

CLEBER SPODE

**SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS E
SIMULAÇÃO HÍBRIDA RANS/LES
DO ESCOAMENTO SOBRE O DEGRAU COM
CONDIÇÕES DE CONTORNO TURBULENTAS**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

CLEBER SPODE

**SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS E SIMULAÇÃO HÍBRIDA
RANS/LES DO ESCOAMENTO SOBRE O DEGRAU COM
CONDIÇÕES DE CONTORNO TURBULENTAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

UBERLÂNDIA – MG

2006

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

- S762s Spode, Cleber, 1981-
 Simulação de grandes escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas / Cleber Spode. - 2006.
 134 f. : il.
- Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
 Inclui bibliografia.
1. Mecânica dos fluidos - Teses. 2. Escoamento turbulento - Teses. I. Silveira Neto, Aristeu da. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 532



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
Av. João Naves de Ávila, 2121 - 38400-902 Fone: 0XX(34)32394149 Ramal 42
FAX: 0XX(34)32394282 – Campus Santa Mônica - Uberlândia MG



ALUNO: Cleber Spode

NÚMERO DE MATRÍCULA: 5041202-4

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

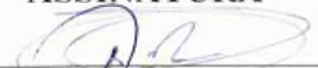
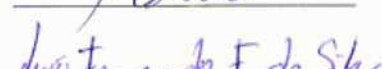
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL MESTRADO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Simulação de Grandes Escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do Escoamento sobre o Degrau com Condições de Contorno Turbulentas”

ORIENTADOR: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

A Dissertação foi **APROVADA** em reunião pública, realizada na Sala 218, Bloco “1M”, Campus Santa Mônica, em 02 de junho de 2006, às 09:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME	ASSINATURA
Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto	UFU 
Prof. Dr. Carlos Roberto Ribeiro	UFU 
Prof. Dr. Luís Fernando Figueira da Silva	PUC/RIO 

Uberlândia, 02 de junho de 2006.

AGRADECIMENTOS

À minha família pelo apoio e incentivo à ciência.

Ao meu grande amigo e Orientador Aristeu por incentivar e guiar meu trabalho com excepcional competência e inteligência.

A todos meus colegas do LTCM pelos momentos de extrema alegria, companheirismo e parceria.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por financiar meus estudos junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC-UFU) da Universidade Federal de Uberlândia onde tive todo suporte para desenvolver um trabalho científico de qualidade.

Spode, C. **Simulação de Grandes Escalas e Simulação Híbrida RANS/LES do escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas**. 2006, 134 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

A simulação numérica de escoamentos turbulentos através da hipótese de Boussinesq é representada, atualmente, por duas grandes metodologias distintas, a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*) e as Equações Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Uma nova metodologia, chamada de Híbrida RANS/LES, está em desenvolvimento, tirando proveito das potencialidades das metodologias tradicionais LES e RANS através de um único modelo. O presente trabalho trata da avaliação das três metodologias, LES, RANS e Híbrida RANS/LES de modelagem da turbulência através da simulação numérica do escoamento turbulento sobre um degrau. Os modelos são avaliados através deste escoamento, que apesar de simples geometricamente, é capaz de gerar um escoamento complexo, com regiões de escoamento parietal e cisalhante livre. Juntamente com a modelagem da turbulência, um estudo de imposição de condições de contorno turbulentas na entrada do domínio utilizado revelou que tão importante quanto o modelo de turbulência, as condições de contorno empregadas modificam substancialmente os resultados obtidos. Foi implementado um modelo de geração de contorno baseado no escalonamento de informações internas do escoamento de forma a satisfazer estatística e topologicamente o caráter turbulento da condição de contorno na entrada. Resultados para as três metodologias revelam que a Simulação de Grandes Escalas e métodos Híbridos RANS/LES apresentam descrições muito semelhantes para o escoamento turbulento sobre o degrau, diferindo dos resultados da metodologia RANS, onde momentos estatísticos de segunda ordem são suprimidos, com ausência de estruturas tridimensionais e transientes.

Palavras Chave: Modelagem da Turbulência. Condições de Contorno. Simulação de Grandes Escalas. RANS. RANS/LES.

Spode, C. **Large-Eddy Simulation and Hybrid RANS/LES Simulation of the backward-facing step flow with turbulent boundary conditions**. 2006, 134 f. M, Sc. Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia,

Abstract

The turbulent flow simulation through the Boussinesq's hypothesis is represented, currently, by two distinct methodologies, the Large-Eddy Simulation (LES) and the Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (RANS). New Hybrid RANS/LES methods are in development, taking off advantage of LES and RANS potentialities through a one only model. The present work deals with the evaluation of these three methodologies, LES, RANS and Hybrid RANS/LES through the turbulent backward-facing step flow simulation. This classical flow is a benchmark for new turbulence models due to the fact that, despite its simple geometry, it presents a very complex generation of three-dimensional structures, influencing the transition phenomenon and properties such as characteristics frequencies of vortex emission and reattachment length. Parallel to this, an inlet turbulent boundary condition influence study showed that the statistical and topological content of the inlet boundary layer profile can modify substantially results like reattachment length and pressure coefficient. A recycling method for generating three-dimensional, time-dependent turbulent boundary layer inflow data for Large-Eddy and Hybrid RANS/LES simulation is employed. Results for the three methodologies disclose that Large-Eddy Simulation and Hybrid RANS/LES methods present very similar descriptions for the turbulent backward-facing step flow, differing from the RANS's results, where the second order statistical moments are totally suppressed, with absence of three-dimensional and transient structures.

Keywords: Turbulence Modeling, Boundary Conditions. Large-Eddy Simulation. RANS. RANS/LES.

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

AR	alongamento, ($AR = W/h$);
C_f	coeficiente de atrito;
C_p	coeficiente de pressão;
C_s	constante de Smagorinsky;
CFL	parâmetro de Courant-Friederichs-Lewy para o passo de tempo;
d	distância entre os centros dos volumes, distância à parede;
D	diâmetro do canal de entrada;
dS	área diferencial;
ER	razão de expansão do degrau, ($ER = H/(H - h)$);
h	altura do degrau;
H	altura total do domínio nas simulações do degrau, fator de forma da camada limite;
H_{12}	fator de forma da camada limite, $H_{12} = \delta^* / \theta$.
k	energia cinética turbulenta;
p	pressão;
q	termo fonte;
Q	termo fonte;
q_ϕ	termo fonte associado a variável genérica ϕ ;
Re	número de Reynolds;
Re_h	número de Reynolds baseado na altura do degrau, $Re_h = U_0 h / \nu$;
Re_θ	número de Reynolds em função da espessura de <i>momentum</i> , $Re_\theta = U_0 \theta / \nu$;
t	tempo;
T	tempo de simulação;
Tu	intensidade turbulenta;
u	velocidade na direção x ;
U	velocidade média u ;

U_0	velocidade U na corrente livre;
u_τ	velocidade de cisalhamento;
u'	flutuação da velocidade u ;
v	velocidade na direção y ;
V	velocidade média v ;
v'	flutuação da velocidade v ;
w	velocidade na direção z ;
W	velocidade média w , profundidade do domínio computacional, função peso;
w'	flutuação da velocidade w ;
X_R	comprimento de recolamento;
X_S	comprimento da bolha de recirculação secundária;
y^+	distância adimensionalizada pela velocidade de cisalhamento na entrada;

Letras Gregas

α	parâmetro de função peso, coeficiente de interpolação;
δ	espessura da camada limite;
Δ	largura do volume finito;
ϕ	variável genérica;
Γ	fator do método p.d.f.;
γ	função peso;
μ	viscosidade dinâmica;
μ_{ef}	viscosidade efetiva;
λ	coeficiente de <i>blending</i> ;
ν	viscosidade cinemática;
$\tilde{\nu}$	viscosidade modificada;
ν_t	viscosidade turbulenta;
η	espessura da camada limite adimensionalizada por δ ;
ρ	densidade;
τ_{ij}	tensor de Reynolds;
τ_w	tensão de cisalhamento junto à parede;

θ	espessura de <i>momentum</i> ;
ω	vorticidade;

Operadores

Δ	variação;
∂	derivada parcial;
∇	nabla;
$\int$	integral;
Σ	somatório;
$\prod$	produtório;
$\langle \rangle$	filtro espacial;
$\langle \rangle_z$	média espacial na direção z;

Índices

a	advectivo;
d	difusivo;
ent	referente a entrada do domínio;
P	centro do volume de controle;
N, n	ponto e face ao norte do centro do volume de controle;
S, s	ponto e face ao sul do centro do volume de controle;
E, e	ponto e face ao leste do centro do volume de controle;
W, w	ponto e face ao oeste do centro do volume de controle;
T, t	ponto e face superior do centro do volume de controle;
B, b	ponto e face inferior do centro do volume de controle;
i, j	ponto central, componente de tensor;
0	corrente livre;
∞	corrente livre de influências da camada limite;
ef	efetiva;
parede	referente a fronteiras com velocidade imposta nula;
rec	referente ao plano de escalonamento;
max	máximo;

min	mínimo;
total	tempo total de simulação;

Superíndices

*	grandezas adimensionais, estimativa de propriedade;
'	diferença entre valores reais e aproximados;
ext	porção externa da camada limite;
H	alta ordem de interpolação;
int	porção interna da camada limite;
L	baixa ordem de interpolação;
n	iteração;
t	tempo atual;

Siglas

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics;</i>
DES	<i>Detached-Eddy Simulation;</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation;</i>
LES	<i>Large-Eddy Simulation;</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes;</i>
URANS	<i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos.....	2
1.2	Características da Turbulência nos Fluidos	3
1.3	Objetivos	5
1.4	Metodologia.....	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	Metodologia RANS ou URANS.....	8
2.2	Metodologia LES	10
2.3	Metodologia Híbrida RANS/LES.....	11
2.4	O escoamento sobre o degrau	12
2.4.1	Características do escoamento sobre o degrau.....	13
2.4.2	Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar).....	16
2.4.3	Espessura da Camada Limite na Entrada	18
2.4.4	Nível de Turbulência da Camada Limite na Entrada.....	18
2.4.5	Razão de Expansão do Degrau (ER)	22
2.4.6	Alongamento do Degrau (AR)	25
2.5	Condições de Contorno em Escoamentos Turbulentos	26
2.5.1	Influência do espectro de energia das condições de contorno.....	27
2.5.2	Métodos de geração de condições de contorno turbulentas	31
3	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	33
3.1	Simulação de Grandes Escalas - LES.....	33
3.1.1	O Modelo de Smagorinsky	38
3.2	Equações Médias de Reynolds – RANS.....	40
3.2.1	O modelo de Spalart-Allmaras.....	42
3.3	Modelagem Híbrida RANS/LES – DES	44
3.4	O método de Lund, Wu e Squires de Geração de Condições de Contorno	45
4	METODOLOGIA NUMÉRICA.....	51
4.1	O Algoritmo SIMPLEC.....	54

5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	59
5.1	Metodologia de análise dos resultados.....	61
5.2	Descrição do domínio, condições de contorno e avanço temporal	62
5.3	Resultados topológicos	68
5.4	Comprimento de recolamento.....	82
5.5	Coeficiente de pressão.....	86
5.6	Velocidade média, flutuações e tensor de Reynolds.....	89
5.7	O escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas.....	103
5.7.1	Simulação da camada limite de entrada	105
5.7.2	Influência da condição de contorno de entrada	114
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.....	123
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	127

CAPÍTULO I

Introdução

A presença da Dinâmica dos Fluidos nas mais diversas áreas da Engenharia é uma realidade. Soluções acopladas envolvendo interações fluido-estrutura, transferência de calor e massa, escoamentos multi-fásicos ou em mudança de fase, escoamentos com reações químicas, combustão são possíveis na atualidade.

O desenvolvimento do que conhecemos hoje por CFD (*Computational Fluid Dynamics*), começou em meados de 1960, tendo seus primeiros sucessos na década de 1970 e início em aplicações industriais na década de 1980. A divulgação e aceitação da metodologia vieram a partir de 1990, com a disseminação da CFD em projetos aeronáuticos e veiculares. A partir daí, passou a ser uma ferramenta de desenvolvimento e melhoria de projetos.

Paralelo a isso, as técnicas experimentais também evoluíram muito, com o advento de instrumentos não intrusivos ou de dimensões praticamente microscópicas e alta precisão. Destacam-se entre esses avanços: modernos anemômetros de fio quente, anemometria Laser-Doppler e PIV (*Particle Image Velocimetry*). Essas técnicas são aplicadas a nível acadêmico para estudar e quantificar escoamentos de base como camada limite, escoamentos cisalhantes livres, jatos e esteiras ou mesmo em escoamentos complexos, utilizados na indústria moderna como parte do projeto de aeronaves, veículos, máquinas térmicas, bombas, edificações e etc.

Em alguns casos, a realização de um ensaio experimental exige a execução do projeto em si, ou requer uma condição difícil e ou cara de se obter em laboratório. Neste ponto torna-se interessante a iteração do projetista com a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Muitas vezes em partes preliminares de projetos, onde dimensões básicas precisam ser determinadas e não se têm dados experimentais confiáveis, a metodologia de CFD pode ser uma excelente opção de estudo tanto qualitativa como quantitativa, dependendo do grau de conhecimento do projetista ou de exigência do projeto.

Condições de operação extremas de temperaturas, pressões, velocidades ou geometrias complexas em geral são de difícil reprodução em laboratório e demandam tempo e dinheiro para serem realizadas. Aplicando-se modelos e métodos apropriados, resultados confiáveis podem ser obtidos via CFD.

Escoamentos transicionais e turbulentos são dominantes em atividades de Engenharia que envolvam dinâmica dos fluidos. São poucos os escoamentos industriais que se desenvolvem em regime laminar, sendo estes, mais interessantes para fins acadêmicos, ocorrendo geralmente sob condições controladas ou em escoamentos altamente viscosos.

Presente em válvulas, difusores, escoamentos sobre corpos rombudos, aeronaves ou mesmo edificações, escoamentos turbulentos influenciam aerodinâmica e estruturalmente sistemas onde estão presentes. A emissão de vórtices em esteiras turbilhonares, os descolamentos e recolamentos são influenciados pelas características turbulentas dos escoamentos. A forte advecção presente em escoamentos turbulentos acelera de forma drástica a difusão de calor e massa, fazendo com que processos naturais ou industriais possam ser acelerados ou retardados, conforme a necessidade.

Sendo a turbulência uma característica inerente aos escoamentos reais, sua compreensão e modelagem são desafios ainda inesgotados, constituindo um tema atual e promissor de pesquisa.

1.1 Breve Histórico da Turbulência nos Fluidos

Saint Venant, Boussinesq, Osborne Reynolds e Lorde Rayleigh, no século XIX, foram os pioneiros no estudo de instabilidades e turbulência nos fluidos. Através de seu famoso experimento do escoamento no interior de um tubo, Reynolds observou e descreveu dois regimes diferentes. Um deles era permanente e outro “sinuoso”, sendo o segundo o regime turbulento. Através de seu famoso número adimensional, Reynolds propôs um parâmetro de controle da transição, onde para valores acima de 2300 o escoamento torna-se turbulento no interior de um tubo. Além disso, ele propôs as equações médias de Reynolds (1884).

Contemporâneo a Reynolds, Rayleigh investigou o comportamento de instabilidades em escoamentos paralelos e iniciou o estudo de propagação e amplificação das mesmas. Sua maior contribuição foi a constatação da necessidade de um campo de velocidade inflexional para que um escoamento paralelo se torne instável (1880). Em 1887, Boussinesq propôs o conceito de viscosidade turbulenta, através do qual o tensor de Reynolds oriundo da decomposição das equações de Navier-Stokes seria modelado de forma análoga ao modelo de Stokes para as tensões viscosas moleculares.

Um grande progresso no entendimento da turbulência e da mecânica dos fluidos em geral foi marcado com a descoberta da camada limite, feita por Prandtl em 1904. A partir daí Prandtl (1925) propôs o modelo de comprimento de mistura que calculava a viscosidade turbulenta variável no espaço e no tempo.

No período entre 1939 e 1953 desenvolveu-se a teoria estatística da turbulência, destacando-se os trabalhos de Kolmogorov (1941), Millionschikov (1939), Obukov (1941), Heisenberg (1948) e Batchelor (1953).

A partir dos anos de 1950 vários avanços foram feitos nas áreas de transição e caracterização de estruturas derivadas da transição. Shubauer e Skramstad (1947) foram os primeiros a comprovar a teoria da estabilidade linear através da observação das ondas de Tolmien-Schlichting previstas teoricamente. Brown e Roshko (1974) realizaram o experimento com uma camada de mistura evidenciando a existência das instabilidades de Kelvin-Helmholtz, denominadas por eles de estruturas coerentes.

Paralelo a isso, muitos modelos matemáticos, desenvolvidos até a atualidade, procuram descrever os escoamentos turbulentos. Duas correntes distintas surgiram, uma baseada nas equações médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*) e outra no conceito de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) iniciada com o trabalho Smagorinsky (1963).

Nos últimos tempos, refinadas técnicas experimentais têm sido desenvolvidas com o intuito de caracterizar e quantificar escoamentos turbulentos, tais como Laser-Doppler e PIV (*Particle Image Velocimetry*), permitindo visualizar estruturas turbilhonares em escoamentos complexos e obter dados estatísticos de velocidades médias e flutuações. Técnicas mais tradicionais, como anemometria de fio quente e a utilização de traçadores também tiveram evoluções permanecendo como importantes métodos.

Juntamente com os computadores, as técnicas numéricas tiveram uma evolução fantástica. A simulação numérica de escoamentos já atingiu um nível elevado, podendo ser chamada de experimentação numérica, numa analogia à experimentação física. Resultados de DNS (*Direct Numerical Simulation*) reproduzem com alta fidelidade os fenômenos envolvidos em escoamentos turbulentos, dando informações algumas vezes mais refinadas que os próprios modelos experimentais construídos em laboratório.

1.2 Características da Turbulência nos Fluidos

A turbulência nos fluidos apresenta características que conferem um caráter totalmente não linear e é importante ressaltar que a turbulência é uma característica do

escoamento e não do fluido, ocorrendo a altos números de Reynolds. Pode-se caracterizar a turbulência como um fenômeno:

Tridimensional e rotacional: a turbulência só ocorre em escoamentos rotacionais, onde se pode identificar algum processo de geração de vorticidade. Aplicando o operador rotacional às equações de Navier-Stokes se obtém uma equação de transporte para a vorticidade, a chamada Equação de Helmholtz, onde é fácil identificar que para um escoamento bidimensional o termo de geração de vorticidade é nulo, o que implica que a turbulência deve ser encarada de forma tridimensional;

Altamente difusivo: por apresentar flutuações de velocidade nas três dimensões do espaço, a turbulência é um potente acelerador da difusão de calor, massa e quantidade de movimento;

Altamente dissipativo: os altos cisalhamentos provocados pelos fortes gradientes de velocidade acentuam a dissipação viscosa, sendo necessário o fornecimento contínuo de energia para que o escoamento permaneça turbulento, caso contrário, as flutuações serão atenuadas até ser atingido o estado estacionário;

Contínuo: apesar das menores estruturas turbilhonares serem de dimensões bastante reduzidas, elas superam ainda em diversas ordens de grandeza o livre caminho médio das partículas, podendo ser modelada sob a hipótese do contínuo;

Impredicível: devido à alta não linearidade dos escoamentos turbulentos, é muito difícil reproduzir, em fase, duas ou mais realizações de um mesmo fenômeno físico. As condições iniciais impostas nunca serão perfeitamente idênticas fornecendo diferentes caminhos para que as instabilidades se gerem e se propaguem ao longo do tempo. No entanto, é possível prever a formação de estruturas turbilhonares e suas iterações, retirando valiosas informações.

Além dos adjetivos acima mencionados, escoamentos turbulentos apresentam um amplo espectro de energia, possuindo uma larga banda de frequências, ou seja, apresentam estruturas com baixas (grandes comprimento de onda) e altas frequências (pequenos comprimentos de onda). As interações entre estruturas de tamanhos e frequências variadas constituem um refinado e complexo processo de troca de energia. Apesar de a turbulência ser classificada como impredicível, é possível através de processos estatísticos determinar médias e flutuações a fim de caracterizar o fenômeno. Segundo Ferziger (2001) para escoamentos turbulentos identifica-se uma parte determinística constituindo cerca de apenas 10% do escoamento na forma de estruturas coerentes que são responsáveis por aproximadamente 90% do transporte de energia e outra aleatória (aproximadamente 90%)

que aparece na forma de ruído isolado ou mesmo como pequenas oscilações sobre as estruturas coerentes.

1.3 Objetivos

A presente dissertação trata da utilização da modelagem matemática e simulação numérica da turbulência do escoamento sobre uma geometria teste: o degrau descendente, mais conhecido na língua inglesa como *backward-facing step*. O caso é utilizado para avaliar o comportamento de três metodologias distintas de modelagem da turbulência:

- Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*);
- Equações médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*);
- Metodologia Híbrida LES/RANS.

A geometria do degrau é simples e existem resultados, tanto numéricos como experimentais, disponíveis à comunidade acadêmica. O escoamento é altamente transiente e apresenta formações tridimensionais, com parcelas de escoamento parietal e parcelas de escoamento cisalhante livre, assim como regiões de descolamento e recolamento de camada limite, constituindo-se um problema físico muito útil na avaliação de novos modelos de turbulência e códigos de dinâmica dos fluidos computacional.

Diferenças evidentes são documentadas para as duas primeiras metodologias acima citadas. A terceira metodologia é uma combinação das duas primeiras. Tratando-se de uma técnica bastante recente, é plenamente justificável investigá-la.

Além da avaliação das três metodologias, é apresentado um estudo de influência do conteúdo turbulento das condições de contorno utilizadas. Confirmando constatações experimentais, considerar os níveis de flutuações e ou perturbação das condições de contorno na simulação de escoamentos turbulentos é uma prática importante na obtenção de resultados confiáveis.

1.4 Metodologia

A abordagem da presente dissertação é numérica, através da utilização e aperfeiçoamento de um código desenvolvido no Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos (LTCM -UFU).

O programa desenvolvido é baseado na metodologia de Volumes Finitos e resolve as equações de Navier-Stokes transientes e incompressíveis para um domínio cartesiano tridimensional. O código utiliza esquemas de segunda ordem para o tempo e espaço, com diferenças centradas para as derivadas espaciais, esquema de avanço temporal *three-time-level* e malha co-localizada. O acoplamento pressão-velocidade é feito pelo algoritmo SIMPLEC, utilizando o solver SOR (*Successive Over Relaxation*), para as velocidades e SIP (*Strong Implicit Procedure*) para a equação de correção da pressão. O código é processado em paralelo em um *cluster Beowulf* de 10 microcomputadores Pentium 4 (2.8GHz/1.5Gb RAM), disponível no LTCM. Todo o algoritmo é escrito em FORTRAN 90, utilizando a biblioteca de paralelização MPCIH, e compilado pelo IFC (*Intel Fortran Compiler*), ambos *softwares* livre para uso acadêmico. A visualização dos resultados é realizada através da análise da velocidade e quantidades turbulentas, incluindo iso-superfícies de velocidade, pressão e vorticidade.

As três metodologias de modelagem da turbulência aqui apresentadas são objeto de contínuo estudo acadêmico e vêm sendo confrontadas nos últimos anos. A importância do presente trabalho reside no fato da inexistência de dados detalhados, abordando essas metodologias para casos teste, onde possam ser comparadas em iguais condições e expor suas deficiências e méritos.

CAPÍTULO II

Revisão Bibliográfica

A turbulência nos fluidos tem sido pesquisada por mais de um século, mas nenhuma teoria completamente fechada sobre ela foi escrita (Tennekes e Lumley, 1994). A diversidade de escalas e frequências envolvidas em um escoamento turbulento cresce muito à medida que aumenta o número de Reynolds.

Calcular todas as escalas da turbulência definitivamente não é uma tarefa fácil. Metodologias como a Simulação Numérica Direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*), que consiste em resolver as equações de Navier-Stokes diretamente, sem a imposição de um modelo de turbulência, procuram resolvê-las. Isso implica na utilização de uma malha capaz de descrever todo o espectro de frequências, desde as menores frequências (grandes estruturas) até a as maiores frequências (Escala de Kolmogorov – pequenas estruturas de altas frequência). Além do refino de malha, são exigidos esquemas de discretização espacial e temporal de alta ordem, que não imponham difusão numérica ao cálculo. Soma-se a isso o cuidadoso uso de condições de contorno adequadas com níveis de perturbação específicos para cada caso. O emprego da DNS aumentou consideravelmente nos últimos anos devido ao avanço dos microcomputadores, que, mais potentes, já são capazes de processar cálculos para números de Reynolds mais altos, em torno de 10.000. Estudos referentes à camada limite e escoamentos de base têm utilizado a DNS, obtendo resultados muito interessantes.

Não se podendo resolver todas as escalas da turbulência, surge o conceito de decomposição das escalas da turbulência, podendo ser realizada via filtragem temporal ou espacial. Quando se aplica o conceito de média temporal, decompondo a velocidade em uma parte média e outra flutuante, obtêm-se as Equações Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes*). Para os casos onde é aplicada a filtragem espacial das equações de Navier-Stokes surgem as equações filtradas, utilizadas na metodologia de Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*). Diferente dos métodos

RANS onde todo o espectro de energia é modelado, na metodologia LES as grandes escalas são resolvidas e apenas as menores escalas são modeladas, dependendo obviamente da discretização espacial e temporal empregadas.

Independente da metodologia, o problema em fazer uma filtragem temporal ou espacial é o surgimento de novos termos nas equações de Navier-Stokes, resultando em um sistema com mais incógnitas que equações: é o problema de fechamento da turbulência.

Boussinesq, em 1877, através do conceito de viscosidade turbulenta introduz o fechamento das equações de Navier-Stokes filtradas em uma analogia ao modelo de viscosidade molecular adotado por Stokes.

Tanto modelos LES quanto RANS são desenvolvidos para calcular a viscosidade molecular resultante do modelo de Boussinesq, que tem por objetivo modelar o tensor de Reynolds, o termo mais importante derivado da filtragem aplicada.

Tirando proveito das metodologias acima, um terceiro campo de pesquisa na modelagem da turbulência surge recentemente:

- A modelagem híbrida da turbulência, que vem a utilizar a boa descrição parietal de escoamentos turbulentos das metodologias RANS juntamente com a boa descrição dos escoamentos livres das metodologias LES, são os chamados modelos híbridos RANS/LES.

Existem ainda modelos que não passam pela aproximação de Boussinesq, nos quais o tensor de Reynolds é modelado de forma diferente. Alguns fazem analogias com as componentes médias de velocidade e outras geram equações de transporte para as componentes do tensor de Reynolds. Metodologias desse tipo fogem do escopo desta dissertação, não sendo de interesse investigá-las no momento.

A seguir são apresentadas algumas das características de três metodologias de modelagem da turbulência baseadas na hipótese de Boussinesq citadas acima.

2.1 Metodologia RANS ou URANS

As metodologias RANS e URANS são baseadas na decomposição das componentes de velocidade em uma parte média e outra flutuante. Vale a pena enfatizar que qualquer método RANS que seja resolvido incluindo o termo de variação temporal, ou seja, resolvendo a equação na forma transiente, torna-se um URANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Porém, a literatura em geral não faz distinção em relação a isso, nomeando de modelos RANS aqueles que são transientes ou permanentes, sendo essa

nomenclatura adotada no decorrer da dissertação. Aplicando a filtragem temporal às equações de Navier-Stokes, surge do termo não linear da equação de movimento um tensor extra, o chamado tensor de Reynolds. Modelando este tensor, pode-se realizar o fechamento das equações. Muitos modelos RANS foram desenvolvidos a partir da decomposição proposta por Reynolds, sendo essa metodologia dominante nas aplicações de modelagem da turbulência para escoamentos industriais. Modelos algébricos e modelos a uma equação ou a duas equações de transporte são os mais encontrados.

Os modelos algébricos se destacam pela fácil implementação e estabilidade numérica. Sua deficiência reside na grande dependência de constantes que calibram os modelos para situações particulares, principalmente na descrição de escoamentos com descolamentos, ou que evoluem de um escoamento parietal para um escoamento cisalhante livre. Entre os modelos algébricos mais empregados encontramos os modelos de Cebeci e Smith (1974), Baldwin e Lomax (1978) e Johnson-King (1985).

Os modelos a uma equação de transporte tiveram precursores pouco superiores aos modelos algébricos. Porém, com os modelos de Baldwin-Barth (1990) e Spalart-Allmaras (1994) esse quadro foi revertido. O modelo de Baldwin-Barth ainda apresenta dificuldades em descrever a camada limite e conseqüentemente remete a valores incorretos de coeficientes de atrito quando comparados aos dados experimentais. Já o modelo de Spalart-Allmaras apresenta resultados muito bons para escoamentos parietais, com grande aplicação em escoamentos ligados à aerodinâmica.

Modelos a duas equações de transporte são largamente aplicados a escoamentos industriais. O modelo $k-\varepsilon$ é o carro chefe desta classe, porém autores como Wilcox (2000) condenam o seu uso e destacam sua deficiência na descrição de escoamentos com gradiente adverso de pressão, não apresentando reais vantagens nem mesmo sobre os modelos algébricos. Já o modelo $k-\omega$ apresenta bom desempenho em escoamentos do tipo camada limite com gradiente adverso e favorável de pressão. Porém, modelos a duas equações de transporte em geral apresentam dificuldades nos escoamentos sobre superfícies curvas, podendo, às vezes, essa dificuldade ser associada à aproximação de Boussinesq para a viscosidade turbulenta.

Apesar das dificuldades apresentadas acima, as metodologias RANS apresentam grandes atributos. Métodos RANS necessitam de malhas menos refinadas que metodologias como DNS e LES, viabilizando com isso a simulação de casos a elevados números de Reynolds. Para escoamentos parietais, tais como aerofólios ou mesmo aeronaves completas, são ainda superiores ou mesmo a única alternativa viável para números de Reynolds reais.

2.2 Metodologia LES

A Simulação de Grandes Escalas teve como precursor Smagorinsky (1963), que buscava simular, nos seus trabalhos de meteorologista, apenas as grandes escalas da turbulência. A metodologia LES se apresenta como uma alternativa intermediária entre DNS e RANS, sendo resolvidas as grandes estruturas, que transportam a maior parte da energia, modelando apenas as menores. Parte-se do princípio que pequenas estruturas apresentam um comportamento mais homogêneo e isotrópico e são menos sensíveis a condições de contorno. A separação das grandes escalas das pequenas se dá através da filtragem, que geralmente está associada ao tamanho da malha, fazendo com que estruturas que possuam tamanho de até a ordem de grandeza da malha sejam modeladas e as maiores calculadas.

Assim como a Simulação Numérica Direta, LES aplica-se a escoamentos tridimensionais e transientes, mas ainda é necessário certo grau de refinamento da malha. Quanto mais refinada a malha, menor será a parte do espectro sobre a qual o modelo sub-malha estará atuando. Se a malha for suficientemente fina, os modelos LES devem convergir para DNS.

Entre os modelos sub-malha mais utilizados destacam-se:

- Modelo de Smagorinsky (1963);
- Modelo Função Estrutura de Velocidade, Métails e Lesieur (1992);
- Modelo Dinâmico, Germano *et al.* (1991).

O Modelo de Smagorinsky e seus derivados sustentam-se na hipótese de equilíbrio local, ou seja, que a produção de tensões turbulentas seja igual à dissipação. O modelo é algébrico e de fácil implementação, descrevendo a viscosidade turbulenta como função da taxa de deformação e da escala de comprimento que caracteriza o filtro, além do coeficiente de proporcionalidade de Smagorinsky. Os resultados obtidos com a modelagem de Smagorinsky são bons, mas o modelo apresenta dificuldades em escoamento parietais, onde, em geral, provoca descolamento prematuro da camada limite.

No modelo de Função Estrutura de Velocidade o cálculo da viscosidade turbulenta passa pelo cálculo de diferenças de velocidades, como pode ser visto em Lesieur *et al.* 2005. Correções e atualizações ao modelo de Função Estrutura foram desenvolvidas, mas ainda assim ele é dependente de constantes impostas, sendo indicado, assim como o modelo de Smagorinsky, para escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos.

Um terceiro e promissor modelo foi proposto por Germano (1996), o modelo Dinâmico sub-malha. A grande vantagem é a ausência de coeficientes *ad-hoc* de proporcionalidade,

que é substituído por uma função variável no tempo e no espaço. O modelo se baseia na aplicação de dois filtros com tamanhos diferentes. O primeiro filtro utiliza as dimensões da malha para calcular o comprimento característico (filtro a nível de malha), já o segundo utiliza um múltiplo das dimensões da malha para calcular o comprimento característico (filtro teste). Utilizando as informações contidas nas menores escalas resolvidas, na região entre os dois filtros, pode-se modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e não resolvidas.

2.3 Metodologia Híbrida RANS/LES

As metodologias RANS apresentam boa descrição de escoamentos parietais, mas com sérias dificuldades em identificar estruturas altamente transientes. Porém, segundo Spalart et al. (1997), a Simulação de Grandes Escalas para uma aeronave comercial inteira é no mínimo um milhão de vezes mais cara do que os recursos computacionais atuais, e, assumindo que a potência dos computadores cresce 5 vezes a cada 5 anos, esse desafio permanecerá por mais 4 décadas. Como consequência, o abandono de metodologias RANS pode significar um passo errado para qualquer um que pense em simulação numérica de escoamentos turbulentos com aplicações industriais.

O maior desafio para modelos de turbulência calibrados para escoamentos parietais, como os RANS, é a descrição de regiões com separação, onde estruturas transientes, muitas vezes formadas por outras estruturas menores, interagem e desprendem-se sendo transportadas pelo escoamento. Essas são situações onde modelos LES são competentes.

Modelos híbridos vêm a unir as qualidades das duas metodologias, reduzindo-se a RANS junto às paredes e a LES nas regiões de separação ou escoamento cisalhante livre. Modelos híbridos já começam a ser difundidos no meio acadêmico e industrial, sendo um novo campo de pesquisa na modelagem da turbulência.

Entre os modelos híbridos existentes podemos destacar:

- O modelo de Nichols e Nelson (2001), desenvolvido em conjunto com o modelo SST a duas equações de Menter e Rumsey (1994) e recebeu o nome de *Multi-Scale*. Esse método apresenta uma suave transição entre as partes modelada por URANS e LES, Nichols e Nelson (2003);

- O modelo Híbrido LES-RANS de Davidson e Peng (2001), que combina o modelo de Yoshizawa (1993) juntamente com um modelo $k-\omega$. Nesse modelo há uma linha bem

definida que divide a parte modelada por LES e por RANS, sendo essa distância imposta explicitamente pelo usuário do modelo;

- O modelo LNS – *Limited Numerical Scales* proposto por Baten, Goldberg e Chakravarthy (2002) faz uma mescla de um modelo $k-\varepsilon$ com o modelo de Smagorinsky e através de um fator α decide automaticamente o uso de URANS ou LES;

- O modelo BLS – *Baldwin-Lomax-Smagorinsky* proposto por Camelli e Löhrner (2002) utiliza o clássico modelo de Baldwin-Lomax para as regiões parietais e o modelo de Smagorinsky para as demais localidades do escoamento. Os resultados obtidos são animadores, porém a necessidade de um ponto de divisão entre as duas modelagens deixa o modelo suscetível ao erro do usuário ao definir uma distância incorreta;

- O modelo SAS – *Scale-Adaptive Simulation* de Menter, Roland e Kuntz, (2003) que tem sua formulação baseada em uma equação de transporte adicional para a viscosidade cinemática com um termo de destruição que dinamicamente decide pela utilização de URANS ou LES;

- O modelo DES – *Detached-Eddy Simulation* que consiste em uma modificação do modelo de Spalart e Allmaras (1994) no termo referente à distância parietal, dando um caráter híbrido ao modelo. Este tem sido o modelo híbrido com maior aceitação no meio acadêmico, com ampla aplicação aeronáutica.

No presente trabalho concentrar-se-á no último modelo citado, DES de Spalart e Allmaras (1994), por apresentar uma boa formulação, embasada na experiência em modelagem da turbulência de seus autores. O modelo foi testado em algumas configurações, principalmente na área de aerodinâmica, mas caracterizações do modelo através de casos testes ainda não foram esgotadas, sendo importante e justificável realizá-las com o intuito de aprovar ou refutar o seu uso. Para tanto, o escoamento turbulento sobre um degrau é selecionado para analisar a performance do modelo comparado às metodologias LES e RANS. A próxima seção descreve as características inerentes desse escoamento, a fim de criar uma base teórica acerca dos fenômenos envolvidos.

2.4 O escoamento sobre o degrau

Considerando propriedades como descolamentos e recolamentos, regiões de escoamento parietal e cisalhante livre, o escoamento sobre um degrau torna-se um atraente caso teste, sendo capaz de reproduzir, apesar de sua geometria simples, todas essas características. O escoamento apresenta um ponto de descolamento bem definido, a quina

do degrau, e este ponto é único, facilitando o estudo do comprimento da bolha de recirculação. Esse fato não ocorre em casos como os escoamentos sobre aerofólios ou corpos rombudos, onde tanto o ponto de descolamento como o ponto de recolamento são incógnitas.

Diversos estudos à cerca do escoamento turbulento sobre um degrau, ou expansão brusca foram realizados pela comunidade científica. Duas grandes revisões sobre o degrau foram publicadas, através dos trabalhos de Bradshaw e Wong (1972) e Eaton e Johnston (1981), destacando-se o último, que, além de revisar tudo o que de relevante havia sido feito até a época, destacou pontos importantes ainda não solucionados.

Estudos importantes sobre o regime laminar e transicional do escoamento foram feitos por Goldstein et al. (1970) e Armaly et al. (1983).

2.4.1 Características do escoamento sobre o degrau

A estrutura básica destes escoamentos pode ser visualizada na Figura 2.1, em uma vista lateral. A camada limite que escoava sobre o canal de entrada se separa quando alcança o degrau, formando uma camada cisalhante livre, apresentando comportamento semelhante a uma camada de mistura com desenvolvimento espacial. Esse comportamento é mantido até praticamente a metade do comprimento de recolamento (X_R).

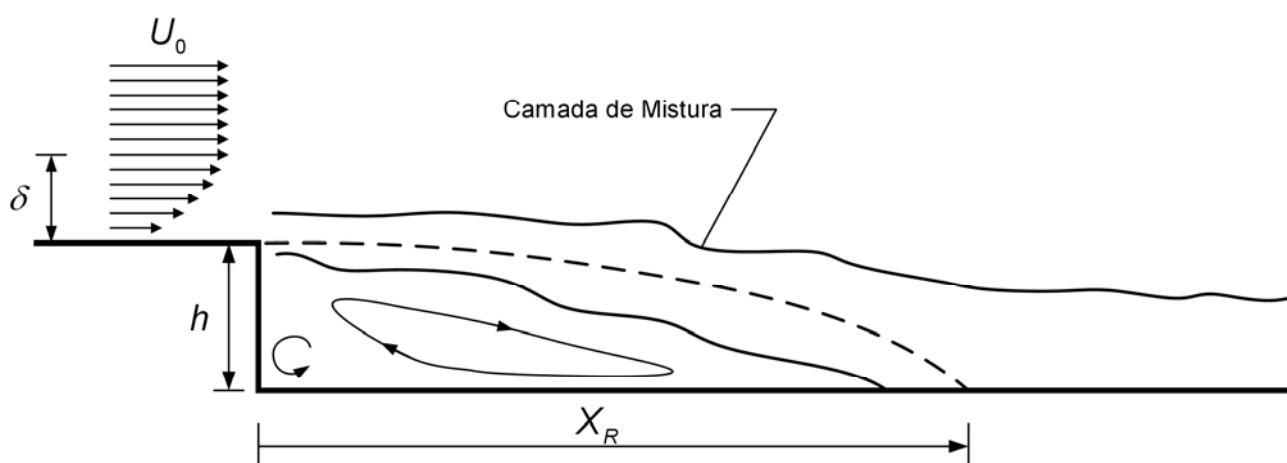


Figura 2.1. Estrutura básica do escoamento sobre o degrau.

O comportamento da camada cisalhante do escoamento sobre o degrau difere de uma camada de mistura espacial em um aspecto importante: o escoamento na região de baixa velocidade da camada cisalhante (abaixo da linha de corrente que divide a camada

cisalhante, identificada pela linha tracejada na Figura 2.1) para o caso do degrau pode ser turbulento, ao contrário de uma camada de mistura típica, onde as flutuações podem ser modestas e não há interação com uma parede.

Depois de passar por $0,5 X_R$, a camada cisalhante se curva rapidamente e atinge a parede inferior, sendo então dividida, conforme a linha tracejada (Figura 2.1), fazendo com que parte do fluido seja direcionada para dentro da zona de recirculação e parte seja transportada à jusante no canal de saída. Além do efeito da curvatura, a camada cisalhante é submetida a um forte gradiente de pressão e interação com a parede inferior. O escoamento na região de recolamento é altamente transiente, apresentando um largo espectro de frequências, com estruturas que podem atingir a ordem da altura do degrau (h) e estruturas muito pequenas que são transportadas por essas de maior porte.

O número de Reynolds baseado na altura do degrau e na velocidade de corrente livre (U_0) é definido para o degrau na forma:

$$Re_h = \frac{U_0 h}{\nu} \quad (2.1)$$

Dependendo do número de Reynolds e das propriedades da camada limite de entrada, na camada cisalhante se formam instabilidades de Kelvin-Helmholtz, instabilidades estas características de camadas de mistura. Experimentos conduzidos por Kostas *et al.* (2002) identificam a formação e desenvolvimento de instabilidades de Kelvin-Helmholtz bem como o emparelhamento de vórtices no degrau para $Re_h=4660$ ao longo do tempo, ver seqüência de fotos na Figura 2.2.

Devido ao transporte destas instabilidades o ponto de recolamento não é estacionário, apresentando oscilações que o movimentam para frente e para trás na direção longitudinal. Estudos de Abbott e Kline (1962) e de Kim, Kline e Johnston (1978) comprovam isso e denominam de *flapping* o movimento da camada cisalhante e do ponto de recolamento.

A zona de recirculação apresenta flutuações bastante intensas, tendo uma velocidade máxima em torno de 20% U_0 . A jusante do ponto de recolamento, a camada limite que se desenvolve no canal de saída sofre grande influência da camada cisalhante, não estabelecendo um perfil de camada limite plenamente desenvolvido mesmo a uma distância de $50h$ após o ponto de recolamento, conforme Bradshaw e Wong (1972) e Smyth (1979).

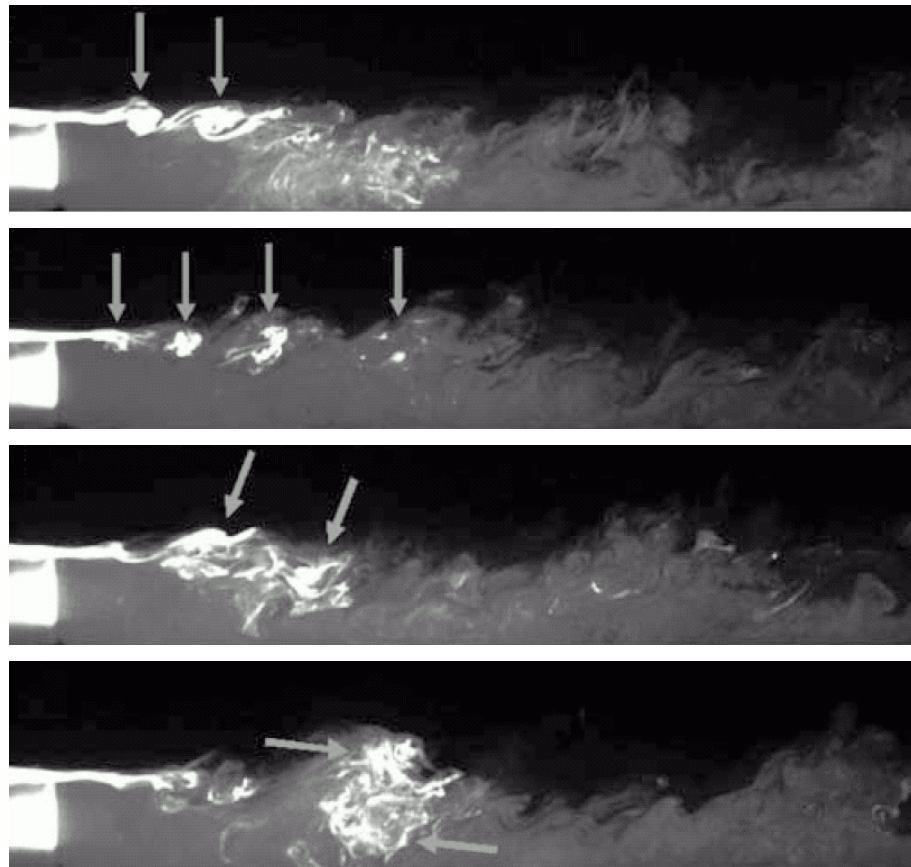


Figura 2.2. Evolução de instabilidades de Kelvin-Helmholtz. $Re_h = 4660$ – Kostas, Soria e Chong (2002).

Uma das formas mais clássicas de quantificar o escoamento sobre o degrau é através do comprimento de recolamento (X_R), sendo este influenciado por diversos fatores. A comparação entre os mais diversos casos já explorados até hoje, indicam que o comprimento de recolamento para o degrau apresenta-se na faixa de $4,9h$ a $8,2h$. Eaton e Johnston (1981) propõem que o comprimento de recolamento é função de cinco fatores:

- Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar);
- Espessura da camada limite na entrada;
- Nível de turbulência da camada limite na entrada;
- Razão de expansão do degrau (ER);
- Alongamento do degrau (AR).

As seções seguintes apresentam esses cinco fatores juntamente com dados experimentais comprovando sua importância no estudo do escoamento sobre o degrau.

2.4.2 Regime da camada limite na entrada (turbulenta ou laminar)

Esta condição foi estudada por Eaton, Johnston e Jeans (1979) e Eaton e Johnston (1980), que observaram uma dependência significativa desse fator, ver Figura 2.3. Nota-se que o comprimento de recolamento cresce à medida que o número de Reynolds (baseado na espessura de *momentum*) cresce na faixa laminar, passando pelo seu máximo em torno de $Re_\theta = 400$ e decaindo durante a fase de transição. Aparentemente o comprimento de recolamento tende a um valor constante quando entra no regime turbulento da camada limite de entrada.

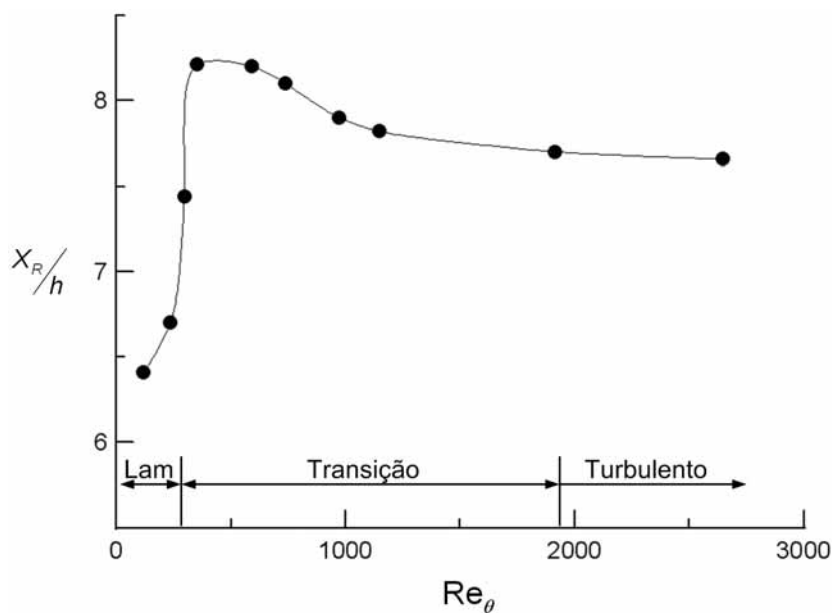


Figura 2.3. Comprimento de recolamento *versus* Re_θ - Eaton e Johnston (1981).

Um estudo experimental e numérico interessante, porém na faixa laminar e transicional do escoamento, foi realizado por Armaly et al. (1983), analisando a evolução do tamanho da bolha de recirculação em uma mesma geometria quando submetida a diversos números de Reynolds. Foi variado o número de Reynolds (baseado na altura do canal de entrada, $D = 2h$) na faixa $70 < Re_D < 8000$, observando não só grande variação no comprimento da bolha, como o surgimento de novas bolhas de recirculação em determinados intervalos de Re , ver Figura 2.4. Três regimes são claramente identificados: laminar ($Re_D < 1200$), transicional ($1200 < Re_D < 6600$) e turbulento ($Re_D > 6600$).

O regime laminar é caracterizado pelo contínuo crescimento da bolha de recirculação principal, X_1 na Figura 2.4, com o aumento do número de Reynolds, mas não linearmente como sugerido por Macagno e Hung (1967) em uma expansão axissimétrica. Denham e Patrick (1974) obtiveram resultados semelhantes para uma configuração muito próxima, porém o perfil de entrada desviava de um perfil parabólico.

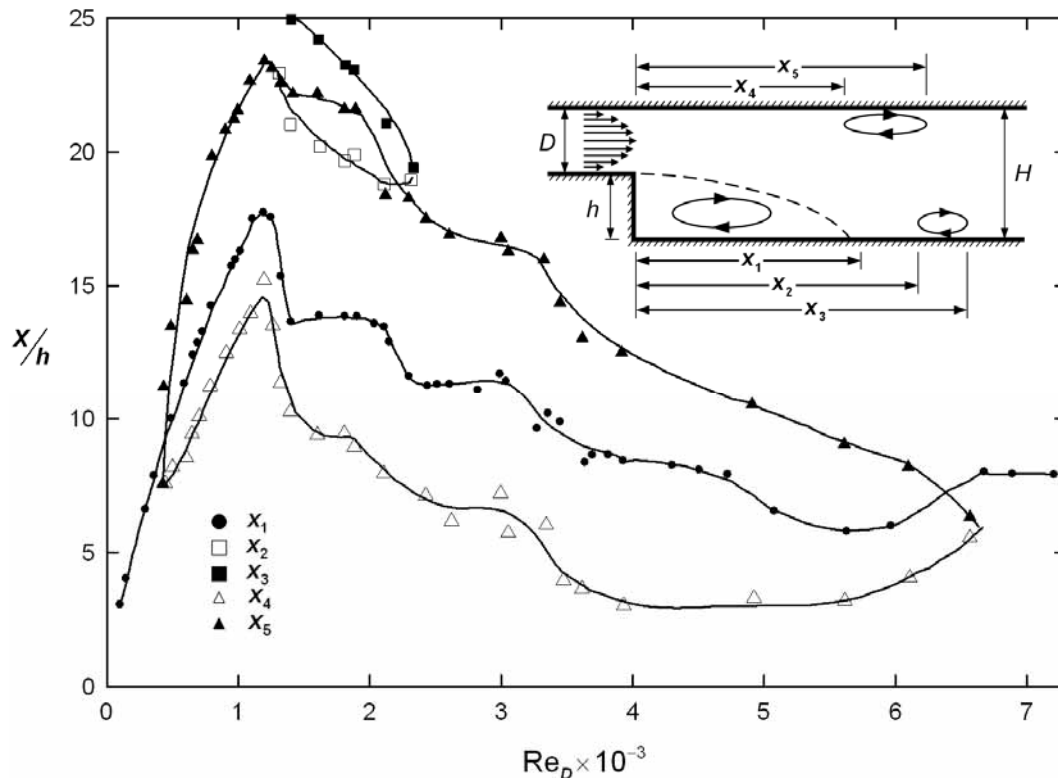


Figura 2.4. Bolhas de recirculação em função do Re_D - Armaly et al. (1983).

O regime de transição é caracterizado por uma queda brusca no comprimento X_1 , com um posterior decaimento irregular até atingir o regime turbulento, onde a tendência é de atingir um valor estacionário em torno de $7h$. Além disso, no início da transição, surge uma pequena bolha de recirculação, dimensões X_2 e X_3 na Figura 2.4, decorrente possivelmente da queda brusca sofrida por X_1 , que apresenta uma vida curta, não passando de $Re = 2300$. Uma terceira bolha de recirculação, dimensões X_4 e X_5 , surge na parede superior, nascendo no período laminar e estendendo-se durante todo o período de transição. Acredita-se que esta recirculação advenha do forte gradiente adverso de pressão imposto pela expansão, sendo sua existência condicionada a razão de expansão do degrau $ER = H/(H - h)$. O aumento de ER em geral inibe ou mesmo extingue essa recirculação.

2.4.3 Espessura da Camada Limite na Entrada

A influência da espessura da camada limite δ/h no canal de entrada do degrau é um ponto de desentendimento entre alguns autores. Conforme a Figura 2.5, pode-se observar que os dados de Narayanan demonstram uma pequena influência da espessura da camada limite sobre o comprimento de recolamento. Porém, os dados de Etheridge e Kemp, Tani et al. e Backer, segundo Eaton e Johnston (1981), para condições semelhantes, vão na direção exatamente oposta, demonstrando que o comprimento de recolamento é sim dependente de δ/h .

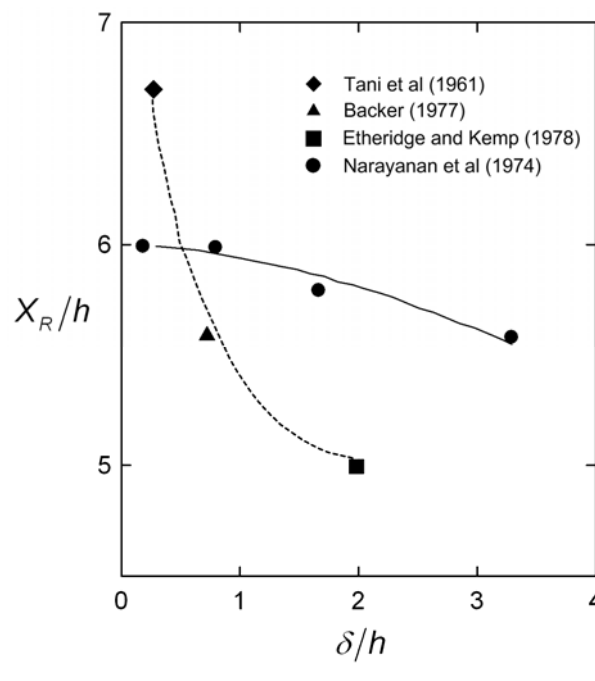


Figura 2.5. Comprimento de recolamento *versus* espessura de camada limite na entrada - Eaton e Johnston (1981).

2.4.4 Nível de Turbulência da Camada Limite na Entrada

Isomoto e Honami (1989) apresentam resultados para diferentes tipos e intensidades de perturbação na camada limite de entrada no escoamento sobre o degrau, em regime turbulento ($Re_h = 3,2 \times 10^4$) e razão de expansão $ER = 1,5$, demonstrando a forte influência que as perturbações podem exercer sobre o comprimento de recolamento. Não só perturbações, mas níveis mais altos de intensidade turbulenta na camada limite reduzem o

comprimento de recolamento. O comprimento de recolamento obtido ficou na faixa de $6,09 < X_R/h < 8,43$ com uma incerteza de $\pm 0,1h$.

Diferentes intensidades turbulentas são impostas à camada limite e, sobre essas, diferentes perturbações são impostas. A intensidade turbulenta (Tu), nos estudos de Isomoto e Honami (1989), é definida em função apenas da flutuação da velocidade na direção x :

$$Tu = \frac{\sqrt{u'^2}}{U_0}, \quad (2.2)$$

sendo a intensidade medida em um ponto de referência $X_0 = -4h$. A Tabela 2.1 apresenta os diversos casos analisados e a influência da intensidade turbulenta sobre X_R , mantendo-se a espessura da camada limite praticamente constante.

Tabela 2.1. Parâmetros da camada limite de entrada - Isomoto e Honami (1989).

	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Tu (%)	0,25	1,3	3,3	5,3	5,7	7,4
Re_0	$2,07 \times 10^3$	$2,00 \times 10^3$	$1,65 \times 10^3$	$1,41 \times 10^3$	$1,36 \times 10^3$	$1,39 \times 10^3$
δ/h	0,548	0,598	0,586	0,589	0,577	0,588
θ/h	0,0638	0,0618	0,0508	0,0435	0,0420	0,0430
H_{12}	1,37	1,36	1,35	1,33	1,34	1,33
$C_f/2$	$1,88 \times 10^{-3}$	$1,92 \times 10^{-3}$	$2,11 \times 10^{-3}$	$2,36 \times 10^{-3}$	$2,33 \times 10^{-3}$	$2,31 \times 10^{-3}$
X_R/h	8,21	8,10	7,61	6,97	6,91	6,28

Percebe-se uma forte influência do nível de intensidade turbulenta sobre o comprimento de recolamento, tendo uma redução de praticamente $2h$ entre o nível mais alto e mais baixo. Além dos valores de intensidade turbulenta, certas perturbações na camada limite podem alterar o comprimento de recolamento. Isomoto e Honami (1989) perturbaram de duas formas distintas os casos da Tabela 2.1, ver Figura 2.6.

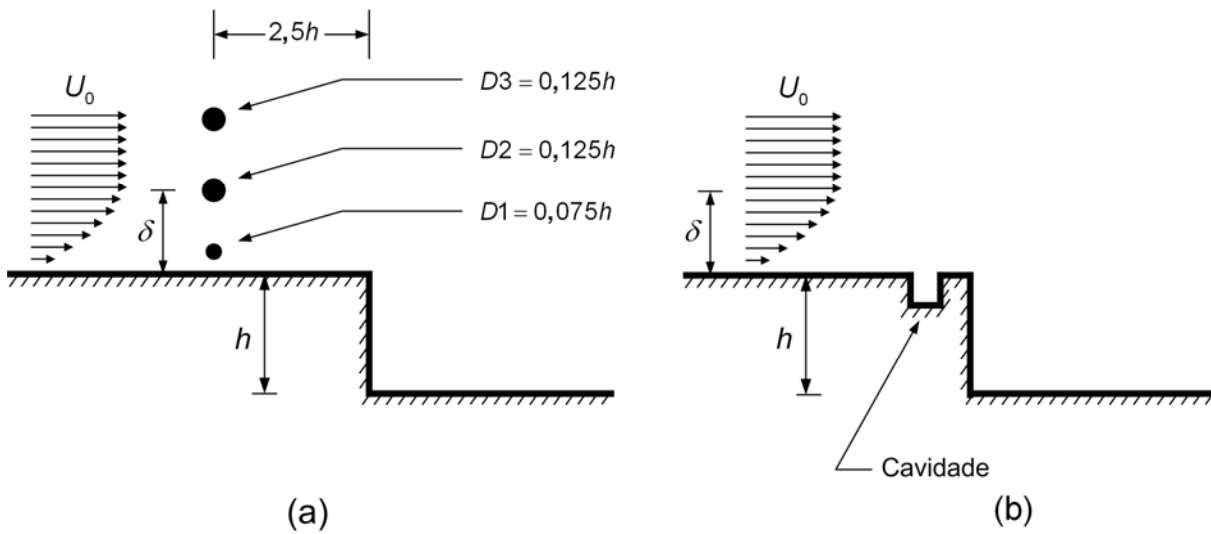


Figura 2.6. Métodos de perturbar a camada limite. (a) perturbação via cilindro; (b) perturbação via cavidade - Isomoto e Honami (1989).

Através destes dois métodos de perturbação, obtém-se perturbações nos níveis de turbulência da camada limite, sem alterar o perfil médio, podendo-se assim avaliar separadamente os efeitos. Todos os resultados apresentados nessa seção se referem a perfis extraídos no ponto de descolamento, ou seja, a quina do degrau.

O cilindro D3 (Figura 2.6 (a)), gera perturbações apenas na região de corrente livre, ficando os perfis de U e Tu inalterados até cerca de $y^+ \cong 3.000$, onde a presença do cilindro causa um grande acréscimo na intensidade turbulenta, ver Figura 2.7. Apesar da grande perturbação, o comprimento de recolamento sofre pequena influência, uma redução de apenas 2,5%.

Já para o cilindro D2 (Figura 2.6 (a)), onde as perturbações são injetadas na extremidade superior da camada limite ($y \cong h + \delta$, $y^+ \cong 1000$), percebe-se que uma redução no comprimento de recolamento, principalmente para o Caso A, apesar dos níveis máximos de perturbação para os casos A e F serem muito semelhantes.

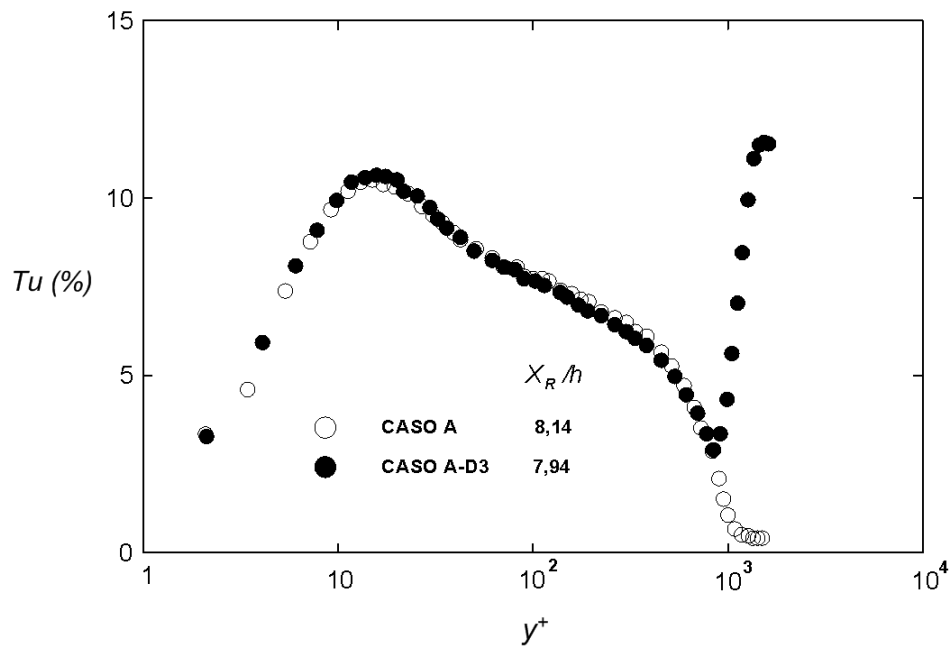


Figura 2.7. Tu para a perturbação D3. Caso A - Isomoto e Honami (1989).

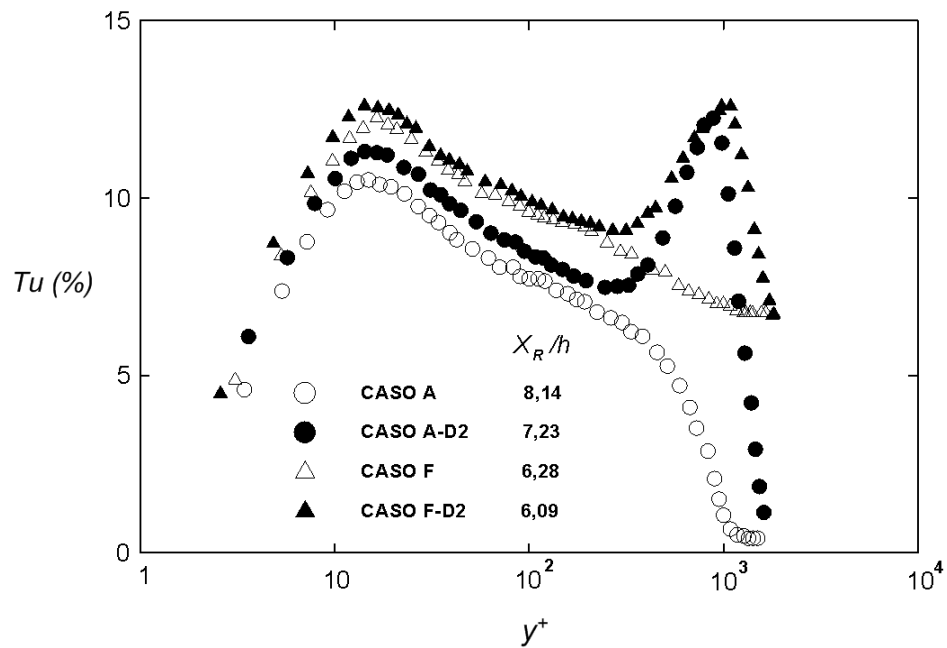


Figura 2.8. Tu para a perturbação D2. Casos A e F - Isomoto e Honami (1989).

Uma terceira configuração de perturbação é estabelecida com a inserção do cilindro D1 (Figura 2.6 (a)), injetando uma perturbação em $y^+ \cong 500$ para o Caso A. Percebe-se que

contrariamente às experiências anteriores, o comprimento de recolamento sofre um acréscimo quando da presença da perturbação nessa posição.

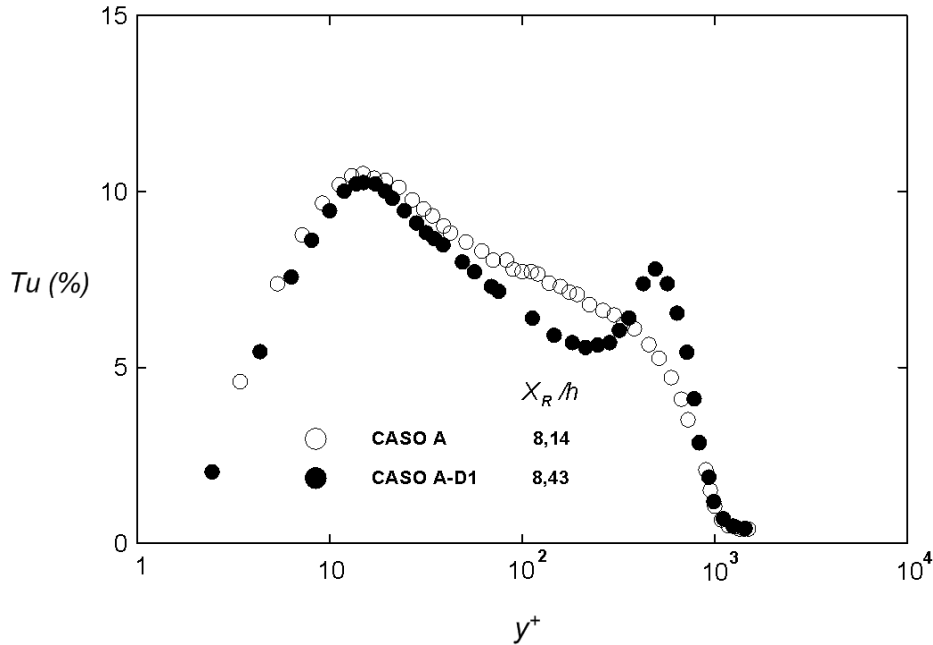


Figura 2.9. Tu para a perturbação D1. Caso A - Isomoto e Honami (1989).

Os resultados apresentados nessa seção revelam a importância do conhecimento da camada limite no ponto de descolamento, que dependendo dos níveis de turbulência pode modificar substancialmente o comprimento de recolamento e demais estatísticas relevantes.

2.4.5 Razão de Expansão do Degrau (ER)

O gradiente de pressão no escoamento sobre o degrau é, em grande parte, controlado pela razão de expansão ER do degrau ($ER = H/(H - h)$), modificando assim o comprimento de recolamento. Em geral, com uma camada limite turbulenta no ponto de descolamento, X_R tende a diminuir com o aumento de ER .

Experimentos realizados por Ötügen (1991), comprovam que X_R diminui quando ER cresce, ver Tabela 2.2. Foram testadas três razões de expansão, mantendo-se as características da camada limite de entrada constante. O número de Reynolds baseado na velocidade de corrente livre e na altura do canal de entrada é 16.600.

Tabela 2.2. ER versus comprimento de recolamento - Ötügen (1991).

ER	X_R/h
1,5	7,0
2,0	6,7
3,13	6,3

Além de diferenças em X_R , observam-se particularidades na espessura da camada cisalhante à jusante da separação, mesmo sendo as camadas limite de entrada idênticas. Para a posição $X/h = 0,6$ a espessura de cisalhamento para $ER = 1,5$ é praticamente o dobro de $ER = 3,13$, porém essa diferença cai rapidamente em menos de $1h$ de distância. Também são observados maiores níveis de turbulência para altas ER , podendo isso auxiliar em uma distância de recolamento menor.

Driver e Seegmiller (1985) experimentaram, através da imposição de uma divergência no canal de saída do degrau, os efeitos do gradiente de pressão sobre o comprimento de recolamento, para $Re_h = 37.500$ e $ER = 1,125$, ver Figura 2.10.

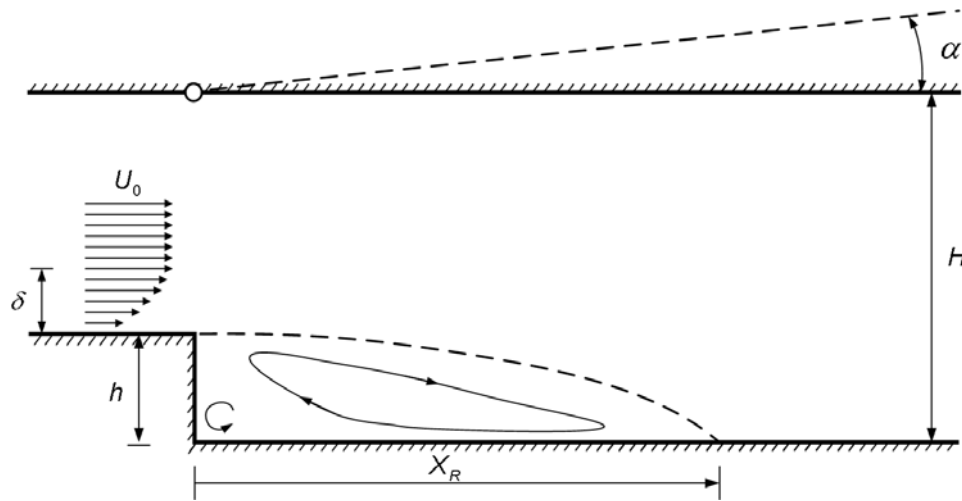


Figura 2.10. Canal de saída divergente - Driver e Seegmiller (1985).

Como mencionado anteriormente, o gradiente de pressão exerce uma forte influência no comprimento de recolamento. A Figura 2.11 apresenta os resultados obtidos para uma variação entre -2° e $+10^\circ$, ressaltando o aumento de X_R quando α cresce.

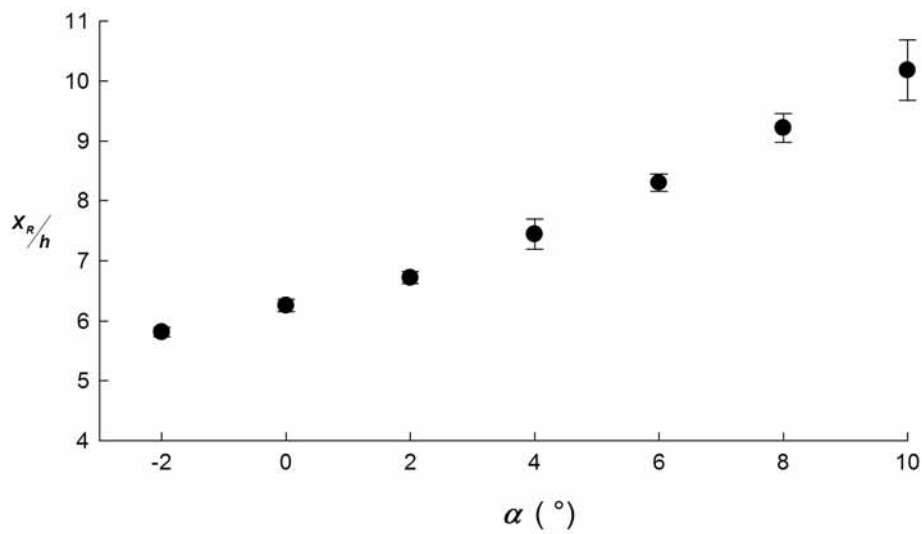


Figura 2.11. X_R versus deflexão da parede superior - Driver e Seegmiller (1985).

O coeficiente de pressão é mostrado na Figura 2.12, onde para o caso $\alpha = 6^\circ$ o gradiente de pressão é mais suave, enquanto que para o caso $\alpha = 0^\circ$ é mais abrupto, mudando de uma inclinação praticamente vertical para uma horizontal em um curto espaço, forçando o recolamento prematuro da camada cisalhante. Para $\alpha = -2^\circ$ o gradiente de pressão é ainda mais acentuado, sofrendo uma brusca mudança de direção, diminuindo X_R para $5,82h$.

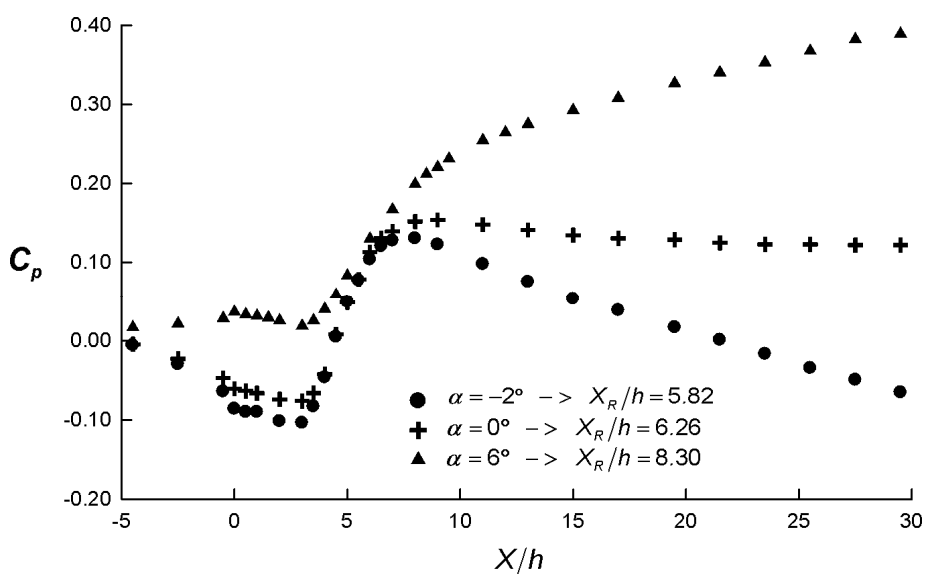


Figura 2.12. C_p na parede inferior do degrau. Driver e Seegmiller (1985).

2.4.6 Alongamento do Degrau (AR)

O alongamento do degrau é definida como:

$$AR = \frac{W}{h}, \quad (2.3)$$

de acordo com a Figura 2.13.

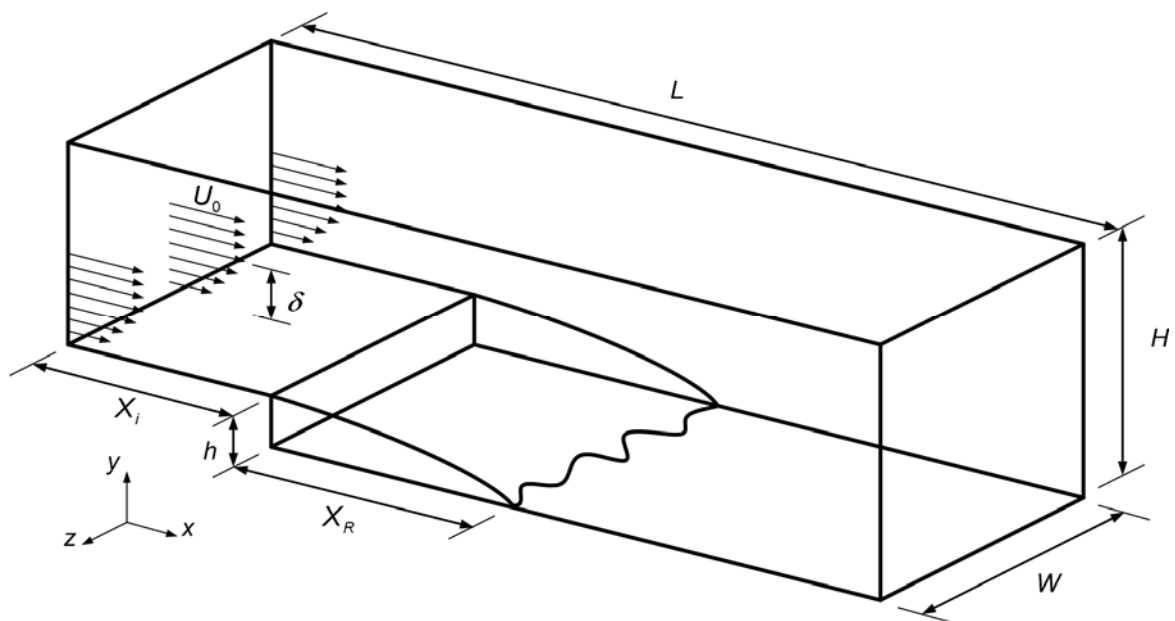


Figura 2.13. Esquema tridimensional do escoamento sobre o degrau.

Segundo Brederode e Bradshaw (1972), escoamentos com razão de aspecto superior a dez possuem propriedades na faixa central do canal independente das paredes. Para $AR < 10$, o comprimento de recolamento cresce se a camada limite de entrada for laminar e diminui se for turbulenta.

Armaly et al. (1983) apresentam resultados para perfis de velocidade próximos das paredes para o regime laminar e transicional em uma configuração com $AR = 36$. Williams e Baker (1997) confirmaram os dados experimentais de Armaly et al. (1983) simulando, através de um código de elementos finitos, a influência das paredes laterais, onde é observada uma mudança no padrão do escoamento em torno de $Re_h = 400$. As simulações tridimensionais esclareceram a importância dos efeitos tridimensionais e a influência das paredes laterais principalmente no regime $100 \leq Re \leq 800$. Para Reynolds superiores os

efeitos são suprimidos e a faixa central do escoamento permanece independente das paredes.

Estudos dessa natureza são de fundamental importância, pois dão suporte à correta imposição das condições de contorno na simulação numérica do escoamento sobre o degrau, onde em geral é imposta a condição de periodicidade nas paredes laterais.

2.5 Condições de Contorno em Escoamentos Turbulentos

Simular escoamentos turbulentos com precisão através de métodos transientes e tridimensionais exige a imposição de condições de contorno igualmente turbulentas. Escoamentos com desenvolvimento temporal tais como decaimento isotrópico, camadas de mistura, jatos e canais planos usufruem da condição de periodicidade na direção preferencial do escoamento, onde as informações no plano de saída são introduzidas na entrada dando o suporte necessário para o correto desenvolvimento da turbulência no interior do domínio.

Em escoamentos com desenvolvimento espacial as condições de contorno devem ser impostas de forma fiel ao fenômeno físico. Se a região de entrada do problema em questão é laminar ou transicional, uma boa aproximação é impor um perfil médio sobre o qual são sobrepostas flutuações infinitesimais e o desenvolvimento dessas flutuações em turbulência ou não é responsabilidade do código utilizado e faz parte do domínio de cálculo. Porém, se a condição de entrada é turbulenta, a questão se torna mais complexa.

A forma mais fácil de gerar uma condição de contorno turbulenta, e de certa forma ingênua, é aplicando flutuações aleatórias ao perfil médio imposto, mas para códigos de baixa ordem, espacial e temporal, essas pequenas flutuações são rapidamente dissipadas e seu efeito é aniquilado nas primeiras células adjacentes à entrada do domínio. Além disso, esse tipo de flutuação não possui nenhum caráter turbulento, sendo aplicada energia apenas nas altas frequências, o que justifica a sua rápida dissipação.

Para aproximações tridimensionais e transientes de escoamentos turbulentos, as contribuições de estruturas turbilhonares e do espectro de energia são importantes e devem ser levadas em conta no momento de impor as condições de contorno. Disto, faz-se necessário que o vetor de condições de contorno seja função do tempo e espaço, satisfazendo pelo menos momentos estatísticos de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia e a fase entre os modos de flutuação das velocidades.

Construir séries que satisfaçam os momentos e espectro de energia é via de regra possível através de métodos estocásticos, porém a especificação da fase das oscilações é

um problema ainda maior. Sem o conhecimento das fases, fica impossível fazer a descrição completa da condição de contorno, sendo necessário um comprimento adicional para que o escoamento desenvolva as estruturas e produza uma condição turbulenta real.

A seção 2.5.1 demonstra os efeitos do espectro de energia da condição de entrada sobre o desenvolvimento de um escoamento. Os resultados são oriundos de simulações de Keating et al. (2004) para um canal plano a $Re = u_\tau \delta / \nu = 400$. Na seção 2.5.2 são comentados métodos de geração de condições de contorno turbulentas, dando especial atenção à geração de camadas limite.

2.5.1 Influência do espectro de energia das condições de contorno

Os testes de Keating et al. (2004) são baseados na simulação de um canal plano com periodicidade nas direções longitudinal e transversal empregando o modelo dinâmico sub-malha. Essa simulação periódica é tomada como referência e dela é extraída uma seqüência de planos utilizadas como condição de contorno na simulação do canal plano.

Nas simulações com desenvolvimento espacial, o espectro de energia original, retirado da simulação periódica, é filtrado de forma a retirar partes de alta ou baixa freqüência, observando as mudanças no coeficiente de atrito e a recomposição ou não do espectro de energia. O coeficiente de atrito é um bom indício de quão desenvolvido está o escoamento médio e é definido como:

$$C_f = \frac{\tau_w}{1/2 \rho U_0^2}, \quad (2.4)$$

onde τ_w é a tensão de cisalhamento junto á parede, ρ a densidade do fluido e U_0 a velocidade de referência no centro do canal.

São apresentados sete casos, onde diferentes filtragens sobre o espectro de energia original foram aplicadas. As séries temporais foram filtradas no espaço de Fourier, utilizando filtros passa alta e passa baixa. Os filtros são definidos em função dos comprimentos de escala e tempo L e T , ou número de onda e freqüências, $K = 2\pi / L$ e $\Omega = 2\pi / T$, ver Tabela 2.3.

Tabela 2.3. Filtragem aplicada aos diferentes casos simulados - Keating *et al.* (2004).

CASO	FILTRAGEM
P1	Sem filtragem
P2a	Passa-baixa, $k \leq K$, $\omega \leq \Omega$
P2b	Passa-baixa, $k \leq K/2$, $\omega \leq \Omega/2$
P2c	Passa-baixa, $k \leq K/4$, $\omega \leq \Omega/4$
P3a	Passa-alta, $k \geq K/4$, $\omega \geq \Omega/4$
P3c	Passa-alta, $k \geq K$, $\omega \geq \Omega$
P4	Passa-banda, $K/4 \geq k \geq K$, $\Omega/4 \geq \omega \geq \Omega$

A Figura 2.14 apresenta o espectro de energia para os casos P1, P2a e P2c, demonstrando a influência da condição de contorno no escoamento, com o desenvolvimento do espectro de energia ao longo da coordenada longitudinal.

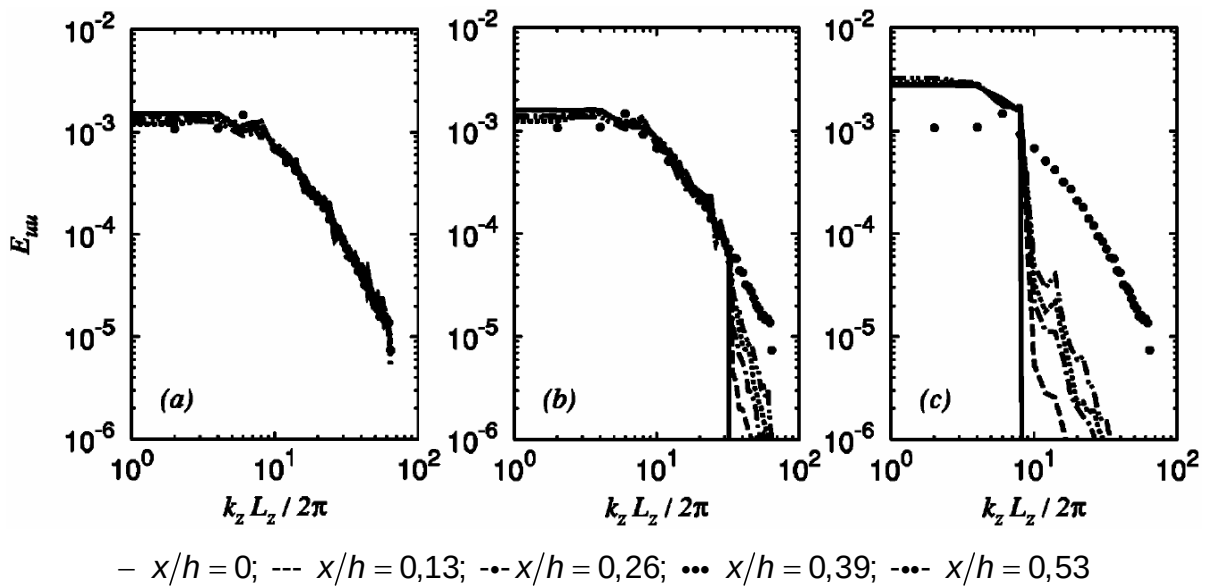


Figura 2.14. Desenvolvimento do espectro de energia longitudinal para a velocidade u , próximo à entrada, $y/\delta = 0,25$. (a) P1; (b) P2a; (c) P2c - Keating *et al.* (2004).

O caso P2a reproduz de forma satisfatória o espectro produzido pela simulação sem filtragem, com rápida produção de pequenas escalas por iterações não lineares das maiores escalas.

O caso P2c, onde um corte mais severo foi aplicado, o espectro de energia tem uma retomada mais lenta, necessitando de um longo comprimento para desenvolver estruturas de alta frequência até formar as características estrias próximo à parede, ver Figura 2.15.

O coeficiente de atrito manifesta o mesmo tipo de comportamento, tendo sua convergência mais lenta para os casos onde o corte no espectro de energia no plano de entrada é maior, Figura 2.16.

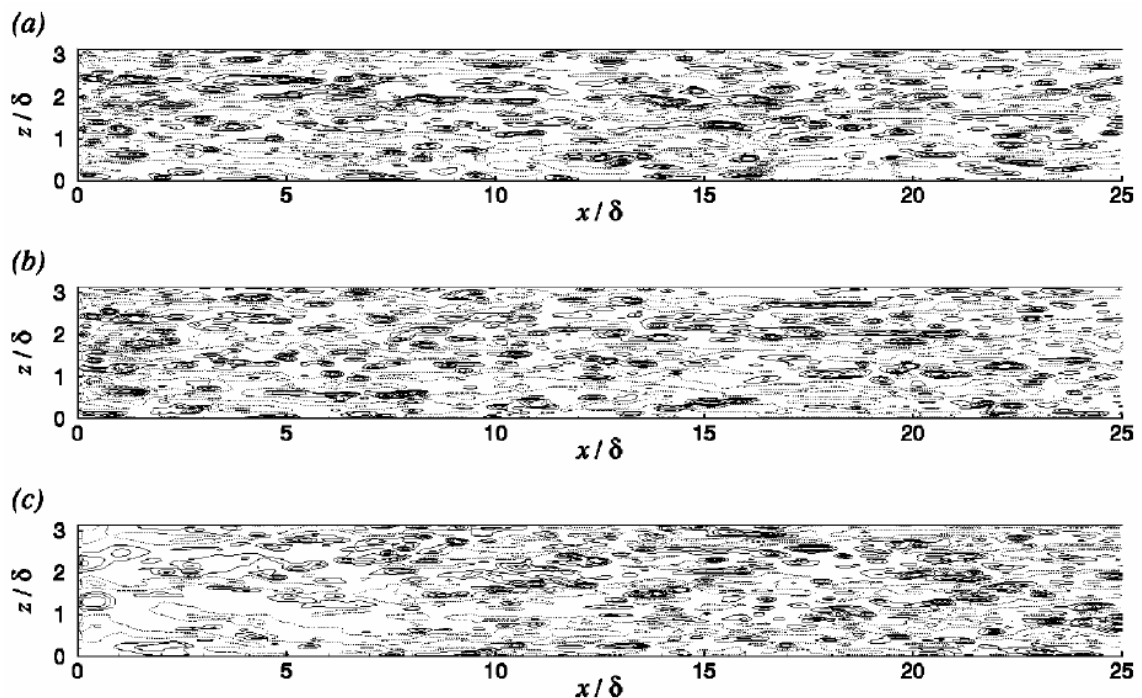


Figura 2.15. Contornos de flutuação de velocidade u , $y/\delta = 0,01$. (a) P1; (b) P2a; (c) P2c - Keating et al. (2004).

Os casos de filtragem passa-alta e passa-banda apresentam forte influência das baixas frequências. Para o filtro P3a e P3c observa-se a produção de grandes escalas a partir de pequenas, mas o nível de energia associado é muito pequeno, como pode ser visto na Figura 2.17.

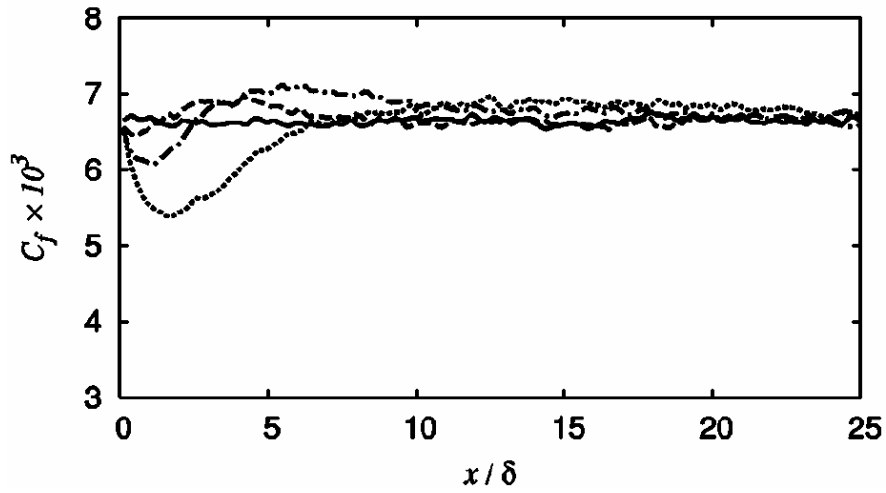


Figura 2.16. Coeficiente de atrito, — P1; --- P2a; -.-P2b; ... P2c - Keating et al. (2004).

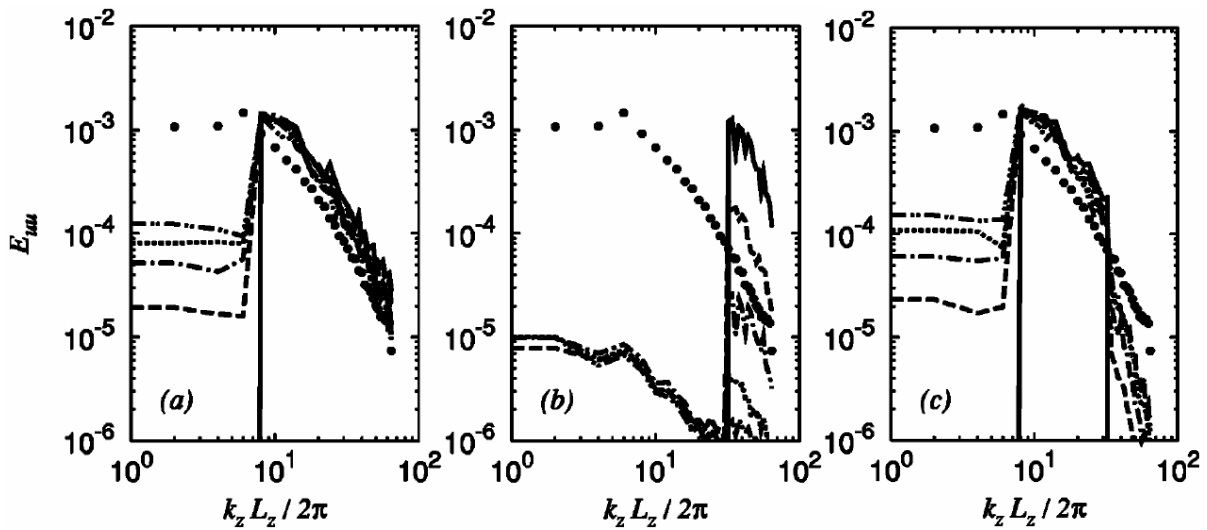


Figura 2.17. Desenvolvimento do espectro de energia longitudinal para a velocidade u , próximo à entrada, $y/\delta = 0,25$. (a) P3a; (b) P3c; (c) P4 - Keating et al. (2004).

O caso P3c apresenta um comportamento interessante para o coeficiente de atrito, Figura 2.18, ocorrendo a laminarização do escoamento devido a retirada de grande parte da energia das grandes escalas, restando apenas energia nas pequenas escalas que são rapidamente dissipadas.

O caso P4 apresenta um comportamento muito semelhante ao caso P3a para o coeficiente de atrito, como pode ser visto na Figura 2.18, indicando que estruturas de elevado número de onda são rapidamente produzidas por iterações não lineares e as baixas

freqüências são produzidas mais lentamente pela cascata inversa de energia. No entanto, o patamar para o coeficiente de atrito atingido é inferior a simulação sem filtragem, mostrando que a falta de informação na condição de contorno não é suprida, mesmo quando utilizado um grande comprimento para que o escoamento se desenvolva.

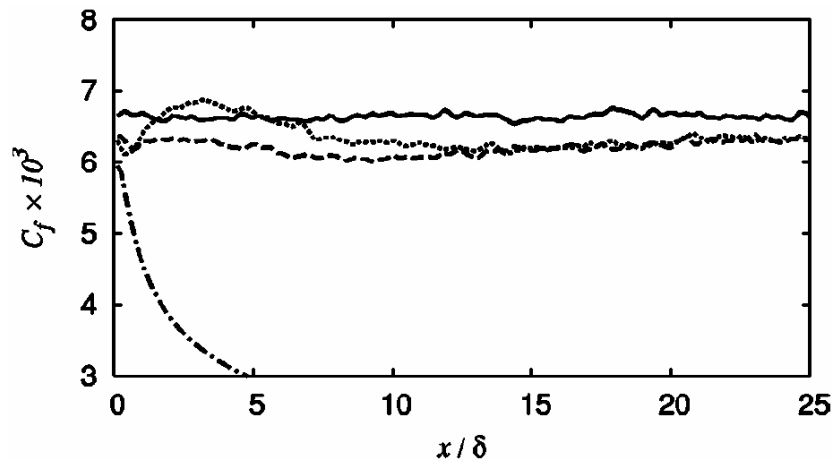


Figura 2.18. Desenvolvimento do coeficiente de atrito, – P1; --- P3a; --P3c ... P4 - Keating *et al.* (2004).

Os resultados apresentados por Keating *et al.* (2004) confirmam o fato de que impor apenas flutuações de alta freqüência, mesmo seguindo um espectro de energia, resulta em rápida dissipação e provavelmente só introduz dificuldades numéricas à solução. As grandes escalas exercem um papel importante e devem ser levadas em conta quanto à necessidade de reproduzir uma condição de contorno turbulenta real.

2.5.2 Métodos de geração de condições de contorno turbulentas

As primeiras tentativas de se reproduzir camadas limite com desenvolvimento espacial foram baseadas em condições de periodicidade modificadas. Spalart (1988) realizou a simulação numérica direta de uma camada limite para Re_θ até 1410 adicionando termos às equações de Navier-Stokes na região de saída, fazendo com que a camada limite adquira uma condição de equilíbrio, após o que se impõe a condição de periodicidade.

Uma proposta mais versátil do ponto de vista teórico e de implementação foi publicada por Lund, Wu e Squires (1998). O método consiste em extrair um plano de velocidades a jusante da entrada do domínio e recondicionar as porções interna (inner) e externa (outer) da camada limite separadamente levando-se em conta as diferentes leis de similaridade nessas regiões. As velocidades corrigidas são então reintroduzidas na entrada.

Outra abordagem consiste em executar uma simulação, à parte, de uma camada limite em equilíbrio, podendo-se assim utilizar a condição de periodicidade e armazenar uma seqüência de planos perpendiculares a direção predominante do escoamento. Esses planos são então lidos como condição de contorno para uma nova simulação com desenvolvimento espacial. A metodologia possibilita o controle de variáveis da camada limite como C_f , θ e δ^* , porém implica em um custo computacional adicional de armazenamento.

Uma variante da simulação a parte foi proposta por Schlüter, Pitsch e Moin (2004) para simulações acopladas RANS/LES de escoamentos em turbinas. Utilizando dados anteriores condicionados para satisfazer os tensores de Reynolds, oriundos de uma simulação RANS, são introduzidos como condição de contorno para a porção LES do domínio. Os resultados são animadores, porém o armazenamento de dados impede sua utilização para malhas refinadas.

Outra família de geração de condições de contorno que não se baseia na reciclagem ou correção de um plano a jusante são os métodos sintéticos. Le, Moin e Kim (1997) aplicaram com êxito a proposta desenvolvida por Lee, Lele e Moin (1992), na simulação numérica direta do escoamento sobre o degrau. O método baseia-se na imposição de um perfil que satisfaz as estatísticas de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia, mas nenhum conteúdo confiável sobre a fase entre as flutuações é fornecido. Com isso, um comprimento adicional, um terço do domínio total, foi necessário para o desenvolvimento dessa condição de contorno imposta.

Klein, Sadiki e Janika (2003) desenvolveram outra metodologia, baseada na filtragem digital de sinais aleatórios para a geração artificial de condições de entrada turbulentas. A metodologia é válida não somente para escoamentos como camada limite, mas para jatos e camadas de mistura. O método é capaz de gerar dados que satisfazem momentos de primeira e segunda ordem, porém, a necessidade de imposição de comprimentos de escalas dificulta sua aplicação para escoamentos parietais. Além disso, o transiente das flutuações produzidas pode ser irreal, produzindo espectros de energia não físicos.

Spille-Kohoff e Kaltenbach (2001) propuseram uma forma diferente de gerar as condições de contorno, obtendo turbulência real com um comprimento de entrada menor. Nesse método, na entrada é injetada a condição produzida por algum método sintético, como o anterior, por exemplo, e planos de controle são posicionados próximos da entrada. Em cada um desses planos são monitoradas as velocidades e dependendo do estado e que se encontra o campo, pequenas perturbações são injetadas na direção normal à parede a fim de produzir os níveis de turbulência desejados. Com esse controle, o comprimento necessário para o desenvolvimento das instabilidades se reduz consideravelmente.

CAPÍTULO III

Modelagem Matemática

Como comentado anteriormente, o presente trabalho trata de escoamentos turbulentos modelados através das equações de Navier-Stokes filtradas, utilizando a hipótese de viscosidade turbulenta de Boussinesq.

Observam-se atualmente duas abordagens distintas na modelagem de escoamentos turbulentos, baseadas na hipótese da viscosidade turbulenta de Boussinesq, a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) e metodologia RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Uma terceira metodologia, a híbrida RANS/LES, começa a ser desenvolvida e aplicada com o intuito de unir as potencialidades das duas anteriores.

O presente capítulo apresenta o equacionamento e hipóteses das três metodologias abordadas na dissertação, LES, RANS e híbrida RANS/LES, através dos modelos de Smagorinsky, Spalart-Allmaras e DES (*Detached-Eddy Simulation*) respectivamente. Além disso, a seção 3.4 apresenta o método de Lund, Wu e Squires (1998), desenvolvido para simular camadas limites com desenvolvimento espacial utilizando Simulação de Grandes Escalas, adotado no presente trabalho para modelar a condição de entrada turbulenta na simulação do escoamento sobre o degrau para as metodologias LES e DES.

3.1 Simulação de Grandes Escalas - LES

Classificada como uma metodologia intermediária entre a Simulação Numérica Direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*) e a metodologia RANS, a Simulação de Grandes Escalas computa diretamente estruturas tridimensionais e transientes dos escoamentos, através da filtragem das equações de Navier-Stokes. As escalas inferiores ao filtro utilizado, as chamadas escalas sub-malha, são avaliadas via um modelo apropriado, que exerce o

papel de transferir energia entre as escalas resolvidas as escalas não resolvidas que compõem o espectro.

A metodologia LES tem por característica principal calcular mais e modelar menos, ou seja, as características globais do escoamento, representadas pelas grandes escalas turbilhonares, são calculadas diretamente e apenas as pequenas escalas, mais universais e isotrópicas, são modeladas. As grandes escalas são fortemente afetadas pelas condições de contorno e responsáveis por transportar a maior parte da energia, enquanto as pequenas escalas, com altas frequências são responsáveis pela difusão e são passíveis de modelagem.

A separação entre pequenas e grandes escalas pode ser ilustrada através do espectro de energia cinética turbulenta em função do comprimento de onda na Figura 3.1.

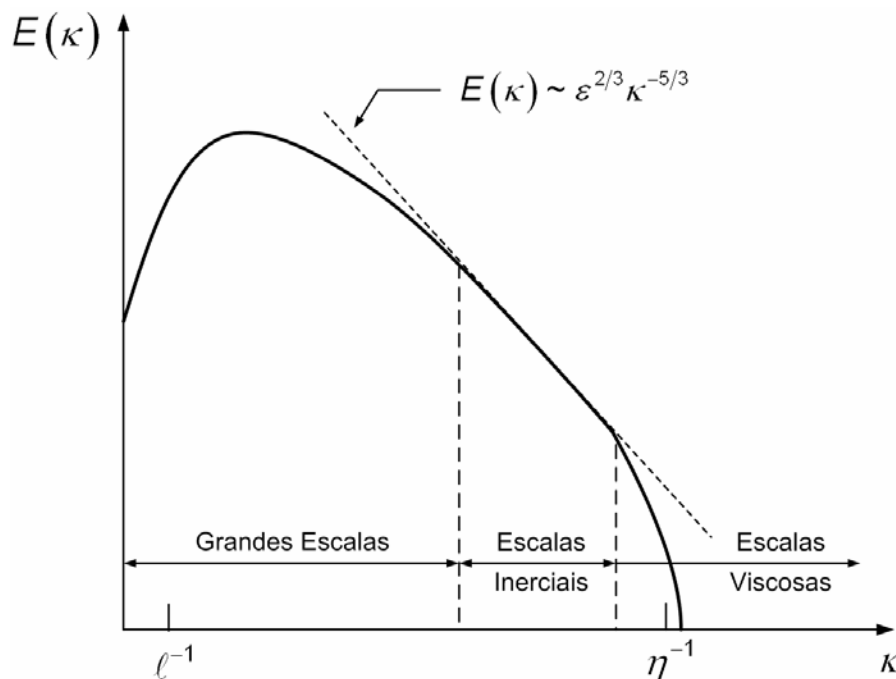


Figura 3.1. Espectro de energia em função do comprimento de onda para um escoamento turbulento. Escala log-log. Wilcox (1998).

A maior parte da energia está contida nas grandes escalas, caracterizadas por baixos números de onda (baixas frequências), sendo transferida de forma não linear até as menores escalas (altas frequência), responsáveis pela dissipação.

Quando se pretende modelar um escoamento utilizando simulação de grandes escalas, é interessante que a frequência de corte (frequência a partir da qual o escoamento será modelado) esteja o mais próximo das escalas viscosas, ou pelo menos na faixa inercial, evitando com isso que ocorra acúmulo indevido de energia nas escalas de corte.

Com esse tipo de cuidado, o modelo age apenas na faixa para a qual ele foi desenvolvido, caracterizando uma verdadeira simulação de grandes escalas e não apenas um modelo que injeta difusão numérica em locais onde há fortes gradientes de velocidade.

A filtragem utilizada em LES, geralmente associada ao tamanho da malha, apresenta um tamanho característico muitas vezes maior que a escala de Kolmogorov. Com isso, passos de tempo maiores que os utilizados em simulação numérica direta DNS podem ser utilizados, viabilizando a simulação de escoamentos tridimensionais em tempo hábil, ou mesmo a simulação de casos com números de Reynolds elevados.

Por outro lado, a precisa descrição de escoamentos tridimensionais da metodologia LES apresenta dificuldades em escoamentos parietais, onde as escalas dissipativas são muito reduzidas e o passo de tempo e níveis de refinamento necessários são praticamente iguais aos necessários para a execução de uma DNS. Além disso, modelos algébricos para LES, como o de Smagorinsky, baseados no tensor taxa de deformação, podem induzir a produção excessiva de viscosidade turbulenta junto às paredes quando da não utilização de uma função de amortecimento para a mesma.

Pioneiro na simulação de Grandes Escalas, Smagorinsky (1963), com a motivação de simular apenas as grandes escalas de escoamentos atmosféricos deu os primeiros passos nessa nova filosofia de modelagem da turbulência, com um embasamento físico e pouco influenciado por constantes, ou como no caso de modelos mais sofisticados, totalmente livres de valores *ad-hoc*.

Restringindo-se a escoamentos em regime incompressível e a fluidos newtonianos, podemos escrever as equações de Navier-Stokes na forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.2)$$

Considerando uma abordagem tridimensional, as equações acima representam um sistema de quatro equações e quatro incógnitas, ou seja, um sistema fechado. Para escoamentos a baixo Reynolds e com um método numérico adequado, consegue-se resolver essas equações diretamente. No entanto, para números de Reynolds mais elevados, onde o espectro de energia se torna largo, e não é possível refinar a malha de modo a captar todas as escalas, torna-se atraente a metodologia de Grandes Escalas. Com

isso, separa-se o escoamento em duas parcelas, as resolvidas (grandes escalas) e as modeladas (escalas sub-malha ou pequenas escalas) através de um processo de filtragem.

As variáveis presentes nas Eq. (3.1) e (3.2) são separadas em escalas filtradas $\bar{f}(\vec{x}, t)$ e escalas flutuantes ou sub-malha $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}, t) + f'(\vec{x}, t). \quad (3.3)$$

A parte filtrada é definida como:

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_D f(\vec{x}', t) G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}', \quad (3.4)$$

onde a função filtro é definida, no presente trabalho, na forma de um filtro volumétrico:

$$G(\vec{x}) = \begin{cases} 1/\Delta^3 & \text{se } |\vec{x}| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{se } |\vec{x}| > \Delta/2 \end{cases}, \quad (3.5)$$

onde Δ caracteriza o filtro e por consequência o número de onda ou frequência de corte. Nesse ponto é interessante ressaltar, que em metodologias como a de Volumes Finitos, o simples fato de discretizar uma equação e assumir que dentro de um volume de controle as variáveis são constantes já caracteriza um processo de filtragem.

Em função do processo de filtragem, as Eq. (3.1) e (3.2) assumem a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.7)$$

Devido ao processo de filtragem, o termo não linear torna-se um produto filtrado, inviabilizando a solução direta do sistema anterior. Assim, pode-se decompor esse termo de acordo com a Eq. (3.3) de forma que:

$$\overline{u_i u_j} = (\overline{u_i} + \overline{u_i'}) (\overline{u_j} + \overline{u_j'}) = \overline{u_i u_j} + \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'}. \quad (3.8)$$

O produto filtrado ainda se faz presente nos dois últimos termos da Eq. (3.8), sendo usual definir um tensor turbulento adicional:

$$L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}. \quad (3.9)$$

Substituindo a Eq. (3.9) em Eq. (3.8), obtém-se:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'} + L_{ij}. \quad (3.10)$$

Com isso, o termo não linear fica escrito em função de do produto das variáveis filtradas e alguns tensores adicionais:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \overline{u_i' u_j'} && \text{tensor de Reynolds sub-malha,} \\ C_{ij} &= \overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'} && \text{tensor cruzado,} \\ L_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} && \text{tensor de Leonard.} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Substituindo Eq. (3.11) na Eq. (3.6) obtemos:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right], \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0. \quad (3.13)$$

Este é um sistema de quatro incógnitas e quatro equações acrescidas dos três tensores $(\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij})$, configurando um sistema aberto, com mais incógnitas que equações. Novas equações de transporte podem ser geradas para modelar os novos tensores decorrentes da decomposição realizada, mas isso só retardaria o fechamento, uma vez que ocorreria o aparecimento de momentos de terceira ordem e assim sucessivamente. Esse é o chamado problema de fechamento da turbulência e ponto em que um modelo de turbulência começa a agir.

Através da hipótese de Boussinesq propõe-se expressar o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta:

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (3.14)$$

onde a viscosidade turbulenta ν_t pode ser calculada via um modelo de turbulência e a energia cinética turbulenta será incorporada à pressão.

Shaanan, Ferziger e Reynolds (1975) e Silveira Neto et al. (1993) demonstram, através de testes em casos como o escoamento sobre uma expansão brusca que, utilizando esquemas de até terceira ordem para o termo advectivo, não vale a pena modelar os tensores de Leonard e cruzado separadamente. Seus valores perante o tensor de Reynolds sub-malha são negligenciáveis, sendo mais de uma ordem de grandeza menor. Com isso, é mais interessante expressar decomposição através do produto filtrado $\overline{u_i u_j}$ através do chamado tensor de Germano:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (3.15)$$

A equação final assume a forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.16)$$

Resta agora propor uma maneira eficiente de calcular a viscosidade turbulenta, papel exercido pelo modelo de turbulência.

3.1.1 O Modelo de Smagorinsky

Proposto por Smagorinsky (1963) o modelo que tem por base a hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, sendo a produção de tensões turbulentas igual à dissipação:

$$\mathcal{P} = \mathcal{E}, \quad (3.17)$$

onde a produção pode ser escrita em função da taxa de cisalhamento do campo filtrado e a dissipação em função da escala de velocidade e do comprimento característicos sub-malha.

A viscosidade turbulenta proposta por Smagorinsky é dada como:

$$\nu_t = (C_s \ell)^2 \sqrt{2\overline{S_{ij}S_{ij}}}, \quad (3.18)$$

onde C_s é o coeficiente de Smagorinsky, ℓ é o comprimento característico e S_{ij} o tensor taxa de deformação:

$$\ell = \sqrt[3]{\prod_{i=1}^3 \Delta x_i}, \quad (3.19)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right). \quad (3.20)$$

A dependência do tensor taxa de deformação e do filtro utilizado garante um caráter totalmente tridimensional ao modelo. Fisicamente, a hipótese adotada de que os turbilhões se comportam como moléculas não é verdadeira. Entretanto, assim como o modelo de comprimento de mistura pode ser calibrado para uma classe de escoamentos, também o coeficiente de Smagorinsky C_s o pode. Seu valor varia de escoamento para escoamento e localmente dentro de um dado escoamento. Lilly (1966) determinou $C_s = 0,18$ para turbulência homogênea isotrópica, entretanto, seu valor em aplicações práticas é na faixa de $0,05 \leq C_s \leq 0,30$.

Essa dependência da constante de proporcionalidade de Smagorinsky tem fortes efeitos colaterais quando tratamos com escoamentos parietais, devido aos altos gradientes de velocidade que acarretam produção excessiva de viscosidade turbulenta devido à dependência do tensor taxa de deformação. Diferentemente dos chamados modelos dinâmicos, onde a constante é função do tempo e espaço, o modelo de Smagorinsky não faz nenhuma consideração com relação à proximidade de paredes, sendo necessário adicionar uma função externa de amortecimento que leve em conta esse efeito e anule o seu valor próximo às paredes.

Uma solução bem sucedida para anular a constante próximo a paredes de forma consistente é o amortecimento de Van Driest, que modifica a constante C_s conforme:

$$C_S = C_{S0} \left(1 - e^{-d^+/A^+}\right)^2 \quad (3.21)$$

onde $d^+ = du_\tau/\nu$ é a distância à parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, A^+ uma constante de valor 25 (Ferziger e Peric, 1999) e $C_{S0} = 0,05 - 0,3$ é a constante de Smagorinsky.

Embora a função cumpra o seu papel de amortecer o valor da constante junto às paredes e obtenha-se o resultado desejado, é difícil justificar sua utilização em meio à existência de modelos mais modernos, onde esse tipo de amortecimento já está embutido. Porém, o modelo de Smagorinsky produz bons resultados quando utilizado com perícia e a custos computacionais e de implementação menores.

3.2 Equações Médias de Reynolds – RANS

O tratamento dado às equações de Navier-Stokes na metodologia RANS é de certa forma semelhante ao dado na metodologia de Grandes Escalas, porém, o processo de filtragem das equações é temporal e não espacial, separando um sinal $f(\vec{x}, t)$ em uma parte média $\bar{f}(\vec{x})$ e outra flutuante $f'(\vec{x}, t)$:

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t). \quad (3.22)$$

Nessa seção será utilizada a mesma notação da filtragem espacial para a filtragem temporal, mas observe que as propriedades do filtro temporal apresentam diferenças em relação à filtragem espacial. As operações envolvidas na separação de escalas por meio de médias temporais apresentam certas propriedades:

- A média de uma flutuação é nula:

$$\begin{aligned} f(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t), \\ \bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}, t) - \bar{f}(\vec{x}); \\ \bar{f}'(\vec{x}, t) &= \bar{f}(\vec{x}) - \bar{f}(\vec{x}) = 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

- A média do produto de uma variável pela flutuação de uma variável é nula:

$$\overline{\bar{f} f'} = \bar{f} \bar{f}' = \bar{f} \cdot 0 = 0. \quad (3.24)$$

- A média do produto de duas médias é igual ao produto das duas médias:

$$\overline{\bar{f} \bar{f}} = \bar{f} \bar{f} \cdot \bar{1} = \bar{f} \bar{f}. \quad (3.25)$$

Aplicando-se as propriedades acima às equações de conservação da massa e de quantidade de movimento se obtém as equações médias de Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.27)$$

Novamente surge a média do produto $(\overline{u_i u_j})$, que pode ser substituído por $(\overline{u_i u_j} + \overline{u'_i u'_j})$, sendo possível reescrever a Eq. (3.26) na forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right]. \quad (3.28)$$

Assim como nas equações filtradas na simulação de grandes escalas, o tensor de Reynolds $(\overline{u'_i u'_j})$ está presente. Novamente pode-se aplicar a hipótese de Boussinesq, Eq. (3.14) obtendo uma equação idêntica à Eq. (3.16), porém filtrada no tempo.

A seguir é apresentado o modelo de Spalart-Allmaras, um dos modelos de turbulência derivado das Equações Médias de Reynolds quem tem por objetivo calcular a viscosidade turbulenta que fará o fechamento das Equações de Navier-Stokes filtradas.

3.2.1 O modelo de Spalart-Allmaras

O modelo de Spalart-Allmaras foi desenvolvido e calibrado com base em relações empíricas de diferentes tipos de escoamentos e análise dimensional. O modelo é baseado em uma equação de transporte para a variável auxiliar $\tilde{\nu}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = c_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \\ - \left[c_w f_w - \frac{c_{b1}}{k^2} f_{t2} \right] \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + f_{t1} \Delta U^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Os termos do lado direito da Eq.(3.29) representam a produção, difusão molecular e turbulenta, dissipação e destruição de viscosidade, os termos de transição são indicados pelo sub-índice t respectivamente.

A viscosidade turbulenta ν_t é definida através da viscosidade modificada $\tilde{\nu}$ e amortecida pela função f_{v1} junto a paredes:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \text{e} \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}. \quad (3.30)$$

Para regiões distantes da parede a função de amortecimento f_{v1} tende à unidade ficando portanto: $\nu_t = \tilde{\nu}$.

O termo de produção também apresenta dependência com relação à distância parietal, sendo amortecido pela função f_{v2} :

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{(k d_w)^2} f_{v2} \quad \text{e} \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad (3.31)$$

onde d_w é a distância à parede mais próxima e S o módulo do tensor taxa de deformação:

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}. \quad (3.32)$$

A função f_w é definida como unitária para a região logarítmica da camada limite, intensificando o termo de produção à medida que se aproxima da parede e tendendo a zero para as regiões mais distantes, sendo definida como:

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad \text{e} \quad r \equiv \frac{\tilde{v}}{\bar{S} k^2 d_w^2}. \quad (3.33)$$

Os termos indicados pelo índice t se referem à transição à turbulência, permitindo ao usuário do modelo controlar as regiões de transição de regime laminar para turbulento. O controle é feito através da adição de um termo fonte controlado pela função f_{t1} e uma redução no termo de produção controlada pela função f_{t2} , definidas como:

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp \left(-c_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} [d_w^2 + g_t^2 d_t^2] \right) \quad \text{e} \quad f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2), \quad (3.34)$$

onde d_t é a distância até o ponto de início da transição, ω_t é a vorticidade no ponto de transição da camada limite e ΔU a norma da diferença da velocidade entre o escoamento e o ponto de transição. A função g_t é definida como $\min[0,1; \Delta U / (\omega_t \Delta x_t)]$, onde Δx_t é o tamanho da malha ao longo da parede na região de transição.

As demais constantes de modelo são:

$$\begin{aligned} c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}, \quad c_{w2} = 0,3, \quad c_{w3} = 2, \quad k = 0,41 \\ c_{v1} &= 7,1, \quad \sigma = 2/3, \quad c_{b1} = 0,1355, \quad c_{b2} = 0,622, \\ c_{t1} &= 1, \quad c_{t2} = 2, \quad c_{t3} = 1,2, \quad \text{e} \quad c_{t4} = 0,5. \end{aligned} \quad (3.35)$$

A quantidade de variáveis do modelo deixa claro que ele foi projetado com base em escoamentos conhecidos, principalmente camada limite turbulenta, tirando um pouco do caráter universal do modelo. Além disso, os termos associados com a transição são de difícil compreensão e pouco embasamento físico, fazendo com que a sua correta utilização fique comprometida.

Em vista dos fatos, no presente trabalho optou-se por suprimir os termos referentes à transição, dada a sua complexidade de compreensão e utilização, além de estarmos

interessados no escoamento completamente turbulento sobre o degrau. Com isso, a equação de transporte Eq.(3.29) se reduz a:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tilde{\nu}) = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_w f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \quad (3.36)$$

3.3 Modelagem Híbrida RANS/LES – DES

Peculiaridades à parte, a formulação final das equações de Navier-Stokes filtradas no espaço ou no tempo converge para uma só forma funcional quando utilizada a hipótese de Boussinesq, proporcionando intercambiabilidade entre as formulações LES e RANS.

Spalart et al. (1997) propuseram uma nova abordagem de modelagem da turbulência, procurando tirar proveito de características positivas das metodologias de Grandes Escalas (LES) e Equações Médias de Reynolds (RANS) através do modelo *Detached-Eddy Simulation* (DES). O modelo é em essência o modelo de Spalart-Allmaras (SA) com a substituição da distância à parede d_w por uma distância modificada $\tilde{d}$, que automaticamente seleciona as regiões onde o modelo atuará como LES ou RANS.

$$\tilde{d} = \min(d_w, C_{DES} \Delta) \quad \text{onde} \quad \Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z). \quad (3.37)$$

Essa nova distância $\tilde{d}$ age como um filtro, um novo comprimento de escala para o modelo de Spalart-Allmaras. Em regiões de camada limite ($\tilde{d} < \Delta C_{DES}$) o modelo atua como RANS, recuperando a formulação original do modelo SA. Já para regiões afastadas de paredes ($\tilde{d} > \Delta C_{DES}$) o comprimento de escala torna-se dependente do tamanho da malha ($\tilde{d} = \Delta C_{DES}$), fazendo com que os termos de produção e destruição sejam balanceados e o modelo opere de forma muito semelhante a um modelo sub-malha algébrico, onde $\tilde{\nu}$ é proporcional à $S \Delta^2$. Além disso, o modelo DES apresenta um coeficiente de proporcionalidade, assim como no modelo de Smagorinsky, calibrada para turbulência homogênea e isotrópica ($C_{DES} = 0,65$).

3.4 O método de Lund, Wu e Squires de Geração de Condições de Contorno

Parte fundamental da solução de qualquer equação diferencial, as condições de contorno ditam o comportamento do escoamento no interior do domínio de interesse. Conhecê-las é de vital importância na reprodução de experimentos numéricos ou práticos. De nada adianta a utilização de métodos sofisticados de solução, se as condições de contorno impostas não tiverem o mesmo grau de refinamento. No presente trabalho optou-se por investir nesse aspecto, caracterizando de forma bastante completa as condições de contorno, principalmente a condição de entrada, através do método de Lund, Wu e Squires (1998). Em virtude do apresentado na revisão bibliográfica, fica claro que em métodos transientes e tridimensionais, informações do nível de perturbação do escoamento na entrada do domínio podem alterar efetivamente os resultados obtidos e isto visto no capítulo de resultados.

Sendo uma modificação do método proposto por Spalart (1988), o método de reciclagem de Lund, Wu e Squires (1998), possui a vantagem de não necessitar de nenhuma operação extra com as equações de Navier-Stokes, podendo o método ser adicionado a um código já existente através de uma sub-rotina.

A idéia básica do método é estimar o perfil de velocidades na entrada do domínio baseando-se em um plano a jusante no escoamento, o qual é escalonado (*rescaling*) e introduzido na entrada, ver Figura 3.2.

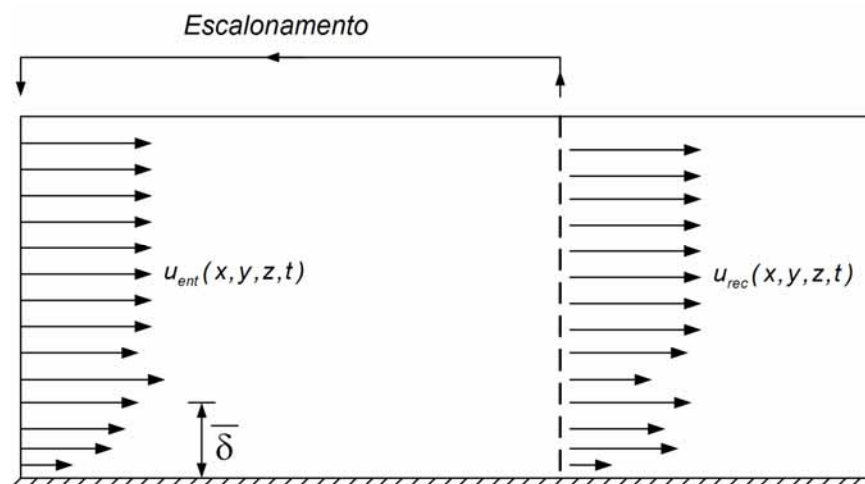


Figura 3.2. Processo de escalonamento (*Rescaling*).

Inicialmente, o método separa o vetor velocidade em uma parte média e outra flutuante:

$$u_i'(x, y, z, t) = u_i(x, y, z, t) - U_i(x, y). \quad (3.38)$$

O vetor velocidade média é então corrigido de acordo com a lei de parede para camada limite turbulenta, separada em suas duas porções, interna e externa.

$$U^{int} = u_\tau(x) f_1(y^+), \quad (3.39)$$

onde $u_\tau = \sqrt{\nu(\partial u / \partial y)_{parede}}$ é a velocidade de cisalhamento, $y^+ = u_\tau y / \nu$ coordenada interna e f_1 uma função a ser determinada.

$$U_\infty - U^{ext} = u_\tau(x) f_2(\eta), \quad (3.40)$$

onde $\eta = y / \delta$ é a coordenada externa, δ é a espessura da camada limite, U_∞ a velocidade na corrente livre e f_2 a segunda função a ser determinada. Definindo U_{rec} e U_{ent} como a velocidade média (no tempo e na direção transversal ao escoamento (z)) no plano de escalonamento e na entrada respectivamente, a lei de parede para camada limite permite escrever:

$$U_{ent}^{int} = \gamma U_{rec}(y_{ent}^+) \quad (3.41)$$

e

$$U_{ent}^{ext} = \gamma U_{rec}(\eta_{ent}) + (1 - \gamma) U_\infty, \quad (3.42)$$

onde

$$\gamma = \left(\frac{u_{\tau, ent}}{u_{\tau, rec}} \right). \quad (3.43)$$

As variáveis y_{ent}^+ e η_{ent} são as coordenadas interna e externa da malha na entrada, ou seja, $U_{rec}(y_{ent}^+)$ é a velocidade média no plano de reciclagem expressa em coordenadas y^+ do plano de entrada. Como as coordenadas variam do plano de entrada para o plano de

escalonamento, uma interpolação é necessária, sendo as aproximações lineares suficientes. Para a coordenada externa o procedimento se dá da mesma forma.

O escalonamento para a velocidade média vertical é dada como:

$$V_{ent}^{int} = V_{rec} \left(y_{ent}^+ \right) \quad (3.44)$$

e

$$V_{ent}^{ext} = V_{rec} \left(\eta_{ent} \right). \quad (3.45)$$

A velocidade média na direção transversal ao escoamento (z), é assumida como nula e nenhuma correção é necessária.

As flutuações nas regiões interna e externa são decompostas como:

$$\left(u_i' \right)^{int} = u_{\tau} (x) g_i (x, y^+, z, t) \quad (3.46)$$

e

$$\left(u_i' \right)^{ext} = u_{\tau} (x) h_i (x, \eta, z, t). \quad (3.47)$$

Assumindo que g_i e h_i são periódicas, as flutuações de velocidades na entrada podem ser correlacionadas com a estação de reciclagem via:

$$\left(u_i' \right)_{ent}^{int} = \gamma \left(u_i' \right)_{rec} \left(y_{int}^+, z, t \right) \quad (3.48)$$

e

$$\left(u_i' \right)_{inlet}^{outer} = \gamma \left(u_i' \right)_{recy} \left(\eta_{inlet}, z, t \right). \quad (3.49)$$

As Eq. (3.41)-(3.45), (3.47) e (3.48) fornecem as velocidades médias e flutuações para ambas as porções, interna e externa, da camada limite. Um perfil composto, que é válido para toda camada limite, pode ser construindo com uma função peso, compactando em uma só equação as duas parcelas:

$$(u_i)_{ent} = \left[(U_i)_{ent}^{int} + (u_i)_{ent}^{int} \right] [1 - W(\eta_{ent})] + \left[(U_i)_{ent}^{ext} + (u_i)_{ent}^{ext} \right] W(\eta_{ent}). \quad (3.50)$$

A função peso $W(\eta)$ é definida como

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{\alpha(\eta - b)}{(1 - 2b)\eta + b} \right] / \tanh(\alpha) \right\}, \quad (3.51)$$

onde $\alpha = 4$ e $b = 0,2$. A função é nula quando $\eta = 0$, $0,5$ em $\eta = b$ e assume a unidade em $\eta = 1$. Com as constantes adotadas, os valores de W podem exceder a unidade, sendo necessária à imposição de um limitador para a variável.

O processo de *rescaling* requer os parâmetros de correção u_τ e δ tanto na estação de escalonamento como na entrada. Essas quantidades podem ser obtidas através dos perfis médios na estação de escalonamento, mas devem ser impostos na entrada. Fica claro que, impondo duas quantidades na entrada, u_τ e δ temos excesso de restrições, portanto faz-se necessária uma nova relação, que conecte a entrada com o plano de escalonamento. Uma boa opção é fixar δ na entrada e computar u_τ como:

$$u_{\tau,ent} = u_{\tau,rec} \left(\frac{\theta_{rec}}{\theta_{ent}} \right)^{1/8}, \quad (3.52)$$

onde θ é a espessura de *momentum*.

Pretendendo suavizar o transiente inicial da simulação, uma forma conveniente de computar a média temporal é através de uma função peso que é atenuada com o tempo,

$$U^{n+1} = \frac{\Delta t}{T} \langle u^n \rangle_z + \left(1 - \frac{\Delta t}{T} \right) U^n, \quad (3.53)$$

onde Δt é o passo de tempo, T é a escala de tempo característica utilizada para a média e $\langle \rangle_z$ o operador média espacial na direção z . Um tempo característico $T = 10\delta/U_\infty$ foi utilizado até atingir o tempo total de simulação de $100\delta/U_\infty$, após foi adotado $T = 100\delta/U_\infty$.

O método de Lund *et al.* (1998) foi utilizado para as simulações com modelos LES e DES, sendo que para modelos LES nenhuma modificação é necessária, visto que o método

foi desenvolvido para essa metodologia. Já para a metodologia DES, há a necessidade de escalonar além das três componentes da velocidade, a variável auxiliar $\tilde{v}$ presente na equação de transporte do modelo.

O escalonamento adotado segue os mesmos padrões adotados para a componente vertical da velocidade:

$$\tilde{v}_{ent}^{int} = \tilde{v}_{rec} \left(y_{ent}^+ \right) \quad (3.54)$$

e

$$\tilde{v}_{ent}^{ext} = \tilde{v}_{rec} \left(\eta_{ent} \right). \quad (3.55)$$

As flutuações de $\tilde{v}$ na entrada podem ser correlacionadas com a $\tilde{v}$ no plano de reciclagem através de:

$$\left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{int} = \gamma \left(\tilde{v}' \right)_{rec} \left(y_{int}^+, z, t \right) \quad (3.56)$$

e

$$\left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{ext} = \gamma \left(\tilde{v}' \right)_{rec} \left(\eta_{ent}, z, t \right). \quad (3.57)$$

Sendo o perfil composto válido para toda a camada limite dado por:

$$\left(\tilde{v} \right)_{ent} = \left[\left(\tilde{v} \right)_{ent}^{int} + \left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{int} \right] \left[1 - W \left(\eta_{ent} \right) \right] + \left[\left(\tilde{v} \right)_{ent}^{ext} + \left(\tilde{v}' \right)_{ent}^{ext} \right] W \left(\eta_{ent} \right), \quad (3.58)$$

com a coordenada η dada pela Eq. (3.51).

O processo de média temporal acontece da mesma forma como feito para as componentes da velocidade, através da Eq. (3.53).

O presente trabalho é pioneiro na utilização desse tipo de geração de condições de contorno com métodos híbridos RANS/LES, sendo os resultados obtidos satisfatórios, com o funcionamento similar ao obtido com metodologia de Grandes Escalas.

CAPÍTULO IV

Metodologia Numérica

Apresentadas as bases matemáticas envolvidas na modelagem de escoamentos turbulentos tridimensionais, descrevem-se, agora, os procedimentos numéricos empregados na solução das equações através do método de volumes finitos. Resumindo, o código computacional utilizado é implícito, de segunda ordem no tempo e espaço, utilizando arranjo co-localizado de variáveis e algoritmo SIMPLEC com interpolação de Rhie-Chow.

A seguir é apresentada a discretização por volumes finitos da equação de transporte para uma variável genérica ϕ , Eq. (4.1), em um volume de controle elementar, Figura 4.1.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + Q. \quad (4.1)$$

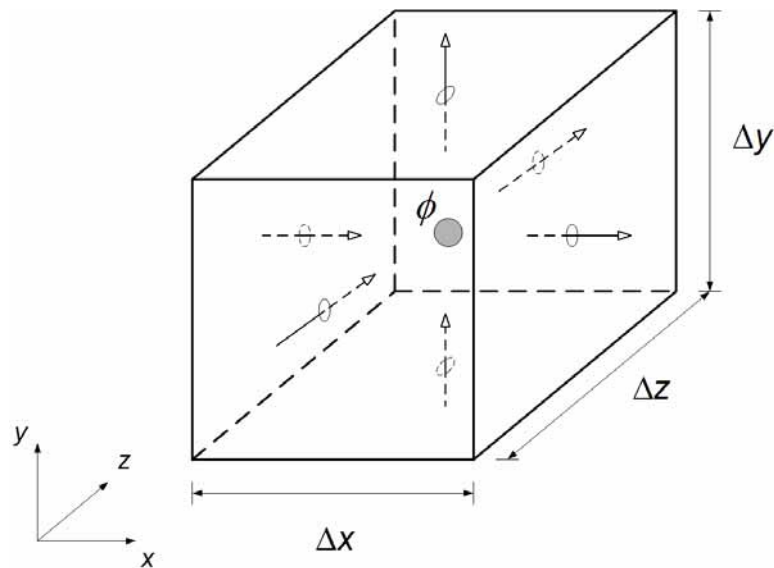


Figura 4.1. Volume de controle elementar.

A integração da Eq. (4.1) no tempo e espaço produz:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3\phi_p^n - 4\phi_p^{n-1} + \phi_p^{n-2}}{2\Delta t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z + (\rho_e u_e \phi_e - \rho_w u_w \phi_w)^n \Delta y \Delta z + (\rho_n u_n \phi_n - \rho_s u_s \phi_s)^n \Delta x \Delta z + \\ & (\rho_t u_t \phi_t - \rho_b u_b \phi_b)^n \Delta x \Delta y = \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta z + \\ & \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \Delta z + \left[\left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] \Delta x \Delta y + q_\phi \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (4.2)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (4.2) representa a discretização do termo transiente pelo esquema *three-time level* (Muzaferija e Peric, 1997), um esquema implícito de segunda ordem que não acarreta maiores complicações numéricas ou de implementação, com passo de tempo pré-definido.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi_p - 4\phi_p^{n-1} + \phi_p^{n-2}}{2\Delta t}, \quad O(\Delta t^2) \quad (4.3)$$

As aproximações para os valores do transporte de ϕ em cada uma das faces i do volume elementar da Figura 4.1, pelos fluxos $F_i = F_{a,i} + F_{d,i} = \rho u_i \phi_i - \Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i$, têm um papel fundamental na consistência e estabilidade do algoritmo numérico desenvolvido. Os índices e (east), w (west), n (north), s (south), t (top), b (bottom) denotam as faces compartilhadas pelos volumes vizinhos (cujos centróides recebem índices maiúsculos) com o volume elementar central P. O termo $F_{a,i} = \rho u_i \phi$ representa a parcela advectiva e o termo $F_{d,i} = -\Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i$, a parcela difusiva do fluxo da propriedade ϕ que atravessa a face do volume elementar.

As interpolações das derivadas de primeira ordem são aproximadas por diferenças centradas, porém o valor de ϕ nas faces requer uma análise mais detalhada, pois tratando-se do transporte de quantidade de movimento, origina termos não lineares responsáveis pela dificuldade matemática em resolver as equações de Navier-Stokes.

Esquemas de baixa ordem, em geral, injetam uma forte difusão numérica na solução numérica, estabilizando-a, mas podem gerar resultados sem consistência física. Já esquemas de alta ordem, principalmente os de diferença centrada, são conhecidos por gerar menor difusão, mas podem produzir oscilações numéricas, além de utilizarem um estêncil

maior (Marchi, 1993). Esquemas que procuram mesclar as qualidades de esquemas de baixa e alta ordem são uma alternativa inteligente de se obter uma aproximação precisa e livre de oscilações numéricas.

O presente trabalho adota a estratégia conhecida como correção atrasada (*deferred-correction*) (Ferziger e Peric, 2002), que interpola o fluxo advectivo em uma face qualquer i , no instante de tempo n como:

$$(F_{a,i})^n = (F_{a,i}^L)^n + \lambda (F_{a,i}^H - F_{a,i}^L)^{n-1}, \quad (4.4)$$

onde os índices L e H significam termos de baixa e alta ordem respectivamente, e o coeficiente λ permite uma combinação entre os termos. Na convergência os termos de baixa ordem se anulam, restando o termo de alta ordem $F_{a,i}^H$. A aproximação de baixa ordem empregada é o esquema *up-wind* e, para a componente de alta ordem de diferenças centradas.

Os termos no instante de tempo anterior, denotados pelo índice $n-1$ são adicionados ao termo fonte, de forma que na convergência, os termos de baixa ordem se cancelam, restando apenas o termo de alta ordem quando $\lambda = 1$. Com esse esquema, é possível ter uma aproximação de segunda ordem com as facilidades numéricas de um esquema de primeira ordem.

Com as aproximações acima descritas, a equação de balanço de quantidade de movimento apresentada no capítulo anterior pode ser integrada no tempo e espaço, resultando:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + B, \quad (4.5)$$

onde:

$$A_i = \max(-Flux_i, 0) + Diff \quad I = E, N, T \quad i = e, n, t \quad (4.6)$$

$$A_i = \max(Flux_i, 0) + Diff \quad I = W, S, B \quad i = w, s, b \quad (4.7)$$

$$Flux_i = \rho_i u_i S_i \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.8)$$

$$Diff_i = \frac{\mu_{ef,i} S_i}{\delta_i} \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.9)$$

$$A_p = \sum_l A_l + B_p \Delta V \quad l = E, W, N, S, T, B \quad (4.10)$$

$$B = q_\phi \Delta V, \quad (4.11)$$

sendo: S_i a área transversal ao escoamento da face do volume de controle, $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, δ_i é a distância entre os centróides adjacentes a face i e B_p contém todas as componentes do termo fonte. Os índices maiúsculos se referem aos centróides dos volumes elementares. Os termos que compõem os coeficientes A_l foram calculados com base nos valores obtidos no instante de tempo anterior ($n-1$). O gradiente de pressão está incluído no termo fonte q_ϕ e é calculado por diferenças centradas tomando como referência o nó central P . A equação (4.5) aplicada a todos os volumes do domínio juntamente com as condições de contorno origina um sistema linear que ao ser resolvido fornecerá valores atualizados para a variável ϕ .

Formadas por 4 incógnitas (u , w , v e p), as equações de Navier-Stokes não apresentam uma equação de transporte para a pressão, sendo necessário adotar alguma tática de fechamento do sistema de equações de forma a englobar as três componentes de velocidade juntamente com a pressão. No presente trabalho isso é feito através do algoritmo SIMPLEC descrito na próxima seção, sendo este método um preditor-corretor, ou seja, o método se baseia em uma velocidade estimada que é corrigida pela pressão de forma a satisfazer a continuidade.

4.1 O Algoritmo SIMPLEC

O algoritmo SIMPLEC aqui utilizado foi proposto por van Doormal e Raithby (1984) e será exposto através da Eq. (4.5) reescrita para o transporte de uma componente U_i^* da velocidade estimada, separando-se o gradiente de pressão do termo fonte B :

$$A_p U_{i,P}^* - \sum_l A_l U_{i,l}^* = B^{n-1} - \nabla P_{i,P}^* \Delta V, \quad (4.12)$$

onde o índice I representa todos os vizinhos ao nó central P , o sobrescrito $n-1$ denota a variável conhecida no instante de tempo anterior. O subscrito P no gradiente de pressão indica que o mesmo foi calculado com relação a esse nó. O índice $*$ indica que se trata de uma aproximação, pois ainda não se sabe o valor do campo de pressão (no instante n) que satisfaça a conservação da massa. Entretanto, se o campo correto de velocidade fosse imposto, a equação assumiria a forma:

$$A_P U_{i,P} - \sum_I A_I U_{i,I} = B^{n-1} - \nabla P_{i,P} \Delta V. \quad (4.13)$$

Subtraindo-se a Eq. (4.12) de (4.13), tem-se:

$$A_P U'_{i,P} - \sum_I A_I U'_{i,I} = -\nabla P'_{i,P} \Delta V, \quad (4.14)$$

onde $U' = U - U^*$ e $P' = P - P^*$ são as correções necessárias a serem aplicadas às variáveis estimadas.

No método SIMPLEC as correções das velocidades vizinhas ao ponto P são substituídas por uma média ponderada dos valores das correções nos termos vizinhos, da forma:

$$U'_{i,P} = \frac{\sum_I A_I U'_{i,I}}{\sum_I A_I}, \quad (4.15)$$

que inserido na Eq. (4.14) pode fornecer:

$$U_{i,P} = U_{i,P}^* - d_P^{U_i} \nabla P'_{i,P}, \quad (4.16)$$

sendo:

$$d_P^{U_i} = \frac{\Delta V}{A_P - \sum_I A_I}. \quad (4.17)$$

A equação (4.16) permite efetuar as correções nos campos de velocidade uma vez conhecido o campo de correção de pressão P' , cuja equação discretizada é obtida aplicando as condições de conservação da massa às componentes de $U_{i,P}$, resultando em:

$$A_P P_P' = A_E P_E' + A_W P_W' + A_N P_N' + A_S P_S' + A_T P_T' + A_B P_B' + B \quad (4.18)$$

onde:

$$A_P = \sum A_I, \quad (4.19)$$

$$A_I = \frac{\rho d_I^{U_i} S_i}{\delta_i}, \quad I = E, W, N, S, T, B \quad i = e, w, n, s, t, b \quad (4.20)$$

$$B = \nabla \cdot \mathbf{u}_i^*, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.21)$$

onde δ_i é a distância, no sentido de i , entre o centróide do volume central P e o do seu vizinho I e o termo fonte B o divergente do campo estimado de velocidades.

O uso de malhas co-localizadas tende a provocar oscilações numéricas no campo de velocidades, devidas aos campos de pressão do tipo *checkerboard* (Patankar, 1980). As equações de balanço de quantidade de movimento são basicamente as mesmas para arranjos co-localizados e deslocados. Entretanto, para o arranjo co-localizado, as velocidades que são necessárias nas faces devem ser interpoladas a partir do centro do volume de controle. A função de interpolação mais usada é a interpolação de Rhie-Chow (Rhie e Chow, 1983) e foi adotada no presente trabalho com sucesso.

Rearranjando a Eq. (4.12):

$$A_P U_{i,P}^* + \nabla P_{i,P}^* \Delta V_P = B_P^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_P. \quad (4.22)$$

Aplicando-se a mesma equação para o ponto nodal E , tem-se:

$$A_E U_{i,E}^* + \nabla P_{i,E}^* \Delta V_E = B_E^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_E \quad (4.23)$$

E para uma face e entre os pontos nodais P e E :

$$A_e U_{i,e}^* + \nabla P_{i,e}^* \Delta V_e = B_e^{n-1} + \left(\sum_I A_I U_{i,I}^* \right)_e \quad (4.24)$$

Considerando-se que o lado esquerdo da Eq. (4.24) pode ser aproximada, na interface e, por uma interpolação linear (termos representados por uma barra superior) a partir das Eqs. (4.22) e (4.23), segue-se que:

$$A_e U_{i,e}^* + \nabla P_{i,e}^* \Delta V_e = \overline{B_e^{n-1} + \left(\sum_l A_l U_{i,l}^* \right)_e} = \overline{A_e U_{i,e}^*} + \overline{\nabla P_{i,e}^*} \Delta V_e. \quad (4.25)$$

Rearranjando-se a equação acima e assumindo que $A_e \approx \overline{A_e}$:

$$U_{i,e} = \overline{U_{i,e}^*} - \overline{d_e^{U_i}} \left(\overline{\nabla P_{i,e}^*} - \nabla P_{i,e}^* \right), \quad (4.26)$$

onde:

$$\overline{U_{i,e}^*} = \alpha U_{i,P}^* + (1-\alpha) U_{i,E}^* \quad (4.27)$$

$$\overline{\nabla P_{i,e}^*} = \alpha \nabla P_{i,P}^* + (1-\alpha) \nabla P_{i,E}^* \quad (4.28)$$

$$\nabla P_{i,e}^* = \frac{p_E - p_P}{\delta x_e} \quad (4.29)$$

$$\nabla P_{i,P}^* = \frac{p_W - p_P}{\delta x_e + \delta x_w} \quad (4.30)$$

$$\nabla P_{i,E}^* = \frac{p_{EE} - p_P}{\delta x_{ee} + \delta x_e} \quad (4.31)$$

$$\overline{d_e^{U_i}} = \alpha d_P^{U_i} + (1-\alpha) d_E^{U_i}. \quad (4.32)$$

Percebe-se claramente que α é um coeficiente de interpolação e costuma se baseado na distância entre os pontos nodais envolvidos. Alguns autores preferem um valor de $\alpha = 0,5$ para a interpolação da pressão e um valor ponderado pela distância para as velocidades. No presente trabalho foi adotada a interpolação ponderada para todas as variáveis.

Agora as velocidades nas faces do volume dependem da pressão nos nós adjacentes, exatamente como no caso de malhas deslocadas, permitindo que o mesmo tipo de acoplamento pressão-velocidade seja usado.

A discretização da equação de transporte do modelo de Spalart-Allmaras segue rigorosamente os mesmos padrões utilizados na discretização das equações de quantidade de movimento descritas acima. Foi utilizada uma aproximação de segunda ordem implícita para o termo temporal do tipo *three-time-level*, diferenças centradas para os termos difusivo e advectivo com aplicação do método *deferred-correction* para o mesmo. Especial atenção deve ser dada aos termos de produção e destruição, que por apresentarem muitas constantes e correções em função da distância parietal podem gerar algum tipo de erro durante a implementação.

Os sistemas de equações gerados pelas discretizações são resolvidos utilizando dois *solvers* distintos. As equações de *momentum* assim como o sistema linear proveniente da discretização do modelo de Spalart-Allmaras são resolvidas utilizando o SOR (*Successive Over Relaxation*), enquanto a equação de correção da pressão é resolvida com o SIP (*Strong Implicit Procedure*). Esses dois métodos foram escolhidos dentre diversos *solvers* implementados e testados, convergindo para a melhor combinação resultando nos menores tempos de processamento serial e paralelo. Dentre os *solvers* testados estão o MSI (*Modified Strongly Implicit Procedure*), Gradiente Conjugado Pré-Condicionado e Gradiente Bi-Conjugado.

Apesar de não ser o foco do trabalho, todas as implementações foram feitas de forma a permitir sua utilização com processamento paralelo. A biblioteca de paralelização utilizada é a MPICH, juntamente com o compilador Intel Fortran Compiler. O método de paralelização é unidimensional, sendo trocadas informações entre planos perpendiculares à direção longitudinal do escoamento.

CAPÍTULO V

Resultados e Discussão

As metodologias de modelagem da turbulência e geração de condições de contorno são testadas e comparadas no presente capítulo através da análise do escoamento sobre o degrau, a um número de Reynolds igual a 5000.

O algoritmo numérico desenvolvido já foi validado em conjunto com o trabalho de Campregher (2005), para o escoamento em uma cavidade fechada, cavidade aberta, degrau e escoamento em torno de uma esfera.

O caso em questão, o escoamento sobre o degrau, é largamente difundido como teste para novos códigos de dinâmica dos fluidos e, apesar da geometria simples, é capaz de gerar um escoamento muito complexo. Parcelas parietais de escoamento, descolamento, recolamento e iteração entre essas estão presentes, testando com rigor os modelos utilizados.

Três combinações de escoamentos sobre o degrau são observadas na prática:

- Escoamento laminar no descolamento e laminar no recolamento;
- Escoamento laminar no descolamento e turbulento no recolamento;
- Escoamento turbulento no descolamento e turbulento no recolamento.

Na presente dissertação, interessa-se pela última configuração, visto que é mais aplicável do ponto de vista de engenharia, mais exigente aos modelos empregados e, de certa forma, não muito documentada de forma clara e objetiva pela comunidade científica, principalmente no que tange a influência das condições de contorno de entrada.

Os dados aqui utilizados como referência serão os dados experimentais de Jovic e Driver (1994), que através de ensaios em túnel de vento e velocimetria *laser Doppler* caracterizaram o escoamento para o Reynolds em questão. Os dados foram originalmente

degraus onde a espessura da camada limite de entrada é da mesma ordem de grandeza da altura do degrau, a condição e propriedades da camada limite tornam-se fatores determinantes no comportamento de todo o escoamento.

O alongamento do túnel (W/h) é 31, ver Figura 5.2, sendo muito maior que a mínima razão indicada por Brederode and Bradshaw (1972), assegurando que os efeitos das paredes laterais podem ser desprezados. As medidas de pressão foram realizadas com um transdutor e as velocidades médias e flutuações com *laser Doppler*, com incerteza de $\pm 2\%$ para as velocidades médias e $\pm 15\%$ para as flutuações. O comprimento de recolamento foi medido através de visualização com óleo e através da determinação do ponto de coeficiente de atrito nulo, sendo os resultados equivalentes e iguais a $X_R/h = 6 \pm 0,15$.

A seguir, é descrita a forma de análise e comparação entre os casos computados com diferentes metodologias de modelagem da turbulência, bem como definição da nomenclatura utilizada no decorrer do capítulo.

5.1 Metodologia de análise dos resultados

A análise dos resultados obtidos é feita através de dados qualitativos como: visualização de campos de velocidade, viscosidade, coeficiente de pressão e módulo da vorticidade; e de forma quantitativa através do comprimento de recolamento, coeficiente de pressão, perfis de velocidade média, flutuações de velocidade e tensor de Reynolds.

As diferentes metodologias utilizadas são nomeadas de acordo com a tabela a seguir.

Tabela 5.2. Nomenclatura dos casos analisados.

CASO	Descrição
LES	Metodologia de Grandes Escalas (LES) aplicando o modelo de Smagorinsky ($C_s = 0,1$).
LESVD	Metodologia de Grandes Escalas (LES) , modelo de Smagorinsky ($C_s = 0,1$) com adição da função de amortecimento de Van Driest.
SA	Metodologia de Equações Médias de Reynolds (URANS ou RANS), utilizando o modelo de Spalart-Allmaras.
DES	Metodologia híbrida, utilizando o modelo de Spalart-Allmaras modificado para atuar como URANS junto às paredes e LES no restante do domínio.

Resultados de simulações sem o emprego de modelagem da turbulência também foram analisadas e encontram-se publicadas em: Spode *et al.* (2004), Campregher (2004) e Spode *et al.* (2005). A necessidade de utilização da modelagem da turbulência se mostra clara, mesmo em malhas refinadas como as apresentadas no decorrer desse capítulo e serão suprimidas do texto.

Os resultados serão apresentados inicialmente para condições de contorno de entrada constantes. Posteriormente, condições de entrada variáveis são aplicadas demonstrando a importância de condição de contorno na análise do escoamento no degrau.

5.2 Descrição do domínio, condições de contorno e avanço temporal

O domínio e a malha empregados nos diferentes casos são idênticos, deixando as metodologias e modelos em igualdade de condições para descrever o escoamento. O domínio é apresentado na Figura 5.2.

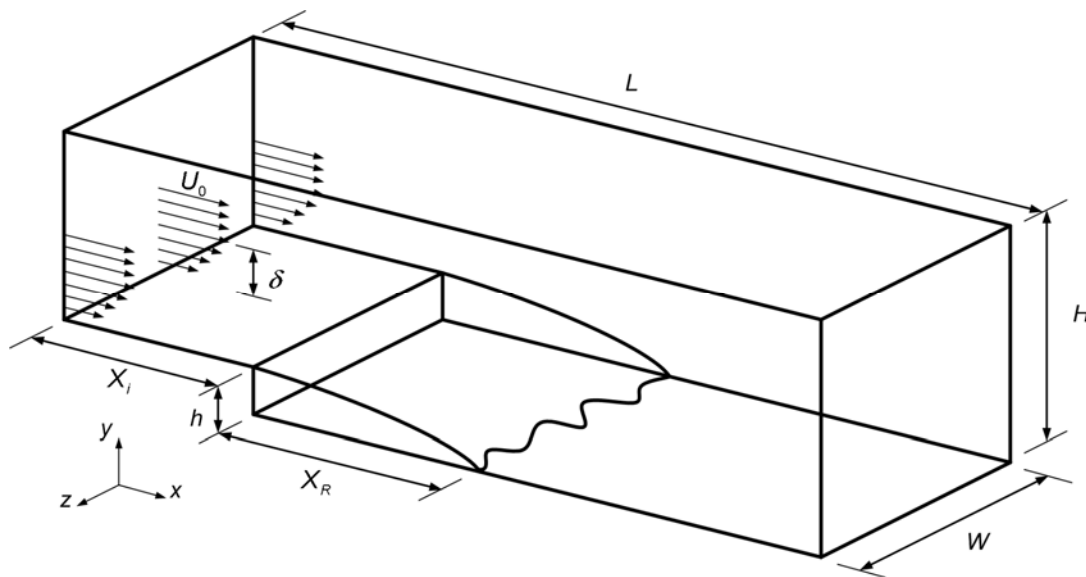


Figura 5.2. Domínio utilizado nas simulações.

Baseado em estudos de outros autores e parâmetros experimentais, a escolha do tamanho do domínio é a primeira incógnita na simulação do escoamento sobre o degrau. Depois de trabalhar com diversas configurações, estabeleceu-se uma, com dimensões reduzidas de forma a simular corretamente o problema físico, sem influenciar, através da proximidade das condições de contorno, o escoamento. Classicamente, a dimensão W ,

Figura 5.2, tem seu valor mínimo de $4h$, e este é o adotado no presente trabalho. A altura H foi escolhida em função do arranjo experimental, visto que para $H=6$ temos a fronteira superior do domínio coincidindo com a linha de simetria da expansão, facilitando com isso a imposição das condições de contorno. Além disso, uma altura de $5h$ mostrou-se suficiente para simular a camada limite de entrada.

A escolha mais delicada reside no comprimento necessário após o degrau. Uma certa extensão mínima é necessária para a formação da zona de recirculação e o posterior recolamento com o início do desenvolvimento de uma nova camada limite. Muitos autores defendem o uso de um comprimento bastante longo, da ordem de $30h$, como utilizado por Silveira Neto et al. (1993) evitando assim que ocorram efeitos elípticos da condição de contorno imposta na saída do domínio. Outros autores optam por domínios mais curtos, priorizando assim o refino de malha, como no caso de Delcayre e Lesieur (1997), que utilizaram um comprimento pós-degrau de $15h$. Na presente dissertação optou-se por utilizar um comprimento pós-degrau igual a $20h$, uma solução intermediária sem efeito elíptico da condição de saída e com bom refinamento de malha.

A seção de entrada constitui outra importante incógnita, negligenciada por muitos. No presente trabalho adotou-se $X_i = 3h$ baseado nos dados experimentais existentes. Nessa estação são fornecidos os perfis médios de velocidade, flutuações e tensor de Reynolds, resultando em uma boa descrição da condição da camada limite de entrada. Como veremos nas seções seguintes, a condição de entrada no escoamento sobre o degrau é um fator crucial na determinação do comprimento de recolamento, sendo dada especial atenção a esse quesito.

Diversas configurações e níveis de refinamento de malha foram testados ao longo do trabalho, sendo aqui exposta a que apresentou os melhores resultados, ver Figura 5.3.

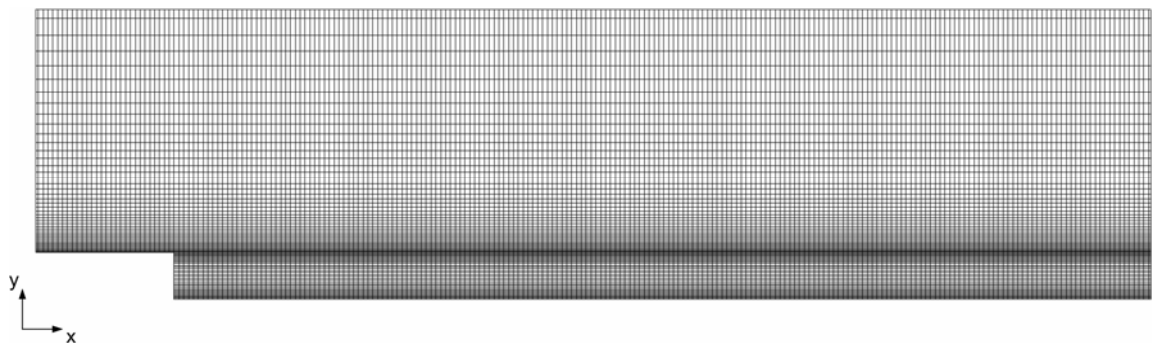


Figura 5.3. Vista frontal da malha empregada.

Percebe-se um grande refinamento junto às paredes, buscando uma boa descrição da camada limite nessas regiões. Não há refinamento nas direções x e z como se nota na Figura 5.4. Na direção x , muitos autores priorizam o refinamento junto ao degrau, porém, tendo em vista que o número de volumes nessa direção já é grande, optou-se por uma distribuição uniforme. Os dados da malha encontram-se na Tabela 5.3.

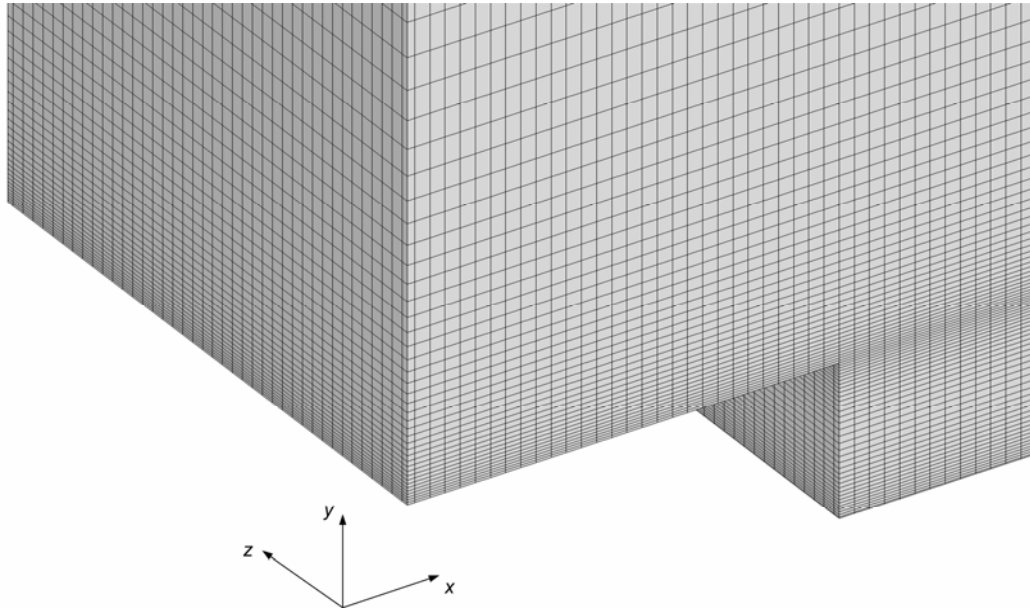


Figura 5.4. Detalhe da malha empregada.

Tabela 5.3. Dados da malha.

Dimensão	Nº de volumes	
$x \rightarrow L = 23h$	230	$\Delta x^+ \approx 24$
$y \rightarrow H = 6h$	81	$\Delta y_{\max}^+ \approx 83, \Delta y_{\min}^+ \approx 3,7$
$z \rightarrow W = 4h$	40	$\Delta z^+ \approx 24$

Observando os dados da Tabela 5.3, constata-se que o domínio foi discretizado em 745.200 volumes, sendo este total menos de um décimo do número de pontos utilizados na simulação numérica direta de Le, Moin e Kim. (1997). Os valores Δx^+ , Δy^+ e Δz^+ se referem às dimensões dos volumes adimensionalizados pela velocidade de cisalhamento da camada limite na entrada do domínio.

Na direção y , 81 volumes foram utilizados na discretização, dos quais 36 estão na região abaixo do degrau e 45 na região superior ao degrau, fazendo a descrição da camada

limite de entrada. O grande refinamento se deve à necessidade de descrever a camada limite de entrada com acurácia, visto que, com malhas mais grosseiras se perderiam propriedades importantes, como o coeficiente de atrito e a espessura de *momentum*.

Na direção z , 40 volumes foram suficientes para a descrição tridimensional do escoamento, não se obtendo reais vantagens nas estatísticas de segunda ordem ao refinar a malha nessa direção.

Cabe ressaltar, que estudos com malhas bastante refinadas, com 2,4 milhões de volumes foram realizados e os resultados encontram-se documentados em Spode, Campregher e Silveira Neto (2005). O que se verifica é a independência de malha, sendo mais interessante investir em melhoraria da qualidade das condições do contorno de entrada em detrimento de refinamento da malha.

As condições de contorno aplicadas ao domínio são de fluxo nulo na face superior,

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (5.1)$$

Na direção z o escoamento é assumido como homogêneo e a periodicidade é aplicada e na face inferior e sobre o degrau é assumida condição de não deslizamento.

Na face leste do domínio, à saída, aplica-se a condição de derivada nula da componente u da velocidade e anula-se as componentes v e w :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = w = 0. \quad (5.2)$$

Um perfil de velocidade prescrito é aplicado na entrada do domínio, obtido dos dados de Jovic e Driver (1994), ver Figura 5.5. Supõe-se que a velocidade média segue a lei *log*, apresentando as características integrais já descritas na Tabela 5.1. O método de interpolação entre os pontos experimentais disponíveis e os da malha gerada é a *spline*, garantindo que o perfil de velocidade imposto seja muito próximo do experimental. Esse tipo de cuidado, ao impor um perfil de entrada fiel, garante que os resultados não serão susceptíveis a erros provenientes da prescrição das condições de contorno de velocidade média.

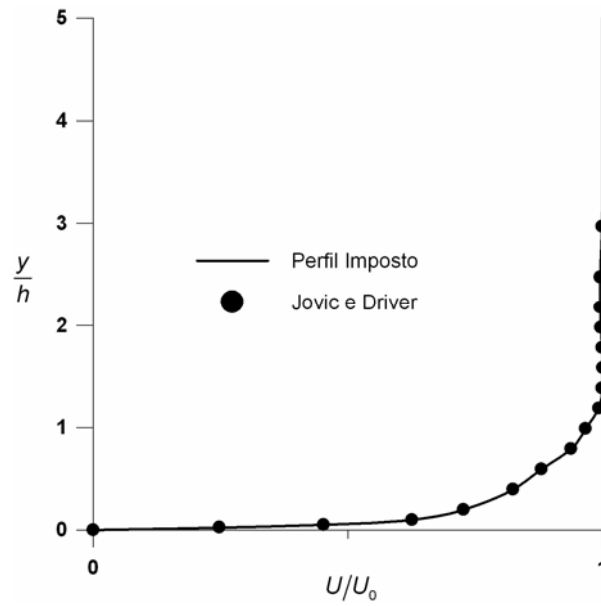


Figura 5.5. Perfil médio de velocidade aplicado na entrada do domínio.

Nos casos SA e DES, onde a variável $\tilde{\nu}$ deve ter seu valor imposto nas fronteiras, optou-se por um perfil constante e igual a $0,01 \mu/\rho$ na entrada. Esse tipo de opção mostrou-se eficiente, apesar de não muito realista, pois a camada limite de entrada não tem uma distribuição uniforme de $\tilde{\nu}$, porém, devido aos termos de produção, rapidamente a equação de transporte tem um campo de $\tilde{\nu}$ estabelecido. Nas paredes $\tilde{\nu}$ foi assumido como nulo. A condição de derivada nula na direção x foi aplicada à saída do domínio, periodicidade na direção z , e condição de derivada nula na direção y na face superior,

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} = 0. \quad (5.3)$$

O campo inicial utilizado em todas as simulações é o proveniente de uma simulação bidimensional utilizando-se o modelo de Spalart-Allmaras, onde se obtém um campo praticamente permanente, Figura 5.6. Esse campo é aplicado em todo o domínio tridimensional, podendo com isso se acompanhar a formação das primeiras instabilidades e a posterior transição. Além de interessante do ponto de vista da transição, esse tipo de procedimento ajuda o código a evoluir mais rápido para um estado de regime estatisticamente estabelecido, visto que desde o início da simulação tem-se um campo que obedece a conservação da massa, evitando que os algoritmos de solução da velocidade e pressão gastem muitas iterações no início da simulação.

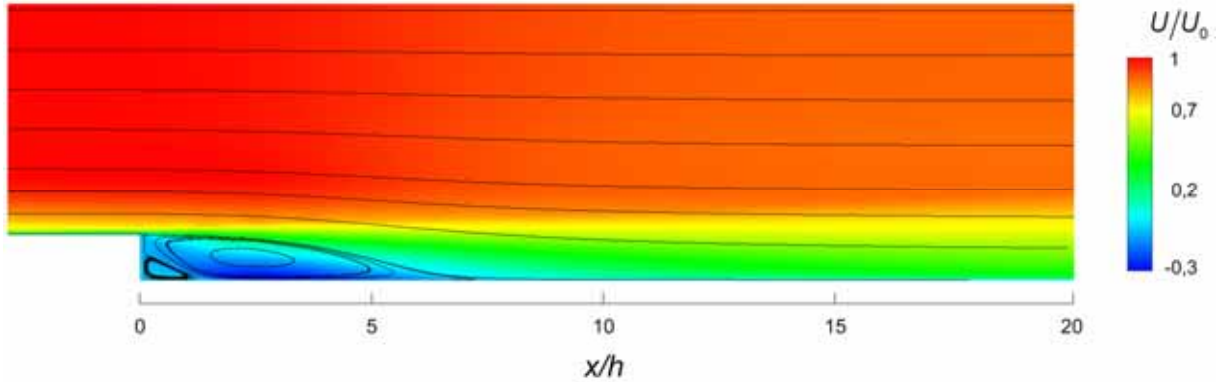


Figura 5.6. Campo de velocidade inicial utilizado nas simulações.

O avanço temporal é constante e o $\Delta t = 0,01h/U_0$, assegurando que:

$$CFL = \frac{U_0}{\frac{\min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)}{\Delta t}} \approx 0,6. \quad (5.4)$$

Apesar do código ser implícito, parte dos termos viscosos e dos termos advectivos são tratados de forma explícita, sendo coerente utilizar passos de tempo moderados. Além disso, por razões físicas necessita-se de um Δt suficientemente pequeno para uma boa amostragem.

O tempo total de simulação é $T_{total} = 2500h/U_0$, sendo que, os primeiros $500h/U_0$ são descartados das estatísticas, eliminando assim qualquer resquício das condições iniciais impostas. A amostragem é feita a cada $0,1h/U_0$, totalizando 20.000 amostras para as variáveis u , v , w , p e μ_{ef} .

Sondas numéricas são dispostas em quatro estações de interesse, em $x/h = 4$, $x/h = 6$, $x/h = 10$ e $x/h = 19$, considerando a coordenada x iniciando no degrau. Essas estações estão em posições antes do recolamento, sobre o recolamento, depois do recolamento e afastada do recolamento respectivamente, adquirindo sinais de velocidade, pressão e viscosidade que são processados e comparados com os dados experimentais.

Além das sondas utilizadas no levantamento de perfis, existem outras utilizadas para avaliar o coeficiente de pressão e comprimento de recolamento. Essas são dispostas em uma linha no centro do domínio, estendendo-se ao longo da coordenada x , conforme a Figura 5.7.

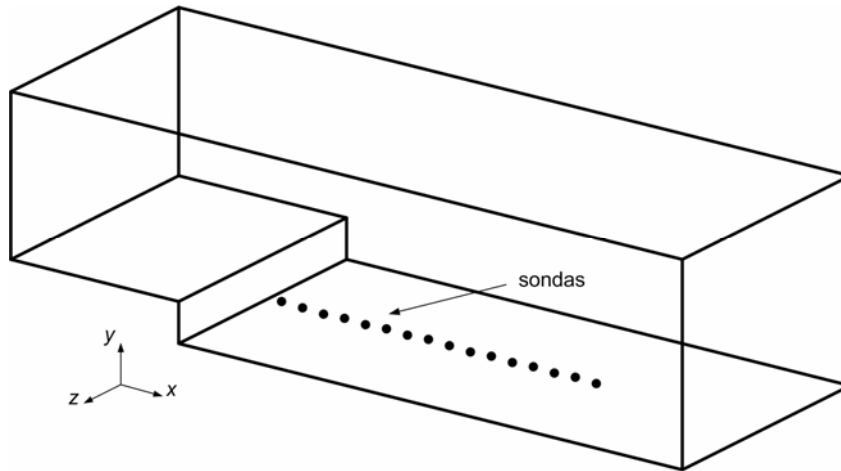


Figura 5.7. Sondas para determinação do C_p e X_R .

5.3 Resultados topológicos

A presença de estruturas coerentes no escoamento sobre o degrau foi objeto de amplo estudo de Silveira Neto et al (1993). O comportamento semelhante a uma camada de mistura foi evidenciado, com a existência de instabilidade de Kelvin-Helmholtz e vórtices longitudinais contrarotativos. Delcayre e Lesieur (1997) também conseguiram através de simulação de grandes escalas e modelo de função estrutura de velocidade evidenciar estruturas coerentes no escoamento sobre o degrau para um número de Reynolds igual a 5.000. Entretanto, a existência de estruturas coerentes em escoamentos altamente turbulentos sobre o degrau é objeto de discussão, sendo defendido por muitos autores que, em um escoamento em que a camada limite de entrada é turbulenta, estruturas coerentes não são facilmente identificáveis, ou ocorrem apenas em um breve período de transição.

Roos e Kegelman (1986), em seus experimentos com escoamentos sobre o degrau, evidenciam instabilidades de Kelvin-Helmholtz para escoamento laminar, porém em condições de camada limite turbulenta na entrada não se observa coerência nas estruturas turbilhonares formadas. Existe uma camada de mistura definida, mas devido aos fortes efeitos tridimensionais, as estruturas coerentes não são identificáveis. O que se observa é uma variação temporal do ponto de recolamento de acordo com a formação e transporte das estruturas formadas na camada cisalhante.

Essa movimentação do ponto de recolamento se dá a uma frequência baixa, como documentados por Eaton e Johnston (1981-a) e Driver, Seegmiller e Marvin (1987). Estudos

detalhados que ajudam a distinguir essa movimentação de flutuações causadas pela turbulência do escoamento são importantes na caracterização do fenômeno. A movimentação do ponto de recolamento é atribuída ao movimento vertical oscilatório de baixa frequência da camada cisalhante, denominado de *flapping*, fazendo com que o ponto de recolamento oscile com uma amplitude de até $2h$. Esse movimento da camada de cisalhamento pode ser fortemente influenciado pela condição de entrada de modo que, quando turbulenta é intensificado, diminuindo o comprimento de recolamento médio.

Devido a esses efeitos de baixa frequência, deve-se ter cuidado com a amostragem utilizada, tanto em experimentos em laboratório, como em experimentos numéricos, optando-se por longas amostragens, garantindo convergências das estatísticas.

Campos de velocidade instantânea u são apresentados na Figura 5.8 para as metodologias de modelagem aplicadas em um plano x - y central na coordenada $z=W/2$. Percebe-se a descrição transiente obtida com as metodologias LES, LESVD e DES, com a formação de estruturas características de uma camada cisalhante turbulenta que incide sobre a parede inferior do domínio. Para o modelo SA, há ausência de estruturas, tendo o resultado um aspecto característico de campo médio.

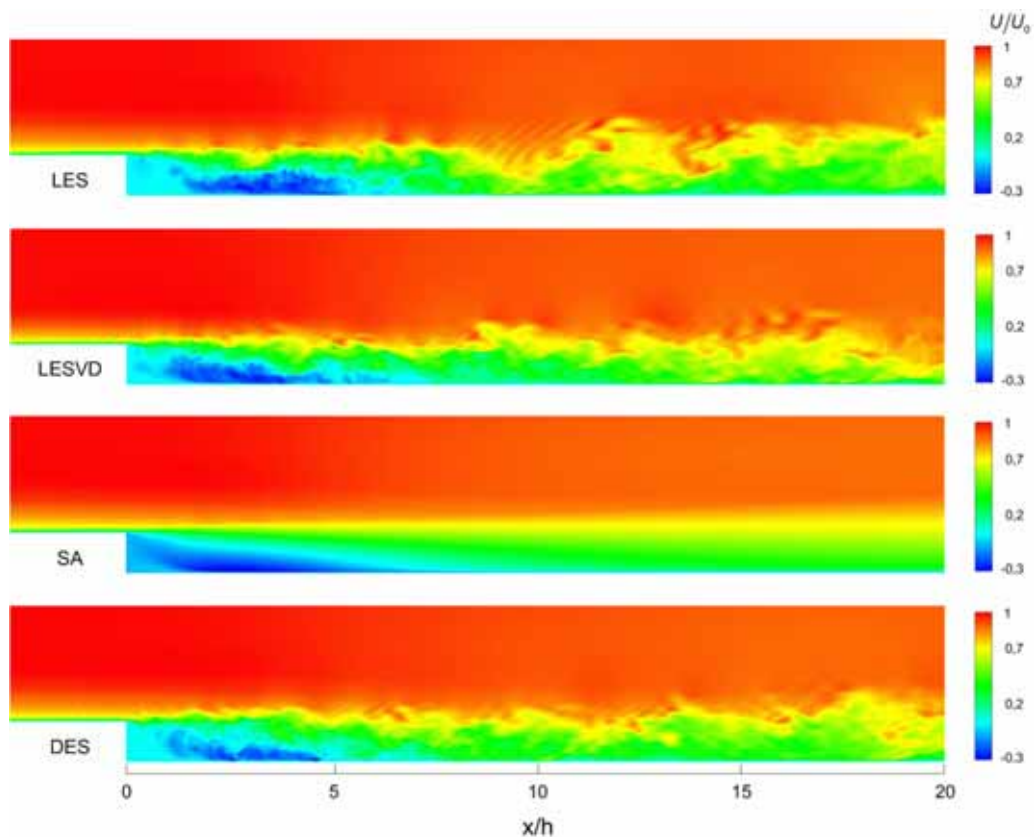


Figura 5.8. Campos de velocidade instantânea u , $z = W/2$ e $t = 2000h/U_0$.

A formação e transporte de estruturas turbilhonares são observados nas metodologias LES, LESVD e DES. Algumas diferenças são observadas quanto ao comprimento de recolamento, que, apesar de instantâneo, é maior para o caso LES em relação aos casos LESVD e DES, ver Figura 5.8. O comprimento de recolamento instantâneo pode ser visto pela mudança de sinal de u/U_0 , conforme indicado pela escala no lado direito da Figura 5.8.

A intensa atividade no interior da recirculação principal induz oscilações na camada cisalhante, que tem seu ponto de colisão com a face inferior do domínio modificado, provocando alterações do ponto de recolamento ao longo do tempo. O *flapping*, bem como a variação do comprimento de recolamento são identificados na Figura 5.9, onde os resultados para a velocidade instantânea u são apresentados no caso DES.

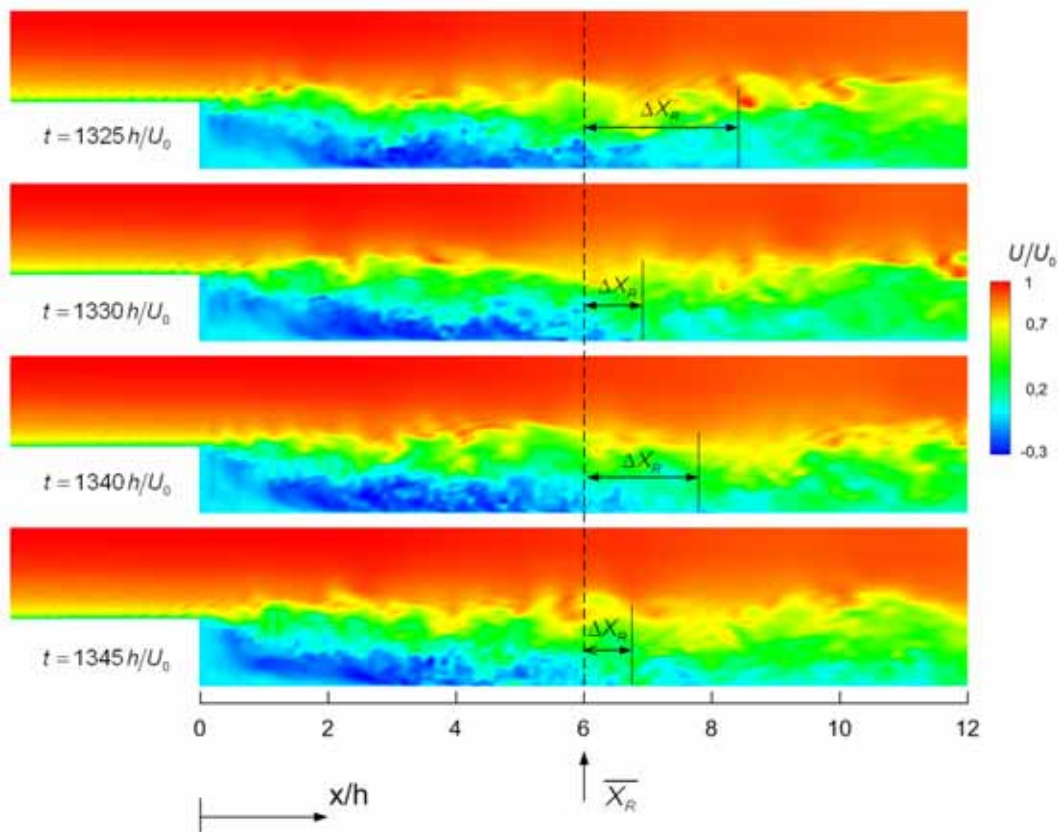


Figura 5.9. Movimentação do ponto de recolamento, plano x - y , $z = W/2$ - DES.

Esse comportamento oscilatório do ponto de recolamento torna-se bastante intenso conforme pode aumentar se o número de Reynolds for aumentado. Além de variar na coordenada x , o ponto de recolamento não é uma grandeza unidimensional, com variações na terceira dimensão inerentes a escoamentos turbulentos. A não homogeneidade do ponto

de recolamento na coordenada z é observada para os casos LES, LESVD e DES, mas não para o caso SA, onde variações tridimensionais são suprimidas (Figura 5.10 à Figura 5.13).

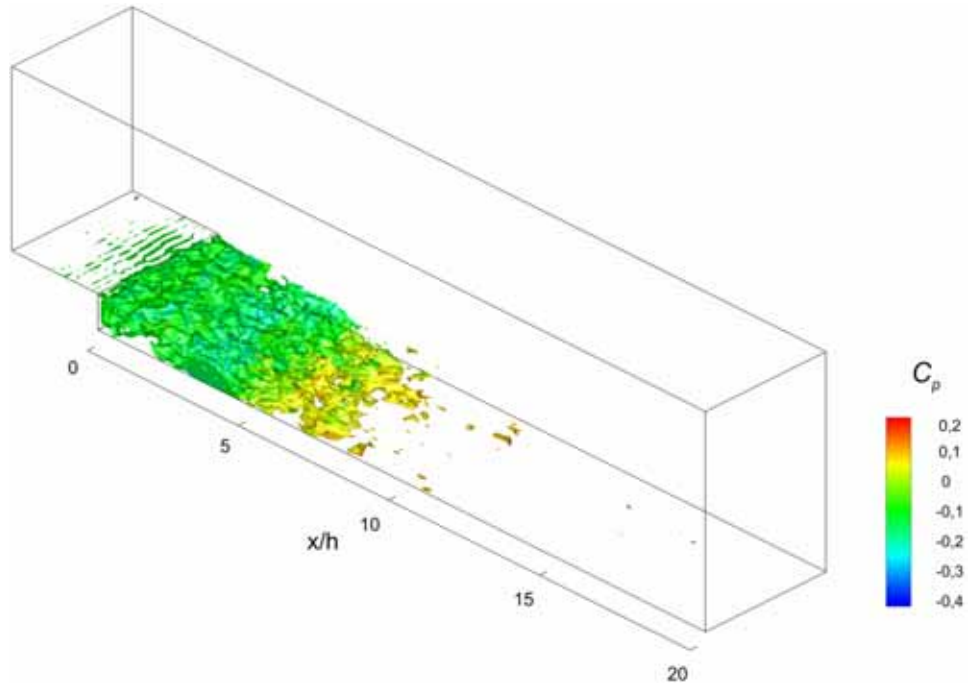


Figura 5.10. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso LES, $t = 2000h/U_0$.

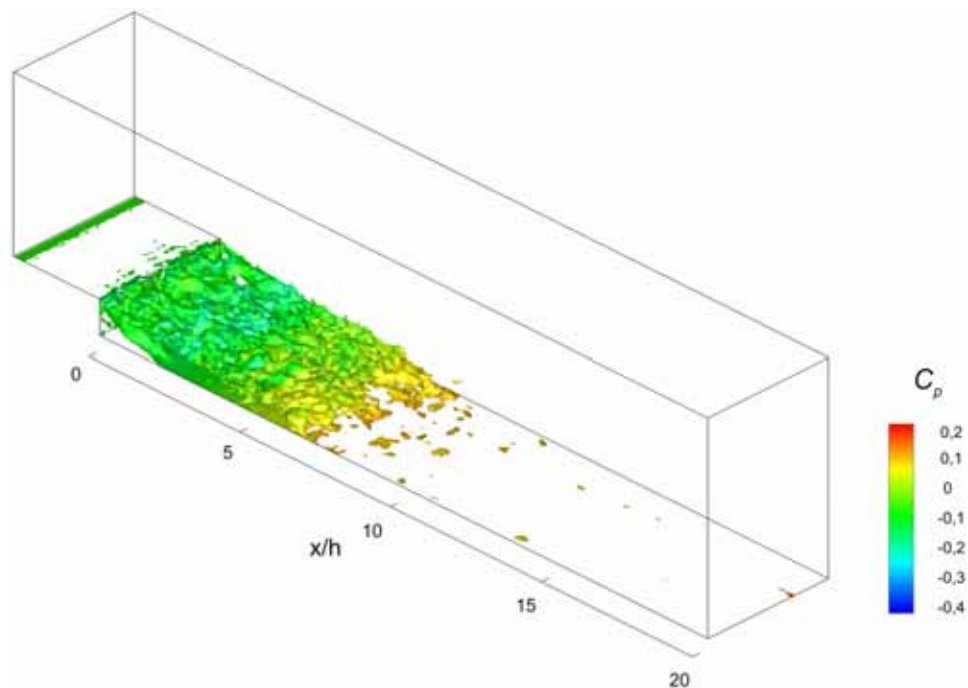


Figura 5.11. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso LESVD, $t = 2000h/U_0$.

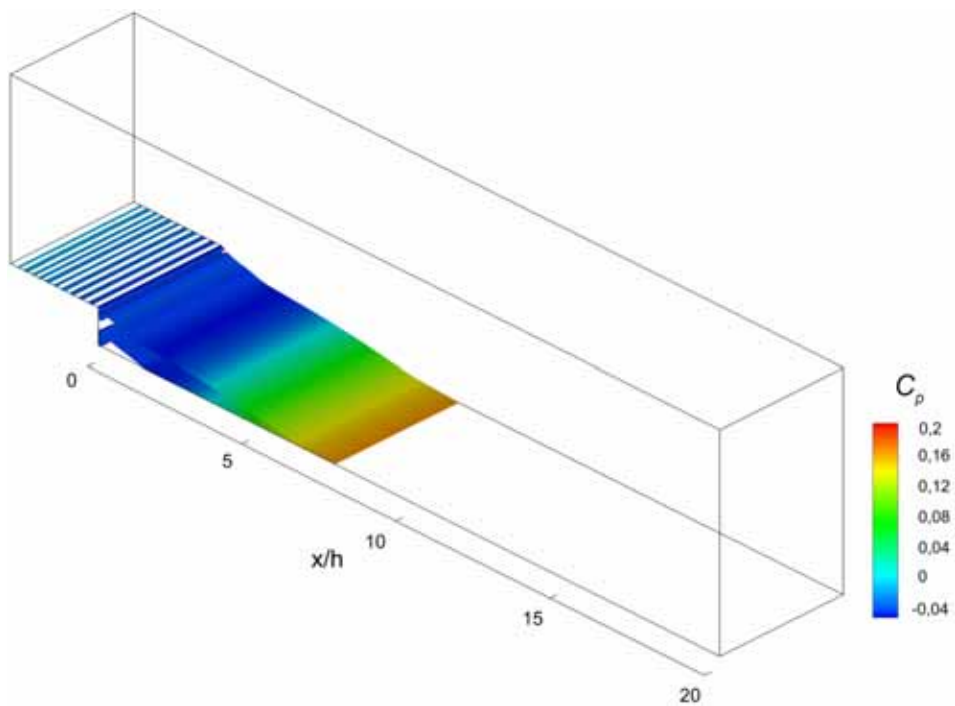


Figura 5.12. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso SA, $t = 2000h/U_0$.

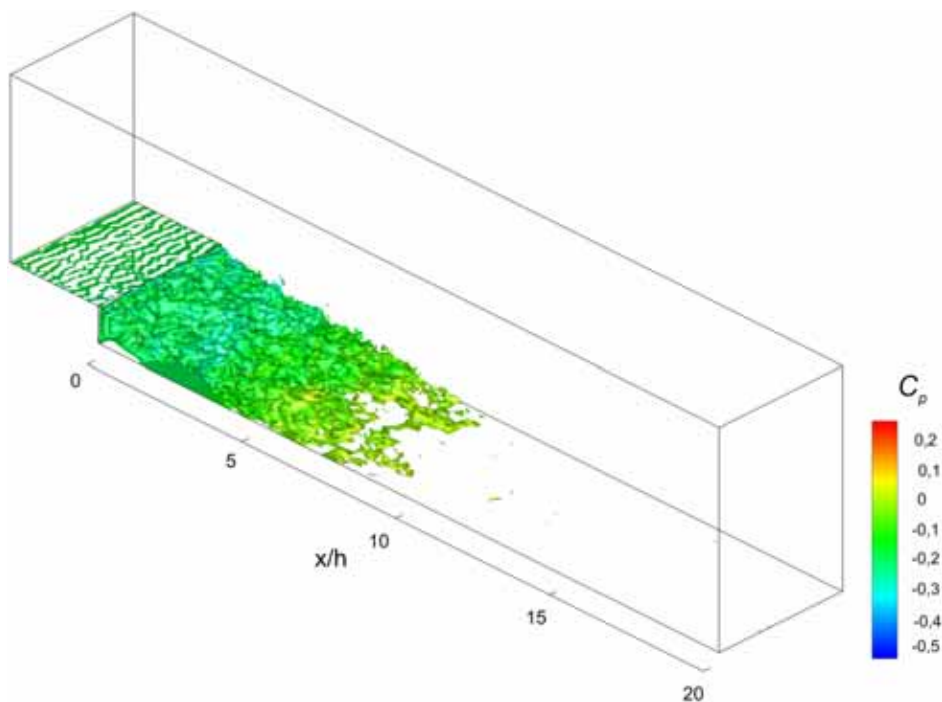


Figura 5.13. Iso-superfície de velocidade $u = 0$. Caso DES - $t = 2000h/U_0$.

Esse comportamento bastante difusivo do modelo de Spalart-Allmaras fica mais claro quando observamos o campo de viscosidade efetiva em um plano x-y, Figura 5.14.

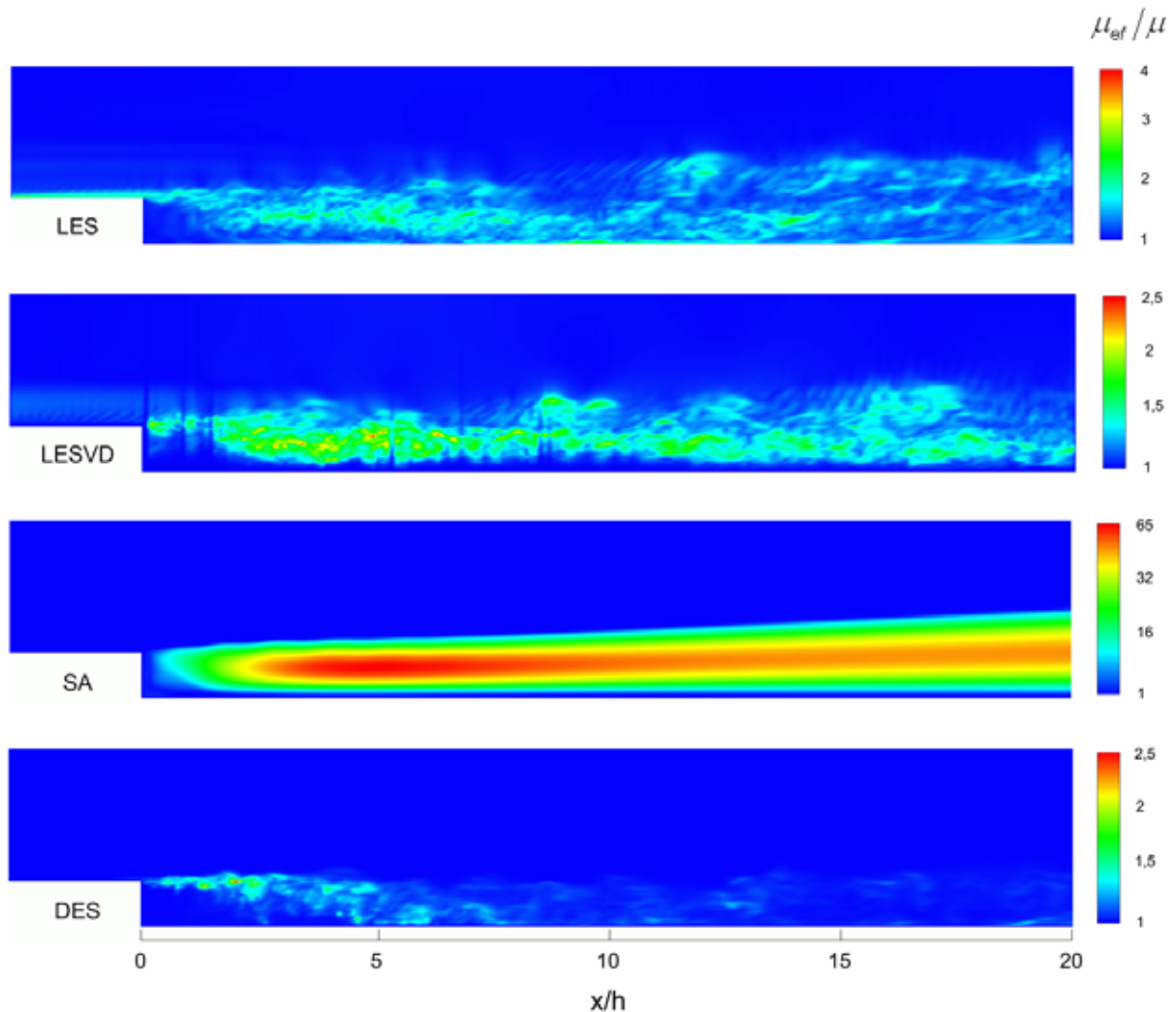


Figura 5.14. Campos de viscosidade efetiva. Plano x - y , $z = W/2$ e $t = 2000h/U_0$.

Os níveis de viscosidade efetiva gerados pelo modelo SA são bastante elevados quando comparado aos outros modelos, sendo o pico máximo cerca de 25 vezes maior que a viscosidade gerada pelos modelos LESVD e DES. Esse comportamento revela uma característica problemática dos modelos URANS, que é o excesso de produção de viscosidade. Agravando esse fato, o refinamento da malha não auxilia na diminuição substancial desses altos níveis. Diferentemente dos modelos LES e híbridos RANS/LES, onde se refinando a malha, o modelo diminui a sua contribuição através da viscosidade gerada. Os modelos RANS e URANS são quase insensíveis ao refinamento, produzindo campos de viscosidade com níveis praticamente idênticos depois de atingido um certo refinamento da malha.

Para demonstrar essa independência de malha no caso SA e a dependência no caso DES, o escoamento foi simulado novamente utilizando a metade dos volumes na direção x e z . Conforme se observa na Figura 5.15, o campo de viscosidade no caso SA é praticamente idêntico ao da Figura 5.14, diferindo apenas na escala, com um aumento de cerca de 10% na viscosidade máxima. Já o caso DES mostrou-se muito mais sensível à variação do refinamento da malha, apresentando um aumento de 500% na viscosidade máxima. Resultados semelhantes são observados para o caso LESVD, onde o aumento na viscosidade máxima foi de 100%.

Esses resultados já eram esperados, pois modelagens sub-malha têm a característica de diminuir a viscosidade turbulenta a medida que a malha diminui. No limite, com a malha muito refinada, chega-se a escala de Kolmogorov e a viscosidade turbulenta torna-se nula.

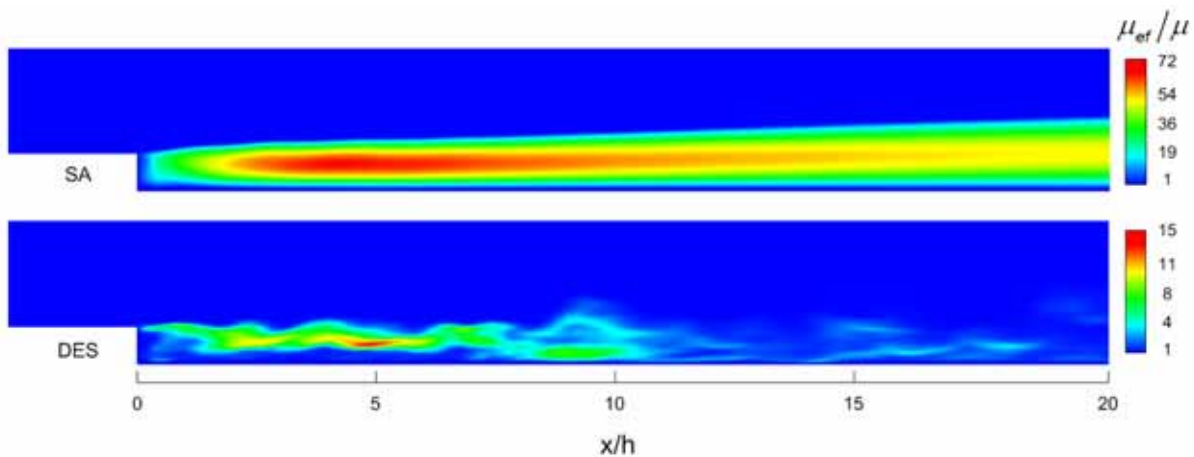


Figura 5.15. Campos instantâneos de viscosidade, malha (115 x 81 x 20). Plano x - y .

As altas viscosidades geradas acabam diminuindo localmente o número de Reynolds, impossibilitando que flutuações ou oscilações do escoamento se formem e se propaguem. Comportamentos desse tipo acabam por eliminar a física envolvida no escoamento, descaracterizando completamente o fenômeno e fulminando qualquer formação de instabilidade.

Na Figura 5.15 deve-se considerar o fato de que em uma malha mais grosseira, a parcela sobre a qual o modelo híbrido LES/RANS vai operar como RANS cresce, especialmente devido ao fato do refinamento na direção y ter sido mantido. Isso faz com que os volumes fiquem com um alongamento elevado. Considerando o tipo de filtro empregado na modelagem híbrida, onde o modelo opta pela metodologia RANS se a distância à parede for menor que a maior dimensão do volume ponderada por uma constante. Isso explica em

parte o crescimento da máxima viscosidade no caso da malha mais grosseira, porém, se observarmos com cuidado a Figura 5.15, nota-se que o pico de viscosidade ocorre em uma região onde com certeza o modelo opera como LES.

Voltando à Figura 5.14, constata-se que o modelo LES apresenta um campo de viscosidade contínuo, com níveis máximos superiores aos casos LESVD e DES. Esse patamar mais elevado de viscosidade é justificável, uma vez que o modelo não incorpora nenhuma correção com relação às paredes. Por isso, nessas regiões, onde naturalmente os gradientes de velocidade são mais elevados, o modelo puro de Smagorinsky empregado tende a gerar viscosidade mais alta devido a sua dependência direta do tensor taxa de deformação.

Ainda na Figura 5.14, temos os resultados para o campo de viscosidades do caso LESVD. Diferentemente do caso LES, o campo apresenta-se com descontinuidades, principalmente na região de recirculação. Esse fenômeno já é esperado quando da utilização do modelo de Smagorinsky juntamente com a função de amortecimento de Van Driest, dada por:

$$C_S = C_{S0} \left(1 - e^{-d^+/A^+}\right)^2, \quad (5.5)$$

onde $d^+ = du_\tau/\nu$ é a distância à parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, A^+ uma constante de valor 25 (Ferziger e Peric, 1999) e $C_{S0} = 0,05 - 0,3$ é a constante de Smagorinsky.

A dependência da função com relação à velocidade de cisalhamento, deixa o modelo exposto a falhas quando utilizado em um escoamento com recirculação ou zonas onde a velocidade junto à parede pode assumir valores muito pequenos ou nulos, zonas essas comuns no escoamento sobre o degrau. Esse tipo de ocorrência faz com que a velocidade de cisalhamento assuma valores fora da faixa prevista pelo modelo, gerando pequenas linhas onde a constante de Smagorinsky é corrigida de forma errônea, levando assim a descontinuidades no campo de viscosidade como as identificadas na Figura 5.14. Em malhas refinadas como a utilizada na presente dissertação, esses efeitos são suprimidos, mas sem dúvida, descontinuidades não são aceitáveis, mesmo não introduzindo efeitos visíveis. Esse tipo de comportamento compromete o modelo de turbulência utilizado, mesmo produzindo resultados estatísticos de qualidade.

Apesar dos problemas locais de descontinuidade, a função de amortecimento cumpre o seu papel, suavizando a produção de viscosidade junto às paredes. Em zonas onde a

velocidade apresenta-se sempre na mesma direção, como na entrada do domínio e em $x > 9h$, o campo é livre de discontinuidades.

Apresentando um comportamento bastante satisfatório e coerente, o caso DES na Figura 5.14, apresenta baixos níveis de viscosidade, um campo livre de discontinuidades com a viscosidade turbulenta anulando-se junto às paredes. Percebe-se claramente a influência das duas metodologias, LES e URANS, visto que a viscosidade turbulenta anula-se nas paredes como no caso SA e assume valores comparáveis aos produzidos pelos casos LES e LESVD no interior da camada cisalhante.

Reforçando o caráter transiente e tridimensional obtido com os modelos LES, LESVD e DES e praticamente bidimensional e estacionário obtido para o caso SA, nas figuras Figura 5.16 à Figura 5.19 temos iso-superfícies do módulo da vorticidade, coloridos pelo coeficiente de pressão. Novamente, os casos LES, LESVD e DES apresentam um comportamento muito semelhante, com estruturas de tamanho e intensidade praticamente idênticos, descrevendo uma camada cisalhante fortemente perturbada pela recirculação principal, gerando um escoamento totalmente turbulento.

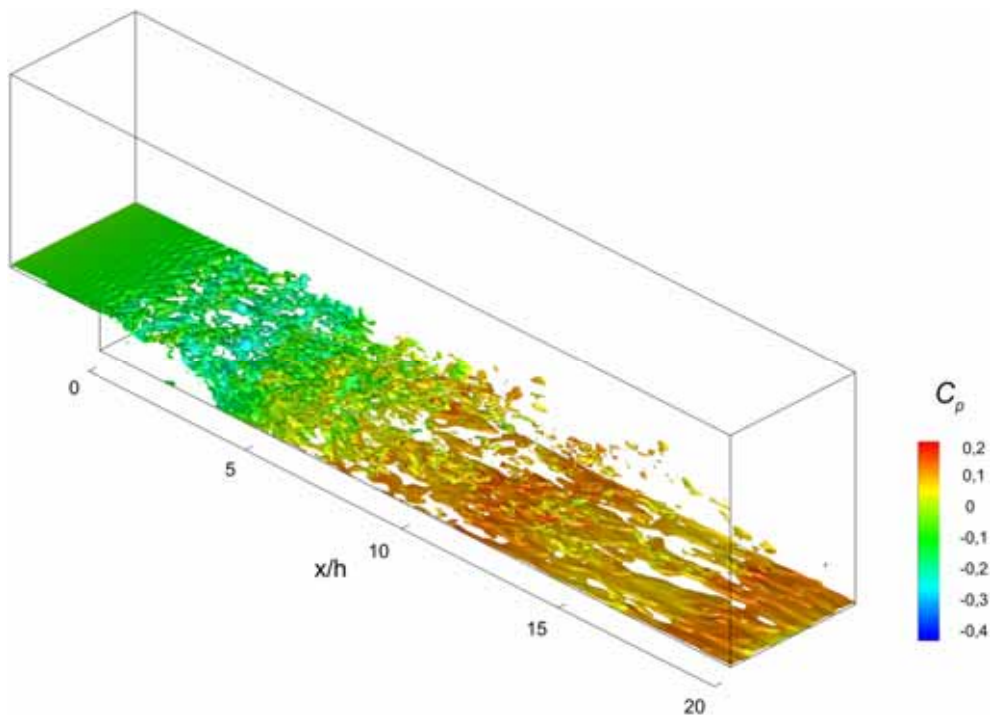


Figura 5.16. Iso-superfície de vorticidade $|\omega| = 4 U_0/h$, $t = 2000h/U_0$. Caso LES.

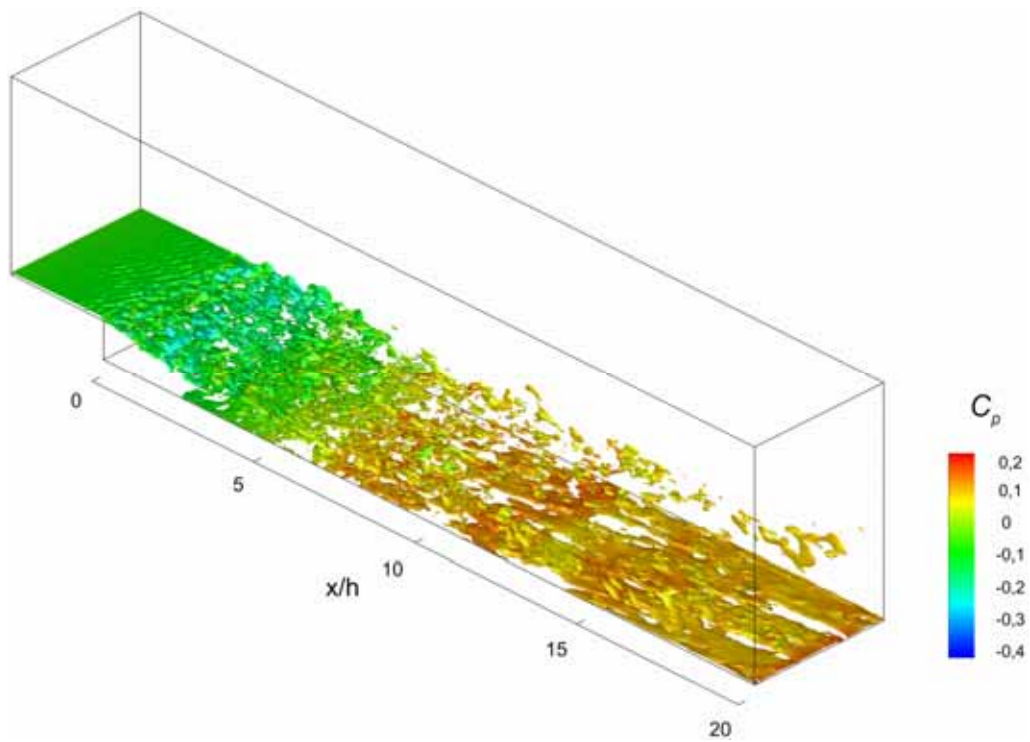


Figura 5.17. Iso-superfície de vorticidade $|\omega| = 4 U_0/h$, $t = 2000h/U_0$. Caso LESVD.

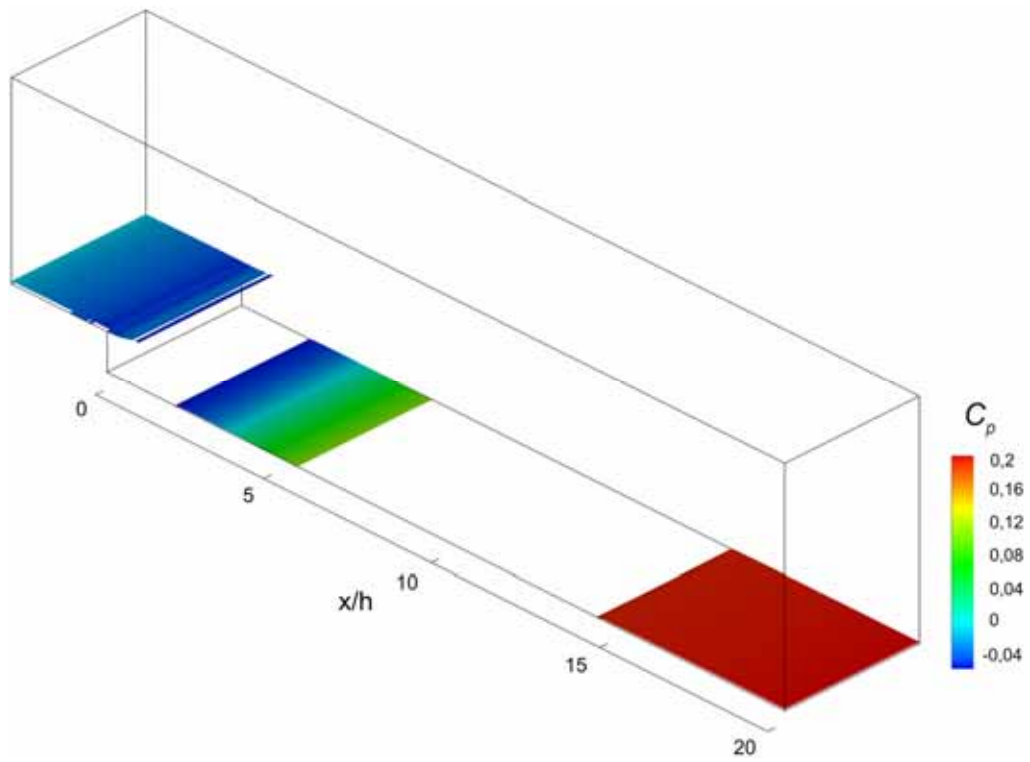


Figura 5.18. Iso-superfície de vorticidade $|\omega| = 4 U_0/h$, $t = 2000h/U_0$. Caso SA.

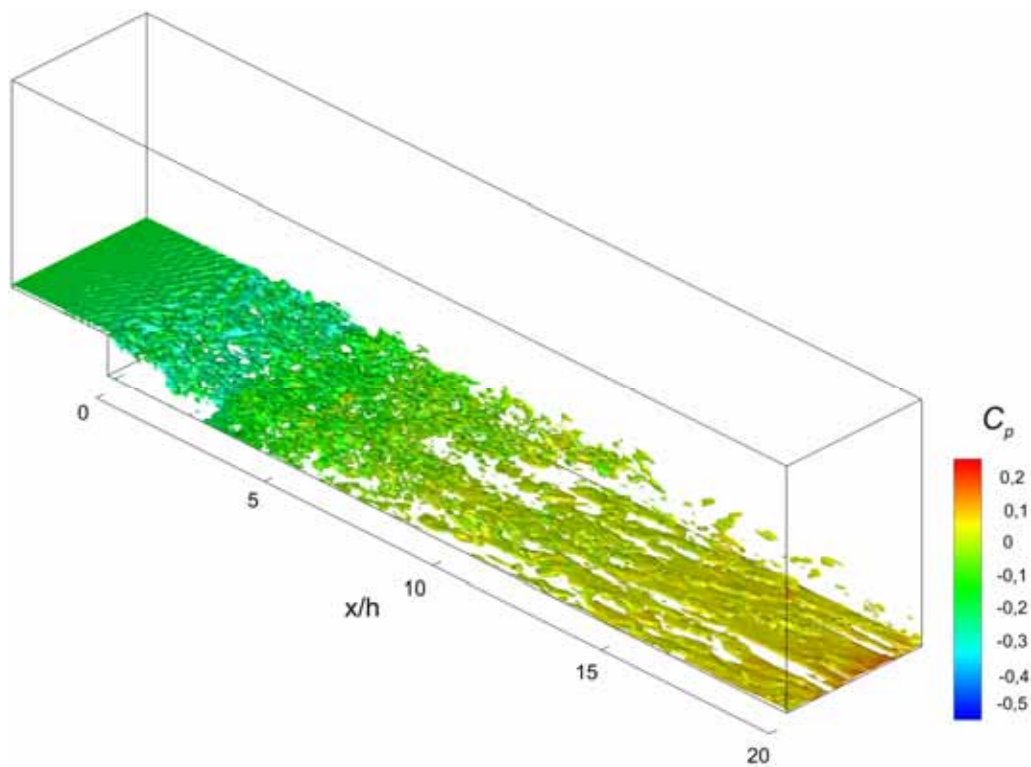


Figura 5.19. Iso-superfície de vorticidade $|\omega| = 4 U_0/h$, $t = 2000 h/U_0$. Caso DES.

É interessante observar nas iso-superfícies de vorticidade para os casos LES, LESVD e DES que, à jusante da zona de recirculação e recolamento, há intensa atividade turbulenta. O escoamento passa por uma zona de desenvolvimento de uma nova camada limite, igualmente turbulenta. Estrias alongadas já são visíveis, apesar de tímidas, indicando que o escoamento tende a assumir um padrão de camada limite turbulenta. Essa fraca presença de estrias mesmo a $20h$ depois do ponto de descolamento, indica que a camada limite ainda não está totalmente desenvolvida. Esse lento desenvolvimento é, em parte, justificado pelo forte gradiente de pressão na direção x envolvido no escoamento. Bradshaw e Wong (1972) e Smyth (1979) em seus experimentos constataram que mesmo depois de $50h$ a camada limite não assume o padrão da lei *log*, devido às fortes influências do gradiente de pressão e da camada cisalhante formada no escoamento.

Analisando os campos de vorticidade e velocidade apresentados acima, percebe-se que as instabilidades geradas na camada cisalhante têm seus efeitos propagados para os casos LES, LESVD e DES. Uma espécie de ondulação se forma na camada cisalhante e esta é propagada contra o sentido do escoamento, fazendo com que a camada limite de entrada torne-se perturbada, ver detalhe na Figura 5.20.

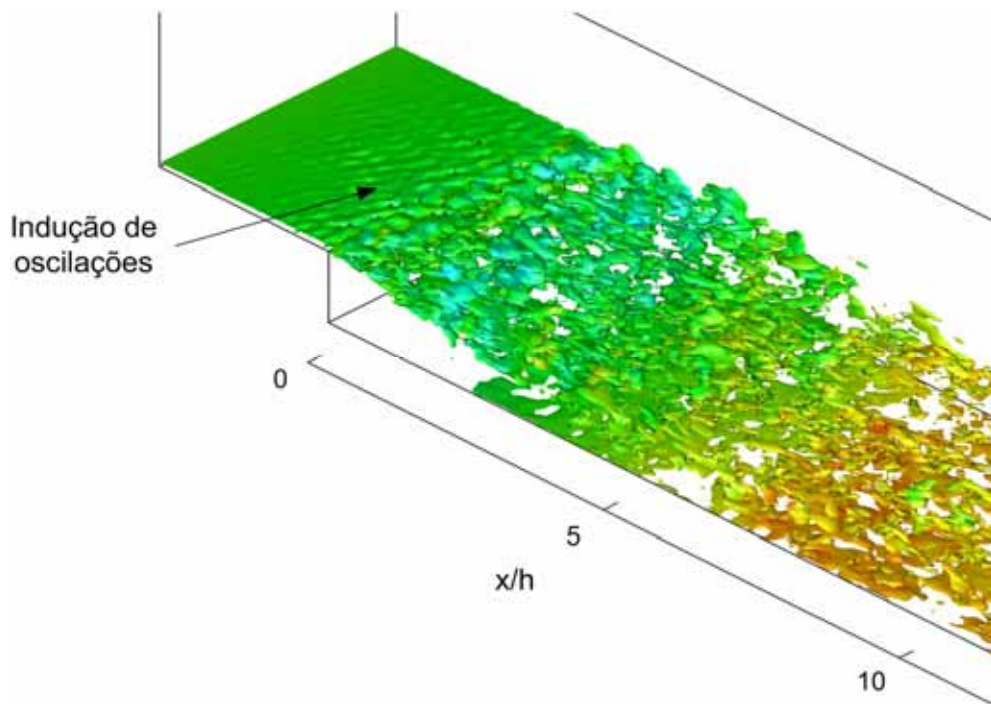


Figura 5.20. Indução de oscilações na camada limite de entrada. Caso LESVD.

Esse efeito é tido como insignificante por muitos autores, que o desprezam. Em casos onde a camada limite de entrada apresenta sua espessura reduzida quando comparada à altura do degrau, esse tipo de fenômeno pode ser suprimido. Mas, em casos onde a espessura da camada limite de entrada é da mesma ordem da altura do degrau, baixas velocidades são encontradas em uma faixa mais larga nas proximidades da parede, fazendo com que a inércia das oscilações provindas da bolha de recirculação principal consigam influenciar a camada limite, gerando a oscilação observada.

Além das oscilações verticais causadas por esse efeito, a camada limite de entrada tem um acréscimo nas flutuações da componente u , que se traduz em uma retração no comprimento de recolamento. O mecanismo de perturbação da camada limite de entrada é demonstrado na Figura 5.21, onde se apresenta uma seqüência de campos de velocidade ao longo do tempo, demonstrando um ciclo de oscilação. Quando a componente vertical da velocidade v cresce em uma posição imediatamente após o degrau, uma massa de fluido é deslocada perpendicularmente à corrente da camada limite de entrada. Essas duas correntes se encontram e interagem, resultando na mudança de direção da camada cisalhante.

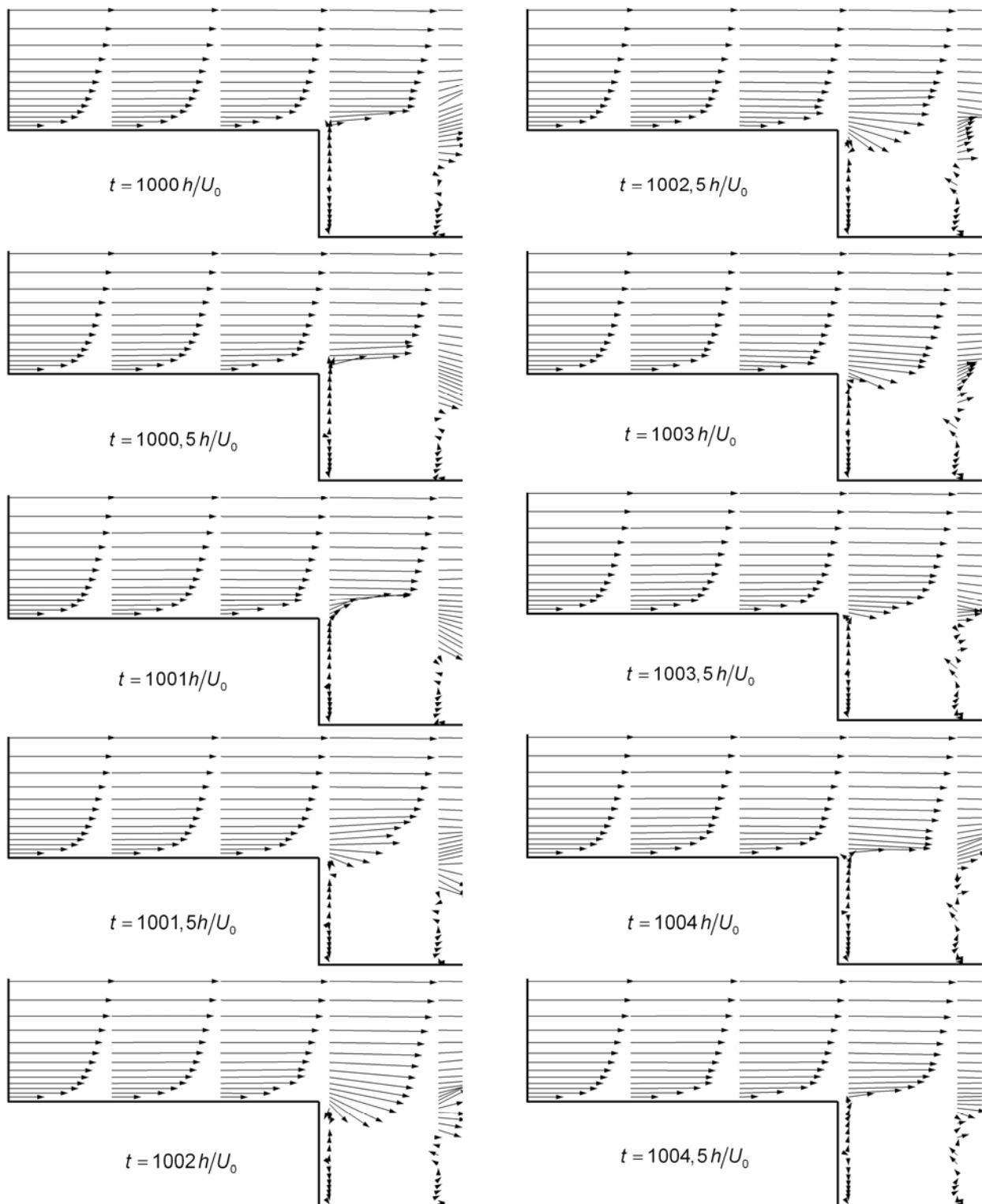


Figura 5.21. Mecanismo de perturbação da camada limite de entrada. Caso LESVD. São mostrados vetores em apenas alguns nós da malha.

Devido ao caráter transiente do escoamento, a formação de correntes ascendentes que saem da bolha de recirculação principal e colidem com a camada limite de entrada é cíclica, ocorrendo com períodos e amplitudes variadas. O que se percebe na Figura 5.21, é que, quando a velocidade vertical de uma partícula imediatamente após o degrau é alta ocorre uma diminuição da componente horizontal da velocidade na camada limite. O fluido provindo da bolha de recirculação cria uma espécie de “parede” que redireciona a corrente da camada limite, diminuindo sua componente horizontal.

De forma semelhante, quando o escoamento imediatamente após o degrau apresenta-se predominantemente em uma corrente descendente, a camada limite de entrada não encontra nenhum obstáculo e tem sua velocidade u aumentada. Esse fenômeno fica bastante claro ao analisar a Figura 5.22.

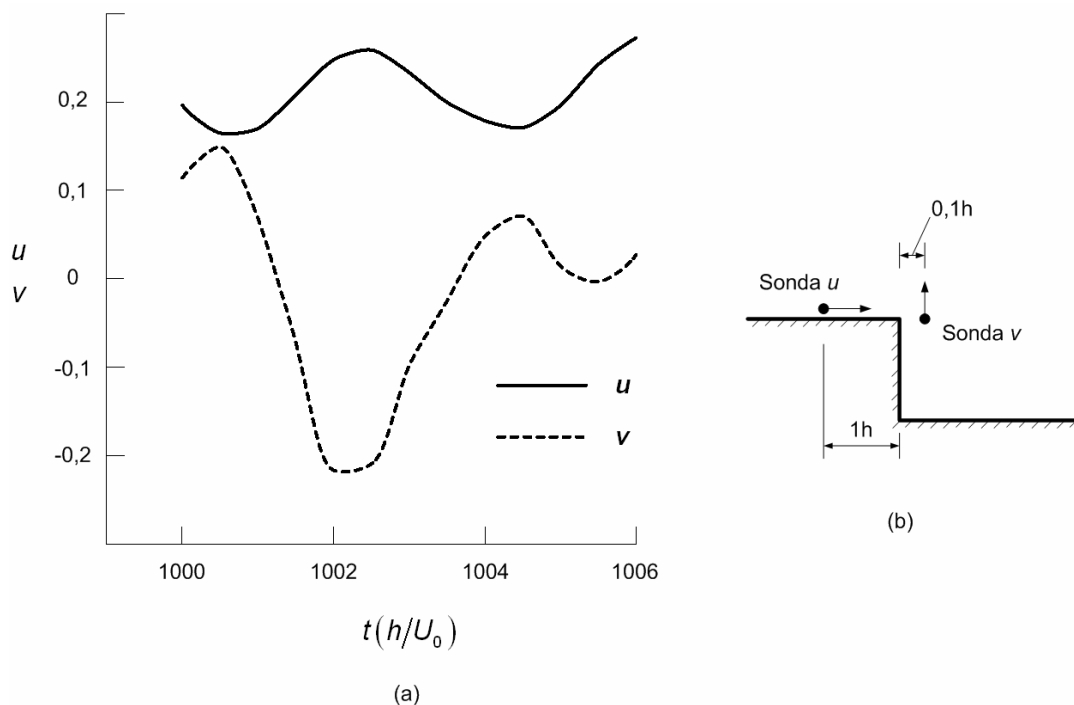


Figura 5.22. Influência da recirculação sobre a camada limite de entrada. Caso LESVD.

Duas sondas foram posicionadas de acordo com a Figura 5.22 (b). Uma a montante do degrau, adquirindo a componente u da velocidade próximo à parede, e outra imediatamente após o degrau adquirindo a componente v da velocidade. Apesar dos efeitos tridimensionais presentes, observa-se clara tendência da camada limite em diminuir sua velocidade quando a corrente ascendente se faz presente (v é positivo). A Figura 5.22 (a) demonstra isso através do grande vale observado na componente vertical da velocidade

combinado com o pico da velocidade horizontal para o instante de tempo $t = 1002h/U_0$. Salvo alguns raros instantes, onde efeitos tridimensionais podem mascarar esse fenômeno, essa influência cíclica da bolha de recirculação sobre a camada limite de entrada se faz presente e possui efeitos muito interessantes sobre o escoamento no degrau, alterando o comprimento de recolamento e por consequência os perfis de velocidade e flutuações. Dados mais precisos e detalhados sobre a influência da camada limite de entrada serão apresentado em seções seguintes.

5.4 Comprimento de recolamento

Sendo o resultado mais importante no escoamento sobre o degrau, o comprimento de recolamento é uma medida única que acumula todas as influências e iterações de diferentes zonas do escoamento. Perfis de velocidade média, flutuações e coeficiente de pressão são alterados de acordo com o comprimento de recolamento, que se mostrou sensível à modelagem da turbulência e principalmente à perturbação da camada limite de entrada.

Dois métodos foram utilizados para medir o comprimento de recolamento X_R :

- Localização do ponto de velocidade média nula no primeiro volume na coordenada z acima da parede inferior;
- Método p.d.f., onde o comprimento de recolamento é determinado pela fração $\Gamma(\%)$ que mede a porcentagem de tempo em que o escoamento atua na direção positiva em relação ao tempo total de amostragem em uma linha de pontos junto à parede inferior do domínio. O ponto de recolamento é a localização onde essa fração atinge 50%.

As distribuições de velocidade média U e fração $\Gamma(\%)$ para os casos LES, LESVD, SA e DES em função da coordenada x/h são apresentadas nas Figuras 6.23 e 6.24 respectivamente.

Os métodos fornecem valores muito próximos, sendo o comprimento de recolamento determinado pelo método p.d.f. ligeiramente maior que o comprimento calculado pela velocidade média, apresentando um acréscimo médio de 2,34%, ver Tabela 5.4. Acréscimos semelhantes foram encontrados por Le, Moin e Kim (1997) ao utilizar quatro diferentes métodos.

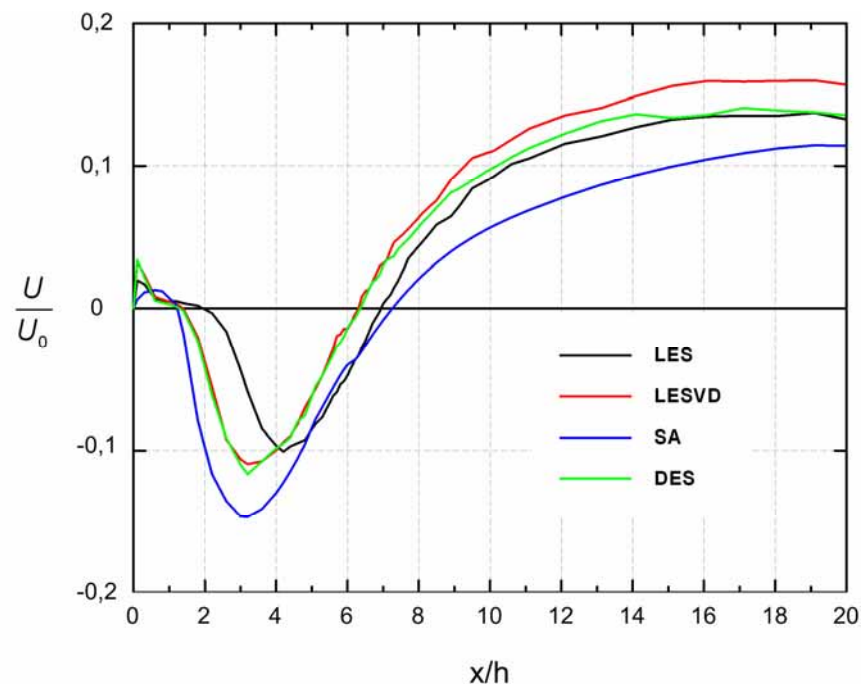


Figura 5.23. Comprimento de recolamento determinado pela velocidade média.

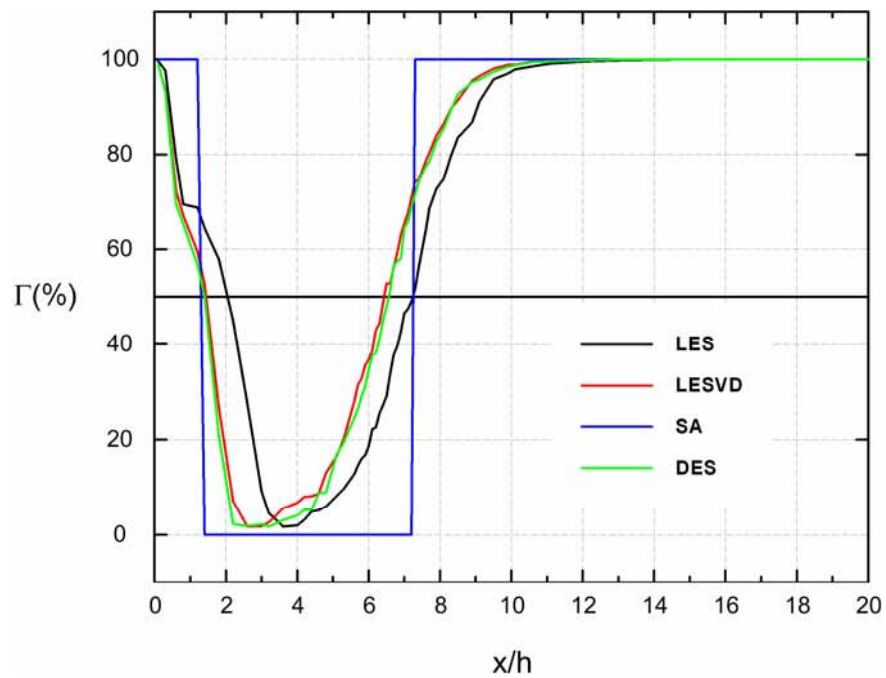


Figura 5.24. Comprimento de recolamento determinado pelo método p.d.f.

Tabela 5.4. Comprimento de recolamento.

CASO	Comprimento de recolamento X_R			Erro (%)
	Velocidade Média (x/h)	p.d.f. (x/h)	Média (x/h)	
Jovic e Driver (1994) - Experimental	-	-	6,0±0,15	-
Le, Moin e Kim (1997) - DNS	-	-	6,28	4,6%
LES	6,94	7,23	7,09	18,2%
LESVD	6,31	6,43	6,37	6,1%
SA	7,26	7,26	7,26	21%
DES	6,36	6,56	6,46	7,6%

Confirmando as expectativas e observações dos campos de velocidade instantânea apresentados anteriormente, os casos LESVD e DES foram os que apresentaram o melhor comprimento de recolamento quando comparados aos resultados experimentais de Jovic e Driver (1994) e de simulação numérica direta de Le, Moin e Kim (1997).

Novamente o caso SA foi o que apresentou o pior resultado, seguido pelo caso LES, que também apresenta um comprimento de recolamento bastante superior ao experimental. No caso SA, é esperado um comprimento de recolamento ruim, visto que a ausência de estruturas tridimensionais denuncia sua má descrição do comportamento turbulento do escoamento. No caso LES, apesar da topologia seguir o mesmo padrão dos casos LESVD e DES, um comprimento de recolamento superior ao experimental é verificado.

Além de apresentar um X_R maior que os outros modelos, o caso SA possui uma velocidade média mínima menor que as outras metodologias, ver Figura 5.23. Em relação aos casos LESVD e DES, o ponto de velocidade média mínima coincide na coordenada x/h , ocorrendo em $3,2h$, mas a velocidade é cerca de 30% menor. Quando comparado ao caso LES, as diferenças são maiores, onde o ponto de mínimo acontece em $4,2h$, apresentando o caso SA uma velocidade média mínima em torno de 45% menor que o caso LES. A diferença entre as mínimas velocidades médias pode estar relacionada aos diferentes níveis de viscosidade turbulenta gerados pelos modelos próximo à fronteira inferior.

Voltando às Figuras 6.23 e 6.24, percebe-se a existência de outra recirculação, marcada pelo primeiro cruzamento da linha de velocidade média por zero na Figura 5.23 e pela passagem da curva pela marca de 50% na Figura 5.24. Friedrich e Arnal (1990) através de simulação de grandes escalas, identificaram essa recirculação, ressaltando seu comportamento tridimensional na coordenada z . Na presente dissertação, essa recirculação apresenta formações tridimensionais quando analisada do ponto de vista instantâneo, mas

em média é bidimensional. Os resultados de simulação numérica direta de Le, Moin e Kim (1997) descrevem essa bolha de recirculação como bidimensional em média, estendendo-se até $1,76h$ na coordenada x . Os resultados para o tamanho médio da bolha de recirculação X_s considerando a velocidade média e da fração $\Gamma(\%)$ são apresentados na Figura 5.25.

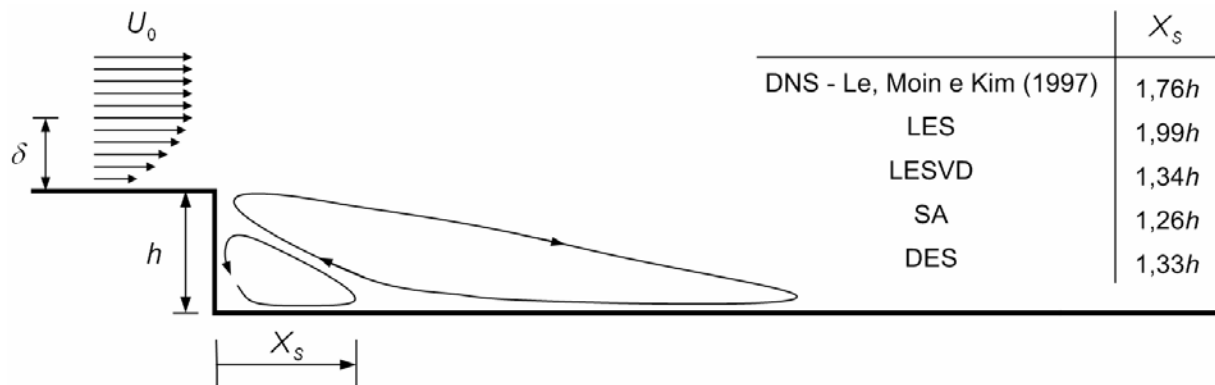


Figura 5.25. Bolha de recirculação secundária.

Diferente do comprimento de recolamento, para bolha secundária o resultado do caso LES é o que mais se aproxima dos dados de Le, Moin e Kim (1997). Percebe-se que, enquanto na bolha principal o comprimento de recolamento é superestimado, na bolha secundária, a exceção do caso LES, o seu tamanho é subestimado. Inclusive, diferença no comprimento de recolamento entre o caso SA e aos casos LESVD e DES não é observada para a bolha secundária, onde X_s é praticamente o mesmo para os três modelos. Para o caso LES tanto o comprimento X_R quanto o comprimento X_s apresentam-se cerca de 13% superiores aos resultados de DNS de Le, Moin e Kim (1997), sendo o único modelo a manter essa proporção entre as bolhas, ver Tabela 5.5.

Tabela 5.5. Proporção entre as bolhas de recirculação.

CASO	X_R/X_s
Le et al. (1997) - DNS	3,57
LES	3,56
LESVD	4,75
SA	5,76
DES	4,85

5.5 Coeficiente de pressão

O coeficiente de pressão é definido como:

$$C_p = \frac{P - P_{REF}}{\frac{1}{2} \rho U_0^2}, \quad (5.6)$$

onde P_{REF} é a pressão de referência, P a pressão na parede inferior do domínio, ρ a massa específica do fluido e U_0 a velocidade da corrente livre. A pressão de referência P_{REF} é a pressão média sobre o degrau na estação $x/h = -3$.

O coeficiente de pressão médio para os casos computados é exibido na Figura 5.26. Os resultados apresentam-se próximos aos dados experimentais de Jovic e Driver (1994), com exceção do caso LES onde há uma certa defasagem, com sua curva adiantada em relação ao experimento e aos demais modelos. Essa defasagem está associada ao comprimento de recolamento estimado, maior no caso LES que nos demais. Além da defasagem, o patamar atingido na região de desenvolvimento da nova camada limite é inferior ao experimento e a curva apresenta uma inclinação positiva, enquanto os dados experimentais seguem uma linha próxima da horizontal para a região $x/h > 20$.

Apesar do comprimento de recolamento ter sido superestimado pelo modelo SA, o coeficiente de pressão apresenta certa fidelidade ao experimento, efeito esse inesperado de acordo com o que foi argumentado para o modelo LES. A partir de $x/h = 4$ os resultados se aproximam muito bem dos resultados experimentais, apresentando apenas uma pequena divergência no ponto final $x/h = 20$. O modelo SA é o que primeiro apresenta o aumento de pressão, ocorrendo em $x/h = 2$.

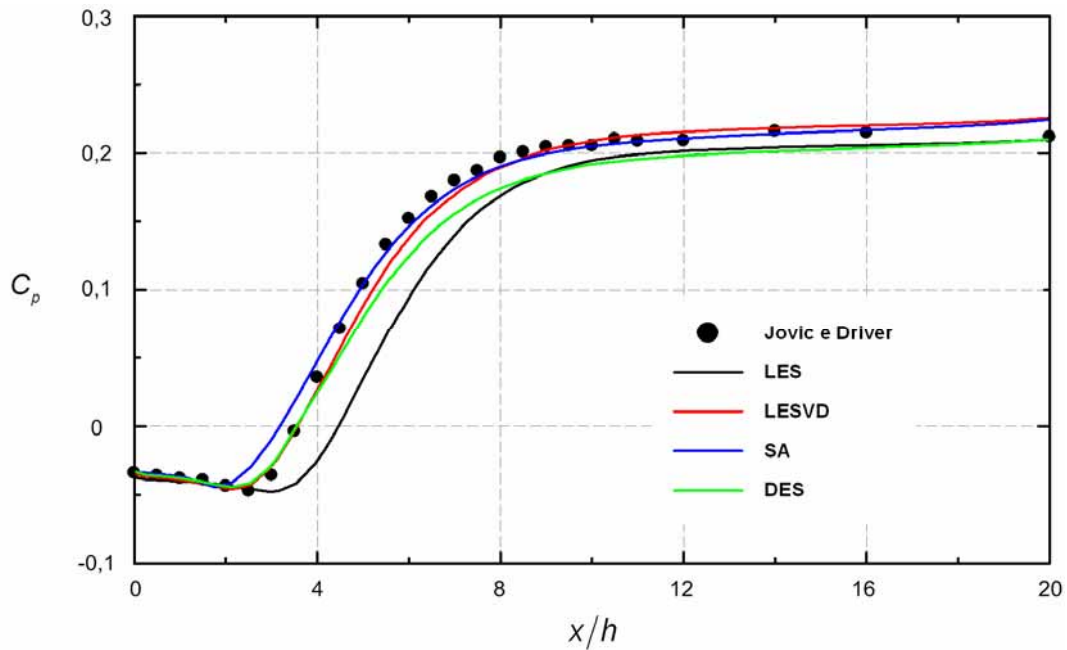


Figura 5.26. Coeficiente médio de Pressão ao longo da parede a jusante do degrau.

Para os casos LESVD e DES os resultados são praticamente idênticos até $x/h = 4$, sendo que o caso LESVD tende a manter a mesma inclinação, enquanto que o caso DES tem sua inclinação diminuída, atingindo um patamar abaixo do experimental. Para o caso LESVD, a curva segue fiel ao experimento, com uma pequena defasagem entre $x/h = 4$ e $x/h = 8$, mas atinge o patamar experimental a partir daí.

É interessante observar que, apesar das diferenças constatadas, a inclinação das curvas de C_p na faixa entre $x/h = 2$ e $x/h = 6$ é muito semelhante, mostrando que o gradiente de pressão na direção x previsto por todos os modelos são equivalentes, diferindo apenas no início e final de sua atuação. Outra tendência apresentada por todos os resultados é a inclinação positiva das curvas na faixa entre $x/h = 10$ e $x/h = 20$. Este comportamento também foi identificado por Le, Moin e Kim (1997) em suas simulações numéricas diretas.

Roshko e Lau (1965) sugerem uma forma de normalização do coeficiente de pressão que busca colapsar a uma só curva dados de diferentes número de Reynolds de escoamentos sobre o degrau. Essa normalização cobre, além de variações do número de Reynolds, variações de espessura da camada limite de entrada. Adams et al. (1984) utilizaram essa normalização com sucesso para o escoamento sobre o degrau para 5 números de Reynolds diferentes, obtendo o colapso de todas as curvas em uma só.

A Figura 5.27 traz os dados de coeficiente de pressão normalizados de acordo com Roshko e Lau (1965). Percebe-se que além da modificação na apresentação do C_p , a coordenada x é escrita em função do comprimento de recolamento X_R .

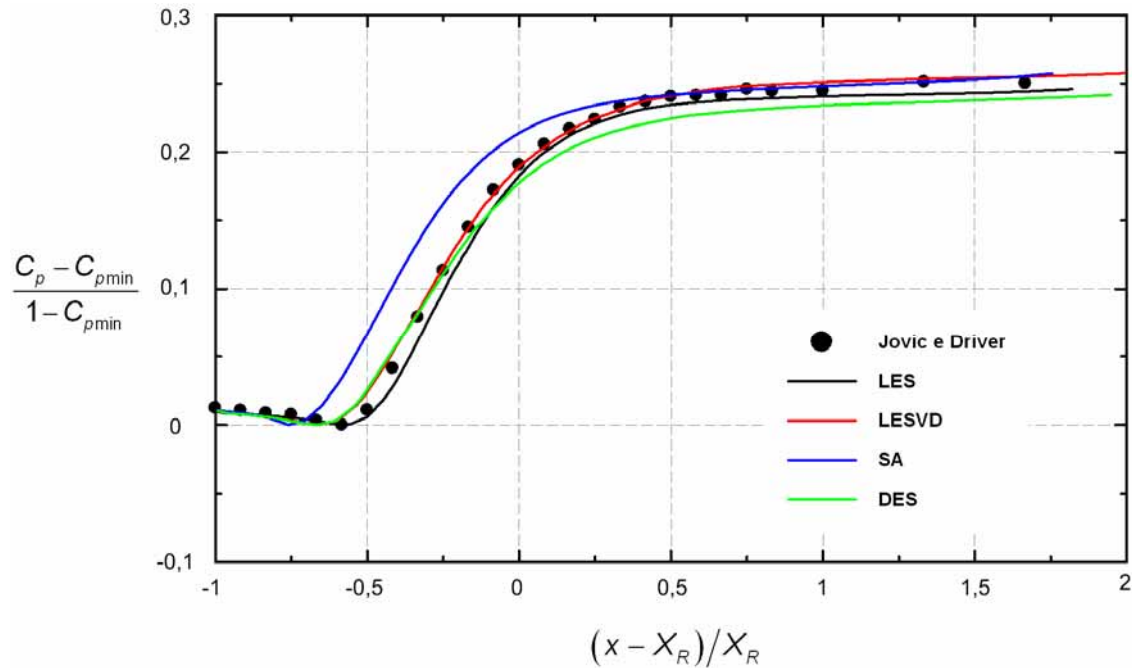


Figura 5.27. Coeficiente de pressão normalizado em função da distância normalizada.

A normalização realça fatos interessantes sobre o coeficiente de pressão. A defasagem da curva do caso LES observada na Figura 5.26 praticamente desaparece, devido à normalização da coordenada x e o patamar alcançado é mais próximo do experimental. Os casos LESVD e DES praticamente não sofrem influência, demonstrando a consistência de seus resultados. Essa pequena modificação é justificável, tendo em vista que os melhores valores do comprimento de recolamento foram obtidos com essas metodologias.

O caso mais prejudicado com a normalização foi o SA, que, devido ao grande comprimento de recolamento, teve sua curva atrasada em relação aos demais casos, demonstrando falta de consistência dos resultados gerados pelo modelo de Spalart-Allmaras.

Considerando o ponto de recolamento, onde $(x - X_R)/X_R = 0$, os casos LES, LESVD e DES apresentam praticamente o mesmo C_p , enquanto o caso SA apresenta um valor maior.

5.6 Velocidade média, flutuações e tensor de Reynolds

Contornos de velocidade longitudinal instantânea u são apresentados na Figura 5.28 em um plano x - y , sendo as velocidades negativas identificadas por linhas tracejadas. Há formação da camada cisalhante na aresta do degrau desenvolvendo-se até a colisão com a parede inferior do domínio. Assim como em todos os resultados anteriores, o modelo SA apresenta um comportamento estacionário, eliminando qualquer tipo de instabilidade captada com os demais modelos.

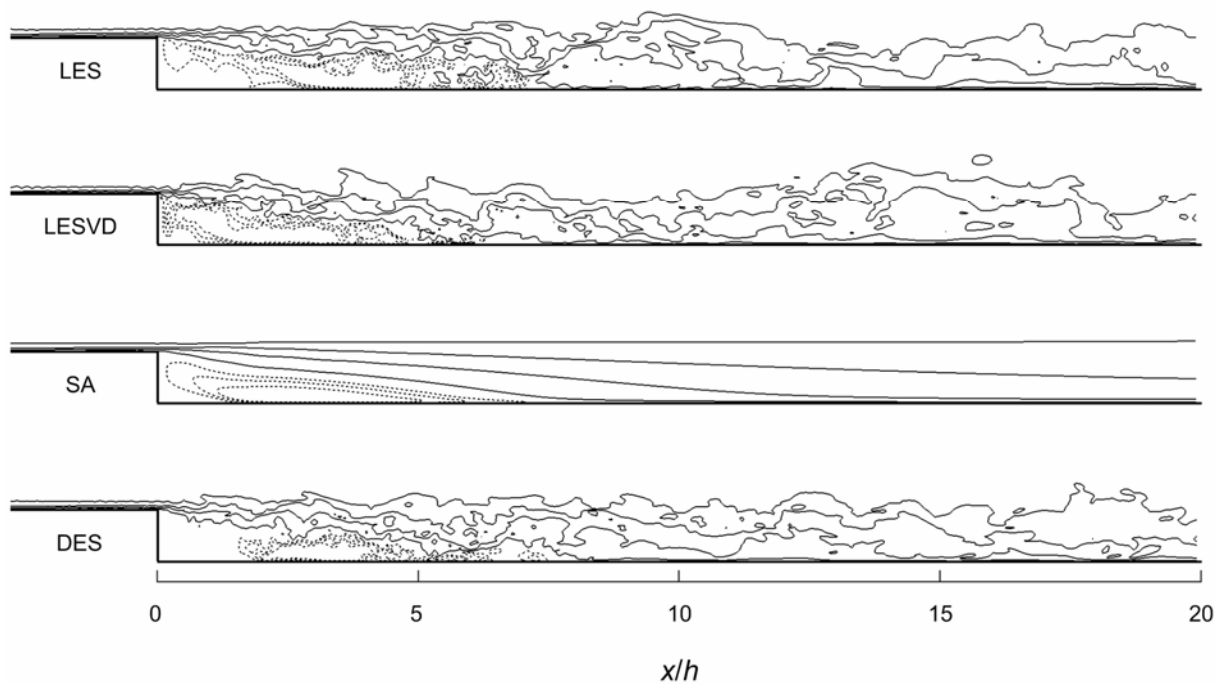


Figura 5.28. Contornos de velocidade longitudinal instantânea u/U_0 . — contornos positivos: 0,1, 0,3, 0,5 e 0,7. ----- contornos negativos: -0,1, -0,05 e -0,01.

A alternância de regiões de velocidade vertical instantânea v positivas e negativas na Figura 5.29 indica a presença de vórtices cujos eixos são paralelos à direção z (*spanwise vortices*) para os casos LES, LESVD e DES.

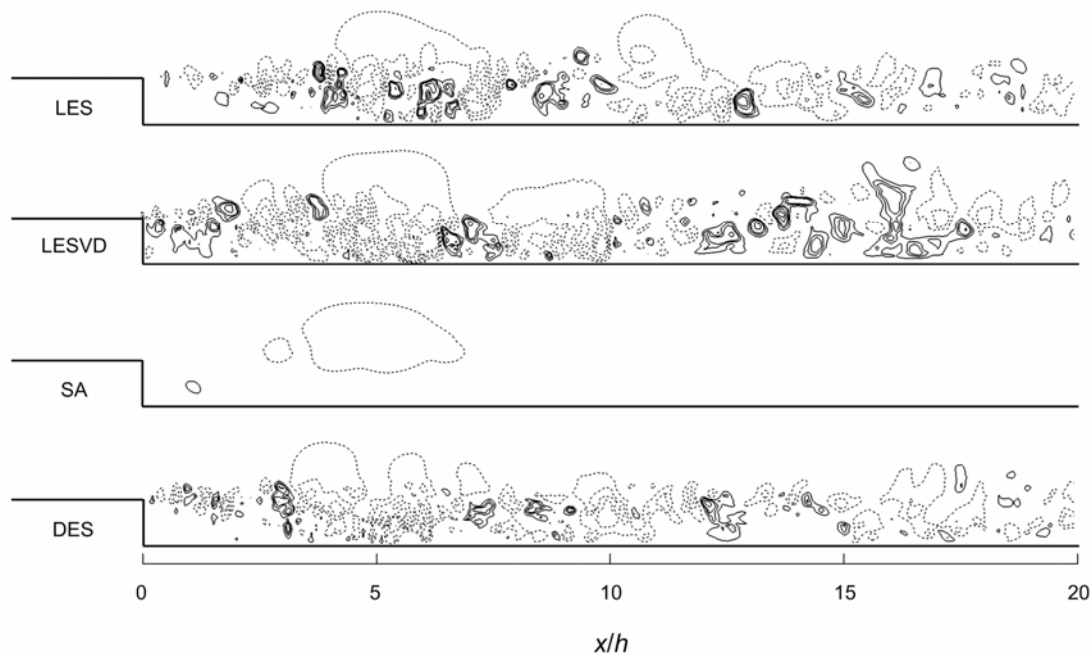


Figura 5.29. Contornos de velocidade vertical instantânea v/U_0 . — contornos positivos: 0,05, 0,08, 0,1, 0,15 e 0,2. ----- contornos negativos: -0,2, -0,15, -0,1 e -0,05.

As Figuras 5.28 e 5.29 apresentam apenas alguns contornos de velocidade, porém essas componentes podem atingir valores maiores do que os indicados, chegando a $|u/U_0|_{\max} = 1,25$ e $|v/U_0|_{\max} = 0,6$ nos casos LES, LESVD e DES. As velocidades máximas ocorrem nas proximidades do ponto de recolamento. Na direção x o ponto de maior velocidade ocorre no interior da camada cisalhante e na direção y próximo à parede inferior. Os valores encontrados para o modelo SA são bastante modestos. Esses resultados concordam com os dados de Le, Moin e Kim (1997): $|u/U_0|_{\max} = 1,3$ e $|v/U_0|_{\max} = 0,8$, mas com diferenças, principalmente na componente vertical, ver Tabela 5.6.

Tabela 5.6. Valores máximos e mínimos das componentes de velocidade u e v e máximo de viscosidade.

CASO	$u_{\max}/U_0$	$u_{\min}/U_0$	$v_{\max}/U_0$	$v_{\min}/U_0$	$\mu_{ef_{\max}}/\mu$
LES	1,23	-0,57	0,50	-0,60	4,86
LESVD	1,25	-0,55	0,42	-0,60	4,04
SA	1,00	-0,21	0,06	-0,07	65,00
DES	1,22	-0,52	0,47	-0,59	4,45

As diferenças na componente vertical são bastante acentuadas quando comparadas aos resultados de *DNS* de Le, Moin e Kim (1997), não sendo encontrados motivos aparentes para uma diferença tão grande. O que se destaca mais uma vez é o comportamento totalmente diferente do modelo de Spalart-Allmaras que, devido à falta de flutuações nas três componentes da velocidade, apresenta um comportamento médio controlado pelo grande valor de viscosidade calculado pelo modelo.

Os perfis de velocidade média U na direção x são apresentados na Figura 5.30 em quatro estações de interesse: antes do recolamento ($x/h = 4$), próximo ao recolamento ($x/h = 6$), depois do recolamento ($x/h = 10$) e afastado do recolamento ($x/h = 19$).

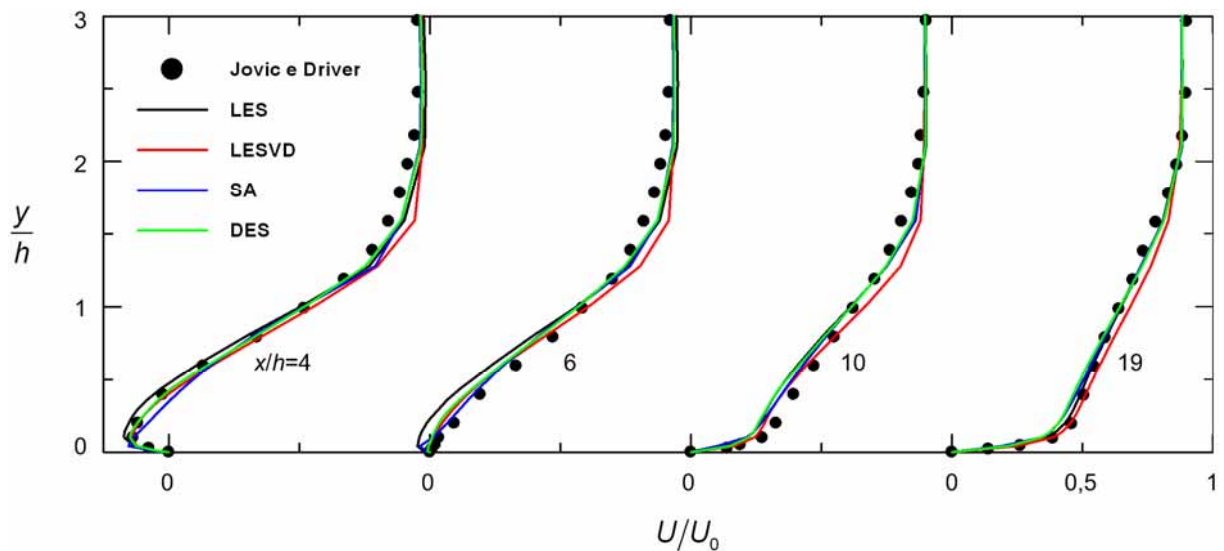


Figura 5.30. Perfis de velocidade média U em quatro estações distintas.

Aparentemente todos os modelos apresentam bons resultados, sendo as discrepâncias mais visíveis a subpredição do modelo LES e a superpredição do modelo SA nas proximidades da parede inferior para a estação $x/h = 4$. O grande comprimento de recolamento previsto pelo caso LES, tende a atrasar tanto o perfil de velocidade em $x/h = 4$ quanto $x/h = 6$, causando o seu afastamento dos dados experimentais de Jovic e Driver (1994).

Apesar de muito próximo dos outros resultados, o caso SA apresenta uma forma diferente para o perfil de velocidade na estação $x/h = 4$ próximo à parede inferior, com uma mudança brusca de velocidade, o que não acontece para os casos LES, LESVD e DES, onde os perfis têm uma mudança suave de velocidade, acompanhando a tendência dos dados experimentais. Essa mesma mudança brusca é observada na estação $x/h = 6$, próxima ao comprimento de recolamento.

O caso LESVD apresenta fidelidade para as regiões parietais assim como o caso DES, porém já possui uma certa defasagem na estação $x/h = 4$ para $y/h > 1$, onde sua velocidade é superestimada. Esta defasagem tende a se dissipar originando um perfil adiantado na estação $x/h = 19$. O caso DES é o que apresenta os melhores resultados, reproduzindo os dados experimentais com grande acurácia na estação $x/h = 4$, com uma pequena subpredição na estação $x/h = 6$ para $y/h < 0,5$ e seguindo muito bem os dados experimentais para $x/h = 10$ e $x/h = 19$.

Essa defasagem sistemática que todos os modelos apresentam nas estações $x/h = 4$ e $x/h = 6$ para $1,5 < y/h < 2$ também foi obtida por Le, Moin e Kim. (1997) em suas simulações numéricas diretas.

Na região de recolamento os resultados se apresentam bastante próximos, recuperando com acurácia os efeitos de desenvolvimento da nova camada limite, mas ainda sentindo os efeitos da expansão do degrau, deixando os perfis em $x/h = 10$ e $x/h = 19$ com um certo grau de inflexão. Isto é um indicativo que a camada limite depois do recolamento não segue o padrão de uma camada limite turbulenta mesmo depois de uma grande distância de desenvolvimento. Assim, notam-se acentuadas diferenças quando os perfis são apresentados juntamente com a lei *log* para a camada limite, como pode ser constatado na Figura 5.31, a qual apresenta a velocidade para uma estação logo após o ponto de recolamento $x/h = 10$, percebendo-se que nenhum modelo consegue acompanhar os dados experimentais em toda a faixa de y^+ mostrada. A tendência dos dados experimentais é bem descrita pelos modelos LES, LESVD e DES, já o caso SA apresenta uma evolução bastante discrepante, ultrapassando os dados experimentais sem apresentar uma região logarítmica definida.

O caso LES produz razoavelmente bem os dados experimentais, tendo coerência na inclinação da região logarítmica, mas com velocidades inferiores às medidas por Jovic e Driver (1994) para $y^+ < 200$, a partir de onde apresenta uma velocidade levemente superior. Apesar da defasagem, o caso LES é o que tem os resultados mais próximo para u^+ máximo igual a 27.

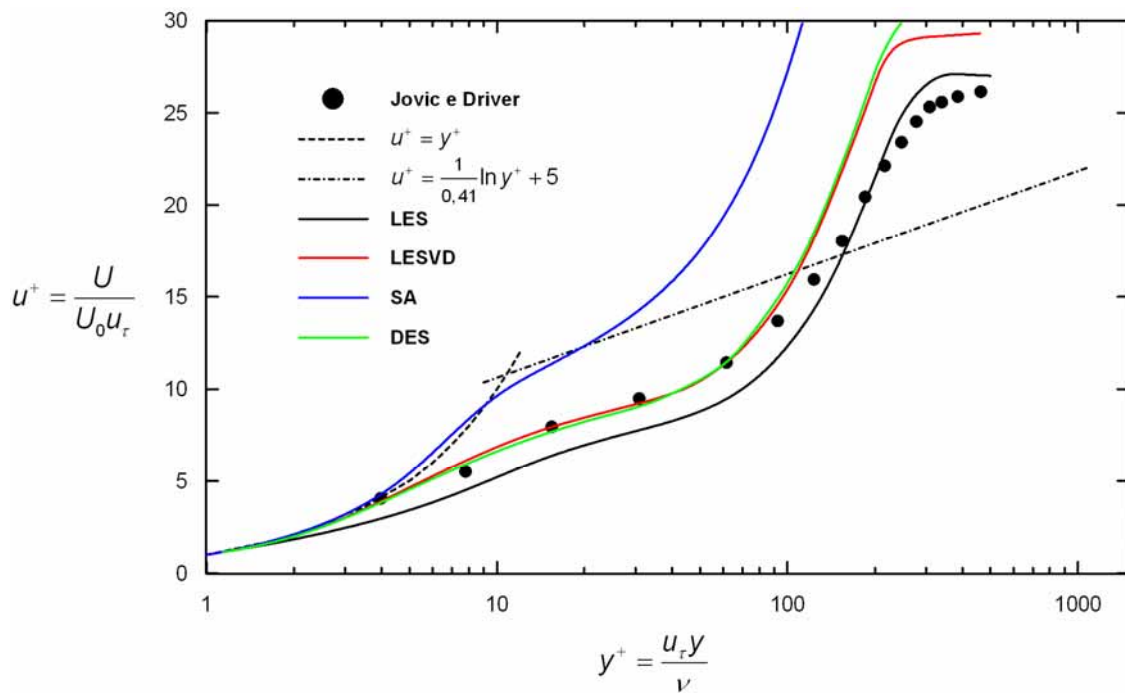


Figura 5.31. Perfis de velocidade média u^+ em função de y^+ . Estação $x/h = 10$.

Os casos LESVD e DES mantêm a similaridade constada em todos os dados apresentados anteriormente, sendo os únicos modelos a descrever a inclinação e o patamar da região logarítmica satisfatoriamente. A descrição é fiel para $y^+ < 100$, a partir de onde valores superiores aos experimentais são observados. O valor de u^+ máximo obtido para o caso DES é bastante superior ao experimental, enquanto o caso LESVD apresenta um valor menor, mas ainda superior ao experimental.

As diferenças observadas são esperadas para o modelo LES, visto que este apresenta dificuldades conhecidas em regiões parietais. Sua modificação através da função de amortecimento de Van Driest tende a corrigir esse problema, porém a partir de $y^+ = 100$ os resultados do caso LESVD se afastam do experimento, tendo o modelo DES o mesmo comportamento. A boa descrição parietal dos modelos RANS é posta em questão, pelo menos para o modelo de Spalart-Allmaras, quando observamos os resultados do modelo SA da Figura 5.31.

Visto que o comprimento de recolamento previsto pelos modelos variou bastante, a Figura 5.32 apresenta os resultados para velocidade média u^+ em uma estação bastante a jusante do ponto de recolamento. Os fortes indícios topológicos apresentados nas seções anteriores são aqui confirmados pelos dados experimentais e numéricos, os quais indicam que mesmo depois de uma distância longitudinal de $19h$, a camada limite formada após o

recolamento não se apresenta totalmente desenvolvida, convergindo lentamente para a lei *log*. Isso é resultado da influência da camada cisalhante presente no escoamento a montante.

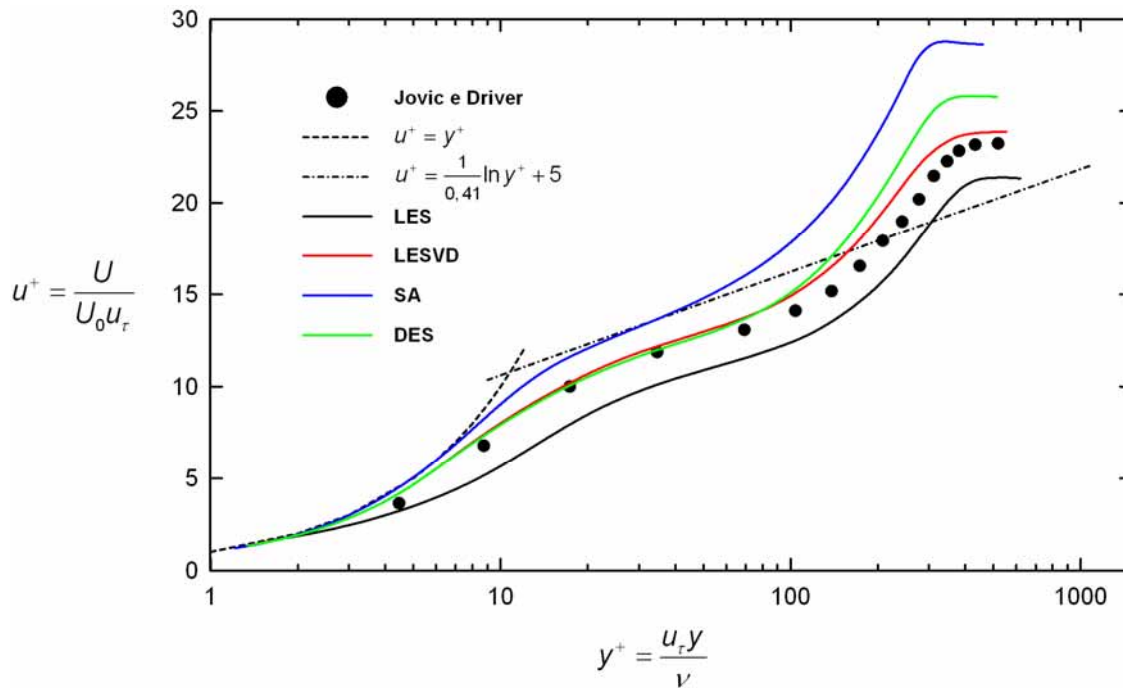


Figura 5.32. Perfis de velocidade média u^+ e coordenadas y^+ . Estação $x/h = 19$.

Além do efeito da camada cisalhante, a presença de um forte gradiente de pressão acaba por modificar os perfis de velocidade, afastando-os dos resultados previstos pela lei *log*, válida para camadas limites sem gradiente de pressão. Uma avaliação do uso da lei *log* para escoamentos com gradiente adverso de pressão foi feita por Nagano, Tagawq e Tsuji (1991). As conclusões dos experimentos são as mesmas encontradas nos resultados para o degrau de Jovic e Driver (1994) e obtidas aqui para os casos LES, LESVD e DES.

Uma comparação entre os resultados obtidos para os casos LESVD, DES com os dados de Nagano, Tagawq e Tsuji (1991) juntamente com os dados de Jovic e Driver (1994) e a lei *log* encontra-se na Figura 5.33. Os dados experimentais de Nagano, Tagawq e Tsuji (1991) correspondem a uma camada limite turbulenta sob forte gradiente de pressão. Outros resultados para gradientes de pressão menores também estão disponíveis, sendo nesses casos a defasagem em relação à lei *log* menor.

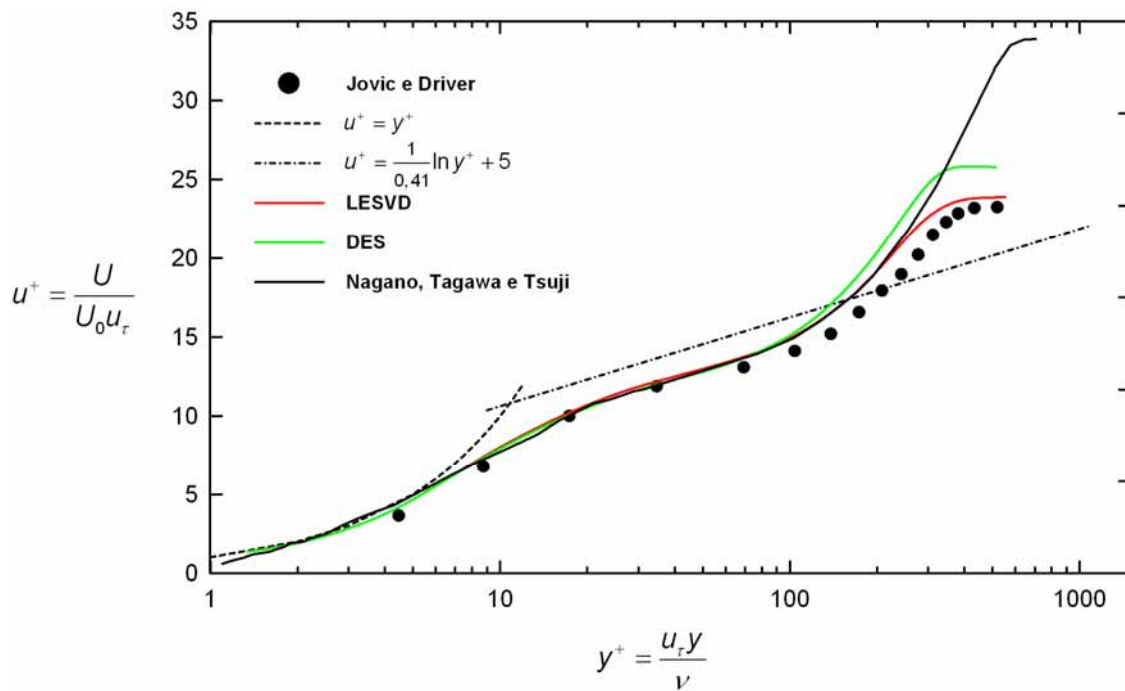


Figura 5.33. Efeito do gradiente adverso de pressão. Estação $x/h = 19$.

As características da camada limite turbulenta de Nagano, Tagawa e Tsuji (1991) referentes ao gradiente adverso de pressão são expressas através de:

$$P_+ = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,0251, \quad (5.7)$$

$$G = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,46. \quad (5.8)$$

onde P_+ é um parâmetro adimensional e G o parâmetro de Clauser.

A comparação com os dados do degrau não é trivial, visto que o gradiente de pressão na direção x não é constante, variando bastante com a direção longitudinal de acordo com a Figura 5.27. Mas, percebe-se que os modelos LES, LESVD e DES são sensíveis ao gradiente de pressão encontrado nas proximidades da região de recolamento.

Comparando-se a Figura 5.31 com a Figura 5.32, percebe-se que o u^+ máximo tem seu valor diminuído para todos os casos, ficando os resultados dos casos LESVD, DES e SA mais próximos do experimento. O caso LES tem seu u^+ máximo também diminuído, ficando agora com uma defasagem praticamente constante.

É interessante observar na Figura 5.34 que, quando comparadas a evolução dos perfis de velocidade entre as estações $x/h = 10$ e $x/h = 19$, diferentemente dos casos LES, LESVD e DES, o caso SA não apresenta a defasagem da parte logarítmica em relação à lei $\log$, mesmo na estação $x/h = 10$ onde o gradiente de pressão é bastante forte devido à proximidade da zona de recolamento. Além disso, um curioso comportamento é constatado ao observarmos o ponto de inflexão do caso SA, que independente da posição x/h , ocorre sempre sobre a região logarítmica da lei $\log$.

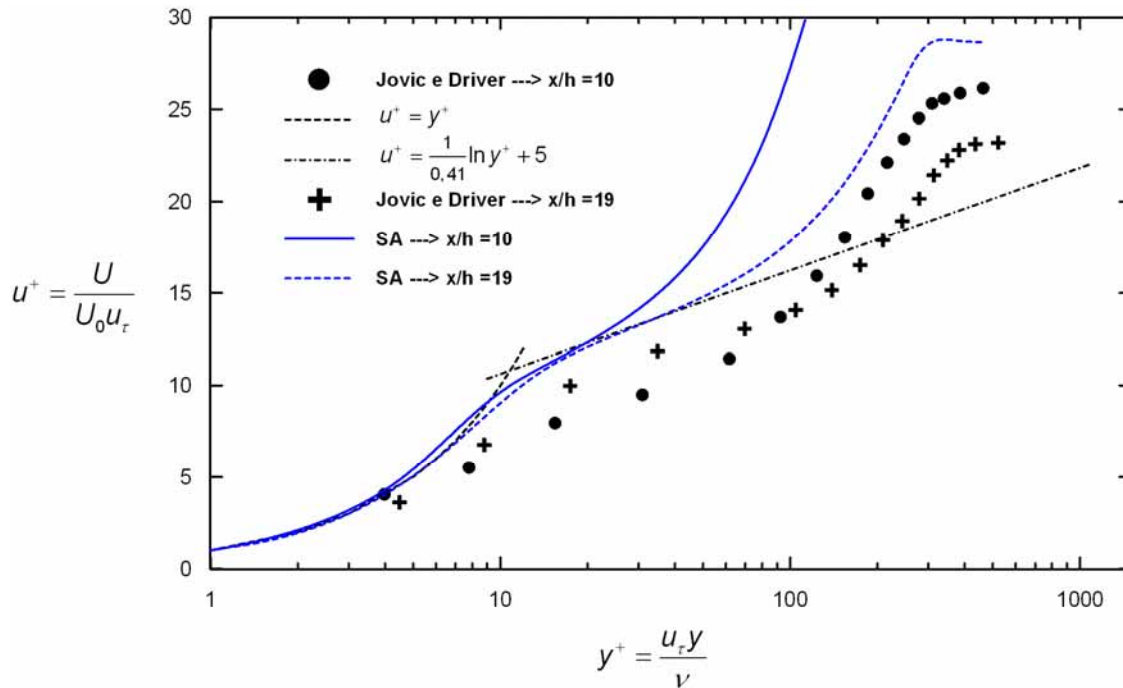


Figura 5.34. Perfis de velocidade média u^+ . Caso SA, $x/h = 10$.

Esse comportamento é comum em modelos RANS, que são “treinados” para descrever escoamentos do tipo camada limite, com muitas constantes que calibram os modelos para essa classe de escoamento, mas sempre a gradiente de pressão nulo. O que aparenta estar acontecendo no escoamento sobre o degrau é que, simplesmente o modelo desconsidera o gradiente adverso de pressão e modela a região de recolamento como uma camada limite em desenvolvimento com gradiente de pressão nulo.

Essa constatação é sustentada pela localização do ponto de inflexão do perfil de velocidade, onde o modelo força o seu desenvolvimento exato sobre a lei $\log$, efeito este bastante visível na estação $x/h = 19$. Esta característica de falta ou fraca sensibilidade ao gradiente adverso de pressão pode comprometer a aplicação do modelo de Spalart-Allmaras em escoamentos com descolamentos onde ele é utilizado. Um estudo mais

apurado sobre o assunto se faz necessário, avaliando em outras situações a ocorrência ou não desse fenômeno.

A zona de recirculação é outra região que apresenta particularidades no escoamento sobre o degrau. Dados experimentais indicam que essa zona apresenta um comportamento mais próximo do laminar do que turbulento, apesar das intensas flutuações encontradas em seu interior. Além disso, há um gradiente favorável de pressão no interior da recirculação, conforme mostra a Figura 5.35.

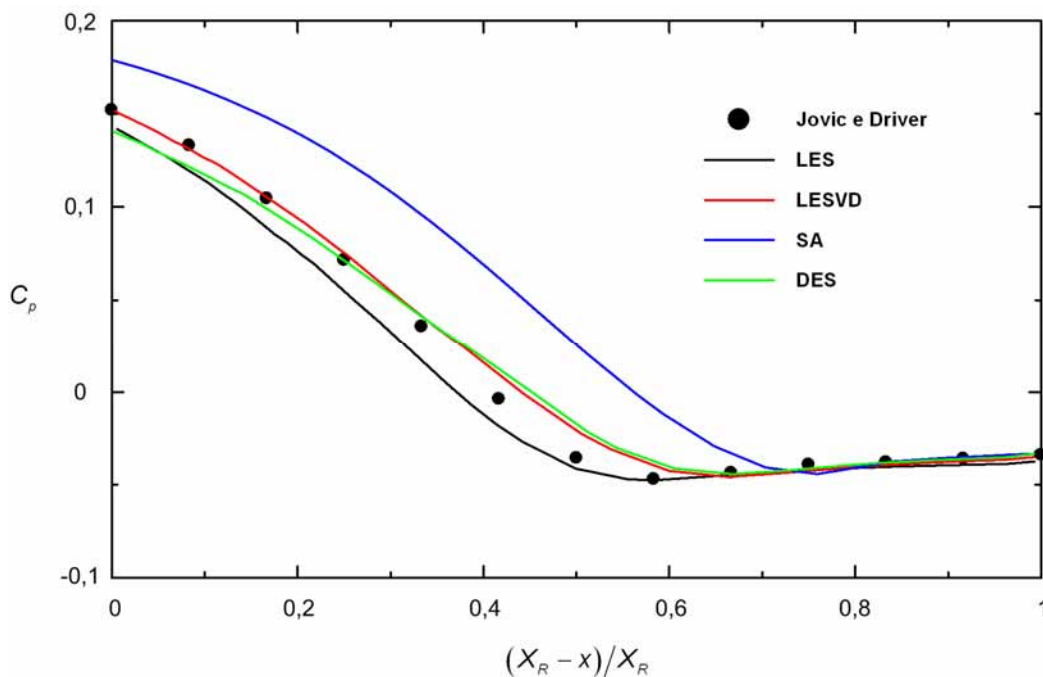


Figura 5.35. Gradiente de pressão favorável no interior da recirculação principal.

O gradiente é favorável até atingir $(X_R - x)/X_R \approx 0,6$, onde o escoamento encontra um gradiente adverso devido à presença da recirculação secundária. Quando analisada do ponto de vista do coeficiente de atrito e dos perfis de velocidade média junto à parede, esta camada limite apresenta características que se afastam dos valores comumente encontrados em uma camada limite turbulenta, a começar pelo fator de atrito, mais próximo do laminar do que do turbulento.

Simpson (1983) sugere uma normalização empírica para a região definida como $(0,02 < y/N < 1)$ onde N é a distância da parede ao ponto de máxima velocidade negativa U_N , alegando que na região muito próxima à parede os efeitos viscosos dominam e a relação $u^+ = y^+$ é válida, enquanto que, afastando-se da parede que U/U_N é função de y/N .

$$\frac{U}{U_N} = A \left[\frac{y}{N} - \ln \left(\frac{y}{N} \right) - 1 \right] - 1; \quad A = 0,3. \quad (5.9)$$

Como pode ser visto na Figura 5.36 a normalização não é muito precisa, mas percebe-se que todos os modelos seguem a tendência da curva e dos dados experimentais para $x/h = 4$.

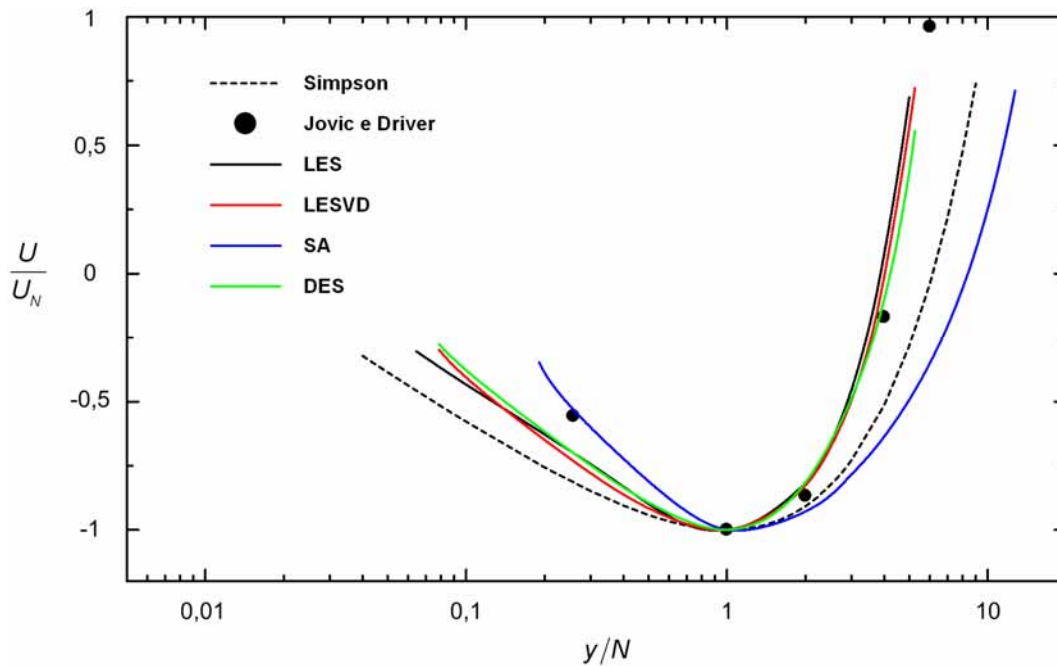


Figura 5.36. Velocidade normalizada no interior da recirculação. Estação $x/h = 4$.

É interessante observar que os modelos LES, LESVD e DES praticamente colapsam sobre a mesma curva. A representação desses modelos para $y/N \geq 1$ é bastante coerente com os dados de Jovic e Driver (1994), mas há diferenças para a região parietal $y/N < 1$.

Efeito contrário ao dos modelos LES, LESVD e DES é apresentado pelo caso SA, que reproduz os dados experimentais junto à parede, $y/N < 1$, e falha na região $y/N > 1$. Este comportamento acaba por justificar a boa descrição parietal dos modelos RANS, mas deve-se levar em conta que a normalização de Simpson (1993) pode apresentar imprecisão. No entanto, Adams, Johnston e Eaton (1984) utilizaram a normalização de Simpson, obtendo certa coerência para diversos números de Reynolds e diferentes condições da camada limite de entrada.

A zona de recirculação é de grande interesse e apresenta peculiaridades, sendo resultado de interações de diferentes escoamentos, parietais e cisalhantes livres, apresentando características de escoamento turbulento, mas ao mesmo tempo de escoamento laminar. Dados experimentais de espectros de energia nessa região são encontrados em Adams, Johnston e Eaton (1984) e Simpson et al. (1990) onde essa mistura de comportamentos é abordada do ponto de vista estatístico.

Apesar dos resultados obtidos para camada limite no interior da recirculação principal indicarem que se trata de um escoamento laminar, a camada cisalhante turbulenta formada a partir camada limite de entrada induz altas perturbações na bolha de recirculação, dando um caráter turbulento ao escoamento. Este se manifesta na forma de um escoamento com altas flutuações nas três componentes de velocidade. A evolução transversal dos valores RMS das componentes u e v e a componente do Reynolds $\overline{u'v'}$ são apresentados na Figura 5.37 para quatro estações juntamente com os dados de Jovic e Driver (1994).

Os resultados são satisfatórios para os casos LES, LESVD e DES, com boa reprodução dos dados experimentais, mas algumas diferenças também são visíveis. Já o caso SA simplesmente não apresenta qualquer nível de flutuação significativo. Na Figura 5.37 (a), percebe-se que na estação $x/h = 4$ todos os modelos apresentam um nível de flutuação u' mais baixo que o experimental, causado pelo déficit de intensidade turbulenta na camada limite de entrada. Esse déficit é amenizado ao longo do escoamento pela produção de turbulência na zona de recolamento e interação com a camada cisalhante. Além disso, para todos os casos, os níveis máximos de intensidade de u' são inferiores aos dados experimentais, podendo ser este fato decorrente da modelagem ou das condições de contorno constantes impostas.

Para a estação $x/h = 10$ os dados de Jovic e Driver (1994) mostram o pico de flutuação mais desenvolvido junto à parede, fato esse ocorrido também na simulação numérica direta de Le et al. (1997). Já na estação $x/h = 19$, este pico é alcançado pelos casos LES e LESVD mas ainda é tímido no caso DES. Apesar de elevado, o pico no caso LES ocorre a uma altura y/h superior aos casos DES, LESVD e aos dados experimentais, possivelmente pelas dificuldades apresentadas pelo modelo em escoamentos parietais.

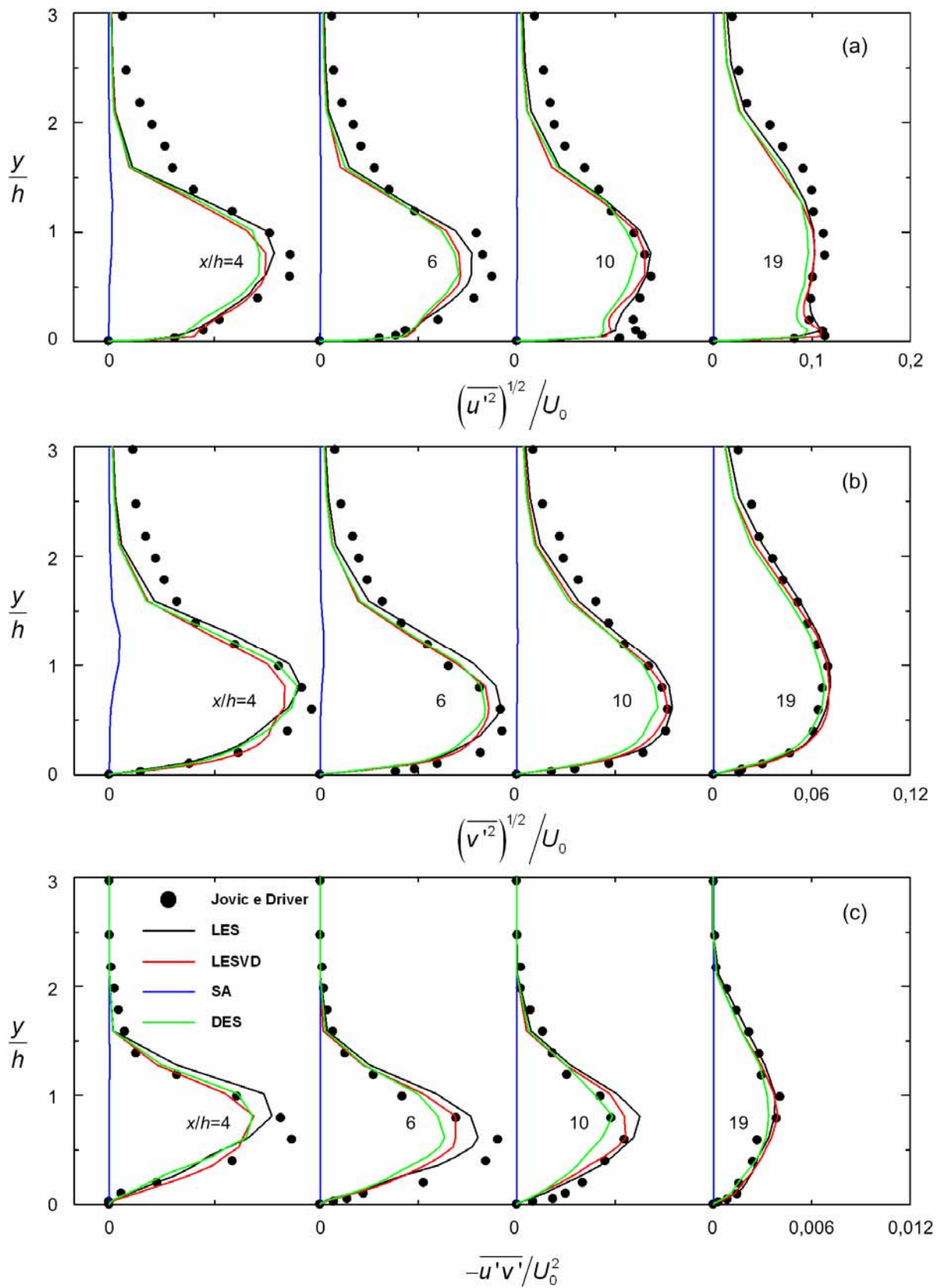


Figura 5.37. Perfis RMS de velocidade e componente $\overline{u'v'}$ do Tensor de Reynolds.

Na Figura 5.37 (b) nota-se também a falta de informação turbulenta da camada limite de entrada, sendo as flutuações v' captadas por todos os modelos abaixo dos níveis experimentais para $y/h > 1,5$. Com exceção dessa subpredição na região cisalhante, os níveis previstos pelos modelos LES, LESVD e DES são muito bons. Uma pequena superestimação para o caso LES é detectada na faixa $0,5 < y/h < 1,5$ nas estações $x/h = 4$ e $x/h = 6$, fato esse apreciável em todas as estações dos resultados de Le, Moin e Kim (1997). Ainda que ínfimo, o caso SA apresenta um pequeno nível de flutuação nas proximidades de $y/h = 1$, mas nada que venha a gerar alguma estrutura turbilhonar.

Diferenças maiores em relação aos dados experimentais e entre os diversos modelos testados são constadas quando analisamos a componente $\overline{u'v'}$ do tensor de Reynolds, Figura 5.37 (c). Para a estação $x/h = 4$ o valor máximo experimental não é alcançado por nenhum modelo, sendo o LES o que chega mais próximo. Os casos LESVD e DES apresentam resultados iguais, prevendo um valor máximo inferior ao experimental. Para a estação $x/h = 6$ mantém-se essa subpredição, mas com um distanciamento entre os resultados dos casos LESVD e DES, com o LESVD prevendo um máximo mais próximo de experimental. Na estação $x/h = 10$ os resultados são melhores, ocorrendo uma superestimação do valor máximo pelo caso LES. O modelo LESVD prevê com mais acurácia a curva experimental do que o modelo DES, na faixa $y/h < 1$ onde todos os modelos subestimam o valor da componente do tensor de Reynolds. Na estação $x/h = 19$ os resultados são muito próximos aos experimentais, destacando-se a leve defasagem da curva do caso DES. Assim como para as componentes de flutuação u' e v' o componente $\overline{u'v'}$ do tensor de Reynolds mostra-se nulo em todas as estações para o caso SA na Figura 5.37 (c).

Com base nos dados apresentados nas seções anteriores é possível avaliar as qualidades de cada um dos modelos de turbulência testados. Seus méritos e deficiências são realçados no escoamento sobre o degrau, que, apesar de simples geometricamente, consegue simular regiões parietais, cisalhantes livres, descolamento, recolamento e interação entre essas zonas. Os casos LES, LESVD e DES apresentam resultados topológicos muito semelhantes, formando os mesmos tipos de estrutura e diferindo mais drasticamente no comprimento de recolamento. O caso SA é muito diferente, não gerando nenhum tipo de instabilidade ou flutuação, apresentando uma solução média no tempo e perdendo bastante informação da física do escoamento.

As evoluções da velocidade, do coeficiente de pressão e do tamanho de bolhas de recirculação são fortemente dependentes do comprimento de recolamento, justificando as semelhanças entre os casos LESVD e DES que prevêem um X_R quase idêntico. Valores

superestimados são previstos pelos casos LES e SA, apesar de, entre os modelos, os resultados serem diferentes. Sem dúvida o papel do modelo de turbulência fica realçado quando analisamos os resultados, mas a suspeita de que as condições de contorno possam estar influenciando a qualidade dos resultados é um fato que necessita de maior aprofundamento.

Diversos estudos, sobre a influência das condições de contorno de entrada no degrau já foram realizados experimentalmente, detectando sua forte influência sobre o comprimento de recolamento, já abordados no Capítulo IV. O uso de condições de contorno de entrada permanentes no caso do degrau tem sido uma prática comum e de certa forma satisfatória, como visto na análise dos resultados anteriores. Na utilização de modelos do tipo RANS, onde a própria descrição do escoamento é média, utilizar condições de contorno permanentes é aceitável, visto que o modelo não tem capacidade de simular instabilidades físicas reais em uma camada limite.

Se estivermos interessados em utilizar um modelo capaz de descrever fenômenos complexos como escoamentos turbulentos, nada mais sensato que utilizar condições de contorno igualmente turbulentas. Isto é totalmente justificável na simulação do escoamento sobre o degrau, principalmente no caso onde a camada limite de entrada tem sua espessura da ordem da altura do degrau. O conteúdo turbulento da camada limite de entrada afeta a estrutura do escoamento após a expansão e a estrutura do escoamento após expansão pode afetar a camada limite de entrada, como observado nos casos LES, LESVD e DES onde flutuações na camada cisalhante acabam por injetar perturbações na camada limite de entrada.

A influência do nível de perturbação da camada limite de entrada sobre o comprimento de recolamento já foi comprovado experimentalmente por Isomoto e Honami (1989). Portanto, a perturbação induzida pela recirculação principal observada nos casos LES, LESVD e DES pode estar retraindo o comprimento de recolamento, conforme as flutuações se propagam na camada limite de entrada. A Figura 5.38 mostra uma comparação dos perfis de intensidade turbulenta na direção longitudinal para uma estação imediatamente após o degrau. Os níveis de flutuações computados são confrontados com os dados experimentais de Jovic e Driver (1994) para uma estação anterior ao degrau ($x/h = -3$). Percebe-se que os níveis mais elevados são encontrados para os casos LESVD e DES, seguidos pelo caso LES e o caso SA. Apesar dos dados experimentais pertencerem à outra localização, são expostos juntos aos computados como meio de comparação da forma e valor máximo das curvas.

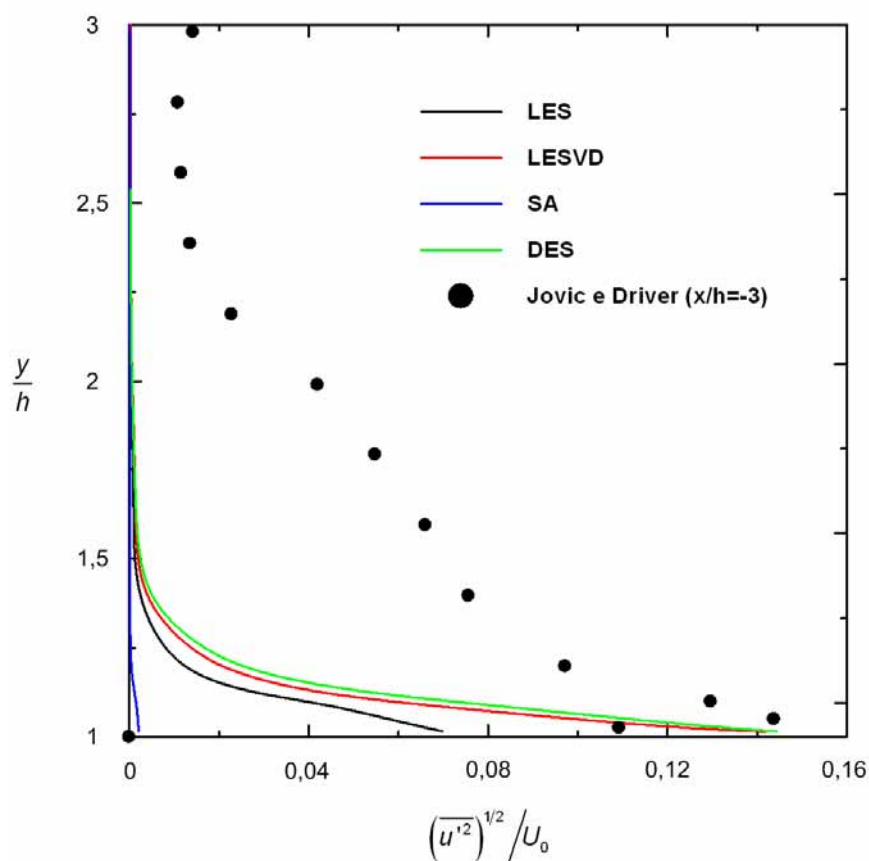


Figura 5.38. Perfis de intensidade turbulenta longitudinal em uma estação imediatamente após o degrau.

Como indicado por experimentos, altos níveis de flutuação da camada limite de entrada remetem a comprimentos menores de recolamento. Isso coloca em questão até que ponto a modelagem é responsável pelos valores encontrados para o comprimento de recolamento. A condição de contorno de entrada pode ter um peso tão elevado quanto à modelagem da turbulência no escoamento sobre o degrau. A próxima seção apresenta resultados que sustentam essa hipótese, sendo o escoamento estudado sob três formas distintas de aplicação das condições de contorno.

5.7 O escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas

A importância das condições de contorno de entrada no caso do escoamento sobre o degrau é sem dúvida grande. A presente seção expõe isso através da comparação de três

modos distintos de aplicação das condições de contorno utilizando o modelo LES de Smagorinsky, Figura 5.39.

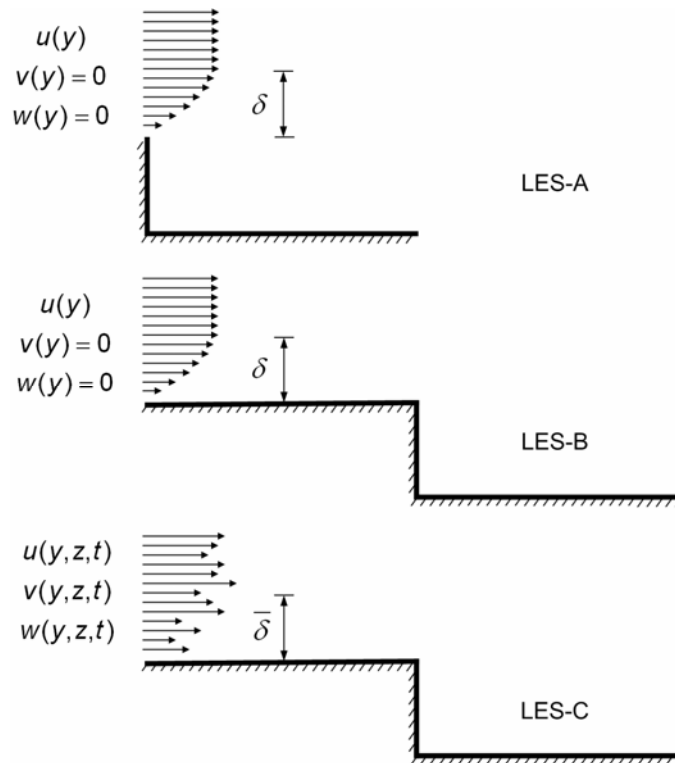


Figura 5.39. Casos comparativos LES-A, LES-B e LES-C.

Através do caso LES-A se pretende desacoplar a influência da perturbação da camada limite de entrada do restante do escoamento. Os casos LES-B e LES-C, com um comprimento de entrada $X_i = 3h$, possibilitam a análise da influência da perturbação injetada pela recirculação principal sobre a camada limite de entrada e a influência de uma camada limite de entrada turbulenta desenvolvida sobre o escoamento no degrau respectivamente.

A aplicação das condições de contorno de entrada para os casos LES-A e LES-B é trivial, bastando impor o perfil de velocidade média, como feito na seção anterior para o caso LES. A principal diferença acontece para o caso LES-A, onde o perfil de velocidades é aplicado exatamente sobre o degrau, sem a presença de um comprimento de entrada. Isso permite isolar totalmente os efeitos da bolha de recirculação sobre a camada limite de entrada. O caso LES-B é na realidade o caso LES da seção anterior, aqui renomeado apenas para fins de comparação com os outros casos.

O caso LES-C é o que requer maior atenção, pois as três componentes da velocidade são funções do tempo e espaço. Isso permite caracterizar completamente a camada limite de entrada, com flutuações e estruturas turbilhonares típicas desse tipo de escoamento, dando um caráter muito mais real à simulação. Mas, ao impor esse tipo de condição de contorno, cria-se mais um problema, o de como gerá-la. Um esforço computacional extra será despendido na geração dessas condições através do método de Lund, Wu e Squires (1998). A seção seguinte apresenta os resultados da simulação de uma camada limite turbulenta com o intuito de validar a metodologia e reproduzir a camada limite de entrada obtida no experimento de Jovic e Driver (1994) com os modelos LES, LESVD e DES.

5.7.1 Simulação da camada limite de entrada

A proposta inicial para a utilização do método de Lund, Wu e Squires (1998) seria unir a geração da condição de contorno ao caso do degrau adicionando um comprimento extra de entrada X_i , permitindo que o próprio caso gerasse suas condições de contorno. No entanto, dificuldades de convergência do método foram observadas no acoplamento do método no caso do degrau, identificando-se forte sensibilidade às condições iniciais e a pequenos gradientes de pressão encontrados no escoamento nas proximidades do degrau.

A solução adotada foi computar os casos separadamente, gerando primeiramente uma camada limite turbulenta e um domínio retangular de onde é extraída uma longa seqüência de planos contendo as velocidades instantâneas u , v e w que são armazenadas e utilizadas como condição de contorno no caso do degrau, Figura 5.40. Essa escolha implica em computar um caso exclusivo para gerar as condições de contorno e pré-armazenar uma grande quantidade de informação, pois os planos são armazenados a cada passo de tempo.

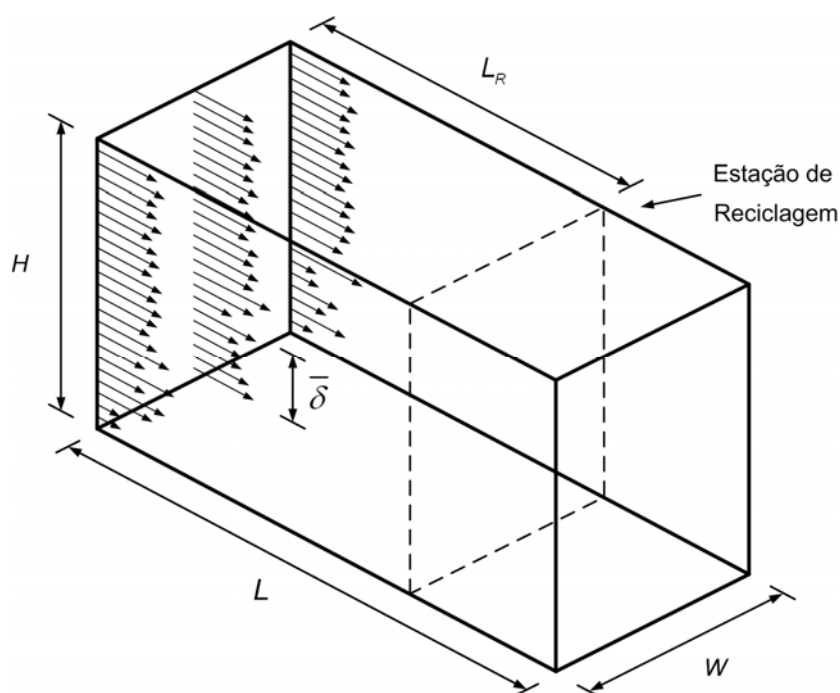


Figura 5.40. Domínio utilizado na simulação da camada limite de entrada.

O tamanho do domínio e os parâmetros da malha utilizados estão intimamente ligados aos casos computados anteriormente para o degrau, com os mesmos níveis de refinamento, sendo representados em função da altura do degrau h , ver Tabela 5.7.

Tabela 5.7. Domínio e malha empregados na simulação da camada limite de entrada.

	L	H	W	L_R	$\bar{\delta}$
	$10h$	$5h$	$4h$	$7h$	$1,15h$
Nº volumes	100	45	40		

O campo inicial de velocidades utilizado nas simulações é formado pelo perfil médio de velocidade obtido por Jovic e Driver (1994) acrescido de um ruído de 10% de U_0 às três componentes. Esse tipo de imposição de um perfil médio de boa qualidade se mostrou essencial à convergência do método. O passo de tempo utilizado é o mesmo que o dos casos LES, LESVD, SA e DES $0,01h/U_0$.

A nomenclatura dos casos para a camada limite de entrada segue o padrão já utilizado, sendo adicionada a terminação LWS, obtendo-se LES-LWS, LESVD-LWS e DES-LWS. Uma vez que o caso SA não apresentou habilidade de simular instabilidades, foi

descartado a utilização de uma condição mais elaborada como a proposta pelo método de Lund, Wu e Squires (1998).

Antes do método de Lund, Wu e Squires (1998), tentou-se a aplicação de um perfil médio com sobreposição de ruído branco, mas nenhuma instabilidade se forma, sendo as flutuações impostas rapidamente dissipadas. O método de Klein, Sadiki e Janika (2003) também foi testado, apresentando resultados medianos, porém, as instabilidades formadas são insignificantes, com as clássicas estrias próximas à parede de baixa intensidade. Além disso, a falta de informação entre as fases das flutuações geradas compromete a representação da condição de contorno aplicada.

Resultados topológicos para iso-superfícies de velocidade nos três casos (LES-LWS, LESVD-LWS E DES-LWS) são apresentados na Figura 5.41. Grande atividade tridimensional é observada, apesar de, em média, o escoamento de uma camada limite ser bidimensional. Estruturas de maior tamanho são observadas nas iso-superfícies $u = 0,95U_0$ para os três casos, que novamente, assim como no degrau apresentam muitas semelhanças. As diferenças são mais apreciáveis para as iso-superfícies $u = 0,5U_0$, que ocorrem junto à parede inferior, com as características estruturas estriadas, sendo essas mais alongadas para os casos LES-LWS e DES-LWS e mais curtas no caso LESVD-LWS.

A Figura 5.42 traz as estrias caracterizadas pelo campo de velocidade u em um plano xz junto à parede, $y = 0,1 \bar{\delta}$. Percebe-se claramente que nos casos LES-LWS e DES-LWS as estruturas são mais alongadas, com estrias de baixa velocidade muito semelhantes, mas com estrias de alta velocidade mais intensas e largas para o caso LES-LWS. Para o caso LESVD-LWS estrias curtas são novamente observadas.

É interessante notar que apesar dos planos apresentados na Figura 5.42 serem muito próximos da parede ($y = 0,1 \bar{\delta}$), velocidades bastante altas são observadas, demonstrando que velocidades da ordem de U_0 são injetadas no interior da camada limite.

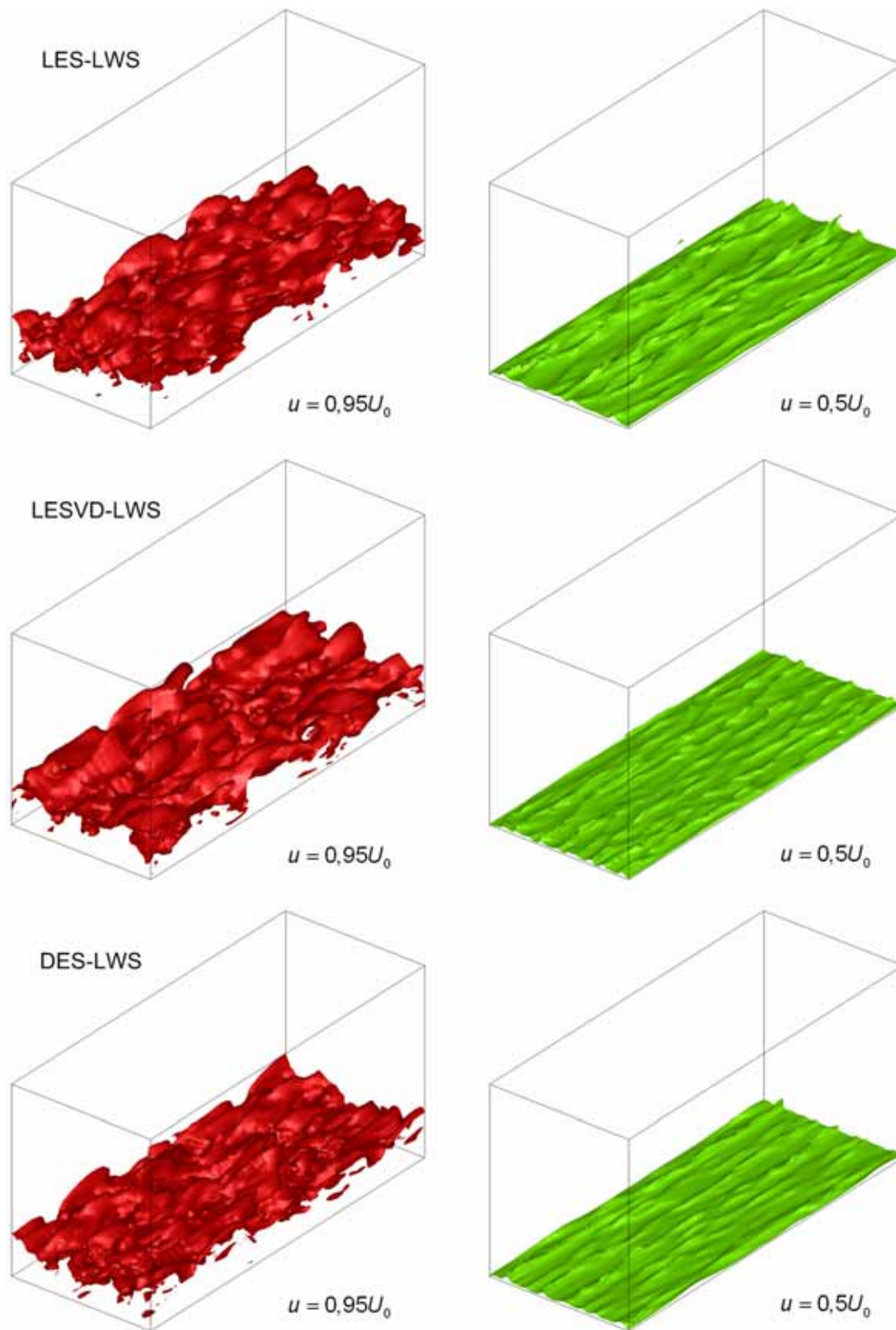


Figura 5.41. Iso-superfícies de velocidade u .

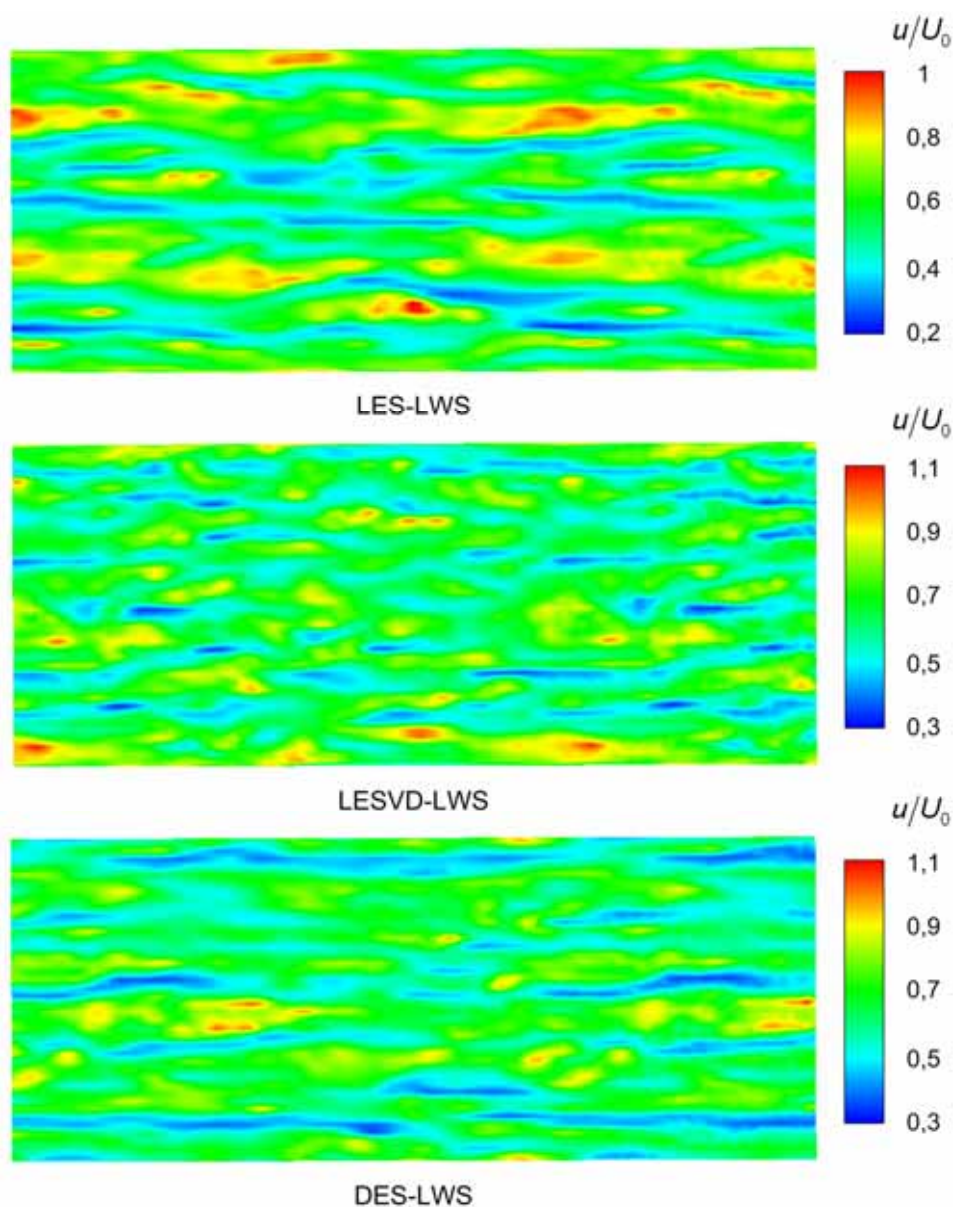


Figura 5.42. Identificação de Estruturas estriadas. Plano xz , $y=0.1h$.

Essa injeção de altas velocidades em regiões próximas à parede fica clara, ao analisarmos um plano de corte zy , Figura 5.43. O caso LES-LWS é o que apresenta as perturbações mais severas, seguido pelo caso LESVD-LWS e DES-LWS, mas o padrão de desenvolvimento das instabilidades é análogo.

Porém, apesar das semelhanças no campo de velocidades, grandes diferenças são observadas nos campos de viscosidade efetiva, Figura 5.44. Padrões semelhantes são observados nos casos LES-LWS e LESVD-LWS para $\mu_{ef} = 1,2\mu$, diferenciando-se pela ausência de viscosidade turbulenta junto à parede para o caso LESVD-LWS devido à

correção imposta pelo amortecimento de Van Driest. O amortecimento tem seu papel realçado para a iso-superfície $\mu_{ef} = 1,5\mu$, com fraca presença de viscosidade para o caso LESVD-LWS e intensa viscosidade efetiva para o caso LES-LWS.

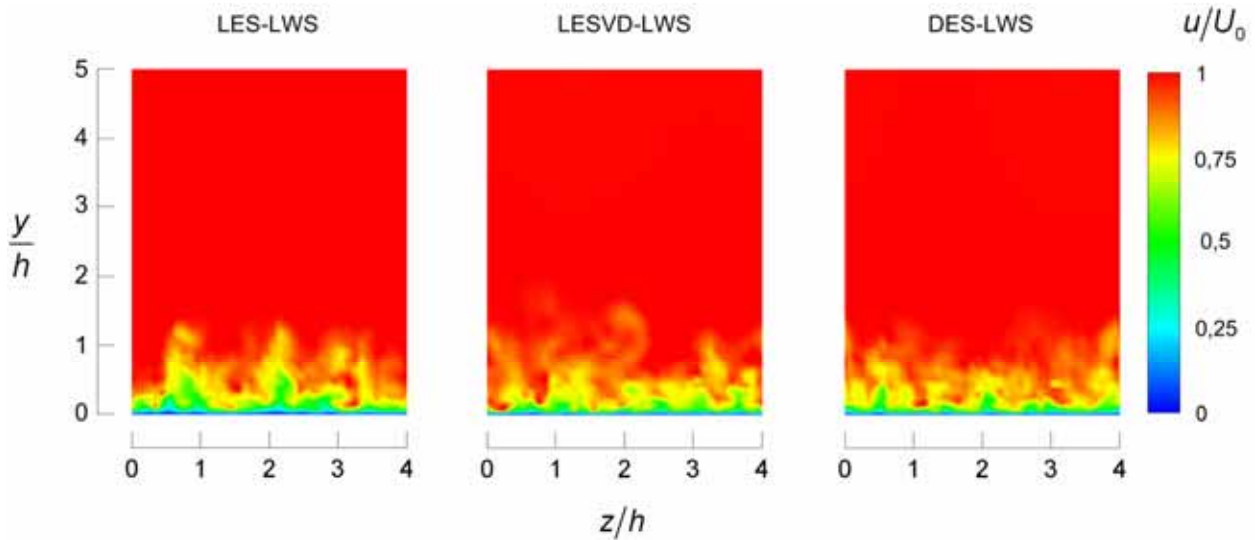


Figura 5.43. Contornos de velocidade longitudinal instantânea. Plano zy .

O caso DES-LWS tem um comportamento bem diferenciado com relação aos casos LES-LWS e LESVD-LWS como pode ser visto na Figura 5.44. Apesar dos campos de velocidade apresentarem estruturas turbilhonares bastante intensas, o campo de viscosidade efetiva apresenta-se mais próximo de um modelo RANS do que de um modelo LES para o caso DES-LWS. Isso já é esperado, visto que o modelo foi desenvolvido para atuar como RANS em regiões parietais e LES em regiões de escoamento cisalhante livre.

Diferenças e semelhanças à parte, o objetivo de utilizar a metodologia desenvolvida por Lund, Wu e Squires (1998) é descrever uma camada limite turbulenta de forma fiel, com seu perfil médio e flutuações como condição de contorno no escoamento sobre o degrau.

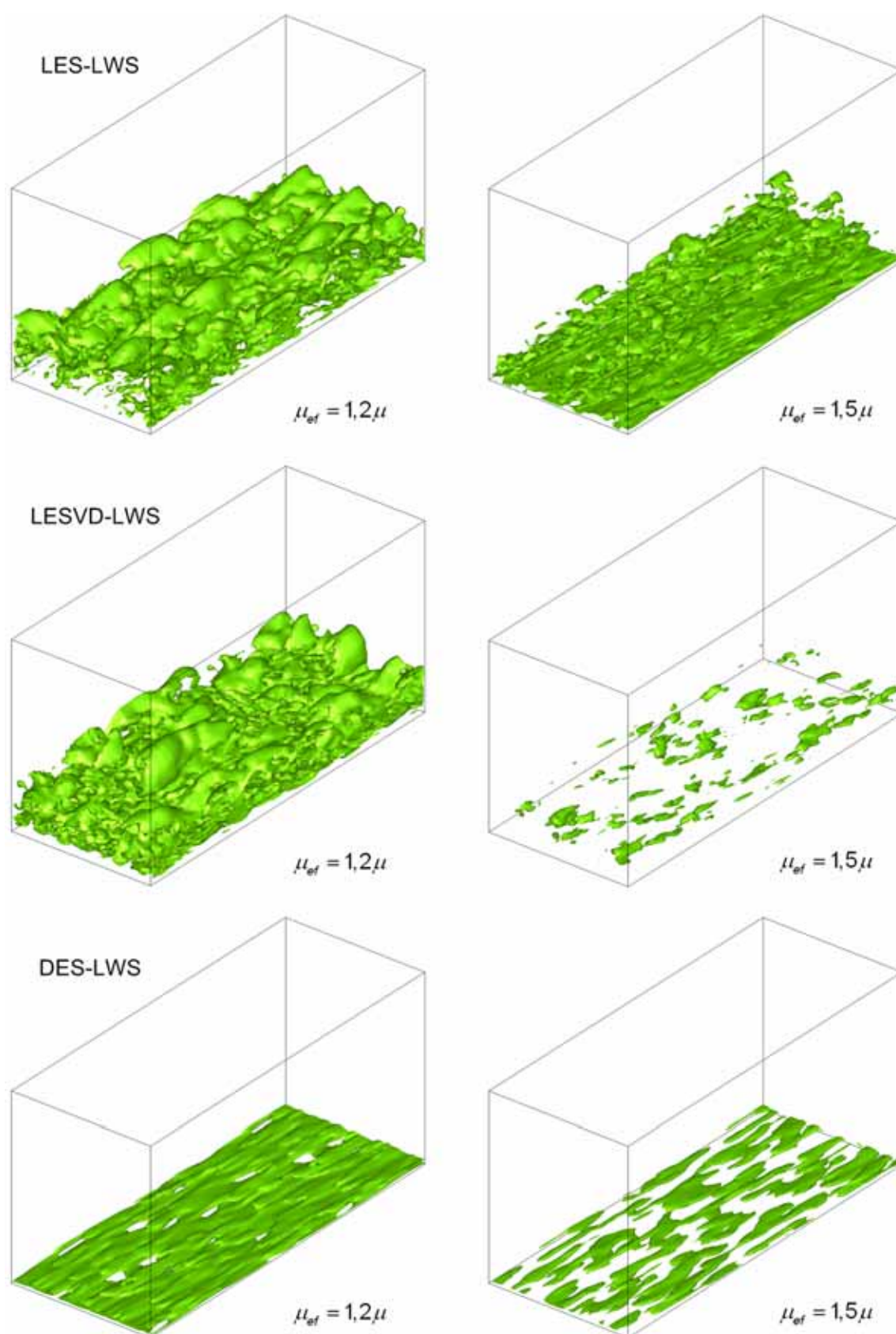


Figura 5.44. Iso-superfícies de viscosidade efetiva.

Os perfis de velocidade média U são apresentados na Figura 5.45, observando excelente concordância com os dados experimentais de Jovic e Driver (1994).

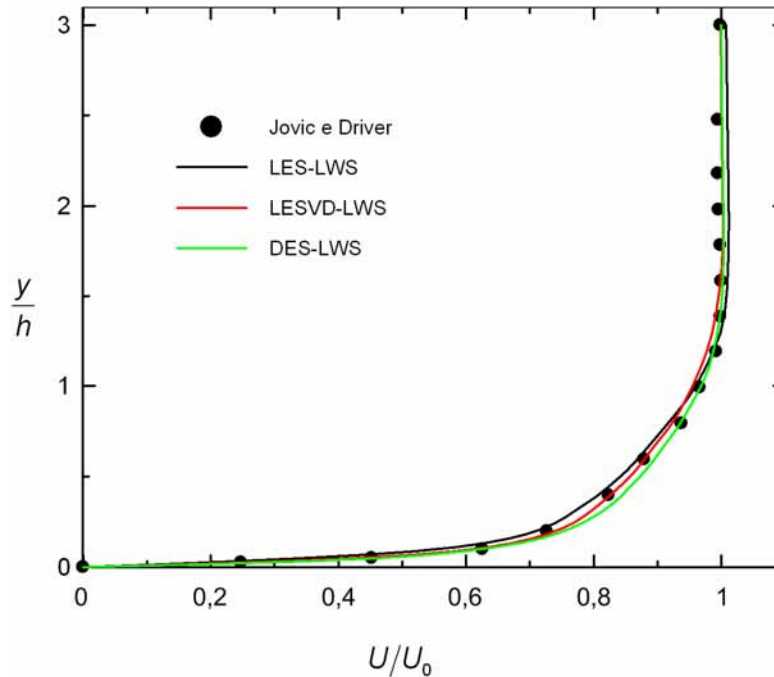


Figura 5.45. Comparação entre os perfis médios de velocidade obtidos pelo método de Lund, Wu e Squires (1998) e os dados experimentais de Jovic e Driver (1994).

Diferenças maiores entre as modelagens ocorrem quando os perfis são apresentados em função da velocidade de cisalhamento em coordenadas logarítmicas, Figura 5.46. Os dados de Jovic e Driver (1994) seguem muito bem a lei $\log$, apesar da região logarítmica ser pequena devido ao relativo baixo número Reynolds envolvido. Nenhuma das três metodologias de modelagem conseguiu recuperar com acuracidade o perfil médio, falha esta possivelmente provocada pela má predição do coeficiente de atrito, que influencia a adimensionalização empregada no gráfico.

O caso DES-LWS é o que mais se aproxima dos dados experimentais e da lei $\log$ demonstrando sua qualidade na descrição de escoamentos parietais, sendo também o caso que melhor descreve o u^+ máximo, indicando que o coeficiente de atrito por ele previsto é o que mais se aproxima do valor experimental.

A Figura 5.47 traz os perfis RMS de u' e v' juntamente com o tensor de Reynolds. Todos os modelos seguem muito bem a tendência dos dados experimentais, sendo o caso LES-LWS o que apresenta as maiores discrepâncias, principalmente para as flutuações da componente vertical da velocidade e componente $\overline{u'v'}$ do tensor de Reynolds.

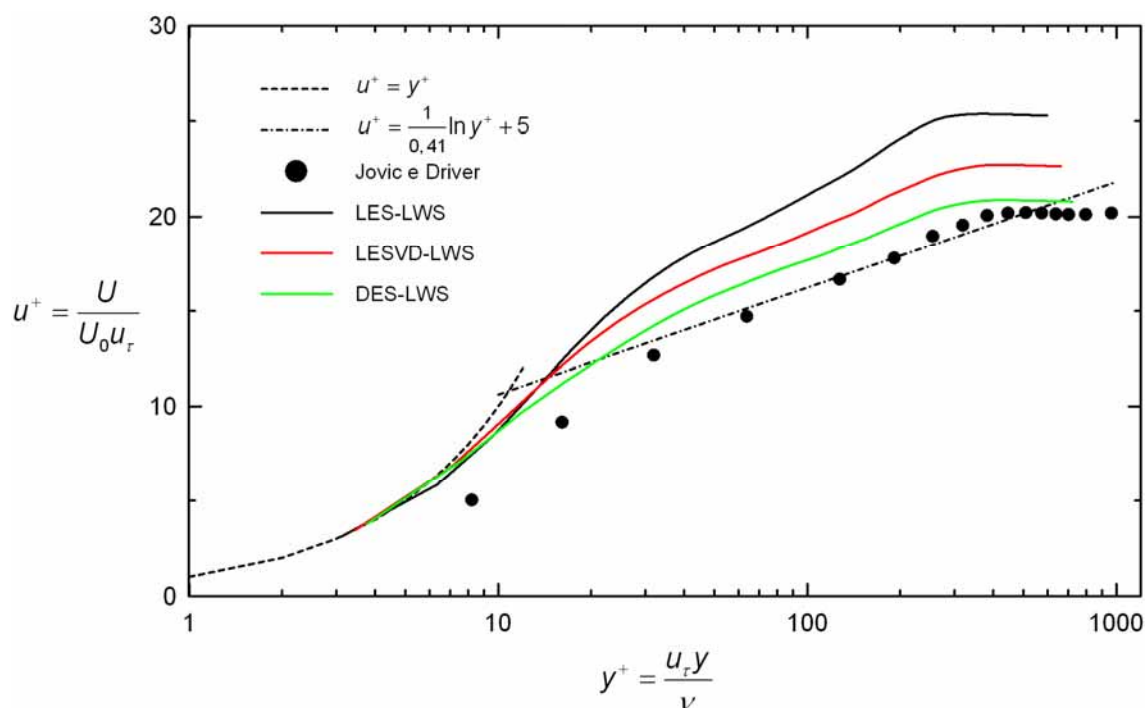


Figura 5.46. Perfis médios em escala logarítmica.

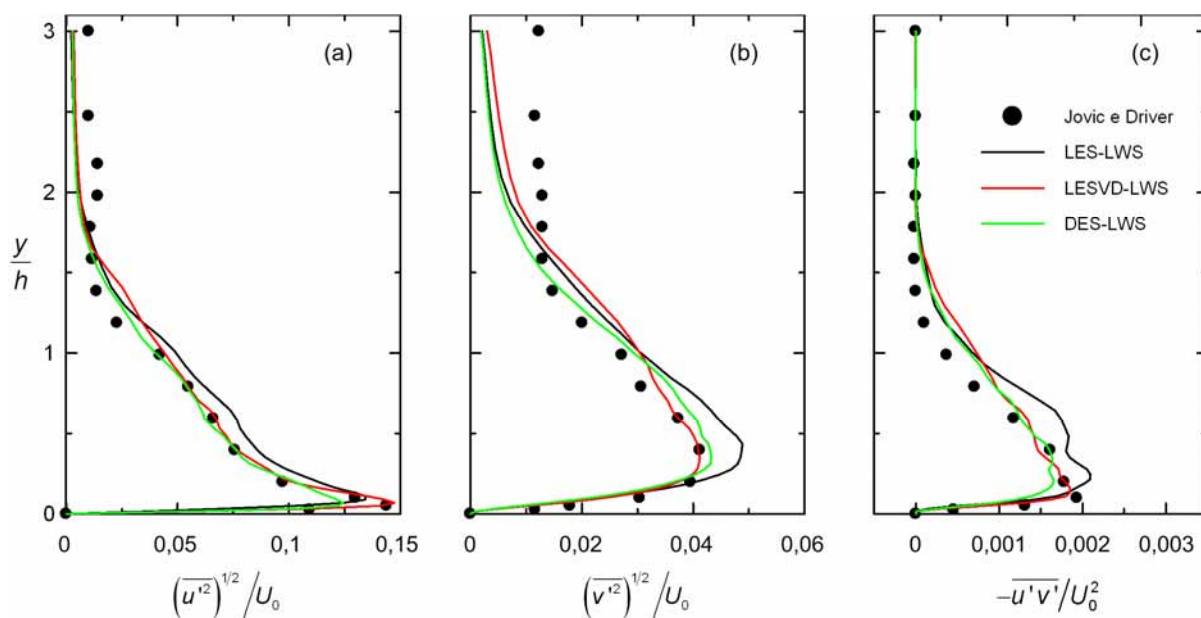


Figura 5.47. Valores RMS de u' e v' e componente do tensor de Reynolds.

Os dados apresentados qualificam a metodologia de Lund, Wu e Squires (1998) como uma forma segura de gerar condições de contorno reais de uma camada limite turbulenta.

Os dados são agora utilizados como condição de entrada no escoamento sobre o degrau, podendo com isso demonstrar a grande influência que a condição de contorno exerce sobre o escoamento.

5.7.2 Influência da condição de contorno de entrada

Depois de constatada a possível influência das condições de contorno de entrada sobre o escoamento no degrau e estabelecida uma metodologia para geração de condições de contorno turbulentas, resta agora confrontar os resultados obtidos pelos casos LES-A, LES-B e LES-C.

A Figura 5.48 apresenta os campos de velocidade instantânea u para as três configurações simuladas, sendo notável a presença de atividade turbulenta na camada limite de entrada para o caso LES-C.

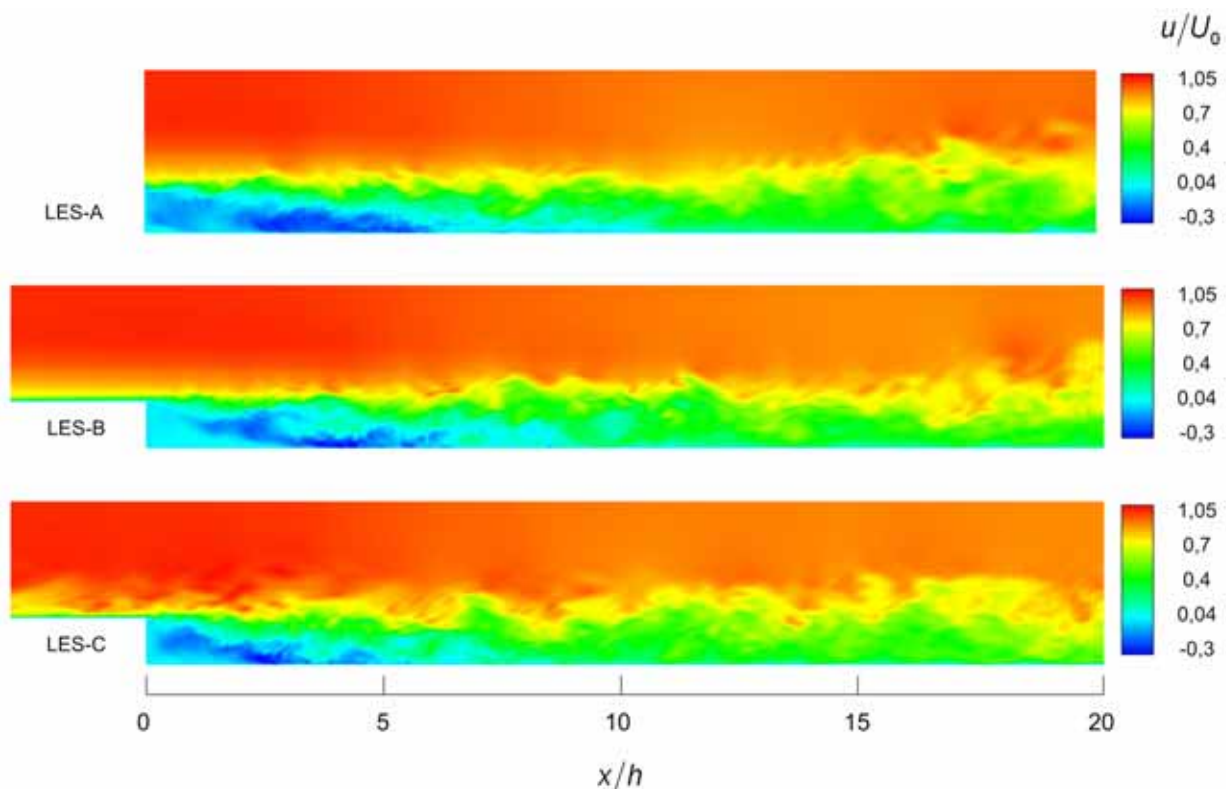


Figura 5.48. Campos de velocidade instantânea u , $z = W/2$ e $t = 1200h/U_0$.

A camada cisalhante é bastante ativa nos três casos, com regiões de desenvolvimento da nova camada limite ($x/h > 10$) praticamente idênticas. A diferença mais importante ocorre no comprimento de recolamento, que é visualmente menor no caso LES-C, onde o nível de flutuações na camada limite de entrada é superior aos demais casos.

As iso-superfícies de velocidade longitudinal u ajudam a realçar as diferenças entre os casos, Figura 5.49, percebendo-se o modo como as camadas limites chegam ao degrau.

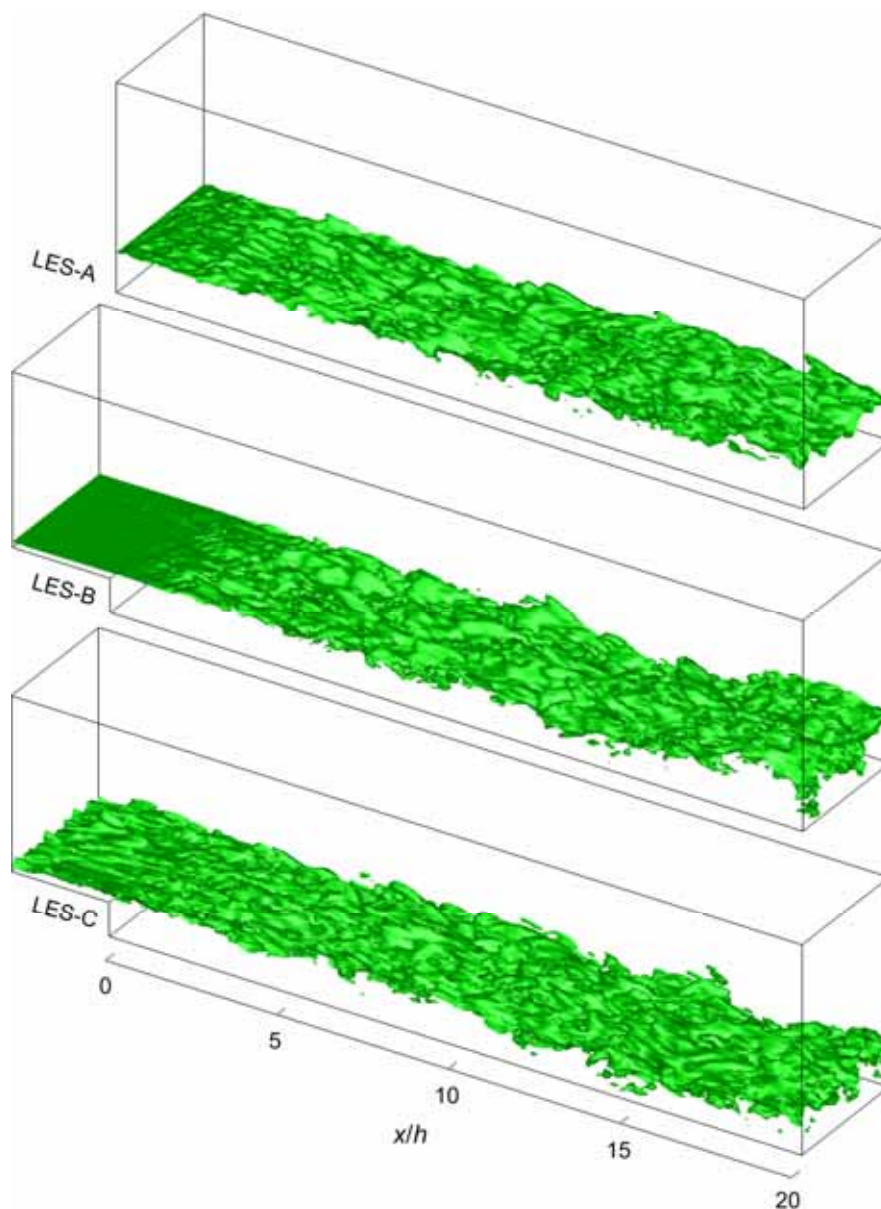


Figura 5.49. Iso-superfícies de velocidade instantânea $u = 0,7U_0$. $t = 1200h/U_0$.

O escoamento mostra-se tridimensional em todos os casos, com estruturas na camada limite de entrada para o caso LES-C e posterior fenômeno de *flapping*.

O incremento de realismo na simulação do degrau com condições de contorno turbulentas não ocorre apenas no caráter topológico, mas também na precisão dos dados estatísticos. As distribuições de velocidade média U e fração $\Gamma(\%)$ para os casos LES-A,

LES-B, e LES-C em função da coordenada x/h são apresentadas nas Figuras 6.50 e 6.51 respectivamente.

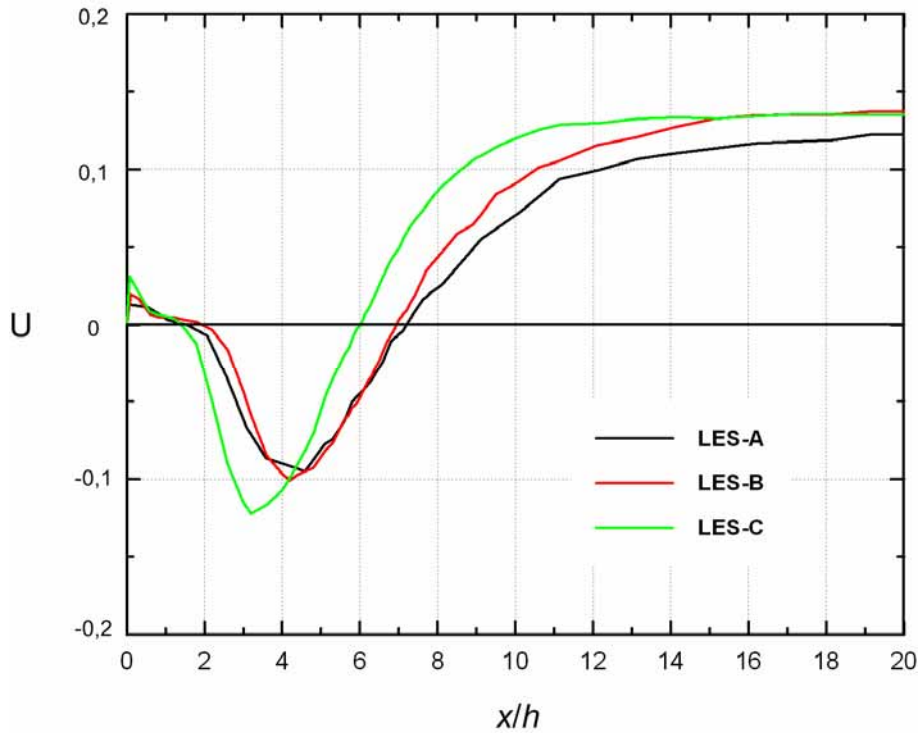


Figura 5.50. Comprimento de recolamento determinado pela velocidade média.

Há significativa diferença entre os resultados, ocorrendo uma redução de praticamente 15% no comprimento de recolamento para o caso LES-C em relação aos casos LES-A e LES-B, atingindo $X_R = 6h$. Como sempre, o valor de X_R para o método p.d.f., Figura 5.51, é ligeiramente maior que o determinado pela velocidade média. O comprimento de recolamento médio obtido pelo caso LES-C é idêntico ao experimental, conforme pode ser observado na Tabela 5.8, considerando que a incerteza do experimento é superior à diferença encontrada. Isso deixa claro que tão importante quanto a modelagem da turbulência, a aplicação de condições de contorno que simulem adequadamente a realidade são vitais quando objetivamos modelar um escoamento turbulento.

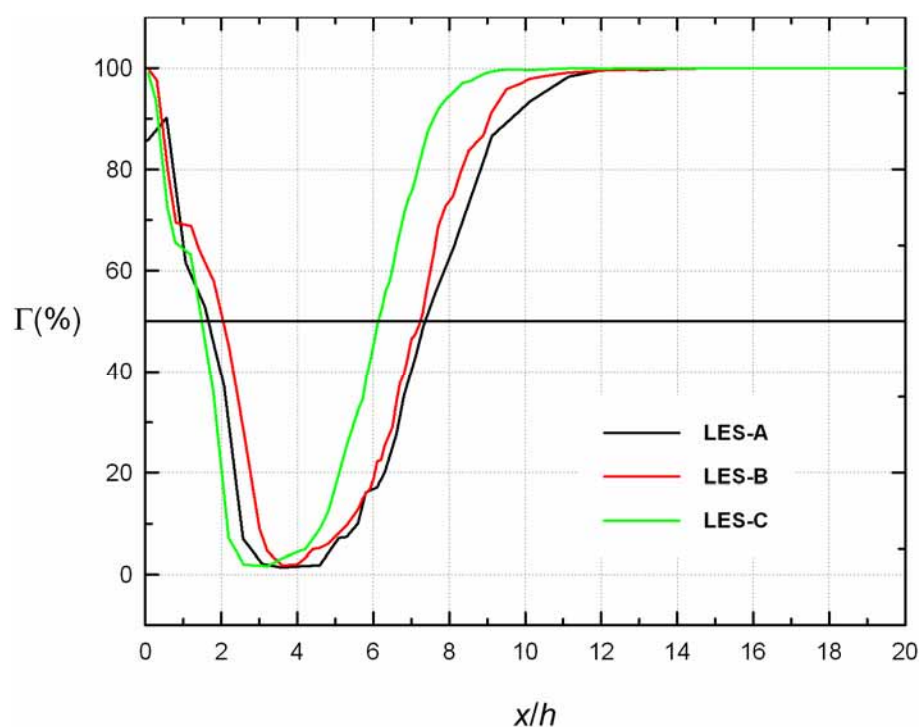


Figura 5.51. Comprimento de recolamento determinado pelo método p.d.f.

Tabela 5.8. Comprimento de recolamento, casos LES-A, LES-B e LES-C.

CASO	Comprimento de recolamento X_R			Erro(%)
	Velocidade Média(x/h)	p.d.f.(x/h)	Média (x/h)	
Jovic e Driver (1994) - Experimental	-	-	6,0±0,15	-
Le, Moin e Kim (1997) - DNS	-	-	6,28	4,6%
LES-A	7,2	7,36	7,28	21,3%
LES-B	6,94	7,23	7,09	18,2%
LES-C	6,02	6,12	6,07	1,0%

A redução no comprimento de recolamento leva a um ganho expressivo também no coeficiente de pressão, com caso LES-C acompanhando muito bem os dados experimentais de Jovic e Driver (1994), principalmente na zona de maior gradiente. Isto pode ser visto na Figura 5.52. Com o bom comprimento de recolamento estimado pelo caso LES-C, o início do gradiente adverso de pressão ($x/h \approx 3$) coincide com os dados experimentais, sendo a inclinação muito próxima à experimental e levemente superior aos demais casos.

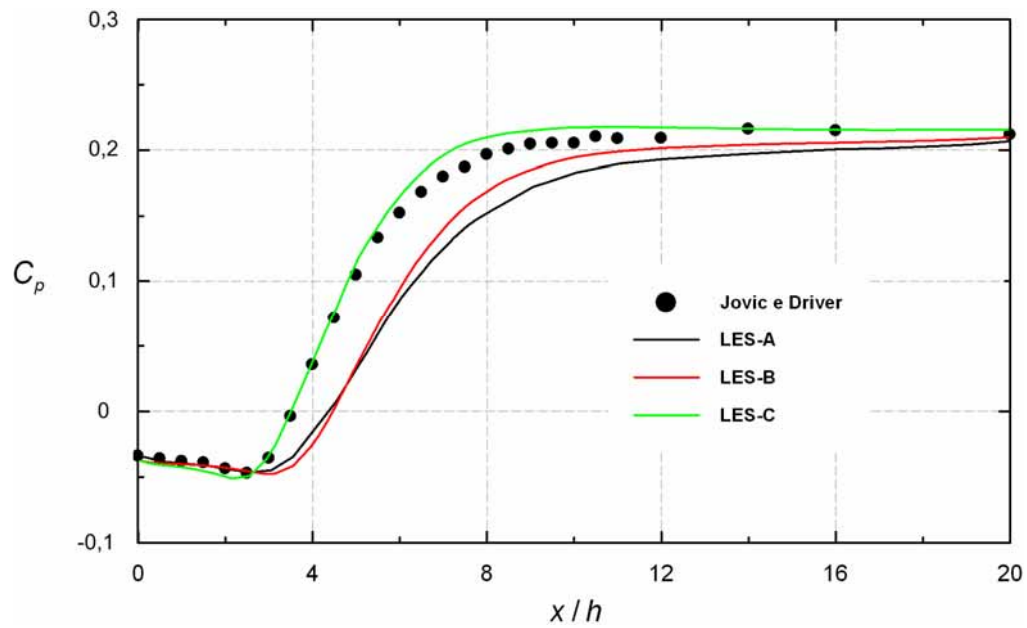


Figura 5.52. Coeficiente de pressão para os casos LES-A, LES-B e LES-C.

Ganhos expressivos em acuracidade foram obtidos para os perfis médios de velocidade, com os dados do caso LES-C descrevendo perfeitamente o experimento de Jovic e Driver (1994) para a velocidade média U , conforme mostra a Figura 5.53.

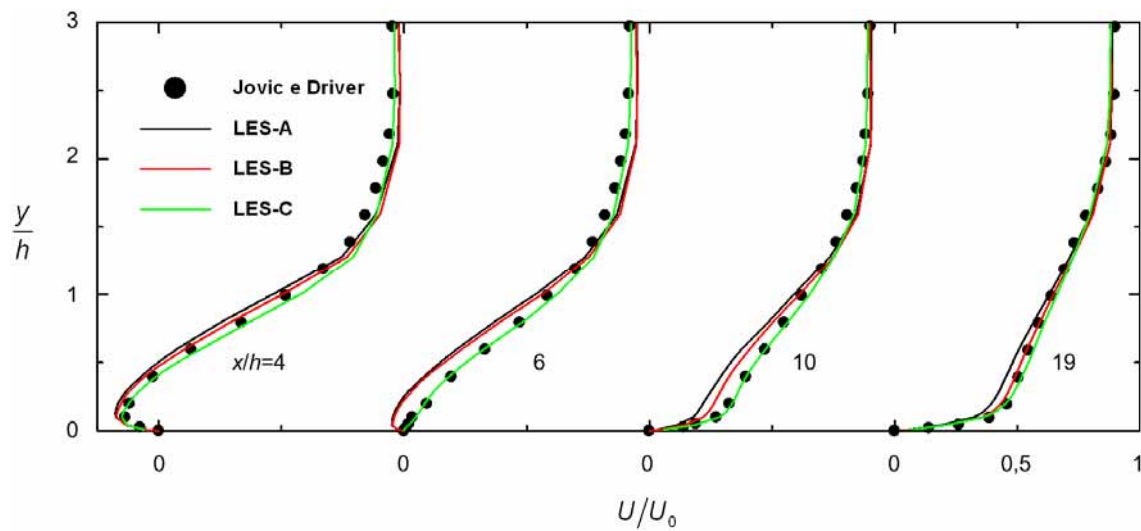


Figura 5.53. Perfis de velocidade média U/U_0 .

A Figura 5.54 traz os perfis RMS de velocidade e tensor de Reynolds, observando-se melhorias para o caso LES-C principalmente nos perfis $x/h = 4$ e $x/h = 6$, onde o déficit de flutuações na região $y/h > 1,5$ observado nos casos LES-A e LES-B é corrigido.

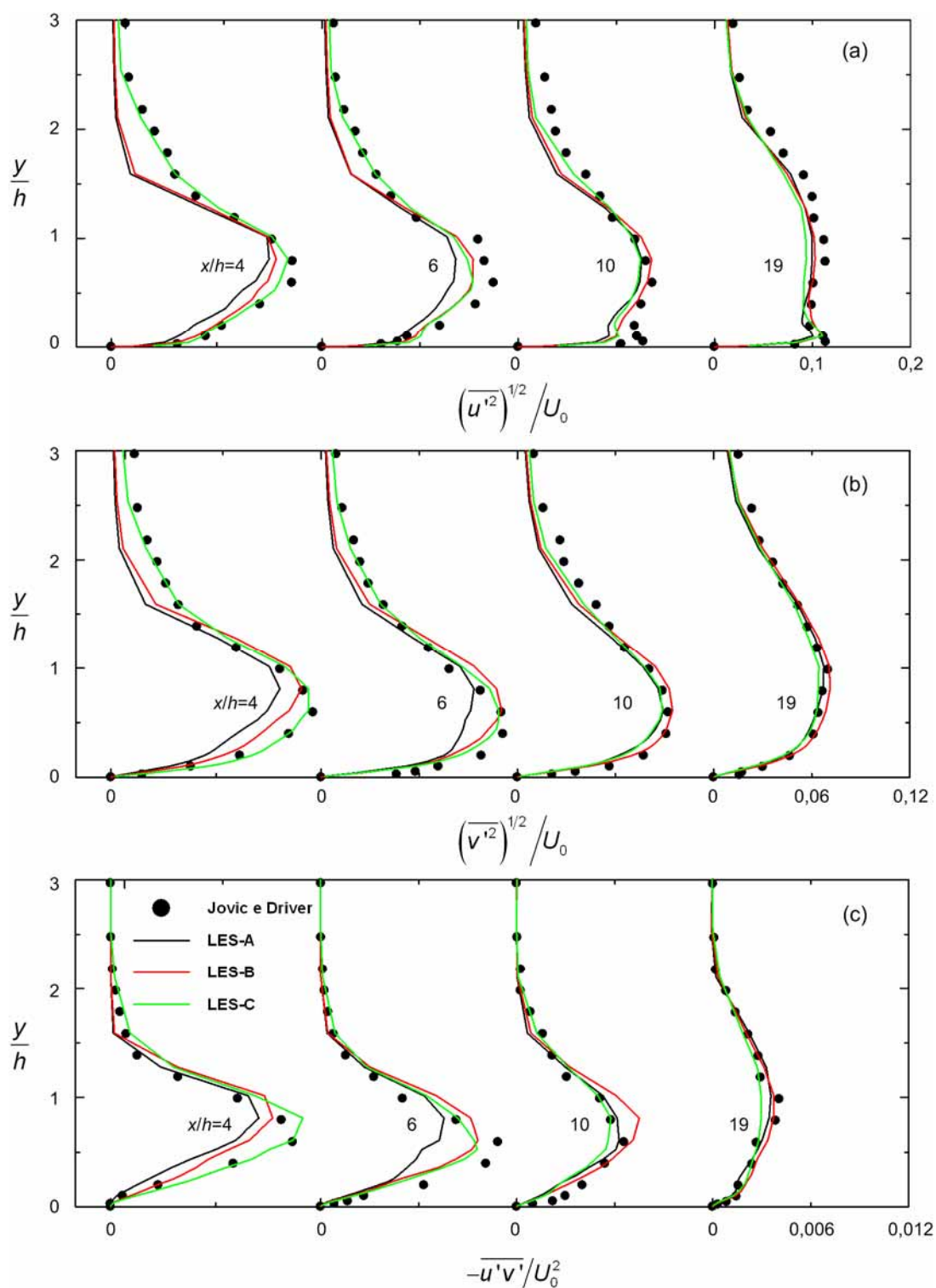


Figura 5.54. Perfis RMS de velocidade e componente do Tensor de Reynolds.

Analisando os dados apresentados nessa seção, fica evidente que a condição de contorno de entrada na simulação do escoamento turbulento sobre o degrau tem um papel decisivo. De nada adianta a utilização de um sofisticado modelo de turbulência se as condições de contorno não forem consistentes com os dados experimentais. Mesmo um modelo simples como o de Smagorinsky teve seus resultados significativamente melhorados quando da utilização de uma condição de contorno adequada.

Novos casos são então computados, estendendo-se a utilização de condições de contorno turbulentas aos casos LESVD e DES através dos casos LESVD-C e DES-C respectivamente. Os resultados obtidos com o modelo SA são apresentados na forma original, uma vez que a topologia do escoamento é idêntica àquela apresentada nas seções anteriores. Os resultados serão apresentados de forma compacta, com comentários sucintos e objetivos.

A Tabela 5.9 apresenta o comprimento de recolamento obtido com a utilização das condições de contorno turbulentas. Observa-se que os casos LES-C e DES-C apresentam melhorias em relação aos seus casos originais mostrados na Tabela 5.4, principalmente para o caso LES-C, onde houve redução de 15% no comprimento de recolamento. Outro fato interessante é que se observam valores inferiores aos experimentais para X_R , para os casos LESVD-C e DES-C.

Tabela 5.9. Comprimento de recolamento, casos LES-C, LESVD-C, DES-C e SA.

CASO	Comprimento de recolamento X_R			Erro (%)
	Velocidade Média (x/h)	p.d.f. (x/h)	Média (x/h)	
Jovic e Driver (1994) - Experimental	-	-	6,0±0,15	-
Le, Moin e Kim (1997) - DNS	-	-	6,28	4,6%
LES-C	6,02	6,12	6,07	1,0%
LESVD-C	5,52	5,68	5,60	6,6%
DES-C	5,67	5,83	5,75	4,2%
SA	7,26	7,26	7,26	21%

A Figura 5.55 traz os coeficientes de pressão, com resultados satisfatórios obtidos para todos os modelos, percebendo-se um comprimento de recolamento subestimado nos casos LESVD-C e DES-C, marcado pelo ganho de pressão adiantado, o qual ocorre nas proximidades de $x/h = 2$ e não em $x/h = 2,5$ como nos casos LESVD e DES.

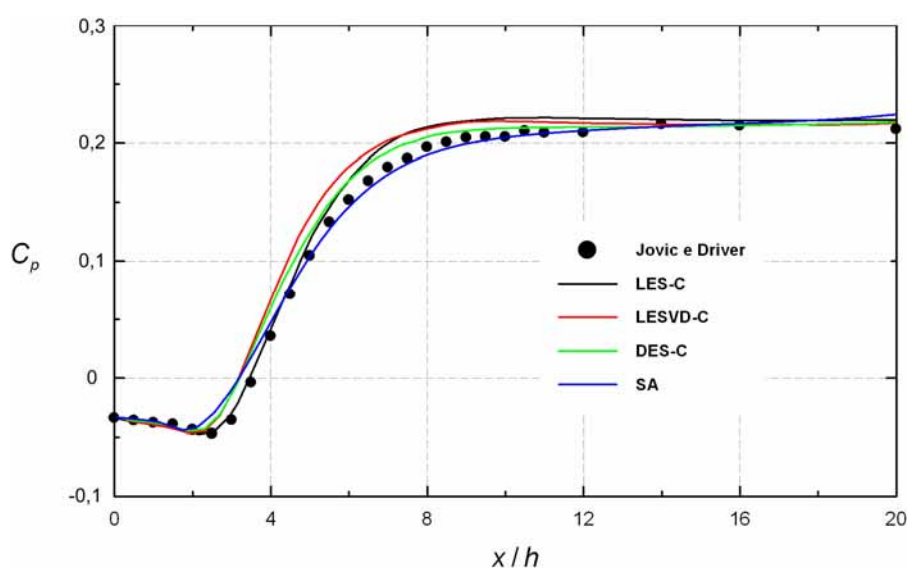


Figura 5.55. Coeficiente de pressão para as configurações finais.

O bom comprimento de recolamento previsto pelo caso LES-C assegura fidelidade aos dados experimentais para o C_p . Na Figura 5.55 uma unicidade das soluções LES-C, LESVD-C e DES-C é observada no gradiente de pressão na região $2 < x/h < 6$, com a inclinação das curvas muito semelhantes entre si, diferindo da curva do caso SA.

Os perfis de velocidade média U da Figura 5.56 mostram a influência do comprimento de recolamento sobre os resultados obtidos, com o perfil em $x/h = 6$ se desenvolvendo prematuramente para os casos LESVD-C e DES-C devido ao pequeno X_R previsto.

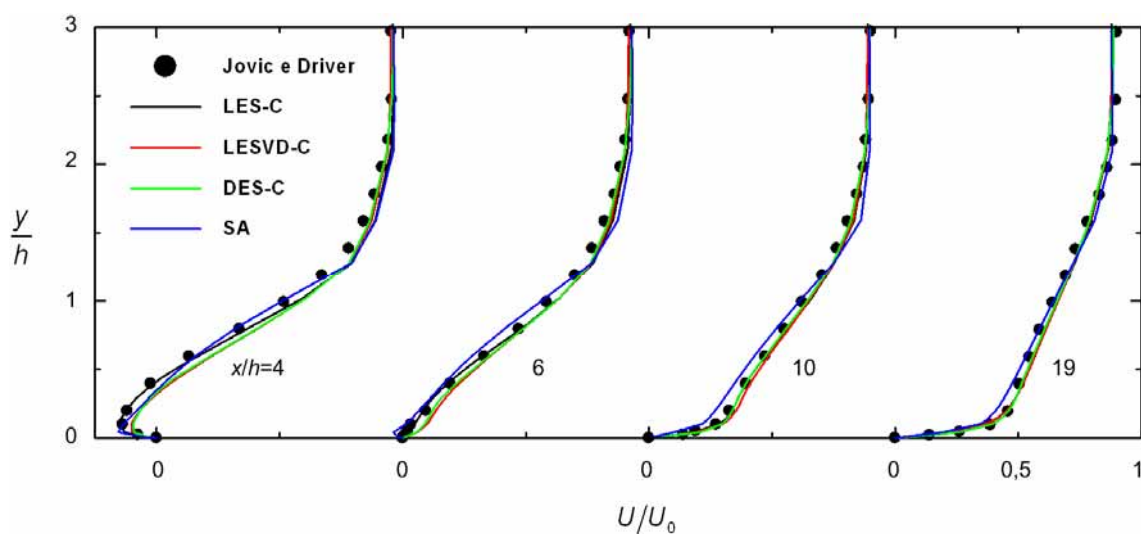


Figura 5.56. Perfis médios de u para os casos LES-C, LESVD-C, DES-C e SA.

Por fim, a Figura 5.57 demonstra o ganho de precisão na simulação do escoamento sobre o degrau pela imposição de condições de contorno turbulentas, sendo corrigida a falta de flutuações para os perfis na região $y/h > 1,5$ observada na Figura 5.37 (a) e (b).

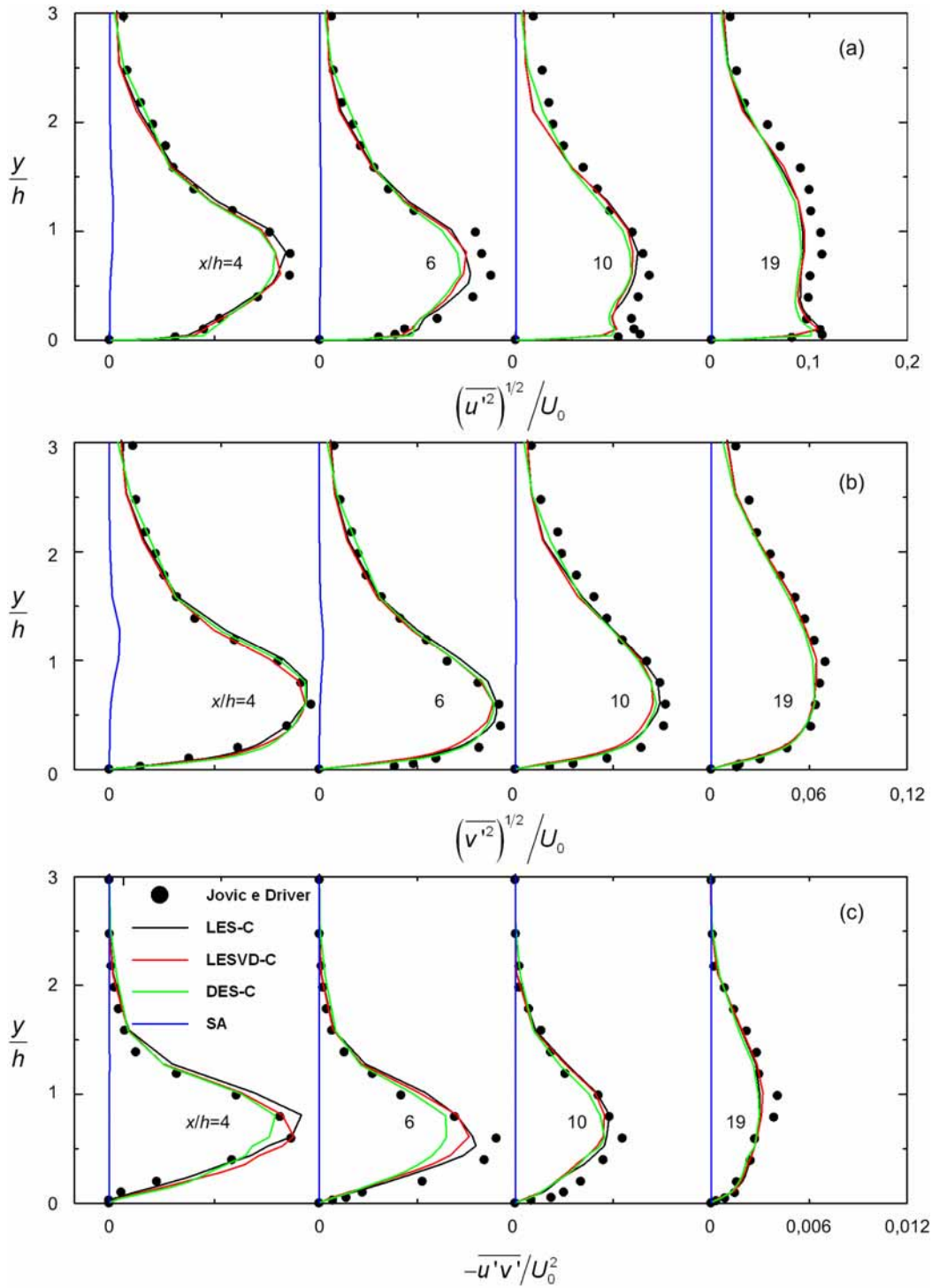


Figura 5.57. Perfis RMS de velocidade e Tensor de Reynolds. Casos LES-C, LESVD-C, DES-C e SA.

CAPÍTULO VI

Conclusões e Perspectivas

Três metodologias de modelagem da turbulência baseadas na hipótese de Boussinesq foram implementadas, testadas e confrontadas através do escoamento turbulento sobre o degrau: Simulação de Grande Escalas (LES – *Large-Eddy Simulation*), Equações Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds Average Navier-Stokes Equations*) e modelagem híbrida RANS/LES.

Além da comparação entre as três metodologias, estudou-se com profundidade a importância das condições de contorno na simulação numérica de escoamentos turbulentos, implementando um método de geração de condições de contorno tridimensional transiente.

Apesar de bastante estudado numericamente e experimentalmente, o escoamento sobre o degrau continua sendo uma excelente ferramenta de avaliação de novos códigos de dinâmica dos fluidos computacional. Com sua geometria simples, o escoamento obtido envolve parcelas de escoamento do tipo camada limite, cisalhante livre, descolamento e recolamento, com fenômenos tridimensionais e transientes.

As três metodologias, LES, RANS e híbrida RANS/LES, são representadas pelos modelos de Smagorinsky, Spalart-Allmaras e DES (*Detached-Eddy Simulation*) respectivamente. O comportamento dos modelos é avaliado em três situações:

- Escoamento tridimensional sobre o degrau a $Re_h = 5000$ com condições de contorno de entrada constantes – Casos: LES, LESVD, SA e DES;
- Camada Limite Tridimensional a $Re_\theta = 610$ - Casos: LES-LWS, LESVD-LWS e DES-LWS;

- Escoamento tridimensional sobre o $Re_h = 5000$ com condições de contorno de entrada turbulentas – Casos: LES-C, LESVD-C e DES-C;

Todos os dados obtidos computacionalmente são confrontados com os dados experimentais de Jovic e Driver (1994) e em alguns pontos comparados com os dados de simulação numérica direta de Le *et al.* (1997). Os modelos são comparados utilizando malhas e passos de tempo idênticos, deixando-os em igualdade de condições para caracterizar o escoamento. Especial atenção foi dada às condições de contorno, tomando-se o devido cuidado para que o experimento fosse reproduzido com fidelidade computacionalmente.

Os resultados para o degrau com condições de contorno de entrada constantes revelam que os modelos LES, LESVD e DES têm um comportamento qualitativo praticamente idêntico, com formação de estruturas tridimensionais e características transientes bastante reais. Já o modelo SA apresenta um comportamento bastante difusivo, com ausência de estruturas tridimensionais ou transientes.

O comprimento de recolamento previsto por todos os modelos é superior ao experimental, sendo a melhor previsão feita pelo modelo LESVD seguido de perto pelo modelo DES. Os casos LES e SA apresentaram comprimentos de recolamento significativamente maiores que o esperado. Além do comprimento de recolamento, os casos LESVD e DES apresentaram significativa superioridade na previsão do coeficiente de pressão e perfis médios de velocidade, flutuação e tensor de Reynolds, resultados esses já esperados tendo em vista o bom valor do comprimento de recolamento.

Conforme observado na revisão bibliográfica, um possível motivo para o comprimento de recolamento ser superestimado é a intensidade turbulenta da camada limite de entrada. Buscando representar de forma consistente essa influência, uma metodologia de geração de condições de contorno tridimensional e transiente foi implementada. O método de Lund *et al.* (1998) mostrou-se eficaz na descrição da camada limite de entrada, sendo o presente trabalho possivelmente o primeiro a empregar a metodologia aliada à modelagem híbrida RANS/LES, tendo em vista a ausência de registros acadêmicos dessa combinação.

Novos casos foram então computados, utilizando agora as condições de contorno turbulentas. Os resultados mostram que o caso LES se beneficiou da utilização das condições de contorno turbulentas, passando a ter os melhores resultados, com uma descrição muito boa dos dados experimentais. O comprimento de recolamento é determinado com 1% de diferença dos resultados experimentais, a evolução longitudinal do coeficiente de pressão foi bem representada, assim como os perfis de velocidade média, flutuações e tensor de Reynolds.

Já os resultados para os modelos LESVD e DES foram menos suscetíveis à condição de contorno turbulenta, mantendo o mesmo valor do erro para o comprimento de recolamento, que mostrou-se ligeiramente inferior aos dados experimentais de Jovic e Driver (1994).

Por fim, conclui-se que a metodologia de Simulação de Grandes Escalas com o modelo clássico de Smagorinsky juntamente com as condições de contorno turbulentas produziu os melhores resultados para o escoamento sobre o degrau. Os modelos LESVD e DES também foram bastante eficazes na simulação do escoamento, sendo os resultados praticamente intercambiáveis.

O modelo SA foi o que apresentou os resultados menos precisos, mas apresentando uma descrição média muito boa para um modelo a uma equação de transporte, configurando-se como um modelo tecnicamente simples e eficaz. No entanto, nada pode ser dito para os momentos estatísticos de segunda ordem, os quais são nulos, constituindo essa a principal fragilidade da metodologia.

Os resultados indicam que a modelagem híbrida RANS/LES pode ser considerada uma ferramenta interessante na análise de escoamentos turbulentos, caracterizando estruturas tridimensionais e transientes com um comportamento muito mais próximo da metodologia de Simulação de Grandes Escalas do que o método das Equações Médias de Reynolds.

Como sugestões para trabalhos futuros ficam os seguintes tópicos:

- Investigação de métodos híbridos RANS/LES em escoamentos a altos números de Reynolds;
- Avaliar modelos sub-malha mais refinados de Grandes Escalas como o modelo Dinâmico, testando assim o que há de melhor em termos de modelos de turbulência da família de modelos LES;
- Simulação de casos com maior complexidade geométrica, com malhas mais complexas e maiores níveis de refinamento, podendo com isso verificar a possibilidade da aplicação de métodos híbridos RANS/LES em casos onde as malhas para LES seriam proibitivas;
- Dar continuidade ao estudo de influência de condições de contorno nos resultados de simulação numérica de escoamentos turbulentos, com o estudo de diferentes métodos, que sirvam para outros tipos de condição que não a de uma camada limite com gradiente de pressão nulo.

CAPÍTULO VII

Referências Bibliográficas

ABBOTT, D. E., KLINE, S. J. Experimental Investigation of Subsonic Turbulent Flow over Single and Double Backward-Facing Steps. Transaction of the ASME, **Journal of Basic Engineering**, Vol. 84D, Ser. D, pp. 317-325, 1962.

ADAMS, E. W., JOHNSTON, J. P., EATON, J. K. **Experiments on the structure of turbulent reattaching flow**. Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Report MD-43, 1984.

ARMALY, B. F., DURST, F., PEREIRA, J. C. F., Schönung, B. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 127, pp. 473-496, 1983.

BACHELOR, G. K. **The theory of homogeneous turbulence**. Cambridge University Press, Cambridge, 1953.

BALDWIN, B. S., BARTH, T. J. **A One-Equation Turbulence Transport Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows**. NASA TM 102847, 1990.

BALDWIN, B. S., LOMAX, H. **Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows**. AIAA Paper 78-257, 1978.

BATEN, P. GOLDBERG, U., CHAKRAVARTHY, S. **LNS – An approach towards embedded LES**, AIAA-2002-0427, 2002.

BRADSHAW, P., WONG, F. Y. F. **The Reattachment and Relaxation of a Turbulent Shear Layer**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 52, Pt. 1, pp. 113-135, 1972.

BREDERODE, V. DE., BRADSHAW, P. **Three-Dimensional Flow in Nominally Two-Dimensional Separation Bubbles. I. Flow Behind a Rearward-Facing Step**. Imperial College, Aeronautical Report. 72-19, 1972.

BROWN, G. L., ROSHKO, A. **On density effects and large structures in turbulent mixing layers**. Journal Fluid Mechanics, Vol. 64, pp. 775-816, 1974.

CAMELLI, F. E., LÖHNER, R. Combining the Baldwin Lomax and Samgorinsky Turbulence Models to Calculate Flows with Separation Regions. In: **40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA-2002-0426**, 2002.

CAMPREGHER, R. **Modelagem Matemática Tridimensional Para Problemas de Iteração Fluido-Estrutura**, 2005. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

DAVIDSON, L., PENG, S-H. A Hybrid LES-RANS Model based on a one-equation SGS Model and Two-Equation $k-\omega$ model. In: **The Second Int. Symp. On Turbulence and Shear Flow Phenomena**, Vol. 2, pp. 175-180. Stockholm, 2001.

DELCAYRE, F., LESIEUR, M. Topological feature in the reattachment region of a backward facing step. **Firtst AFOSR International Conference on DNS and LES**, 1997.

DENHAM, M. K., PATRICK, M. A. Laminar flow over a downstream-facing step in two-dimensional flow channel. **Transactions Inst. Chem. Engrs**, Vol. 52, pp. 361, 1974.

DRIVER, D. M., SEEGMILLER, H. L. Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow. **AIAA Journal**, Vol. 23, N° 2pp. 163-171, February 1985,.

DRIVER, D. M., SEEGMILLER, H. L., MARVIN, J. G. Time dependent behavior of a reattaching shear layer. **AIAA Journal**, Vol. 25, N° 7, pp. 914-919, July 1987.

EATON, J. K., JOHNSTON, J. P. **Turbulent Flow Reattachment: An experimental Study of the Flow and Structure Behind a Backward-Facing Step**. Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Rept. MD-39, 1980.

EATON, J. K., JOHNSTON, J. P. Low Frequency Unsteadiness of Reattaching Turbulent Shear Layer. **Proceeding of the Third International Symposium on Turbulent Shear Flows**, Davis, CA, September 1981.

EATON, J. K., JOHNSTON, J. P. A Review of Research on Subsonic Turbulent Flow Reattachment. **AIAA Journal**, Vol. 19, N° 9, pp.1093-1100 September 1981.

EATON, J. K., JOHNSTON, J. P., JEANS, A. H. Measurements in a Reattaching Turbulent Shear Layer. **Proceedings of the 2nd Symposium on Turbulent Shear Flows**, London, 1979.

FERZIGER, J. H. Numerical Simulation of Turbulence. **Colloquium of IAM-PIMS. Pacific Institute for the Mathematical Sciences**. 2001, 2001.

FERZIGER, J. E PERIC, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**, 3rd Ed. Springer Verlag, New York, USA, 2002.

FRIEDERICH, R., ARNAL, M. Analyzing turbulent backward-facing step flow with the lowpass-filtered Navier-Stokes Equations. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, Vol. 35, pp. 101-128, 1990.

GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P., CABOT, W. A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model. **Physics of Fluids A**, vol. 3, pp. 1760-1765, 1991.

GOLDSTEIN, R. J., ERIKSEN, V. L., OLSON, R. M., ECKERT, E. R. G. Laminar Separation, Reattachment, and Transition of Flow over a Downstream-Facing Step. **Transaction of the ASME, Journal of Fluids Engineering**, Vol. 92D, N° 4, pp. 732-741, 1970.

HEISENBER, W. On the theory of statistical and isotropic turbulence. **Proceedings. R. Soc. London**, Ser. A 195, pp. 402-406, 1948.

ISOMOTO, K., HONAMI, S. The Effect of the Inlet Turbulence Intensity on the Reattachment Process Over a Backward-Facing Step. **Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering**, Vol. 111, pp. 87-92., 1989.

JOHNSON, D. A., KING, L. S. A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layer. **AIAA Journal**, Vol. 23, No. 11, pp. 1684-1692, 1985.

JOVIC, S., DRIVER, D. **Backward-Facing Step Measurements at Low Reynolds Number, $Re_h=5000$** , NASA Technical Memorandum 108807, 1994.

KEATING, A., PIOMELLI, U., BALLARAS, E., KALTENBACH, H. J., A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation. **Physics of Fluids**, Vol. 16, n° 12, pp. 4696-4712, 2004.

KIM, J., KLINE, S. J., JOHNSTON, J. P. **Investigation of Separation and Reattachment of a Turbulent Shear Layer: Flow over a Backward-Facing Step**. Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Rept. MD-37, 1978.

KLEIN, M., SADIKI, A., JANIKA, J. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. **Journal of Computational Physics**. Vol. 186, pp. 652-665, 2003.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. **Dokl. Akad. Nauk. SSSR** 30, pp. 741-773, 1941.

KOSTAS, J., SORIA, J., CHONG, M. S. Particle image velocimetry measurements of a backward-facing step flow. **Experiments in Fluids**, Vol. 33, pp. 838-853, 2002.

KUEHN, DONALD M. Effects of Adverse Pressure Gradient on the Incompressible Reattaching Flow over a Rearward-Facing Step. **AIAA Journal**, Vol. 18, pp. 343-344, 1980.

LE, H., MOIN, P., KIM, J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 330, pp. 349-374, 1997.

LEE, S., LELE, S., MOIN, P., Simulation of Spatially evolving compressible turbulence and application of Taylor hypothesis. **Physics of Fluids A**, Vol. 4, N° 7, pp. 1521-1530, 1992.

LESIEUR, M., METAIS, O., COMTE, P. **Large-Eddy Simulations of Turbulence**. Cambridge University Press, 2005.

LILLY, D. K. **On the Application of the Eddy Viscosity Concept in the Inertial Subrange of Turbulence**. NCAR Manuscript 123, 1966.

LUND, T., WU, X., SQUIRES, K. D. Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations. **Journal of Computational Physics**, Vol. 140, pp. 233-258, 1998.

MACAGNO, E. O., HUNG, T. K. Computational and experimental study of a captive annular eddy. **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 28, pp.43, 1967.

MARCHI, C.H. Esquemas de alta ordem para a solução de escoamentos de fluidos sem dispersão numérica. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas** 15(3), 231-249, 1993.

MENTER, F., ROLAND, B., KUNTZ, M. A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions. In: **41st AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit**, Reno, NV; USA; 6-9 Jan. 2003.

MENTER, F. R., RUMSEY, C. L. **Assessment of Two-Equation Turbulent Models for Transonic Flows**, AIAA-94-2343, June 1994.

MÉTAIS, O., LESIEUR, M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 239, pp. 157-194, 1992.

MILLIONSCHIKOV, M. Decay of homogeneous isotropic turbulence in a viscous incompressible fluid. **Dokl. Akad. Nauk. SSSR** 22, pp 236-240, 1939.

MUZAFERIJA, S., PERIC, M. Computational of free-surface flows using the Finite-Volume method and moving grids. **Numerical Heat Transfer, Part B** 32, 369-384, 1997.

NAGANO, Y., TAGAWQ, M., TSUJI, T. Effects of adverse pressure gradients on mean flows and turbulence statistics in a boundary layer. In: **Proceedings Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows**, Technical Universit of Munich, pp. 2-3-1-2-3-6, 1991.

NICHOLS, R. H., NELSON, C. C., Weapons Bay Acoustic Predictions Using a Multi-Scale Turbulence Model **Proceedings of the ITEA 2001 Aircraft-Stores Compatibility Symposium**, March 2001.

NICHOLS, R. H., NELSON, C. C. **Applications of Hybrid RANS/LES Turbulence Models**. AIAA-2003-0083, 2003.

OBUKOV, A. M. Energy distribution in the spectrum of a turbulent flow. **Izvestya AN SSR, Ser. Geogr. Geofiz**, N. 4-5, pp 453-466, 1941.

ÖTÜGEN, M. V. Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step. **Experiments in Fluids**, Vol. 10, pp. 273-280, 1991.

PATANKAR, S. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1980.

PRANDTL, L. **Bericht uber Untersuchingen zur ausgebildeten Turbulenz**. Z. and Math. Mech. 5. pp. 136-137, 1925.

RAYLEIGH, LORD. On the instability of certain fluid motions. **Proc. London Math. Soc.** **11**, 57-70, Scientific papers, Cambrige University Press, Vol. 1., pp 474-487.

REYNOLDS, O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, Vol. 186, Part I, pp.122-164, 1894.

RHIE, C E CHOW, W. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. **AIAA Journal**, 21(11), 1525-1532, 1983.

ROOS, F. W., KEGELMAN, J. T. Control of Coherent Structures in Reattaching Laminar and Trubulent Shear Layers. **AIAA Journal**, Vol. 24, N° 12, pp. 1956-1963, December 1986.

ROSHKO, A., LAU, J. C. Some observation on Transition and reattachment of a Free Shear Layer in Incompressible Flow. **Proceedings of 1965 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute**, Stanford University Press, pp. 157-167, 1965.

SHAANAN, S., FERZINGER, J. H. e Reynolds, W. C. **Numerical simulation of turbulence in presence of shear**. Rep. TF-6, Dept. Mechanical Engineering, Stanford University, 1975.

SCHUBAUER, G. B., SKRAMSTAD, H. K. Laminar Boundary layer oscillations and stability of laminar flow. **Journal Aeronaut. Sci.**, 14, pp. 69-79, 1947.

SCHLÜTER, J. U. **Consistent boundary conditions for integrated LES/RANS simulations: LES inflow conditions**. Annual Research Briefs 2002. Center for Turbulence Research, Stanford University, 2002.

SCHLÜTER, J. U., PITSCH, H., MOIN, P. LES inflow conditions for coupling with Reynolds averaged flow solvers. **AIAA Journal**, Vol. 42, pp. 478, 2004.

SILVEIRA NETO, A., GRAND, D., METAIS, O., LESIEUR, M. A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step. **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 256, pp. 1-25, 1993.

SMAGORINSKY, J. General Circulation Experiments with Primitive Equations, **Mon. Weather Rev.**, vol. 91, pp. 99-164, 1963.

SIMPSON, R. L. A model for the backflow mean profile. **AIAA Journal**, Vol. 21, pp. 142-143, 1983.

SIMPSON, R. L., AGARNAL, N. K., NAGABUSHANA, K. A., OLCMEN, S. Spectral measurements and other features of separating turbulent flows. **AIAA Journal**, Vol. 28, pp. 446-452, 1990.

SMYTH, R. Turbulent Flow over a Plane Symmetric Sudden Expansion. **Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering**, Vol. 101, N° 3, pp. 348-353, 1979.

SMITH, A. M. O. AND CEBECI, T. **Numerical Solution of the Turbulent Boundary-Layer Equations**. Douglas Aircraft Division Report DAC 33735.

SPALART, P. R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta=1410$. **Journal of Fluid Mechanics**, Vol. 187, pp. 61-98, 1988.

SPALART, P.R. AND ALLMARAS, S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, **La Recherche Aéronautique**, No. 1, pp. 5-21, 1994.

SPALART, P. R., JOU, W-H., STRELETS, M., ALLMARAS, S. R. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. **First AFSOR International Conference on DNS/LES**, 4-8 August 1997, Rouston, LA, 1997.

SPILE-KOHOFF, A., KALTENBACH, H. J. Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile. Third AFOSR International Conference on DNS/LES Arlington, TX, 5-9 August 2001, in **DNS/LES Progress and Challenges**, edited by C. Liu, L. Sakell and T. Beutner, 2001.

SPODE, C., CAMPREGHER, R., SILVEIRA NETO, A. Simulação Numérica 3D do escoamento sobre um degrau descendente. **14° POSMEC**, 2004.

SPODE, C., CAMPREGHER, R., SILVEIRA NETO, A. Parallel simulation of turbulent flow in a backward-facing step. **COBEM 2005 – 18° International Congress of Mechanical Engineering**. Ouro Preto – Brasil, 2005.

TENNEKES, H. LUMLEY, J. L. **A First Course in Turbulence**. 15^a ed. The MIT Press, Massachusetts, 1994.

VAN DOORMAL, J. E RAITHBY, G. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. **Numerical Heat Transfer**, Vol. 7, 147-163, 1984.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**, DCW Industries, California, 2000.

WILLIAMS, P. T., BAKER, A. J. Numerical Simulations of Laminar Flow Over a 3D Backward-Facing Step. **Int. J. for Num. Methods in Fluids**, Vol. 24, pp. 1159-1183, 1997.

YOSHIZAWA, A. Bridging between eddy-viscosity-type and second-order models using a two-scale DIA. In **9th Int. Symp. On Turbulent Shear Flow**, Volume 3, Kyoto, Japan, 1993.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)