objetivos dos três modelos. Os cálculos para a maximização dos funcionais objetivos se encontram no apêndice.

4.2 Componentes dos Modelos 1 e 2

4.2.1 Notação

As variáveis utilizadas nos modelos 1 e 2 são as seguintes:

- t — Tempo.

- J — Função de bem estar intertemporal.
- δ — Taxa social de desconto (taxa de juros).
- L — Força total de trabalho.
- u — Função utilidade por trabalhador.
- c — Consumo por trabalhador de bens não energéticos.
- α — Consumo por trabalhador de bens energéticos.
- β — Taxa de evolução da força total de trabalho.
- F — Função de produção de bens não energéticos excluindo a disponibilização de água para fins produtivos.
- E — Taxa agregada de consumo não energético dos recursos energéticos (excluindo o consumo de energia dos trabalhadores). É a energia efetivamente consumida.
- A — Taxa anual de consumo ou extração de água não energética, em medidas equivalentes de energia.
- D — Reservatório de água para quaisquer fins (águas dos reservatórios das usinas hidrelétricas).

Para as demais variáveis que aparecem no modelo, os índices têm os significados a seguir:

- 0— (zero) São os bens não energéticos excluindo-se a água não energética.
- K_0 — Bem de capital para a produção de bens não energéticos (excluindo os capitais relacionados à água não energética).
- L_0 — Trabalho para a produção de bens não energéticos (excluindo os trabalhadores relacionados à água não energética).
- I_0 — Investimento para a acumulação e reposição do capital K_0 .
- μ_0 — Taxa de depreciação do capital K_0 .
- A — Diz respeito à água não energética aquela que é usada para produzir bens não energéticos.

- F_A — Função de produção para a extração da água não energética.
- K_A — Bem de capital para a produção de extração do recurso A.
- L_A — Trabalho para a produção da extração de A.
- h_A — Função de ponderação para a extração da água não energética.
- I_A — Investimento para a acumulação e reposição do capital K_A .
- μ_A — Taxa de depreciação do capital K_A .
- H — Diz respeito aos recursos hidrelétricos (água energética).

E_H — Taxa anual de consumo ou extração de recursos hidrelétricos.

F_H — Função de produção para a extração de recursos hidrelétricos.

K_H — Bem de capital para a produção de extração de recursos hidrelétricos.

L_H — Trabalho para a produção da extração de recursos hidrelétricos.

h_H — Função de ponderação para a extração dos recursos hidrelétricos.

I_H — Investimento para a acumulação e reposição do capital K_H .

μ_H — Taxa de depreciação do capital K_H .
 - T — Diz respeito aos recursos termelétricos.

E_T — Taxa anual de consumo ou extração de recursos termelétricos.

F_T — Função de produção para a extração de recursos termelétricos.

K_T — Bem de capital para a produção de extração de recursos termelétricos.

L_T — Trabalho para a produção da extração de recursos termelétricos.

h_T — Função de ponderação para a extração dos recursos termelétricos.

I_T — Investimento para a acumulação e reposição do capital K_T .

μ_T — Taxa de depreciação do capital K_T .

D_T — Reservas de combustíveis fósseis, insumos produtivos da energia térmica.
 - Def — Diz respeito ao déficit energético.

E_{Def} — É o déficit de energia, ou seja, a diferença entre a energia demandada e aquela que é produzida (é medido na mesma unidade de E).

4.2.2 Identidade da Renda

A identidade da renda é dada pela equação a seguir:

$$F(K_0, L_0, E, E_{Def}, A) = I_0 + I_A + I_H + I_T + Lc \quad (4.2.1)$$

A função de produção (F), representa a produção agregada da economia, excetuando-se a energia e a água não-energética. Entretanto, foram explicitados como argumento desta função a taxa agregada de consumo não energético dos recursos energéticos (E), o déficit de energia (E_{Def}), e a água não energética (A). Além disto, E depende explicitamente de A , e, E_{Def} depende explicitamente de E . Assim, A e E também aparecem de forma implícita em F .

4.2.3 Balanço Energético

São duas as equações de balanço energético. A primeira, exposta a seguir, representa o consumo não energético dos recursos energéticos, para o modelo 1.

$$E = E_H + E_T - A - L\alpha \quad (4.2.2)$$

Nesta equação, A entra de forma negativa porque representa o quanto de hidreletricidade deixaria de ser gerada se determinada parcela da água utilizada para a geração hidráulica de energia fosse destinada para outros usos. É isto o que ocorrerá, por exemplo, caso a transposição das águas do Rio São Francisco seja efetuada.

O modelo 2 inclui, ainda, a seguinte relação:

$$E_T = bE_H \quad (4.2.3)$$

Nesta equação, b é a fração de energia hidráulica representada pela energia térmica. Esta relação entre E_H e E_T permite que, neste modelo, a energia térmica seja agregada à

hidráulica, tornando-se uma fração b desta última, e, a variável E_T seja excluída do modelo. Assim, para o modelo 2, a equação que representa o consumo não energético dos recursos energéticos tem a forma:

$$E = (b + 1)E_H - A - L\alpha \quad (4.2.4)$$

A outra equação do balanço energético, utilizada em ambos os modelos, define E_{Def} como a diferença entre a energia demandada (E_{Dem}) e a efetivamente consumida (E), conforme expresso a seguir:

$$E_{Def} = E_{Dem} - E \quad (4.2.5)$$

O déficit energético é uma demanda reprimida. Note-se que só existirá déficit energético quando $E_{Dem} > E$, ou seja, quando a energia disponível para o consumo não for capaz de atender completamente à demanda. Quando a oferta de energia atende completamente a demanda, $E_{Def} = 0$. O déficit energético tem impacto sobre o PIB; a relação entre ambos é dada pela elasticidade-renda da energia. Conforme comentado anteriormente, no Brasil este índice está em torno de 1,5, indicando que uma demanda reprimida (déficit) de 1,5% do total de eletricidade disponível para o consumo corresponde a um custo de oportunidade (não crescimento) de 1% do PIB.

4.2.4 Tecnologias de Produção

A extração de recursos energéticos e da água não energéticas é função do capital e do trabalho alocados no respectivo setor. Isto está representado na função F_i para o setor i , nas equações a seguir.

À medida que os recursos se aproximam da exaustão, é necessário alocar cada vez mais trabalho e capital para manter os níveis de extração. As funções $h_i(D_i)$ modelam a exaustão das reservas. Quando as reservas de D_i se aproximam da exaustão, $h_i \rightarrow 0$; caso contrário, pode-se considerar as reservas infinitas, caso em que $h_i = 1$.

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D) \quad (4.2.6)$$

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D) \quad (4.2.7)$$

$$E_T = F_T(K_T, L_T)h_T(D_T) \quad (4.2.8)$$

4.2.5 Dinâmica do Consumo das Reservas

As reservas ora tratadas são insumos para a produção de energia (térmica e hidráulica) e de água não energética. Para o consumo das reservas hídricas tem-se:

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A) \quad (4.2.9)$$

Esta equação representa o fato de que as reservas d'água são utilizadas tanto na geração hidrelétrica quanto para fins produtivos não energéticos.

Apesar de as reservas hídricas em questão serem recursos renováveis, considera-se que a taxa de consumo das mesmas (para os diversos fins) é maior que sua taxa de renovação. Por esta razão, optou-se por não incluir um termo que represente a renovação das reservas na equação anterior.

Para a produção de energia térmica tem-se a seguinte dinâmica de consumo das reservas:

$$\frac{dD_T}{dt} = -E_T \quad (4.2.10)$$

Esta equação está presente apenas no modelo 1. Neste modelo, por se tratar de um horizonte de longo prazo, a disponibilidade tanto de água (insumo da hidreletricidade) quanto de combustíveis fósseis (insumo da termoeletricidade) é considerada um limitador da capacidade de geração de eletricidade.

No médio prazo (até 10 anos), horizonte temporal do modelo 2, considera-se que haverá disponibilidade de combustíveis fósseis para atender à geração termelétrica, sendo a

geração termelétrica limitada unicamente pela capacidade instalada. Já a geração hidrelétrica, no Brasil, está próxima da exaustão, devido à pequena disponibilidade de reservas hídricas para expandi-la. Esta situação é agravada pelos usos não-energéticos da água, que concorrem com a hidreletricidade (caso da transposição). Por isto, optou-se por excluir do modelo 2 a equação acima, que representa o consumo das reservas de combustíveis, permanecendo neste modelo apenas a equação da dinâmica de consumo das reservas hídricas.

4.2.6 Identidades de Investimento

As identidades de investimento para os setores da economia tratados neste trabalho são dadas por:

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i, \quad i = 0, A, H, T \quad (4.2.11)$$

Nestas equações, μ_i representa a depreciação do capital investido em i , enquanto I_i são os investimentos. Os investimentos aumentam o estoque de capital e substituem o capital depreciado.

4.2.7 Dinâmica de Crescimento da Força de Trabalho

A taxa de crescimento da força de trabalho é determinada por β , de acordo com a equação a seguir:

$$\frac{dL}{dt} = \beta L \quad (4.2.12)$$

A força de trabalho total é a soma da força de trabalho em cada um dos setores da economia, matematicamente descrita por:

$$L = L_0 + L_H + L_T + L_A \quad (4.2.13)$$

4.2.8 Função Objetivo

Deseja-se, nestes modelos, maximizar o funcional objetivo a seguir:

$$MaxJ = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt \quad (4.2.14)$$

Nesta equação u é a utilidade de um trabalhador médio. É suposto que o problema tem solução interior.

4.3 Modelo 1

Modelo de crescimento econômico onde se deseja maximizar a utilidade intertemporal dos trabalhadores (utiliza-se a utilidade de um trabalhador médio). Por ser um modelo de longo prazo, é utilizado para que se obtenha relações entre as energias térmica e hidráulica, e a água não energética, relações estas que serão de grande utilidade nas decisões de investimento nestes setores da economia. Trata-se da questão da expansão do sistema elétrico (investimento no aumento da capacidade hidrelétrica e/ou termelétrica), e do investimento em água não energética $\times$ hidreletricidade.

$$MaxJ = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt \quad (4.3.1)$$

s. a:

$$F(K_0, L_0, E, E_{Def}, A) = I_0 + I_A + I_H + I_T + Lc \quad (4.3.2)$$

$$E = E_H + E_T - A - L\alpha \quad (4.3.3)$$

$$E_{Def} = E_{Dem} - E \quad (4.3.4)$$

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D) \quad (4.3.5)$$

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D) \quad (4.3.6)$$

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A) \quad (4.3.7)$$

$$E_T = F_T(K_T, L_T)h_T(D_T) \quad (4.3.8)$$

$$\frac{dD_T}{dt} = -E_T \quad (4.3.9)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i, \quad i = 0, A, H, T \quad (4.3.10)$$

$$\frac{dL}{dt} = \beta L \quad (4.3.11)$$

$$L = L_0 + L_H + L_T + L_A \quad (4.3.12)$$

O Hamiltoniano para este problema será dado por:

$$H = e^{-\delta t} \left[Lu(c, \alpha, \beta) - p_H(E_H + A) - p_T E_T - \sum_{i=0,A,H,T} q_i(\mu_i K_i - I_i) + q_L \beta L \right] \quad (4.3.13)$$

Nesta equação, $e^{-\delta t} q_i$, $e^{-\delta t} p_i$, e, $e^{-\delta t} q_L$ são as variáveis de co-estado, representando os preços sombra do modelo. Pode-se interpretar q_i como sendo a utilidade adicional resultante do incremento de capital no setor i da economia. De forma similar, q_L é interpretado como sendo o aumento de utilidade que resulta da expansão do trabalho na economia. As variáveis p_i , por sua vez, representam a desutilidade causada pela extração dos recursos com a consequente diminuição das reservas.

As variáveis de estado deste problema são:

$K_i, i=0,A,H,T$

D_T, D e L .

Na primeira análise, as variáveis de controle são:

$I_i, i = 0, A, H, T$

$$E_i, i = H, T$$

A , α e β , como proposto por (Campello de Souza, 2007).

Na segunda análise, as variáveis de controle são:

$$I_i, i = 0, A, H, T$$

$$L_i, i = H, T, A$$

α e β .

4.3.1 Relações Obtidas na Primeira Análise:

$$q = \frac{\partial u}{\partial c} \quad (A.1.20) \qquad \frac{p}{q} = \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial A} \quad (A.1.26) \qquad \frac{\partial F}{\partial A} = 2 \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (A.1.25)$$

$$\frac{\dot{p}}{p} = \delta \quad (A.1.31) \qquad \frac{\partial F}{\partial K_0} = \mu_0 - \mu \quad (A.1.23) \qquad \frac{\dot{q}}{q} = \delta + \mu \quad (A.1.32)$$

$$\mu_H = \mu_T = \mu_A = \mu \quad (A.1.33) \qquad \frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{\partial u / \partial c} \quad (A.1.3) \qquad q_L = - \frac{\partial u}{\partial \beta} \quad (A.1.4)$$

Interpretação dos Resultados

A expressão (A.1.20) determina que a utilidade adicional resultante do investimento é igual à utilidade marginal do consumo de bens não energéticos.

Na equação (A.1.25), considerando que $\partial F / \partial E_{Def} \leq 0$, pois um eventual déficit energético teria impacto negativo na função de produção da economia, ter-se-á:

$$\frac{\partial F}{\partial A} \geq 2 \frac{\partial F}{\partial E} \quad (4.3.14)$$

Ou seja, a água enquanto insumo produtivo não energético, dá uma contribuição no mínimo duas vezes maior à função de produção do que a água energética. Ocorrerá a

igualdade, nesta equação, quando não houver déficit energético.

A equação (A.1.31) é a regra de Hotelling, e determina que o valor dos recursos disponíveis para extração cresce à taxa de juros. A expressão (A.1.32) afirma que o valor marginal do capital investido cresce à taxa de juros, acrescida da taxa de depreciação.

A expressão (A.1.33) afirma que os energéticos e a água não energética têm uma mesma taxa de depreciação. Os bens não energéticos (excluída a água não energética) possuem uma taxa de depreciação diferenciada. Em (A.1.23) fica determinado que a contribuição dos bens não energéticos (excluída a água) à função de produção econômica é dada pela diferença entre a taxa de depreciação dos não energéticos e a dos energéticos. Desta expressão deduz-se que a taxa de depreciação dos energéticos (e da água não energética) é maior que a dos demais bens. Uma taxa de depreciação maior implica em uma necessidade de maior evolução tecnológica para os bens energéticos e a água não energética, quando comparados aos bens de rótulo 0.

A expressão (A.1.3) afirma que o preço dos energéticos deve ser dado pela taxa marginal de substituição dos bens energéticos pelos não energéticos. Em outras palavras, é a quantidade adicional de bens não energéticos, necessária para compensar a perda de uma unidade marginal de bens energéticos, de forma que o trabalhador se mantenha no mesmo nível de utilidade.

A expressão (A.1.4) determina que a desutilidade marginal do crescimento da força de trabalho é igual ao valor do aumento da força de trabalho.

A expressão (A.1.26) afirma que a contribuição da água à função de produção econômica determina a relação entre o valor dos recursos naturais nas reservas e o valor marginal do capital.

4.3.2 Relações Obtidas na Segunda Análise:

$$\frac{1}{h_A(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_A / \partial L_A} \right) = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_H}{q} \quad (A.1.36)$$

$$\frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_H}{q} \quad (A.1.37)$$

$$\frac{1}{h_T(D_T)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_T / \partial L_T} \right) = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_T}{q} \quad (A.1.38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left(\frac{1}{h_A(D) \partial F_A / \partial L_A} - \frac{1}{h_H(D) \partial F_H / \partial L_H} \right) \quad (A.1.39)$$

Interpretação dos Resultados

Nas equações (A.1.37) e (A.1.38),

$$\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}}$$

é o preço de mercado da energia. Se não houver déficit energético, o segundo termo desta equação será zero; caso haja déficit, o preço de mercado da energia sobe, já que, neste caso, $\partial F / \partial E_{Def} < 0$. É suposta a substitutibilidade dos trabalhadores, isto é, os trabalhadores, em qualquer dos setores da economia (não energético, hidrelétrico e térmico) recebem o mesmo salário ($\partial F / \partial L_0 = \partial F / \partial L_H = \partial F / \partial L_T$). A produtividade marginal dos trabalhadores nos setores energéticos é dada por $(\partial F_i / \partial L_i) h_i(D_i)$, para o recurso energético E_i . Assim, o produtor do recurso energético E_i poderia cobrar

$$\frac{1}{h_T(D_T)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_T / \partial L_T} \right)$$

pelo seu produto; vendendo-o ao preço de mercado, terá um lucro extra p_i/q .

A exaustão das reservas hídricas (h_H diminui à medida que as reservas se exaurem) tem como consequência aumento nos custos da geração hidrelétrica, no longo prazo. Só valerá à pena investir em hidreletricidade até o ponto em que $p_H = p_T$; valores de p_H maiores

que este implicarão em um lucro menor para a hidreletricidade, quando comparada à termelétrica.

A energia hidrelétrica ainda tem uma outra característica que a torna menos interessante quando comparada à térmica: a incerteza. Os níveis dos reservatórios d'água são determinados pelo volume de chuvas em um determinado período, e estas têm grande variância. Assim, a geração hidrelétrica num período futuro tem grande variância, sendo função das chuvas no período. Por isto pode ser interessante investir na geração térmica mesmo quando $p_H < p_T$; nesta situação, apesar de ter um custo mais alto, a termelétrica permite uma melhor estimativa da geração futura de energia (supondo-se que as reservas de combustíveis fósseis sejam capazes de atender à capacidade instalada das usinas termelétricas). Olhando pela perspectiva do risco de déficit energético, a termelétrica permite uma redução deste risco, ao ser capaz de garantir com maior segurança o abastecimento energético previsto.

No caso da água, o lucro é ainda maior do que no caso dos energéticos, como demonstra a equação (A.1.36). Sendo $\partial F/\partial A$ o preço de mercado da água não energética, o lucro extra é composto pelos termos

$$\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}}$$

e p_H/q .

Este lucro extra pode ser cobrado das firmas exploradoras dos recursos, tanto no caso dos energéticos quanto da água não energética, na forma de uma taxa de extração dos recursos.

4.4 Modelo 2

Este modelo é uma variante do modelo 1 onde as energias termelétrica e hidrelétrica são agregadas, para que apenas uma delas apareça no modelo (a hidrelétrica). Isto é feito inserindo-se, no modelo da seção anterior, a equação a seguir:

$$E_T = bE_H \tag{4.4.1}$$

A equação (4.4.1) indica que a energia térmica é uma fração (b) da energia hibráulica.

O valor de b varia ao longo do tempo, de acordo com o aumento da capacidade da geração térmica e/ou hidráulica.

Atualmente, b está próximo de 0,1, mas a tendência é que este valor aumente ao longo do tempo (não há limite para b), tornando-se maior que 1 no longo prazo. Isto porque a geração hidráulica no Brasil está próxima da exaustão das reservas, e, atualmente, a única alternativa à hidreletricidade viável para a geração em grande escala é a termoeletricidade (seja a combustíveis fósseis ou nuclear). A termoeletricidade tende, portanto, a ganhar espaço em relação à hidreletricidade na matriz energética nacional.

O modelo 2 tem a seguinte forma:

$$Max J = \int_0^\infty e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt \quad (4.4.2)$$

s. a:

$$F(K_0, L_0, E, E_{Def}, A) = I_0 + I_A + I_H + I_T + Lc \quad (4.4.3)$$

$$E = (b + 1)E_H - A - L\alpha \quad (4.4.4)$$

$$E_{Def} = E_{Dem} - E \quad (4.4.5)$$

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D) \quad (4.4.6)$$

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D) \quad (4.4.7)$$

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A) \quad (4.4.8)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i, \quad i = 0, A, H, T \quad (4.4.9)$$

O Hamiltoniano para este problema será dado por:

$$H = e^{-\delta t} \left[Lu(c, \alpha, \beta) - p_H(E_H + A) - \sum_{i=0,A,H,T} q_i(\mu_i K_i - I_i) \right] \quad (4.4.10)$$

As variáveis de co-estado deste modelo são as mesmas já explicitadas para o modelo 1 (excetuando-se p_T , que não está presente neste modelo). A interpretação destas variáveis também é a mesma daquele modelo.

As variáveis de estado deste problema são:

$K_i, i=0, A, H$

D e L

Na primeira análise, as variáveis de controle são:

$I_i, i = 0, A, H, T$

E_H, A, α e β .

Na segunda análise, as variáveis de controle são:

$I_i, i = 0, A, H, T$

$L_i, i = H, T, A$

α e β .

4.4.1 Relações Obtidas na Primeira Análise:

$$\frac{\partial F}{\partial A} = (b+2) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (A.1.34)$$

$$\frac{p_H}{q} = \left(\frac{b+1}{b+2} \right) \frac{\partial F}{\partial A} \quad (A.1.35)$$

Interpretação dos Resultados

A equação (A.1.34) apresenta um resultado parecido com o já apresentado no modelo 1. A diferença está na variável b , que representa a parcela de energia térmica em relação à energia hidráulica. O que fica demonstrado é que, à medida que b aumenta, aumenta também a contribuição da água não energética para a função de produção da economia, em relação à energia hidráulica. Em outras palavras, à medida que a geração hidrelétrica diminui em relação ao total de eletricidade produzido, aumenta a importância da água não energética para a função de produção da economia. Devido à exaustão dos recursos hidrelétricos, a tendência é que, a médio prazo, isto aconteça; isto é, a termoeletricidade aumente sua participação na matriz energética nacional (b aumente). Neste cenário, torna-se ainda mais importante investir em água não energética, como demonstra a eq.

(A.1.34).

Da expressão (A.1.35) conclui-se que, à medida que b aumenta, aumenta a importância dos recursos naturais (em particular a água), em relação ao valor marginal do capital. Parte-se de um ponto em que esta relação é dada pela metade da contribuição marginal da água não energética, quando $b = 0$; e, quando $b \rightarrow \infty$ a relação passa a ser dada por $\partial F / \partial A$. Levando em conta que um aumento de b é um aumento da energia disponível para o consumo, pode-se concluir, a partir desta expressão, que num cenário onde não há problemas de déficit de energia, a água não energética se torna um recurso ainda mais crítico para o crescimento econômico. Isto é, o crescimento econômico passa a ser determinado pela água não energética.

4.4.2 Relações Obtidas na Segunda Análise:

$$\frac{1}{h_A(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_A / \partial L_A} \right) = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_H}{q} \quad (A.1.36)$$

$$\frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) = (b + 1) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - \frac{p_H}{q} \quad (A.1.40)$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = (b + 2) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left(\frac{1}{h_A(D) \partial F_A / \partial L_A} - \frac{1}{h_H(D) \partial F_H / \partial L_H} \right) \quad (A.1.41)$$

Interpretação dos Resultados

Novamente, as relações obtidas nesta seção são bastante semelhantes às obtidas no modelo 1, sendo a diferença entre elas dada pelo fator b . A equação (A.1.41) confirma o resultado obtido na seção anterior, ou seja, a água não energética se valoriza à medida que aumenta a geração energética termelétrica.

4.5 Componentes do Modelo 3

4.5.1 Notação

As variáveis utilizadas no modelo 3 são as seguintes:

- t — Tempo
- J — Custo total da geração de energia (inclui o custo de oportunidade de um eventual déficit energético)
- c_T — É o custo operacional da geração termelétrica
- c_{Def} — É o custo do déficit energético
- E — Taxa agregada de consumo não energético dos recursos energéticos (excluindo o consumo de energia dos trabalhadores). É a energia efetivamente consumida.
- E_H — Taxa anual de consumo ou extração de recursos hidrelétricos
- E_T — Taxa anual de consumo ou extração de recursos termelétricos
- E_{Def} — É o déficit de energia, ou seja, a diferença entre a energia demandada e aquela que é produzida (é medido na mesma unidade de E)
- D — Reservatório de água para quaisquer fins (águas dos reservatórios das usinas hidrelétricas)
- D_T — Reservas de combustíveis fósseis, insumos produtivos da energia térmica

4.5.2 Balanço Energético

Para o modelo 3, o consumo não energético dos recursos energéticos é representado pela equação a seguir:

$$E = E_H + E_T \quad (4.5.1)$$

Neste modelo, devido às suas características de curto prazo, considera-se que não há variação no parque instalado de geração energética. Isto é, não entram em operação novas usinas térmicas nem elétricas, e, cada usina já em operação mantém sua capacidade de geração.

Considera-se, ainda, que a produção das usinas térmicas só está limitada pela capacidade das mesmas (não há restrição de insumos para a geração termelétrica). Já no caso das usinas hidrelétricas, além do limite da capacidade instalada, a geração energética pode ser limitada pela quantidade disponível de insumos (água nos reservatórios).

4.5.3 Dinâmica do Consumo das Reservas

A dinâmica do consumo das reservas hídricas, insumo para a geração hidrelétrica é dada pela equação a seguir:

$$\frac{dD}{dt} = -E_H \quad (4.5.2)$$

A dinâmica de consumo das reservas de combustíveis fósseis, insumo para a produção termelétrica é dada por:

$$\frac{dD_T}{dt} = -E_T \quad (4.5.3)$$

4.5.4 Função Objetivo

Deseja-se minimizar o custo da operação energética, por meio da escolha do mix energético. É considerado que a hidreletricidade tem custo operacional nulo; assim, o modelo considera apenas os custos operacionais da energia térmica (c_T) e o custo de oportunidade

representado por um déficit energético (c_{Def}), sendo $c_{Def} > c_T$. A função objetivo é dada por:

$$MaxJ = - \int_0^{5anos} (c_T E_T + c_{Def} E_{Def}) dt \quad (4.5.4)$$

O período de 5 anos determinado pelos limites de integração refere-se ao horizonte de operação do sistema elétrico.

4.6 Modelo 3

Este modelo trata da operação do sistema elétrico. Deseja-se minimizar os custos operacionais do sistema. O custo da geração hidrelétrica é considerado nulo; a geração termelétrica, por sua vez, tem custo c_T . É considerado, ainda, o custo de um eventual déficit energético (c_{Def}), que representa o impacto do déficit energético no PIB. O custo do déficit é estimado a partir da elasticidade-renda do PIB.

No horizonte temporal ora tratado não faz sentido falar em investimento. Embora em um período como este possam entrar operação novas usinas geradoras de energia, isto será decorrência de decisões de investimento tomadas anteriormente. Assim, o investimento no aumento da capacidade instalada não será considerado neste modelo; considera-se, ainda, que a capacidade instalada não muda no período de 5 anos tratado pelo modelo.

$$MaxJ = - \int_0^{5anos} (c_T E_T + c_{Def} E_{Def}) dt \quad (4.6.1)$$

s. a.:

$$E = E_H + E_T \quad (4.6.2)$$

$$E_{Def} = E_{Dem} - E \quad (4.6.3)$$

$$\frac{dD}{dt} = -E_H \quad (4.6.4)$$

$$\frac{dD_T}{dt} = -E_T \quad (4.6.5)$$

$$(4.6.6)$$

O Hamiltoniano deste problema tem a forma:

$$H = -[c_T E_T + c_{Def} E_{Def}] - p_H E_H - p_T E_T \quad (4.6.7)$$

Os preços sombra (p_H e p_T) representam o custo adicional até onde valeria à pena gerar energia hidráulica e térmica, respectivamente.

Neste problema, as variáveis de estado são D e D_T , enquanto E_H e E_T são variáveis de controle.

4.6.1 Relações Obtidas

$$p_H = c_{Def} \quad (A.2.1)$$

$$p_T = c_{Def} - c_T \quad (A.2.2)$$

Interpretação dos Resultados

Nas equações (A.2.1) e (A.2.2), são apresentados os preços sombra correspondentes à energia hidráulica e térmica, respectivamente. Neste modelo, os preços sombra representam o aumento dos custos operacionais representado pelo consumo das reservas, para cada um dos energéticos. Percebe-se que o preço sombra da hidreletricidade é maior que

o da termelétricidade, sendo a diferença entre eles exatamente o custo operacional da geração termelétrica. Ocorrendo escassez de reservas para a geração hidrelétrica, que tem custo operacional nulo neste modelo, o gestor do sistema será obrigado a acionar usinas termelétricas, a um custo operacional maior por um fator c_T .

Uma outra interpretação destas equações é que, ocorrendo déficit por escassez de recursos hidrelétricos, o custo de oportunidade para a economia é c_{Def} ; no caso dos recursos termelétricos, o custo de oportunidade será $c_{Def} - c_T$, ou seja, o custo de oportunidade para a economia é deduzido de c_T , representando o fato de que este custo operacional é *economizado*, já que energia térmica deixou de ser gerada.

A solução óbvia para este problema seria fazer $E_T = 0$ sempre que E_H seja capaz de atender à demanda. Entretanto, conforme comentado anteriormente, a capacidade de geração futura de hidreletricidade é dependente de um processo estocástico que tem como variáveis as chuvas esperadas para o período e os níveis de evaporação e infiltração das reservas hídricas. Ainda mais, a vazão do rio, estimada a partir do nível dos reservatórios das hidrelétricas, está sujeita a um erro da ordem de 5%, devido às limitações dos equipamentos de medida. Para completar, o sistema é plurianual, isto é, devido ao tamanho dos reservatórios, considera-se, nas previsões do nível futuro dos mesmos, um período de alguns anos, o que traz uma incerteza ainda maior a este processo.

Devido a esta incerteza com relação à disponibilidade futura de reservas para a geração hidrelétrica, é recomendável que o planejamento da operação do sistema seja conservador, no sentido de manter em um certo nível as reservas hídricas, mesmo que para isto se pague um preço maior por ter que acionar algumas térmicas. Caso contrário, ou seja, se as reservas hídricas caírem abaixo de um certo nível crítico, corre-se o risco de déficit de energia, e, o déficit energético tem um custo econômico muito maior que a geração termelétrica.

O problema consiste em se determinar o nível ideal de risco. Caso se decida gerar energia mais barata, incorre-se em um risco maior de déficit, com as consequências explicitadas no parágrafo anterior. Por outro lado, sendo muito conservador neste planejamento e acionando as térmicas mais que o necessário, ter-se-á um custo operacional elevado, o que também inibe o crescimento econômico. Num caso extremo, os reservatórios das hidrelétricas podem verter, o que significa um desperdício energético.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

Comparando-se os resultados obtidos nos modelos 1 e 2 deste trabalho com os obtidos por (Stamford da Silva, 1999), percebe-se que, em um cenário de déficit energético, a contribuição marginal da água não energética para a função de produção econômica torna-se ainda maior, em relação à contribuição da energia para a mesma função. Em um momento de déficit, o preço dos energéticos e da água não energética aumenta, como se pode ver comparando os dois trabalhos.

Portanto, o trabalho atual, por meio dos seus resultados, reafirma a maior importância da água não energética em relação à hidreletricidade, como mostrado por (Stamford da Silva, 1999). Os resultados de ambos os trabalhos se constituem em fortes argumentos em favor do investimento no setor de água não energética, em detrimento da hidreletricidade.

Se este resultado se configura em um argumento favorável à transposição, vale à pena citar dois estudos cujos resultados podem servir de base para uma proposta alternativa à transposição. De acordo com (Bureau of Reclamation/SUDENE/SUVALE/CHESF/USAID, 1970), há 3.000.000 ha potencialmente irrigáveis na própria bacia do São Francisco; para (Governo Brasileiro — OEA, 1989) seriam 2.500.000 ha. De qualquer forma, trata-se de uma área enorme, cuja irrigação absorveria praticamente toda a água do rio São Francisco.

De posse destas informações, surge o questionamento: por que não investir na irrigação da própria bacia do São Francisco, ao invés de realizar a transposição? Os custos das obras de transposição são estimados em R\$ 4 bilhões. Com a transposição haveria uma perda dupla na geração hidrelétrica; além da própria água transposta (que deixa de gerar energia), seria necessário bombear esta vazão transposta em determinados trechos de subida.

De acordo com os resultados obtidos nos modelos 1 e 2, a transposição só será economicamente viável se seu custo operacional for menor do que a diferença entre a contribuição marginal da água e a da energia para a função de produção da economia. No médio prazo esta diferença será, no mínimo, igual à contribuição marginal da energia à função

de produção da economia, como ficou demonstrado no modelo 2.

A irrigação da própria bacia do São Francisco, por sua vez, apresentaria um custo financeiro muito menor que a transposição, além de ter um impacto negativo menor na geração hidrelétrica, na medida em que a única perda para de hidreletricidade seria a água retirada para irrigação (não é necessário bombeamento).

Das relações entre os energéticos (hidráulico e térmico) e a água não energética, pode-se extrair conclusões que seriam úteis nas decisões de políticas de investimentos nestes setores. Os resultados indicam que os investimentos devem se concentrar na água não energética e na geração térmica de energia, para que a economia cresça a taxas ótimas.

Devido à proximidade de exaustão das reservas hídricas para a geração hidrelétrica, este deve ser o caminho seguido pela expansão do sistema elétrico; no tocante à água não energética, embora desejável, não é possível afirmar que o curso ótimo será seguido, mesmo porque isto implicaria em um custo operacional da energia mais elevado (seria necessário acionar mais as termelétricas). Desta forma, se estabelece um conflito entre o planejamento de longo prazo e o de curto prazo, no setor energético e na economia como um todo.

Esta é uma daquelas situações em que as escolhas determinam não apenas a satisfação atual, mas também a satisfação futura, se enquadrando na dicotomia consumo/poupança comentada no Capítulo 4. Privilegiar a operação do sistema elétrico aumenta a satisfação imediata dos consumidores, à medida que a energia é produzida a um custo menor; porém, o custo de oportunidade desta escolha é elevado, ou seja, ela prejudica o crescimento econômico a médio e longo prazo.

Por outro lado, o aumento do capital investido em termeletricidade e em água não energética tem como consequência um preço da energia mais elevado, podendo gerar uma insatisfação imediata entre os consumidores; mas, a longo prazo, esta escolha propicia taxas de crescimento econômico mais elevadas.

Trata-se de uma decisão política, a ser tomada pelo Governo, entre o curto e o longo prazo, com as consequências descritas nos parágrafos anteriores.

A energia nuclear é uma possível alternativa à hidreletricidade e à termeletricidade movida a combustíveis fósseis, para a expansão do sistema elétrico nacional. De acordo com (Schelp, 2006), as emissões de dióxido de carbono e o desmatamento de florestas são responsáveis pelo aquecimento global, e que este tornará muitas regiões do mundo inabitáveis em um futuro não tão distante. De acordo com este raciocínio, a energia

termonuclear é menos nociva à natureza que a geração termelétrica movida a combustíveis fósseis. Argumenta ainda que a energia nuclear é segura, tendo sido o acidente de Chernobyl resultado de uma administração irresponsável. Bastante polêmico, o cientista também é contrário ao álcool combustível, pois para a produção deste, é necessário desmatar áreas verdes, que têm a função de regular o clima.

Os insumos nucleares são abundantes, o que torna a energia nuclear interessante para a expansão do sistema elétrico nacional. O único problema, além do risco de um vazamento radioativo é o que fazer com o lixo atômico.

Outra alternativa às energias hidráulica e térmica é utilizar a energia solar para aquecer água. Trata-se de uma alternativa óbvia em um país tropical como o Brasil. Para isto há tecnologias disponíveis, e a baixo custo. No entanto, o investimento neste setor ainda é muito tímido, possivelmente por falta de uma política governamental de incentivo a este tipo de energia.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Propõe-se aprofundar o estudo dos modelos de longo prazo, transformando a hidreletricidade em uma variável probabilística, de forma a tornar o modelo mais próximo da situação real. O déficit energético, em consequência, também se tornaria uma variável estocástica. Pode-se, ainda, inserir um custo de produção dos energéticos no modelo (o custo térmico é bem maior que o hidrelétrico), de forma a torná-lo ainda mais realista.

Sugere-se que a transposição do rio São Francisco seja estudada por um modelo de jogos diferenciais, onde há dois jogadores, um favorável e o outro contrário à transposição. Uma diferença importante entre estes dois jogadores seria a postura frente ao risco, isto é, aquele que é favorável à transposição está disposto a correr maior risco de déficit energético; já o que é contrário à transposição é mais averso ao risco, preferindo ter uma maior segurança em relação ao abastecimento energético.

Com relação ao modelo de curto prazo (operação do sistema), também deve-se tornar o déficit energético e a hidreletricidade variáveis estocásticas, como proposto para o modelo de longo prazo. Desta forma ter-se-á um modelo mais realista, onde é possível encontrar uma solução interior, diferentemente do que foi encontrado neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUREAU OF RECLAMATION/SUDENE/SUVALE/CHESF/USAID. *Reconhecimento dos recursos hidráulicos e de solos da bacia do rio São Francisco*. Ministério do Interior/Superintendência do Vale do São Francisco — SUVALE, 1970.
- CABRAL, FELIPE E. A energia endógena. *Correio Braziliense*, 09 jan., 2003. Brasília. Disponível em <http://www2.correioweb.com.br/cw/EDICA0_20030109/pri_opi_090103_148.htm>.
- CAMPELLO DE SOUZA, FERNANDO MENEZES. *Energia solar*, 2007. Livro em preparação.
- GOVERNO BRASILEIRO — OEA. *PLANVASF — Plano diretor para o desenvolvimento do Vale do São Francisco (1989-2000): relatório final*, 1989. Brasília.
- GRANZIERA, MARIA LUIZA. *Direito de água e meio ambiente*. Icone, 1993. São Paulo.
- INTRILIGATOR, MICHAEL D. *Mathematical optimization and economic theory*. Prentice-Hall, 1971. New Jersey, U.S.A.
- MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A.; COSTA, F. S.; DAMÁZIO, J. M.; MELO, A. C. G. Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system, 2002. p. 1–7. (Session 43, Paper 1). 14th Power System Computation Conference (PSCC), Sevilla.
- MACEIRA, M.E.P.; DUARTE, V.S.; MARCATO, A.L.M. *Manual do usuário do modelo NEWAVE*. Rio de Janeiro: CEPEL, 2002b. Versão 8.3.
- MERCADO ATACADISTA DE ENERGIA. *Regras da 1a Etapa do MAE — Apêndice D: Processo de utilização dos modelos de otimização na formação do preço do MAE*, 2003. Versão 3.1.a.

- PESSOA, DIRCEU. *Transposição do rio São Francisco: a dimensão socioeconômica*. Massangana, 1989. Recife.
- REVISTA ISTOÉ. A hora do gás. *Especial Número 7: Energia Total na Petrobrás*, 07 jun., 2006. Disponível em <http://www.terra.com.br/istoe/especiais/petrobras7/hora_do_gas.htm>.
- SCHELP, DIOGO. A vingança de gaia — entrevista: James Lovelock. *Revista Veja*, 25 out., 2006. Edição 1979.
- STAMFORD DA SILVA, ALEXANDRE. *O uso dos recursos energéticos, água e energia solar: implicações econômicas e decisão através de modelos dinâmicos*. 1999. 138f. Tese (Doutorado em Economia) — Programa de Pós-Graduação em Economia — PIMES Universidade Federal de Pernambuco, 1999. Recife.
- VIEIRA, VICENTE P. (COORD.). *A água e o desenvolvimento sustentável no Nordeste*. IPEA — Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2000. Brasília.

A APÊNDICE

A.1 Modelos 1 e 2

A.1.1 Primeira Análise

Condições de otimalidade para a maximização do Hamiltoniano

1. Condições comuns aos modelos 1 e 2:

- $\partial H / \partial I_i = 0$, $i = 0, A, H, T$

$$\frac{\partial H}{\partial I_i} = e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial I_i} + q_i \right] = 0$$

$$q_i = \frac{\partial u}{\partial c} \tag{A.1.1}$$

- $\partial H / \partial A = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial A} \right) - p_H \right] = 0$$

$$e^{-\delta t} \left[\frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{\partial F}{\partial E} \right) - p_H \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{\partial F}{\partial E} \right) \quad (\text{A.1.2})$$

$$\bullet \partial H / \partial \alpha = 0$$

$$e^{-\delta t} L \left(\frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{\partial u / \partial c} \quad (\text{A.1.3})$$

$$\bullet \partial H / \partial \beta = 0$$

$$e^{-\delta t} \left(L \frac{\partial u}{\partial \beta} + q_L L \right) = 0$$

$$q_L = - \frac{\partial u}{\partial \beta} \quad (\text{A.1.4})$$

2. Condições específicas do modelo 1:

$$\bullet \partial H / \partial E_H = 0$$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) - p_H \right] = 0$$

$$e^{-\delta t} \left[\frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - p_H \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.5})$$

- $\partial H/\partial E_T = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} \right) - p_T \right] = 0$$

$$e^{-\delta t} \left[\frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - p_T \right] = 0$$

$$p_T = \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.6})$$

3. Condições específicas do modelo 2:

- $\partial H/\partial E_H = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) - p_H \right] = 0$$

$$e^{-\delta t} \left[\frac{\partial u}{\partial c} \left((b+1) \frac{\partial F}{\partial E} - (b+1) \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - p_H \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} (b+1) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.7})$$

Condições de otimalidade para as variáveis de co-estado

1. Condições comuns aos modelos 1 e 2:

- $d(e^{-\delta t} q_A)/dt = -\partial H/\partial K_A$

$$e^{-\delta t}(\dot{q}_A - \delta q_A) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial A} \right) \frac{\partial A}{\partial K_A} + \dots \right. \\ \left. \dots - q_A \mu_A - p_H \frac{\partial A}{\partial K_A} \right]$$

$$\dot{q}_A = (\delta + \mu_A) q_A + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{\partial F}{\partial E} \right) \right] \frac{\partial A}{\partial K_A} \quad (\text{A.1.8})$$

- $d(e^{-\delta t} q_0)/dt = -\partial H/\partial K_0$

$$e^{-\delta t}(\dot{q}_0 - \delta q_0) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial K_0} - q_0 \mu_0 \right]$$

$$\dot{q}_0 = (\delta + \mu_0) q_0 - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial K_0} \quad (\text{A.1.9})$$

2. Condições específicas do modelo 1:

- $d(e^{-\delta t} p_H)/dt = -\partial H/\partial D$

$$e^{-\delta t}(\dot{p}_H - \delta p_H) = -e^{-\delta t} \left\{ L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \right) \left(\frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial D} + \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots + \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D} \right) + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D} \right] - p_H \left(\frac{\partial E_H}{\partial D} + \frac{\partial A}{\partial D} \right) \right\}$$

$$\dot{p}_H = \delta p_H + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \right] \frac{\partial E_H}{\partial D} + \dots \\ \dots + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) \right] \frac{\partial A}{\partial D} \quad (\text{A.1.10})$$

- $d(e^{-\delta t} p_T)/dt = -\partial H/\partial D_T$

$$e^{-\delta t}(\dot{p}_T - \delta p_T) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} \right) \frac{\partial E_T}{\partial D_T} - p_T \frac{\partial E_T}{\partial D_T} \right]$$

$$\dot{p}_T = \delta p_T + \left[p_T - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \frac{\partial E_T}{\partial D_T} \right] \quad (\text{A.1.11})$$

- $d(e^{-\delta t} q_H)/dt = -\partial H/\partial K_H$

$$e^{-\delta t}(\dot{q}_H - \delta q_H) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) \frac{\partial E_H}{\partial K_H} + \dots \right. \\ \left. \dots + q_H \mu_H - p_H \frac{\partial E_H}{\partial K_H} \right]$$

$$\dot{q}_H = (\delta - \mu_H) q_H + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \right] \frac{\partial E_H}{\partial K_H} \quad (\text{A.1.12})$$

- $d(e^{-\delta t} q_T)/dt = -\partial H/\partial K_T$

$$e^{-\delta t}(\dot{q}_T - \delta q_T) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} \right) \frac{\partial E_T}{\partial K_T} + \dots \right. \\ \left. \dots - q_T \mu_T - p_T \frac{\partial E_T}{\partial K_T} \right]$$

$$\dot{q}_T = (\delta + \mu_T) q_T + \left[p_T - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \right] \frac{\partial E_T}{\partial K_T} \quad (\text{A.1.13})$$

3. Condições específicas do modelo 2:

- $d(e^{-\delta t} p_H)/dt = -\partial H/\partial D$

$$e^{-\delta t}(\dot{p}_H - \delta p_H) = -e^{-\delta t} \left\{ L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) \left(\frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial D} + \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots + \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D} \right) + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D} \right] - p_H \left(\frac{\partial E_H}{\partial D} + \frac{\partial A}{\partial D} \right) \right\}$$

$$\dot{p}_H = \delta p_H + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left((b+1) \frac{\partial F}{\partial E} - (b+1) \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \right] \frac{\partial E_H}{\partial D} + \dots \\ \dots + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{\partial F}{\partial E} \right) \right] \frac{\partial A}{\partial D} \quad (\text{A.1.14})$$

- $d(e^{-\delta t} q_H)/dt = -\partial H/\partial K_H$

$$e^{-\delta t}(\dot{q}_H - \delta q_H) = -e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \right) \frac{\partial E_H}{\partial K_H} + \dots \right. \\ \left. \dots + q_H \mu_H - p_H \frac{\partial E_H}{\partial K_H} \right]$$

$$\dot{q}_H = (\delta + \mu_H) q_H + \left[p_H - \frac{\partial u}{\partial c} (b+1) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \right] \frac{\partial E_H}{\partial K_H} \quad (\text{A.1.15})$$

A.1.2 Segunda Análise

Condições de otimalidade para a maximização do Hamiltoniano

1. Condições comuns aos modelos 1 e 2:

- Para $\partial H/\partial I_i = 0$ ($i = 0, A, H, T$), obtém-se (A.1.1)
- $\partial H/\partial L_A = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_A} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} \right) - p_H \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} \left[\frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{1}{h_A(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_A / \partial L_A} \right) \right] \quad (\text{A.1.16})$$

2. Condições específicas do modelo 1:

- $\partial H / \partial L_H = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_H} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - p_H \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} \left[\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) \right] \quad (\text{A.1.17})$$

- $\partial H / \partial L_T = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_T} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} \frac{\partial E_T}{\partial F_T} \frac{\partial F_T}{\partial L_T} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} \frac{\partial E_T}{\partial F_T} \frac{\partial F_T}{\partial L_T} \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - p_T \frac{\partial E_T}{\partial F_T} \frac{\partial F_T}{\partial L_T} \right] = 0$$

$$p_T = \frac{\partial u}{\partial c} \left[\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{1}{h_T(D_T)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_T / \partial L_T} \right) \right] \quad (\text{A.1.18})$$

3. Condições específicas do modelo 2:

- $\partial H / \partial L_H = 0$

$$e^{-\delta t} \left[L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left(\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_H} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - p_H \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H} \right] = 0$$

$$p_H = \frac{\partial u}{\partial c} \left[(b+1) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - \frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) \right] \quad (\text{A.1.19})$$

A.1.3 Relações Consequentes

Primeira Análise

1. Relações comuns aos modelos 1 e 2:

De (A.1.1) extrai-se um valor comum para os q_i 's ($i = 0, A, H, T$):

$$q = \frac{\partial u}{\partial c} \quad (\text{A.1.20})$$

Substituindo-se (A.1.2) em (A.1.8), chega-se a:

$$\dot{q}_A = (\delta + \mu_A)q_A \Rightarrow \frac{\dot{q}_A}{q_A} = \delta - \mu_A \quad (\text{A.1.21})$$

Usando (A.1.20) em (A.1.9) obtém-se:

$$\frac{\dot{q}}{q} = \delta + \mu_0 - \frac{\partial F}{\partial K_0} \quad (\text{A.1.22})$$

De (A.1.22) e (A.1.32), esta última apresentada na seção a seguir, obtém-se:

$$\frac{\partial F}{\partial K_0} = \mu_0 - \mu \quad (\text{A.1.23})$$

2. Relações específicas do modelo 1:

De (A.1.5) e (A.1.6) obtém-se um valor comum para p_H e p_T :

$$p = \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.24})$$

Da igualdade de (A.1.5) e (A.1.2), resulta que:

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.25})$$

Substituindo-se (A.1.20) e (A.1.25) em (A.1.24) chega-se a:

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial A} \quad (\text{A.1.26})$$

Substituindo-se (A.1.5) em (A.1.10), chega-se a:

$$\dot{p}_H = \delta p_H \Rightarrow \frac{\dot{p}_H}{p_H} = \delta \quad (\text{A.1.27})$$

Substituindo-se (A.1.6) em (A.1.11), chega-se a:

$$\dot{p}_T = \delta p_T \Rightarrow \frac{\dot{p}_T}{p_T} = \delta \quad (\text{A.1.28})$$

Substituindo-se (A.1.5) em (A.1.12), chega-se a:

$$\dot{q}_H = (\delta + \mu_H) q_H \Rightarrow \frac{\dot{q}_H}{q_H} = \delta + \mu_H \quad (\text{A.1.29})$$

Substituindo-se (A.1.6) em (A.1.13), chega-se a:

$$\dot{q}_T = (\delta + \mu_T)q_T \Rightarrow \frac{\dot{q}_T}{q_T} = \delta + \mu_T \quad (\text{A.1.30})$$

Usando o fato de que $p_H = p_T$ (ver eq. (A.1.24)) chega-se a um valor comum para (A.1.27) e (A.1.28):

$$\frac{\dot{p}}{p} = \delta \quad (\text{A.1.31})$$

Da mesma forma, o valor comum dos q'_i s na equação (A.1.20), impõe um valor comum para (A.1.21), (A.1.29) e (A.1.30):

$$\frac{\dot{q}}{q} = \delta + \mu \quad (\text{A.1.32})$$

Chega-se, a partir da relação (A.1.32) a um valor comum para os μ' s do setor energético e da água:

$$\mu_H = \mu_T = \mu_A = \mu \quad (\text{A.1.33})$$

3. Relações específicas do modelo 2:

Da igualdade de (A.1.2) e (A.1.7), resulta:

$$\frac{\partial F}{\partial A} = (b + 2) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) \quad (\text{A.1.34})$$

Substituindo (A.1.20) e (A.1.34) em (A.1.7), resulta:

$$\frac{p_H}{q} = \left(\frac{b+1}{b+2} \right) \frac{\partial F}{\partial A} \quad (\text{A.1.35})$$

Substituindo-se (A.1.7) em (A.1.14) e em (A.1.15), chega-se, respectivamente, às equações (A.1.27) e (A.1.29), já apresentada anteriormente.

Segunda Análise

1. Relações comuns aos modelos 1 e 2:

Substituindo-se o valor de q encontrado em (A.1.20) na equação (A.1.16), chega-se a:

$$\frac{1}{h_A(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_A / \partial L_A} \right) = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_H}{q} \quad (\text{A.1.36})$$

2. Relações específicas do modelo 1:

Substituindo-se o valor de q encontrado em (A.1.20) nas equações (A.1.17) e (A.1.18), chega-se, respectivamente a:

$$\frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_H}{q} \quad (\text{A.1.37})$$

$$\frac{1}{h_T(D_T)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_T / \partial L_T} \right) = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} - \frac{p_T}{q} \quad (\text{A.1.38})$$

Da igualdade de (A.1.16) e (A.1.17), resulta:

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left(\frac{1}{h_A(D) \partial F_A / \partial L_A} - \frac{1}{h_H(D) \partial F_H / \partial L_H} \right) \quad (\text{A.1.39})$$

3. Relações específicas do modelo 2:

Substituindo-se o valor de q encontrado em (A.1.20) na equação (A.1.19), chega-se a:

$$\frac{1}{h_H(D)} \left(\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H} \right) = (b+1) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) - \frac{p_H}{q} \quad (\text{A.1.40})$$

Da igualdade de (A.1.16) e (A.1.19), resulta:

$$\frac{\partial F}{\partial A} = (b+2) \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial E_{Def}} \right) + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left(\frac{1}{h_A(D) \partial F_A / \partial L_A} - \frac{1}{h_H(D) \partial F_H / \partial L_H} \right) \quad (\text{A.1.41})$$

A.2 Modelo 3

A.2.1 Condições de otimalidade para a maximização do Hamiltoniano

- $\partial H / \partial E_H = 0$

$$-c_{Def} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} - p_H = 0$$

$$p_H = c_{Def} \tag{A.2.1}$$

$$\bullet \partial H / \partial E_T = 0$$

$$-c_T - c_{Def} \frac{\partial E_{Def}}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_T} - p_T = 0$$

$$p_T = c_{Def} - c_T \tag{A.2.2}$$

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)