

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**ANÁLISE DOS MODELOS NÃO PARAMÉTRICOS DE
AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA E A PERFORMANCE DOS
BANCOS COMERCIAIS BRASILEIROS**

TARCIO LOPES DA SILVA

**PORTO ALEGRE
2006**

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**ANÁLISE DOS MODELOS NÃO PARAMÉTRICOS DE
AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA E A PERFORMANCE DOS
BANCOS COMERCIAIS BRASILEIROS**

Tarcio Lopes da Silva

**Orientador: Prof. Eduardo Pontual Ribeiro
Co-Orientador: Prof. Carlos Martins Filho**

Tese apresentada ao programa de Pós – Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, para obtenção do grau Doutor em Economia.

Porto Alegre

2006

**ANÁLISE DOS MODELOS NÃO PARAMÉTRICOS DE
AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA E A PERFORMANCE DOS
BANCOS COMERCIAIS BRASILEIROS**

Tarcio Lopes da Silva

Tese apresentada ao programa de Pós
– Graduação em Economia da
Faculdade de Ciências Econômicas da
UFRGS, para obtenção do grau
Doutor em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre (RS), 18 de Setembro de 2006

Prof. Dr. Eduardo Pontual Ribeiro – orientador
UFRGS

Prof. Dr. Flávio Ziegelmann
UFRGS

Prof. Dr. Paulo de Melo Jorge Neto
UFC

Prof. Dr. Márcio Nakane
USP

AGRADECIMENTOS

À minha esposa Elizângela Azevedo Lordelo por seu apoio para minha realização profissional e acadêmica.

Aos meus pais pelas palavras de apoio e pelas orações em meu favor.

Ao prof. Eduardo Pontual Ribeiro pelas sugestões e contribuições ao trabalho e pela força e boas referências dadas para obtenção junto aos órgãos competentes de bolsa de estudos para realização de estágio doutoral no exterior.

Ao prof. Carlos Martins Filho pela recepção e orientação durante meu estágio doutoral na Oregon State University. Seus ensinamentos, contribuições e sugestões foram fundamentais para realização desta tese. Sem sua participação a elaboração deste trabalho não seria possível.

Aos membros da banca examinadora pelas considerações e sugestões.

Ao Banco do Brasil que possui um programa de formação a nível de pós-graduação que permite a qualificação de seus funcionários e a Diretoria de Reestruturação de Ativos Operacionais a qual estou vinculado.

Aos colegas do Banco do Brasil Rogério de Faria Porto, Marcelo de Oliveira Souza e Alfredo Tertuliano de Carvalho. Os dois primeiros pela participação como orientadores junto ao Banco do Brasil. O último pela ajuda na obtenção dos dados utilizados nesta tese.

À CAPES que financiou meu estágio doutoral no exterior.

Ao funcionário do Banco Central José Albuquerque Júnior pela disponibilidade de parte dos dados utilizados neste trabalho.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em especial, ao programa de Pós Graduação em Economia (PPGE), seus professores e funcionários administrativos.

Aos colegas de Universidade que de alguma forma me ajudaram durante minha permanência em Porto Alegre e na Universidade, em especial Paulo Jacinto e Lívio Soares.

E a todos que contribuíram direta e indiretamente para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

	RESUMO	vii
	ABSTRACT	viii
	LISTA DE FIGURAS	ix
	LISTA DE TABELAS	xi
1	INTRODUÇÃO	13
2	FRONTEI-RAS DE PRODUÇÃO E EFICIÊNCIA PRODUTIVA	20
2.1	Técnicas de Estimação de Fronteiras de Eficiência	24
2.2	Estimadores Não Paramétricos	25
2.2.1	FDH.....	25
2.2.2	DEA.....	29
2.2.3	Inferência Estatística e os Estimadores FDH corrigido e DEA.....	33
2.2.4	Estimador de Ordem- m	44
2.2.5	Estimador de Quantil de ordem- α	52
3	APLICAÇÕES DOS ESTIMADORES NÃO PARAMÉTRICOS À INDÚSTRIA BANCÁRIA BRASILEIRA	57
3.1	Variáveis de Produção Bancária, Características da Amostra e Definição dos Segmentos Bancários	59
3.2	Resultados dos Estimadores DEA e FDH	68
3.3	Resultados dos Estimadores DEAC e FDHC	85
3.4	Estimações Robustas de Eficiência: Estimadores de Ordem m e Quantil	96
3.5	Analisando os Segmentos bancários através dos estimadores robustos	114
3.6	Eficiência Bancária ao Longo do Tempo	121
3.7	Modelo Econométrico	130

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	134
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	138
APÊNDICE A - Definição de Insumos e Produtos.....	142
APÊNDICE B - Coeficientes de Correlação de Spearman.....	143
APÊNDICE C - Realção de Bancos da Amostra.....	145

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é descrever e analisar do ponto de vista teórico os principais métodos não paramétricos de avaliação de eficiência e avaliar empiricamente os resultados gerados por esses diferentes métodos aplicados a um mesmo conjunto de dados. Com essa finalidade, realizou-se diversas simulações teóricas para fins comparativos dos tradicionais estimadores DEA e FDH, inclusive de seus procedimentos para inferência e correção de viés, e dos novos estimadores de ordem m e quantil. Empiricamente, utilizamos uma amostra de 184 bancos comerciais brasileiros no período de Junho/1995 à Junho/2004. Os resultados mostraram que as diferentes suposições impostas ao conjunto de produção pelos estimadores DEA e FDH afetam sensivelmente os índices de eficiência de várias firmas. Apesar disso, o uso de mais de um estimador mostrou-se um bom artifício para identificação das unidades com pior desempenho. Os procedimentos disponíveis para correção de viés e inferência, entretanto, mostraram-se deficientes principalmente para as firmas localizadas ao longo da fronteira estimada. Por outro lado, a importância da utilização dos novos estimadores não paramétricos quantil e de ordem m ficou evidente devido a presença de observações consideradas valores extremos, que distorcem os índices de eficiência estimados de outras observações. O uso de tais estimadores, mais robustos a valores extremos e outliers, gerou resultados mais confiáveis. Finalmente, procurou-se investigar se o controle de capital, o segmento de atuação e o porte dos bancos afetam sua eficiência, além de investigar o comportamento da performance do setor durante o período de análise.

Palavras-chave: eficiência, modelos não paramétricos, bancos.

ABSTRACT

The purpose of this piece of work has been to analyse and describe the main non parametric efficiency evaluation methods from a theoretical point of view and to empirically analyse the efficiency scores generated by such methods using the same data sample. For that purpose, theoretical simulations were used in order to compare traditional DEA and FDH estimators, their inference and bias correction procedures included. The new order m and *quantil* estimators were also used. We empirically used a sample of 184 Brazilian commercial banks spanning the June/1995 to June/2004 period. The results show that several banks' efficiency scores were noticeably affected by the different assumptions made by the DEA and FDH estimators towards the production set. Nevertheless, the use of more than one estimator proved to be an effective way of identifying the units with the worst performance levels. The available procedures for bias correction and inference, however, proved ineffective for frontier firms. On the other hand, the importance of utilising the new order m and *quantil* estimators was evidenced. Several observations from our sample were detected as extreme values, which affected the estimated efficiency scores from other observations. The use of the aforementioned estimators, more robust to extreme values and outliers, generated more trustworthy results. Finally, an attempt was made to investigate whether or not capital control, business segment and banks' size affect their efficiency, besides investigating the sector's performance behaviour during the target period.

Key-words: efficiency, non parametric models, banks.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Conjunto de produção \mathcal{P} e fronteira de produção $f(x)$, $q = p =$	20
Figura 2: Conjunto de requerimento de insumos, $p = 2$	21
Figura 3: Conjunto de produtos, $q = 2$	21
Figura 4: Estimador FDH.....	26
Figura 5: Fronteira teórica, estimador FHD e amostra observada.....	28
Figura 6: Estimador FDH e as firmas dominantes e dominadas.....	39
Figura 7: Fronteira DEA.....	30
Figura 8: Fronteira teórica, estimador DEA e estimador FDH.....	32
Figura 9: Estimadores FDH e DEA de um conjunto não convexo.....	35
Figura 10: Observações na região Noroeste de (x_0, \hat{y}_0^o)	36
Figura 11: Estimador FDHC.....	38
Figura 12: Estimadores DEA e FDH na presença de outlier.....	44
Figura 13: Fronteira de produção, produtos da fronteira y_0^o e de ordem m	46
Figura 14: Fronteira de produção e fronteira de ordem m (linha pontilhada).....	47
Figura 15: Estimador FDH e estimadores de ordem m	50
Figura 16: Estimador FDH e estimador de ordem $m = 50$ na presença de outlier.....	51
Figura 17: Fronteira quantil de ordem α	53
Figura 18: Estimadores FDH e quantil de um conjunto convexo.....	55
Figura 19: Estimador FDH e Estimador Quantil, $\alpha = 0,98$, na presença de outlier.....	56
Figura 20: Estimativas de eficiência DEA x FDH.....	79
Figura 21: Estimativas de Eficiência FDH x FDHC.....	88
Figura 22: Intervalos de confiança (IC) para as estimativas DEA.....	92
Figura 23 : Evolução das observações acima da fronteira de ordem m	98
Figura 24: Evolução das observações acima da fronteira de quantil de ordem α	101
Figura 25: Relação entre os estimadores FDH, ordem m e quantil.....	107
Figura 26: Estimadores FDH x Quantil x Ordem m	113
Figura 27: Produtividade, progresso tecnológico e eficiência.....	123

Figura 28: Trajetórias da eficiência média.....	125
Figura 29: Bancos Privatizados.....	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Trabalhos sobre a eficiência dos bancos no Brasil.....	57
Tabela 2: Estatísticas dos insumos e produtos.....	60
Tabela 3: Número de observações por segmento bancário.....	65
Tabela 4: Quantidade de unidades eficientes e ineficientes.....	69
Tabela 5: Estatísticas descritivas dos estimadores DEA e FDH.....	72
Tabela 6: Comparativo de classificação de firmas DEA x FDH.....	73
Tabela 7: Estimativas FDH e DEA para Dez/2003.....	75
Tabela 8: Unidades mais ineficientes.....	76
Tabela 9: Estatísticas de eficiência média por controle de capital.....	79
Tabela 10: Teste de igualdade entre as proporções de bancos eficientes.....	80
Tabela 11: Estatísticas de eficiência média por controle de capital.....	81
Tabela 12: Quantidade de unidades eficientes de acordo com o porte.....	82
Tabela 13: Eficiência média por porte.....	83
Tabela 14: Quantidade de unidades eficientes por segmento de mercado.....	84
Tabela 15: Teste de igualdade entre as proporções de bancos eficientes.....	85
Tabela 16: Estatísticas de eficiência média por segmento do mercado.....	85
Tabela 17: Estatísticas dos estimadores FDHC e DEAC.....	87
Tabela 18: Unidades com os mesmos índices de eficiência FDHC.....	90
Tabela 19: Estimadores FDHC e DEAC.....	91
Tabela 20: Estatísticas de eficiência DEAC e FDHC por controle de capital.....	93
Tabela 21: Estatísticas de eficiência média DEAC e FDHC por porte.....	94
Tabela 22: Estatísticas de eficiência média DEAC por segmento mercado.....	95
Tabela 23: Estimativas de eficiência média para os 20 maiores bancos - 2001/2004.....	96
Tabela 24: Estimativas de ordem m	100
Tabela 25: Estimativas quantil de ordem α	104
Tabela 26: Estimativas FDH eficientes e estimativas de ordem m e quantil.....	106
Tabela 27: Unidades mais eficientes classificadas pelo estimador de ordem m	109
Tabela 28: Unidades mais ineficientes classificadas pelo FDH.....	111
Tabela 29: Estimativas de ordem m e quantil por controle de capital.....	115

Tabela 30: % de observações acima da fronteira de ordem m e quantil.....	116
Tabela 31: Estimativas de ordem m e quantil excluindo os valores extremos.....	117
Tabela 32: Eficiência média de ordem m de acordo com o ramo de atuação.....	118
Tabela 33: Eficiência média excluídos os valores extremos.....	119
Tabela 34: Eficiência média de ordem m e quantil de acordo com o porte.....	120
Tabela 35: Estimativas de ordem m e quantil por porte excluídos valores extremos.....	121
Tabela 36 : Eficiência média.....	126
Tabela 37: Impactos da Privatização sobre a Eficiência.....	129
Tabela 38: Estimativas de Dois Estágios.....	131
Tabela 39: Teste de Kruskal Wallis de igualdade entre as populações para os índices médios de eficiência dos segmentos bancários.....	133

1 INTRODUÇÃO

O interesse em avaliar a eficiência de unidades produtivas cresceu bastante nos últimos anos entre os mais diversos setores da economia, tais como, saúde, educação e financeiro. Diversos artigos empíricos procuraram avaliar a performance relativa de hospitais, universidades, bancos, empresas de seguros, etc. Uma questão essencial e pouco explorada nesses trabalhos diz respeito a escolha da forma utilizada para avaliar a eficiência.

As duas principais metodologias usadas para medir a eficiência relativa das firmas envolvem métodos paramétricos e métodos não paramétricos. Nos dois casos, o objetivo inicial é estimar um fronteira de eficiência que represente a melhor prática produtiva para a indústria e calcular os índice de eficiência em relação a essa fronteira.

Os métodos paramétricos utilizam modelos de regressão e necessitam da especificação de uma forma funcional para uma função de produção, custo ou lucro. Estes métodos também supõem que as firmas podem estar fora da fronteira eficiente em decorrência da ineficiência e/ou em consequência de choques aleatórios ou erros de medida. Assim, existe um duplo termo de erro adicionado às funções de interesse. Dentre os principais métodos econométricos, destacam-se o método da fronteira estocástica (SFA), desenvolvido por Aigner, Lovell e Schmidt (1977), e o método da livre distribuição (DFA), introduzido por Berger (1993).

A diferença principal entre esses dois métodos paramétricos está em como formalizar o termo de erro de eficiência e em como fazer a decomposição do duplo termo de erro estimado. Enquanto a abordagem da fronteira estocástica impõe certas formas funcionais para a densidade do termo de ineficiência, tais como, normal truncada e exponencial, a abordagem da livre distribuição não faz nenhuma imposição nesse sentido, mas supõe que o erro aleatório tende a zero e exige a existência de dados em painel.

Nesses dois casos paramétricos, entretanto, a grande imposição que se faz diz respeito a forma funcional especificada para as funções de produção, custo e lucro. Mesmo as formas ditas mais flexíveis como a translog gerarão resultados viesados e inconsistentes se a tecnologia de produção for distinta da função postulada.

Os métodos não paramétricos, por sua vez, impõem menos restrições à tecnologia de produção das firmas. Estes métodos baseam-se na idéia de envolver os dados observados para construção da fronteira de eficiência através de técnicas de programação linear. Para utilizá-los

não é preciso especificar qualquer forma funcional para as funções de produção e custo. Por isso, tornaram-se bastante populares na literatura. Os dois estimadores não paramétricos de fronteira de eficiência mais utilizados são o DEA (Análise Envoltória dos Dados), operacionalizado por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), e o FDH (Superfície de Livre Disponibilidade), desenvolvido por Deprins, Simar e Tulkens (1984).

A diferença fundamental entre esses métodos não paramétricos diz respeito à suposição de convexidade. Enquanto o DEA impõe convexidade ao conjunto de produção, o estimador FDH não faz qualquer restrição nesse aspecto. Os dois estimadores, entretanto, possuem a característica comum de permitir que se analise a eficiência produtiva de unidades que trabalham com múltiplos insumos e produtos. Outro aspecto fundamental desses estimadores é sua sensibilidade a valores extremos e outliers. Finalmente, embora viesados como qualquer estimador não paramétrico, esses estimadores são consistentes.

Embora muitos autores argumentem que os estimadores DEA e FDH são não estocásticos, em oposição à abordagem econométrica, já houve bastante progresso na literatura em relação às suas propriedades estatísticas. Park, Simar e Weiner (2000) demonstraram a consistência dos estimadores FDH em ambientes multivariado e obtiveram sua distribuição assintótica amostral. Gijbels *et al.* (1999) fez o mesmo para o estimador DEA em ambiente bivariado. Dessa forma, procedimentos para calcular intervalos de confiança e corrigir o viés desses estimadores já estão disponíveis.

Apesar desse progresso na metodologia de estimação e inferência, novos estimadores estão surgindo como uma alternativa aos tradicionais DEA e FDH. Cazals, Florens e Simar (2002) propuseram um estimador baseado na fronteira de produto máximo esperado, conhecido como estimador de ordem m , que é mais robusto a outliers e valores extremos. Aragon, Daouia e Thomas-Agan (2005) desenvolveram o estimador quantil de ordem α , baseado na idéia de quantis de produção, que também é mais robusto a outliers e valores extremos do que os estimadores DEA e FDH.

Mais recentemente, Martins-Filho e Yao (2006) obtiveram, através de regressão não paramétrica linear local, o estimador de fronteira NP. Além de ser mais robusto a outliers, o NP não sofre do mesmo tipo de viés dos estimadores DEA e FDH e possui as propriedades de continuidade e diferenciabilidade em todos os pontos da fronteira. Diferentemente do DEA e do FDH, que por construção impõe a restrição do produto marginal dos insumos ser constante em

intervalos da fronteira estimada, o estimador NP permite que o produto marginal dos insumos varie ao longo de toda fronteira.

A escolha da metodologia utilizada não é consenso entre os autores. São raros os trabalhos que se preocupam em estudar como a metodologia empregada gera resultados diversos, sendo raras exceções Tulkens (1993) e Cummins e Zi (1996). Mesmo nestes casos, é difícil encontrar artigos que levam em consideração as propriedades estatísticas dos estimadores não paramétricos. Assim, devido ao crescente interesse nessa área de pesquisa e ao surgimento de novos modelos de fronteira, é fundamental verificar qual o efeito da escolha de técnicas de estimação diferentes sobre os indicadores de eficiência das firmas.

Verificar a robustez dos resultados, utilizando diversos modelos de análise, é importante porque técnicas diferentes podem gerar conclusões diferentes e, conseqüentemente, políticas regulatórias e gerenciais distintas. Embora saibamos que quantitativamente estes modelos não são iguais, é preciso conhecer a magnitude dessa diferença e verificar se qualitativamente os resultados também mudam. Portanto, é fundamental verificar como os índices de eficiência das firmas mudam de acordo com a técnica usada para que se possa adotar medidas apropriadas com o intuito de melhorar sua performance.

Nesse sentido, o primeiro objetivo deste trabalho é apresentar e comparar teoricamente os principais métodos não paramétricos de avaliação de eficiência. Além dos já tradicionais DEA e FDH, empregaremos o FDH com correção de viés, chamado aqui de FDHC ou FDH corrigido, e os novos estimadores de ordem- m e quantil de ordem- α . O segundo objetivo é avaliar empiricamente quão diferentes são os índices de eficiência das firmas obtidos de técnicas diferentes aplicadas ao mesmo conjunto de dados. Para isso, utilizaremos uma amostra de 184 bancos brasileiros existentes entre os períodos de Junho/95 a Junho/2004.

Dentre os trabalhos que se preocupam em analisar a eficiência das firmas, aqueles que avaliam as instituições bancárias estão entre os mais numerosos, o que pode ser decorrente de dois motivos principais. Em primeiro lugar, a indústria bancária tem um papel estratégico na alocação de recursos na economia e conseqüentemente no próprio desempenho econômico dos países. Levine (1997), por exemplo, mostrou uma forte correlação positiva entre o desenvolvimento do setor financeiro dos países e seu nível de renda. Em segundo lugar, existe uma relativa disponibilidade de dados através dos Bancos Centrais, o que permite a aplicação das metodologias acima.

Os estudos sobre a performance dos bancos são particularmente relevantes porque um sistema financeiro mais eficiente pode reduzir os custos da intermediação financeira, aumentando a estabilidade do sistema bancário e a própria eficiência da economia. Dessa forma, a avaliação do setor bancário e a identificação das melhores práticas operacionais é de especial interesse para os órgãos reguladores do setor que precisam fomentar políticas regulatórias com o objetivo de melhorar a eficiência na transferência de recursos entre poupadores e tomadores. Além disso, modelos formais de avaliação de eficiência podem ajudar a identificar bancos com eficiência operacional destoante da eficiência do setor. Assim, de posse dessa informação, o órgão regulador pode agir preventivamente para evitar problemas de contágio no mercado.

Outros agentes econômicos também têm interesse em obter informações sobre a performance dos bancos. Os acionistas e investidores preocupam-se basicamente com o efeito da eficiência sobre a lucratividade da empresa. Firms mais eficientes têm em geral capacidade de obter maiores lucros e de sobreviver em ambientes competitivos. Os administradores têm interesse em conhecer quais as melhores práticas do mercado com o objetivo de aperfeiçoar seus modelos de gestão. Finalmente, os depositantes estão interessados em saber quais instituições têm maior capacidade de administrar suas poupanças, oferecendo melhores características de risco e retorno para suas aplicações.

Os trabalhos que avaliam a eficiência do sistema bancário usam técnicas paramétricas e não paramétricas e têm objetivos diversos. Berger e Humphrey (1997) fizeram uma revisão da literatura internacional e classificaram os artigos em várias categorias. Alguns autores avaliam o impacto de mudanças regulatórias e no ambiente econômico sobre a eficiência e a produtividade dos bancos. Outros trabalhos, como Peristiani (1997), procuram verificar qual o efeito de fusões e aquisições e da concentração de mercado sobre a performance da indústria bancária.

Há ainda aqueles que estudam questões metodológicas, isto é, como diferentes definições de produtos e insumos, diferentes formas de organização e, mais raramente, diferentes técnicas de estimação afetam a eficiência dos bancos. Tortosa-Ausina (2002), por exemplo, avaliaram como diferentes medidas de produto afetam a eficiência de custo dos bancos espanhóis.

O estudo da eficiência dos bancos no Brasil é mais recente do que em outros países, mas vem ganhando destaque principalmente em decorrência das transformações por que passou a indústria bancária após a implantação do Plano Real. A queda da receita inflacionária forçou os bancos a procurar formas alternativas para compensar os ganhos advindos das receitas de float,

acarretando um profundo ajuste na estrutura operacional dos bancos e um incentivo na busca pela melhoria na eficiência de suas atividades. Além disso, com o objetivo de fortalecer o setor e aumentar a exposição das instituições bancárias a um maior grau de competição, as autoridades promoveram a abertura do mercado ao capital externo e um processo de reestruturação societária, marcado por privatizações de bancos públicos estaduais e processos de fusões e aquisições.

Neste contexto, têm crescido o interesse por pesquisas que avaliem a eficiência produtiva da indústria bancária brasileira e ajudem a entender seus fatores determinantes, tais como, o controle de capital, tamanho, origem, etc. A maioria dos trabalhos já realizados avaliaram a eficiência de produção e de custos utilizando os métodos de Análise Envoltória de Dados (DEA) e de Fronteira Estocástica.

Nakane (1999) estimou uma fronteira estocástica de custo para avaliar o impacto do plano Real sobre a eficiência dos bancos e Silva e Jorge Neto (2002) também no contexto de fronteiras estocásticas de custo analisaram a eficiência de 59 bancos após o Plano Real. Régis (2001) também estimou uma fronteira de custo, mas usou o método DEA e dados do ano de 1999, procurando avaliar a diferença de eficiência entre bancos nacionais e estrangeiros.

Souza e Tabak (2003) e Krause e Tabak (2004) avaliaram a eficiência de produção dos bancos utilizando a abordagem DEA, procurando relacionar os índices obtidos com várias categorias de bancos. Finalmente, Weintraub (2003) estimou uma função de produção Cobb-Douglas e constatou que houve um aumento na produtividade total dos bancos entre 1990 e 2002.

Uma característica comum nestes trabalhos é que todos utilizaram apenas uma técnica de estimação. A definição de produtos e insumos e do período analisado também não são idênticos, o que torna difícil a comparação entre os resultados encontrados. Além disso, entre os trabalhos que utilizaram técnicas não paramétricas, todos optaram por estimar modelos de fronteira usando o método DEA e nenhum deles se preocupou com as propriedades estatísticas dos estimadores como consistência, correção de viés e inferência.

Dessa forma, o terceiro objetivo deste trabalho é contribuir para a literatura que avalia a eficiência produtiva da indústria bancária brasileira em diversos aspectos. Diferentemente dos trabalhos anteriores, nós utilizaremos diversos estimadores de eficiência com a finalidade de verificar a robustez dos resultados. Além do já utilizado DEA, nós empregaremos o estimador FDH e o estimador FDHC. Como posto acima, enquanto o estimador DEA assume restrição de convexidade, o estimador FDH assume apenas livre disponibilidade do conjunto de produção.

Adicionalmente, nós consideraremos novos conceitos de eficiência e novos estimadores que possuem várias vantagens em relação aos estimadores DEA e FDH. O estimador de ordem- m e o estimador quantil de ordem α , embora não paramétricos, convergem a taxas mais rápidas e são mais robustos a valores extremos e ruído. Dessa maneira, o emprego desses estimadores pode resultar em novas informações sobre a eficiência do setor bancário que ainda não são conhecidas, tanto pelos reguladores quanto pelos acionistas e depositantes.

Nosso objetivo também é investigar como variáveis ambientais afetam os indicadores de eficiência. Nesse sentido, nossa preocupação é verificar diferenças no padrão de eficiência entre bancos públicos, nacionais privados e estrangeiros e entre bancos de varejo, atacado e financiamento. Vale ressaltar que embora a maior parte dos bancos públicos estaduais tenha sido privatizada, os bancos de controle estatal ainda respondem por aproximadamente 30% dos ativos da indústria bancária brasileira. Finalmente, o comportamento da performance do setor durante o período amostral também será objeto de análise.

O trabalho organiza-se como segue. O capítulo 2 apresenta o conceito de conjunto de produção e fronteira de produção, descreve de maneira formal os estimadores não paramétricos e as técnicas de estimação. O capítulo 3 descreve a amostra e apresenta os resultados da aplicação empírica dos modelos de fronteira de eficiência para a amostra de bancos brasileiros. Finalmente, o capítulo 4 apresenta as considerações finais.

2 FRONTEIRAS DE PRODUÇÃO E EFICIÊNCIA PRODUTIVA

Antes de iniciar o estudo sobre a eficiência das firmas de qualquer indústria, é importante formalizar uma estrutura para a tecnologia de produção que descreva não somente as restrições físicas de produção, isto é, quais combinações de insumos e produtos são tecnologicamente possíveis, mas também de uma forma geral as características do processo produtivo.

A economia da produção que estuda o comportamento dos produtores permite descrever essa estrutura teórica e definir com base em microfundamentos e de forma objetiva o conceito de eficiência.

A descrição das atividades de produção possíveis das firmas pode ser formalizada através do conceito de conjunto de produção. Considerando um vetor não negativo de insumos $x = (x_1, \dots, x_p) \in R_+^p$, usados para produzir um vetor de produtos $y = (y_1, \dots, y_q) \in R_+^q$, define-se o conjunto de possibilidades de produção como:

$$\psi = \left\{ (x, y) \in R_+^{p+q} : \text{é possível produzir } y \text{ usando } x \right\} \quad (1)$$

Este conjunto identifica aqueles vetores de produção que são tecnologicamente possíveis de produzir. Quando y é unidimensional, pode-se caracterizar ψ através de uma função de produção $f(x)$:

$$\psi = \left\{ (x, y) \in R_+^{p+1} : y \leq f(x) \right\} \quad (2)$$

Assumindo que $f(x) = x^{1/2}$, ψ é o espaço de todas as combinações de insumos e produtos entre o eixo x e a curva $f(x)$ que parte da origem, ilustrados na Figura 1.

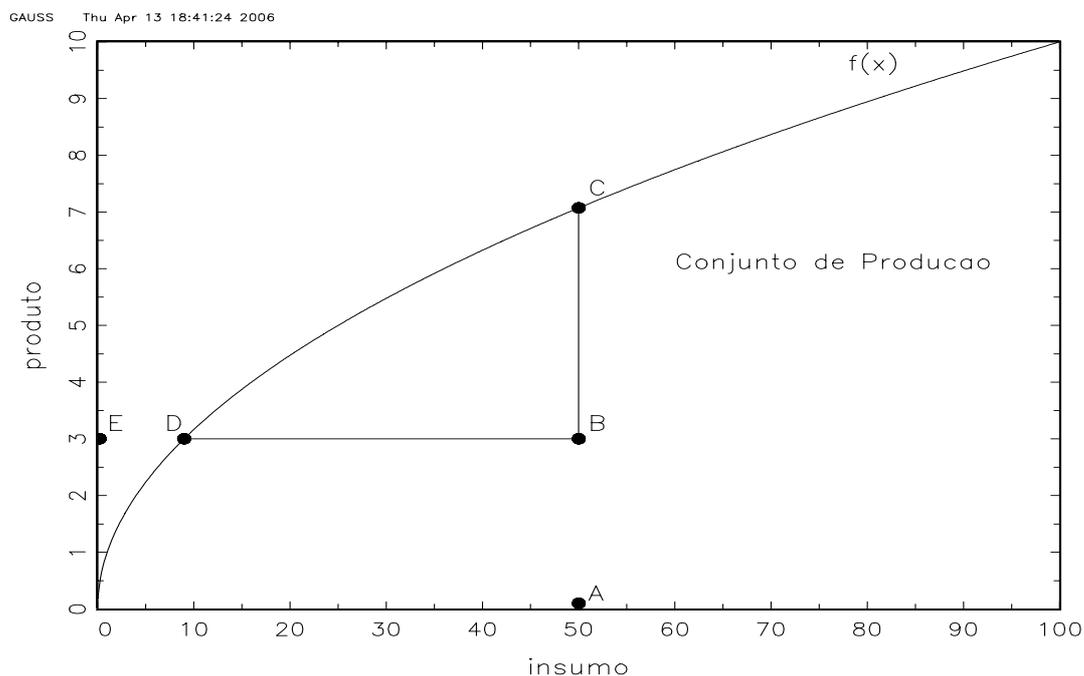


Figura 1: Conjunto de produção Ψ e fronteira de produção $f(x)$, $q = p = 1$.

Fonte: Elaborada pelo autor

Também é possível representar o conjunto de possibilidades de produção através de suas seções: o conjunto de insumos e o conjunto de produtos. O primeiro, definido por

$$L(y) = \{x \in R_+^p : (x, y) \in \Psi\} \quad (3)$$

descreve todos os vetores de insumos que podem ser usados para produzir pelo menos o vetor y . A Figura 2 ilustra o conjunto de insumos. A interseção das regiões à direita e ao longo da curva SS' representa $L(y)$ para um dado nível de produto.

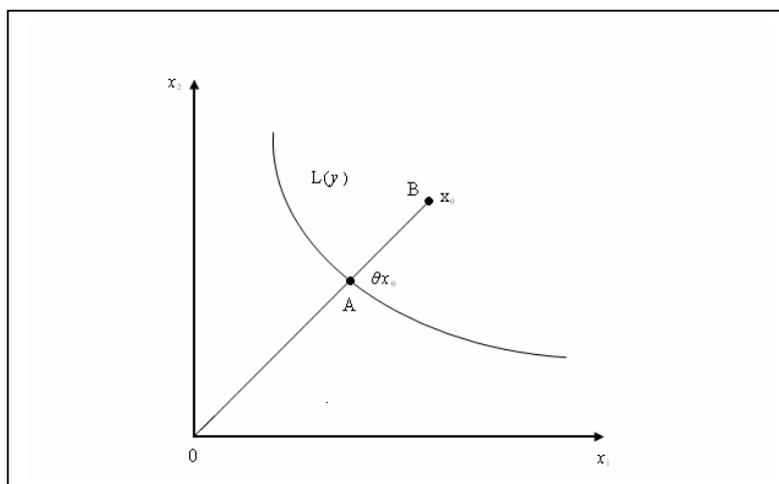


Figura 2: Conjunto de requerimento de insumos, $p = 2$

Fonte: Elaborada pelo autor

O conjunto de produtos, por outro lado, mostra todas as combinações de produtos que podem ser geradas utilizando o vetor de insumos x , sendo descrito por:

$$P(x) = \{y : (x, y) \in \psi\}, \quad (4)$$

A Figura 3 abaixo ilustra $P(x)$. A intersecção das regiões abaixo e ao longo da curva representa o conjunto de produtos para dado x .

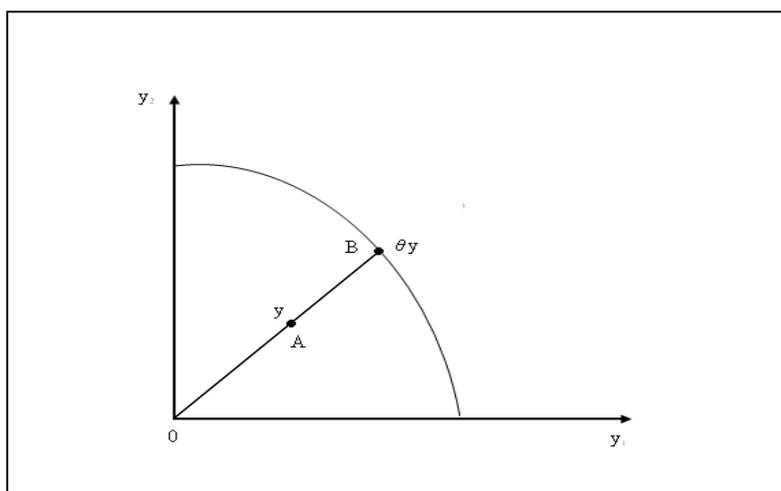


Figura 3: Conjunto de produtos, $q = 2$.

Fonte: Elaborada pelo autor

Várias suposições com respeito à ψ são possíveis. As mais comuns são:

- i) ψ é um conjunto fechado e limitado;
- ii) $(y,0) \in \psi \Rightarrow y = 0$;
- iii) $(y,x) \in \psi \Rightarrow (y,x') \in \psi$ para $x' > x$;
- iv) $(y,x) \in \psi \Rightarrow (y',x) \in \psi$ para $y > y'$;
- v) ψ é convexo.

A propriedade (i) garante a existência de vetores de produtos e insumos tecnicamente eficientes e desconsidera a possibilidade de produto infinito. A suposição (ii) garante que não “há almoço grátis”, isto é, não é possível produzir produto sem insumo. As propriedades (iii) e (iv), conhecidas como “free disposability” ou livre disponibilidade, garantem a possibilidade de contração radial dos insumos ou expansão radial dos produtos ou, de forma diferente, permitem que insumos extras sejam descartados sem custo adicional.

A convexidade do conjunto de produção implica que se $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \psi$, então, $(y, x) \in \psi$ para $(y, x) = \alpha (x_1, y_1) + (1 - \alpha) (x_2, y_2)$ e $\alpha \in [0, 1]$. Essa suposição não é exigida, mas geralmente imposta em aplicações empíricas. Do ponto de vista econômico, essa imposição impede a estimação consistente de fronteiras de produção que apresentem retornos de escala alternativamente crescentes e decrescentes.

Na análise de eficiência, tem-se especial interesse pelos limites ou fronteiras desses conjuntos desde que a performance relativa das unidades produtivas é medida através da distância para essas fronteiras. O limite superior de ψ é conhecido como fronteira de possibilidades de produção e os limites de $L(y)$ e $P(x)$ como isoquantas.

No caso $q = 1$, por exemplo, o limite superior de ψ define uma fronteira de produção que é a função $f(x) = \sup\{y : (x, y) \in \psi\} = \sup\{y : y \in P(x)\} = \sup\{y : x \in L(y)\}$, isto é, a fronteira é o conjunto de pontos que nos dá o máximo produto para cada nível de insumo.

As isoquantas de insumo e produto, por sua vez, são os conjuntos definidos por

$$L^\theta(y) = \{x : x \in L(y), \theta x \notin L(y) \forall 0 < \theta < 1\} \quad (5)$$

e

$$P^\phi(x) = \{y : y \in P(x), \phi y \notin P(x) \forall \phi > 1\} \quad (6)$$

Farrell (1957) definiu a eficiência produtiva como a habilidade de uma firma em obter o máximo produto dado um vetor de insumos (orientação pelo produto) ou de minimizar o uso dos insumos para produzir um dado nível de produto (orientação pelo insumo). Dessa forma, as firmas que são tecnicamente ineficientes operam no interior de ψ e as firmas que são tecnicamente eficientes operam ao longo da fronteira de ψ .

Para um firma operando no ponto (x_0, y_0) , podemos definir o escore de eficiência θ , com orientação pelo insumo, como

$$TE_I = \theta(x_0, y_0) = \inf\{\theta : \theta x_0 \in L(y_0)\} \quad (7)$$

Na Figura 2, uma firma genérica, representada pelo ponto B, usa um vetor de insumos x_0 e produz uma quantidade y_0 . A curva SS' representa uma isoquanta. Assim, a distância AB representa a ineficiência técnica, que é expressa em termos percentuais pela razão $TE_I = \theta(x_0, y_0) = OA/OB$, onde $0 < \theta(x_0, y_0) \leq 1$. Se $\theta(x_0, y_0) = 1$, a firma seria tecnicamente eficiente. Dessa forma, $\theta(x_0, y_0)$ mede a contração máxima no vetor de insumos x_0 de forma que o produto representado por SS' ainda seja possível.

O nível eficiente de insumos correspondente ao produto y_0 é dado pela interseção da curva SS' e da linha θx_0 , isto é,

$$x^\circ(y_0) = \theta(x_0, y_0)x_0 \quad (8)$$

De forma semelhante, pode-se ilustrar o conceito de eficiência produtiva com orientação voltada para o produto, em termos da definição de Farrel (1957), através da Figura 3. Neste caso, a razão $TE_O = OB/OA = \phi(x_0, y_0) = \sup\{\phi : \phi y_0 \in P(x)\}$, onde $\phi(x_0, y_0) \geq 1$, representa a expansão máxima possível no vetor de produtos dado o atual nível de insumo. Se $\phi(x_0, y_0) = 1$, a firma seria tecnicamente eficiente. Alternativamente, Shephard (1970) definiu o índice de eficiência em termos do recíproco de ϕ , $\theta = 1/\phi$:

$$\theta(x_0, y_0) = TE_O = \inf\{\theta : \theta^{-1} y_0 \in P(x)\}, \quad (9)$$

onde $0 < \theta(x_0, y_0) \leq 1$. O nível ótimo de produto é dado por:

$$y^\circ(x_0) = \phi(x_0, y_0)y_0 \quad \text{ou} \quad y^\circ(x_0) = \theta^{-1}(x_0, y_0)y_0 \quad (10)$$

No caso em que $q = p = 1$, podemos visualizar esses conceitos através da figura 1. O ponto B representa uma firma operando de forma ineficiente, a medida de eficiência técnica com orientação voltada para o produto é igual a razão $TE_0 = AB/AC$. De forma alternativa, a eficiência técnica com orientação para o insumo é $TE_1 = ED/EB$.

Em situações práticas onde se pretende avaliar o grau de eficiência das firmas, os conjuntos ψ , $L(y)$ e $P(x)$, bem como suas fronteiras, não são observados. Consequentemente os índices de eficiência descritos acima também não. Apenas uma amostra $\chi(n)$ de unidades produtivas é conhecida:

$$\chi(n) = \{(x_i, y_i) \in R^{p+q} : i = 1, \dots, n\} \quad (11)$$

O problema econométrico é, então, como estimar os conjuntos acima descritos usando $\chi(n)$.

2.1 Técnicas de Estimação de Fronteiras de Eficiência

Os métodos utilizados para a estimação de fronteiras de eficiência podem ser agrupados em duas grandes categorias: fronteiras estocásticas e fronteiras determinísticas. Enquanto o primeiro utiliza os modelos de regressão OLS e de máxima verossimilhança (MV) para estimar os parâmetros de um modelo de fronteira pré-determinado e seus respectivos índices de eficiência, o segundo em geral é baseado em técnicas de programação linear.

Os modelos de fronteira determinística trabalham com a suposição de que o processo gerador dos dados (PGD) é tal que $\text{prob}[(x_i, y_i) \in \psi] = 1$, isto é, a probabilidade das observações estarem além da fronteira do conjunto de produção é nula. Os modelos de fronteira estocástica, por outro lado, permitem a presença de ruído ou erro de medida aleatório e a possibilidade de que algumas observações geradas estejam além de ψ .

Do ponto de vista econômico, os modelos não paramétricos impõem que qualquer desvio da firma em relação à fronteira produtiva decorra unicamente de ineficiência, enquanto os modelos de fronteira estocástica permitem que outros fatores aleatórios influenciem esses desvios da fronteira.

Os trabalhos que estudam a eficiência usando os modelos estocásticos, em geral, utilizam as técnicas desenvolvidas por Aigner, Lovell and Schmidt (1977) e Meeusen e van den Broeck (1977), onde os parâmetros das fronteiras são estimados através do método da máxima verossimilhança (MV) e os indicadores de eficiência dependem da função de verossimilhança e dos estimadores obtidos no primeiro estágio.

Uma das grandes desvantagens dos modelos de fronteiras estocásticas em relação aos métodos não paramétricos diz respeito à necessidade de especificar uma forma funcional para a tecnologia que determina o processo produtivo das firmas. Neste caso, se a forma especificada, que não é conhecida, estiver incorreta, os estimadores não terão as propriedades desejáveis do estimador MV.

Nos modelos não paramétricos, por outro lado, não há necessidade de especificar uma forma funcional. Em virtude dessa característica, estes métodos ganharam popularidade entre os pesquisadores que avaliam a eficiência dos bancos. Dentre estes estimadores, os mais populares são o FDH e o DEA, embora mais recentemente outras alternativas tenham surgido, como o estimador de ordem m e o estimador quantil.

Como nosso enfoque é baseado nos estimadores não paramétricos, a seguir apresentaremos uma descrição teórica mais detalhada desses modelos.

2.2 Estimadores Não Paramétricos

Nesta seção, nós apresentaremos uma descrição formal dos modelos não paramétricos utilizados neste trabalho. Destacamos suas características, restrições e as conseqüências de suas imposições sobre os índices de eficiência das firmas. Finalmente, realizamos várias simulações com o objetivo de ilustrar os conceitos apresentados.

2.2.1 FDH (Free Disposal Hull / Superfície de Livre Descarte)

Supondo uma amostra $\chi(n)$, Deprins, Simar e Tulkens (1984) propuseram o seguinte estimador para o conjunto de produção ψ :

$$\hat{\psi}_{FDH}(\chi) = \left\{ (x, y) \in R_+^{p+q} : y \leq y_i, x \geq x_i, (x_i, y_i) \in \chi(n) \right\} \quad (12)$$

Note que esse estimador, conhecido como FDH, não impõe a restrição de convexidade sobre ψ , mas apenas a suposição de livre disponibilidade. Esse estimador permite, então, obter fronteiras com retornos crescentes e decrescentes de escala em qualquer região do conjunto de produção. A Figura 4 abaixo ilustra o conjunto $\hat{\psi}_{FDH}$ para o caso $p = q = 1$.

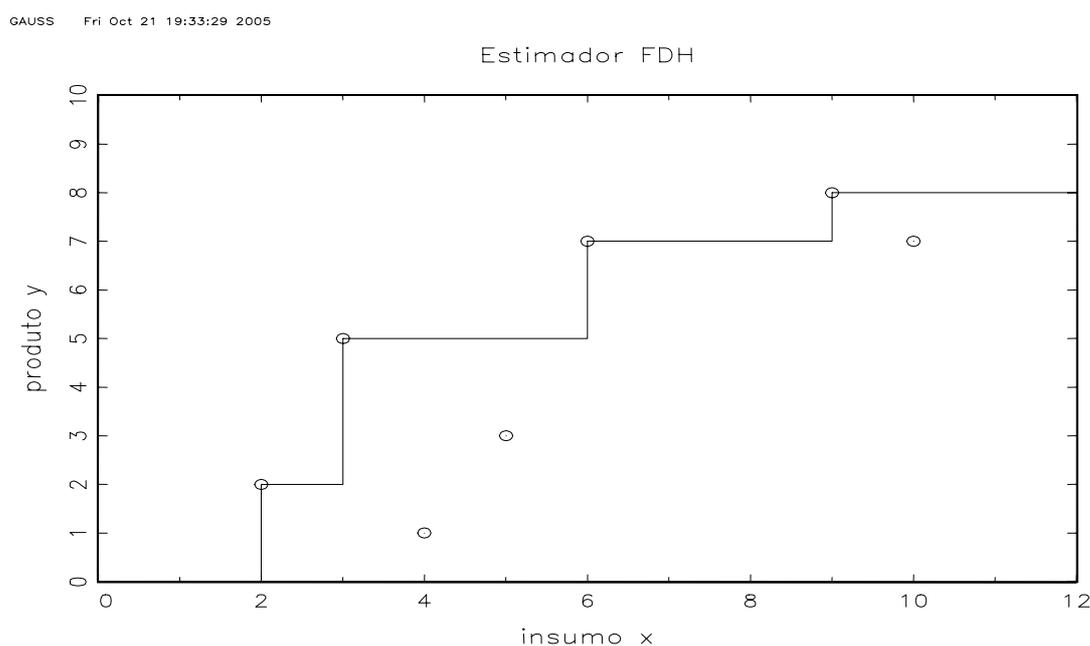


Figura 4: Estimador FDH

Fonte: Elaborada pelo autor

A estimativa de eficiência para um determinada unidade é calculada em relação à fronteira do conjunto $\hat{\psi}_{FDH}$. Intuitivamente, o objetivo é encontrar o produto máximo entre todas as firmas que utilizam insumos menores ou iguais ao da firma avaliada. Assim, o estimador FDH de eficiência com orientação pelo produto é dado por

$$\hat{\theta}_{FDH}(x, y) = \inf \{ \theta : (x, \theta^{-1}y) \in \hat{\psi}_{FDH}(\mathcal{X}) \} \quad (13)$$

e o nível eficiente do produto é

$$\hat{y}^o(x) = \hat{\theta}_{FDH}^{-1}(x, y)y \quad (14)$$

Para estimar a eficiência de uma firma arbitrária que opera ao nível (x_0, y_0) , resolvemos o seguinte algoritmo:

$$\hat{\theta}_{FDH} = \left[\max_{i/x_i < x_0} \min_{j=1, \dots, p} \left(\frac{y_i^j}{y_0^j} \right) \right]^{-1}, \quad (15)$$

onde y_0^j é o j -ésimo componente do vetor y_0 e $0 < \hat{\theta}_{FDH} \leq 1$. Observe que no caso de um único produto, temos:

$$\hat{\theta}_{FDH} = \left[\max_{i/x_i < x_0} \left(\frac{y_i}{y_0} \right) \right]^{-1}, \quad (16)$$

É importante destacar que os índices de eficiência obtidos através dos estimadores DEA e FDH são apenas estimativas de seus reais valores não observados visto que a verdadeira fronteira também não é observada. Como um exemplo e supondo um conjunto de produção convexo, a Figura 5 descreve uma fronteira teórica simulada com 50 unidades de produção e a respectiva fronteira FDH estimada¹. A simulação baseia-se no seguinte modelo:

$$y_i = f(x_i) e^{-z_i} \quad (17)$$

onde os insumos x_i são variáveis aleatórias geradas através de uma distribuição uniforme com suporte $[0, 100]$, $\exp(-z_i) = \theta$ representa os índices de eficiência, z_i são variáveis aleatórias de uma distribuição exponencial com parâmetro $\beta = 1$ e $f(x) = \sqrt{x}$.

É fácil observar que, por construção, $\hat{\psi}_{FDH} \subset \psi$, isto é, o conjunto de produção estimado através do FDH está contido no verdadeiro conjunto de produção. Consequentemente, $\hat{\theta}_{FDH} \geq \theta$ ou os índices de eficiência estimados para as firmas são maiores do que seus respectivos valores reais. Analisando a figura, verificamos que o índice de eficiência FDH é medido em relação à fronteira FDH estimada, enquanto o verdadeiro índice de eficiência é medido em relação à fronteira teórica. Assim, o estimador FDH é viesado para cima.

¹ Os modelos de fronteira utilizados neste trabalho foram estimados através do programa Gauss 6.0. Os algoritmos foram escritos pelo autor e pelo prof. Martins-Filho.

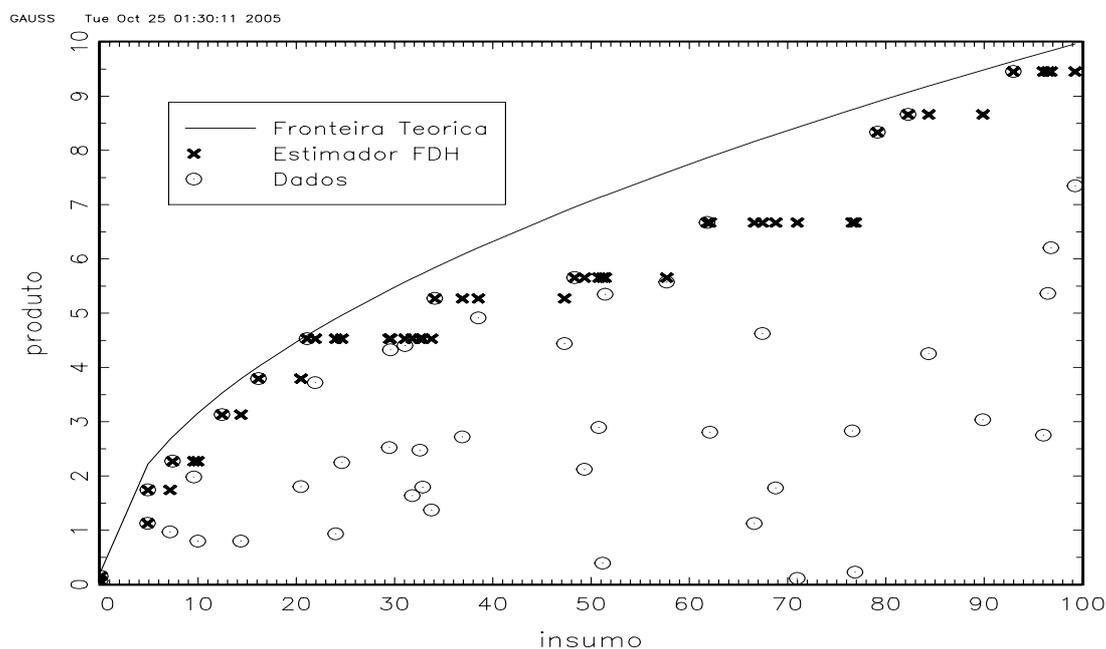


Figura 5: Fronteira teórica, estimador FHD e amostra observada.

Fonte: Simulação do estimador FDH através do programa Gauss 6.0

O estimador FDH também é útil para se identificar as firmas consideradas dominantes e dominadas. Uma firma i é considerada dominada por uma firma j quando $x_j < x_i$ e $y_j > y_i$, isto é, a firma j utiliza insumos menores para produzir produtos maiores ao da firma i . Toda firma avaliada como ineficiente pelo FDH é dominada por uma ou mais firmas. Na Figura 6, por exemplo, as firmas B e C são dominadas pela firma A.

De forma semelhante, as firmas dominantes possuem insumo menor e produto maior do que uma ou mais firmas. A firma A, por exemplo, é eficiente e dominante, dominando, dentre outras, as firmas B e C, embora seja a mais dominante apenas para a primeira. Ou seja, sua exclusão da amostra, altera o índice de eficiência apenas da firma B.

Vale observar que os índices de eficiência das firmas dominadas são estimados em relação a firma mais dominante. A firma B tem como mais dominante a firma A e a firma C, embora dominada por A e D, tem como mais dominante esta última.

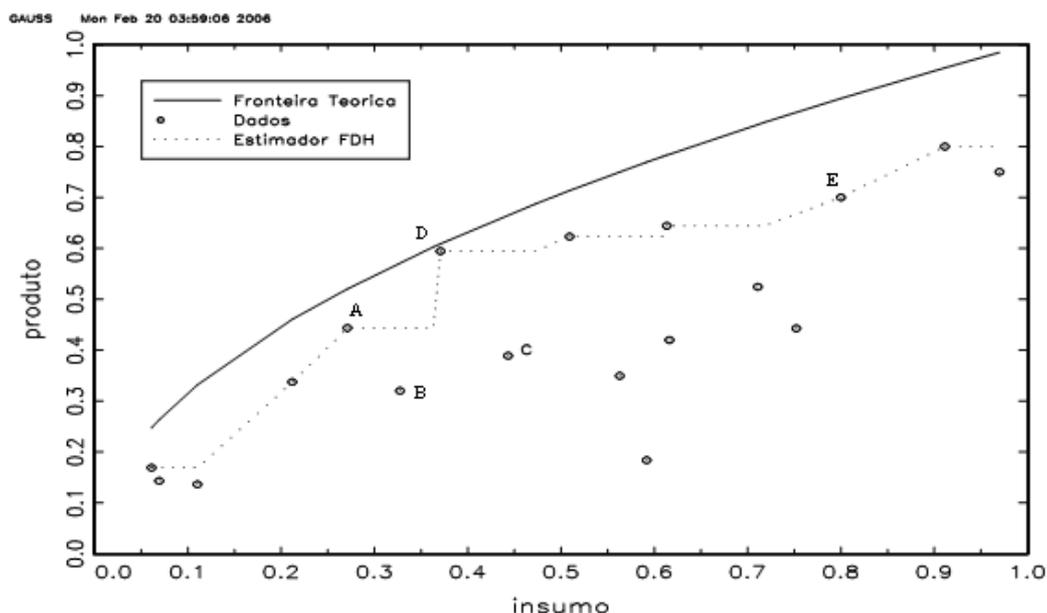


Figura 6: Estimador FDH e as firmas dominantes e dominadas

Fonte: Elaborada pelo autor

Por outro lado, toda firma eficiente é não dominada. Embora algumas firmas apresentem índices de eficiência igual a 1, elas não exercem qualquer dominância sobre outras. A firma E da Figura 6 é um exemplo desse caso. Apesar de não dominada, a firma E também não domina nenhuma outra visto que não existe qualquer observação na amostra que possua insumo maior e produto menor do que o seu. As firmas eficientes e não dominantes não são comparadas com qualquer outra, mas mesmo assim são consideradas eficientes por construção do modelo. Estes pontos serão de relevância para a análise dos resultados apresentados no capítulo 3.

2.2.2 DEA (Análise Envoltória de Dados)

A abordagem DEA foi proposta por Farrell (1957) e operacionalizada por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e Banker, Charnes e Cooper (1984) através de métodos de programação linear. Esses modelos são conhecidos como CCR e BCR, respectivamente. O estimador para o conjunto de produção proposto por esses últimos autores é:

$$\hat{\psi}_{DEA}(\chi) = \left\{ (x, y) \in R_+^{p+q} : y \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i, x \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n \right\} \quad (18)$$

Esta abordagem assume que o conjunto de produção é convexo e propõe construir uma fronteira não paramétrica linearmente convexa sobre os dados, como ilustrado na Figura 7. A exclusão da restrição $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ gera uma fronteira convexa que é linha reta partindo da origem e passando pela firma que tem a maior razão produto/insumo, chamada de DEA com retornos constantes de escala, modelo CCR. Essa suposição é bastante restritiva, pois implica impôr uma tecnologia de retornos constantes de escala à indústria. Isso descaracteriza a própria vantagem dos modelos não paramétricos de permitir maior flexibilidade. Assim, a análise a seguir baseia-se no modelo BCR.

O índice de eficiência estimado com orientação pelo produto é dado por

$$\hat{\theta}_{DEA}(x, y) = \inf \{ \theta : (x, \theta^{-1}y) \in \hat{\psi}_{DEA}(\chi) \} \quad (19)$$

e o nível eficiente do produto

$$\hat{y}^o(x) = \hat{\theta}_{DEA}^{-1}(x, y)y \quad (20)$$

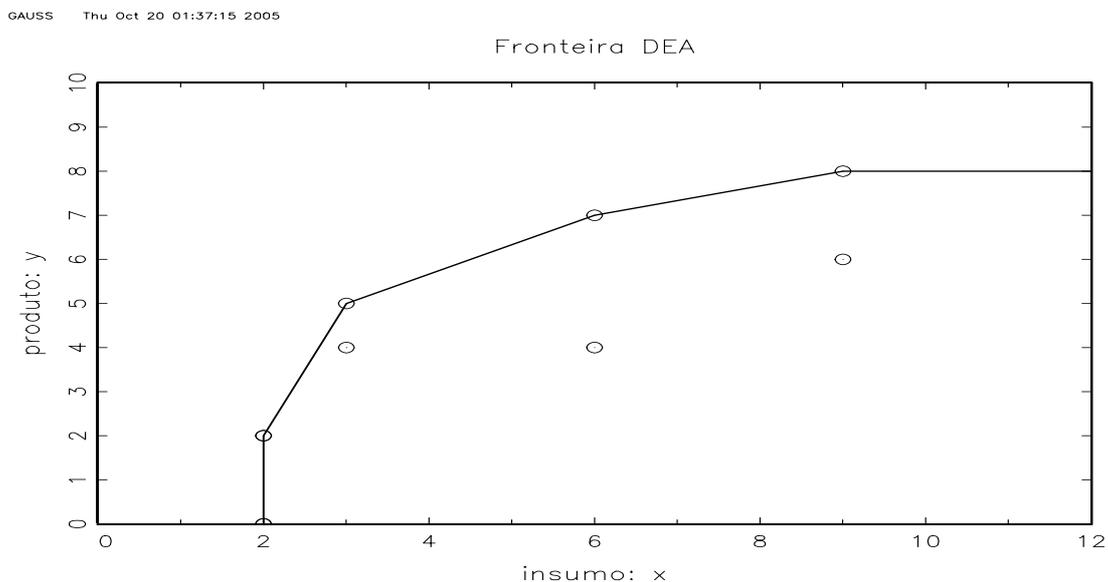


Figura 7: Fronteira DEA

Fonte: Elaborada pelo autor

Para uma firma arbitrária operando no ponto (x,y) , o valor de $\hat{\theta}_{DEA}(x,y)$ pode ser obtido através da resolução do seguinte problema de programação linear:

$$\theta(x,y) = \left[\text{Max}_{\phi, \lambda} \left\{ \phi : Y\lambda \geq \phi y, x \geq X\lambda, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda \geq 0 \right\} \right]^{-1} \quad (21)$$

$i = 1, \dots, n$

onde $\phi(x,y) \geq 1$ é um escalar que representa o índice de ineficiência, $0 < \theta(x,y) \leq 1$ representa o índice de eficiência, $Y(q \times n)$ é uma matriz de produtos, $X(p \times n)$ é uma matriz de insumos e $y_{(p \times 1)}$ e $x_{(q \times 1)}$ são vetores de insumos e produtos da firma avaliada e $\lambda_{n \times 1}$ é um vetor de constantes. Note que este problema de programação linear deve ser resolvido n vezes, isto é, para cada unidade da amostra.

O problema acima tem uma interpretação intuitiva. Essencialmente, o objetivo é fazer a firma, que usa o insumo x , expandir radialmente o vetor de produtos y , tanto quanto possível, e ainda permanecer dentro do conjunto de produto. O limite superior dessa expansão é dado pela curva de isoproducto $P(x)$ que representa o produto da fronteira dado por $y^\theta = y\theta^{-1}$. A expansão radial do vetor de produtos y produz uma projeção sobre a fronteira. Este ponto projetado é uma combinação linear convexa dos dados observados.

Supondo um conjunto de produção convexo, a Figura 8 descreve uma fronteira teórica simulada de forma idêntica à da seção 2.2.1 e sua respectiva fronteira DEA estimada. Novamente por construção, verifica-se que o estimador obtido para o índice de eficiência é viesado para cima, indicando que $\hat{\psi}_{DEA} \subset \psi$ e conseqüentemente $\hat{\theta}_{DEA} \geq \theta$. Além disso, por definição dos estimadores, temos que $0 < \theta \leq \hat{\theta}_{DEA} \leq \hat{\theta}_{FDH} \leq 1$ para todo $(x,y) \in \hat{\psi}_{FDH}$.

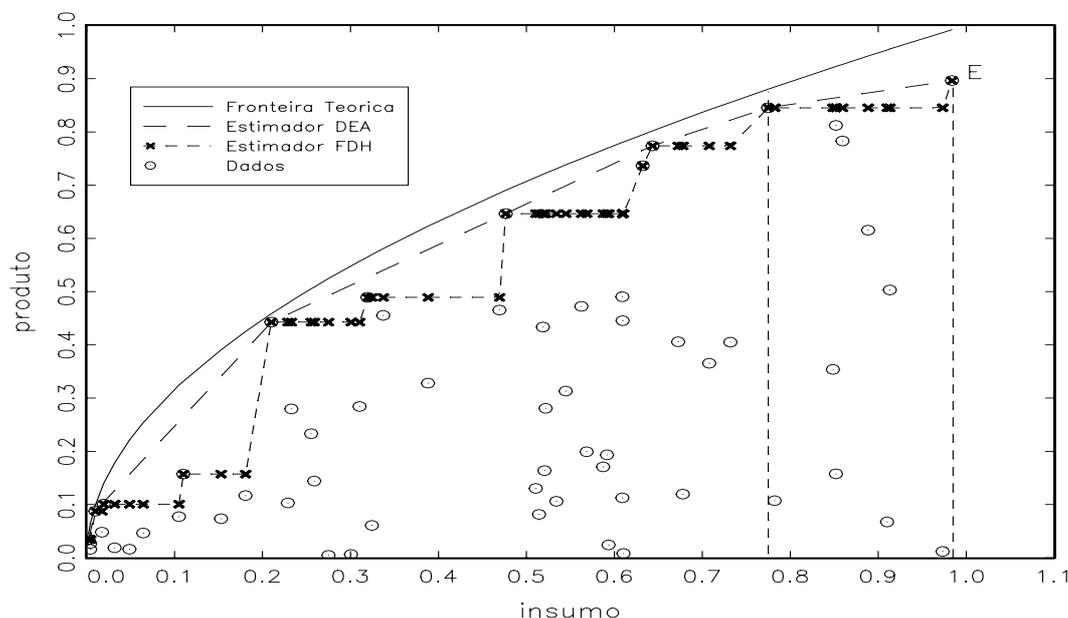


Figura 8: Fronteira teórica, estimador DEA e estimador FDH.

Fonte: Simulação dos estimadores DEA e FDH através do programa Gauss 6.0

Da figura acima também observamos como a convexidade afeta o papel desempenhado pelas firmas localizadas ao longo da fronteira. Considerando, por exemplo, a firma E, observa-se que, através do estimador FDH, ela não serve de referência para nenhuma outra, apesar de ser avaliada com eficiência igual a 1. A exclusão da firma E não altera os índices de eficiência FDH das demais unidades. Quando a suposição de convexidade é imposta, essa mesma firma passa a servir de referência para todas as observações que estão entre as duas linhas verticais pontilhadas. Assim, sua exclusão da amostra altera os índices de eficiência DEA de todas essas unidades. Evidentemente, que num ambiente com muitos insumos e produtos a possibilidade de ocorrência dessa situação é bem maior.

Vale observar que o estimador FDH também pode ser escrito através dos modelos de programação linear. Adicionando-se a restrição $\lambda \in \{0,1\}^2$ à equação (21) acima, obtemos exatamente o estimador FDH. A diferença fundamental é que o estimador FDH identifica um único λ como ótimo, que tem valor exatamente igual a 1, isto é, uma única firma servirá de referência para estimar o escore de eficiência. No caso do DEA, mais de um λ pode ser identificado como ótimo. Neste caso, a comparação é realizada com uma firma hipotética formada pela combinação convexa das firmas que representam a melhor prática.

Por fim, os estimadores DEA e FDH convergem quando o tamanho da amostra cresce, tendo a propriedade desejada da consistência. O procedimento descrito abaixo para inferência é baseado, então, em grandes amostras porque só se conhece as propriedades estatísticas desses estimadores nesse caso.

2.2.3 Inferência e os Estimadores DEA e FDH Corrigidos

Para avaliar as propriedades estatísticas desses estimadores é preciso em primeiro lugar definir um processo gerador de dados (PGD) para a amostra. É claro que as propriedades desses estimadores dependem do PGD. As suposições com relação ao PGD definem um modelo estatístico. Dessa forma, além das suposições (i) à (v) definidas na seção 2, adicionamos as seguintes:

vi) (x_i, y_i) são variáveis aleatórias *iid* geradas sob o conjunto Ψ através de uma função de densidade conjunta $f(x_i, y_i)$ ³.

vii) Ao longo da fronteira a função de densidade é positiva, isto é, $f(x_0, y_0^0) > 0$.

viii) A verdadeira fronteira é uma superfície suave.

A condição (vii) garante que as unidades eficientes podem ser observadas com probabilidade positiva. Além disso, a fim de se obter consistência dos estimadores não paramétricos, o PGD deve garantir que teremos pontos observados bastante próximos à fronteira quando $n \rightarrow \infty$.

A suavidade da fronteira está relacionada com a taxa de convergência. Quanto mais suave a fronteira teórica, maior a taxa de convergência dos estimadores não paramétricos.

Dadas essas suposições Kneip, Park e Simar (1998) provaram que

$$\hat{\theta}_{DEA} - \theta = O_p \left(n^{-\frac{2}{p+q+1}} \right)$$

e Park *et al.* (2000) mostraram que

² λ assume apenas os valores 0 ou 1.

³ Os modelos permitem, entretanto, heterocedasticidade condicional, isto é, y_i / x_i não necessariamente é *iid*.

$$\hat{\theta}_{FDH} - \theta = O_p\left(n^{-\frac{1}{p+q}}\right).$$

Isto é, os estimadores DEA e FDH, embora viesados, são consistentes e convergem às taxas $n^{-\frac{2}{p+q+1}}$ e $n^{-\frac{1}{p+q}}$, respectivamente. Estas taxas são inferiores a taxa de convergência dos estimadores paramétricos que é de $n^{-1/2}$. Assim, em trabalhos aplicados é preciso uma razoável quantidade de dados para se conseguir resultados confiáveis. É evidente que, nos casos paramétricos, se o modelo especificado para a fronteira de produção estiver incorreto, os resultados serão inconsistentes.

Do ponto de vista estatístico, esses resultados contradizem alguns autores. Canhoto e Dermine (2003) e Avkiran (1999), por exemplo, argumentaram que uma das motivações para a escolha de estimadores não paramétricos, notadamente DEA, é o fato do tamanho da amostra ser pequeno.

Outro aspecto fundamental desses estimadores é que suas taxas de convergência diminuem quando o número ou a dimensão dos produtos e insumos aumenta. Esse problema é conhecido como dimensionalidade dos estimadores não paramétricos. Assim, quando o número de produtos e/ou insumos aumenta, o número de observações deve crescer exponencialmente a fim de se manter a mesma taxa de convergência.

Com relação a consistência, o estimador DEA converge a taxa mais rápida do que o estimador FDH. Isto é uma consequência da suposição imposta pela abordagem DEA de que o conjunto é convexo. O estimador FDH impõe menos restrições sobre o conjunto ψ , sendo, portanto, mais livre. De forma semelhante ao caso dos estimadores paramétricos, se o conjunto ψ não for convexo, o estimador DEA será inconsistente. A Figura 9 a seguir dá uma idéia de como o estimador DEA pode ser deficiente quando o conjunto de produção não é convexo. Finalmente, essa deficiência do DEA para estimar conjuntos não convexos também é válida para o modelo que impõe retornos constantes de escala.

Alguns autores como Coelli, Prasada Rao e Battese (1998) usam as duas fronteiras DEA para estimar índices de eficiência de escala. A distância entre as fronteiras DEA e DEA_RCE daria um medida de eficiência de escala. De qualquer forma, se o conjunto de produção não é convexo, os índices de eficiência calculados em relação à fronteira DEA continuariam viesados e inconsistentes.

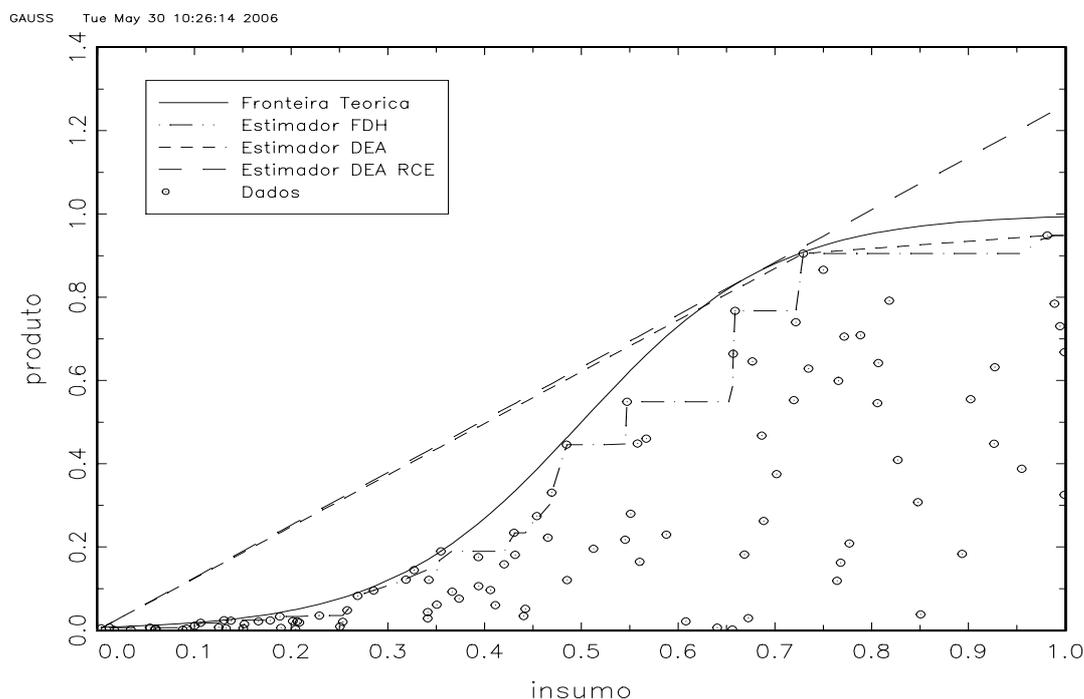


Figura 9: Estimadores FDH e DEA de um conjunto não convexo

Fonte: Simulação dos estimadores DEA, DEA_RCE e FDH através do programa Gauss 6.0

Embora a consistência seja uma característica desejável, em aplicações práticas os pesquisadores também estão interessados em fazer inferência a respeito dos estimadores. Para isso, entretanto, é preciso conhecimento sobre suas respectivas distribuições amostrais.

Park, Simar e Weiner (2000) demonstraram que a diferença Δ entre o estimador FDH e o verdadeiro índice de eficiência segue uma distribuição assintótica Weibull. Assim, definindo os índice de eficiência conforme Farrell (1957), temos que:

$$\phi(x_0, y_0) - \hat{\phi}_{FDH}(x_0, y_0) \sim Weibull(n\mu^{p+q}, p+q) \quad (22)$$

onde μ é um parâmetro a ser estimado através dos dados.

O parâmetro μ depende do processo gerador dos dados e intuitivamente está relacionado com a probabilidade de se observar pontos próximos à fronteira, isto é:

$$p(\zeta) = (\mu\zeta)^{p+q} + O(\zeta^{p+q+1}) \quad (23)$$

onde ζ é uma constante, $O(\zeta^{p+q+1})$ é um termo que tende para zero quando $\zeta \rightarrow 0$ e $p(\zeta) = \text{prob}(X_i \leq x_0 \text{ e } Y_i \geq y_0^\delta - \zeta y_0)$ dá a probabilidade de se observar uma firma dominando o ponto $(x_0, y_0^\delta - \zeta y_0)$ que é um ponto próximo à fronteira e acima de (x_0, y_0) . Esses pontos estão representados na figura 10 a seguir. A região pontilhada da figura 10, chamada aqui de região noroeste (NW), mostra todas as possíveis observações que dominam o ponto C, isto é:

$$NW(x_0, y_0^\delta - \zeta y_0) = \{(x, y) \in R_+^{p+q} / X_i \leq x_0 \text{ e } Y_i \geq y_0^\delta - \zeta y_0\} \cap \Psi$$

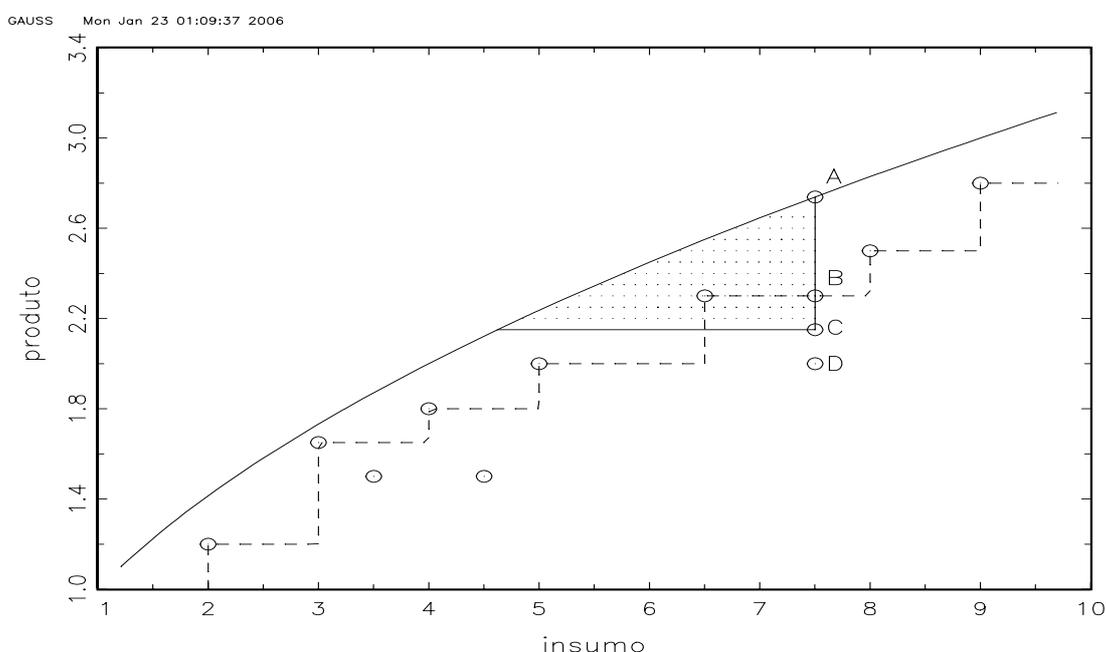


Figura 10: Observações na região Noroeste de (x_0, \hat{y}_0^δ)

Fonte: Elaborada pelo autor

Os pontos A, B, C e D representam respectivamente, (x_0, y_0^δ) , (x_0, \hat{y}_0^δ) , $(x_0, y_0^\delta - \zeta y_0)$ e (x_0, y_0) .

Dessa forma, de acordo com a expressão (23) acima, para pequenos valores de ζ , o termo $O(\zeta^{p+q+1})$ torna-se desprezível, e o parâmetro μ torna-se proporcional a raiz $(p+q)$ da probabilidade de se observar unidades próximas da fronteira. Assim, quanto maior for $f(x, y)$ na região próxima à fronteira ou quanto mais observações tivermos na região noroeste, maior será o valor de μ .

Park, Simar e Weiner (2000) provaram que o limite dos momentos para a variável $\Delta = \phi - \hat{\phi}_{FDH}$, é dado por:

$$E\left[(\phi - \hat{\phi})^r\right] = c_r \mu^{-r} n^{-r/(p+q)} + o\left(n^{-r/(p+q)}\right), \quad (24)$$

onde $c_r = \Gamma[(p+q+r)/(p+q)]$. Assim, propuseram o seguinte estimador corrigido para ϕ :

$$\tilde{\phi} = \hat{\phi}_{FDH} + c_1 \mu^{-1} n^{-1/(p+q)} \quad (25)$$

Das equações acima, verificamos os seguintes aspectos. Primeiro, o estimador $\hat{\phi}_{FDH}$ converge para $\tilde{\phi}$ quando n tende a infinito. Segundo, a taxa de convergência diminui quando a dimensão dos produtos e insumos aumenta, ou seja, quando $(p+q)$ aumenta. Terceiro, para uma firma representada pelo ponto D na figura 10, quanto maior a probabilidade de observar pontos na região noroeste, maior o valor do parâmetro μ e, conseqüentemente, mais próximos serão os valores de $\hat{\phi}$ e $\tilde{\phi}$.

Intuitivamente, quanto mais observações existirem na região noroeste, maiores as chances de se conseguir uma estimação mais próxima da verdadeira fronteira. Assim, quanto mais pontos observamos na região noroeste melhores as estimativas FDHC.

Finalmente, a distribuição de $\phi(x_0, y_0) - \hat{\phi}_{FDH}(x_0, y_0) \sim \text{Weibull } W(n\mu^{p+q}, p+q)$ tem média $c_1 \mu^{-1} n^{-1/(p+q)}$ e desvio padrão $\sqrt{c_2 - c_1^2} \mu^{-1} n^{-1/(p+q)}$. A razão média/desvio padrão $\frac{c_1}{\sqrt{c_2 - c_1^2}}$ não depende de μ e de n e aumenta quando a dimensão $p + q$ cresce. Este é um problema adicional que afeta o estimador FDHC.

Em trabalhos aplicados o parâmetro μ precisa ser estimado. Como na prática a fronteira real não é observada, Park, Simar e Weiner (2000) propuseram estimar μ através da fronteira FDH. Primeiro, estima-se $\hat{p}(\zeta)$ como a proporção de observações na região noroeste de $(x_0, y_0^\delta - \zeta y_0^\delta)$ e em seguida usa-se a expressão (23) para se obter $\hat{\mu}^4$, onde $\zeta = n^{-2/(p+q)}$.

⁴ O procedimento de estimar μ introduz necessariamente ruído adicional na aproximação da distribuição amostral baseada em (22). Na realidade, como $NW(x_0, y_0^\delta - \zeta y_0^\delta)$ não é observado, $\hat{\mu}$ é um estimador viesado. Assim, um estimador consistente para μ deve levar em consideração este fato. A expressão para o viés de $\hat{\mu}$ foi derivada em Park, Simar e Weiner (2000) e será usada para corrigir esse viés.

A estimação de μ permite obter os índices de eficiência corrigidos pelo viés e construir intervalos de confiança usando os percentis da distribuição Weibull. Assim, podemos obter os intervalos de confiança através da expressão abaixo:

$$\left[\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_0 + \hat{\mu}^{-1} n^{-1/(p+q)} z_{1-\alpha} \right], \quad (26)$$

onde $\hat{\mu}$ é um estimador consistente de μ e $Z_\alpha = [-\log(1 - \alpha)]^{1/(p+q)}$

A fim de exemplificar o estimador FDH corrigido, a Figura 11 abaixo apresenta uma simulação com o mesmo modelo utilizado na seção 2.2.1 e as respectivas fronteiras estimadas FDH e FDHC.

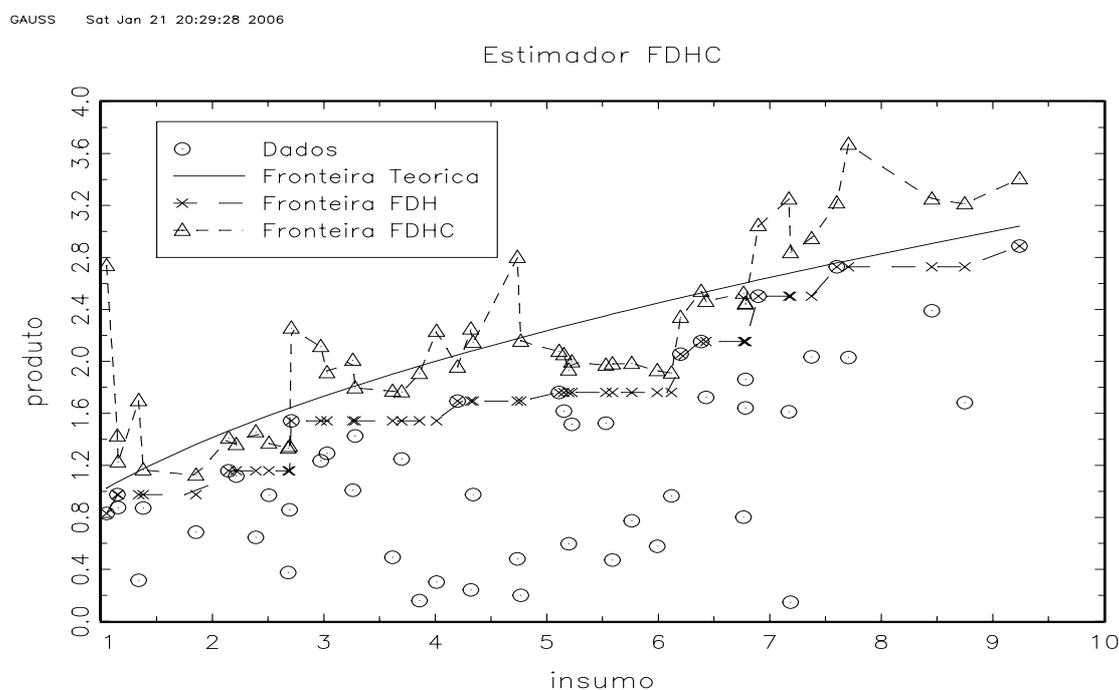


Figura 11: Estimador FDHC

Fonte: Simulação do estimador FDHC através do software Gauss 6.0

Como observamos acima, o estimador FDHC apresenta em alguns casos, notadamente para os pontos próximos à fronteira, um viés maior do que aquele obtido através do estimador FDH. Em outros casos, entretanto, o estimador FDHC tem uma melhor aproximação. Contudo, como mostrado em Simar e Wilson (2000), em média, quando o tamanho da amostra cresce, o estimador FDHC apresenta melhor performance.

Fica claro, portanto, que os resultados derivados acima são válidos apenas assintoticamente e o problema da dimensão de insumos e produtos continua afetando o estimador FDH corrigido. Assim, apenas quando n tende ao infinito os pontos observados na região noroeste cresce e a aproximação do FDHC melhora.

Em relação aos estimadores DEA, a distribuição assintótica foi derivada apenas para o caso univariado, isto é, $q = p = 1$. Assim, em ambientes onde as firmas operam com múltiplos produtos e insumos, o bootstrap, introduzido por Efron (1979), é uma alternativa atrativa para se analisar a variação amostral dos estimadores e calcular intervalos de confiança.

O método bootstrap é baseado na idéia de repetidamente simular o processo gerador dos dados através de reamostragem e aplicar o estimador original a cada amostra simulada de modo que as estimativas resultantes imitem a distribuição amostral do estimador original. Para caracterizar este procedimento no caso do estimador DEA, primeiro vamos redefinir o processo gerador dos dados em termos dos índices de eficiência.

Suponha inicialmente uma observação (x_i, y_i) . Devido a presença de ineficiência, esta observação pode ter sido gerada abaixo da fronteira do conjunto Ψ . A idéia básica é que, condicional ao vetor de insumos, podemos considerar que determinada observação (x_i, y_i) foi gerada por variáveis aleatórias $\theta_i \in (0, 1]$, tal que $y_i = y_i^\circ \theta_i$. Assim, o processo gerador dos dados é tal que a amostra $\chi_n = \{(x_i, y_i), i = 1, \dots, n\}$ pode ser representada por:

$$(x_i, y_i) = (x_i, y_i^\circ \theta_i) \quad (27)$$

O processo gerador dos dados descrito acima também pode ser representado formalmente por $P(\chi_n) = P(\Psi, f(\theta))$. Na análise de eficiência, entretanto, Ψ e $f(\theta)$ são desconhecidos. Apenas os dados usados para obter os estimadores $\hat{\psi}$ e $\hat{\theta}(x_i, y_i)$ são observados. Considerando $\hat{P}(\chi_n) = P(\hat{\psi}, \hat{f}(\theta))$ um estimador consistente de P , um novo conjunto de dados $\chi_n^* = \{x_i, y_i^*, i = 1, \dots, n\}$ pode ser obtido de \hat{P} com o objetivo de gerar um mundo simulado onde $\hat{\psi}$ é o verdadeiro conjunto de produção e uma estimativa para $\hat{\psi}$ é dada por:

$$\hat{\psi}_{DEA}^*(\chi_n^*) = \left\{ (x, y) \in R_+^{p+q} : y \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i^*, x \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n \right\}.$$

De forma semelhante ao problema original, para uma firma operando no ponto fixo (x_0, y_0) , podemos definir seu índice de eficiência no mundo virtual como:

$$\hat{\theta}_{DEA}^*(x_0, y_0) = \inf \{ \theta : (x_0, \theta^{-1} y_0) \in \hat{\psi}^* \}$$

Vale ressaltar que dentro do mundo simulado $\hat{\psi}$ é o verdadeiro conjunto de produção e um estimador para $\hat{\psi}$ é $\hat{\psi}^*$, obtido aplicando-se o problema de programação linear à amostra χ_n^* . Assim, $\hat{\theta}^*$ é um estimador de $\hat{\theta}$, da mesma forma que no mundo real $\hat{\theta}$ é um estimador de θ .

Se o bootstrap é consistente, temos que:

$$\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i \mid \hat{P}(\chi_n) \stackrel{approx}{\sim} \hat{\theta}_i - \theta_i \mid P, \quad (28)$$

ou seja, a distribuição amostral de $\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i$ aproxima a distribuição de $\hat{\theta}_i - \theta_i$.

A operacionalização do bootstrap no caso do DEA pode ser feita através dos seguintes passos:

1. Aplicando o método da equação (21) aos dados originais, obtemos as estimativas de eficiência $\hat{\theta}_i, i = 1, \dots, n$.
2. Seleccionamos, com reposição, uma amostra de tamanho n das estimativas $\hat{\theta}_i, i = 1, \dots, n$, e chamamos este novo conjunto de estimativas de $\theta_i^*, i = 1, \dots, n$.
3. Usando estes novos indicadores e a amostra inicial, geramos um novo conjunto de dados $\chi_n^* = (x_i, y_i^*)$, que é o conjunto de dados do mundo simulado, aplicando o PGD conforme descrito pela equação (27). Assim, temos que $y_i^* = \theta_i^* \hat{y}_i^\theta = \theta_i^* \frac{y_i}{\hat{\theta}_i}$ é o vetor de produtos no mundo simulado.
4. Estimar os índices de eficiência no mundo simulado usando a amostra $\chi_n^* = (x_i, y_i^*)$ e o problema de programação linear abaixo, que é o método da equação (21):

$$\hat{\theta}_{i,b}^* = \left[\text{Max}_{\phi, \lambda} \left\{ \phi : Y^* \lambda \geq \phi y_i, x_i \geq X \lambda, \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1, \lambda \geq 0 \right\} \right]^{-1},$$

onde Y^* é a matrix com os produtos obtidos através do passo 3 acima, X é matriz de insumos e λ é um vetor de constantes.

5. Repetir os passos 2 a 4 B vezes para gerar um conjunto de B estimativas de eficiência $\hat{\theta}_{i,b}^*$ para cada firma.

Evidentemente como o bootstrap é um procedimento assintótico, a qualidade da aproximação dada por (28) melhora quando $B \rightarrow \infty$ e $n \rightarrow \infty$.

Usando o método bootstrap, Simar e Wilson (2000) proporam obter os intervalos de confiança das estimativas DEA da seguinte forma:

1. Para a firma i , classificamos em ordem crescente a diferença das estimativas $(\hat{\theta}_{i,b}^* - \hat{\theta}_i)$, $b = 1, \dots, B$.
2. Excluimos $\left(\frac{\alpha}{2} * 100\right)\%$ dos elementos em cada extremidade dessa lista.
3. Definimos os valores extremos das observações restantes de $(\hat{\theta}_{i,b}^* - \hat{\theta}_i)$ de $-\hat{a}_\alpha$ e $-\hat{b}_\alpha$, com $\hat{b}_\alpha > \hat{a}_\alpha$.
4. O intervalo de confiança de $(1 - \alpha)\%$ para o escore de eficiência da firma i é dado por $\hat{\theta}_i + \hat{a}_\alpha \leq \theta \leq \hat{\theta}_i + \hat{b}_\alpha$

A idéia intuitiva do procedimento acima é que se nós conhecemos a distribuição de $(\hat{\theta}_{DEA} - \theta)$, seria trivial encontrar os valores de b_α e a_α tais que

$$\Pr(-b_\alpha \leq \hat{\theta}_i - \theta \leq -a_\alpha) = 1 - \alpha \quad (29)$$

Na prática, entretanto, estes parâmetros são desconhecidos, mas nós podemos utilizar a distribuição empírica das estimativas $\hat{\theta}_{i,b}^*$, $b = 1, \dots, B$, para encontrar \hat{a}_α e \hat{b}_α de forma que

$$\Pr(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i \leq -\hat{a}_\alpha | \hat{P}(\chi_n)) = 1 - \alpha \quad (30)$$

Dessa forma, o procedimento bootstrap gera uma aproximação para (28) de acordo com a expressão abaixo

$$\Pr(-\hat{b}_\alpha \leq \hat{\theta}_i - \theta \leq -\hat{a}_\alpha | \hat{P}(\chi_n)) \approx 1 - \alpha .$$

O procedimento bootstrap descrito acima também permite corrigir o viés do estimador DEA, conforme Simar e Wilson (1998). Por definição, o viés de θ é

$$\text{Viés}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta \quad (31)$$

Usando a distribuição empírica bootstrap, nós podemos obter uma estimativa para (31), conforme abaixo:

$$\hat{\text{Viés}}(\hat{\theta}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_{i,b}^* - \hat{\theta}_i = \bar{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i \quad (32)$$

Assim, o estimador corrigido de θ é

$$\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \text{Viés}(\hat{\theta}_i^*) = \hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i^* + \hat{\theta}_i = 2\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i^* \quad (33)$$

e o desvio padrão

$$\hat{\sigma} = \left\{ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{i,b}^* - \bar{\theta}_i^*) \right\}^{1/2} \quad (34)$$

O procedimento para correção do viés, entretanto, introduz ruído adicional. O erro quadrático médio (EQM) do estimador corrigido $\tilde{\theta}_i$ pode ser maior do que o EQM do estimador $\hat{\theta}_i$. Da equação (34), verificamos que mesmo quando $B \rightarrow \infty$, a variância de $\tilde{\theta}_i$ é

aproximadamente quatro vezes maior do que a variância do estimador não corrigido $\hat{\theta}_i$. Assim, o bootstrap é útil para realizar inferência a respeito de parâmetros populacionais, mas não necessariamente para estimar esses parâmetros.

Na estrutura de modelos paramétricos, o método bootstrap é aplicado aos resíduos da regressão. No caso de fronteiras de eficiência, os resíduos são caracterizados pelos escores de eficiência $\hat{\theta}$. Embora alguns autores apliquem o método bootstrap aos vetores de insumos e produtos, este procedimento resulta em estimadores inconsistentes do PGD, como mostrado em Simar e Wilson (2000).

O aspecto crucial reside em como a função de distribuição $\hat{f}(\theta)$ é definida ou, de outra forma, em como os $\hat{\theta}_i$ são selecionados para gerar uma nova amostra θ_i^* . O procedimento geralmente utilizado de impor uma probabilidade de $1/n$ a cada escore de eficiência $\hat{\theta}_i$ gera estimativas inconsistentes.

Os estimadores DEA e FDH geram pelo menos 1 firma com índice de eficiência igual a 1 (o número de firmas com $\hat{\theta} = 1$ aumenta com o número de produtos e insumos). Assim, $\hat{f}(\theta)$ não é um estimador consistente de θ próximo a fronteira de Ψ .

O problema básico é que $f(\theta)$ por definição é contínua no intervalo $(0,1]$, enquanto $\hat{f}(\theta)$ atribui probabilidade positiva em $\hat{\theta} = 1$. Assim, em qualquer replicação, temos que:

$$\text{prob}(\theta_i^* = 1 / \chi_n) \geq 1 - (1 - n^{-1})^n > 0 \quad (35)$$

Mesmo quando $n \rightarrow \infty$, temos

$$\text{prob}(\theta_i^* = 1 / \chi_n) \geq 1 - e^{-1} > 0,632 \quad (36)$$

Este resultado não depende do processo gerador dos dados. Dessa forma, o método bootstrap como descrito acima gera estimativas inconsistentes.

Uma solução para estes problemas é usar o bootstrap suave. Isto é, estimar $f(\theta)$ usando métodos não paramétricos e retirar amostras de tamanho n da densidade estimada de tal forma que (28) mantenha-se. O algoritmo para gerar os valores de θ_i^* consistentemente no passo 2 do

procedimento bootstrap descrito acima baseia-se no método da reflexão e está descrito em Simar e Wilson (1998). Após obtenção das amostras θ_i^* , no passo 2, os outros passos são idênticos aqueles explicados acima.

2.2.4 Estimador de ordem-m

Uma das características dos estimadores DEA e FDH é sua sensibilidade a valores extremos e outliers. Esses estimadores por construção envolvem todos os dados amostrais. A figura abaixo ilustra a estimação de uma fronteira DEA e de uma fronteira FDH na presença de um outlier. Fica claro que os índices de eficiência, medidos em relação às fronteiras estimadas, podem estar distorcidos por esses valores extremos.

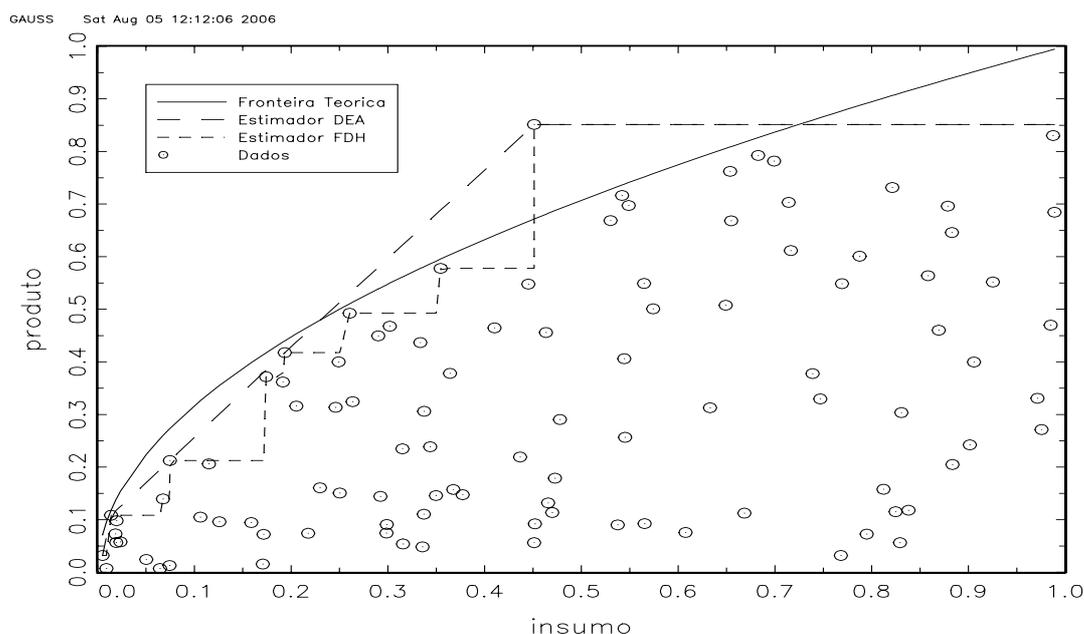


Figura 12: Estimadores DEA e FDH na presença de outlier

Fonte: Simulada através do programa Gauss 6.0

Como uma alternativa, Cazals, Florens e Simar (2002) propuseram um estimador que não envolve todos os dados amostrais sendo, portanto, mais robusto a outliers e valores extremos. Este estimador, baseado na fronteira do produto máximo esperado de ordem m , não impõe restrição de convexidade sobre o conjunto de produção e permite a presença de ruído (com valor esperado igual a zero) na medida do produto.

Cazals, Florens e Simar (2002) definiram uma nova formulação para a fronteira do conjunto de produção através da distribuição de probabilidade conjunta de (X, Y) no espaço $R_+^p \times R_+^q$, onde X representa os insumos e Y os produtos. No caso de uma tecnologia com Y univariado, a função de produção, para dado nível de x , pode ser caracterizada pelo limite da distribuição conjunta de Y dado $X \leq x$, isto é,

$$y^\circ(x) = \sup\{y / F(y/x) < 1\}, \quad (37)$$

onde $F(y/x) = F(y, x) / F_X(x) = \text{Prob}(Y > y / X < x)$ é a distribuição condicional de Y dado $X \leq x$ e $F_X(x) = \text{Prob}(x > X)$ é a distribuição marginal de X .

De acordo com esta nova formulação, uma estimação natural não paramétrica para a fronteira de produção é a substituição das distribuições por suas versões empíricas. Definindo

$$\hat{F}(y/x) = \hat{F}(y, x) / \hat{F}_X(x), \quad (38)$$

onde $\hat{F}(y/x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x_i \leq x, y_i \geq y)$ e $\hat{F}_X(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(x_i \leq x)$, podemos obter o produto da fronteira como

$$\hat{y}^\circ(x) = \sup(y \geq 0 \mid \hat{F}(y/x) < 1) = \max_{i / X_i \leq x} (Y_i)^5 \quad (39)$$

Da expressão acima, podemos notar que o estimador obtido dessa maneira é exatamente o estimador FDH descrito anteriormente.

Utilizando essa nova formulação, Cazals, Florens e Simar (2002) introduziram o conceito da fronteira do produto máximo esperado de ordem m . Esta fronteira estipula o produto máximo esperado entre m firmas escolhidas aleatoriamente da população de firmas que utilizam insumos menores ou iguais a um determinado nível.

⁵ $\text{Max}(Y)$ é a f percentil da classe de estimadores extremos

A fim de obtermos a fronteira de produção de ordem m formalmente, fixamos um inteiro qualquer $m \geq 1$ e selecionamos m variáveis aleatórias iid (y_1, \dots, y_m) geradas da distribuição de Y , dado $X \leq x$. O produto da fronteira de ordem m , y_m^∂ , é o valor real tal que

$$y_m^\partial = E(\max(y_1, \dots, y_m / X \leq x) = \int_0^\infty 1 - [F(y/x)]^m dy \quad (40)$$

Como antes, a estimação não paramétrica de y_m^∂ é realizada substituindo-se $F(y/x)$ por sua versão empírica a fim de conseguirmos:

$$\hat{y}_m^\partial = \int_0^\infty 1 - [\hat{F}(y/x)]^m dy \quad (41)$$

A Figura 13 mostra uma fronteira de produção e os produtos de fronteira e de ordem m para uma firma operando no ponto $(x_0 = 0.5, y_0 = 0.4)$. Por definição, o estimador de ordem m utiliza o conceito de valor esperado, assim, o produto da fronteira de ordem m é menor ou igual ao produto da verdadeira fronteira, isto é, $y^\partial \geq y_m^\partial$.

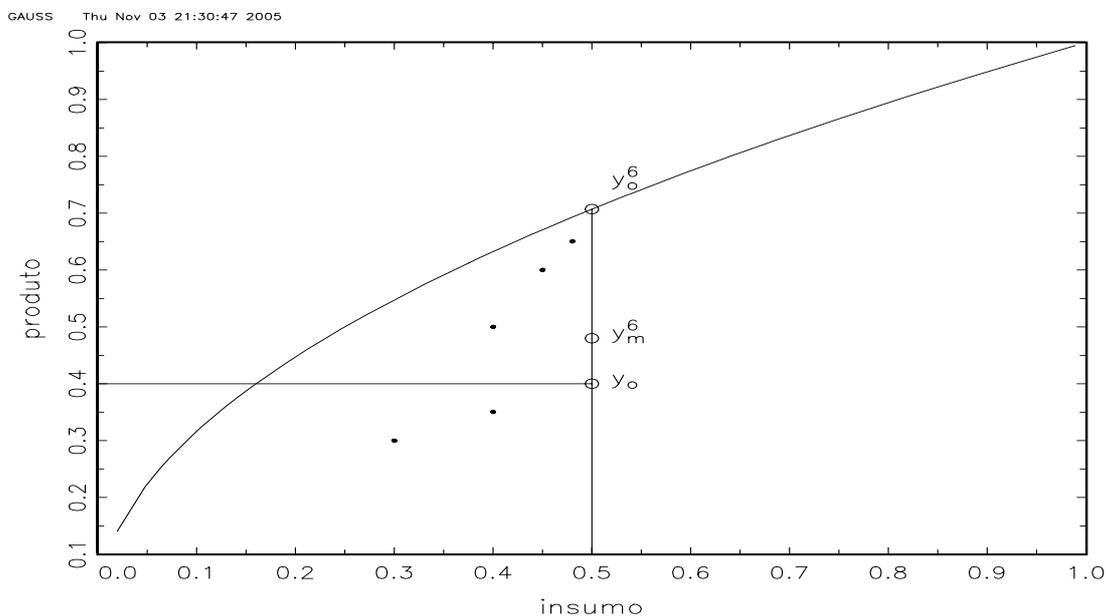


Figura 13: Fronteira de produção, produtos da fronteira y_0^∂ e de ordem m y_m^∂ ,

Fonte: Elaborada pelo autor

Desde que $y^{\hat{\theta}} \geq y_m^{\hat{\theta}}$, a verdadeira fronteira de produção localiza-se acima da fronteira de ordem m e algumas observações podem inclusive estar acima desta última, como ilustrado na figura 14.

Para uma firma operando no ponto A, ilustrado na Figura 14, o índice de eficiência em relação à verdadeira fronteira é OA/OD , enquanto o índice de eficiência em relação à fronteira de ordem m é OA/OB . Conseqüentemente, $\theta_m > \theta$ e θ_m não está limitado no intervalo $(0,1]$. Além disso, temos que $\lim_{m \rightarrow \infty} y_m^{\hat{\theta}} = y^{\hat{\theta}}$ e $\lim_{m \rightarrow \infty} \theta_m = \theta$. Isto é, quando m tende ao infinito ou o número de firmas utilizadas para avaliar a eficiência cresce a fronteira de ordem m aproxima-se da verdadeira fronteira.

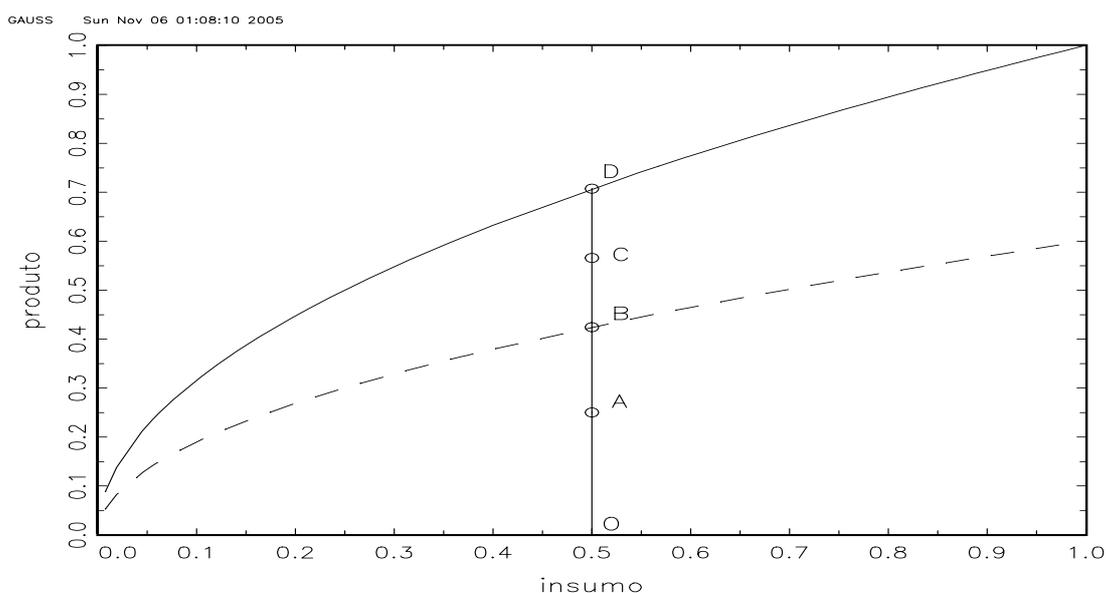


Figura 14: Fronteira de produção e fronteira de ordem m (linha pontilhada)

Fonte: Elaborada pelo autor

Do ponto de vista intuitivo, o índice de eficiência de ordem m significa que a firma está produzindo $100 \cdot \theta_m$ % do produto que se espera que ela produza. O nível de produto $y_0^{\hat{\theta}}$ é produto máximo possível para uma firma que usa a quantidade de insumos x_0 e $y_{0,m}^{\hat{\theta}}$ é o produto máximo esperado entre firmas escolhidas aleatoriamente, tais que os insumos (x_1, \dots, x_m) dessas

firmas sejam menores ou iguais a x_0 . Economicamente, o indicador de ordem m é importante porque dá uma idéia de qual a posição de eficiência média da firma.

Num ambiente com múltiplos produtos, podemos formalizar o estimador de ordem m , definindo inicialmente o conjunto abaixo:

$$\psi_m(x_0) = \{(x, y) \in R_+^{p+q} \mid x \leq x_0, y_i \geq y, \forall i = 1, \dots, m\}.$$

A fronteira deste conjunto nada mais é do que uma fronteira FDH de m variáveis aleatórias iid (y_1, \dots, y_m) geradas da distribuição condicional de Y , dado $X \leq x_0$. Definindo a variável aleatória abaixo

$$\tilde{\theta}_m(x_0, y) = \inf \{\theta \mid (x_0, \theta^{-1}y) \in \psi_m(x_0)\}$$

que mede a distância do ponto (x_0, y) para a fronteira do conjunto $\psi_m(x_0)$, o índice de eficiência de ordem m é, então, dado por:

$$\theta_m(x_0, y) = E(\tilde{\theta}_m(x_0, y) \mid X \leq x_0)$$

Uma questão fundamental é como estimar θ_m na prática. Cazals, Florens e Simar (2002) propuseram obter o estimador de ordem m através de simulações de Monte-Carlo seguindo os passos abaixo:

1. Para o nível de insumo x , selecione todas as observações tais que $x_i \leq x$. Retire uma amostra $(y_{1,b}, \dots, y_{m,b})$ de tamanho m com reposição.
2. Calcule:

$$\tilde{\theta}_m^b = \left\{ \max_{i=1, \dots, m_0} \min_{j=1, \dots, p} \left(\frac{y_{i,b}^j}{y_0^j} \right) \right\}^{-1}$$

3. Repita os passos anterior para $b = 1, \dots, B$.
4. O estimador de eficiência de ordem m é dado por

$$\hat{\theta}_m(x, y) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \tilde{\theta}_m^b(x, y)$$

Cazals, Florens e Simar (2002) demonstraram que o estimador de ordem m tem propriedades estatísticas desejáveis. Em primeiro lugar, o estimador de ordem m , embora viesado como qualquer estimador não paramétrico, converge para a fronteira m a taxa $n^{-1/2}$. Isto é,

$$\hat{\theta}_m - \theta_m = O_p\left(n^{-\frac{1}{2}}\right)$$

Assim, além de possuir taxas de convergência compatíveis com a dos estimadores paramétricos, o estimador de ordem m não tem o problema dimensional que afeta os estimadores DEA e FDH. Em adição, pode-se constatar das equações acima que, para n fixo, o estimador de ordem m converge para o estimador FDH quando $m \rightarrow \infty$, ou seja, $\hat{\theta}_m \rightarrow \hat{\theta}_{FDH}$. Finalmente, para m finito e não tão grande em relação a n , o estimador de ordem m é mais robusto em relação a valores extremos, ruído ou outliers do que os estimadores DEA e FDH, que por construção envolvem todos os dados.

O exemplo da Figura 15 simula um modelo idêntico ao da seção 2.2.2 com as respectivas fronteiras estimadas FDH e de ordem m . Como esperado, a fronteira de ordem $m = 50$ situa-se mais próxima da fronteira FDH do que a fronteira de ordem $m = 25$.

Diferente dos estimadores DEA e FDH, o estimador de ordem m mede a performance relativa em relação à fronteira de ordem m e não em relação à fronteira original. As estimativas de eficiência de ordem m estão, assim, relacionadas à fronteira de ordem m . Sua melhor taxa de convergência e maior robustez a valores extremos, em relação aos estimadores DEA e FDH, é decorrente desse fato. Se o estimador de ordem m for utilizado para estimar a verdadeira fronteira de produção, essas propriedades desaparecem e a taxa de convergência será idêntica a dos estimadores FDH.

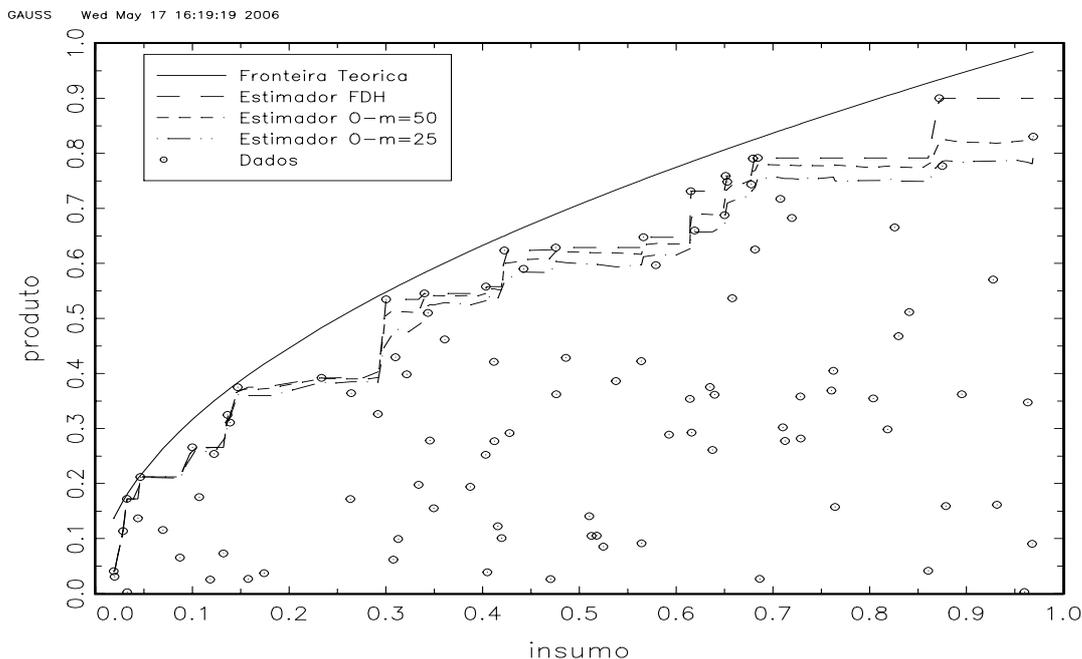


Figura 15: Estimador FDH e estimadores de ordem m

Fonte: Simulação do estimador de ordem m através do Gauss 6.0

A observação do parágrafo anterior fica mais clara quando analisamos o exemplo a seguir. Considere um conjunto de produção não convexo definido pelo modelo $y = \exp(-5+10x) / (1+\exp(-5+10x)) * \exp(-u)$, onde $x \sim N(0,1)$, u é uma exponencial com média $1/3$ e $n = 100$. Adicionalmente aos dados, incluímos uma observação D que representa um outlier⁶.

Como podemos observar da Figura 16, o estimador FDH é fortemente influenciado pela observação outlier incluída no modelo. A unidade D serve de referência para um grande número de firmas. Dessa forma, os índices de eficiência estimados para as firmas dominadas e que tem D como a mais dominante serão fortemente influenciados pelo seu desempenho.

⁶ O exemplo utiliza uma fronteira não convexa para mostrar que esse estimador não impõe restrição de convexidade.

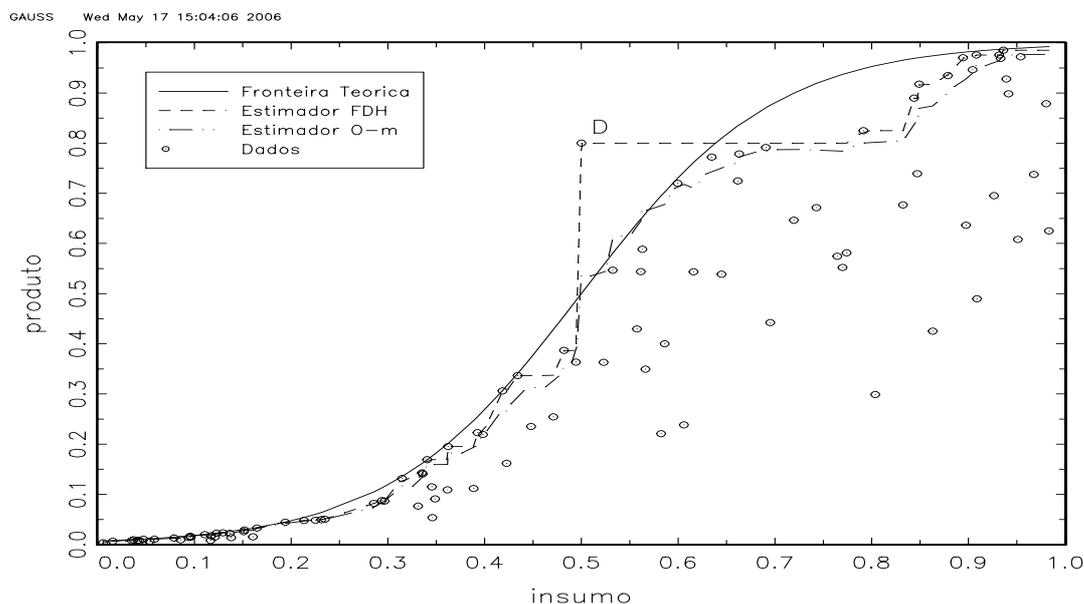


Figura 16: Estimador FDH e estimador de ordem $m = 50$ na presença de outlier.

Fonte: Simulação do estimador de ordem m na presença de outlier através do programa Gauss 6.0

O estimador de ordem m , por outro lado, é mais robusto a essa observação. Considerando a fronteira m como referência, é possível obter indicadores de eficiência mais confiáveis para aquelas firmas dominadas por D.

Dessa forma, embora o estimador de ordem m tenha sua própria interpretação intuitiva, uma de suas grandes vantagens, como explicitado acima, é sua robustez a valores extremos e outliers. Se nós utilizarmos o estimador de ordem para estimar a fronteira original fazendo $m \rightarrow \infty$ ou m grande em relação ao número de observações, ele perderá todas as propriedades desejáveis visto que se aproximará cada vez mais do estimador FDH que é altamente sensível a valores extremos⁷.

Por fim, é possível impor a restrição de convexidade ao conjunto de produção e definir uma fronteira de ordem m convexa. O correspondente estimador de ordem m possui as mesmas características estatísticas de consistência, taxa de convergência e robustez a outliers. Neste caso, entretanto, o estimador de ordem m obtido converge para o estimador DEA quando m tende ao infinito. Mais uma vez, se o objetivo for estimar a verdadeira fronteira perde-se a propriedade de melhor taxa de convergência.

⁷ Em aplicações práticas, uma questão de interesse é a escolha de m . Na seção 3.4, examinaremos esse ponto em mais detalhes.

Para se obter a fronteira de ordem m com restrição de convexidade, em primeiro lugar, obtemos $\hat{\theta}_m$ e \hat{y}_m° . Definindo o conjunto de ordem m convexo abaixo

$$\hat{\psi}_{m,DEA}(\mathcal{X}) = \left\{ \begin{array}{l} (x, y) \in R_+^{p+q} \mid y \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{y}_{i,m}^\circ, x \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n \end{array} \right\},$$

o indicador de eficiência

$$\hat{\theta}_{m,DEA}(x, y) = \inf \{ \theta \mid (x, \theta^{-1}y) \in \hat{\psi}_{m,DEA}(\mathcal{X}) \}.$$

é obtido resolvendo-se o problema de programação linear (21).

2.2.5 Estimador Quantil de Ordem α

Aragon, Daouia e Thomas-Agnan (2005) desenvolveram um novo estimador não paramétrico de fronteira de produção que, de forma semelhante ao estimador desenvolvido por Cazals, Forens e Simar (2002), também não envolve todos os dados, sendo, portanto, mais robusto do que os estimadores DEA e FDH. Ou seja, as observações consideradas valores extremos e que podem distorcer os índices de eficiência estimados das demais firmas não serão consideradas para definir o conjunto de referência. Esse novo estimador é baseado na idéia de quantis da distribuição condicional de Y dado $X \leq x$ e possui as mesmas propriedades estatísticas do estimador de ordem m .

Considerando o conjunto ψ como o suporte da distribuição conjunta de (X, Y) , a função de produção, como visto na equação (39), pode ser escrita da seguinte forma:

$$y^\circ(x) = q_1(x) = \sup \{ y \mid F(y/x) < 1 \}$$

O valor da função de produção como definido acima é idêntico ao quantil de ordem 1 da distribuição de Y dado $X \leq x$. Isto sugere um novo conceito de função de produção como a função quantil de ordem $\alpha \in [0,1]$ da distribuição de Y dado $X \leq x$.

$$q_\alpha(x) = y_\alpha^\circ(x) = \sup\{y : F(y/x) < \alpha\}$$

Intuitivamente, uma firma operando no ponto $(x, q_\alpha(x))$ tem um produto maior do que $100 \cdot \alpha$ % das firmas que usam um nível de insumo menor do que x . A figura 17 mostra a verdadeira fronteira e a fronteira quantil de ordem α .

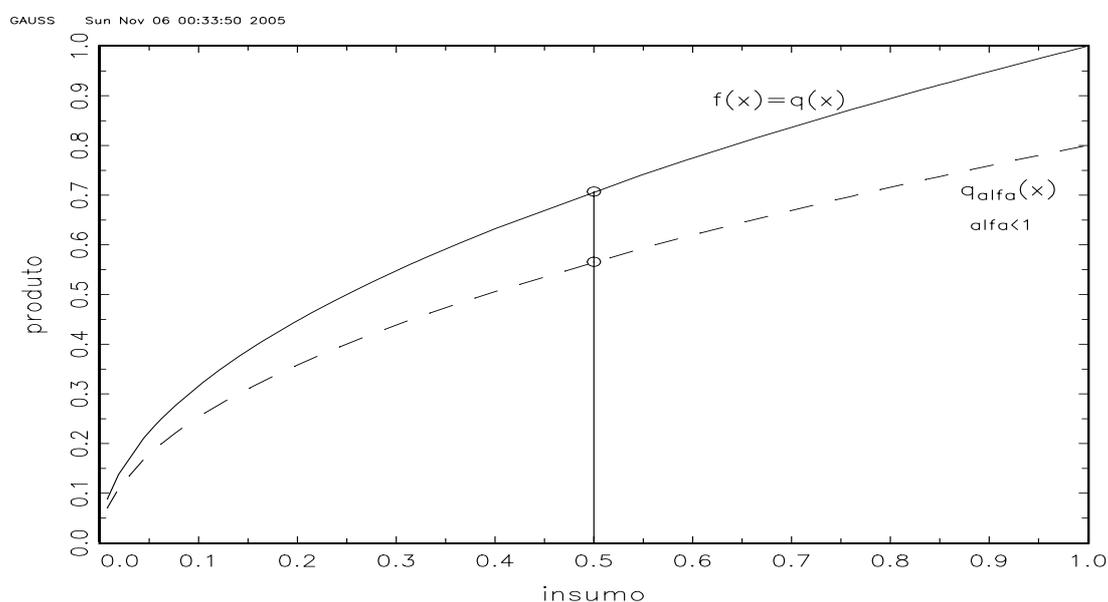


Figura 17: Fronteira quantil de ordem α .

Fonte: Elaborada pelo autor

A fronteira quantil de ordem α guarda algumas similaridades com a fronteira de ordem m . A função quantil não envolve todos os dados, sendo menos sensível a outliers e valores extremos. O produto da fronteira $q_\alpha(x)$ é menor do que o produto da fronteira real y° . Além disso, $q_\alpha(x)$ é não decrescente em α e, no caso limite, quando $\alpha \rightarrow 1$, temos:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} q_\alpha(x) = q_1(x) = y^\circ$$

Consequentemente $\theta < \theta_\alpha$ e $\lim_{\alpha \rightarrow 1} \theta_\alpha = \theta$. Ou seja, o indicador de eficiência em relação a fronteira quantil de ordem $\alpha < 1$ é maior do que em relação a verdadeira fronteira e estes valores aproximam-se quando α tende a 1. Além disso, como na fronteira de ordem m , algumas firmas localizam-se acima da fronteira quantil. Dessa forma, θ_α também não está limitado entre zero e um.

Esse estimador é de fácil implementação. Primeiro, chamamos N_x o número de observações X_i menores que ou iguais a x , isto é, $N_x = \sum_{i=1}^n I(X_i \leq x)$. Em seguida, para estas N_x unidades, selecionamos e ordenamos seus produtos, isto é, obtemos: $Y_{i1} \leq Y_{i2} \leq \dots \leq Y_{iN_x}$.

Assim, para qualquer valor de α , o produto da fronteira quantil é dado por:

$$\hat{q}_\alpha(x) = \begin{cases} Y_{i(\alpha N_x)} & \text{se } \alpha N_x \in N^* \\ Y_{i(\alpha N_{x+1})} & \text{se } \alpha N_x \notin N^* \end{cases}$$

De forma semelhante ao estimador de ordem m , o estimador $\hat{q}_\alpha(x)$ tende para o estimador FDH quando $\alpha \rightarrow 1$. Observe que para $\alpha = 1$, temos:

$$\hat{q}_1(x) = \hat{y}_{FDH}^\circ = Y_{iN_x} = \max_{i / X_i \leq x} Y_i$$

A Figura 18 a seguir exemplifica o estimador quantil para $\alpha = 0.95$ de um conjunto de produção convexo, onde usamos um modelo idêntico ao da seção 2.2.2. Podemos verificar que a fronteira quantil estimada localiza-se abaixo da fronteira FDH e, portanto, $\hat{\theta}_{FDH} < \hat{\theta}_{\alpha=0.95}$. Além disso, algumas observações localizam-se acima da fronteira quantil. Essas firmas são consideradas super eficientes e possuem um índice de eficiência quantil maior do que 1. Quando $\alpha = 1$, temos $\hat{\theta}_{FDH} = \hat{\theta}_{\alpha=1}$

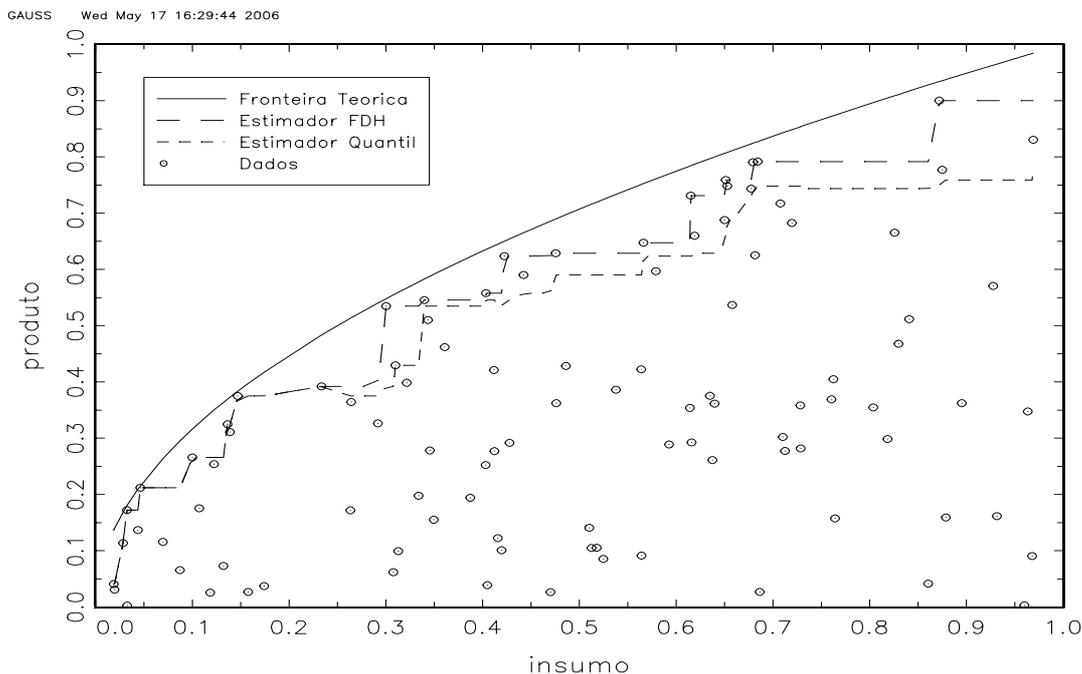


Figura 18: Estimadores FDH e quantil de um conjunto convexo

Fonte: Simulação do estimador quantil através do programa Gauss 6.0

O estimador quantil também possui propriedades estatísticas desejáveis. Mesmo para elevados valores de α , $\hat{q}_\alpha(x)$ é menos sensível a valores extremos ou outliers do que os estimadores FDH e DEA. Além disso, Aragon, Daouia e Thomas-Agnan (2005) mostraram que o estimador quantil é consistente, converge a taxa $n^{-1/2}$ e não sofre do problema dimensional que afeta os estimadores DEA e FDH. Assim:

$$\hat{q}_\alpha(x) - q_\alpha(x) = O_p(n^{-1/2})$$

Finalmente, em várias simulações realizadas em Aragon, Daouia e Thomas-Agnan (2005), o estimador quantil mostrou-se mais robusto a outliers do que o próprio estimador de ordem m .

Como uma ilustração da robustez do estimador quantil, a Figura 19 apresenta o mesmo modelo utilizado com o estimador de ordem m da Figura 16. De forma similar, verificamos que o estimador quantil é menos sensível a observação D do que o estimador FDH. Assim, os índices

de eficiência obtidos através do estimador quantil são mais robustos do que aqueles obtidos com o estimador FDH, notadamente para as observações que têm a unidade D como referência.

As observações feitas em relação ao estimador de ordem m também são válidas para o estimador quantil. Se utilizarmos o estimador quantil para obter uma estimativa da fronteira verdadeira fazendo $\alpha \rightarrow 1$, ele se aproximará do estimador FDH, que é bastante sensível a valores extremos e outliers, perdemos suas propriedades desejáveis.

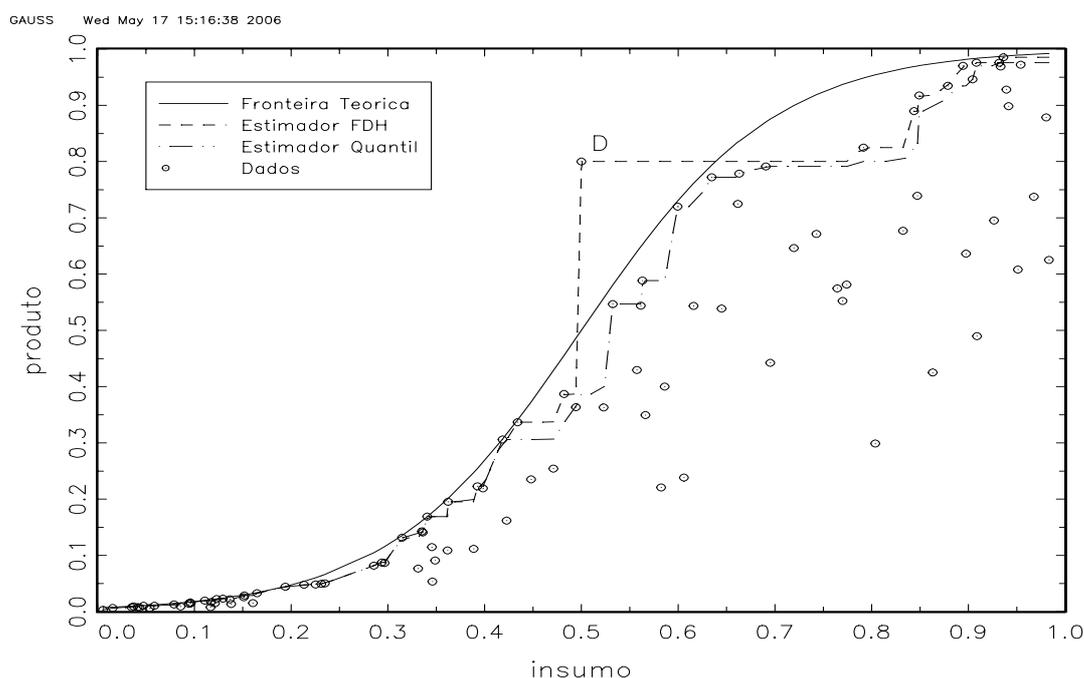


Figura 19: Estimador FDH e estimador quantil, $\alpha = 0,98$, na presença de outlier

Fonte: Simulação do estimador quantil na presença de outlier através do programa Gauss 6.0

É importante notar que os estimadores de ordem m e quantil são interessantes para avaliar a eficiência da indústria bancária. Além de suas propriedades estatísticas, esses estimadores dão uma visão mais geral da performance da indústria. Se alguns poucos bancos apresentarem um vetor de produtos e/ou insumos influenciado por fatores estranhos à eficiência, os indicadores de eficiência de ordem m e quantil das demais instituições bancárias serão mais robustos a esses ruídos. Além disso, como esses escores dão indicação da melhor prática em média e em quantis, bancos que tenham índices de eficiência de ordem m e de ordem α muito baixos podem dar indícios de que realmente essas instituições enfrentam problemas graves de eficiência.

3 APLICAÇÃO DOS ESTIMADORES NÃO PARAMÉTRICOS À INDÚSTRIA BANCÁRIA BRASILEIRA

O estudo sobre a eficiência dos bancos no Brasil é mais recente do que em outros países. O interesse por essa área de pesquisa cresceu após a implantação do Plano Real e as consequentes transformações porque passaram o setor bancário brasileiro.

Em geral, os trabalhos no Brasil procuraram analisar o comportamento da eficiência no tempo e como o controle de capital afeta a eficiência dos bancos. Nenhum deles, entretanto, preocupou-se em investigar como as suposições metodológicas dos estimadores afetam os resultados encontrados. Além disso, há diferenças também em relação ao conceito de eficiência empregado, ao período de análise e, em menor escala, à definição dos insumos e produtos. Dentre os principais trabalhos, podemos citar os seguintes:

Tabela 1: Trabalhos sobre a eficiência dos bancos no Brasil

Trabalhos	Conceito Eficiência	Metodologia	Produtos	Insumos	
Nakane (1999)	Custo	Fronteira Estocástica	Créditos, Tesouraria, Depósitos a vista.	Aplicações a Outros	Funcionários, Imobilizado, Captações de Terceiros, Capital Social ou Próprio
Silva e Jorge Neto (2002)	Custo	Fronteira Estocástica	Créditos, Tesouraria, Créditos.	Aplicações Outros	Funcionários, Imobilizado, Captações de Terceiros
Régis (2001)	Custo	DEA	Créditos, Tesouraria, Créditos.	Aplicações Outros	Funcionários, Imobilizado, Captações de Terceiros, PL
Souza e Tabak (2003)	Produção	DEA	Créditos, Tesouraria, Depósitos a vista.	Aplicações Depósitos a vista.	Funcionários, Imobilizado, Captações de Terceiros
Weintraub (2003)	Produção	Oley-PaKes*	(Ativos Totais menos Imobilizado)		Funcionários, Administrativas Despesas
Krause e Tabak (2004)	Produção	DEA	Valor Intrínseco da Empresa	da	Funcionários, Imobilizado, Captações de Terceiros

Fonte: Elaborada pelo autor

* Estimação de uma função de produção Cobb-Douglas.

Nakane (1999) estimou uma fronteira estocástica de custo para avaliar o impacto do Plano Real sobre a eficiência de custo dos bancos. Seus resultados mostraram uma melhoria na eficiência após 1994 e uma maior eficiência dos bancos de controle público.

Silva e Jorge Neto (2002) também no contexto de fronteiras estocásticas de custo analisaram a eficiência de 59 bancos brasileiros no período de Jun/1995 a Dez/1999. Os resultados mostraram que as instituições estrangeiras e as nacionais de controle privado são mais eficientes do que os bancos públicos estaduais e que o processo de fusão pelo qual passou o mercado bancário foi em parte decorrente da possibilidade de ganhos de escala.

Régis (2001) também analisou a eficiência de custo dos bancos brasileiros utilizando dados do ano de 1999, mas através do estimador não paramétrico DEA. Suas conclusões foram que os bancos estrangeiros são em média mais eficientes dos que os bancos nacionais, embora seus testes tenham mostrado-se não significativos.

Souza e Tabak (2003), usando dados do ano 2001, e Krause e Tabak (2004) avaliaram a eficiência técnica de produção utilizando o estimador DEA e procuraram investigar como os segmentos bancários afetam a performance dos bancos. Enquanto o primeiro encontrou um melhor desempenho dos bancos domésticos, o segundo encontrou que os bancos estrangeiros e privados possuem maior eficiência média, embora não significativa.

Como dito antes, nenhum dos trabalhos citados acima preocupou-se com questões relacionadas ao método de estimação. Este capítulo, por outro lado, tem como um dos principais objetivos avaliar empiricamente o impacto que estimadores com suposições diferentes têm sobre a eficiência estimada das firmas de uma indústria. Embora extremamente importante, esse ponto é pouco explorado em trabalhos aplicados.

Diferente dos trabalhos acima, este estudo também não se limitará a utilização de um único estimador para avaliar a eficiência do setor bancário brasileiro. Assim, os resultados obtidos através dos diversos métodos de estimação darão uma visão melhor e mais confiável a respeito da performance do setor.

Nossa opção é pelo uso de estimadores não paramétricos porque são mais flexíveis e não impõem formas funcionais para as fronteiras estimadas. Nesse sentido, além do DEA, tradicionalmente utilizado, usaremos os estimadores FDH e FDHC, que não impõem restrição de convexidade. Adicionalmente, os novos estimadores de ordem m e quantil são menos sensíveis a outliers e valores extremos e as estimativas obtidas através deles são mais robustas.

3.1 Variáveis de Produção Bancária, Características da Amostra e Definição dos Segmentos Bancários

A estimação dos índices de eficiência bancária utilizando os diversos modelos de eficiência explicitados acima requer a definição de um modelo de produção bancária ou de insumos e produtos bancários. Existem duas abordagens na literatura que tratam desse tema: a abordagem da produção e a abordagem da intermediação.

A abordagem da produção considera que os bancos produzem empréstimos e depósitos usando apenas dois fatores produtivos, trabalho e capital físico. Os produtos são mensurados através do número de contas e os custos representam apenas as despesas administrativas e de pessoal. A abordagem da intermediação, por outro lado, define os bancos como intermediadores financeiros que captam recursos, usando trabalho e capital, e aplicam esses recursos em empréstimos e outros ativos. Neste caso, mensura-se os produtos através de seu valor monetário e os custos incluem também as despesas com juros.

Nós definimos modelos com um e três produtos e quatro insumos. Seguimos a abordagem da intermediação porque em nossa análise essa abordagem define de forma mais completa o papel dos bancos como intermediadores financeiros. Esse procedimento é o mais seguido na literatura e foi utilizado, dentre outros, por Mukherjee, Ray e Miller (2001) e Wheelock e Wilson (2003).

Nós utilizaremos modelos com um e três produtos. Como em Weintraub (2003), nossa medida de produto único y equivale à soma das operações de crédito, aplicações em tesouraria e da rubrica outros créditos. As operações de crédito englobam todas as formas de crédito para clientes. As aplicações de tesouraria representam aplicações interfinanceiras de liquidez e aplicações em títulos e valores mobiliários. Finalmente, outros créditos correspondem a ativos financeiros não englobados nos produtos bancários tradicionais. No modelo com três produtos, definimos y_1 como operações de crédito, y_2 como aplicações em tesouraria e y_3 como outros créditos.

Como em Berger e Mester (2003), nós consideramos quatro insumos: trabalho, capital físico, capital próprio e insumos financeiros. O trabalho (L) equivale ao número total de funcionários ao final de cada semestre. O capital físico (K) é equivalente aos ativos fixos ou imobilizado dos bancos. O capital próprio (KF) é equivalente ao capital social ou recursos próprios da empresa. Finalmente, os insumos financeiros (D) são os recursos captados de

terceiros, ou seja, depósitos totais, recursos captados no mercado aberto, empréstimos e repasses governamentais e do exterior. O apêndice A apresenta uma descrição mais detalhada dos produtos e insumos e a Tabela 2 abaixo mostra as estatísticas descritivas para as variáveis usadas neste trabalho.

Tabela 2: Estatísticas dos insumos e produtos

1995-1997					
Variáveis	Média	Desvio	Max	Min	Mediana
y	7.351.590	23.724.982	205.000.000	15.821	1.123.288
L	3.951	13.206	118.610	20	216
K	185.085	781.479	8.981.337	115	15.635
D	6.400.000	21.767.928	198.000.000	889	874.703
KF	513.191	2.291.186	40.133.119	1.222	124.106
1998-2000					
Variáveis	Média	Desvio	Max	Min	Mediana
y	9.405.263	27.429.683	242.000.000	14.613	1.745.185
L	4.026	13.105	103.373	20	179
K	145.552	507.937	5.887.685	205	12.536
D	7.627.086	24.074.166	197.000.000	2.082	1.296.530
KF	703.633	1.558.272	11.846.264	1.002	165.624
2001-2004					
Variáveis	Média	Desvio	Max	Min	Mediana
y	10.700.000	27.400.000	235.000.000	23.742	1.838.495
L	4.694	15.462	109.605	20	196
K	129.460	412.505	3.359.245	135	8.939
D	8.191.046	23.000.000	177.000.000	711	1.169.331
KF	888.710	1.994.772	18.900.000	12.758	189.842

Fonte: Elaborada pelo autor a partir dos dados amostrais

- Valores em milhares de Reais.
- L (Funcionários), K (capital físico), KF (capital próprio), D (recursos de terceiros).

Embora as variáveis utilizadas na análise de eficiência dos bancos sejam diferentes entre os trabalhos, a definição de insumos e produtos acima é a mais usual⁸. A maior divergência está em como tratar depósitos à vista. Aqui, nós consideramos os depósitos totais como insumos. Alguns trabalhos também incluem receitas de serviços para representar outras atividades dos bancos. Muitos produtos bancários geram não apenas receitas de juros como também receitas de serviços. Por isso, essa variável relaciona-se com o preço do próprio produto e não será considerada.

Uma característica dos bancos é sua capacidade de transformar ativos de três formas básicas. Em primeiro lugar, os bancos captam a prazo curto e emprestam a prazos maiores, transformando a maturidade dos ativos. Em segundo lugar, alteram a liquidez visto que os passivos são em geral mais líquidos do que os ativos bancários. Finalmente, alteram o risco dos ativos já que em caso de inadimplência o custo não é arcado pelos depositantes. Dessa forma, rigorosamente ativos e passivos com diferentes características de risco, liquidez e maturidade representam produtos e insumos diferentes.

A rigor, a indústria bancária trabalha com muitos insumos e produtos. Dentre os depósitos, existem os depósitos à vista, depósitos a prazo, depósitos de poupança, etc. Os empréstimos, por sua vez, incluem empréstimos para pessoa física, empréstimos para pessoa jurídica do setor industrial, do setor de serviços e/ou do setor comercial. Além disso, esses empréstimos variam em prazo, garantia, taxas de juros ou preço e formas de pagamento (pré-fixados ou pós fixados).

Esse aspecto da indústria bancária é pouco citado nos trabalhos empíricos. As dificuldades em considerar estas especificidades são principalmente duas. A primeira diz respeito à disponibilidade de dados. Em muitos casos, os dados estão disponíveis apenas de forma agregada. A segunda dificuldade relaciona-se com os métodos de estimação de eficiência. Como explicado anteriormente, a quantidade de firmas eficientes aumenta com o número de produtos e insumos. Assim, em ambientes com muitos insumos e produtos pode-se perder a capacidade de avaliar a eficiência relativa.

Um outro aspecto mais simples é considerar os ativos como um único produto, Weintraub (2003) e Shanmugam e Das (2004). Como na abordagem da intermediação os produtos são medidos pelo valor monetário, o importante é o seu valor final. Já que nosso objetivo não é

⁸ Para uma ampla revisão da literatura consultar Berger e Humphrey (1997).

estimar eficiência alocativa de receita e os modelos não paramétricos são bastante sensíveis a dimensão de insumos e produtos, essa hipótese parece razoável.

Além disso, a utilização de modelos univariados de produto permitirá a utilização do novo modelo de fronteira quantil para avaliar a eficiência do setor bancário. Esse modelo foi desenvolvido apenas para ambientes com produto único. Nesse sentido, apesar de usarmos modelos com um e três produtos, nosso enfoque principal baseia-se no modelo com produto único.

Para tornar mais intuitivo o processo produtivo, a expressão abaixo descreve, no caso do produto univariado, a função objetivo dos bancos:

$$y = f(L, K, KF, D)$$

Assim, os bancos podem ser vistos como intermediadores financeiros que utilizam como insumos funcionários (L), capital físico (K), os recursos de terceiros (D) e o capital próprio (KF) para produzir ativos (y).

A estimação dos modelos FDH, FDHC, DEA, ordem m e quantil foi realizada através do programa Gauss 6.0. Os algoritmos foram escritos pelo autor deste trabalho e pelo professor Martins-Filho. O estimador NP, citado na introdução, embora possua vantagens em relação aos estimadores DEA e FDH, já que é um estimador contínuo e não impõe restrição de convexidade, foi originalmente formulado para ambientes com um insumo e um produto. É possível generalizá-lo para situações com mais de um insumo. Simulações iniciais, entretanto, mostraram que é preciso maiores estudos a esse respeito. Dessa forma, a utilização do estimador NP será tema de pesquisa futura. Por fim, o modelo DEAC foi estimado através do programa FEAR desenvolvido por Wilson (2005).

Os dados utilizados neste trabalho foram extraídos das demonstrações contábeis semestrais dos bancos disponibilizadas pela Consultoria Austin Asis. O número total de funcionários foi fornecido pelo Banco Central do Brasil. A amostra incluí um total de 184 bancos para o período de Jun/95 a Jun/04. Os produtos e insumos dos bancos foram mensurados utilizando-se a posição das contas dos balanços contábeis ao final do semestre. Os dados originais obtidos em moeda nominal foram deflacionados para Jun/2004 utilizando-se o IGP-DI.

Os valores dos insumos e produtos bancários são extraídos dos balanços contábeis que possuem a restrição de igualdade entre ativos e passivos. No caso extremo em que produtos

(ativos) e insumos (passivos) são iguais, todos os bancos estariam ao longo de uma fronteira linear estimada. Um dos insumos utilizados (K), entretanto, encontra-se do lado do ativo bancário, o que impede a restrição de igualdade entre insumos e produtos. Além disso, a rubrica utilizada para representar os recursos próprios do banco é o capital social, reforçando a idéia de desigualdade entre insumos e produtos.⁹ Mesmo numa situação onde produtos e insumos possuem valores bem próximos podemos interpretar os níveis de eficiência bancária como medindo a capacidade de gerar máximo produto dado o número de funcionários e o nível de capital físico.

Como explicado anteriormente, os modelos não paramétricos, embora consistentes, convergem a taxas lentas, necessitando de um maior número de observações do que os modelos paramétricos para se obter estimativas mais robustas. Assim, com o objetivo de obter resultados mais confiáveis, procedeu-se a estimação com dados empilhados para três subperíodos Jun/95 a Dez/97, Jun/98 a Dez/2000 e Jun/2001 a Jun/2004. Este procedimento considera que durante o subperíodo a tecnologia de produção é a mesma. Além disso, por suposição, consideramos que as observações dos bancos são (iid)¹⁰.

Uma das suposições dos modelos de fronteira de eficiência é que os bancos possuem uma tecnologia de produção contínua. Assim, com o objetivo de tornar a amostra mais homogênea e permitir tecnologias de produção semelhantes, procedeu-se alguns ajustes na amostra inicial. Em primeiro lugar, excluímos as observações de bancos com menos de 20 funcionários. Também procedeu-se a exclusão das observações que apresentavam valor igual a zero para qualquer dos insumos e produtos. Assim, os bancos que apresentavam operações de crédito e imobilizado iguais a zero e capital social negativo também foram excluídos.

⁹ Em nosso entendimento, o capital social (KF) representa melhor o insumo bancário do que patrimônio líquido. O patrimônio líquido incorpora várias outras rubricas além do capital integralizado pelos sócios. Além disso, a existência de prejuízos acumulados reduz o valor do PL. Assim, em decorrência de prejuízos acumulados, um banco A com maior capital social KF poderá ter um menor PL do que um banco B, mesmo que este possuam menor KF. Se considerarmos PL como insumo, para um dado nível de produto, pode-se obter que o banco com maior prejuízo acumulado é o banco mais eficiente, o que é um contrasenso.

¹⁰ A presença de mais de uma observação do mesmo banco no sub período amostral pode, mas não necessariamente viola a hipótese (iid) assumida para fazer inferência a respeito dos índices de eficiência. Na realidade, qualquer correlação entre bancos diferentes também violaria a hipótese (iid). A opção seguida neste trabalho foi estimar os modelos com maior número de observações, considerando que os bancos de cada sub-período pertencem à mesma fronteira de produção. Assim, obtemos resultados mais consistentes.

Durante o período amostral, a indústria bancária passou por um profundo processo de reestruturação caracterizado por liquidações, fusões e aquisições de vários bancos. Muitas instituições apresentavam posições operacionais deficientes mesmo antes de sua liquidação ou incorporação. Como uma forma de controlar esses efeitos, adotamos o procedimento descrito acima de excluir observações de bancos com menos de 20 funcionários.

Esse procedimento tem uma razão lógica. Vários bancos que passaram por processos de reestruturação apresentaram diminuição brusca no número de funcionários, embora algumas contas de ativo e passivo dessem a falsa impressão de que esses bancos continuavam operacionais. A exclusão das observações de bancos com baixíssimos funcionários ajuda a expugar esses efeitos adversos. Dessa forma, vários bancos liquidados, incorporados ou que apresentaram qualquer dado irreal do ponto de vista econômico não aparecem em todos os semestres analisados, caracterizando um painel não balanceado.

Um outro problema que afetou alguns bancos, principalmente os públicos, foi a transferência de créditos de difícil recuperação de suas carteiras para outras instituições. A qualidade da carteira de crédito também é um fator que está relacionado à eficiência de uma instituição financeira. Dessa forma, com o objetivo de controlar esses efeitos, os valores referentes aos produtos (y_1) operações de crédito e (y_3) outros créditos são líquidos de provisão para inadimplência.

Finalmente, os bancos com depósitos a vista igual a zero e que não possuíam carteira comercial foram excluídos da amostra. Uma das características dos bancos comerciais e múltiplos com carteira comercial é sua capacidade de captar depósitos a vista. Os bancos de investimento, por outro lado, estão autorizados a captar depósitos a prazo. Dada a natureza díspare desses bancos, eles são excluídos.

Apesar dos ajustes descritos acima, a amostra é bastante significativa, representando mais de 90% dos ativos totais, 92,26% do volume de operações de crédito, 94,48% do total de depósitos do sistema bancário, todas as posições são de dez/2003.

Com relação ao número de bancos, das 184 instituições bancárias de nossa amostra, 183 operaram no período Jun/1995 à Dez/1997. Dessas, 125 estiveram presentes em todos os semestres e os demais sofreram algum tipo de ajuste, totalizando 883 observações. No que diz respeito aos segmentos bancários, 158 são observações de bancos públicos, 563 de bancos nacionais privados e 162 de bancos estrangeiros.

No período Jun/1998 à Dez/2000, o número total de observações foi 744, referente a 144 bancos, dos quais 106 apareceram em todos os semestres. Do total, 117 são observações de bancos públicos, 405 de bancos nacionais privados e 222 de bancos estrangeiros.

No período 2001-2004, o número total de observações foi 734, correspondentes a 122 bancos, sendo 86 deles presentes em todos os semestres. Desse total, 296 correspondem a observações de bancos de varejo, 326 são observações de bancos atacados, 78 são observações de bancos de financiamento e 34 são de bancos de tesouraria. Com relação ao tipo de capital, 109 são observações de bancos públicos, 378 de bancos nacionais privados e 247 de bancos estrangeiros. A Tabela 3 abaixo resume essas informações e o apêndice C mostra a relação de bancos.

Tabela 3: Número de observações por segmento bancário

Controle Capital	1995-1997	1998-2000	2001-2004
Públicos	158	117	109
Nacionais Privados	563	405	378
Estrangeiros	162	222	247
Segmento de Atuação			
Varejo	-	-	296
Atacado	-	-	326
Financiamento	-	-	78
Tesouraria	-	-	34
Total de Observações	883	744	734

Fonte: Elaborada pelo autor através dos dados

A fim de investigar como as metodologias descritas acima podem gerar índices de eficiência diferentes, nós analisaremos os resultados em vários aspectos. Além de avaliar as estatísticas descritivas, tais como, média, mediana, desvio padrão, etc., nós utilizaremos duas diferentes medidas de correlação, conforme Martins-Filho e Yao (2006).

Primeiro, nós consideraremos a correlação de Spearman R_{rank} entre as classificações (rankings) de eficiência produzidas pelos diversos estimadores. Segundo, nós utilizaremos a

medida $R_{mag} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{\theta}_t - \hat{\theta}_t^*)^2$ que dá uma avaliação da diferença absoluta entre os indicadores de eficiência, onde $\hat{\theta}_t$ e $\hat{\theta}_t^*$ são as respectivas estimativas obtidas por duas técnicas diferentes.

Dessa forma, R_{rank} indica como diferentes estimadores podem afetar a ordem de classificação de eficiência das firmas e R_{mag} avalia a diferença absoluta entre os índices de eficiência de uma mesma firma obtidos por diferentes estimadores. Valores de R_{mag} próximos a zero e de R_{rank} próximo a 1 indicam que não há diferenças significativas nos resultados.

Adicionalmente ao uso das medidas de correlação, a análise das firmas mais e menos eficientes identificadas por cada estimador assim como a quantidade de firmas localizadas ao longo e sob a fronteira estimada ajudará a obter maiores informações dos diferentes resultados obtidos.

Outro aspecto importante a ser considerado diz respeito à variação da eficiência relativa ou como a razão dos índices de eficiência das unidades mudam de um estimador para outro. Ou seja, conhecer que a unidade 1 é mais eficiente do que a unidade 2 é uma informação útil, mas saber que no estimador 1 ela é duas vezes mais eficiente do que no estimador 2 também é de interesse no momento de analisar como os estimadores podem gerar resultados diferentes.

No que diz respeito a diferenças no padrão de eficiência de acordo com o segmento bancário, três categorias principais serão consideradas: porte, controle de capital e segmento de atuação. A seguir estão as definições para cada categoria.

i. Classificação por porte¹¹

Grande: bancos com ativos superiores a R\$ 25 bilhões de Reais.

Médio: bancos com ativos maiores que R\$ 5 bilhões de Reais e menores ou iguais a 25 bilhões de Reais.

Pequeno: bancos com ativos maiores que R\$ 1 bilhão de Reais e menores ou iguais a 5 R\$ bilhões de Reais.

Micro: bancos com ativos menores ou iguais a R\$ 1 bilhão de Reais.

¹¹ Não existe no Brasil uma classificação oficial para os bancos de acordo com o porte. Os cortes acima buscaram separar as grandes instituições bancárias das demais.

ii. Classificação por controle do capital

Público: bancos cujo controle acionário pertence ao governo federal ou estadual.

Privado Nacional: bancos cujo controle acionário pertence a investidor(es) privado(s) nacional.

Estrangeiro: bancos cujo capital é de controle estrangeiro.

iii. Classificação por segmento de atuação¹²

Varejo: bancos voltados para o atendimento ao grande público, com grande número de agências.

Financiamento: bancos que, com número de agências inferior ao de varejo, atuam no financiamento do grande público, concentrado em créditos de baixo valor e no chamado *middle market*.

Atacado: bancos que, além de atuarem em operações de tesouraria, realizam operações de consultoria em processos de reestruturações societárias, operações de câmbio e operações de crédito.

Tesouraria: bancos que operam predominantemente com títulos e valores mobiliários, aplicações interfinanceiras de liquidez e derivativos.

A forma de verificar como as variáveis ambientais, tais como o segmento bancário, podem afetar os indicadores de eficiência não é consenso na literatura. Os trabalhos empíricos empregam desde simples comparações dos valores médios de eficiência para cada grupo a testes não paramétricos. Um bom número, entretanto, utiliza-se da regressão de dois estágios através dos modelos OLS e Tobit, como em Sathye (2001), Miller e Noulas (1996) e Krause e Tabak (2004), onde a variável dependente são os índices de eficiência estimados.

Nenhum destes procedimentos, contudo, está livre de críticas. No caso da regressão de dois estágios, as restrições se referem a forma linear empregada na estimação e a imposição de funções de distribuições específicas para o termo de erro da regressão. Além disso, se os regressores utilizados no segundo estágio forem correlacionados com os insumos e produtos, existe a possibilidade de viés, Coelli, Prasada Rao e Battese (1998). Em decorrência disso, a fim de obtermos resultados que se complementem, utilizaremos os diversos métodos existentes, ou seja, comparações de médias, modelos de dois estágios OLS e Tobit e testes não paramétricos.

¹² Classificação obtida através da consultoria Austin.

Dentre os testes não paramétricos utilizados para comparar diferenças no padrão de eficiência entre grupos de firmas, o mais utilizado é o teste de Mann-Whitney que testa a hipótese que duas amostras independentes são oriundas de populações com a mesma distribuição estatística. No caso de várias amostras, uma alternativa é o teste de Kruskal-Wallis.

O teste de Kruskal-Wallis (1952) é um método não paramétrico de testar a hipótese nula de que várias populações têm a mesma distribuição. Para aplicar o teste, nós obtemos amostras aleatórias independentes de tamanhos n_1, n_2, \dots, n_k de k populações. No nosso caso, k representa a quantidade de segmentos bancários e as amostras de tamanho n_i correspondem aos índices de eficiência. A seguir, classificamos todas as N , onde $N = n_1 + \dots + n_k$, observações e definimos R_i como a soma dos indicadores de classificação das n_i observações na i -ésima amostra ou no segmento k . A estatística de Kruskal-Wallis é, então,

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^N n_i \left(\bar{R}_i - \frac{N+1}{2} \right)^2$$

Quando o tamanho das amostras é grande e todas k populações têm a mesma distribuição contínua, KW tem uma distribuição assintótica Qui-quadrado com $k - 1$ graus de liberdade. Se a estatística KW é maior do que o valor crítico, nós rejeitamos a hipótese nula de que todas as populações têm a mesma distribuição.

Na análise a seguir, as expressões unidade ou firma serão utilizadas para designar uma observação qualquer de nossa amostra, visto que como estamos trabalhando com dados em painel, temos mais de uma observação de um mesmo banco em cada período analisado.

3.2 Resultados dos Estimadores DEA e FDH

A fim de avaliar a sensibilidade dos indicadores estimados em relação aos métodos propostos, iremos analisar inicialmente os resultados obtidos através dos estimadores tradicionais DEA e FDH. As Tabelas 4 e 5 apresentam estatísticas das estimativas de eficiência para estes estimadores.

Tabela 4: Quantidade de unidades eficientes e ineficientes

	FDH	%	DEA	%	FDH3	%	DEA3	%
1995-1997								
Total de firmas eficientes	370	42	73	8,26	776	87,88	97	11
Firmas não dominantes	64	7,24			638	72,25		
Firmas dominantes	278	31,48			110	12,45		
Firmas Ineficientes	513	58	810	97,74	107	12,12	786	89
N ⁰ observações totais	883	100	883	100	883	100	883	100
1998-2000								
Total de firmas eficientes	389	51	74	9,94	647	86,96	139	18,55
Firmas não dominantes	116	15,59			534	71,77		
Firmas dominantes	253	34			93	10,53		
Firmas Ineficientes	355	48	670	90,05	97	13,04	606	81,45
N ⁰ observações totais	744	100	744	100	744	100	744	100
2001-2004								
Total de firmas eficientes	390	53	57	7,77	628	85,56	113	15,40
Firmas não dominantes	120	16,35			531	72,34		
Firmas dominantes	241	32,83			68	9,26		
Firmas Ineficientes	344	47	677	92,23	106	14,44	621	84,60
N ⁰ observações totais	734	100	734	100	734	100	734	100

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

FDH3 e DEA3 referem-se aos resultados dos modelos estimados com 3 produtos.

Os dados da Tabela 4 mostram que o número de firmas consideradas eficientes pelo estimador FDH é bem superior aquele obtido pelo estimador DEA. Considerando, por exemplo, o modelo com produto univariado e o último período estudado, observamos que 390 unidades foram avaliadas como eficientes pelo estimador FDH, o que representa 53% do total de observações. No caso do estimador DEA, este número é de 57 unidades ou 7,77% do total.

Esses resultados podem ser uma consequência da suposição de convexidade imposta pelo DEA. Como podemos ver através das simulações das Figuras 8 e 9, muitas firmas que estão ao longo da fronteira FDH são avaliadas como ineficientes pelo DEA.

Dentre as firmas consideradas eficientes pelo estimador FDH, nós podemos distinguir entre dois tipos: firmas dominantes e firmas não dominantes. As firmas eficientes e dominantes são aquelas que definem a fronteira do conjunto de produção e se retiradas da amostra alteram a eficiência relativa das demais. As firmas eficientes e não dominantes, por outro lado, mesmo que estejam situadas na fronteira de produção não alteram a eficiência relativa caso retiradas da amostra.

Como podemos ver na Tabela 4, o número de firmas eficientes e não dominantes é relativamente grande, podendo chegar a 30% das firmas eficientes e a 16% do total de firmas. Em 1998-2000, por exemplo, de uma amostra de 744 observações, 116 foram consideradas eficientes e não dominantes. No último período, 120 firmas, de um total de 734, pertencem a essa mesma categoria.

Quando analisamos o modelo com 3 produtos, os resultados entre os dois estimadores tornam-se ainda mais distintos. No período 2001-2003, observamos que 628 observações ou 85,56% do total estão localizadas ao longo da fronteira de produção FDH. Além disso, 531 ou aproximadamente 85% das unidades eficientes são não dominantes. No caso do estimador DEA, o número de firmas eficientes também aumenta, mas o percentual do total nunca é superior a 20%.

Esse resultado aparentemente implausível do estimador FDH com 3 produtos, em que a maior parte das firmas são eficientes e não dominantes, reflete o problema da dimensão que afeta os estimadores não paramétricos. Os estimadores não paramétricos apresentam baixas taxas de convergência e estas taxas diminuem a medida que o número de produtos e insumos aumenta. Dessa forma, mesmo com centenas de observações, este estimador avaliou uma grande quantidade de unidades como eficientes e não dominantes.

É importante notar que num ambiente com múltiplos insumos e produtos o número de firmas comparáveis entre si pode ser relativamente escasso. Na estimação dos índices de eficiência através do estimador FDH, as unidades que servem de referência para avaliar a performance de uma determinada firma devem possuir todos os insumos menores e todos os produtos maiores do que a firma avaliada. O índice de eficiência é, então, calculado em relação a unidade mais dominante entre aquelas que servem de referência.

A flexibilidade do estimador FDH, que não impõe qualquer restrição ao conjunto de produção, gera regiões do conjunto estimado onde muitas firmas são comparáveis apenas consigo

mesmas, o que resulta no número grande de unidades consideradas eficientes e não dominantes. Essas firmas não são comparadas com nenhuma outra, mas mesmo assim são consideradas eficientes por construção do modelo.

No caso do estimador DEA, este problema é menos dramático visto que as unidades são comparáveis com firmas hipotéticas construídas através da combinação linear convexa de outras que servem de referência para a firma avaliada. Devemos ter em mente, entretanto, que se o conjunto de produção não for convexo as estimativas DEA serão viesadas e inconsistentes.

Assim, embora as estimativas encontradas através do estimador DEA pareçam mais confiáveis, este resultado deve ser visto com cautela. O estimador DEA nada mais é do que o estimador FDH com a restrição de convexidade imposta ao conjunto de produção. Se esta restrição não se verifica na prática, as estimativas de ineficiência obtidas através do DEA serão decorrentes basicamente da imposição da convexidade. Obviamente, se de fato o conjunto de produção é convexo, os índices de eficiência do DEA são preferíveis ao FDH.

Como explicado no capítulo 2 e constatado na tabela anterior, os estimadores FDH por construção apresentam índices de eficiência maiores ou iguais aqueles obtidos pelo estimador DEA bem como uma maior quantidade de unidades na fronteira de produção estimada. Esses pontos por si só não significam que os escores de eficiência entre as firmas variam significativamente em valor absoluto e em eficiência relativa de um estimador para outro. Entretanto, os valores das estatísticas descritivas apresentadas na Tabela 5 e na Tabela 40 do apêndice B mostram diferenças consideráveis nesse sentido.

As diferenças de suposições metodológicas têm um impacto direto nos índices de eficiência média. Na Tabela 5 a seguir, verificamos que enquanto a eficiência média para o FDH situou-se acima 0,8 nos três períodos estudados, a eficiência média para o DEA ficou abaixo de 0,6. Quando analisamos os resultados do modelo com 3 produtos, a eficiência média pelo DEA ficou próxima a 0,70 e a eficiência média pelo FDH é superior a 0,97.

Tabela 5: Estatísticas descritivas dos estimadores DEA e FDH

Stats	Min	P25	P50	Med	P75	Max
DEA						
1995-1997	0,0682	0,3848	0,5256	0,5579	0,7322	1
1998-2000	0,1343	0,4298	0,5305	0,5907	0,7405	1
2001-2004	0,1339	0,3788	0,5155	0,5648	0,7407	1
FDH						
1995-1997	0,0941	0,7091	0,9214	0,8280	1	1
1998-2000	0,2090	0,7633	1	0,9711	1	1
2001-2004	0,1939	0,7103	1	0,8474	1	1
DEA_3						
1995-1997	0,1585	0,5454	0,715	0,7060	0,8787	1
1998-2000	0,2374	0,5944	0,7225	0,7358	0,9068	1
2001-2004	0,2083	0,5814	0,7092	0,7219	0,9009	1
FDH_3						
1995-1997	0,2675	1	1	0,9783	1	1
1998-2000	0,4727	1	1	0,9807	1	1
2001-2004	0,3761	1	1	0,9761	1	1

Fonte: Valores obtidos a partir das estimativas dos modelos DEA e FDH
DEA_3 e FDH_3 referem-se ao modelo com 3 produtos.

A diferença nos resultados encontrados não se limita às diferenças nos índices de eficiência média. Isto fica claro quando nós analisamos os valores dos coeficientes de correlação. A Tabela 40 do apêndice B mostra os coeficientes de correlação de Spearman para os modelos com produto único. O baixo valor de aproximadamente 0,60 demonstra que os dois estimadores diferem bastante no que diz respeito à ordem de classificação das firmas. No caso do modelo com 3 produtos, o coeficiente de Spearman foi ainda menor, 0,35. O elevado valor do coeficiente R_{mag} também indica como os índices de eficiência para uma mesma firma variam em valor absoluto de um estimador para outro.

Na Tabela 6 abaixo, nós apresentamos as estimativas do modelo univariado para o terceiro período de algumas unidades selecionadas. Os resultados mostram como a classificação delas altera-se sensivelmente. Algumas firmas consideradas como eficientes e dominantes pelo FDH aparecem com a classificação entre as piores pelo DEA, o que demonstra como esses estimadores são sensíveis às suposições de cada modelo, embora usados para estimar a mesma fronteira de produção.

Tabela 6: Comparativo de classificação de firmas DEA x FDH

Firma	FDH	DEA	Rank DEA	dom*
685	1	0,310	657	7
430	1	0,313	652	7
508	1	0,328	635	4
687	1	0,332	631	7
453	1	0,342	615	12
429	1	0,346	605	7
317	1	0,348	602	6
686	1	0,354	592	7
319	1	0,363	579	7
653	1	0,373	562	6
350	1	0,377	557	7
387	1	0,379	552	14
706	1	0,385	542	6
688	1	0,388	538	7
388	1	0,388	536	9
441	1	0,390	534	8
652	1	0,396	522	10
318	1	0,397	521	6
593	1	0,401	516	5
431	1	0,411	504	4

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

*dom é o número de observações dominadas pela firma i

É importante observar que a utilização de estimadores diferentes pode afetar não somente a ordem de classificação das firmas, mas também a razão de eficiência entre elas. Os estimadores DEA e FDH são utilizados para estimar a mesma fronteira não observada e a comparação entre a razão de eficiência entre firmas também dá uma indicação de como esses métodos fornecem resultados diferentes.

Analisando esse ponto mais detalhadamente, a Tabela 7 a seguir apresenta as estimativas de algumas unidades referentes a dez/2003 do modelo com produto único. Podemos distinguir, então, três casos distintos. Alguns bancos apresentam baixos índices de eficiência pelos dois estimadores, outros possuem altos índices e um terceiro grupo possui escores de eficiência que variam bruscamente com o estimador.

Os bancos Banpara, BEC, Banese, BRB, Besc e GE capital, por exemplo, estão entre aqueles que apresentaram baixos índices tanto pelo FDH quanto pelo DEA. Além disso, estas instituições também são dominadas por um maior número de bancos. Outro grupo de bancos como Banco do Brasil, Bradesco, Unibanco e Citibank mostraram elevados escores de eficiência pelos dois estimadores.

O terceiro grupo de bancos tais como Sumitomo, Tokyo-Mitsubishi, Brascan e Calyon apresentam bruscas variações em seus índices de eficiência. Mesmo estes dois últimos, que são bancos dominantes pelo FDH, obtiveram baixos escores pelo DEA, o que pode ser decorrente da suposição de convexidade imposta ao conjunto de produção. É importante observar que essas observações causam uma grande variação na eficiência relativa. Considerando, por exemplo, os bancos Brascan e Bradesco, temos que a razão $FDH_{Brascan}/FDH_{Bradeco} = 1$, enquanto a razão $DEA_{Brascan}/DEA_{Bradeco} = 0,43$.

Vale notar que as grandes instituições de varejo apresentaram elevados índices de eficiência pelos dois estimadores em todos os períodos. Enquanto isso boa parte dos bancos de menor porte possuem escores de eficiência bem diferentes e que variam de acordo com o estimador. Esses resultados podem sugerir que a imposição da restrição de convexidade gera uma fronteira estimada pelo DEA, no intervalo dos dados dos pequenos bancos, bem acima daquela estimada pelo FDH, isto é, podem sugerir que o conjunto de produção não é convexo.

Tabela 7: Estimativas FDH e DEA para Dez/2003

Banco	FDH	DEA	dom*	Banco	FDH	DEA	dom
ARBI	1	1	4	BANKBOSTON	0,46	0,46	1
BANCO DO BRASIL	1	1	1	SUMITOMO	1	0,442	2
BRADESCO	1	1	3	BANCO BGN	1	0,441	1
BRP	1	1	1	BRSCAN	1	0,432	10
MORADA	1	1	1	TOKYO-MITSUBISHI	1	0,431	1
NACION ARGENTINA	1	1	2	SOCIETE GENERALE	1	0,373	6
BEMGE	1	0,98	5	BMG	0,475	0,37	1
BANESTADO	1	0,967	1	CALYON BRASIL	1	0,363	7
VOTORANTIM	1	0,953	2	BMC	0,494	0,355	1
SANTANDER (BOZANO)	1	0,952	1	URUGUAI	1	0,354	2
CRUZEIRO DO SUL	1	0,949	2	BEM	0,977	0,353	5
CAIXA	1	0,929	1	PAULISTA	1	0,35	2
UNIBANCO	1	0,929	1	BEP	1	0,349	1
SAFRA	1	0,912	1	PINE	0,594	0,34	1
ITAU	1	0,882	1	BEC	0,387	0,326	1
JP MORGAN (CHASE)	1	0,877	21	EMBLEMA	0,947	0,322	1
BNP PARIBAS	1	0,862	20	MATONE	1	0,317	3
CITIBANK	1	0,84	22	BESC	0,527	0,31	1
BBM	1	0,81	12	BRB	0,334	0,304	1
ING BANK	1	0,799	48	INTER AM EXPRESS	0,569	0,289	7
BARCLAYS	1	0,487	1	LUSO BRASILEIRO	1	0,288	1
GUANABARA	1	0,487	1	BANESE	0,262	0,239	1
BNL	1	0,475	3	GE CAPITAL	0,373	0,223	2
MODAL	1	0,469	6	BANPARA	0,21	0,149	1

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

*dom é o número de observações dominadas pelo banco i

Apesar dessa diferença em termos de eficiência relativa e de ordem de classificação, a utilização de dois estimadores com características distintas pode ajudar a identificar aquelas unidades que realmente apresentam baixa performance, dando mais credibilidade aos resultados encontrados. Como uma ilustração, a tabela 8 a seguir apresenta as 30 unidades com mais baixo índice de eficiência estimado tanto pelo DEA quanto pelo FDH do modelo univariado.

Podemos observar que 17 observações aparecem entre as trinta mais ineficientes quando avaliadas pelos dois estimadores. Assim, o uso de mais de um estimador permite-nos identificar aquelas unidades que realmente apresentam problemas crônicos de eficiência. Basta verificar que os índices estimados nos dois casos é significativamente reduzido. Ampliando esse número para

as 100 unidades mais ineficientes pelo FDH, 53 delas também aparecem entre as 100 mais ineficientes pelo DEA.

Tabela 8: Unidades mais ineficientes*

Classificado pelo FDH				Classificado pelo DEA				Classificado pelo Critério da Dominância			
Firma	FDH	DEA	Dom	Firma	FDH	DEA	Dom	Firma	FDH	DEA	Dom
130	0,194	0,168	69	127	0,231	0,134	68	126	0,195	0,155	76
126	0,195	0,155	76	125	0,235	0,149	70	128	0,195	0,167	71
128	0,195	0,167	71	129	0,21	0,149	66	125	0,235	0,149	70
129	0,21	0,149	66	126	0,195	0,155	76	130	0,194	0,168	69
127	0,231	0,134	68	128	0,195	0,167	71	127	0,231	0,134	68
125	0,235	0,149	70	130	0,194	0,168	69	124	0,253	0,188	68
76	0,239	0,227	43	57	0,345	0,184	16	129	0,21	0,149	66
77	0,241	0,228	44	54	0,426	0,188	14	75	0,272	0,218	44
124	0,253	0,188	68	124	0,253	0,188	68	77	0,241	0,228	44
80	0,262	0,239	23	414	0,315	0,195	28	76	0,239	0,227	43
75	0,272	0,218	44	53	0,45	0,201	14	410	0,551	0,213	34
78	0,276	0,219	26	283	1	0,21	1	409	0,337	0,231	30
174	0,314	0,278	26	56	0,45	0,21	14	211	0,471	0,294	30
414	0,315	0,195	28	410	0,551	0,213	34	60	0,515	0,286	30
301	0,316	0,304	11	52	0,533	0,213	24	173	0,344	0,251	29
79	0,329	0,233	19	408	0,635	0,214	18	414	0,315	0,195	28
281	0,334	0,304	11	412	0,385	0,214	15	213	0,476	0,292	28
81	0,335	0,233	17	75	0,272	0,218	44	181	0,384	0,29	27
177	0,337	0,298	13	78	0,276	0,219	26	69	0,428	0,327	26
409	0,337	0,231	30	413	0,373	0,223	17	212	0,527	0,31	26
277	0,343	0,268	23	76	0,239	0,227	43	174	0,314	0,278	26
173	0,344	0,251	29	77	0,241	0,228	44	78	0,276	0,219	26
57	0,345	0,184	16	409	0,337	0,231	30	210	0,47	0,302	25
280	0,347	0,31	11	79	0,329	0,233	19	52	0,533	0,213	24
178	0,352	0,312	11	81	0,335	0,233	17	277	0,343	0,268	23
278	0,371	0,292	19	200	0,475	0,235	19	80	0,262	0,239	23
413	0,373	0,223	17	391	0,803	0,238	2	61	0,38	0,302	23
180	0,375	0,315	13	80	0,262	0,239	23	182	0,503	0,306	22
282	0,379	0,338	11	55	0,465	0,245	11	515	0,61	0,336	22
61	0,38	0,302	23	393	0,811	0,247	3	276	0,38	0,284	21

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

* Essas observações referem-se principalmente aos bancos Banpará, Banese, BEC, BRB e Ge Capital.

A Figura 20 abaixo que mostra a relação das estimativas DEAxFDH do modelo univariado do terceiro período ajuda a entender os resultados acima. As unidades no quadrante inferior esquerdo representam aquelas com baixos índices de eficiência pelos dois estimadores. No quadrante superior direito, encontram-se unidades com elevados índices tanto pelo DEA quanto pelo FDH. Notamos também a inexistência de pontos no quadrante superior esquerdo visto que por construção os índices de eficiência FDH são superiores aos índices de eficiência DEA.

Observamos também que várias unidades com elevados índices FDH apresentam baixos índices pelo DEA. Isso decorre basicamente da suposição de convexidade imposta pelo DEA. Quando analisamos, através da Figura 8, uma simulação com dados aleatórios, verificamos como várias unidades classificadas como eficientes pelo FDH são consideradas ineficientes pelo DEA.

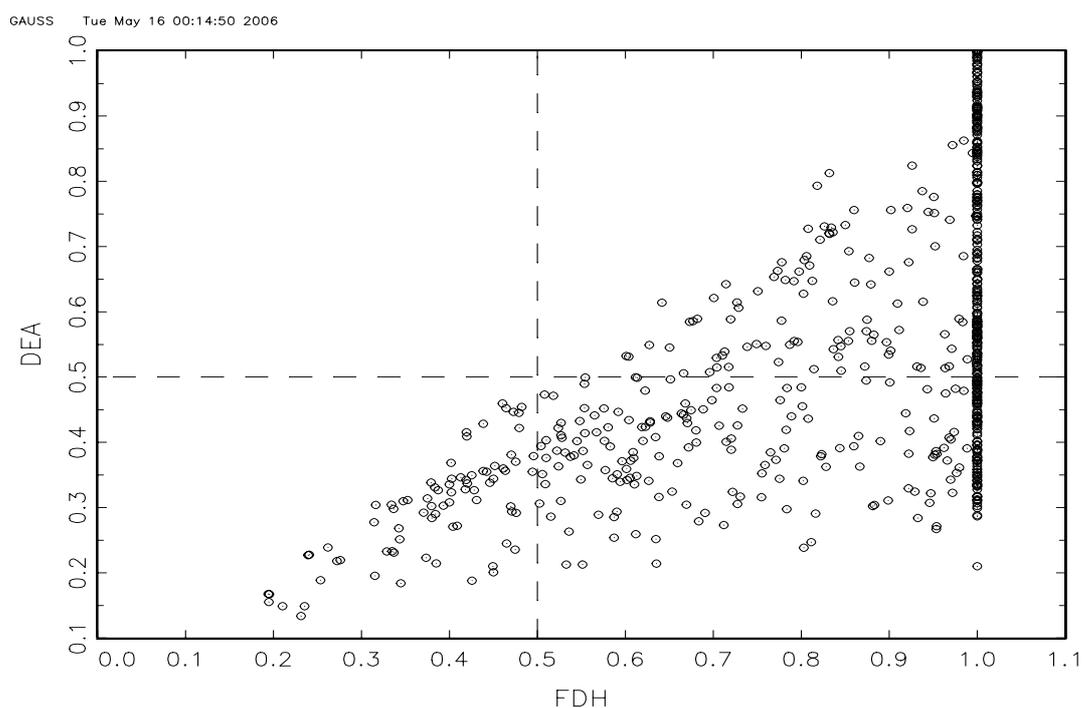


Figura 20: Estimativas de eficiência DEA x FDH

Fonte: Elaborada a partir das estimativas obtidas através dos modelos DEA e FDH

Finalmente, verificamos um grande número de unidades com índices FDH igual a 1. Esse estimador apresenta baixa taxa de convergência necessitando de uma grande quantidade de dados em aplicações práticas. Assim, mesmo trabalhando com mais de 700 observações não foi

suficiente avaliar muitas firmas. Várias delas foram comparadas consigo mesmas e declaradas eficientes por construção do modelo.

As estimativas apresentadas acima mostraram como os índices de eficiência de várias unidades são sensíveis às suposições dos modelos. O estimador FDH, embora não imponha nenhuma restrição ao conjunto de produção e seja mais flexível do que o estimador DEA, possui uma taxa de convergência mais baixa e necessita de mais observações para conseguir avaliar as firmas. O número de firmas de nossa amostra não foi suficiente para avaliar diversas firmas pelo FDH e conseqüentemente muitas delas são declaradas eficientes por construção do modelo, isto é, apesar de não serem comparadas com nenhuma outra.

O estimador DEA, por outro lado, possibilita uma maior discriminação porque permite classificar um maior número de unidades. Apesar disso, se o conjunto de produção não for convexo, os índices de eficiência obtidos são inconsistentes

Podemos considerar, então, que os dois estimadores possuem pontos positivos e negativos para a análise de eficiência das firmas de uma indústria. Os modelos DEA e FDH devem ser vistos como complementares e não substitutos. Quando algumas firmas são consideradas as mais eficientes ou estão entre aquelas com pior desempenho pelos dois modelos é um indicativo de que realmente possuem as melhores e piores práticas da indústria, respectivamente. Assim, a utilização dos dois estimadores dá mais credibilidade aos resultados obtidos.

Os resultados obtidos através do DEA e do FDH mostraram que as estimativas obtidas através dos dois estimadores mudam não apenas em termos de eficiência relativa, mas também de ordem de classificação das unidades. Portanto, a utilização de mais de um estimador para avaliar a performance dos bancos de acordo com o segmento bancário é fundamental a fim de se obter uma análise mais confiável do perfil de eficiência do setor. Assim, a avaliação, a seguir, onde investigaremos a performance dos bancos por segmento bancário, utilizará mais de um estimador.

Em decorrência das baixas taxas de convergência e da baixa performance apresentada pelo modelo com múltiplos produtos, em parte decorrente do número insuficiente de observações, nós utilizaremos o modelo com produto único para a análise do diferencial de eficiência entre os segmentos bancários. Dessa forma, as estimativas DEA e FDH apresentadas a seguir foram obtidas através do modelo com um único produto. De forma semelhante à Tabela 4, nós apresentaremos na Tabela 9 a seguir a quantidade de unidades eficientes por controle de capital para o modelo univariado.

Tabela 9: Estatísticas de eficiência média por controle de capital

Segmento Bancário	Capital	Obs	FDH						DEA			
			Eficientes		Eficientes e dominantes		Efic. não dominantes		Ineficientes		Eficientes	
			#	%	#	%	#	%	#	%	#	%
1995-1997												
Públicos Nacionais		158	28	17,72	3	10,71	25	89,29	130	82,28	14	8,86
Privados		563	270	47,95	234	86,66	36	13,33	293	52,05	44	7,81
Estrangeiros		162	72	44,45	69	95,84	3	4,16	90	55,55	15	9,25
1998-2000												
Públicos Nacionais		117	20	17	1	5	19	95	97	83	12	10,25
Privados		405	240	59,25	35	14,59	205	85,41	165	40,75	42	10,37
Estrangeiros		222	129	58,10	44	34,11	85	65,89	93	41,90	20	9
2001-2004												
Públicos Nacionais		109	23	21	5	14,29	18	85,71	86	79	3	2,75
Privados		378	220	58	148	67,28	72	32,72	158	42	29	7,67
Estrangeiros		247	147	60	117	79,60	30	20,40	100	40	25	10,12

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

Conforme mostram os dados acima e os testes da tabela a seguir, verificamos que de acordo com o estimador FDH a porcentagem de unidades eficientes para os bancos públicos é significativamente inferior àquela dos bancos nacionais privados e estrangeiros. Enquanto em torno de 80% das observações de bancos públicos são avaliadas como ineficientes, esse percentual para os bancos nacionais privados e estrangeiros é de aproximadamente 40%, nos dois últimos períodos, e fica em torno de 50% no período 1995-1997. No que diz respeito aos bancos nacionais privados e estrangeiros não houve diferenças significativas.

Constatamos também que a porcentagem de unidades declaradas eficientes e não dominantes é significativamente bem superior para o segmento de bancos públicos. Nesse caso, contudo, os testes indicam que também há diferenças entre os bancos nacionais privados e estrangeiros.

No caso do estimador DEA, os resultados mostraram diferença significativa em relação ao número de bancos eficientes apenas em 2001-2004, onde o percentual de observações de bancos públicos na fronteira é menos da metade daquela dos outros dois segmentos bancários.

Tabela 10: Teste de igualdade entre as proporções de bancos eficientes .

Ho: proporção eficientes segmento A = proporção eficientes segmento B

	FDH	FDH	DEA
1995-1997	% Eficientes	% Eficientes dominantes	% Eficientes
Nacionais Privados x Públicos	6,820*	9,481*	1,088
Públicos x Estrangeiros	5,156*	8,512*	-0,237
Nacionais Privados x Estrangeiros	-0,789	2,174**	0,834
1998-2000	% Eficientes	% Eficientes dominantes	% Eficientes
Nacionais Privados x Públicos	8,035*	-3,673*	1,244
Públicos x Estrangeiros	-7,233*	3,748*	0,108
Nacionais Privados x Estrangeiros	0,280	-5,840*	1,472
2001-2004	% Eficientes	% Eficientes dominantes	% Eficientes
Nacionais Privados x Públicos	6,825*	-4,303*	2,199**
Públicos x Estrangeiros	6,688*	5,732*	-2,634*
Nacionais Privados x Estrangeiros	-0,326	2,581*	-0,897

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estatísticas obtidas através do Stata 7.0

Os valores da tabela referem-se as estatísticas z. * Estatisticamente significativo a 1%. ** Estatisticamente significativo a 5%. Rejeita-se a hipótese nula ou aceita-se a hipótese que as proporções são estatisticamente diferentes.

Como já sugeriam as tabelas acima, quando comparamos os índices de eficiência média, verificamos que os bancos públicos apresentaram eficiência média inferior aos bancos nacionais privados e bancos estrangeiros. O diferencial de eficiência média entre esses segmentos bancários, entretanto, varia de acordo com o estimador, ver Tabela 11.

No caso do estimador FDH, praticamente não existe diferença em termos de eficiência média entre os bancos nacionais privados e estrangeiros. Os bancos públicos, por sua vez, apresentaram eficiência média bem inferior. Enquanto os primeiros apresentaram índices superiores a 0,84 nos três períodos, os bancos de controle estatal ficaram abaixo de 0,7. No caso do DEA, os bancos privados e os bancos estrangeiros mais uma vez apresentaram índices de eficiência média bem próximos e em torno de 0,6. Os bancos públicos novamente tiveram pior desempenho com índices médios abaixo de 0,5.

Os testes não paramétricos realizados e mostrados na Tabela 39 indicam que há diferenças significativas entre os segmentos bancários e as estimativas da regressão de dois estágios apresentadas na Tabela 38 da seção 3.7 sugerem que os bancos públicos são os mais ineficientes, mas que não há diferenças significativas entre os bancos nacionais privados e estrangeiros.

Tabela 11: Estatísticas de eficiência média por controle de capital

	Média			Mediana		
	Públicos	Nacionais Privados	Estrangeiros	Públicos	Nacionais Privados	Estrangeiros
DEA						
1995-1997	0,496	0,568	0,585	0,427	0,529	0,589
1998-2000	0,487	0,604	0,620	0,376	0,518	0,596
2001-2004	0,45	0,55	0,62	0,37	0,49	0,58
FDH						
1995-1997	0,680	0,864	0,844	0,681	0,982	0,960
1998-2000	0,687	0,905	0,904	0,645	1	1
2001-2004	0,65	0,87	0,89	0,66	1	1

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

Os resultados sugerem, então, que não houve diferença significativa em termos de eficiência média entre as instituições nacionais privadas e estrangeiras. Apesar disso, no que diz respeito ao estimador FDH, os bancos nacionais privados apresentaram uma maior proporção de unidades eficientes e não dominantes do que os bancos estrangeiros, o que pode ter inflado a estatística de eficiência média dos primeiros. Quanto maior o número de firmas com índices de eficiência igual a 1, maior, conseqüentemente, a eficiência média, mesmo que as unidades sejam não dominantes e eficientes por construção do modelo.

Por fim, verificamos que os bancos de controle estatal apresentaram um pior desempenho independentemente da metodologia empregada e que a razão dos escores de eficiência média entre os segmentos bancários também mudaram de acordo com o estimador empregado. Em 1995-1997, por exemplo, temos $FHD_{nacp}/FDH_{pub} = 1,26$ e $DEA_{nacp}/DEA_{pub} = 1,14$.

O perfil de eficiência de acordo com o porte, mostra que a maior parte dos bancos considerados ineficientes pertence a categoria dos micro e pequenos bancos. Na Tabela 12, verificamos que uma grande proporção dos bancos grandes está ao longo da fronteira FDH estimada. Desse total, uma considerável porcentagem é de observações não dominantes. No período 1998-2000, por exemplo, esse percentual chega a 82%.

Tabela 12: Quantidade de unidades eficientes de acordo com o porte

Segmento Bancário	Porte	Obs	FDH								DEA	
			Eficientes		Eficientes e dominantes		Efic. Não dom.		Ineficientes		Efic.	
			#	%	#	%	#	%	#	%		
1995-1997												
Grande		49	35	71,4	7	20	28	80	14	28,6	13	26
Médio		176	66	37,5	48	27,28	18	10,68	110	62,5	23	13
Pequeno		241	103	42,7	92	38,22	11	4,57	138	57,3	11	4,5
Micro		417	166	39,8	159	38,13	7	1,68	251	60,29	26	6
1998-2000												
Grande		69	50	72,46	9	13	41	59,42	19	27,54	19	27,5
Médio		157	57	36,3	51	32,55	6	3,82	100	63,7	17	11
Pequeno		233	114	48,9	112	48,07	2	0,86	119	51,1	8	3,4
Micro		285	168	58,9	101	35,44	67	23,51	117	41,1	30	10,5
2001-2004												
Grande		84	54	64,28	19	22,62	35	41,67	30	35,72	9	10,71
Médio		153	75	49	55	36,01	20	13,07	78	51	21	13,72
Pequeno		234	88	37,60	68	29,06	20	8,55	146	62,40	6	2,56
Micro		263	173	65,77	128	48,67	45	17,11	90	34,23	21	7,98

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

Esse resultado, contudo, parece influenciado fortemente pela disposição dos dados amostrais. O número de observações de bancos grandes é relativamente pequeno quando comparado ao número de bancos pequenos. Assim, não há observações suficientes nesse intervalo amostral para que se compare as firmas avaliadas com unidades similares e, por conseguinte, essas observações são consideradas eficientes por construção, isto é, sem serem comparadas com nenhuma outra¹³.

Essa grande proporção de bancos grandes na fronteira FDH influenciou claramente seus escores de eficiência média. Na Tabela 13 a seguir, as estimativas mostram que a eficiência média desses bancos ficou acima de 0,9 em todos os casos e a eficiência média para os bancos micro foi inferior a 0,55.

¹³ Essa interpretação supõe que os bancos grandes também possuem os maiores produtos e insumos, isto é, localizam-se na região nordeste do conjunto de produção, conforme a firma E da figura 6.

Tabela 13: Eficiência média por porte

Porte	DEA	FDH
1995-1997		
Grande	0,938	0,984
Médio	0,765	0,868
Pequeno	0,592	0,858
Micro	0,442	0,775
1998-2000		
Grande	0,891	0,974
Médio	0,676	0,809
Pequeno	0,557	0,851
Micro	0,548	0,896
2001-2004		
Grande	0,83	0,93
Médio	0,68	0,83
Pequeno	0,49	0,78
Micro	0,46	0,88

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

As estimativas do estimador DEA também mostram que muitos bancos considerados grandes definiram a fronteira de produção convexa. Além disso, os índices de eficiência média obtidos através do FDH e do DEA são mais próximos para os grandes bancos do que para os bancos pequenos e médios. Essas estimativas indicam que a fronteira DEA localiza-se bem acima da fronteira FDH no intervalo dos bancos pequenos, mas as duas localizam-se mais próximas no intervalo dos bancos grandes.

Supondo que a fronteira FDH é mais flexível, esses resultados podem sugerir que o conjunto de produção para a indústria bancária brasileira é não convexo como mostrado na Figura 9 (Novamente supõe-se que os bancos grandes utilizam mais insumos). Essa conjectura, entretanto, necessita de maiores estudos devido a baixa taxa de convergência do estimador FDH.

Ao analisamos as categorias dos bancos médios, pequenos e micro verificamos que não existe um padrão claro de qual segmento possui maior número de bancos eficientes e dominantes. No último período, por exemplo, dos bancos eficientes em cada categoria, aproximadamente 75% eram dominantes. Além disso, os índices de eficiência média DEA mostram os bancos médios

como mais eficientes do que os bancos pequenos e micro, mas as estimativas FDH não são conclusivas.

No que se refere ao segmento de atuação, os dados das Tabelas 14 e 15 mostram que os bancos de atacado são os que possuem significativamente a maior porcentagem de unidades eficientes pelo FDH, 70,85%. Destas, aproximadamente 75% são dominantes. Os bancos de varejo, por sua vez, foram os que apresentaram a menor porcentagem de unidade eficientes.

Quando a imposição de convexidade é imposta e estimamos a fronteira DEA, os bancos com a menor porcentagem de unidades eficientes passam a ser os de tesouraria, enquanto os de atacado continuam significativamente com melhor performance em relação aos bancos de varejo e tesouraria.

Tabela 14: Quantidade de unidades eficientes por segmento de mercado

Segmento Bancário	Ramo	Obs	FDH								DEA	
			Eficientes		Eficientes e dominantes		Efic. não dom.		Ineficientes		Efic.	
			#	%	#	%	#	%	#	%		
	2001-2004											
	Varejo	296	94	31,75	47	50	47	50	202	68,25	15	5,06
	Atacado	326	231	70,85	175	75,75	56	24,25	95	29,15	35	10,73
	Tesouraria	34	21	61,76	16	76,19	5	23,81	13	38,24	0	0
	Financiamento	78	44	56,41	32	72,72	12	27,28	34	43,59	7	8,97

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

Esses dados se refletem nos índices de eficiência média de cada segmento. Os bancos de atacado apresentaram maior eficiência média quando avaliados pelos dois estimadores. Os banco de varejo, por sua vez, apresentaram resultados distintos. Obtiveram a menor eficiência média de 0,74 pelo FDH e estimativas próximas às dos bancos de financiamento e tesouraria quando avaliados pelo DEA.

Por fim, as estimativas da regressão de dois estágios mostram os bancos de atacado e tesouraria como os mais eficientes e os bancos de varejo como os mais ineficientes.

Tabela 15: Teste de igualdade entre as proporções de bancos eficientes

Ho: proporção eficientes segmento A = proporção eficientes segmento B

	FDH	FDH	DEA
	% Eficientes	% Eficientes dominantes	% Eficientes
2001-2004			
Varejo x Atacado	-9,751*	-4,525*	2,660*
Varejo x Financiamento	-4,014*	-2,515**	1,449
Varejo x Tesouraria	-3,478*	-2,180**	-1,296
Atacado x Financiamento	2,459*	0,427	0,382
Atacado x Tesouraria	1,101	-0,044	1,979**
Financiamento x Tesouraria	-0,528	-0,297	1,804

Fonte: Elaborada pelo autor através das estatísticas obtidas do Stata 7.0

* Estatisticamente significativo a 1%. ** Estatisticamente significativo a 5%. Rejeita-se a hipótese nula.

Tabela 16: Estatísticas de eficiência média por segmento do mercado

	DEA		FDH
		Média	
Varejo	0,55		0,74
Atacado	0,58		0,93
Financiamento	0,52		0,84
Tesouraria	0,54		0,93
		Mediana	
Varejo	0,48		0,77
Atacado	0,48		1
Financiamento	0,48		1
Tesouraria	0,52		1

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas DEA e FDH

3.3 Resultados dos Estimadores DEAC e FDHC

Os índices de eficiência encontrados através dos estimadores DEA e FDH são apenas estimativas de seus reais valores. Além disso, esses estimadores, embora consistentes, são viesados. Informação adicional sobre a performance das unidades pode ser obtida se nós considerarmos os intervalos de confiança para os verdadeiros indicadores de eficiência.

Assim, usando os modelos propostos por Simar e Wilson (1998,2000) e Park, Simar e Weiner (2000), nós corrigimos o viés dos estimadores DEA e FDH e calculamos os intervalos de 95% de confiança de todas as observações de nossa amostra. Conforme visto nas seções anteriores, os estimadores não paramétricos, em especial o FDH, apresentou baixa performance no modelo com 3 produtos. Dessa forma, a fim de obtermos resultados mais robustos, estimamos os modelos FDHC e DEAC apenas para um produto. A Tabela 17 abaixo apresenta as estatísticas para os estimadores DEAC e FDHC.

Os resultados do FDHC apresentaram uma grande discrepância em relação ao FDH. Os índices de eficiência média caíram de valores superiores a 0,8 para valores próximos a 0,4. Os valores medianos dos índices de eficiência também são bem diferentes. Enquanto no primeiro, mais de 50% das unidades operavam na fronteira, no segundo, aproximadamente 75% das unidades apresentaram índices de eficiência menores que 0,6.

Tabela 17: Estatísticas dos estimadores FDHC e DEAC

Stats	Min	P25	P50	Med	P75	Max
FDHC						
1995-1997	0,065	0,280	0,468	0,438	0,599	0,746
1998-2000	0,105	0,285	0,482	0,440	0,595	0,744
2001-2004	0,101	0,212	0,455	0,411	0,555	0,739
DEAC						
1995-1997	0,062	0,322	0,449	0,469	0,615	0,910
1998-2000	0,039	0,374	0,464	0,492	0,620	0,899
2001-2004	0,126	0,325	0,430	0,453	0,560	0,846

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos DEAC e FDHC

FDHC e DEAC referem-se aos estimadores FDH e DEA com correção de viés

Os resultados também diferem no que diz respeito a ordem de classificação das observações. O maior valor para correlação de Spearman entre o FDH e o FDHC aparece no período 2001-2004, sendo de 0,44. O coeficiente R_{mag} de 0,23 também mostra como os escores para uma mesma firma são diferentes entre os estimadores.

Devido a essa discrepância e desde que o objetivo dos dois estimadores é obter a mesma fronteira de referência, uma análise mais detalhada que torne mais claro os resultados acima é fundamental para identificar as vantagens e desvantagens de cada metodologia.

A investigação dos indicadores de eficiência individuais mostrou um grande número de unidades que apresentaram os mesmos 5 índices de eficiência, conforme a tabela abaixo. Ou seja, no período 2001-2004, 108 unidades apresentaram escore de eficiência igual a 0,176, 54 unidades foram avaliadas com eficiência igual a 0,376 e assim sucessivamente.

Tabela 18: Unidades com os mesmos índices de eficiência FDHC

FDH	1	1	1	1	1	1
1995-1997						
FDHC	0,180	0,382	0,468	0,519	0,553	0,579
Nº Obs.	97	47	33	26	23	24
NW	1	2	3	4	5	6
1998-2000						
FDHC	0,176	0,377	0,462	0,513	0,548	0,574
Nº Obs.	115	47	24	30	22	26
NW	1	2	3	4	5	6
2001-2004						
FDHC	0,176	0,376	0,462	0,512	0,547	0,594
Nº Obs.	108	54	49	35	28	25
NW	1	2	3	4	5	6

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas do modelo FDHC

NW refere-se ao número de observações localizadas na região noroeste do ponto $(x_i, \hat{y}_i^o - \zeta y_i)$

Essas unidades correspondem basicamente àquelas que obtiveram índice de eficiência igual a 1 pelo FDH. Este fato é uma consequência direta da fórmula (25) utilizada para corrigir o viés do estimador FDH. De (25), temos que a correção do viés depende basicamente do parâmetro μ que, por sua vez, depende da proporção de observações dominando a unidade avaliada (x_i, y_i) , isto é, da quantidade de observações na região noroeste do ponto $(x_i, \hat{y}_i^o - \zeta y_i)$. Assim, se essa quantidade for a mesma para duas firmas que possuem o mesmo $\hat{\theta}_{FDH} = 1$, o valor

do estimador corrigido também será. Além disso, quando esse número é pequeno, como no caso das 108 unidades que têm escore de 0,176, há uma diminuição brusca na eficiência.

A Figura 21 abaixo ajuda a ilustrar a relação entre os estimadores FDH e o FDHC, dada pela equação $\tilde{\theta}_{FDHC} = \hat{\theta}_{FDH} - c_1 \mu^{-1} n^{-1/(p+q)}$. Os pontos que aparecem com FDH = 1 representam na realidade várias firmas. Como vimos na Tabela 18, diversas unidades, consideradas eficientes pelo FDH, possuem o mesmo índice FDHC porque o número de observações na sua região noroeste (nw) é o mesmo e, assim, elas se sobrepõem na figura.

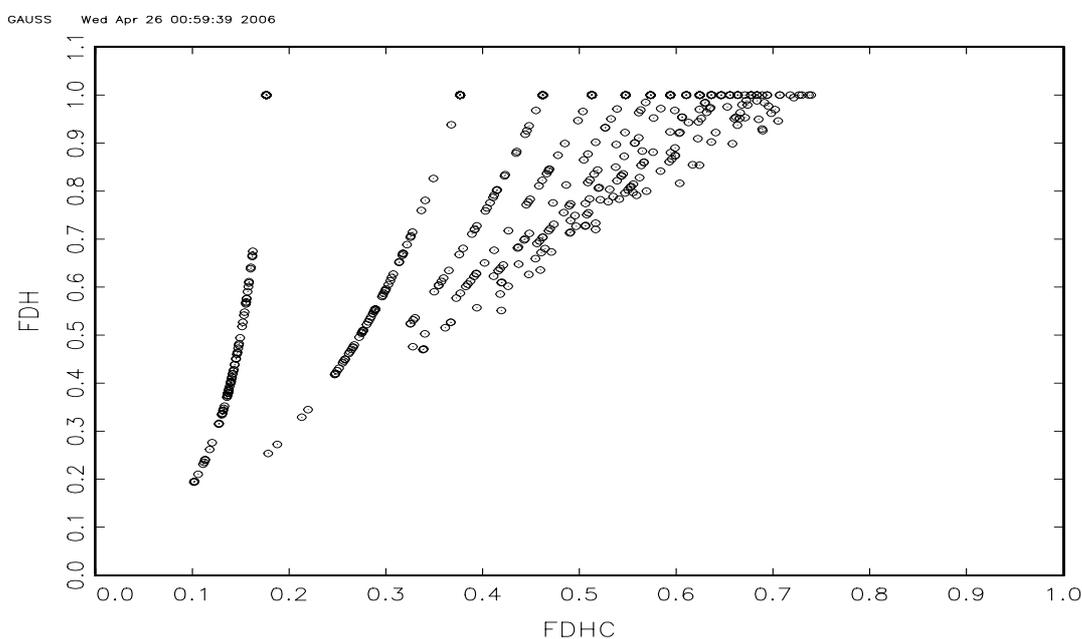


Figura 21: Estimativas de Eficiência FDH x FDHC

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDH e FDHC

A Figura 21 também apresenta linhas quase paralelas e próximas da vertical. A linha mais próxima da ordenada representa as unidades que possuem $nw = 1$, a segunda linha mais próxima da ordenada respresenta as unidades que possuem $nw = 2$ e assim por diante. Para um mesmo índice FDH, quanto maior o valor de μ (ou quanto maior nw), maior o valor do FDHC. Intuitivamente, quanto maior μ ou quanto maior nw , mais observações existem disponíveis na região noroeste para corrigir o valor do estimador FDH, melhorando a performance do estimador FDHC. Por isso, quando nos deslocamos da esquerda para a direita na figura, a correção do viés é menos brusca.

Como havíamos dito na seção 2.2, quanto mais observações na região noroeste, maiores as chances de se obter uma estimativa da fronteira mais próxima da realidade. Assim, quanto menos observações na região *nw*, mais deficiente a correção do viés do estimador FDHC.

Embora Park, Simar e Weiner (2000) argumentem que no caso onde $p+q = 5$ é possível obter resultados satisfatórios com 500 observações, os autores analisaram apenas observações no interior do conjunto de produção. Dos resultados acima, observamos que mesmo com mais de 700 observações as estimativas para as unidades próximas à fronteira são bastantes deficientes. Isto é decorrente do conhecido problema de convergência que afeta os estimadores não paramétricos de fronteiras de eficiência.

Nas simulações apresentadas no capítulo 2, nós observamos que o estimador FDHC apresenta em alguns casos um viés superior ao próprio FDH, visto que o procedimento para correção do viés introduz ruído adicional ao modelo. Dada a discrepância dos nossos resultados e os baixos valores do FDHC, há evidências de que este parece ser o caso, o que torna limitada a utilização do FDHC para avaliar a eficiência dos bancos brasileiros.

Os resultados encontrados através do estimador DEAC são mais próximos daqueles obtidos com o DEA. Considerando os três períodos estudados, o menor índice de eficiência média para o DEAC foi de 0,45 e o maior índice para o DEA foi de 0,59. O coeficiente de correlação de Spearman foi da ordem de 0,90 nos três períodos e o coeficiente R_{mag} é próximo a zero.

Vale ressaltar que a consistência do procedimento bootstrap desenvolvido por Simar e Wilson (1998) não possui uma rigorosa prova formal, embora os resultados obtidos através de experimentos de Monte Carlo suportem a idéia de consistência. Por fim, os comentários a respeito da restrição de convexidade continuam válidos para o DEAC.

Para uma melhor compreensão desses estimadores e considerando novamente os dados para o período de dez/2003, a Tabela 19 mostra os índices de eficiência DEA e FDH de alguns bancos e seus respectivos intervalos de confiança.

Como adiantado acima, os estimadores FDHC apresentaram grande variação em relação ao FDH, principalmente para os bancos que estão ao longo da fronteira. Instituições como Banco do Brasil e Votorantim tiveram seus índices de eficiência reduzidos de $FDH=1$ para $FDHC=0,377$. Outros bancos como Bradesco e Citibank tiveram menor redução, de $FDH = 1$ para $FDHC = 0,513$, mas ainda assim considerável.

Essa discrepância entre os estimadores causa uma grande variação na eficiência relativa e na classificação dos bancos. Considerando, por exemplo, os bancos Bradesco e CEF, que eram ambos eficientes pelo FDH, quando avaliados pelo FDHC o escore de eficiência da CEF equivale a 34% do escore do Bradesco.

Essa diferença nos resultados torna-se ainda mais problemática quando nós analisamos bancos que estavam na fronteira e abaixo dela. A Caixa Econômica que possuía $FDH=1$ e o BESC que tinha $FDH = 0,527$ passaram a ter intervalos de confiança de $[0,136;0,176]$ e $[0,331;0,367]$, respectivamente. Ou seja, o segundo passou a ser considerado mais eficiente. Parece claro, portanto, porque os estimadores FDH e FDHC apresentaram baixíssimos coeficientes de correlação.

Com relação aos métodos utilizados para inferência do estimador DEA, os resultados mostraram-se menos discrepantes. O procedimento para correção do viés, entretanto, introduziu ruído adicional. Da Tabela 19, verificamos que para alguns bancos como Bradesco e Banco do Brasil o escore DEAC situa-se fora do intervalo de confiança. No capítulo 2, vimos que o método bootstrap é uma boa alternativa para obter intervalos de confiança, mas sua utilidade para estimativas pontuais gera resultados deficientes. Assim, na análise dos segmentos bancários, o enfoque baseia-se nos limites do intervalo de confiança.

Outra característica que merece destaque é a amplitude dos intervalos de confiança. Em geral, os bancos grandes e médios e os bancos próximos à fronteira apresentaram maiores intervalos de confiança. Considerando novamente os bancos Bradesco e Banco do Brasil, verificamos como seus intervalos de confiança são amplos. Fica dúvida, portanto, se esses bancos não possuem diferenças estatísticas significativas de eficiência ou se com um maior número de observações na amostra teríamos um resultado diferente.

Esse aspecto dos intervalos de confiança fica mais evidente quando analisamos a Figura 22. Observamos que em geral a amplitude dos intervalos de confiança aumenta quando os índices de eficiência aproximam-se de 1, ou seja, para os bancos mais próximos à fronteira.

Tabela 19: Estimadores FDHC e DEAC

Banco	FDH	FDHC	FDHL	DEA	DEAL	DEAC	DEAU	Doma*
ABC BRASIL	0,943	0,613	0,545	0,481	0,414	0,426	0,463	3
BANCO DO BRASIL	1,000	0,377	0,308	1,000	0,694	0,652	0,945	1
BANESE	0,262	0,118	0,099	0,239	0,202	0,206	0,230	23
BANESTADO	1,000	0,377	0,308	0,967	0,662	0,571	0,927	1
BANKBOSTON	0,460	0,146	0,118	0,460	0,358	0,365	0,445	7
BANPARA	0,210	0,106	0,090	0,149	0,136	0,141	0,147	66
BANRISUL	0,567	0,155	0,124	0,415	0,338	0,352	0,398	10
BCN	0,554	0,289	0,247	0,414	0,335	0,345	0,398	8
BEC	0,387	0,138	0,112	0,326	0,294	0,306	0,321	10
BEP	1,000	0,548	0,472	0,349	0,320	0,332	0,345	1
BESC	0,527	0,367	0,331	0,310	0,263	0,270	0,296	26
BMC	0,494	0,149	0,120	0,355	0,303	0,306	0,337	14
BMG	0,475	0,266	0,230	0,370	0,319	0,327	0,352	12
BRADESCO	1,000	0,513	0,437	1,000	0,778	0,776	0,938	1
BRB	0,334	0,131	0,107	0,304	0,267	0,275	0,295	11
CACIQUE	0,844	0,519	0,456	0,391	0,342	0,354	0,380	3
CAIXA	1,000	0,176	0,136	0,929	0,701	0,709	0,890	1
CEDULA	1,000	0,176	0,136	0,585	0,455	0,441	0,543	1
CITIBANK	1,000	0,513	0,437	0,840	0,661	0,668	0,807	1
DAYCOVAL	1,000	0,611	0,536	0,561	0,495	0,514	0,545	1
DEUTSCHE BANK	1,000	0,513	0,437	0,771	0,653	0,663	0,727	1
DIBENS	0,971	0,539	0,465	0,543	0,432	0,434	0,516	2
DRESDNER AG	0,923	0,594	0,527	0,417	0,369	0,383	0,408	2
GUANABARA	1,000	0,548	0,472	0,487	0,415	0,424	0,468	1
HSBC BANK BRASIL	0,650	0,402	0,354	0,545	0,454	0,467	0,521	9
INDUSV MULTISTOCK	1,000	0,594	0,519	0,390	0,321	0,324	0,376	1
ING BANK	1,000	0,176	0,136	0,799	0,651	0,659	0,774	1
INTER AM EXPRESS	0,569	0,156	0,124	0,289	0,248	0,255	0,277	3
ITAU	1,000	0,611	0,536	0,882	0,746	0,786	0,859	1
JP MORGAN (CHASE)	1,000	0,574	0,498	0,877	0,711	0,712	0,843	1
NOSSA CAIXA	0,921	0,603	0,537	0,759	0,647	0,677	0,738	2
PARANA BANCO	1,000	0,176	0,136	0,597	0,522	0,537	0,575	1
PROSPER	1,000	0,176	0,136	0,742	0,552	0,525	0,695	1
SANTANDER BRASIL	0,832	0,544	0,484	0,719	0,578	0,592	0,684	2
SUDAMERIS	0,496	0,272	0,235	0,379	0,307	0,320	0,369	11
UNIBANCO	1,000	0,594	0,519	0,929	0,773	0,796	0,895	1
VOTORANTIM	1,000	0,377	0,308	0,953	0,656	0,571	0,906	1
VR	1,000	0,176	0,136	0,712	0,454	0,326	0,675	1
WESTLB	0,787	0,411	0,351	0,550	0,477	0,490	0,529	2
ZOGBI	0,822	0,462	0,399	0,379	0,334	0,346	0,367	2

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDH, FDHC, DEA e DEAC

*DEAU E DEAL representam os limites superior e inferior dos intervalos de confiança (IC) e Doma refere-se ao número de unidades que dominam o banco em análise. FDHL é o limite inferior do IC.

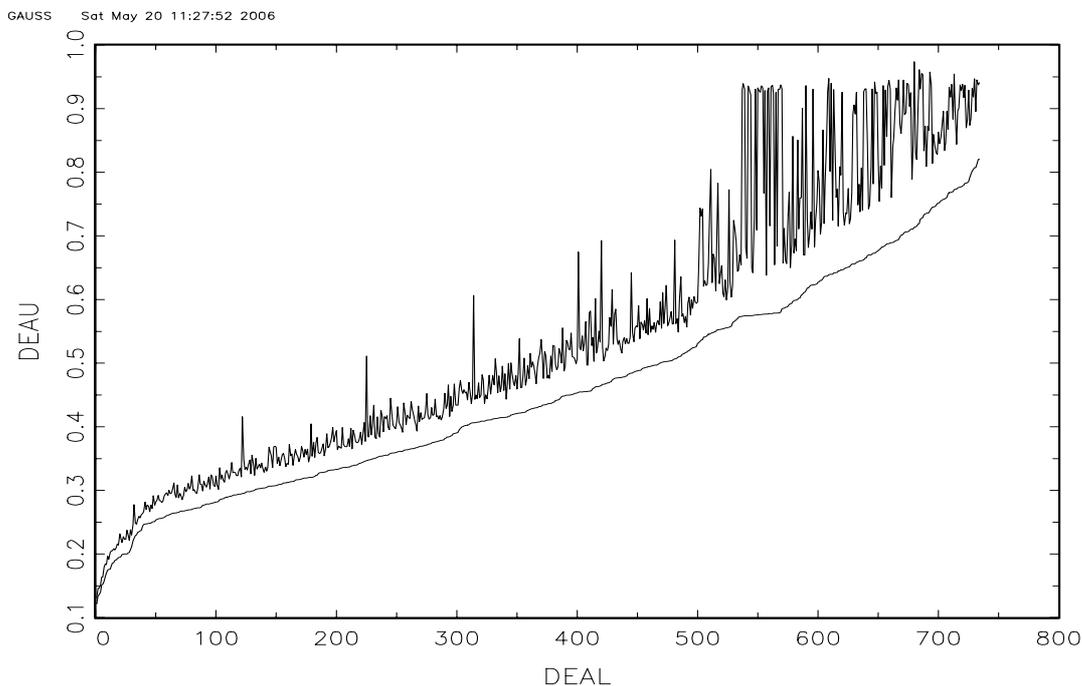


Figura 22: Intervalos de confiança (IC) para as estimativas DEA

Fonte: Elaborada a partir das estimativas obtidas através do modelo DEAC

DEAU: limite superior do IC, DEAL: limite inferior do IC

Por fim, apesar dos resultados acima variarem bastante, a relação dos bancos com pior performance mostrou-se semelhante entre os estimadores. Das 30 unidades avaliadas como mais ineficientes pelo FDH, 26 também estão entre as 30 com pior desempenho pelo FDHC. No caso do DEA, todas as 30 unidades mais ineficientes também foram aquelas com pior desempenho pelo DEAC. Destas, 14 estão entre as mais ineficientes tanto pelo DEAC quanto pelo FDHC, confirmando que o uso de mais de um estimador é um bom instrumento para selecionar aquelas unidades que realmente apresentam graves problemas de eficiência.

A despeito das deficiências encontradas nos procedimentos para a inferência dos estimadores DEA e FDH, nós apresentaremos a seguir os resultados dos estimadores DEAC e FDHC para os segmentos bancários. Os resultados obtidos, contudo, seguem o mesmo padrão do DEA e do FDH e sugerem que em média os bancos estrangeiros são mais eficientes do que os bancos nacionais privados e estes são mais eficientes do que os bancos públicos.

Tabela 20: Estatísticas de eficiência DEAC e FDHC por controle de capital

	DEAL	DEAC	DEAU	FDHC	FDHU
1995-1997					
Públicos	0,421	0,431	0,482	0,405	0,359
NacionaisPrivados	0,468	0,474	0,536	0,441	0,385
Estrangeiros	0,482	0,490	0,553	0,460	0,402
1998-2000					
Públicos	0,417	0,427	0,473	0,370	0,325
NacionaisPrivados	0,496	0,502	0,568	0,434	0,376
Estrangeiros	0,529	0,535	0,600	0,489	0,427
2001-2004					
Públicos	0,38	0,39	0,44	0,36	0,31
NacionaisPrivados	0,43	0,43	0,51	0,40	0,35
Estrangeiros	0,50	0,50	0,59	0,43	0,37

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDHC e DEAC

Embora os índices de eficiência FDHC tenham apresentado uma grande discrepância em relação ao FDH e da quantidade de unidades que obtiveram os mesmos índices de eficiência, mostrados na Tabela 18, não há razão a priori para supor que essa discrepância tenha afetado um segmento bancário em particular. Além disso, a indicação de firmas mais ineficientes pelo FDHC também foi próxima a do FDH e do DEA.

No que diz respeito ao estimador DEA, observamos que algumas unidades próximas à fronteira apresentaram intervalos de confiança bastante amplos. Mais uma vez, essa deficiência não afetou algum segmento em particular e não invalida a comparação entre os bancos. Se dois bancos possuem intervalos de confiança que não se sobrepõem, mesmo que amplos, é um indicativo que há diferenças significativas em seu desempenho. Dessa forma, a utilização do FDHC e do procedimento de inferência pelo DEA também é um exercício útil na avaliação dos segmentos bancários.

Quando analisamos os intervalos de confiança médios através dos dois estimadores, os resultados sugerem que os bancos estrangeiros apresentaram uma performance melhor em relação aos bancos públicos em todos os períodos. No caso dos bancos nacionais, os resultados são

diversos dependendo do período analisado. No período 1995-997, os intervalos de confiança médios das eficiências dos bancos nacionais privados se sobrepõem com os intervalos dos outros dois segmentos bancários. Nos dois últimos períodos, há indícios de um melhor desempenho dos bancos nacionais privados em relação aos bancos públicos.

Considerando os resultados dos estimadores DEA e FDH corrigidos em relação ao porte dos bancos, verificamos que o padrão de eficiência de acordo com o tamanho é similar ao obtido anteriormente. Os grandes bancos são os mais eficientes e os pequenos bancos os mais ineficientes. Os intervalos de confiança médios dão mais evidência a esse fato.

Tabela 21: Estatísticas de eficiência média DEAC e FDHC por porte

Porte	DEAL	DEAC	DEAU	FDHL	FDHC
1995-1997					
Grande	0,734	0,755	0,870	0,512	0,581
Médio	0,621	0,630	0,706	0,452	0,511
Pequeno	0,491	0,502	0,555	0,450	0,508
Micro	0,340	0,343	0,393	0,301	0,351
1998-2000					
Grande	0,708	0,731	0,832	0,470	0,536
Médio	0,534	0,540	0,615	0,386	0,440
Pequeno	0,466	0,477	0,520	0,403	0,461
Micro	0,438	0,419	0,499	0,345	0,402
2001-2004					
Grande	0,672	0,691	0,800	0,468	0,534
Médio	0,539	0,528	0,654	0,361	0,417
Pequeno	0,414	0,422	0,473	0,403	0,403
Micro	0,353	0,353	0,408	0,376	0,376

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDHC e DEAC

Quando a comparação leva em consideração o ramo de atuação dos bancos, os resultados não são conclusivos. Embora os valores de eficiência média do DEA com correção do viés e do FDHC sejam diferentes por segmento, os intervalos de confiança médios se sobrepõem. Apenas para os bancos de financiamento, há indício de deficiência em relação aos outros segmentos.

Tabela 22: Estatísticas de eficiência média DEAC por segmento mercado

	DEAC	DEAL	DEAU	FDHC	FDHU
Varejo	0,45	0,45	0,53	0,40	0,35
Atacado	0,46	0,46	0,54	0,43	0,37
Financiamento	0,39	0,39	0,46	0,32	0,27
Tesouraria	0,45	0,45	0,52	0,44	0,37

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDHC e DEAC

Como um exercício final, a Tabela 23 a seguir apresenta as estimativas médias de eficiência para os 20 maiores bancos. Os ativos destas 20 instituições correspondiam em 2000 a 83,86% dos ativos totais do setor, o que as torna bastante representativas. Além disso, esse grupo dos 20 maiores bancos também é informativo para comparar a diferença de eficiência entre os segmentos bancários já que entre eles nós temos 4 bancos públicos, 6 bancos estrangeiros e 10 bancos nacionais privados. Com relação ao ramo de atuação, 3 são bancos de atacado e o restante bancos de varejo.

Os resultados para os 20 maiores bancos mostram um perfil diferente daquele apresentado nas Tabelas 11 e 20. Ao compararmos os índices médios de eficiência dos bancos estrangeiros com os índices dos quatro maiores bancos nacionais privados (Bradesco, Itau, Unibanco e Safra), verificamos que, na maioria dos casos, estes últimos são até mais eficientes. Isto pode ser um indicativo de que, no últimos período, os bancos estrangeiros mostraram-se mais eficientes em relação aos nacionais privados de menor porte.

O padrão também não é claro quando analisamos os bancos públicos. Quando avaliados pelo FDHC, a CEF e o Banrisul mostram baixo desempenho. No caso do DEA, o Banrisul e BNB tiveram uma fraca performance. O Banco do Brasil, por outro lado, apresentou um desempenho baixo pelo FDHC e um bom desempenho pelo DEAC.

Dessa forma, os resultados das tabelas anteriores em relação aos bancos públicos podem estar relacionados com o baixo desempenho de alguns bancos públicos estaduais. Dentre os bancos com pior desempenho nos vários períodos, estão o Banpara, o Banese, o BRB, Produban, Bemmat, Beron e o BEC. Os bancos Banestes e BESC também mostraram índices de eficiência muito baixos.

Tabela 23: Estimativas de eficiência média para os 20 maiores bancos - 2001/2004

BANCO	FDH	FDHU	FDHC	DEA	DEAL	DEAC	DEAU	Tipo
ABN – AMRO BANK	0,94	0,61	0,67	0,78	0,69	0,73	0,77	3
ALVORADA	0,49	0,17	0,20	0,44	0,36	0,38	0,42	2
BANCO DO BRASIL	1	0,37	0,45	0,96	0,69	0,69	0,93	1
BANESPA	0,88	0,52	0,58	0,76	0,66	0,70	0,74	3
BANKBOSTON	0,75	0,34	0,40	0,60	0,47	0,48	0,57	3
BANRISUL	0,62	0,31	0,35	0,43	0,35	0,36	0,41	1
BCN	0,74	0,41	0,47	0,60	0,50	0,52	0,58	2
BNB	0,77	0,40	0,45	0,54	0,46	0,49	0,53	1
BRADESCO	1	0,53	0,60	0,94	0,76	0,80	0,91	2
CAIXA	0,92	0,29	0,35	0,82	0,63	0,65	0,79	1
CITIBANK	0,99	0,37	0,44	0,86	0,65	0,63	0,81	3
HSBC BANK BRASIL	0,75	0,42	0,47	0,64	0,53	0,54	0,61	3
ITAU	1	0,52	0,59	0,88	0,76	0,80	0,87	2
ITAU BBA	1	0,34	0,40	0,94	0,68	0,62	0,89	2
NOSSA CAIXA	0,87	0,51	0,57	0,73	0,63	0,65	0,71	1
SAFRA	1	0,51	0,58	0,90	0,68	0,67	0,85	2
SANTANDER BRASIL	0,88	0,52	0,59	0,77	0,62	0,64	0,73	3
SUDAMERIS	0,55	0,26	0,29	0,47	0,39	0,40	0,46	3
UNIBANCO	1	0,45	0,52	0,94	0,77	0,79	0,89	2
VOTORANTIM	1	0,36	0,43	0,96	0,70	0,64	0,91	2

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos FDH, FDHC, DEA e DEAC

Tipo 1 significa público, 2 nacional privado e 3 estrangeiro. Os bancos de atacado são Itau BBA, Safra e Votorantim.

3.4 Estimções Robustas de Eficiência

Como discutido previamente, os estimadores DEA e FDH possuem certas restrições no que diz respeito a taxas de convergência, dimensão de insumos e produtos e sensibilidade a valores extremos. Os procedimentos utilizados para inferência e correção de viés também apresentaram-se deficientes. Neste sentido, Cazals, Florens e Simar (2002) e Aragon, Daouia e Thomas-Agnan (2005) definiram novos conceitos de eficiência e propuseram fronteiras alternativas aos modelos já existentes. Dessa forma, com o objetivo de obter resultados mais robustos, nós também utilizamos os estimadores de ordem m e quantil para avaliar a eficiência dos bancos brasileiros.

Novamente o enfoque é baseado no modelo univariado. O estimador quantil foi formulado inicialmente apenas para ambientes com um produto. O estimador de ordem m permite utilizar mais de um produto. Contudo, a fim de permitir comparar os resultados dos diversos estimadores, optamos por utilizar modelo de produto único para o estimador de ordem m .

A fronteira de ordem m , postulada por Cazals, Florens e Simar (2002), define um novo conjunto de referência onde comparamos o produto de cada firma com o produto máximo esperado de m firmas escolhidas aleatoriamente e que usem insumos menores ou iguais ao seu. Essa nova fronteira é mais robusta a valores extremos e outliers e não sofre da restrição de convexidade.

O estimador de eficiência de ordem m , embora não paramétrico, possui a propriedade desejável de convergir à taxa $n^{-1/2}$, enquanto os estimadores DEA e FDH convergem, respectivamente, às taxas $n^{-2/(p+q+1)}$ e $n^{-1/(p+q)}$, conforme visto na seção 2.2.3.

Como uma ilustração dessa vantagem, considere um ambiente com 5 variáveis, isto é, $p + q = 5$ e uma amostra de 500 observações. Para obtermos a mesma taxa de convergência do estimador de ordem m , precisaríamos de uma amostra de $(500^{-1/2})^{-6/2} \approx 11180$, se usássemos o estimador DEA. No caso do estimador FDH, necessitaríamos de uma amostra de $(500^{-1/2})^{-5} \approx 5590169$.

Uma questão de interesse na estimação dessas fronteiras diz respeito à escolha dos parâmetros m e α . Cazals, Florens e Simar (2000) argumentaram que na prática um baixo valor de m é razoável para gerar estimativas úteis para avaliar a performance das firmas. Quando m cresce, o estimador de ordem m aproxima-se do estimador FDH, perdendo, assim, suas características de convergir a taxa $n^{-1/2}$ e de robustez a valores extremos. Por outro lado, se o objetivo de fato é estimar os verdadeiros indicadores de eficiência, quanto maior m mais firmas serão utilizadas na comparação relativa.

O valor de m é arbitrário e pode ser fixado a qualquer nível desejado. Na realidade m define a posição da fronteira de referência em relação aos dados. A fim de exemplificar a importância e papel exercido por esse parâmetro, a Figura 23 mostra a evolução da porcentagem de observações que se localizam acima da fronteira de acordo com o valor m . Os dados referem-

se ao último período de nossa amostra. As figuras referentes aos períodos 1995-1997 e 1998-2000 apresentaram resultados semelhantes.

Podemos notar que a porcentagem de unidades acima da fronteira cai ligeiramente para pequenos valores de m e começa a se estabilizar a partir de $m = 150$. Para $m > 150$, essa porcentagem varia pouco com m , significando que as fronteiras de ordem $m > 150$ estão próximas umas das outras.

Considerando $m = 50$, nós temos aproximadamente 65% das observações acima da fronteira, enquanto para $m = 100$, existem 50% das observações. Isto significa uma queda de 15 pontos percentuais para um intervalo de $\Delta m = 50$. Entre as fronteiras $m = 150$ e $m = 200$, por outro lado, localizam-se em torno de 4% das observações.

GAUSS Thu Feb 16 00:27:17 2006

Evolucao das observacoes acima da fronteira

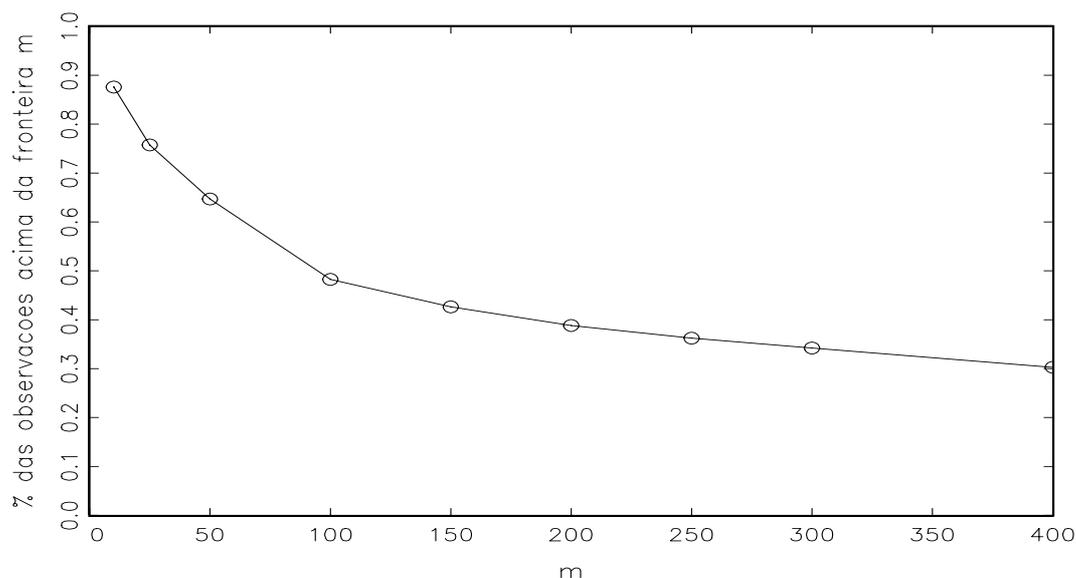


Figura 23 : Evolução das observações acima da fronteira de ordem m
 $m = 10, 25, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 400$.

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas de ordem m

As firmas localizadas acima da fronteira são consideradas super-eficientes porque produzem um produto superior ao máximo esperado. É importante notar que estar acima da fronteira não significa que a observação é um valor extremo. A idéia intuitiva do procedimento acima é que mesmo quando $m \rightarrow \infty$ algumas observações podem estar além da fronteira. Essas unidades devem, então, ser analisadas com mais cuidado, pois são potenciais valores extremos que estão afetando os índices de eficiência das demais.

De acordo com a figura acima, quando $m = 150$, o número de observações incorporadas ao longo ou abaixo da fronteira torna-se mais estável para acréscimos em m . Assim, como valores elevados do parâmetro m fazem com que o estimador perca suas propriedades desejáveis, nós fixamos este valor como ponto de corte para definição de nossa fronteira. Com o objetivo de explorar as características da amostra e da estrutura de produção da indústria bancária brasileira mais profundamente, nós também utilizamos os valores de $m = 75$, $m = 300$ e $m = 1500$. A Tabela 24 apresenta as estimativas encontradas.

Observamos, então, que aproximadamente 15% do total de unidades são declaradas eficientes quando $m = 150$. Se considerarmos a fronteira FDH, o número de unidades na fronteira é de 53%. Isto significa que o estimador de ordem m permite discriminar um maior número de firmas do que o estimador FDH. A proporção de unidades super-eficientes ficou entre 38% e 44%. Os valores máximos dos índices de eficiência ultrapassam 4, significando que uma ou mais observações estão destoantes das demais e podem ser consideradas valores extremos. Evidentemente, esses valores máximos diminuem com m maior.

Também constatamos que, para diferentes valores de m , os valores das estatísticas dos quantis mais baixos são mais próximas do que os valores das estatísticas dos quantis maiores. Isto na realidade é uma consequência da definição do estimador. A fronteira de ordem m desvia-se do verdadeiro conjunto de produção quando percorremos o eixo dos insumos da esquerda para a direita. Em geral, a distância entre as duas fronteiras para um determinado nível de insumo aumenta com o valor de m , a variância do produto, condicional ao insumo, e a curvatura da verdadeira fronteira de produção.

Tabela 24: Estimativas de ordem m

1995-1997	<i>m</i>=75	<i>m</i>=150	<i>m</i>= 300	<i>m</i> = 1500	<i>FDH</i>	<i>DEA</i>
Min	0,151	0,123	0,107	0,094	0,094	0,068
P25	0,872	0,807	0,76	0,716	0,709	0,384
P50	1	1	0,978	0,924	0,921	0,525
Med	1,115	0,989	0,911	0,834	0,828	0,557
P75	1,219	1,078	1,016	1	1	0,732
Max	5,107	4,095	3,015	1,399	1	1
$\theta = 1$	11%	13%	15%	23%	50%	5%
$\theta > 1$	50%	38%	31%	18%	-	-
1998-2000						
Min	0,312	0,285	0,251	0,210	0,209	0,134
P25	0,928	0,862	0,811	0,764	0,763	0,429
P50	1	1	1	1	1	0,53
Med	1,149	1,027	0,949	0,875	0,971	0,59
P75	1,235	1,095	1,016	1	1	0,74
Max	4,167	2,964	2,192	1,182	1	1
$\theta = 1$	10%	15%	20%	34%	52%	7%
$\theta > 1$	54%	43%	33%	18%	-	-
2001-2004						
Min	0,263	0,21	0,2	0,19	0,19	0,133
P25	0,924	0,82	0,76	0,71	0,71	0,378
P50	1,022	1	1	1	1	0,515
Med	1,121	0,98	0,91	0,85	0,84	0,564
P75	1,254	1,07	1,01	1	1	0,74
Max	3,235	2,82	2,33	1,19	1	1
$\theta = 1$	12%	15%	20%	37%	53%	8%
$\theta > 1$	55%	44%	34%	15%	-	-

Fonte: Elaborada pelo a partir das estimativas dos modelos de ordem m , DEA e FDH

Os valores das duas últimas linhas para cada período referem-se a porcentagem de observações com índices de eficiência igual e maior do que 1.

A fronteira quantil possui características semelhantes à fronteira de ordem m , convergindo a taxa $n^{-1/2}$ e sendo mais robusta a valores extremos. De maneira análoga à escolha de m , nós agora precisamos definir o valor do quantil que será utilizado para estimação da fronteira. A Figura 24 mostra como as observações evoluem de acordo com o valor do quantil. Os dados também são referentes ao último período da amostra.

Neste caso, a evolução das unidades acima da fronteira quantil possui um padrão diferente daquele apresentado pela fronteira de ordem m . O número de observações acima da fronteira cai a uma baixa taxa para quantis inferiores a 0.8, onde 87% das observações encontram-se acima da fronteira. Isto implica que as fronteiras de ordem $0 \leq \alpha \leq 0.8$ são bastante próximas.

Para $\alpha > 0.8$, entretanto, a porcentagem de firmas acima da fronteira cai bruscamente para um mesmo intervalo de α . Assim, por exemplo, existe aproximadamente 2% de observações entre as fronteiras $\alpha = 0.6$ e $\alpha = 0.7$, enquanto para um intervalo menor de 0,05, entre $\alpha = 0.9$ e $\alpha = 0.95$, localizam-se aproximadamente 9% das observações. Isto implica que as fronteiras de ordem $\alpha > 0.8$ estão distantes entre si.

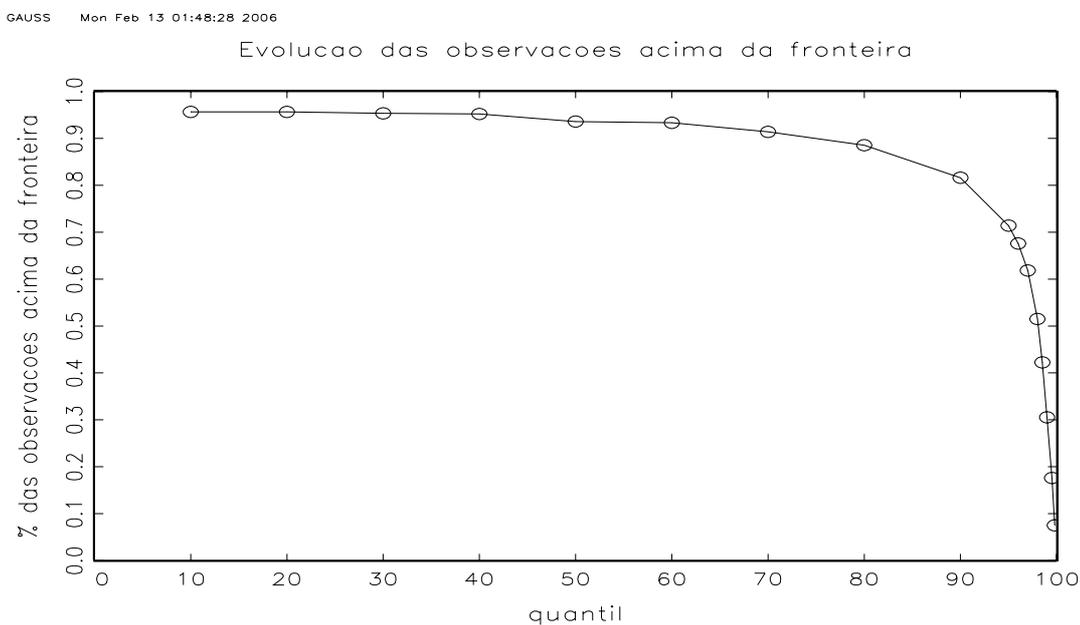


Figura 24: Evolução das observações acima da fronteira de quantil de ordem α
 $\alpha = 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 0.95, 0.96, 0.97, 0.98, 0.99, 0.995, 0.998$.

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas quantil

Para $\alpha = 0,8$, aproximadamente 6% das observações estão abaixo da fronteira. Estas observações são relativamente ineficientes e podem ser vistas como tendo problemas graves de ineficiência. A fronteira de ordem α , dessa forma, pode ser utilizada para determinar um ponto de corte abaixo do qual identificamos firmas com problemas crônicos de ineficiência. Observamos também que 18% e 7,9%, respectivamente, das observações localizam-se acima das fronteiras $\alpha = 0,995$ e $\alpha = 0,998$. Assim, somente as fronteiras de ordem α muito próximas a 1 são influenciadas pelas unidades super eficientes.

Da definição do estimador quantil, é fácil verificar que toda observação (x_i, y_i) pertence a uma fronteira de ordem $\hat{\alpha} = \hat{F}(y_i / x_i)$. Isto é, para qualquer banco podemos especificar uma curva quantil de ordem α tal que este banco esteja localizado nesta fronteira. A fronteira de ordem m , por outro lado, não cobre todas as observações, em especial, àquelas localizadas entre as fronteiras (m') e $(m'+1)$.

Para esclarecer este ponto, note que a ordem α da fronteira quantil que passa através do ponto (x_i, y_i) é igual a porcentagem de observações que produzem menos que y_i entre todas as unidades que utilizam insumos menores ou iguais a x_i . Em outras palavras, o banco i , localizado na fronteira quantil α , produz mais do que $100\alpha\%$ de todos os outros bancos que usam insumos menores ou iguais a x_i e produz menos do que $100(1-\alpha)\%$ dos bancos localizados na fronteira $q_\alpha(x, y)$. Assim, para o banco i localizado na fronteira $q_\alpha(x, y)$, quanto mais próximo α estiver de 1, mais esse banco que opera o vetor (x_i, y_i) está produzindo relativamente de forma eficiente. Caso contrário, se α estiver próximo a zero, o banco está produzindo de forma ineficiente.

A escolha do quantil para estimação da fronteira de ordem α também é arbitrária e define o conjunto de referência a ser utilizado para comparação relativa dos bancos. Da Figura anterior, verificamos que para $\alpha > 0.985$ o gráfico torna-se paralelo ao eixo das ordenadas. Isto significa que uma pequena variação $\Delta\alpha$ adiciona uma grande quantidade de observações extremas abaixo ou na fronteira. Dessa forma, escolhemos como padrão $\alpha = 0.985$, mas também apresetaremos as estimativas para outros valores, conforme tabela a seguir.

A fronteira quantil, assim como a fronteira de ordem m , é mais próxima da fronteira FDH para baixos valores do insumo. A distância entre as duas fronteiras para um determinado nível de insumo diminui com o valor de α , a variância do produto, condicional ao insumo, e a curvatura da verdadeira fronteira de produção. Por isso, como mostrado na Tabela 25, as estimativas de

eficiência quantil são mais próximas das estimativas FDH quando os índices de eficiência deste último são mais baixos.

O valor máximo dos escores de eficiência implica que, mesmo para o quantil 0,995, algumas observações localizam-se bem acima da fronteira estimada. Estes escores atingem valores superiores a 5. As unidades com esses índices devem ser melhor analisadas. Finalmente, o número de observações localizadas exatamente na fronteira é maior neste caso do que no estimador m . Este fato é uma consequência direta da definição do estimador, onde toda observação pertence a uma determinada fronteira quantil.

Um aspecto interessante é que analisando-se as Figuras 21 e 22 constatamos que variando a porcentagem de unidades super eficientes de 0 para em torno de 40%, apenas as fronteiras de ordem α próximas a 1 são influenciadas por estas unidades. Quando $\alpha = 0,985$, temos $p(\alpha) = 43,5\%$. Por outro lado, todas as fronteiras de ordem $m > 150$ são influenciadas por essas unidades. Quando $m = 150$, temos $p(m) = 44\%$.

É importante notar que os estimadores de ordem m e quantil podem ser vistos como um passo final na análise de eficiência. Estes estimadores além de convergir mais rapidamente do que os estimadores DEA e FDH, não impõem a restrição de convexidade. Assim, os resultados obtidos através desses estimadores podem ser utilizados para verificar como as restrições dos modelos DEA e FDH afetam os resultados. Vale ressaltar, entretanto, que estes modelos não estimam a verdadeira fronteira de eficiência, mas definem um novo conjunto de referência que se pretende estimar. Na realidade, existe um trade-off entre a habilidade para se estimar os verdadeiros índices de eficiência e a capacidade para se obter os resultados com características estatísticas desejáveis.

Tabela 25: Estimativas quantil de ordem α

1995-1997	$\alpha = 0.98$	$\alpha = 0.985$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.995$	FDH	DEA
Min	0,174	0,147	0,147	0,112	0,094	0,068
P25	0,974	0,940	0,881	0,805	0,709	0,384
P50	1,038	1,000	1,000	1,000	0,921	0,525
Méd	1,261	1,177	1,086	0,974	0,828	0,557
P75	1,366	1,266	1,156	1,003	1	0,732
Max	6,246	5,735	5,555	5,022	1	1
$\theta = 1$	20%	22%	23,44%	28,87%		
$\theta > 1$	53%	46,54%	39,07%	25,59%	-	-
1998-2000						
Min	0,358	0,329	0,316	0,272		
P25	1,000	0,967	0,923	0,855	0,209	0,134
P50	1,024	1	1	1	0,763	0,429
Méd	1,305	1,223	1,136	1,007	1	0,53
P75	1,429	1,334	1,185	1	0,971	0,59
Max	6,034	5,61	5,552	4,522	1	0,74
$\theta = 1$	26%	27%	31%	37%	1	1
$\theta > 1$	52%	49%	36%	22%	-	-
2001-2004						
Min	0,291	0,265	0,232	0,211	0,19	0,133
P25	1	0,993	0,914	0,792	0,71	0,378
P50	1,041	1	1	1	1	0,515
Méd	1,273	1,182	1,069	0,952	0,84	0,564
P75	1,419	1,289	1,124	1	1	0,74
Max	4,041	3,705	3,415	3,136	1	1
$\theta = 1$	25%	31%	35%	42%	53%	7,7%
$\theta > 1$	54%	44%	32%	16%	-	-

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos quantil, FDH e DEA

Os valores das duas últimas linhas referem-se a porcentagem de observações com índices de eficiência igual e maior do que 1, respectivamente.

A fim de explorar de forma mais clara como esses novos conceitos de eficiência e de fronteira de produção podem ser úteis na avaliação da performance relativa dos bancos brasileiros, as Tabelas e Figuras a seguir apresentam estimativas de eficiência de algumas instituições bancárias, analisando as implicações dos resultados encontrados. Em seguida, analisamos como essas diferentes estimativas podem afetar o desempenho dos bancos de acordo com o segmento bancário.

A Tabela 26 mostra diversos bancos que eram eficientes pelo FDH e agora podem ser classificados de acordo com o novo conceito de eficiência de ordem m . Os bancos Brascan e BNL, por exemplo, possuíam $FDH = 1$ e, portanto, a mesma classificação de eficiência. Quando avaliados através da nova fronteira foram classificados como os bancos 233⁰ e 170⁰ mais eficientes, respectivamente. Esta vantagem dos estimadores de ordem m são válidas mesmo para os bancos que possuíam $FDH = 1$ e eram não dominantes, como os bancos Bansicredi e Barclays. Este mesmo argumento é válido para o estimador quantil.

Esse ponto fica mais intuitivo quando analisamos juntamente os resultados da seção 3.2. Dos dados da Tabela 4, observamos que o percentual de firmas declaradas eficientes pelo FDH chegou a aproximadamente 53%, no caso do modelo univariado, e a 85%, no caso do modelo com 3 produtos. A linha vertical da Figura 20 também ilustra a grande quantidade de firmas avaliadas com eficiência igual a 1 pelo FDH.

Esses resultados são na realidade uma consequência da baixa taxa de convergência do FDH. Em decorrência disso, muitas unidades são avaliadas apenas consigo mesmas e consideradas eficientes por construção do modelo, impedindo a comparação e a classificação de muitas outras. Os estimadores de ordem m e quantil ao definirem novos conjuntos de referência e novos conceitos de eficiência permitem comparar e classificar muitas firmas antes não comparáveis. Essa é uma das vantagens desses estimadores.

Tabela 26: Estimativas FDH eficientes e estimativas de ordem m e quantil

Banco	FDH	DEA	$m = 150$	Rank O-m	$q = 985$	Rank O-q	dom*
BANCO IBI	1	0,581	1,006	292	1	340	7
BANDEPE	1	0,624	1,124	147	1,485	133	-
BANKBOSTON, N.A.	1	0,691	1,220	110	1,647	101	5
BANSICREDI	1	0,650	1,066	190	1,205	221	-
BARCLAYS	1	0,487	1,090	167	1	412	-
BEMGE	1	0,980	1,296	88	1,927	70	5
BNB	1	0,659	1,209	116	1,474	136	3
BNL	1	0,475	1,085	170	1,290	184	3
BNP PARIBAS	1	0,862	1,252	100	1,582	118	20
BRSCAN	1	0,432	1,037	233	1,069	285	10
CALYON BRASIL	1	0,363	1,022	253	1,151	249	7
CITIBANK	1	0,840	1,490	46	1,889	75	22
CITIBANK, N.A.	1	0,764	1,122	150	1,756	90	-
CRUZEIRO DO SUL	1	0,949	1,074	180	1	450	2
DAYCOVAL	1	0,561	1,029	243	1	540	4
DEUTSCHE BANK	1	0,771	1,155	136	1,597	111	17
FIBRA	1	0,780	1,318	81	1,656	99	-
GUANABARA	1	0,487	1	346	1	521	-
INDUSV MULTISTOCK	1	0,390	1,032	240	1,211	219	8
ING BANK	1	0,799	1,545	40	2,927	11	48
INTERCAP	1	0,490	1	344	1	488	-
ITAU BBA	1	0,884	1,138	141	1,513	128	-
JOHN DEERE	1	0,562	1,007	290	1	518	3
JP MORGAN (CHASE)	1	0,877	1,319	80	1,555	121	21
MODAL	1	0,469	1,023	251	1	374	6
PROSPER	1	0,742	1	384	1	480	15
RENDIMENTO	1	0,401	1,001	318	1	415	5
SAFRA	1	0,912	1,326	77	1,564	120	-
SANTANDER (BOZANO)	1	0,952	1	434	1	443	-
SCHAHIN	1	0,456	1,003	306	1,013	308	7
SOCIETE GENERALE	1	0,373	1,013	272	1,116	265	6
SOFISA	1	0,401	1,004	299	1,001	320	2
SUMITOMO	1	0,442	1,012	277	1,091	270	2
TOKYO-MITSUBISHI	1	0,431	1,080	176	1,176	233	-
UNIBANCO	1	0,929	1,538	41	1,836	79	-
VOTORANTIM	1	0,953	1,573	36	2,406	28	2

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos ordem m , quantil, FDH e DEA

*dom é o número de unidades dominadas pelo banco i

A Figura 25 ilustra a relação entre os estimadores FDH, quantil e de ordem m utilizando os resultados do último período. Como era esperado, existe uma correlação positiva entre o FDH e os dois estimadores mais robustos. A linha de pontos vertical, que aparece na Figura, é decorrente da habilidade desses estimadores para discriminar e classificar uma maior quantidade de firmas do que o FDH, que possui uma baixa taxa de convergência. Muitas firmas avaliadas com $FDH = 1$ possuem indicadores quantil e de ordem m diferentes.

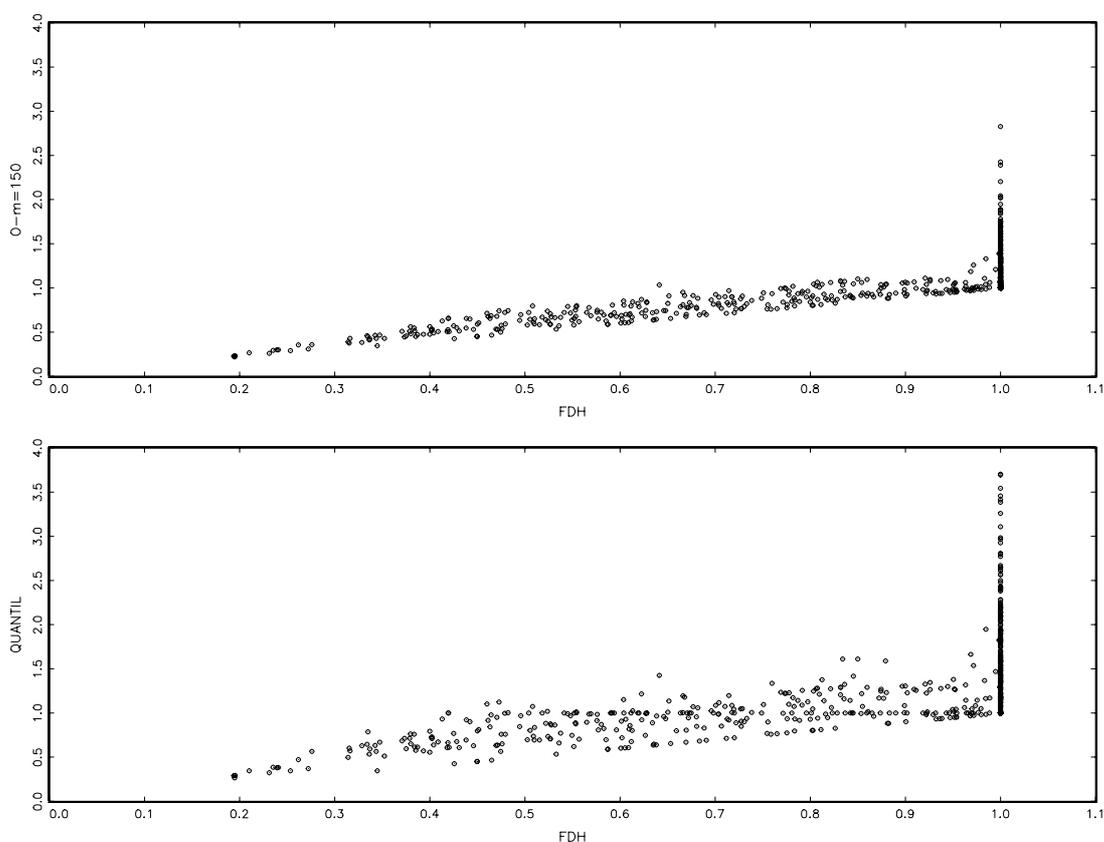


Figura 25: Relação entre os estimadores FDH, ordem m e quantil

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

Embora os conceitos de eficiência de ordem m e quantil tenham seu próprio interesse econômico e possibilitem a classificação de firmas antes não comparáveis, uma das grandes vantagens desses estimadores é sua capacidade de obter resultados mais robustos a valores extremos. Para uma melhor visualização dessas vantagens, a Tabela 27 a seguir apresenta algumas estimativas ilustrativas.

A Tabela 27 mostra uma lista de unidades avaliadas com $FDH = 1$ e $DEA = 1$. Quando observamos os índices de eficiência de ordem m e quantil dessas mesmas unidades, verificamos que existem casos em que eles são bem superiores a 1. Isso quer dizer que essas observações localizam-se bem acima da nuvem de pontos amostral e estão influenciando os índices de eficiência estimados através do DEA e do FDH. Assim, as firmas dominadas por esses valores extremos ou que os têm como referência possuem indicadores de eficiência distorcidos para baixo.

Por outro lado, conforme exemplificado nas Figuras 15 e 18, os valores extremos localizam-se acima das fronteiras quantil e de ordem m estimadas. Por isso, essas unidades extremas não influenciam fortemente os índices de eficiência das demais observações, quando medidos em relação às fronteiras m e quantil. Dessa forma, é possível obter indicadores de eficiência mais robustos.

Através da própria Figura 25, é possível observar unidades avaliadas como eficientes pelo FDH com índices de eficiência de ordem m e quantil bem superiores a 1. Novamente é preciso notar que o fato de uma firma localizar-se acima das fronteiras quantil e de ordem m não significa a existência de um valor extremo ou outlier. Na Figura 25, entretanto, a presença de unidades com índices de eficiência quantil e de ordem m próximos a 4 e 3, respectivamente, mostra a necessidade de utilização desses novos estimadores mais robustos para avaliar a eficiência do setor bancário visto que essas observações extremas estão afetando os índices estimados das demais firmas.

Tabela 27: Unidades mais eficientes classificadas pelo estimador de ordem m

Unid	FDH	DEA	$m=150$	$\alpha=0.985$	$m=300$	$\alpha=0.995$	Mais dom	Ref DEA	Rank O-m	Rank Quantil	Rank DEA
314	1	1	2,828	3,705	2,331	3,136	0	23	1	1	1
311	1	0,875	2,425	3,109	2,014	2,632	0	-	2	8	117
313	1	0,929	2,388	3,458	2,035	2,738	0	-	3	4	83
95	1	1	2,205	3,542	1,566	2,440	0	144	4	3	1
327	1	1	2,043	2,795	1,662	2,373	30	203	5	13	1
715	1	1	2,025	3,386	1,499	1,668	0	23	6	6	1
312	1	0,824	2,018	2,967	1,582	1,831	0	-	7	10	141
494	1	1	1,948	3,695	1,321	1	1	24	8	2	1
472	1	1	1,888	2,478	1,532	2,184	1	11	9	23	1
37	1	0,996	1,885	2,610	1,558	1,944	0	-	10	19	1
38	1	0,966	1,874	2,567	1,539	1,912	0	-	11	20	70
41	1	1	1,852	2,648	1,487	1,865	0	68	12	17	1
493	1	1	1,840	3,414	1,294	1	1	64	13	5	1
39	1	0,901	1,781	2,423	1,466	1,804	0	-	14	26	100
40	1	0,968	1,756	2,405	1,453	1,791	0	-	15	29	68
310	1	0,837	1,755	2,985	1,301	1,576	0	-	16	9	135
117	1	1	1,750	2,650	1,420	1,930	6	141	17	16	1
36	1	0,990	1,745	2,437	1,479	1,814	0	-	18	24	61
470	1	1	1,736	2,628	1,445	1,926	0	25	19	18	1
471	1	0,972	1,726	2,226	1,502	1,962	0	-	20	35	69
94	1	0,967	1,703	2,669	1,265	1,061	0	-	21	15	67
690	1	0,940	1,702	2,132	1,489	1,779	1	-	22	47	76
267	1	1	1,694	2,279	1,373	1,620	2	10	23	33	1
364	1	1	1,688	2,107	1,357	1,918	8	217	24	48	1
331	1	1	1,685	2,394	1,400	1,889	10	7	25	30	1
607	1	1	1,667	2,566	1,392	1,677	0	13	26	21	1
42	1	0,917	1,649	2,199	1,424	1,601	0	-	27	38	90
268	1	0,977	1,645	2,102	1,307	1,551	0	-	28	49	63
712	1	0,994	1,638	2,772	1,296	1,392	0	-	29	14	58
693	1	1	1,624	2,184	1,343	1,891	0	12	30	40	1

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de não paramétricos de eficiência

* Número de observações tais que a Unidade i é a mais dominante.

** Número de firmas tais que a Unidade i serviu de referência para a estimação da eficiência DEA.

É importante observar que apesar da Figura 20 também mostrar que o DEA permite classificar várias firmas avaliadas com $FDH = 1$, a diferença é que aqui os estimadores não impõem restrição de convexidade ao conjunto de produção e os índices de eficiência estimados são mais robustos.

Vale notar também que, embora algumas unidades sejam consideradas valores extremos, elas não exercem influência significativa na eficiência relativa das demais. As unidades 311 e 313 da Tabela 27, por exemplo, apesar de índices de eficiência de ordem m superiores a 2, não estão entre as unidades mais dominantes em relação a nenhuma outra. Ou seja, sua exclusão da amostra não afetará a eficiência FDH das demais. De forma semelhante, estas unidades também não serviram de referência para construção da fronteira DEA.

O problema consiste exatamente naquelas unidades que sendo valores extremos dominam um grande número de outras unidades. A observação 327 está entre aquelas consideradas mais dominantes. A exclusão da observação 327 altera a eficiência de outras 30. Estas últimas têm seus índices de eficiência FDH totalmente influenciados pela unidade que é valor extremo. Assim, o uso dos estimadores de ordem m e quantil permite obter índices de eficiência mais robustos para essas 30 unidades. No caso da fronteira DEA, a influência desses valores extremos pode ser ainda maior. Basta verificar que a observação 327 serviu de referência para outras 203.

Os estimadores quantil e de ordem m também são mais robustos para avaliar os bancos que realmente apresentam problemas graves de eficiência. Como dito antes, se as observações que servem de referência para avaliar a performance de um determinado banco são valores extremos, os índices de eficiência estimados pelo DEA e pelo FDH serão afetados para baixo.

Analisando os dados das 30 unidades mais ineficientes classificados pelo FDH para o primeiro período, verificamos que algumas delas também apresentaram baixa performance nos demais estimadores. Estas são instituições que realmente apresentam baixa eficiência relativa não estando influenciadas por qualquer valor extremo.

Tabela 28: Unidades mais ineficientes classificadas pelo FDH

Firma	FDH	DEA	Om	Oq	Rank DEA	Rank FDH	Rank Om	Rank Oq	Doma
683	0,094	0,068	0,125	0,160	883	883	883	882	176
206	0,139	0,132	0,211	0,348	878	882	877	869	47
208	0,143	0,124	0,233	0,359	879	881	874	867	81
79	0,147	0,133	0,178	0,147	876	880	881	883	30
80	0,172	0,146	0,208	0,390	874	879	878	860	39
604	0,174	0,099	0,175	0,174	881	878	882	881	32
605	0,194	0,095	0,195	0,194	882	877	880	880	31
586	0,195	0,174	0,207	0,195	863	876	879	879	8
165	0,198	0,177	0,212	0,198	860	875	876	878	11
682	0,212	0,132	0,282	0,357	877	874	869	868	82
207	0,214	0,173	0,353	0,537	864	873	861	832	55
608	0,218	0,162	0,223	0,218	870	872	875	877	19
830	0,219	0,191	0,331	0,549	856	871	865	830	25
164	0,229	0,192	0,253	0,229	855	870	872	876	7
320	0,231	0,201	0,240	0,231	851	869	873	875	10
215	0,243	0,221	0,359	0,609	837	868	860	818	13
63	0,245	0,197	0,299	0,555	853	867	868	827	10
587	0,255	0,222	0,264	0,255	836	866	871	874	12
465	0,256	0,234	0,272	0,256	825	865	870	873	8
64	0,274	0,202	0,347	0,621	850	864	862	813	9
281	0,289	0,259	0,343	0,598	802	863	863	822	9
609	0,297	0,156	0,303	0,297	872	862	867	872	20
681	0,300	0,141	0,387	0,509	875	861	851	841	65
69	0,300	0,171	0,368	0,431	866	860	858	850	86
831	0,304	0,117	0,304	0,304	880	859	866	871	27
216	0,321	0,246	0,500	0,741	819	858	820	772	13
680	0,331	0,168	0,423	0,625	868	857	843	812	39
217	0,332	0,211	0,445	0,605	847	856	837	821	36
137	0,332	0,179	0,369	0,417	859	855	857	855	59
844	0,333	0,250	0,342	0,333	812	854	864	870	8

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos não paramétricos de eficiência

Finalmente, no que diz respeito ao comparativo entre esses novos estimadores e os tradicionais DEA e FDH, é fundamental recordar que os índices de eficiência de ordem m são calculados em relação à fronteira de referência de ordem m . Quando estimamos que o índice de eficiência do Bandepe é $\hat{\theta}_{m=150} = 1,12$, isto significa que este banco está produzindo 112% do produto máximo esperado entre 150 bancos selecionados que usem insumos menores ou iguais ao seu. No caso do estimador quantil, informar que o banco Barclays possui índice de eficiência $\hat{\theta}_{q=0,985} = 1$, implica este banco tem um produto maior do que 98,5% dos bancos que utilizam insumos menores do que o seu.

Nesse sentido, é natural que a eficiência relativa dos bancos varie em relação aos estimadores DEA e FDH. De fato, há uma grande variação em decorrência daqueles bancos considerados valores extremos. Neste caso, entretanto, essa variação não é uma deficiência, mas uma consequência da própria característica do estimador que é mais robusto a valores extremos.

Com relação à classificação das unidades, a correlação entre os estimadores FDH e de ordem m foi superior a 0,8 e a correlação entre os estimadores quantil e de ordem m foi de 0,9. Obviamente quando m e α crescem a correlação entre esses estimadores aproxima-se de 1, mas os estimadores de ordem m e quantil perdem suas propriedades de robustez.

A Figura 26 a seguir mostra a relação entre os estimadores quantil e de ordem m . Como já havíamos constatado através do elevado coeficiente de correlação (0,9), os dois estimadores são bastante próximos na classificação das firmas. Esse é um indicativo da boa escolha dos parâmetros m e α .

A figura também mostra a relação entre o FDH e o estimador de ordem $m = 1500$. Como explicado antes, quando $m \rightarrow \infty$, as duas fronteiras aproximam-se e o estimador de ordem m perde suas habilidades para obter estimativas mais robustas. O quadrante inferior direito da Figura, ilustra a relação entre o estimador de ordem m para diferentes valores do parâmetro. A correlação de Spearman de 0,96 entre o estimador de ordem $m=150$ e $m=300$ mostra que mesmo neste último caso ainda teríamos resultados robustos.

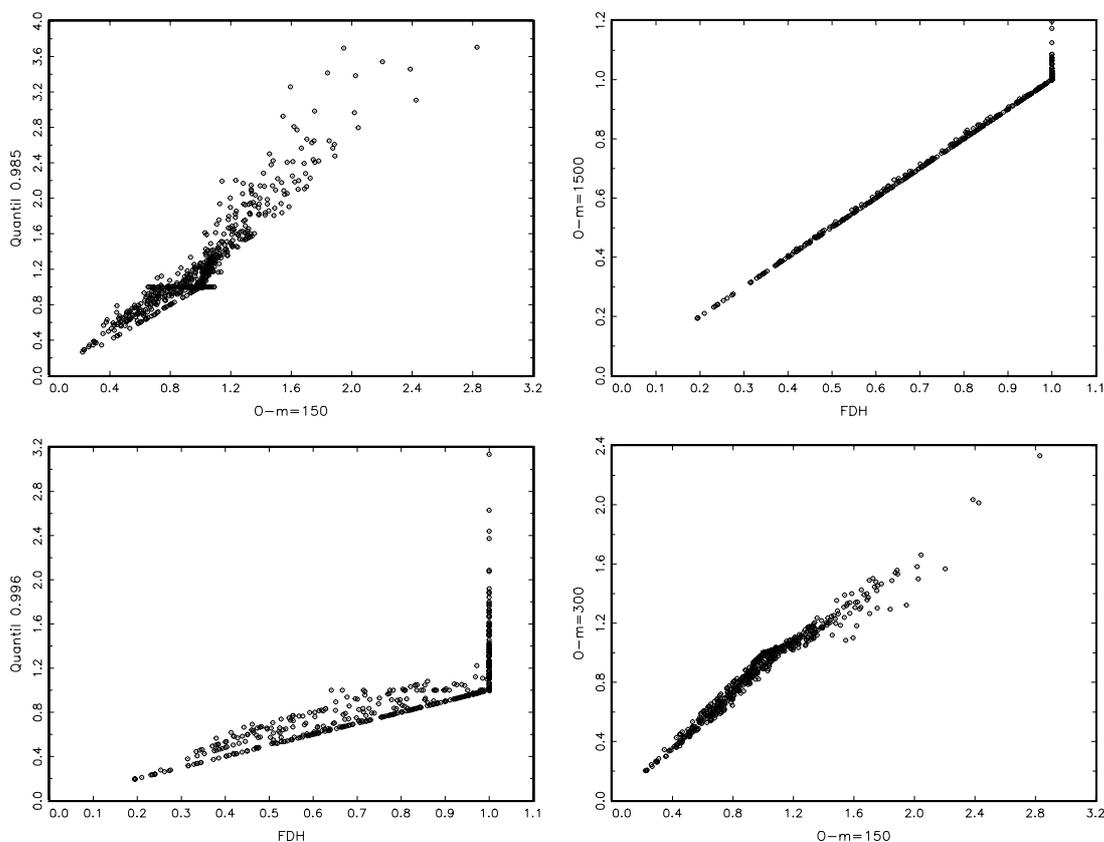


Figura 26: Estimadores FDH x Quantil x Ordem m

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos ordem m, quantil e FDH

Finalmente, a Figura acima também sugere, como colocado por Aragon, Daouia, Thomas-Agnan (2005), uma maior robustez do estimador quantil em relação ao estimador de ordem m . Mesmo para $\alpha = 0,996$, a relação entre o FDH e o estimador quantil mostra que algumas unidades classificadas com $FDH = 1$ possuem índices de eficiência quantil bem acima de 1. Isto é, essas firmas localizam-se bem acima da fronteira quantil e, portanto, não exercem influência nos índices de eficiência das demais. Se essas observações são valores extremos, as estimativas de eficiência obtidas através do estimador quantil são mais robustas do que as obtidas através do estimador de ordem m e FDH. Uma deficiência do estimador quantil, entretanto, é que ele é definido apenas para produto univariado.

3.5 Análise dos Segmentos Bancários através dos Estimadores Robustos

Os estimadores de ordem m e quantil também são úteis para avaliar como valores extremos afetam a performance dos bancos de acordo com o segmento bancário. Se as observações pertencentes a determinado segmento bancário são valores extremos ou influenciadas por eles, os resultados obtidos através dos estimadores DEA e FDH podem gerar estimativas equivocadas a respeito do desempenho dos grupos bancários.

Analisando os dados da Tabela 29, verificamos que, para baixos valores de m e α , os resultados obtidos através dos estimadores quantil e de ordem m mostraram uma inversão na classificação dos segmentos bancários. Os bancos públicos, considerados os mais ineficientes pelo DEA e FDH, apresentaram, nos dois primeiros períodos, os maiores índices médios de eficiência. Considerando, por exemplo, as estimativas com $m = 75$ e $\alpha = 0,985$, os índices médios de eficiência dos bancos públicos, em 1995-1997, foram de 1,193 e 1,323, respectivamente.

Entretanto, quando analisamos, na Tabela 30, a quantidade de observações abaixo e acima das fronteiras quantil e de ordem, verificamos que os bancos públicos possuem proporcionalmente o maior número de observações abaixo e menor número de observações acima dessas fronteiras. Esses resultados podem ser um indicativo de que as estimativas médias de eficiência estão influenciadas por valores extremos. Dos dados da Tabela 23 acima, já havíamos constatado unidades com índices de eficiência muito elevados.

Da inspeção das estimativas por banco, constatamos que estes resultados para os dois primeiros períodos são decorrentes principalmente das estimativas dos bancos Banespa, Bemge e CEF. Para se ter uma idéia do impacto desses bancos sobre os índices médios mostrados na Tabela acima, se excluirmos o banco Banespa, os valores médios das estimativas de eficiência dos bancos públicos para $m = 150$ caem de 0,99 para 0,88 no período 1995-1997. Este banco inclusive apresentou os maiores indicadores de eficiência que chegaram a superar valores iguais a 5.

Tabela 29: Estimativas de ordem m e quantil por controle de capital

Média	m = 75	m = 150	m = 300	m = 1500	$\alpha = 98$	$\alpha = 985$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.995$	FDH	DEA
1995-1997										
Públicos	1,193	0,996	0,858	0,698	1,441	1,323	1,182	0,985	0,68	0,496
NacionaisPrivados	1,087	0,982	0,922	0,868	1,201	1,125	1,053	0,969	0,864	0,568
Estrangeiros	1,135	1,005	0,92	0,847	1,294	1,218	1,104	0,979	0,844	0,585
1998-2000										
Públicos	1,139	0,965	0,845	0,702	1,356	1,226	1,115	0,965	0,687	0,487
NacionaisPrivados	1,120	1,022	0,963	0,908	1,241	1,172	1,103	1,003	0,905	0,604
Estrangeiros	1,207	1,070	0,979	0,907	1,399	1,322	1,214	1,042	0,904	0,62
2001-2004										
Públicos	1	0,863	0,771	0,664	1,174	1,083	0,974	0,856	0,65	0,45
NacionaisPrivados	1	0,98	0,92	0,873	1,214	1,13	1,042	0,949	0,87	0,55
Estrangeiros	1	1,051	0,958	0,894	1,404	1,304	1,151	1	0,89	0,62
Mediana	m = 75	m = 150	m = 300	m = 1500	$\alpha = 98$	$\alpha = 985$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.995$	FDH	DEA
1995-1997										
Públicos	0,894	0,812	0,739	0,683	1	0,977	0,921	0,817	0,681	0,427
NacionaisPrivados	1,001	1	1	0,985	1	1	1	1	0,982	0,529
Estrangeiros	1,117	1,007	1	0,964	1,233	1,153	1,055	1	0,960	0,589
1998-2000										
Públicos	0,848	0,748	0,701	0,646	1	0,936	0,875	0,8	0,645	0,376
NacionaisPrivados	1,000	1	1	1	1	1	1	1	1	0,518
Estrangeiros	1,129	1,028	1	1	1,236	1,176	1,031	1	1	0,596
2001-2004										
Públicos	0,945	0,825	0,745	0,641	1	1	0,914	0,799	0,66	0,37
NacionaisPrivados	1,000	1	1	1	1	1	1	1	1	0,49
Estrangeiros	1,119	1,018	1	1	1,253	1,169	1	1	1	0,58

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de não paramétricos de eficiência

Apesar disso, a influência desses bancos na definição da fronteira FDH não é tão dramática. Mesmo com altíssimo escore de eficiência de ordem m , os Bancos Banespa e Bemge são não dominantes. Assim, sua exclusão da amostra não gera mudanças na eficiência relativa dos outros bancos. No caso da fronteira DEA, por outro lado, em decorrência da suposição de convexidade, o Banco Banespa serviu de referência para 157 observações de outros bancos. A Figura 8 da seção 2.2.2 ilustra como uma unidade considerada não dominante pelo FDH passa a servir de referência para várias outras a partir da imposição de convexidade.

Tabela 30: % de observações acima da fronteira de ordem m e quantil

1995-1997	Acima da fronteira			Abaixo da fronteira		
	$m = 75$	$m = 150$	$\alpha = 0.985$	$m = 75$	$m = 150$	$\alpha = 0.985$
Públicos	36	29	42	63	70	53
NacionaisPrivados	51	37	42	34	43	28
Estrangeiros	61	51	64	30	39	21
1998-2000						
Públicos	35	28	38	64	70	58
NacionaisPrivados	50	39	36	31	36	25
Estrangeiros	72	60	64	28	32	33
2001-2004						
Públicos	40	29	36	61	69	49
NacionaisPrivados	46	35	31	33	39	27
Estrangeiros	75	63	64	18	28	12

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

As observações localizadas acima da fronteira não são necessariamente consideradas valores extremos. Apenas aquelas unidades que, mesmo para valores de $m \rightarrow \infty$ e de $\alpha \rightarrow 1$, não são incorporadas pelas fronteiras devem ensejar maiores cuidados. Muitas observações com índices de eficiência maiores do que 1 estão próximas à fronteira e são consideradas super eficientes. Outras observações como, por exemplo, aquelas referentes aos bancos Banespa, Bemge e CEF estão bem acima e são incorporadas à fronteira quantil apenas quando $\alpha = 1$.

A fim de obtermos resultados mais robustos sobre a eficiência da indústria bancária brasileira e por conseguinte dos segmentos bancários, nós apresentaremos na Tabela 31 as estimativas de eficiência quantil e de ordem m sem os valores extremos^{14 15}.

Tabela 31: Estimativas de ordem m e quantil excluindo os valores extremos*

1995-1997	$m = 75$	$m = 150$	$q=0,985$
Estrangeiros	1,088	0,971	1,163
Nacionais privados	1,025	0,94	1,044
Públicos	0,861	0,765	0,936
1998-2000		O-m	O-q
Estrangeiros	1,138	1,025	1,22
Nacionais privados	1,058	0,979	1,094
Públicos	0,872	0,778	0,942
2001-2004		O-m	O-q
Estrangeiros	1,158	1,018	1,232
Nacionais privados	1,028	0,941	1,06
Públicos	0,813	0,715	0,857

Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

* excluídos as estimativas tais que $Om_{150} > 1,5$

Os dados acima corroboram os resultados anteriores que sugeriam os bancos estrangeiros como mais eficientes e os bancos públicos mais ineficientes. A diferença é que as estimativas da Tabela 31 são mais robustas a valores extremos e não impõem qualquer convexidade ao conjunto de produção. Além disso, para se analisar a performance de uma unidade individualmente as estimativas robustas são mais confiáveis.

Embora, após a exclusão dos valores extremos, a ordem de classificação dos segmentos bancários apresentada na Tabela 31 seja a mesma obtida na Tabela 11, isto é, bancos públicos mais ineficientes e bancos estrangeiros mais eficientes, nada implica que isso acontecerá se utilizarmos amostras de outros setores industriais. Assim, é fundamental

¹⁴ Consideramos como valor extremo aquelas observações com estimativa O-m maior do que 1,5. Em todos os períodos, as observações que apresentaram esse perfil eram aproximadamente 6% do total da amostra.

¹⁵ Dentre os bancos que apresentaram observações consideradas como valores extremos destacam-se: Banco do Brasil, CEF, Bradesco, Unibanco, Votorantim, Banesp, Bemge, Citibank N.A, BankBoston N.A., Santander Bozano, Safra, BBA, Lloyds.

o uso de diversos estimadores com o objetivo de obter resultados mais confiáveis sobre a performance da indústria e das unidades em avaliação. Os estimadores quantil e de ordem m permitem essa análise.

De forma semelhante, os índices de eficiência média de acordo com o ramo de atuação dos bancos também apresentou, para baixos valores de m e α , uma inversão em relação aos grupos mais eficientes. Considerando $\alpha = 0,98$, por exemplo, os bancos mais eficientes são os bancos de varejo. Esse resultado está claramente influenciado pelas observações dos grandes bancos. Como vimos antes, entre os bancos com maiores índices quantil e de ordem m estão grandes bancos de varejo.

Tabela 32: Eficiência média de ordem m de acordo com o ramo de atuação

2001-2004	$m = 75$	$m = 150$	$m = 300$	$m = 1500$	FDH	DEA
Varejo	1,131	0,956	0,852	0,750	0,742	0,551
Atacado	1,160	1,042	0,974	0,932	0,934	0,588
Financiamento	0,937	0,875	0,843	0,829	0,841	0,522
Tesouraria	1,060	0,993	0,961	0,938	0,938	0,546

2001-2004	$\alpha = 98$	$\alpha = 985$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.995$	FDH	DEA
Varejo	1,3226	1,2068	1,0771	0,9301	0,742	0,551
Atacado	1,3039	1,2216	1,1048	0,9936	0,934	0,588
Finaciamento	1,0182	0,9665	0,9201	0,8556	0,841	0,522
Tesouraria	1,1303	1,0883	1,0107	0,9840	0,938	0,546

Fonte: Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m , FDH e DEA

Quando excluimos os valores extremos, usando o mesmo critério anterior, os escores médios de eficiência confirmam os bancos de atacado como os mais eficientes e os bancos de financiamento como os mais ineficientes. A análise dos grandes bancos de varejo fica prejudicada visto que essas instituições foram exatamente aquelas consideradas como valores extremos. Na realidade, essa dificuldade em avaliar os grandes bancos aparece nos

diversos modelos não paramétricos de eficiência. Em geral, há poucas observações para estimar a função de distribuição condicional $\hat{F}(y/x)$ no intervalo de dados $y > y_i$, onde y representa o produto de um grande banco.

Tabela 33: Eficiência média excluídos os valores extremos

2001-2004	$m=75$	$m=150$	$\alpha=0,98$	$\alpha =0,985$
Atacado	1,097	1,005	1,218	1,143
Tesouraria	1,060	0,993	1,13	1,088
Varejo	1,011	0,869	1,165	1,071
Financiamento	0,941	0,884	1,018	0,967

Fonte: Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

Finalmente, quando consideramos os bancos de acordo com o porte, as estimativas mostram uma diferença ainda maior dos grandes bancos em relação aos pequenos. Esses resultados, contudo, estão influenciados pelos valores extremos dos grandes bancos de varejo. Entretanto, mesmo após a exclusão das observações consideradas valores extremos, os resultados ainda sugerem que o porte afeta positivamente a eficiência dos bancos. Como podemos verificar nas Tabelas 34 e 35 abaixo.

Tabela 34: Eficiência média de ordem m e quantil de acordo com o porte

1995-1997	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	DEA	FDH
Grande	2,268	1,752	1,433	1,038	0,937	0,984
Médio	1,381	1,178	1,040	0,880	0,765	0,868
Pequeno	1,142	1,003	0,924	0,861	0,592	0,858
Micro	0,853	0,809	0,787	0,776	0,442	0,775
1995-1997	$\alpha = 0,98$	$\alpha = 0,985$	$\alpha = 0,99$	$\alpha = 0,995$	DEA	FDH
Grande	2,819	2,521	2,197	1,712	0,938	0,984
Médio	1,613	1,507	1,376	1,185	0,765	0,868
Pequeno	1,305	1,199	1,088	0,982	0,592	0,858
Micro	0,903	0,867	0,831	0,793	0,442	0,775
1998-2000	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	DEA	FDH
Grande	1,842	1,494	1,280	1,009	0,891	0,974
Médio	1,303	1,097	0,953	0,815	0,676	0,809
Pequeno	0,934	0,911	0,901	0,896	0,549	0,896
Micro	1,103	0,985	0,908	0,852	0,557	0,851
1998-2000	$\alpha = 98$	$\alpha = 985$	$\alpha = 99$	$\alpha = 995$	DEA	FDH
Grande	2,245	1,954	1,736	1,488	0,891	0,974
Médio	1,591	1,462	1,318	1,068	0,676	0,809
Pequeno	0,955	0,939	0,919	0,908	0,549	0,896
Micro	1,261	1,195	1,102	0,946	0,557	0,851
2001-2004	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	FDH	DEA
Grande	1,682	1,377	1,191	0,964	0,936	0,831
Médio	1,301	1,081	0,946	0,836	0,832	0,688
Pequeno	1,006	0,887	0,822	0,787	0,787	0,497
Micro	0,930	0,899	0,886	0,882	0,882	0,469
2001-2004	$\alpha = 0.98$	$\alpha = 0.985$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.995$	FDH	DEA
Grande	2,011	1,809	1,578	1,372	0,936	0,831
Médio	1,582	1,425	1,244	1,018	0,832	0,688
Pequeno	1,150	1,065	0,958	0,836	0,787	0,497
Micro	0,967	0,945	0,905	0,886	0,882	0,469

Fonte: Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

**Tabela 35: Estimativas de ordem m e quantil por porte
excluídos valores extremos**

1995-1997	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	$\alpha=98$	$\alpha=985$	$\alpha=99$	$\alpha=995$
Grande	1,449	1,232	1,105	0,982	1,676	1,537	1,383	1,198
Médio	1,209	1,055	0,955	0,851	1,400	1,302	1,186	1,034
Pequeno	1,124	0,994	0,920	0,858	1,275	1,169	1,077	0,978
Micro	0,851	0,807	0,786	0,775	0,900	0,864	0,828	0,792
1998-2000	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	$\alpha=98$	$\alpha=985$	$\alpha=99$	$\alpha=995$
Grande	1,446	1,211	1,083	0,970	1,715	1,535	1,365	1,172
Médio	1,142	0,983	0,881	0,788	1,356	1,245	1,123	0,950
Pequeno	1,076	0,967	0,897	0,848	1,221	1,158	1,070	0,932
Micro	0,934	0,911	0,901	0,896	0,955	0,939	0,919	0,908
2001-2004	$m=75$	$m=150$	$m=300$	$m=1500$	$\alpha=98$	$\alpha=985$	$\alpha=99$	$\alpha=995$
Grande	1,429	1,191	1,057	0,922	1,681	1,519	1,331	1,160
Médio	1,185	1,002	0,896	0,815	1,414	1,276	1,121	0,948
Pequeno	0,993	0,878	0,817	0,784	1,128	1,042	0,942	0,885
Micro	0,929	0,899	0,885	0,881	0,966	0,945	0,905	0,885

Fonte: Fonte: Elaborada a partir das estimativas dos modelos de ordem m e quantil

3.6 Análise da Eficiência ao Longo do Tempo

Nas seções anteriores, nosso principal objetivo foi analisar teórica e empiricamente como as estimativas de eficiência das firma são sensíveis às suposições impostas pelos diversos modelos de avaliação. Com esse objetivo, nós estimamos uma fronteira de produção para cada um dos três períodos distintos, 1995-1997, 1998-2000 e 2001-2004¹⁶.

¹⁶ Nakane e Weintraub (2004) utilizou períodos semelhantes para definição da tecnologia de produção dos bancos, 1990-1993, 1994-1997, 1998-2002. Como nossa amostra termina em 2004, optamos por dividir este último intervalo de tempo em dois, visto que um período de 7 (sete) anos pode ser considerado bastante amplo para supor uma tecnologia constante. Além do mais, os resultados obtidos sugerem tecnologias diferentes.

Esse procedimento forneceu resultados mais confiáveis porque os estimadores não paramétricos, embora consistentes, possuem baixas taxas de convergência e necessitam de um maior número de observações para obter resultados mais robustos.

Uma das preocupações da literatura que avalia a eficiência do setor bancário também é investigar seu comportamento ao longo do tempo. Esse ponto torna-se mais interessante visto que, durante o período amostral, a indústria bancária brasileira passou por um profundo processo de reestruturação em diversos aspectos.

A implantação do Plano Real reduziu as receitas inflacionárias dos bancos alterando sensivelmente suas estruturas operacionais. Além disso, houve mudanças na legislação para permitir a entrada de bancos estrangeiros no país e um processo de privatização de bancos públicos. Finalmente, o marco regulatório do setor sofreu mudanças com a finalidade de aumentar o poder de fiscalização do Banco Central, destacando-se a implantação do acordo da Basiléia¹⁷.

Nesse sentido, uma questão de interesse é avaliar como essas mudanças afetaram a performance da indústria bancária brasileira, embora seja difícil mensurar o efeito isolado de cada uma delas.

Uma primeira tentativa para avaliar a trajetória de eficiência seria comparar os índices de eficiência estimados e mostrados na Tabela 5. Esse procedimento, entretanto, não é o mais adequado porque as fronteiras foram estimadas com a suposição de tecnologias de produção diferentes para cada período¹⁸.

Além das mudanças por que passou o setor, os bancos realizaram pesados investimentos em tecnologia, o que pode ter deslocado a fronteira de produção ao longo do tempo. A tecnologia de 2004 não é necessariamente igual a de 1995. Assim, comparar índices de eficiência estimados em relação a fronteiras com tecnologias diferentes resultará em comparações inconsistentes a respeito da trajetória de eficiência.

¹⁷ Para um panorama mais detalhado dessas mudanças consultar Silva e Jorge Neto (2002). Implantado em 1994, o acordo da Basiléia exige que os bancos mantenham a razão de ativos ponderados pelo risco sobre o PL superior a 8%. Em 1997, esse valor foi elevado para 11%. Para maiores detalhes consultar Bacen.

¹⁸ É importante distinguir estimadores diferentes e fronteiras de tecnologia diferentes. DEA e FDH são estimadores diferentes, mas utilizados para estimar a mesma fronteira teórica que possui a mesma tecnologia.

Antes de analisarmos essa trajetória, primeiro é importante diferenciar os conceitos de produtividade, eficiência e progresso tecnológico. A eficiência mede a distância em relação à fronteira de produção. O progresso tecnológico é o deslocamento da fronteira de produção para cima, permitindo produzir um produto maior, usando a mesma quantidade de insumo. A produtividade, por sua vez, definida como a razão (y/x), pode aumentar em decorrência de melhoria na eficiência ou de variações tecnológicas. A Figura 27 ilustra esses conceitos.

Se a fronteira de produção deslocar-se da tecnologia 1 para à tecnologia 2, o índice de eficiência do banco A será reduzido quando estimado em relação à tecnologia do período 2, embora continue na mesma linha de produtividade. De mesma forma, o banco A pode aumentar sua produtividade deslocando-se para a fronteira com tecnologia 1 ou trabalhar com uma tecnologia mais sofisticada que permita operar além da tecnologia 1, como no ponto B. Nesse último caso, o produto máximo é dado pela tecnologia 2 e o banco operando em B continua ineficiente. Um deslocamento de A para a fronteira da tecnologia 2 significa um aumento de eficiência, progresso tecnológico e produtividade.

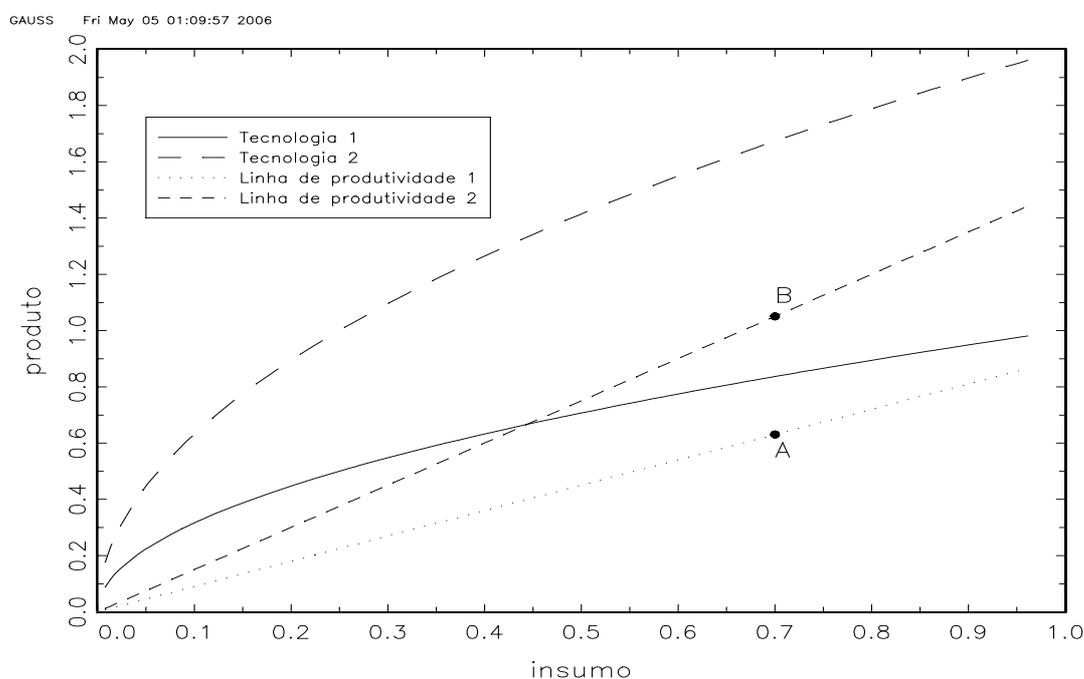


Figura 27: Produtividade, progresso tecnológico e eficiência.

Fonte: Elaborada pelo autor

Usando o modelo definido anteriormente para explicar o processo produtivo dos bancos, ou seja,

$$y_t = f(L_t, K_t, KL_t, D_t)$$

uma tecnologia mais moderna significa uma $f(.)$ mais sofisticada ou que é possível gerar um maior nível de produto y para os mesmos níveis de insumo.

Do exposto acima, um banco que apresente piora em seus índices de eficiência obtidos de fronteira diferentes não necessariamente torna-se menos produtivo. Na realidade, se a fronteira se deslocou e o banco não acompanhou a mudança, seu índice de eficiência pode piorar mesmo que ele esteja utilizando os mesmos insumos para produzir os mesmos produtos, isto é, mesmo que mantenha a mesma produtividade. Essa é uma deficiência do procedimento de comparar índices de eficiência obtidos de fronteiras de períodos diferentes¹⁹.

A possibilidade de dados em painel permite adotar duas abordagens para analisar a eficiência ao longo do tempo. Em primeiro lugar, é possível empilhar os dados em uma única amostra com a suposição implícita de que a tecnologia do último período é superior à tecnologia de períodos anteriores, ou seja, descarta-se a possibilidade de regresso tecnológico. Nesse caso, estimamos uma única fronteira de produção e obtemos as estimativas de eficiência de cada banco ao longo do tempo, sendo possível analisar sua trajetória. Esse é o procedimento adotado por Gilber, Wheelock e Wilson (2004).

Vale notar que, empilhando os dados e descartando-se a possibilidade de regresso tecnológico, a distância das firmas em relação à fronteira única estimada pode mudar em decorrência de variações na eficiência ou de variações tecnológicas. Dessa forma, as variações dos escores de eficiência ao longo do tempo em relação à fronteira de produção estimada refletem na realidade melhorias em produtividade.

A segunda alternativa é a utilização do índice de produtividade de Malmquist, que permite decompor as melhorias em produtividade em melhorias de eficiência e progresso técnico. Nossa amostra, contudo, consiste de 184 bancos em 19 períodos, perfazendo um total de 2361 observações, sendo, portanto, um painel não balanceado. O índice de produtividade de Malmquist de um particular banco requer sua existência em ambos os

¹⁹ Essa deficiência será tão maior quanto mais distante os períodos analisados.

períodos, isto é, requer um painel balanceado, Wheelock e Wilson (2003). Dessa forma, utilizamos o primeiro procedimento e estimamos uma única fronteira de eficiência para 1995-2004. A Figura 28 abaixo apresenta a média dos indicadores estimados em cada ano.

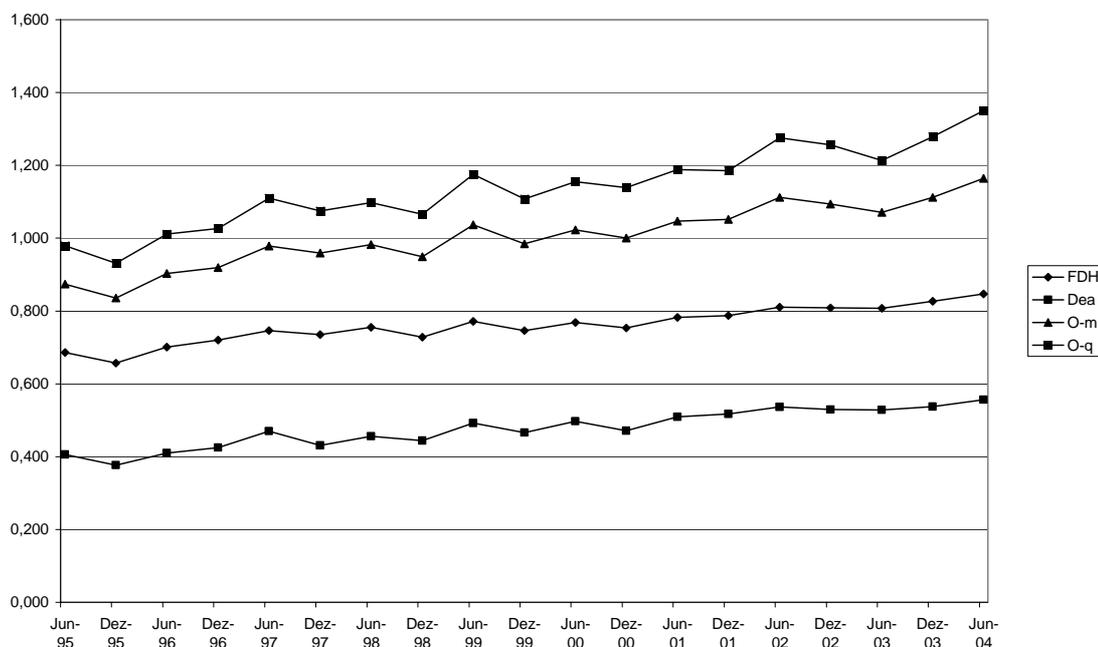


Figura 28: Trajetórias da eficiência média

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos de eficiência

Verificamos que todos os estimadores apresentaram uma trajetória crescente. Conforme esperado, as trajetórias dos estimadores de ordem m e quantil localizam-se acima das trajetórias dos estimadores DEA e FDH. Além disso, as trajetórias são bastante semelhantes entre os estimadores, mesmo considerando o estimador DEA, que impõe restrição de convexidade ao conjunto de produção.

Esses resultados mostram que as observações dos bancos, nos períodos mais recentes, estão em média mais próximas da fronteira e sugerem um aumento na performance relativa dos bancos durante o período amostral. Nakane e Weintraub (2004) estimaram uma fronteira de produção usando como insumo K_{t-1} em vez de K_t . Nossas estimativas com K_{t-1} mostraram trajetórias semelhantes às da Figura 28 acima.

Como colocado anteriormente, esse aumento na performance relativa dos bancos representa, na realidade, melhorias em produtividade visto que os bancos podem estar mais

próximos da fronteira estimada em decorrência de aumentos na eficiência relativa ou de melhorias na tecnologia.

Para fins comparativos, a Tabela 36 mostra os índices médios de eficiência para os três períodos utilizados nas seções anteriores. A diferença é que agora eles foram obtidos através da estimação de uma única fronteira. Os resultados apresentam um padrão crescente e diferente daquele encontrado na Tabela 4. Enquanto as estimativas da Tabela 5 mostram uma redução da eficiência média no período 2001-2004, os dados da Tabela 36 indicam trajetórias crescentes para os índices de eficiência média obtidos através da fronteira única.

Esses resultados conflitantes sugerem um deslocamento da fronteira para cima ao longo do tempo²⁰. Ou seja, a queda da eficiência observada no último período, quando da estimação de três fronteiras, pode ser decorrente do deslocamento da fronteira. Dessa forma, as estimativas encontradas podem indicar que a melhoria na performance dos bancos foi decorrente de variações tecnológicas.

Embora outros fatores possam ter contribuído para o deslocamento da fronteira de produção e seja difícil identificá-los e quantificá-los adequadamente, em nosso entendimento, os pesados investimentos realizados pelos bancos em tecnologia nos últimos anos são mais um indicativo que as variações tecnológicas foram realmente preponderantes. Para se ter uma idéia, de acordo com a Febraban, no período 2002-2004, os valores dos investimentos em tecnologia no setor ultrapassaram R\$ 11 bilhões.

Tabela 36 : Eficiência média

Período	DEA	FDH	Ordem-m	Quantil
1995-1997	0,419	0,707	0,910	1,107
1998-2000	0,470	0,753	0,994	1,243
2001-2004	0,530	0,809	1,091	1,376

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos de eficiência

Dos resultados da seção 3.2, verificamos que os bancos públicos estavam entre os que apresentavam pior performance. Essas instituições passaram por um profundo processo

²⁰ Os valores médios dos índices de eficiência das tabelas 5 e 36 obviamente são diferentes visto que o número de observações utilizadas para estimar as fronteiras também são.

de reestruturação promovido pelo governo federal. Em agosto de 1996, o governo adotou o Proes (Programa de Incentivo à Redução da Presença do Estado na Atividade Bancária) com o objetivo de sanear o sistema público estadual através da privatização, transformação em agências de fomento ou liquidação dos bancos públicos estaduais.

Até 01/2004, houve a privatização de 11 bancos públicos estaduais. Desses, 4 foram incorporados pelos compradores e os outros 7 continuam operando²¹. Assim, uma questão relevante é verificar o comportamento de eficiência desses bancos privatizados. Os 4 maiores bancos privatizados que continuam operando e suas respectivas datas de privatização foram: Banespa (11/2000), Bemge (09/1998), Banerj (julho/1997) e Banestado (10/2000)²². A Figura 29 a seguir mostra a trajetória da performance para esses 4 bancos.

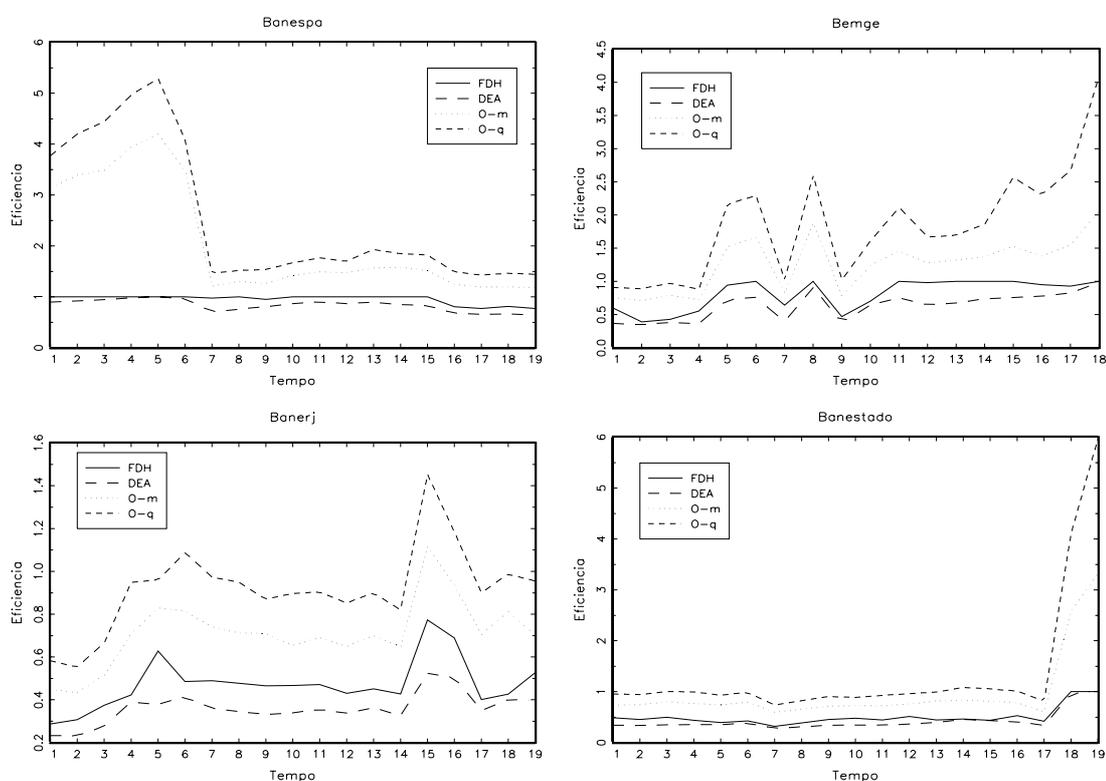


Figura 29: Bancos Privatizados

Tempo 1 refere-se a jun/1995 e tempo 19 a jun/2004.

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estimativas dos modelos de eficiência

²¹ Os bancos incorporados foram: Baneb, Bea, Paraiban e Credireal. Outros bancos estaduais menores como Beron, Bemate e Produban foram liquidados. Há ainda casos em que os governos estaduais optaram em manter o controle: Banrisul, BRB, Banese, Nossa Caixa, Banestes e Banpara. Finalmente, alguns bancos foram privatizados após o período amostral: Bec, Bem, Bep.

²² Os períodos da privatização desses bancos, na figura acima, foram: Banespa (12), Banerj (5), Bemge (8), Banestado(12).

Da figura acima, verificamos que as trajetórias desses bancos são bastante irregulares. O banco Banespa apresentou índices de eficiência DEA e FDH iguais ou próximos a 1 em praticamente todo período. Os índices de eficiência de ordem m e quantil, entretanto, foram superiores a 3 até jun/97 quando caíram bruscamente em seguida. As observações desse banco eram, portanto, valores extremos, o que prejudica a análise de sua trajetória.

Na realidade, o Banespa passou por um profundo ajuste no período anterior à sua privatização que ocorreu no período 12 (11/2000). Sua carteira de ativos era composta em sua maioria de empréstimos e títulos públicos emitidos pelo governo do Estado que estava com dificuldade em refinanciá-los. Essa dívida do Estado foi assumida em parte pelo governo federal em troca do controle acionário do banco, o que afetou bruscamente a medida de produto usada na estimação. Assim, embora a trajetória acima não indique qualquer conclusão em relação a melhorias de eficiência, as informações extra amostrais fornecem subsídios a respeito da situação crônica pela qual passava esse banco.

O banco Banestado privatizado também no período 12 (10/2000) não apresentou variação significativa em sua trajetória. Apenas em junho de 2003 seus índices de eficiência cresceram. Os valores dos estimadores quantil e de ordem m , contudo, indicam que as observações desse banco a partir de 2003 eram valores extremos, superando índices de 3. Esses resultados são decorrentes basicamente de uma elevação brusca na carteira de aplicações em tesouraria.

Os bancos Banerj e Bemge apresentaram trajetórias bastante instáveis. O primeiro possuía baixíssimos índices de eficiência DEA e FDH. Após a privatização, ocorrida no período 5, sua trajetória não se mostrou crescente. Apesar disso, esse banco, assim como o Banespa, também passou por um ajuste antes da privatização, com créditos de difícil recuperação sendo transferidos para o Bacen²³. O banco Bemge também sofreu ajuste antes da privatização que ocorreu no tempo 8. Após esse período, a trajetória dos estimadores DEA e FDH não apresentou mudanças, embora os estimadores quantil e de ordem m mostraram elevação brusca.

Apesar da Figura acima não indicar uma clara melhoria de eficiência após a privatização, as informações extra-amostrais sugerem que esses bancos possuíam uma

estrutura operacional deficiente. Além disso, outros conceitos de eficiência poderiam gerar resultados diferentes já que esses bancos possuíam uma pesada estrutura de custos. Finalmente, em decorrência de ajustes do processo de reestruturação uma melhoria da performance pode levar algum tempo.

Como as estimativas apresentadas na Figura 29 não permitem analisar se as mudanças de controle de capital afetaram a performance dos bancos privatizados de forma significativa, nós utilizaremos como análise complementar a regressão seguinte:

$$\theta_{it} = \alpha + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 Ativo + \varepsilon_{it}, \quad (42)$$

onde θ_{it} é o índice de eficiência estimado, D_1 é uma variável dummy que assume valor 1 em todos os períodos para os bancos públicos que foram privatizados e D_2 é uma variável dummy assumindo valor 1 após a privatização. A Tabela a seguir apresenta os resultados:

Tabela 37: Impactos da Privatização sobre a Eficiência²⁴

	DEA	FDH	Ordem m	Quantil	Ordem m^a	Quantil ^a
Cons	-0,3256*	0,6215*	-0,6077*	-1,570*	0,1326*	-0,4462*
D_1	-0,1306*	-0,2273*	-0,1913*	-0,3012*	-0,2679*	-0,3360*
D_2	0,0885*	0,1143*	0,1164*	0,3120*	0,1847*	0,2800*
Ativo	0,0559*	0,0099*	0,1123*	0,1964*	0,0554*	0,1095*

Fonte: Resultados da regressão da equação (42)

*Estatisticamente significativo a 1%. ^a Excluídos os valores extremos.

Os resultados acima indicam uma melhora significativa na performance dos bancos privatizados. O coeficiente estimado da variável D_2 é positivo e estatisticamente positivo em todos os modelos. As estimativas para a variável D_1 também mostraram que esses bancos estavam entre os que possuíam pior performance. Mesmo após a exclusão das observações que são valores extremos temos resultados parecidos. Essas conclusões são semelhantes às encontradas em Nakane e Weintraub (2004).

²³ Na realidade, criou-se um novo Banco Banerj S.A que recebeu a parte boa do antigo Banco do Estado do Rio de Janeiro que continuou existindo com as dívidas junto ao Bancerj.

²⁴ Os bancos para os quais incluímos as variáveis dummy foram: Banespa, Bemge, Bandepe, Baneb, Beg, Meridional, Banerj e Banestado.

3.7 Modelo Econométrico

Com o objetivo de aprofundar a análise anterior com respeito aos determinantes dos indicadores de eficiência, foram estimados modelos econométricos tendo como variável dependente os índices de eficiência obtidos através dos diversos modelos de fronteira de produção e como regressores variáveis qualitativas representando o controle de capital e o ramo de atuação dos bancos²⁵. As regressões também incorporam uma proxy para o porte do banco que é o logaritmo do ativo total. Adicionalmente, foram realizados testes não paramétricos de Kruskal-Wallis conforme descrito na seção 3.1.

Antes de apresentar os resultados estimados, algumas considerações são importantes. Entre os estudos que utilizam as estimativas de eficiência como variável dependente numa regressão de 2^o estágio sobre um conjunto de covariáveis explicativas, podemos destacar três procedimentos principais. Muitos autores têm especificado um modelo censurado Tobit com o argumento de que $0 < \hat{\theta}_{DEA} \leq 1$ ²⁶. Vale notar que as estimativas de ordem m e quantil não sofrem deste problema. Outros trabalhos têm estimado modelos lineares através de mínimos quadrados ordinários. Finalmente, existem aqueles, como Proite e Souza (2003), que transformam as estimativas de eficiência usando logaritmos antes da estimação.

Todos esses procedimentos, entretanto, apresentam problemas de inferência. A razão básica é que as estimativas $\hat{\theta}_i$ obtidas no primeiro estágio não são iid. Além disso, embora as estimativas de eficiência sejam obtidas através de métodos não paramétricos, no segundo estágio a quase totalidade dos trabalhos impõem uma forma linear para explicar seus determinantes além da suposição de distribuição normal para o erro da regressão. Assim, os resultados obtidos na regressão de dois estágios devem ser analisados com certa cautela. Como a metodologia OLS é a mais usada pela literatura, nós a utilizamos neste trabalho, juntamente com o modelo Tobit.

²⁵ As variáveis binárias para o ramo de atuação foram incorporadas ao modelo apenas no último período.

²⁶ Simar e Wilson (2004) em seus experimentos de Monte Carlo mostraram que o método Tobit apresenta resultados “catastróficos”.

Tabela 38: Estimativas de Dois Estágios (1) (2)

1995-1997	DEA	FDH	m=150	$\alpha=0,985$	DEA/Tobit
	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.
Cons	-0,556*	0,342*	-0,700*	-1,742*	-0,587*
Pub	-0,176*	-0,242*	-0,173*	-0,117*	-0,177*
Estran	-0,004	-0,040**	-0,040	-0,013	-0,005
Ativo	0,083*	0,038*	0,123*	0,210*	0,086*
n=883					
R ²	0,44	0,22	0,36	0,42	
1998-2000	DEA	FDH	m=150	$\alpha=0,985$	DEA/Tobit
	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.
Cons	-0,051	0,842*	-0,231*	-1,272*	-0,055
Pub	-0,163*	-0,219*	-0,186*	-0,195*	-0,166*
Estran	-0,002	-0,009	-0,023	-0,0001	-0,004
Ativo	0,039*	0,004	0,089*	0,175*	0,039*
n=744					
R ²	0,1612	0,1837	0,2661	0,3388	
2001-2004	DEA	FDH	m=150	$\alpha=0,985$	DEA/Tobit
	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.	Coef.
Cons	-0,52*	0,495	-0,524*	-1,608*	-0,544*
Pub	-0,107*	-0,124	-0,092*	-0,082**	-0,109*
Estran	0,013	0,001	-0,020	0,010	0,014
Atac	0,111*	0,176	0,211*	0,279*	0,117*
Tesou	0,107*	0,191	0,226*	0,251*	0,106*
Fin	0,097*	0,096	0,117*	0,152*	0,102*
Ativo	0,070*	0,018	0,097*	0,181*	0,072*
n=734					
R ²	0,307	0,22	0,303	0,38	

Fonte: Resultados das regressões de dois estágios

* Estatisticamente significante a 1%, ** Estatisticamente significante a 5%. Variáveis dummy: Pub = 1 se o banco é público, Estran = 1 se o banco é estrangeiro, Atac = 1 se o banco é de atacado, Fin = 1 se o banco é de financiamento, Tesou = 1 se o banco é de tesouraria. Grupo de controle: banco nacional privado de varejo.

(1) As regressões com o log dos índices de eficiência não mudaram significativamente os resultados a respeito dos segmentos mais e menos eficientes. Os bancos públicos mostraram-se mais ineficientes em todas as regressões e a diferença entre os bancos estrangeiros e nacionais privados não apresentou resultados conclusivos. Com relação ao segmento de atuação, os bancos de atacado e de tesouraria mostraram o melhor desempenho.

(2) As regressões excluindo os valores extremos também não mudaram o perfil de eficiência os entre segmentos bancários. De acordo com o controle de capital, os bancos públicos foram novamente os mais ineficientes em todas as estimações. Com relação ao segmento de atuação, os bancos de atacado e tesouraria apresentaram a melhor performance.

As variáveis binárias explicativas utilizadas são *pub*, *nacp* e *estran* para controle de capital e *atac*, *var*, *tesou* e *finan* para o ramo de atuação, de acordo com o definido na seção 3.1. A Tabela 38 acima mostra os resultados da regressão de dois estágios.

Os resultados, em geral, confirmam aqueles obtidos através da comparação dos níveis médios de eficiência. Em todos os períodos estudados, o coeficiente estimado para a variável *pub* mostrou-se negativo e estatisticamente significativo. Da análise anterior, já havíamos constatado que os bancos públicos apresentaram os mais baixos índices médios de eficiência.

As instituições bancárias públicas possuíam uma estrutura operacional bastante pesada e sobreviviam sem maiores problemas em decorrência das receitas inflacionárias que cobriam boa parte de seus custos administrativos. A partir do segundo semestre de 1994, as transferências inflacionárias reduziram-se significativamente e os bancos tiveram que se adaptar a uma nova realidade, uma vez que sua estrutura organizacional e operacional não era mais viável economicamente. Como podemos constatar dos resultados estimados, o impacto dessas transformações no ambiente econômico afetaram de forma mais abrupta os bancos públicos estaduais.

Os dois grandes bancos públicos federais CEF e Banco do Brasil, entretanto, apresentaram índices médios de eficiência DEA e FDH bastante elevados. Essas instituições apresentaram inclusive estimativas quantil e de ordem m bem superiores a 1. Como constatado antes, várias observações dos grandes bancos foram declaradas eficientes por construção do modelo FDH. Mesmo no caso DEA, seus índices foram, em muitos casos, superiores a 0,9.

As estimativas para o coeficiente da variável *estran* indicam que não há diferenças significativas entre os bancos nacionais privados e os bancos estrangeiros. Mesmo após a exclusão das observações consideradas valores extremos, os resultados não mostraram diferenças entre esses bancos, com exceção do último período.

No que diz respeito ao ramo de atuação dos bancos, as estimativas sugerem que os bancos de atacado e de tesouraria possuem melhor performance do que os bancos de varejo e financiamento. Os dois primeiros trabalham com nichos mais específicos do mercado, enquanto os dois últimos operam com uma grande quantidade de clientes pessoas físicas. Os bancos que operam em setores mais específicos, em geral, conseguem manter uma

maior capacidade de avaliação dos clientes e dos projetos de investimentos, reduzindo os problemas de assimetria de informação e tendo uma capacidade de produzir usando menos insumos. Isto pode explicar em parte essa maior eficiência dos bancos de atacado e tesouraria.

Finalmente, a variável ativo mostrou-se significativa em todas as regressões, significando que o porte afeta positivamente a eficiência do banco. Os testes de Kruskal-Wallis foram significativos para todos os estimadores em todos os períodos, indicando que há diferenças significativas entre os escores médios de eficiência entre os segmentos bancários.

Tabela 39: Teste de Kruskal Wallis de igualdade entre as populações para os índices médios de eficiência dos segmentos bancários.

H₀: populações iguais							
1995-1997	FDH	DEA	FDHC	Ordem- <i>m</i>	Quantil	Ordem- <i>m</i> ^a	Quantil ^a
Controle de Capital	39,45*	323,76*	183,63*	278,33*	423,66*	186,48*	339,05*
Porte	76,58*	17,68*	8,41**	30,50*	22,59*	74,27*	49,82*
1998-2000							
Controle de Capital	95,649*	52,104*	35,076*	55,058*	46,701*	92,311*	74,410*
Porte	40,41*	140,49*	35,18*	146,76*	243,35*	89,99*	181,94*
2001-2004							
Controle de Capital	68,391*	57,81*	15,09*	55,16*	61,71*	85,51*	88,01*
Segmento de Atuação	107,55*	10,28**	24,99*	35,92*	27,82*	47,38*	26,65*
Porte	41,82*	209,27*	50,76*	149,54*	230,15*	89,16*	166,32*

Fonte: Elaborada pelo autor a partir das estatísticas do teste Kruskal Wallis

Números na Tabela correspondem aos valores da estatística χ^2 . ^a Sem os valores extremos.

* Estatisticamente significativo a 1%. ** Estatisticamente significativo a 5%. Rejeita-se a hipótese nula.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo deste trabalho foi investigar como diferentes suposições impostas aos modelos de fronteira afetam os índices de eficiência de unidades produtivas. Estes pontos são relativamente importantes na definição de estratégias que busquem melhorar a performance relativa das unidades. Indicadores de eficiência inconsistentes geram estratégias inconsistentes.

O enfoque principal foi sobre os modelos não paramétricos de fronteiras de produção. As estimativas mostraram que os resultados obtidos através dos diversos estimadores mudam não apenas em relação à ordem de classificação como também no que diz respeito à razão de eficiência entre as unidades. Assim, a utilização de mais de um estimador torna-se fundamental para obter resultados mais confiáveis a respeito da eficiência das firmas de qualquer indústria.

A suposição de convexidade afetou de forma significativa a performance das firmas. Algumas unidades localizadas na fronteira FDH estiveram entre as piores quando avaliadas pela fronteira DEA. Além disso, a maioria das unidades consideradas eficientes pelo FDH estavam localizadas abaixo da fronteira DEA. Esse resultado pode sinalizar que a ineficiência de muitas firmas são decorrentes da suposição de convexidade imposta pelo DEA.

Por outro lado, verificamos que em decorrência da baixa taxa de convergência do estimador FDH muitas firmas são consideradas eficientes por construção, isto é, sem serem comparadas com outras. Apesar disso, os dois estimadores foram coincidentes na determinação das unidades mais ineficientes, significando que é uma boa estratégia o uso de modelos complementares para identificar as firmas com graves problemas de ineficiência.

Os procedimentos para correção de viés e inferência das estimativas de eficiência mostraram-se deficientes principalmente para os bancos localizados na fronteira e para o estimador FDH. As estimativas obtidas através do estimador FDHC apresentaram bruscas variações em relação FDH. Mesmo com centenas de observações, o FDHC apresentou baixa performance decorrente principalmente do problema da dimensão que afeta os estimadores não paramétricos.

No que diz respeito aos estimadores DEA, os intervalos de confiança estimados apresentaram-se bem amplos para os bancos próximos à fronteira, dificultando a comparação entre eles. Adicionalmente, algumas estimativas com correção do viés ficaram fora do intervalo de confiança. Apesar disso, para um grande número de firmas, a obtenção dos intervalos de confiança tornou possível investigar diferenças em eficiência entre elas. A limitação desse estimador continua sendo a imposição de convexidade.

A utilização dos novos estimadores de ordem m e quantil mostrou que as observações de alguns bancos eram valores extremos. Conforme visto, essas observações afetam sensivelmente os índices de eficiência FDH e DEA dos bancos que as têm como referência. Nesse caso, os índices DEA e FDH das firmas dominadas por esses valores extremos são influenciados para baixo, fornecendo estimativas deficientes de sua performance, podendo inclusive gerar resultados distorcidos a respeito do desempenho da indústria e de segmentos específicos de firmas com determinadas características.

As fronteiras quantil e de ordem m , por outro lado, são menos sensíveis a esses valores extremos. Baseadas na idéia de quantis e de produto máximo esperado, essas fronteiras não envolvem todos os dados, em particular não envolvem as observações consideradas valores extremos. Assim, as estimativas de eficiência obtidas através desses estimadores são mais robustas e confiáveis. Esses estimadores, portanto, possuem vantagens em relação aos tradicionais DEA e FDH e devem ser utilizados como um passo final na análise de eficiência com o objetivo de investigar a robustez dos resultados encontrados.

A análise comparativa entre os bancos de acordo com o controle de capital sugere que os bancos públicos apresentaram em média os piores índices de eficiência produtiva. As estimativas de dois estágios também apontaram nessa direção. Esses resultados foram os mais encontrados nos trabalhos aplicados aos bancos no Brasil, com exceção de Nakane (1999) que encontrou os bancos públicos como significativamente os mais eficientes.

Neste trabalho, os estimadores de ordem m e quantil e as estimativas excluindo as observações consideradas valores extremos mostraram o mesmo perfil, com as instituições públicas com o pior desempenho do setor, dando mais credibilidade aos resultados encontrados.

Os bancos estrangeiros, por sua vez, não apresentaram diferenças significativas de eficiência operacional quando comparados aos bancos nacionais privados. Silva e Jorge Neto (2002) e Nakane (1999), ao analisar a eficiência de custo, encontraram os bancos estrangeiros como mais eficientes e Krause e Tabak (2003), ao analisar a eficiência produtiva, encontraram os bancos estrangeiros com índices médios de eficiência bem superiores aos bancos nacionais. Esses autores, entretanto, não controlaram os bancos nacionais entre públicos e privados.

As estimativas obtidas aqui são compatíveis com aquelas encontradas em Weintraub (2003) e Nakane e Weintraub (2004), onde não houve diferença significativa entre os bancos nacionais privados e estrangeiros. Novamente, a informação adicional fornecida por este trabalho é que as estimativas obtidas aqui, embora semelhantes, são mais robustas em relação à imposição de restrições sobre a fronteira estimada já que utilizamos vários métodos não paramétricos. Além disso, os estimadores de ordem m e quantil são menos sensíveis a valores extremos.

No que diz respeito ao ramo de atuação dos bancos, há indícios que os bancos de atacado e de tesouraria são mais eficientes. Krause e Tabak (2003) e Souza e Tabak (2003) encontraram resultados semelhantes para os índices médios de eficiência. Em nosso caso, além das diferenças na média dos índices de eficiência, as estimativas de dois estágios mostraram que a diferença entre esses segmentos bancários e os demais é significativa.

Como discutido antes, os bancos de atacado operam com setores mais especializados do mercado e são capazes de obter vantagens em virtude de um relacionamento mais estreito com seus clientes.

Apesar de todos os estimadores mostrarem a mesma ordem de classificação para os segmentos bancários, os índices de eficiência das observações dos bancos mudaram consideravelmente de um estimador para outro, confirmando novamente a necessidade do uso de mais de um modelo de fronteira.

Com relação ao desempenho ao longo do tempo, os resultados sugeriram uma melhoria na performance relativa dos bancos durante o período amostral. Há indícios, entretanto, de que esse aumento na performance global ou produtividade dos bancos foi determinado basicamente por variações tecnológicas, havendo assim espaço para melhoria na eficiência do setor. Além disso, esse resultado mostrou-se robusto com relação à

imposição de convexidade ao conjunto de produção. Isto é, tanto o estimador DEA quanto os estimadores quantil e de ordem m mostraram uma trajetória crescente para os indicadores médios de performance relativa.

Dos trabalhos que utilizaram métodos não paramétricos, apenas Krause e Tabak (2003) estimaram a eficiência para mais de um período. Esses autores, entretanto, compararam estimativas de eficiência obtidas de fronteiras distintas.

Embora trabalhos anteriores tivessem encontrado como resultado uma melhoria na performance do setor e um melhor desempenho dos bancos privados em relação aos bancos públicos, este trabalho utilizou, além do tradicional estimador DEA, estimadores não paramétricos que convergem à taxa $n^{-1/2}$, são mais robustos a valores extremos e não impõem a restrição de convexidade ao conjunto de produção. Assim, os resultados aqui encontrados, embora similares, são mais robustos.

Finalmente, as regressões também mostraram uma melhoria na performance média dos bancos após a privatização, conforme Nakane e Weintraub (2004). Esse resultado, inclusive, foi constatado por todos os estimadores não paramétricos utilizados aqui.

Esse trabalho também pode ser visto como um ponto inicial para pesquisas futuras sobre a eficiência de firmas de um modo geral e do setor bancário em especial. A literatura nessa área vem crescendo bastante e abrindo espaço para novas pesquisas. Como exemplo, podemos citar o fato dos estimadores DEA, FDH, quantil e de ordem m construírem fronteiras de produção discretas. Martins-Filho e Yao (2006) desenvolveram um novo modelo de fronteira não paramétrica, mas contínua. O impacto dessa restrição não foi objeto de estudo desta tese, mas é um agenda para pesquisa futura.

Uma segunda área de estudo futuro diz respeito à relação entre eficiência, lucratividade e concentração de mercado. O processo de reestruturação do setor reduziu sensivelmente o número de bancos operando e aumentou a concentração do mercado. O impacto dessa concentração sobre a eficiência de lucro dos bancos também é uma questão de bastante interesse e pouco estudada no Brasil. Isto é, a lucratividade decorre de maior eficiência ou de poder de mercado do banco. O conceito de fronteira de ordem m pode, inclusive, ser útil para analisar como a participação no mercado afeta a eficiência de lucro dos bancos sem lançar mão da regressão de dois estágios.

REFERÊNCIAS

- AIGNER, D. J.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT P. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models, *Journal of Econometrics*, v. 6, p. 21-37, 1977.
- ARAGON, Y.; DAOUIA, A.; THOMAS-AGNAN, C. Nonparametric Frontier Estimation: A Conditional Quantile-based Approach. *Econometric Theory*, v. 21, n. 02, p. 358-389, 2005.
- AVKIRAN, N. The evidence on efficiency gains: The Role of Mergers and the Benefits to the Public. *Journal of Banking and Finance*, v. 23, n. 7, p. 991-1013, 1999.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, v. 30, p. 1078-1092, 1984.
- BERGER, A. N.; HUMPHREY, D. B. Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research. *European Journal of Operational Research*, v. 98, p. 175-212, 1997.
- BERGER, A. N. 'Distribution-Free' Estimates of Efficiency in the U.S. Banking Industry and Tests of the Standard Distributional Assumptions, *Journal of Productivity Analysis*, v. 4, p. 261-92, 1993.
- BERGER, A. N.; MESTER, L. J. Inside the Black Box: What Explains Differences in the Efficiencies of Financial Institutions?. *Journal of Banking and Finance*, v. 21, p. 895-947, 1997.
- BERGER, A. N.; MESTER L. J. Explaining the Dramatic Changes in Performance of US Banks: Technological Change, Deregulation, and Dynamic Changes in Competition, *Journal of Financial Intermediation*, v. 12 (1), p. 57-95, 2003
- CANHOTO, A.; DERMINE, J. A Note on Banking Efficiency in Portugal, New vs. Old Banks. *Journal of Banking and Finance*, v. 27, p. 2087-2098, 2003.
- CAZALS, C.; FLORENS J. P.; SIMAR, L. Nonparametric Frontier Estimation: a Robust Approach. *Journal of Econometrics*, v. 106, n. 1, p. 1-25, 2002.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W.; RHODES E. Measuring the Inefficiency of Decision Making Units, *European Journal of Operational Research*, v. 2, p. 429-444, 1978.
- COELLI, T. J.; PRASADA RAO, D. S.; BATTESE, George. An Introduction to Efficiency and Productivity analysis. Kluwer Academic Publishers, 1998.

CUMMINS, J. D.; ZI, H. Measuring Cost Efficiency in the U.S. Life Insurance Industry: Econometric and Mathematical Programming Approaches. Working Paper: Financial Institutions Center - Insurance & Risk Management Department - University of Pennsylvania, n. 3, p. 1-29, 1997.

DEPRINS, D.; SIMAR, L.; TULKENS, H. Measuring Labor Inefficiency in Post Offices, in *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurements*, ed. by M. Marchand, P. Pestieau and H. Tulkens, Amsterdam, North-Holland, p. 243-267, 1984.

EFRON, B. Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *Annals of Statistics*, v. 7, n. 1, p. 1-16, 1979.

FARRELL, M. J. The Measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, v. 120, p. 253-281, 1957.

GIJBELS, I. et al. On Estimation of Monotone and Concave Frontier Functions. *Journal of the American Statistical Association*, v. 94, p. 220-228, 1999.

GILBER, R. A.; WHEELOCK, D. C.; WILSON, P. New Evidence on the Fed's Productivity in Providing Payments Services. *Journal of Banking and Finance*, v. 28, n. 9, p. 2175-2190, 2004.

KNEIP, A.; PARK, B. U.; SIMAR, L. A Note on the Convergence of Nonparametric DEA Estimators for Production Efficiency Scores. *Econometric Theory*, v. 14: p. 783-793, 1998.

KRAUSE, K.; TABAK, B. M. Eficiência Bancária: Uma aplicação DEA para os segmentos bancários no Brasil. *Relatório de Estabilidade Financeira, Banco Central do Brasil*, Maio de 2004.

KUMBHAKAR, S. C. et al. The Effects of Deregulation on the Performance of Financial Institutions: The Case of Spanish Savings Banks". *Journal of Money, Credit and Banking* v. 33, n. 1, p. 101-120, 2001.

LEVINE, R. Financial development and economic growth: Views and agenda. *Journal of Economic Literature*, v. 35, p. 688-726, 1997.

MARTINS-FILHO, C.; YAO, F. Nonparametric Frontier Estimation via Local Linear Regression. *Journal of Econometrics*, forthcoming, 2006.

MEEUSEN, W.; van den BROECK, J. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review*, v.18, n.2, p.435-444, 1977.

MESTER, L. J. Efficiency of Banks in the Third Federal Reserve District. Working Paper. The Wharton Financial Institutions Center, n. 13, 1994.

MILLER, S. M.; NOULAS, A. G. The Technical Efficiency of Large Bank Production. *Journal of Banking and Finance*, v. 20, n. 3, p. 495-509, 1996.

MUKHERJEE K.; Ray, S. C.; MILLER, S. M. Productivity Growth in Large US Commercial Bank. *Journal of Banking and Finance*, v 25, n. 5, p. 913-939, 2001.

NAKANE, M. I. Productive Efficiency in the Brazilian Banking Sector. Texto para Discussão, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, n. 20, 1999.

NAKANE, M. I., WEINTRAUB, D. Bank Privatization and Productivity: Evidence for Brazil. *Journal of Banking and Finance*, v. 29, n. 8-9, p. 2259-2289, 2005.

PARK, B.U.; SIMAR, L.; WEINER, C. The FDH Estimator for Productivity Efficiency Scores. *Econometric Theory*, v. 16, n. 6, p. 855-877, 2000.

PERISTIANI, S. Do Mergers Improve the X-Efficiency and Scale Efficiency of U.S. Banks? Evidence from the 1980s, *Journal of Money, Credit, and Banking*, v. 29, n. 3, p. 326-337, 1997.

PROITE, A.; SOUZA, M. C. S. Eficiência Técnica, Economias de Escala e Estrutura de Propriedade e Tipo de Gestão no Sistema Hospitalar Brasileiro. XXXII Encontro Nacional de Economia, 2004, João Pessoa - PB. Anais do XXXII Encontro Nacional de Economia, p. 1-18, 2004.

RÉGIS, F. A. P. Eficiência de Custo do Setor Bancário Brasileiro. 2001. Dissertação (Mestrado em Economia) - Faculdade de Economia, Universidade Federal de Pernambuco.

SATHYE, M. "X-efficiency in Australian Banking: An Empirical Investigation". *Journal of Banking and Finance*, v. 25, n. 3, p. 613-630, 2001.

SHANMUGAM, K. R.; DAS, A. Efficiency of Indian commercial banks during the reform period. *Applied Financial Economics*, v. 14, p. 681-686, 2004

SHEPHARD, R.W. *Theory of Cost and Production Function*. Princeton: Princeton University Press, 1970.

SILVA, Tarcio; JORGE NETO, P. Economia de Escala e Eficiência nos Bancos Brasileiros após o Plano Real. *Estudos Econômicos*, v. 32, n. 4, p. 577-619, 2002.

SIMAR, L.; WILSON, P. W. Sensitivity Analysis of Efficiency Scores: How to bootstrap in Nonparametric Frontier Models, *Management Science*, v. 44, n.1, p. 49-61, 1998.

- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: The State of the Art. *Journal of Productivity Analysis*, v. 13, n. 1, p. 49-78, 2000.
- SOUZA, G. S.; TABAK, B. M. Factors Affecting the Technical Efficiency of Production of the Brazilian Banking System: A Comparison of Four Statistical Models in the Context of Data Envelopment Analysis. *Relatório de Estabilidade Financeira*, Banco Central do Brasil, p. 175-190, Maio de 2003.
- TORTOSA-AUSINA, E. Bank Cost Efficiency and Output Specification, *Journal of Productivity Analysis*, v. 18, n. 3, v. 199-222, 2002.
- TULKENS, H. On FDH Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit, *Journal of Productivity Analysis*, v. 4, n. 1, p. 183-210, 1993.
- WEINTRAUB, D. Investimento Direto Estrangeiro e Produtividade: Evidências Empíricas para os Setores Manufatureiro e Bancário no Brasil. 2003. Tese (Doutorado em Economia) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo.
- WHEELLOCK, D. C.; WILSON, P. W. Robust Nonparametric Estimation of Efficiency and Technical Change in U.S. Commercial Banking. Working Paper: The Federal Reserve Bank of St. Louis, n. 037-A, 2003.
- WILSON, P.W. FEAR 1.0 : A Software Package for Frontier Efficiency Analysis with R, Unpublished Working Paper, Department of Economics, University of Texas at Austin, 2005.
- KRUSKAL, W. H.; WALLIS, A. Use of Ranks in One-Criterion Variance Analysis. *Journal of the American Statistical Association*, v. 47 (260), p. 583–621, 1952

APENDICE A

Definição de insumos e produtos

Produtos	Contas do Cosif correspondentes*
y_1 – Operações de Crédito – empréstimos, financiamentos, títulos descontados, financiamentos rurais e agroindustriais, financiamentos imobiliários, financiamentos de infraestrutura e desenvolvimento.	1.6.0.00.00-1 Operações de crédito (-) 1.6.9.00.00-8 Provisões p/ operações de Crédito
y_2 – Aplicações em Tesouraria – aplicações interfinanceiras de liquidez (aplicações no mercado aberto, depósitos interfinanceiros e aplicações em moedas estrangeiras) e títulos e valores mobiliários	1.3.0.00.00-4 Títulos e valores mobiliários e Instrumentos financeiros derivativos 1.2.0.00.00-5 Aplicações interfinanceiras de liquidez
y_3 – Outros Créditos – créditos por avais e fianças honrados, carteira de câmbio, diversos	1.8.0.00.00-9 Outros créditos (-) 1.8.9.00.00-6 Provisões p/ outros créditos
y - Produto Univariado = $y_1 + y_2 + y_3$	
Insumos	
D – Insumos financeiros – depósitos totais (menos depósitos à vista), captações no mercado aberto, obrigações por empréstimos e repasses governamentais e do exterior.	4.1.0.00.00-7 (Depósitos) 4.2.0.00.00-6 (Operações compromissadas) 4.6.0.00.00-2 (Empréstimos e repasses)
L – Trabalho – número total de funcionários ao final do semestre	
K – Ativos fixos – imobilizado de uso, móveis e equipamentos	2.2.0.00.00-2 Imobilizados de uso
KF – Capital Próprio – capital social	6.1.1.00.00-4 Capital social

* Plano Contábil das Instituições do Sistema Financeiro Nacional (COSIF), estabelecido pelo Banco Central do Brasil com o objetivo de uniformizar os registros contábeis dos bancos.

APÊNDICE B

Tabela 40: Coeficientes de Correlação de Spearman

1995-1997	DEA	DEAC	FDH	FDHC	O-m	O-q
DEA	1	0,93	0,63	0,27	0,80	0,78
DEAC		1	0,60	0,44	0,81	0,82
FDH			1	0,42	0,85	0,64
FDHC				1	0,51	0,51
O-m					1	0,90
Quantil						1
1998-2000	DEA	DEAC	FDH	FDHC	O-m	O-q
DEA	1	0,90	0,62	0,02	0,71	0,62
DEAC		1	0,60	0,20	0,36	0,29
FDH			1	0,31	0,85	0,62
FDHC				1	0,35	0,29
O-m					1	0,90
Quantil						1
2001-2004	DEA	DEAC	FDH	FDHC	O-m	O-q
DEA	1	0,93	0,59	0,14	0,74	0,73
DEAC		1	0,54	0,32	0,78	0,79
FDH			1	0,36	0,82	0,63
FDHC				1	0,45	0,42
O-m					1	0,90
Quantil						1

Tabela 41: coeficientes de correlação R_{mag}

2001-2004	DEA	DEAC	FDH	FDHC	O-m	O-q
DEA	0	0,02	0,12	0,10	0,22	0,52
DEAC		0	0,18	0,03	0,33	0,71
FDH			0	0,23	0,06	0,30
FDHC				0	0,42	0,85
O-m					0	0,10
Quantil						0

APENDICE C

Relação de Bancos da Amostra

Banco	Capital	Atuação	Privatizados
A.J.RENNER	Nacional Privado	Financiamento	
ABC BRASIL	Estrangeiro	Atacado	
ABN - AMRO BANK	Estrangeiro	Varejo	
ALVORADA	Nacional Privado	Varejo	
ARAUCARIA	Nacional Privado	-	
ARBI	Nacional Privado	-	
BAMERINDUS	Nacional Privado	-	
BANCO BGN	Nacional Privado	Atacado	
BANCO DO BRASIL	Público	Varejo	
BANCO IBI	Estrangeiro	Financiamento	
BANCO1.NET	Nacional Privado	Varejo	
BANCOCIDADE	Nacional Privado	Varejo	
BANCOINTERIOR	Nacional Privado	Atacado	
BANDEPE	Estrangeiro	Varejo	Privatizado
BANEB	Nacional Privado	Varejo	Privatizado*
BANER	Público	-	
BANERJ	Nacional Privado	Varejo	Privatizado
BANESE	Público	Varejo	
BANESPA	Estrangeiro	Varejo	Privatizado
BANESTADO	Nacional Privado	Varejo	Privatizado
BANESTES	Público	Varejo	
BANFORT	Nacional Privado	-	
BANIF PRIMUS	Estrangeiro	Tesouraria	
BANK OF AM-LIBERAL	Estrangeiro	Tesouraria	
BANKBOSTON	Estrangeiro	Varejo	
BANKBOSTON, N.A.	Estrangeiro	Varejo	
BANORTE	Nacional Privado	-	
BANPARA	Público	Varejo	
BANRISUL	Público	Varejo	
BANSICREDI	Nacional Privado	Financiamento	
BARCLAYS	Estrangeiro	Atacado	
BASA	Público	Varejo	
BBC	Nacional Privado	-	
BBI	Estrangeiro	-	
BBM	Nacional Privado	Atacado	
BCN	Nacional Privado	Varejo	
BCR	Nacional Privado	-	
BEA	Público	Varejo	Privatizado*
BEC	Público	Varejo	
BEG	Nacional Privado	Varejo	Privatizado
BEM	Público	-	Privatizado**
BEMAT	Público	-	
BEMGE	Público	Varejo	Privatizado
BEP	Público	Varejo	

BERON	Público	-	
BESC	Público	Varejo	
BICBANCO	Nacional Privado	Varejo	
BMB	Nacional Privado	Varejo	
BMC	Nacional Privado	Atacado	
BMD	Nacional Privado	-	
BMG	Nacional Privado	Financiamento	
BNB	Público	Varejo	
BNL	Estrangeiro	Atacado	
BNP PARIBAS	Estrangeiro	Atacado	
BOAVISTA INTERATL	Nacional Privado	-	
BRADESCO	Nacional Privado	Varejo	
BRASCAN	Estrangeiro	Atacado	
BRB	Público	Varejo	
BRP	Nacional Privado	Varejo	
BUENOS AIRES	Estrangeiro	Atacado	
BVA	Nacional Privado	Atacado	
CACIQUE	Nacional Privado	Financiamento	
CAIXA	Público	Varejo	
CALYON BRASIL	Estrangeiro	-	
CEDULA	Nacional Privado	-	
CENTRO HISPANO	Estrangeiro	-	
CINDAM	Nacional Privado	-	
CITIBANK	Estrangeiro	Varejo	
CITIBANK, N.A.	Estrangeiro	Varejo	
COML SUDAMERIS	Estrangeiro	Varejo	
CREDIBANCO	Nacional Privado	Atacado	
CREDIBEL	Nacional Privado	Atacado	
CREDIREAL	Público	-	Privatizado*
CREFISUL	Nacional Privado	-	
CRUZEIRO DO SUL	Nacional Privado	Varejo	
DAYCOVAL	Nacional Privado	Atacado	
DEUTSCHE BANK	Estrangeiro	Atacado	
DIBENS	Nacional Privado	Atacado	
DRACMA	Nacional Privado	-	
DRESDNER AG	Estrangeiro	Atacado	
EMBLEMA	Nacional Privado	Tesouraria	
ECONOMICO	Nacional Privado	Varejo	
EMPRESARIAL	Nacional Privado	-	
FENICIA	Nacional Privado	-	
FIBRA	Nacional Privado	Atacado	
FICSA	Nacional Privado	Financiamento	
FINANCIAL	Estrangeiro	-	
FININVEST	Nacional Privado	Financiamento	
FONTE CINDAM	Nacional Privado	-	
FRANCES INTERNAC	Estrangeiro	-	
GE CAPITAL	Estrangeiro	Financiamento	
GUANABARA	Nacional Privado	Atacado	

GULFINVEST	Nacional Privado	-	
HEXABANCO	Nacional Privado	-	
HNF	Nacional Privado	-	
HSBC BANK BRASIL	Estrangeiro	Varejo	
INDUSTRIAL	Nacional Privado	Atacado	
INDUSV MULTISTOCK	Nacional Privado	Atacado	
ING BANK	Estrangeiro	Atacado	
INTER AM EXPRESS	Estrangeiro	Atacado	
INTERCAP	Nacional Privado	Atacado	
INTERUNION	Nacional Privado	-	
ITAMARATI	Nacional Privado	-	
ITAU	Nacional Privado	Varejo	
ITAU BBA	Nacional Privado	Atacado	
J. SAFRA	Nacional Privado	-	
JOHN DEERE	Estrangeiro	Tesouraria	
JP MORGAN (CHASE)	Estrangeiro	Tesouraria	
JPMORGAN CHASE	Estrangeiro	-	
LAVRA	Nacional Privado	-	
LLOYDS TSB BANK	Estrangeiro	Atacado	
LUSO BRASILEIRO	Nacional Privado	Varejo	
MARKA	Nacional Privado	-	
MARTINELLI	Nacional Privado	-	
MATONE	Nacional Privado	Atacado	
MATRIX	Nacional Privado	-	
MAXINVEST	Nacional Privado	Atacado	
MERCANTIL SP	Nacional Privado	Varejo	
MERCANTIL	Nacional Privado	-	
MILBANCO	Nacional Privado	-	
MINAS	Nacional Privado	-	
MODAL	Nacional Privado	Tesouraria	
MORADA	Nacional Privado	-	
MULTIPLIC	Nacional Privado	-	
NACION ARGENTINA	Estrangeiro	Atacado	
NACIONAL	Nacional Privado	-	
NACOES	Nacional Privado	-	
NORCHEM	Estrangeiro	-	
NOSSA CAIXA	Público	Varejo	
PACTUAL	Nacional Privado	Atacado	
PANAMERICANO	Nacional Privado	Financiamento	
PARAIBAN	Nacional Privado	Varejo	Privatizado*
PARANA BANCO	Nacional Privado	Financiamento	
PATENTE	Nacional Privado	-	
PAULISTA	Nacional Privado	Atacado	
PECUNIA	Nacional Privado	-	
PINE	Nacional Privado	Atacado	
PONTUAL	Nacional Privado	Atacado	
PRODUBAN	Público	-	
PROGRESSO	Nacional Privado	-	

PROSPER	Nacional Privado	-	
REAL	Nacional Privado	Varejo	
RENDIMENTO	Nacional Privado	Atacado	
RURAL	Nacional Privado	Varejo	
RURAL MAIS	Nacional Privado	Atacado	
SAFRA	Nacional Privado	Atacado	
SANTANDER (BOZANO)	Estrangeiro	Atacado	
SANTANDER BRASIL	Estrangeiro	Varejo	
SANTANDER MERIDION	Estrangeiro	Varejo	Privatizado
SANTANDER NOROESTE	Estrangeiro	-	
SANTOS	Nacional Privado	Atacado	
SANTOS NEVES	Nacional Privado	-	
SCHAHIN	Nacional Privado	Atacado	
SOCIETE GENERALE	Estrangeiro	Atacado	
SOFISA	Nacional Privado	Atacado	
SUDAMERIS	Estrangeiro	Varejo	
SUMITOMO	Estrangeiro	Atacado	
TECNICORP	Nacional Privado	-	
TOKYO	Estrangeiro	-	
TOKYO-MITSUBISHI	Estrangeiro	Atacado	
TRIBANCO	Nacional Privado	Atacado	
UBS	Estrangeiro	-	
UNIBANCO	Nacional Privado	Varejo	
UNICARD	Nacional Privado	Varejo	
UNION - BRASIL	Estrangeiro	Atacado	
UNIVERSAL	Nacional Privado	-	
URUGUAY BANK	Estrangeiro	Atacado	
VEGA	Nacional Privado	-	
VOTORANTIM	Nacional Privado	Atacado	
VR	Nacional Privado	Atacado	
WACHOVIA	Estrangeiro	Atacado	
WESTLB	Estrangeiro	Atacado	
ZOGBI	Nacional Privado	Financiamento	
BFB	Estrangeiro	-	

* Incorporados pelo comprador. ** Privatizado ao final do período amostral.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)