

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE ASTRONOMIA GEOFÍSICA E CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS
CURSO PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

INVERSÃO POR ETAPAS DE ANOMALIAS
MAGNÉTICAS BI-DIMENSIONAIS

SORAYA LOZADA TUMA

São Paulo – Brasil

ABRIL – 2006

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia Geofísica e Ciências Atmosféricas
Programa de Pós-Graduação em Geofísica

Inversão por Etapas de Anomalias Magnéticas Bi-dimensionais

por SORAYA LOZADA TUMA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica, do Instituto de Astronomia Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Comissão Examinadora

_____ Prof. Dr. Carlos Alberto Mendonça - Orientador/IAG/USP
_____ Prof. Dr. Wladimir Shukowsky - IAG/USP
_____ Prof. Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa - LNCC/RJ
_____ Prof. Dr. Fernando Sérgio Moraes - UENF/RJ
_____ Prof. Dr. Eder Cassola Molina - IAG/USP

Data de defesa: 27/04/2006

A Dios,
a la Santísima Virgen,
y a mi madre Ivón

RESUMO

Este trabalho apresenta um procedimento de inversão magnética de três etapas no qual quantidades invariantes em relação à fonte magnética são sequencialmente invertidas para recuperar i) a geometria da fonte no substrato, ii) sua intensidade de magnetização e iii) a inclinação da magnetização da fonte. A primeira quantidade invertida (chamada função geométrica) é obtida pela razão entre a intensidade do gradiente da anomalia magnética e a intensidade do campo magnético anômalo. Para fontes homogêneas, a função geométrica depende apenas da geometria da fonte, o que permite a reconstrução da forma do corpo usando valores arbitrários para a magnetização. Na segunda etapa, a forma da fonte é fixa e a intensidade de magnetização é estimada ajustando o módulo do gradiente da anomalia magnética, uma quantidade invariante com a direção da magnetização e equivalente à amplitude do sinal analítico. Na última etapa, a forma da fonte e a intensidade da magnetização são fixas e a inclinação da magnetização é determinada ajustando a anomalia magnética. Além de recuperar a forma e a magnetização de fontes homogêneas, esta técnica permite, em alguns casos, verificar se as fontes magnéticas são homogêneas. Isto é possível pois a função geométrica de fontes heterogêneas pode ser ajustada por um modelo homogêneo, mas o modelo assim obtido não permite o ajuste da amplitude do sinal analítico nem da anomalia magnética. Esse é um critério que parece efetivo no reconhecimento de fontes fortemente heterogêneas. O método de inversão por etapas é testado em experimentos numéricos de computador e utilizado para interpretar uma anomalia magnética gerada por rochas básicas intrusivas da Bacia do Paraná.

RESUMEN

Este trabajo presenta un procedimiento de inversión magnética de tres etapas en el cual cantidades invariantes con respecto a la fuente magnética son secuencialmente invertidas para recuperar i) la geometría de la fuente en el substrato, ii) su intensidad de magnetización e iii) la inclinación de magnetización de la fuente. La primera cantidad invertida (llamada función geométrica) es obtenida de la razón entre la intensidad del gradiente de la anomalía magnética y la intensidad del campo magnético anómalo. Para fuentes homogéneas, la función geométrica depende solo de la geometría de la fuente, lo que permite la reconstrucción de la forma del cuerpo usando valores arbitrarios para la magnetización. En la segunda etapa, la forma de la fuente es fija y la intensidad de magnetización es estimada ajustando el módulo del gradiente de la anomalía magnética, una cantidad invariante con la dirección de magnetización y equivalente a la amplitud de la señal analítica. En la última etapa, la forma de la fuente y la intensidad de la magnetización son fijas y la inclinación de la magnetización es determinada ajustando la anomalía magnética. Además de recuperar la forma y la magnetización de fuentes homogéneas, esta técnica permite en algunos casos verificar si las fuentes magnéticas son homogéneas. Esto es posible, pues la función geométrica de fuentes heterogéneas puede ser ajustada por un modelo homogéneo; pero el modelo así obtenido no permite el ajuste de la amplitud de la señal analítica ni de la anomalía magnética. Este es un criterio que parece efectivo en el reconocimiento de fuentes fuertemente heterogéneas. El método de inversión por etapas es probado con experimentos numéricos computacionales y utilizado para interpretar una anomalía magnética generada por rocas básicas intrusivas de la Cuenca del Paraná, Brazil.

ABSTRACT

This work presents a three step magnetic inversion procedure in which invariant quantities related to source parameters are sequentially inverted to provide i) cross-section of two-dimensional sources; ii) intensity of source magnetization, and iii) inclination of source magnetization. The first inverted quantity (called geometrical function) is obtained by rationing intensity gradient of total field anomaly and intensity of vector anomalous field. For homogenous sources, geometrical function depends only on source geometry thus allowing shape reconstruction by using arbitrary values for source magnetization. In the second step, source shape is fixed and magnetization intensity is estimated by fitting intensity gradient of total field anomaly, an invariant quantity with magnetization direction and equivalent to amplitude of the analytical signal. In the last step, source shape and magnetization intensity are fixed and magnetization inclination is determined by fitting magnetic anomaly. Besides furnishing shape and magnetization of homogeneous two-dimensional sources, this technique allows to check in some cases if causative sources are homogeneous. It is possible because geometrical function from inhomogeneous sources can be fitted by a homogeneous model but a model thus obtained does not fit the amplitude of analytical signal nor magnetic anomaly itself. This is a criterion that seems effective in recognizing strongly inhomogeneous sources. The proposed technique is tested with numerical experiments, and used to model a magnetic anomaly from intrusive basic rocks of Paraná Basin, Brazil.

ÍNDICE

RESUMO	iii
RESUMEN	iv
ABSTRACT	v
ÍNDICE	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 Transformações de anomalias magnéticas	5
1.1 Transformações lineares	5
1.1.1 Transformada de Fourier	6
1.1.2 Campos potenciais no domínio de Fourier	6
1.1.3 Filtragem de campos potenciais	7
1.1.4 Continuação de campos	8
1.1.5 Mudança de componentes	9
1.1.6 Redução ao pólo	9
1.2 Transformações não lineares	10
1.2.1 Sinal analítico: Definição	10
1.2.2 Transformações de Stavrev & Gerovska	11
CAPÍTULO 2 Função geométrica	13
2.1 Definição	13
2.2 Cálculo da função geométrica	13
2.3 Função geométrica para modelos uniformes	14
2.4 Variação de G com altura	15
2.5 Atenuação de ruídos geológicos	15
2.6 Sensibilidade da função geométrica	16
2.7 Função geométrica para dados reais	16
2.8 Experimento numérico	17

CAPÍTULO 3	Inversão magnética por etapas	28
3.1	Formulação do problema inverso	28
3.2	Algoritmo CRS	29
3.3	Determinação da geometria das fontes (Etapa 1)	29
3.4	Determinação da intensidade de magnetização (Etapa 2)	30
3.5	Determinação da inclinação da magnetização (Etapa 3)	31
3.6	Verificação da uniformidade da fonte	31
3.7	Experimentos numéricos: Modelos homogêneos	32
3.7.1	Teste ilustrativo	33
3.7.2	Mapeamento do topo de fontes magnéticas	34
3.7.3	Mapeamento do topo e base	34
3.7.4	Modelos de fontes parcialmente aflorantes	35
3.8	Testes com modelos heterogêneos	36
3.8.1	Testes com inclinação da magnetização variável	37
3.8.2	Testes com intensidade da magnetização variável	37
CAPÍTULO 4	Aplicação em dados reais	62
4.1	Província magmática do Paraná-Etendeka	62
4.2	Geologia local	63
4.3	Estudos geofísicos	63
4.4	Processamento dos dados	65
4.5	Inversão por etapas	65
4.5.1	Modelo homogêneo	65
4.5.2	Modelo heterogêneo	66
CAPÍTULO 5	Conclusões	78
5.1	Experimentos numéricos	78
5.2	Anomalia de Rio Claro	80
Agradecimentos		81
APÊNDICE A	Anomalia magnética 2-D e suas derivadas	82
Referências Bibliográficas		84
ANEXO I	Tabelas de símbolos matemáticos	88
ANEXO II	Resumo de artigo para publicação: <i>Stepped inversion of magnetic data</i>	90

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando uma soleira. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.	18
2.2	Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando um lacólito. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.	19
2.3	Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando um lapólito. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.	20
2.4	Atenuação com a altura: a) amplitude do sinal analítico (A); b) intensidade do campo anômalo (T); c) função geométrica (G). Campos calculados nas alturas de 0, 50, 100, 250 e 500 m acima do nível do solo e normalizados pelo valor máximo do respectivo campo na altura $z = 0$. Fatores de normalização aparecem no eixo das ordenadas. Modelo prismático em d) tem magnetização com intensidade de 0,2 A/m e inclinação de -70° . Campo Geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.	21

2.5	Atenuação com a altura de campos associados a fontes homogênea (prisma cinza) e heterogênea (prisma cinza mais prismas vermelhos). Campos calculados nas alturas de 0, 50, 100, 250 e 500 <i>m</i> acima do nível do solo. Em preto, campos da fonte homogênea; em vermelho, campos da fonte heterogênea: a) amplitude do sinal analítico (<i>A</i>); b) intensidade do campo anômalo (<i>T</i>); c) função geométrica (<i>G</i>). Modelo de fundo tem intensidade de magnetização de 0,2 A/m e inclinação de magnetização de -70° . Heterogeneidades magnéticas I, II e III têm respectivamente intensidade de magnetização (A/m) e inclinação de magnetização (graus) iguais a (0, 7, -33), (0, 8, 73) e (0, 9, 22). Campo Geomagnético com inclinação de -25° e declinação nula.	22
2.6	Sensibilidade da função <i>G</i> em relação à geometria da fonte. Caso I: sensibilidade com o relevo do topo. Caso II: sensibilidade com o relevo da base. Em azul, modelo de referência e função <i>G</i> correspondente. Em vermelho, modelo perturbado e função <i>G</i> correspondente. As variações do topo e da base são de 10 <i>m</i> . Inclinação do campo geomagnético, $-25, 65^\circ$; inclinação da magnetização, -12° ; intensidade de magnetização de 280 <i>mA/m</i>	23
2.7	Fluxograma de processamento para a obtenção da função <i>G</i> a partir da anomalia magnética: <i>F</i> denota a transformada de Fourier, $i = \sqrt{-1}$. Demais termos matemáticos são descritos no Anexo I.	24
2.8	Parte iterativa do procedimento de filtragem: gráfico do espectro de potência e escolha das frequências de corte.	25
2.9	Teste do algoritmo de filtragem: a) função <i>G</i> ; b) <i>A</i> ; c) <i>T</i> ; d) anomalia magnética. Campos filtrado (quadrados) e calculado (linha sólida vermelha). A anomalia magnética usada na filtragem foi corrompida com ruído aleatório de distribuição uniforme e amplitude de 0,3% o valor pico-a-pico da anomalia (continua na Figura 2.10).	26
2.10	Teste do algoritmo de filtragem: e) derivada vertical; f) derivada horizontal; g) componente vertical; h) componente horizontal. Campos filtrado (quadrados) e calculado (linha sólida vermelha). Modelo prismático em i) tem magnetização com intensidade de 0,7 A/m e inclinação de -70° . Campo Geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.	27
3.1	Ilustração assinalando os elementos geométricos do vetor de parâmetros desconhecidos.	39

3.2	Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Etapa 1: determinação da forma das fontes: a) função geométrica medida (círculo), ajustada (vermelho) e correspondente ao modelo inicial (tracejado azul); b) modelo verdadeiro de dois prismas (cinza), inicial (azul) e estimado (vermelho). Parâmetros de inversão: modelo com dois prismas, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 30$, $V_r = 0,3$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 701 mA/m e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dois prismas justapostos, intensidade da magnetização de 700 mA/m , inclinação da magnetização de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. . . .	40
3.3	Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Convergência do algoritmo CRS na Etapa 1 em duas buscas independentes (a e b). Em cada iteração, valores máximo (vermelho) e mínimo (azul) da função objetivo são assinalados. O algoritmo pára quando o valor máximo da função objetivo for menor que um limiar de ajuste (verde) pré-estabelecido (no caso, $V_r = 0,278$). . . .	41
3.4	Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Etapa 2 da inversão por etapas: a) Valores da amplitude do sinal analítico (A) medidos (círculos) e teóricos, assumindo modelo prismático obtido na Etapa 1, com magnetização de 1 A/m ; b) intensidade de magnetização obtida pela razão dos dois campos na figura superior. c) ajuste aos dados da amplitude do sinal analítico (A) utilizando intensidade de magnetização de 701 mA/m . Pontos menores que o valor de referência (azul) não foram considerados no cálculo da intensidade média.	42
3.5	Ilustração do procedimento de inversão por etapas: histograma das estimativas da intensidade da magnetização (cinza), valor médio das estimativas 701 mA/m , desvio padrão de $\pm 12,7 \text{ mA/m}$ e valor verdadeiro 700 mA/m . . .	43
3.6	Ilustração do procedimento de inversão por etapas. Etapa 3: determinação da inclinação da magnetização por busca direta (algoritmo de varredura): a) busca preliminar usando passo de 10° ; b) busca de detalhe usando passo de 1° ; c) anomalia magnética calculada usando inclinação de -70° (ponto mínimo da curva de varredura).	44

- 3.7 Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo com mergulho norte); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 60$, $V_r = 0,23$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $686 \pm 7 \text{ mA/m}$, inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por 10 prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 45
- 3.8 Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo convexo); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,25$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $751 \pm 9 \text{ mA/m}$ e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 46
- 3.9 Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo côncavo); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,25$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $751 \pm 8 \text{ mA/m}$ e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 47

- 3.10 Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo irregular); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,26$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $716 \pm 9 \text{ mA/m}$ e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 48
- 3.11 Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (teste sem implementação de vínculos): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$ prismas, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 60$, $V_r = 0,34$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $1185 \pm 47 \text{ mA/m}$ e inclinação de -68° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas justapostos, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação da magnetização de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 49
- 3.12 Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (com vínculos de proximidades relativa e absoluta - 900 m - para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,415$, $N = 60$, $V_r = 0,40$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $697 \pm 20 \text{ mA/m}$ e inclinação de -69° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 900 m para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. . . . 50

- 3.13 Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (implementação de vínculos de proximidades relativa e absoluta - 950 *m* - para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (*A*) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função *G* sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 *m* para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,2$, $N = 60$, $V_r = 0,45$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 607 ± 26 *mA/m* e inclinação de -68° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 950 *m* para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 *mA/m* e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 51
- 3.14 Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (vínculos inadequados para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (*A*) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função *G* sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 *m* para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$ prismas, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,15$, $N = 60$, $V_r = 0,57$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 1032 ± 56 *mA/m* e inclinação de -67° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 1050 *m* para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 *mA/m* e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula. 52
- 3.15 Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz central com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (*A*) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função *G* sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 *m* para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 90$, $V_r = 0,87$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 291 ± 41 *mA/m* e inclinação de -12° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 *mA/m* e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 53

- 3.16 Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz lateral com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 90$, $V_r = 0,7$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $285 \pm 13 \text{ mA/m}$ e inclinação de -13° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 54
- 3.17 Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz dupla com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 30 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,3$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $274 \pm 43 \text{ mA/m}$ e inclinação de -8° . Modelo verdadeiro composto por seis prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 55
- 3.18 Fontes parcialmente aflorantes: modelo de raiz dupla com afloramento em um ponto: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,26% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $N = 80$, $V_r = 0,7$; $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $288 \pm 32 \text{ mA/m}$ e inclinação de -10° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 56

- 3.19 Testes com modelos heterogêneos em baixas latitudes: magnetização com inclinação variável, parte azul $+12^\circ$, parte cinza -12° : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,0$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $262 \pm 36 \text{ mA/m}$ e inclinação de -6° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 57
- 3.20 Testes com modelos heterogêneos - magnetização com inclinação variável, parte azul $+50^\circ$ e parte cinza -50° : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,1$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $216 \pm 92 \text{ mA/m}$ e inclinação de -20° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 58
- 3.21 Testes com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, prismas em cinza com 280 mA/m e em azul (três prismas de Sul para Norte) 300, 700 e 140 mA/m : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,23% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,0$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $310 \pm 33 \text{ mA/m}$ e inclinação de -14° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas com inclinação da magnetização de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula. 59

3.22	Testes com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, parte azul 1200 mA/m e parte cinza 280 mA/m : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) A sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 25 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,1% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 84$, $V_r = 1,6$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $594 \pm 472 mA/m$ e inclinação de -17° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas com inclinação da magnetização de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.	60
3.23	Continuação do teste anterior, com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, com valores de 1200 e 280 mA/m . Ajuste parcial dos campos utilizando um patamar da intensidade: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) Amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) patamar de intensidade (em vermelho) utilizado para ajustar os campos.	61
4.1	Anomalia magnética de Rio Claro: a) erro associado a cada medida; b) por repetição de 5 leituras na vizinhança da estação.	68
4.2	Atenuação de campos em função da altura para a anomalia de Rio Claro. a) amplitude do sinal analítico; b) intensidade do campo anômalo, c) função geométrica. Alturas de continuação: $-75, -100, -125, -150, -175$ e $-200 m$. Eixo Z positivo apontando para baixo. Campos normalizados em relação ao valor máximo obtido na altura de 2 m (nível do levantamento). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação é de $-19,4^\circ$	69
4.3	Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro. Solução homogênea utilizando um modelo de vinte prismas (Solução I). a) anomalia magnética medida (círculo) e ajustada (linha), b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (linha), c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (linha). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação de $-19,4^\circ$; inclinação projetada de $-32,8^\circ$. Campos continuados até a altura de 150 m acima no nível de medida. Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 84$, $V_r = 1,1$. Parâmetros estimados para a magnetização: intensidade de 3,8 A/m e inclinação -21°	70

4.4	Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro. Solução homogênea com vínculo de proximidade relativa para a base (Solução II). a) anomalia magnética medida (círculo) e ajustada (linha), b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (linha), c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (linha). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação de $-19,4^\circ$; inclinação projetada de $-32,8^\circ$. Campos continuados até a altura de 150 m acima no nível de medida. Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0,001$, $N = 126$, $V_r = 1,13$. Parâmetros estimados para a magnetização: intensidade de $2,8\text{ A/m}$ e inclinação de -42°	71
4.5	Estimativas da intensidade da magnetização; a) Solução I; b) Solução II. . .	72
4.6	Inversão por etapas dos dados magnéticos de Rio Claro, (Solução III) utilizando um modelo de vinte prismas; a) anomalia magnética da área de estudo (círculo) e ajustada (traço contínuo); b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (traço contínuo); c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (traço contínuo). A inclinação do campo geomagnético é $-31,3^\circ$, a declinação do campo é de $-19,4^\circ$ e a inclinação projetada do campo é de $-32,8^\circ$; a continuação para cima foi de 125 m . Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 210$ e $V_r = 1,5$. Parâmetros estimados: intensidade da magnetização: $2, 4$ e 6 A/m ; inclinação de -44°	73
4.7	Estimativa de parâmetros da Solução III; a) ajuste da amplitude do sinal analítico, utilizando intensidades de $1, 2$ e 3 A/m ; b) fator de ajuste dos campos da Figura 4.6b.	74
4.8	Ajuste da anomalia magnética na busca da direção de magnetização (Solução III); a) estimativa grossa da inclinação da magnetização; b) estimativa fina da inclinação.	75
4.9	Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro (Solução IV) utilizando um modelo de vinte prismas: a) anomalia magnética da área de estudo (círculo) e ajustada (traço contínuo); b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (traço contínuo); c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (traço contínuo). A inclinação do campo geomagnético é de $-31,3^\circ$ e a declinação do campo de $-19,4^\circ$. A inclinação projetada do campo é de $-32,8^\circ$. Continuação para cima de 125 m . Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 210$ e $V_r = 1,2$. Parâmetros estimados: intensidades $1; 3,5; 4; 5,5$ e 6 A/m e inclinação de -43°	76
4.10	Aplicação dos dados reais (Solução IV); a) estimativas da intensidade da magnetização; b) ajuste da anomalia magnética na busca da direção de magnetização.	77

INTRODUÇÃO

A idéia básica na interpretação quantitativa de dados de campo potencial em geofísica (gravimetria e magnetometria) envolve a representação das fontes do substrato por um modelo geométrico, com propriedades físicas definidas ou a serem obtidas, cuja anomalia teórica seja compatível com a anomalia medida em superfície. A anomalia correspondente ao modelo deve ajustar a anomalia medida ou, pelo menos, representar algumas de suas feições mais expressivas. Além de propiciar o ajuste aos dados, o modelo geofísico deve ser fisicamente plausível e incorporar informações geológicas disponíveis.

A complexidade do modelo geofísico reflete tanto a tecnologia existente em um dado momento quanto a natureza dos problemas exploratórios do período. Na fase que precede à difusão dos computadores, os modelos eram constituídos por formas geométricas simples, tais como esferas, cilindros e prismas isolados (Nettleton, 1962; Grant e West, 1965). Em termos práticos esses modelos permitiam a interpretação com os recursos de cálculo então existentes (gráficos, em alguns casos) e forneciam informações exploratórias de valor, em uma época em que a exploração geofísica voltava-se à localização de fontes anômalas e à determinação da profundidade do topo. A difusão dos computadores nos anos 80 (Mohan, Anandababu e Rao, 1986) propiciam a incorporação de modelos mais complexos, em princípio capazes de delinear a geometria das fontes. Esse novo cenário representou um aumento na demanda de informação a ser extraída dos dados geofísicos, muitas vezes maior que a própria quantidade contida nos dados. O entendimento desse processo e conseqüente solução dos problemas originados que exigiram a incorporação de ferramentas matemáticas as quais compõem a disciplina da teoria de inversão. Uma revisão abrangente dos métodos de inversão desenvolvidos para a interpretação de campos potenciais é feita por Silva, Medeiros e Barbosa (2002).

O estágio inicial da interpretação quantitativa usando métodos de inversão envolve a formulação do problema inverso. Em termos de formulação, alguns métodos utilizam a formulação linear (Silva, Medeiros e Barbosa, 2001; Braile, Keller e Peeples, 1974; Vignerese, 1978; Medeiros e Silva, 1996; Bear, Al-Shukri e Rudman, 1995; Fedi e Rapolla, 1999) cujo substrato é representado por uma malha de celas homogêneas, de posição e tamanho conhecidos, mas com contraste de propriedade física desconhecido. A inversão de dados consiste, então, em determinar a propriedade física em cada cela e, com isto, delinear a geometria da fonte verdadeira. Outros métodos utilizam a formulação não-linear (silva1983,silva1984) na qual as fontes são representadas por prismas justapostos, com contraste de propriedade física conhecido, mas com topo e base a serem determinados. Na interpretação de anomalias

magnéticas, as duas formulações assumem que a direção de magnetização é conhecida. Esta premissa pode ser bastante restritiva pois raramente esse parâmetro é conhecido, especialmente quando se consideram fontes profundas não amostradas.

O desconhecimento da direção de magnetização tem sido parcialmente contornado com a aplicação de métodos baseados na teoria do sinal analítico. Para fontes bidimensionais (2-D), Nabighian (1972) demonstrou que a amplitude do sinal analítico independe da componente de medida e da direção de magnetização. Foi demonstrado para o modelo de contato que a amplitude do sinal analítico é uma função com forma de sino centrada sobre o contato e que seu gradiente fornece informações a respeito da profundidade do topo. Relações matemáticas simples permitem estimar a profundidade e a posição do contato.

Para dados em mapa, a intensidade do gradiente da anomalia (equivalente à amplitude do sinal analítico) e a intensidade do campo magnético anômalo (outra grandeza invariante com a direção de magnetização para fontes bi-dimensionais) têm fraca dependência em relação à direção de magnetização. Shearer (2005) inverte esses campos para anomalias com indícios de forte magnetização remanescente para recuperar a intensidade de magnetização, sem premissas a respeito da direção de magnetização. Em tal formulação, o substrato é representado por cubos elementares com propriedade física constante, mas desconhecida. A inversão de campos semi-invariantes determina o valor da propriedade física e permite delinear a geometria da fonte. Shearer (2005) observa que a inversão da intensidade do campo produz melhores resultados que a inversão do gradiente total (amplitude do sinal analítico).

A utilização de grandezas invariantes com respeito a atributos específicos da fonte pode definir um campo promissor nas áreas de gravimetria e magnetometria. Para campos gravimétricos, Mendonça (2004b) desenvolve um procedimento de inversão que explora a invariância da inclinação do campo gravimétrico com o contraste de densidade, para campos causados por fontes homogêneas. Nessa abordagem, o campo invariante (inclinação) é inicialmente invertido para definir os parâmetros geométricos da fonte. Uma vez determinada, a geometria da fonte é mantida fixa no processo de ajuste da anomalia gravimétrica para determinar o contraste de densidade. Isto define um procedimento de inversão por etapas (no caso duas) o qual, no desenvolvimento desta tese, será explorado no sentido de viabilizar a inversão de campos magnéticos.

Por se desconhecer a direção de magnetização muitas vezes faz com que o intérprete assuma uma direção de magnetização paralela ao campo geomagnético. Implicitamente assume-se que a magnetização seja do tipo induzido ou que, em caso de remanescência, que seja do tipo viscosa (coincidente com a direção do campo externo no local). Tal premissa é válida no caso de anomalias magnéticas que exibam “padrão normal”, tendo em vista a latitude considerada e a componente de medida. O “padrão normal” pode ser inferido usando modelos de esferas ou prismas com magnetização paralela ao campo geomagnético. A premissa de magnetização induzida torna-se inadequada no caso de anomalias com polaridade

reversa àquela do “padrão normal” ou com marcante assimetria entre os lobos negativo e positivo (também tendo como referência a assimetria esperada no caso “normal”). A assimetria da anomalia, entretanto, pode ser condicionada pela forma e mergulho das fontes, abrindo assim um campo de ambigüidade que pode dificultar a interpretação nessa linha de raciocínio.

Além de direção de magnetização conhecida, outro ponto a ser considerado na interpretação de anomalias magnéticas é a premissa de magnetização uniforme, assumida pela maioria dos métodos existentes. Para corpos magmáticos, a hipótese de uniformidade pode ser severamente questionada tendo como base as simulações numéricas de Arkani-Hamed e Celetti (1989). Essas simulações mostraram que padrões bastante complexos de magnetização podem ser produzidos no resfriamento de magmas de composição homogênea, submetidos a diferentes taxas de resfriamento e número de reversões geomagnéticas. Isto acontece, pois a magnetização da rocha forma-se gradualmente a medida que o campo de temperatura atinge a temperatura de bloqueio dos minerais magnéticos ($580^{\circ}C$, no caso da magnetita). Um resfriamento rápido em um período sem reversão magnética gera uma rocha fortemente magnética, pois seus domínios magnéticos ficam alinhados. Ao contrário, um resfriamento lento em um período de reversões frequentes gera corpos fracamente magnéticos devido ao cancelamento parcial de domínios com magnetização oposta. Por resfriarem mais rapidamente, corpos pequenos e rasos ficam mais magnéticos; corpos grandes e profundos, que podem levar milhões de anos para alcançar a temperatura de bloqueio, sofrem mais o efeito do cancelamento da magnetização e apresentam padrões mais irregulares de magnetização. Mesmo para magmas homogêneos não há garantia, portanto, que a magnetização da rocha seja homogênea.

Certamente, a premissa de magnetização uniforme pode ser bastante questionável para corpos ígneos intrusivos. Apesar disso, não há procedimentos bem definidos capazes de verificar se a hipótese de magnetização uniforme é verdadeira. Técnicas baseadas na amplitude do sinal analítico, por exemplo, dispensam o conhecimento da direção da magnetização mas não fornecem elementos para verificar se a premissa de uniformidade é aplicável.

O presente estudo explora a noção de invariância seletiva de campos magnéticos em relação a parâmetros da fonte para delinear um procedimento de inversão por etapas no qual se determina, em cadeia, a geometria da fonte, sua intensidade de magnetização e a inclinação da magnetização. Além de recuperar a geometria e a magnetização de fontes homogêneas 2-D, essa técnica permite, em alguns casos, verificar se as fontes magnéticas são homogêneas.

Em termos de organização, o *Capítulo I* faz uma revisão das principais transformações lineares e não lineares aplicadas na interpretação de dados magnéticos. O *Capítulo II* apresenta as transformações desenvolvidas neste estudo e realiza experimentos numéricos visando ilustrar algumas de suas propriedades. O *Capítulo III* apresenta o procedimento de inversão

por etapas aqui desenvolvido e experimentos numéricos para verificar suas potencialidades e características. Finalmente, o *Capítulo IV* aplica o procedimento de inversão por etapas na interpretação de uma anomalia magnética associada a rochas básicas intrusivas da Bacia do Paraná.

CAPÍTULO 1

Transformações de anomalias magnéticas

Dados magnéticos na forma de mapas e perfis são normalmente submetidos a transformações lineares (TLs) e não-lineares (TNLs) com o intuito de realçar aspectos do campo anômalo (Blakely, 1995). Busca-se nesse processo identificar a continuidade de fontes, discriminar fontes interferentes, distinguir fontes rasas de fontes profundas e, mais importante, posicionar campos transformados sobre as fontes magnéticas do substrato. A distinção entre TLs e TNLs é importante tanto no que diz respeito aos procedimentos de cálculo quanto às implicações para a interpretação de dados. Como as TNLs mais usadas envolvem produtos obtidos com TLs, apresentamos neste capítulo um resumo sobre as TLs mais usadas em magnetometria. Na implementação das TLs optamos pela formulação que usa a transformada de Fourier, pois tal abordagem é mais efetiva em operações que envolvam a mudança da componente de medida. Nestas operações de mudança de componente, o processamento usando a camada equivalente (Dampney, 1969; Silva, 1986; Mendonça e Silva, 1994) só fica efetivo quando as fontes da camada assumem direção de magnetização coincidente com a verdadeira a qual, na prática, é desconhecida.

1.1 Transformações lineares

Papoulis (1962) define uma transformação linear em associação com sistemas que apresentam entrada e saída reconhecíveis e com as seguintes propriedades: i) o sistema não se gera espontaneamente; ii) a relação de entrada e saída é invariante no tempo e iii) o princípio da superposição linear é obedecido. Matematicamente, denominando-se funções $f_1(t)$ e $f_2(t)$, e constantes reais arbitrárias a_1 e a_2 , uma transformação linear \mathcal{L} é tal que

$$\mathcal{L}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} \equiv a_1 \mathcal{L}\{f_1(t)\} + a_2 \mathcal{L}\{f_2(t)\}. \quad (1.1)$$

Em não se obedecendo a identidade (1.1), a transformação \mathcal{L} é denominada não-linear (TNL).

Nos métodos potenciais da geofísica, as TLs resultam da aplicação de filtros desenvolvidos com base nas propriedades da transformada de Fourier e dos campos potenciais no domínio de Fourier, discutidas a seguir.

1.1.1 Transformada de Fourier

Dada uma função aperiódica $f(x)$, sua transformada de Fourier (TF) é definida (Blakely, 1995) por:

$$F(K) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-iKx} dx, \quad (1.2)$$

sendo K o número de onda. A integral deve existir para cada valor do número de onda K para que a equação (1.2) possa definir a transformada de Fourier de $f(x)$. As funções $f(x)$ e $F(K)$ formam um par de transformadas (Brigham, 1974), a primeira pertencente ao domínio do espaço e a segunda ao domínio de número de onda ou domínio de Fourier. A transformada de Fourier inversa (TFI) é dada por

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(K)e^{iKx} dK. \quad (1.3)$$

1.1.2 Campos potenciais no domínio de Fourier

Para pontos fora das fontes, os campos potenciais podem ser expressos a partir de uma distribuição superficial em uma camada equivalente (Grant e West, 1965; Blakely, 1995). Para campos magnéticos, a propriedade física é uma distribuição superficial de magnetização e, para campos gravimétricos, uma distribuição superficial de massa (ou densidade superficial). No domínio de Fourier a representação matemática dos campos potenciais em função de uma camada equivalente é substancialmente simplificada (Gunn, 1975).

Definindo $\mathcal{F}\{T_m^t(x, z)\}$ como sendo a TF da anomalia magnética de campo total, temos que

$$\mathcal{F}\{T_m^t(x, z)\} = 2\pi(iLk_x + NK)(ilk_x + nK)e^{K(z-h)} \frac{1}{K} m_s(k_x, h), \quad (1.4)$$

sendo k_x o número de onda para a direção x do perfil de medida e $m_s(k_x, h)$, a TF da distribuição de magnetização superficial na camada equivalente situada na profundidade h . Neste caso, assume-se que a anomalia foi medida em um nível de altura $z = 0$. O termo $K \equiv |k_x|$ define o operador de derivada vertical, pois para campos harmônicos 2-D, com variação nas direções x (ao longo do perfil) e z (vertical) são acopladas. Ainda na equação (1.4), o sobrescrito t indica a componente de medida e o subscrito m a direção de magnetização, assumida constante dentro do volume das fontes magnéticas (Símbolos matemáticos são apresentados na Tabela I.1, Anexo I).

O termo $iLk_x + NK$ expressa a primeira derivada direcional ao longo da componente de medida, definida pelos cossenos diretores (L, N). Para medições realizadas com magnetômetros de precessão de prótons ou de bombeamento ótico (Telford, Geldart e Sheriff,

1990), essa componente coincide, dentro de uma aproximação aceitável (Blakely, 1995), com a direção do campo geomagnético no local de medida.

O termo $ilk_x + nK$ expressa a primeira derivada direcional ao longo da direção de magnetização do corpo, definida pelos cossenos diretores (l, n) . Como de um modo geral a direção de magnetização é desconhecida, muitos métodos de interpretação assumem $(L, N) = (l, n)$, implicitamente assumindo magnetização predominantemente do tipo induzido ou com magnetização remanescente coincidente com a direção do campo indutor externo (magnetização viscosa).

Para corpos 2-D, a inclinação efetiva do campo é calculada utilizando as componentes projetadas em um plano normal ao corpo (Blakely, 1995):

$$I = \text{atan} \left[\frac{\tan(f_i)}{\cos(f_d - \theta)} \right], \quad (1.5)$$

sendo f_i a inclinação do campo geomagnético, f_d a declinação do campo e θ o azimute do perfil em relação à direção x . Utilizando a equação (1.5), os cossenos diretores são calculados como:

$$\begin{aligned} L &= \cos I \\ N &= \sin I. \end{aligned} \quad (1.6)$$

A equação (1.4) mostra que a obtenção de uma anomalia a partir da camada equivalente configura uma transformação linear, pois para uma distribuição $m_s = \alpha m_1 + \beta m_2$, o campo associado será a soma dos campos provenientes das distribuições αm_1 e βm_2 . Isto acontece pois os operadores de derivação e integração que atuam sobre m_s são lineares.

1.1.3 Filtragem de campos potenciais

No domínio de Fourier, uma TL pode genericamente ser expressa como:

$$\mathcal{F}\{C\} = F(k_x, p) \mathcal{F}\{T_m^t\}, \quad (1.7)$$

sendo $\mathcal{F}\{C\}$ a TF do campo filtrado C e $F(k_x, p)$ o filtro associado a esta transformação. O filtro depende do número de onda k_x e, em alguns casos, de parâmetros $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$. O número n e os parâmetros em \bar{p} dependem da TL a ser aplicada. Por exemplo, para a TL associada à operação da primeira derivada horizontal o filtro correspondente, $F_x(k_x)$, é tal que:

$$F_x(k_x) = ik_x \quad (1.8)$$

seja um resultado imediato das propriedades da TF para a derivada de uma função. Para a primeira derivada vertical temos o filtro $F_z(k_x)$ tal que:

$$F_z(k_x) = |k_x|. \quad (1.9)$$

Tanto nas equações (1.8) e (1.9) as transformações não exigem parâmetros adicionais e, por isso, os elementos (p_1, p_2, \dots, p_n) não aparecem nas fórmulas.

De um modo geral, a expressão para o filtro $F(k_x, \bar{p})$ pode ser obtida trabalhando com as formas explícitas dos campos medido e transformado no domínio de Fourier. O campo medido é dado pela equação (1.4), mas o campo transformado assume forma ligeiramente modificada. A expressão do filtro é obtida dividindo a expressão do campo transformado pela expressão do campo medido, conforme ilustra as seções seguintes.

1.1.4 Continuação de campos

A continuação de campos é um processo matemático que permite inferir como seria um campo potencial em uma altura diferente daquela na qual foi medido. O cálculo em um nível inferior ao de medida configura a continuação para baixo e o cálculo em um nível superior define a continuação para cima (Duarte, 2003). A continuação para cima atenua as anomalias causadas por fontes rasas, indiretamente auxiliando a análise das fontes mais profundas, de interesse nos estudos de geologia regional. A continuação de anomalias também pode ser usada na integração de dados obtidos em diferentes alturas visando produzir uma base de dados unificada.

Para obter a expressão do filtro de continuação, será considerada uma altura $z = H$, na qual a TF da anomalia magnética é expressa por:

$$\mathcal{F}\{T_m^t\}(x, z) = 2\pi(iLk_x + NK)(ilk_x + nK)e^{K(H-h)}\frac{1}{K}m_s(k_x, h). \quad (1.10)$$

Dividindo a equação (1.10) pela (1.4) obtém-se o filtro de continuação, $F_c(k_x)$, tal que:

$$F_c(k_x) = e^{(H-z)|k_x|}. \quad (1.11)$$

A altura de continuação H constitui um parâmetro requerido pelo filtro. O filtro de continuação não tem componente imaginária, conseqüentemente não produz mudança de fase no campo continuado.

Na continuação para cima, o termo exponencial na equação (1.11) é negativo e a operação de filtragem atenua as componentes de alta freqüência no sinal, o que corresponde a diminuir o efeito das fontes rasas. Na continuação para baixo, o termo exponencial em (1.11) é positivo e a operação de filtragem acarreta o realce (amplificação) do conteúdo de alta freqüência no sinal. Isso corresponde a realçar os campos associados a fontes mais rasas embora tenha o efeito deletério de amplificar ruídos existentes nos dados. A continuação para baixo configura, então, uma operação instável.

Blakely (1995) discute um caso no qual a continuação para cima permite atenuar o efeito de rochas vulcânicas superficiais e, com isso, caracterizar as rochas plutônicas subjacentes. Esta operação também é empregada para determinar anomalias magnéticas lineares

(Kontis, 1971), para estimar a espessura de formações vulcânicas e mapear estruturas 2-D no assoalho oceânico (Parker e Klitgord, 1972). Para campos medidos em satélites, a continuação para baixo permite sua integração com dados obtidos em levantamentos marítimos e aerotransportados (Ravat, Whaler, Pilkington, Sabaca e Purucker, 2002), o que melhora a cobertura dos mapas e permite estudos de geologia regional.

1.1.5 Mudança de componentes

Embora o campo magnético seja um campo de natureza vetorial, os magnetômetros utilizados em levantamentos geofísicos medem apenas uma das componentes desse campo. Os magnetômetros mais usados fornecem, dentro de uma aproximação razoável (Blakely, 1995), a componente de campo total, que é a componente na direção do campo existente no local de medida. Muitas vezes, entretanto, é conveniente analisar outras componentes do campo anômalo, principalmente as componentes horizontal, T_m^x , e vertical, T_m^z , de tal campo. A TF da componente x pode ser obtida substituindo os cossenos diretores (L, N) da equação (1.4) por $(1, 0)$ resultando

$$T_m^x(k_x, z) = 2\pi(ik_x)(ilk_x + n|K|)e^{-|K|(h+H)} \frac{1}{|K|} m_s(k_x). \quad (1.12)$$

O filtro que produz a componente horizontal, $F_h(k_x)$, é portanto:

$$F_h(k_x) = \frac{ik_x}{iLk_x + NK}. \quad (1.13)$$

Procedendo de forma semelhante para a obtenção da componente vertical, substituindo (L, N) por $(0, 1)$, obtem-se o filtro $F_v(k_x)$ tal que:

$$F_v(k_x) = \frac{K}{iLk_x + NK}. \quad (1.14)$$

1.1.6 Redução ao pólo

Quando a magnetização e o campo geomagnético não são verticais, uma distribuição simétrica de magnetização (por exemplo, uma esfera) produz uma anomalia magnética assimétrica. O filtro de redução ao pólo objetiva remover tal assimetria, produzindo a anomalia que se obteria caso a fonte magnética tivesse magnetização vertical e estivesse localizada em um dos pólos magnético. A TF de uma anomalia magnética no pólo, T_z^z , com o subscrito z indicando fontes com magnetização vertical, é obtida a partir da equação (1.4), fazendo os cossenos diretores (L, N) e (l, n) iguais a $(0, 1)$, o que fornece:

$$T_z^z(k_x, z) = 2\pi|K|^2 e^{-|K|(h+H)} \frac{1}{|K|} m_s(k_x). \quad (1.15)$$

O filtro de redução ao pólo, $F_{rp}(k_x, l, m)$ é, portanto, tal que:

$$F_{rp}(k_x, l, m) = \frac{|k_x|^2}{(Nn + Ll)k_x + i(Ln + Nl)|k_x|}. \quad (1.16)$$

O filtro de redução ao pólo assume que a direção de magnetização seja conhecida já que os cosenos diretores (l, m) que definem essa direção entram como parâmetros do filtro. Em baixas latitudes e dados em mapa, o filtro de redução ao pólo torna-se instável, pois o denominador da equação (1.16) assume valores muito pequenos. Nessas condições, o filtro de redução ao pólo impõe uma amplificação muito intensa e direcionalmente seletiva no espectro, que amplifica os ruídos contidos nos dados e gera distorções nos produtos filtrados. Estas distorções são percebidas por feições alongadas, coincidentes com a direção do campo geomagnético local.

Para regiões no equador magnético, o denominador do filtro de redução ao pólo assume valores nulos, tornando-o indefinido. Várias técnicas foram propostas visando contornar o problema de redução ao pólo em baixas latitudes, tanto no domínio do espaço (Silva, 1986) quanto no domínio de Fourier (Hansen e Pawlowski, 1989; Mendonça e Silva, 1993; Keating e Zerbo, 1996; Li e Oldenburg, 2001).

1.2 Transformações não lineares

1.2.1 Sinal analítico: Definição

Dado um sinal geofísico qualquer, a amplitude do sinal analítico, A , pode ser considerada como sendo o envelope de energia desse sinal. No domínio do espaço, a expressão da função do sinal analítico 2-D, $A(x)$ de uma anomalia de campo total, T_m^t , (Nabighian, 1972; Nabighian, 1984; Roest, Verhoef e Pilkington, 1992) é definida como:

$$A(x) = \frac{\partial T_m^t}{\partial x} - i \frac{\partial T_m^t}{\partial z}. \quad (1.17)$$

Sua amplitude é, portanto, dada por $|A(x)| \equiv A$

$$A = \sqrt{\left(\frac{\partial T_m^t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_m^t}{\partial z}\right)^2}. \quad (1.18)$$

A interpretação de mapas magnetométricos requer processamento de dados no sentido de facilitar a delimitação das rochas magnéticas do substrato. Na magnetometria, a aplicação de transformações não lineares (TNLs) teve início nos anos 70 (Nabighian, 1972; Nabighian, 1974), com a utilização da amplitude do sinal analítico (A). Para fontes 2-D, a amplitude do sinal analítico independe da direção de magnetização, permitindo a determinação de parâmetros relacionados à geometria das fontes, mesmo desconhecendo tal propriedade física.

Uma característica importante é que a amplitude do sinal analítico A é uma função simétrica com forma de sino localizada diretamente sobre o limite da estrutura e tem pólos simples em cada vértice que define uma forma poligonal. Assim, cada vértice contribui com uma componente simétrica à curva da amplitude total do sinal analítico. Quanto mais profundo o vértice, mais suave será a curva de amplitude. Debeglia e Corpel (1997) obtêm expressões de A para o modelo de dique. Neste caso, A é uma função simétrica centrada sobre o eixo do dique e seu decaimento depende da largura e da profundidade.

O conceito de sinal analítico foi estendido para fontes 3-D (Nabighian, 1984) e depois incorporado como procedimento rotineiro na apresentação de campos magnéticos em mapas (Roest, Verhoef e Pilkington, 1992; Blakely, 1995). Nessas aplicações, o mapa da amplitude do sinal analítico permite o posicionamento de campos sobre as fontes, auxiliando a interpretação geológica (Tuma e Mendonça, 2004). Hsu, Sibuet e Shyu (1996) amplia o conceito do sinal analítico para campos em mapa ao definir o sinal analítico de ordem n , mais efetivo em discriminar fontes adjacentes e campos interferentes associados.

Stavrev e Gerovska (2000) desenvolveram TNLs com o propósito de obter campos mais centrados sobre as fontes. Em um aspecto mais geral, Stavrev e Gerovska (2000), Tuma e Mendonça (2004) mostram que o sinal analítico não é a única transformação invariante em relação à orientação do vetor de magnetização e sugerem que algumas transformações possam ser mais efetivas.

1.2.2 Transformações de Stavrev & Gerovska

Stavrev e Gerovska (2000) propuseram TNLs buscando obter grandezas com menor sensibilidade em relação à direção de magnetização da fonte. Essas transformações são genericamente denominadas T , R , L , E e Q , sendo que apenas a transformação T tem um significado físico específico. Tal como definida, esta transformação expressa o módulo do campo vetorial anômalo, $T \equiv |\vec{T}(x)|$, e na notação adotada nesta tese é tal que:

$$T = \sqrt{(T_m^x)^2 + (T_m^z)^2}, \quad (1.19)$$

sendo T_m^x e T_m^z as componentes do campo vetorial anômalo

$$\vec{T} = T_m^x \hat{e}_x + T_m^z \hat{e}_z. \quad (1.20)$$

As demais transformações não têm significado físico muito claro e decorrem de relações matemáticas altamente não-lineares. A transformação $R \equiv |\vec{R}(x)|$, por exemplo, é tal que:

$$R = \frac{|T_m^x \nabla T_m^x + T_m^z \nabla T_m^z|}{T}, \quad (1.21)$$

sendo ∇T_m^x e ∇T_m^z os gradientes das componentes T_m^x e T_m^z . Pode-se verificar que $R = |\nabla T_m|$. A transformação $L \equiv |\vec{L}(x)|$ expressa o laplaciano de T_m , $L \equiv \nabla^2 T_m$, e é tal que:

$$L = \frac{|\nabla T_m^x|^2 + |\nabla T_m^z|^2 - |\nabla T_m|^2}{T} \quad (1.22)$$

A transformação $E \equiv |\vec{E}(x)|$ é tal que:

$$E = \sqrt{\frac{|\nabla T_m^x|^2 + |\nabla T_m^z|^2}{2}} \quad (1.23)$$

e a transformação $Q \equiv |\vec{Q}(x)|$ tal que

$$Q = \sqrt{|\nabla T_m^x|^2 + |\nabla T_m^z|^2 - |\nabla T_m|^2}. \quad (1.24)$$

Testes com modelos sintéticos (Stavrev e Gerovska, 2000; Tuma e Mendonça, 2003) mostram que, em geral, as transformações L , Q e E apresentam melhor centralização dos campos sobre as fontes e menor dependência com a direção de magnetização; se comparadas com a amplitude do sinal analítico (A), a maioria das transformações propostas fornecem melhores resultados.

CAPÍTULO 2

Função geométrica

Este capítulo define a função geométrica, G , e apresenta os procedimentos para se obter esta função a partir de modelos prismáticos e por processamento de dados de campo. Diversas propriedades da função geométrica são ilustradas usando modelos representando feições ígneas intrusivas. Em geral, os testes mostram a invariância da função G em relação ao vetor de magnetização (intensidade e inclinação e declinação), sua sensibilidade em relação à geometria da fonte e à atenuação com a altura. Algumas das propriedades da função geométrica discutidas neste capítulo serão exploradas mais tarde no capítulo de inversão.

2.1 Definição

A função geométrica, G , é definida pela razão da amplitude do sinal analítico, A , pelo módulo do campo vetorial anômalo, T :

$$G = \frac{A}{T}. \quad (2.1)$$

As equações (1.18) e (1.19) dão as expressões matemáticas para as grandezas A e T . Como A e T são independentes em relação à direção da magnetização (Mendonça, 2004a; Nabighian, 1972), a razão entre essas grandezas também mostrará invariância, pois, para fontes homogêneas, o contraste de magnetização aparece multiplicando tanto A quanto T , sendo portanto cancelado no cálculo de G . Além de invariante com a direção de magnetização, a função G independe também da intensidade de magnetização. Vale lembrar as premissas que permeiam esta afirmativa: as fontes são alongadas (2-D) e apresentam magnetização uniforme. Sendo invariante com os parâmetros de magnetização (intensidade e inclinação), a função G depende apenas da geometria das fontes, daí a origem de sua denominação.

2.2 Cálculo da função geométrica

Para calcular G , é necessário calcular inicialmente as grandezas A e T para, em seguida, calcular a equação (2.1). Para calcular A temos que calcular as derivadas $\partial T_m^t / \partial x$ e $\partial T_m^t / \partial z$ da anomalia de campo total T_m^t . Para calcular T , é necessário calcular as componentes T_m^x e T_m^z do campo vetorial anômalo.

O cálculo de componentes e derivadas do campo magnético segue procedimentos bem estabelecidos na teoria dos campos potenciais. Inicialmente, são definidos o modelo para as fontes do substrato e a posição dos pontos de observação. Fontes mais complexas são representadas pela justaposição de prismas, cada um com profundidade do topo e espessura definidas de forma a representar estruturas geológicas de interesse. A partir dos modelos, as componentes e derivadas são calculadas e somadas para ver o efeito combinado das fontes, pois as grandezas mantêm dependência não linear em relação às fontes.

Usando fórmulas obtidas por Plouff (1976), mostradas no Apêndice A, uma anomalia magnética 2-D, correspondente a um prisma de topo e base planos e arestas verticais, é dada por:

$$T_m^t(x, z) = M \left[(lN + nL) \ln(x^2 + z^2) + 2(nN - lL) \tan^{-1} \left(\frac{x}{z} \right) \right], \quad (2.2)$$

sendo M a intensidade da magnetização; (L, N) os cossenos diretores do campo geomagnético e (l, n) os cossenos diretores da magnetização. A derivada da equação (2.2) em relação à posição de medida x é dada por:

$$\frac{\partial T_m^t(x, z)}{\partial x} = 2M \left[(lN + nL) \frac{x}{x^2 + z^2} + (nN - lL) \frac{z}{x^2 + z^2} \right], \quad (2.3)$$

e a derivada em relação à altura z é dada por:

$$\frac{\partial T_m^t(x, z)}{\partial z} = 2M \left[(lN + nL) \frac{z}{x^2 + z^2} - (nN - lL) \frac{x}{x^2 + z^2} \right]. \quad (2.4)$$

A equação (2.2) permite calcular as componentes T_m^x e T_m^z do campo vetorial anômalo fazendo a atribuição adequada para os cossenos (L, N) . Por exemplo, para calcular T_m^x atribuímos valores nulos para a inclinação e a declinação do campo. Para calcular T_m^z , os valores são, respectivamente, noventa e zero graus. Portanto, no primeiro caso $(L, N) = (1, 0)$ e, no segundo, $(L, N) = (0, 1)$.

2.3 Função geométrica para modelos uniformes

As Figuras 2.1, 2.2 e 2.3 ilustram a invariância de G em relação à direção e intensidade de magnetização para três modelos distintos representando feições ígneas do tipo soleira, lacólito e lapólito. Para todos os modelos, a inclinação do campo geomagnético foi considerada igual a -30° e a intensidade de magnetização das fontes, igual a $0,2 A/m$.

O modelos do Caso I mostram a invariância da função geométrica em relação à direção de magnetização. Na realização desse teste, a inclinação da magnetização variou de -60° a 0° (horizontal) com passo de 15° e, para cada ângulo, foram calculados os campos considerados. Conforme mostram as Figuras 2.1, 2.2 e 2.3, a anomalia magnética varia bastante com a direção de magnetização, ao contrário dos campos A , T e G os quais permanecem contantes.

Os modelos do Caso II mostram a dependência dos campos com intensidade de magnetização. Neste caso, a inclinação da magnetização foi fixada em -30° e a intensidade de magnetização variou de 150 mA/m a 300 mA/m , ao passo de 50 mA/m . Conforme mostram as Figuras 2.1, 2.2 e 2.3, tanto a anomalia magnética quanto A e T variam expressivamente com a intensidade da magnetização. A função G , ao contrário, permanece invariante também em relação a este parâmetro.

Comparando a função geométrica para os diferentes modelos das Figuras 2.1, 2.2 e 2.3, observa-se que, para cada modelo, a função G é bastante diferente. Esse é um fator a ser realçado, pois sugere que a função geométrica tem a capacidade de discriminar modelos.

2.4 Variação de G com altura

Em diversos procedimentos de inversão, a continuação para cima, até uma altura comparável ao tamanho das celas usadas na discretização do substrato, tem sido recomendada, visando a supressão de ruídos e feições de alta frequência presentes nos dados (Li e Oldenburg, 1996). É portanto relevante investigar como a função G varia com a altura, pois este será um procedimento utilizado na interpretação dos dados reais.

Para verificar a atenuação de G com a altura, utilizamos um modelo homogêneo composto por três prismas justapostos (Figura 2.4), a partir do qual foram calculados os campos A , T e G nas alturas de 0, 50, 100, 250 e 500 m . Para efeito de comparação, os campos foram normalizados pelo valor máximo do respectivo campo ao nível do solo.

Conforme a Figura 2.4, todas as grandezas mostram atenuação com a altura. Proporcionalmente, entretanto, a função G apresenta uma menor atenuação. Se compararmos a curva para a altura de 500 m , vemos que a função G tem o máximo de 0,5 e T um valor de aproximadamente 0.4. Para a mesma altura, a amplitude do sinal analítico mostra a maior atenuação pois assume um valor próximo a 0,2. A função G tem, portanto, a menor taxa de atenuação com a altura em relação aos campos A e T .

Para um campo dipolar, por exemplo, T decai com o inverso do cubo da distância e A com o inverso de sua quarta potência. Como a função G envolve a razão dos dois campos, a atenuação deve ser proporcional ao inverso da distância.

2.5 Atenuação de ruídos geológicos

Ruído geológico é um termo informal, usado na geofísica aplicada, para indicar a presença de fontes interferentes não plenamente descritas pelo modelo usado na representação das fontes. Modelos nesta condição não viabilizam o ajuste de todas as feições existentes nos dados e

o resíduo resultante, além de incorporar a parte aleatória presente nos dados, incorpora também a parte que não pode ser modelada pela deficiência do modelo.

Para simular uma situação de ruído geológico, foram adicionadas heterogeneidades magnéticas em cada um dos prismas do modelo mostrado na seção (2.4). A Figura 2.5 mostra os campos A , T e G para modelos compostos por fontes homogêneas e heterogêneas. O modelo heterogêneo é constituído por dois prismas sobrepostos ao fundo homogêneo, representado pelas fontes na seção (2.4).

Conforme mostra a Figura 2.5, a partir da altura de 250 m , os campos correspondentes aos dois modelos são praticamente coincidentes, mostrando que a continuação para cima tem o efeito seletivo de cancelar a interferência de heterogeneidades rasas ou localizadas. Tal atenuação seletiva pode não ocorrer caso considerassemos heterogeneidades com tamanho equivalente às fontes de fundo. Na prática, é de se esperar que uma fonte não demasiadamente heterogênea possa ter uma resposta similar a uma fonte homogênea à medida que o observador se afasta da fonte.

2.6 Sensibilidade da função geométrica

Dois testes foram realizados para determinar a sensibilidade da função G em relação à geometria da fonte. Os resultados são apresentados na Figura 2.6 para dois modelos considerados. O Caso I ilustra a sensibilidade de G com respeito à variação do relevo que define o topo das fontes. Como mostra a figura, variações da ordem de 20% na profundidade do topo causam variações expressivas em G , de cerca de 40% do valor original. Maiores variações são observadas na parte na qual a fonte é mais rasa. Neste caso, o deslocamento da fonte é acompanhado pelo correspondente deslocamento da curva de G , indicando maior sensibilidade em relação à posição da fonte.

O Caso II mostra que a variação de G em relação aos parâmetros da base é significativamente menor. Sua baixa sensibilidade em relação à topografia da base sugere uma maior dificuldade em definir essa superfície no processo de inversão. O contrário deve acontecer para a topografia do topo, já que a sensibilidade em relação a essa feição é bem maior.

2.7 Função geométrica para dados reais

Tal como definida neste capítulo, a função geométrica não é uma grandeza diretamente medida em campo. Como é bem sabido (Blakely, 1995), os levantamentos modernos medem (dentro de uma aproximação razoável para anomalias de baixa amplitude em relação ao campo ambiente) a componente de campo total, T_m^t , do campo vetorial anômalo, T_m . Na presente notação, o subscrito m indica a direção da magnetização das fontes.

O passo inicial na determinação de G consiste em calcular as derivadas $\partial T_m^t / \partial x$ e $\partial T_m^t / \partial z$ e as componentes T_m^x e T_m^z do campo T_m . Uma vez calculadas, as derivadas são utilizadas para calcular a amplitude A e as componentes do campo para calcular a intensidade T , necessárias no cálculo de G .

A Figura 2.7 mostra o diagrama de fluxo para o algoritmo de processamento desenvolvido para obter a função geométrica a partir dos dados de campo. Os dados são processados segundo as seguintes operações:

- extensão da janela dos dados para evitar o efeito de borda
- transformada de Fourier e obtenção do espectro da anomalia
- aplicação de filtros de derivação
- aplicação de filtro de mudança de componentes;
- transformada inversa de Fourier
- operações algébricas para o cálculo de A e T
- operações algébricas para o cálculo de G .

2.8 Experimento numérico

Para testar o algoritmo de processamento da Figura 2.7 foram realizadas simulações utilizando modelos simples e complexos, anomalias com e sem ruídos, bem como anomalias truncadas. Basicamente, os testes consistiram em comparar a função geométrica obtida a partir do processamento da anomalia magnética com os valores calculados diretamente a partir do modelo prismático. A Figura 2.8 mostra uma das etapas do processo iterativo que envolve a visualização do espectro de potência da anomalia magnética e definição das frequências de corte do filtro passa-baixas.

As Figuras 2.9 e 2.10 apresentam os valores obtidos por filtragem e os valores calculados a partir do modelo prismático. De modo geral, a diferença entre os campos filtrados e calculados pode ser considerada aceitável.

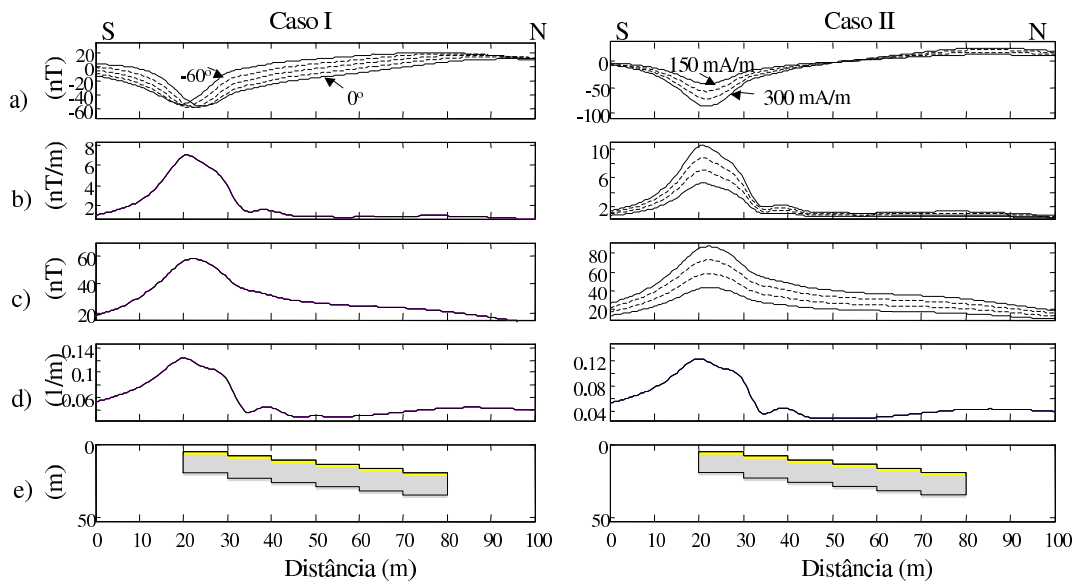


Figura 2.1: Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando uma soleira. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.

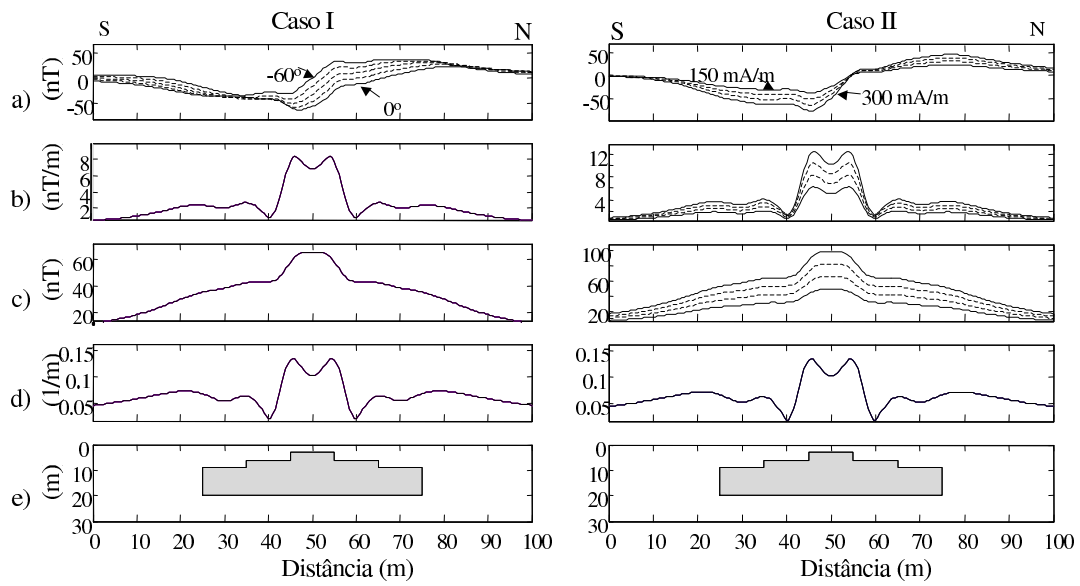


Figura 2.2: Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando um lacólito. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.

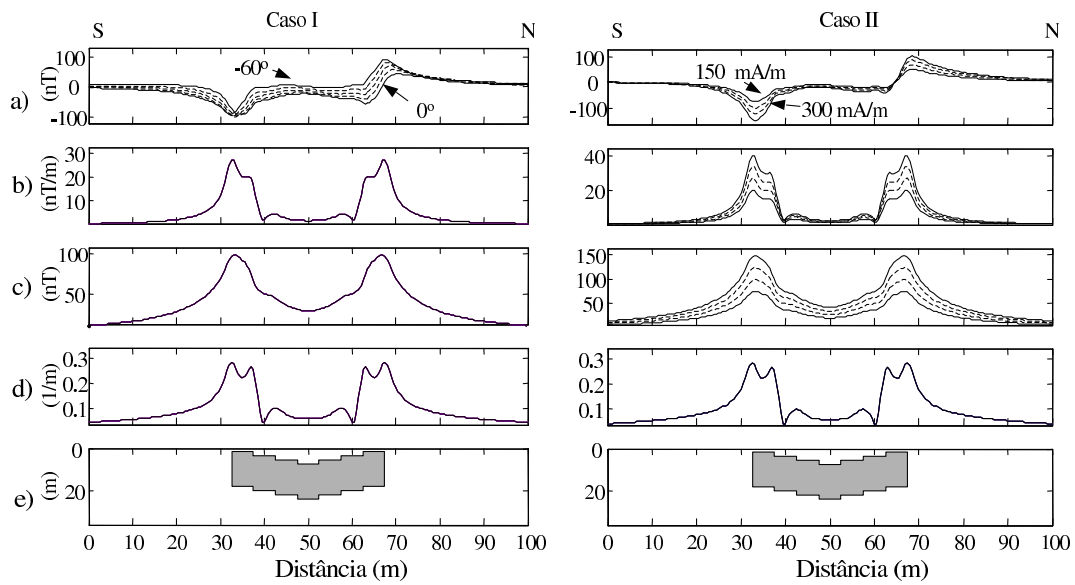


Figura 2.3: Anomalia magnética, A , T e G , para um modelo prismático representando um lapólito. Caso I: inclinação da magnetização com valores variando de 0 a -60° , com passo de -15° . Caso II: intensidade da magnetização entre 150 a 300 mA/m , com passo de 50 mA/m . a) anomalia magnética, b) A , c) T , d) G e e) modelo prismático. Campo geomagnético com inclinação de -30° e declinação nula.

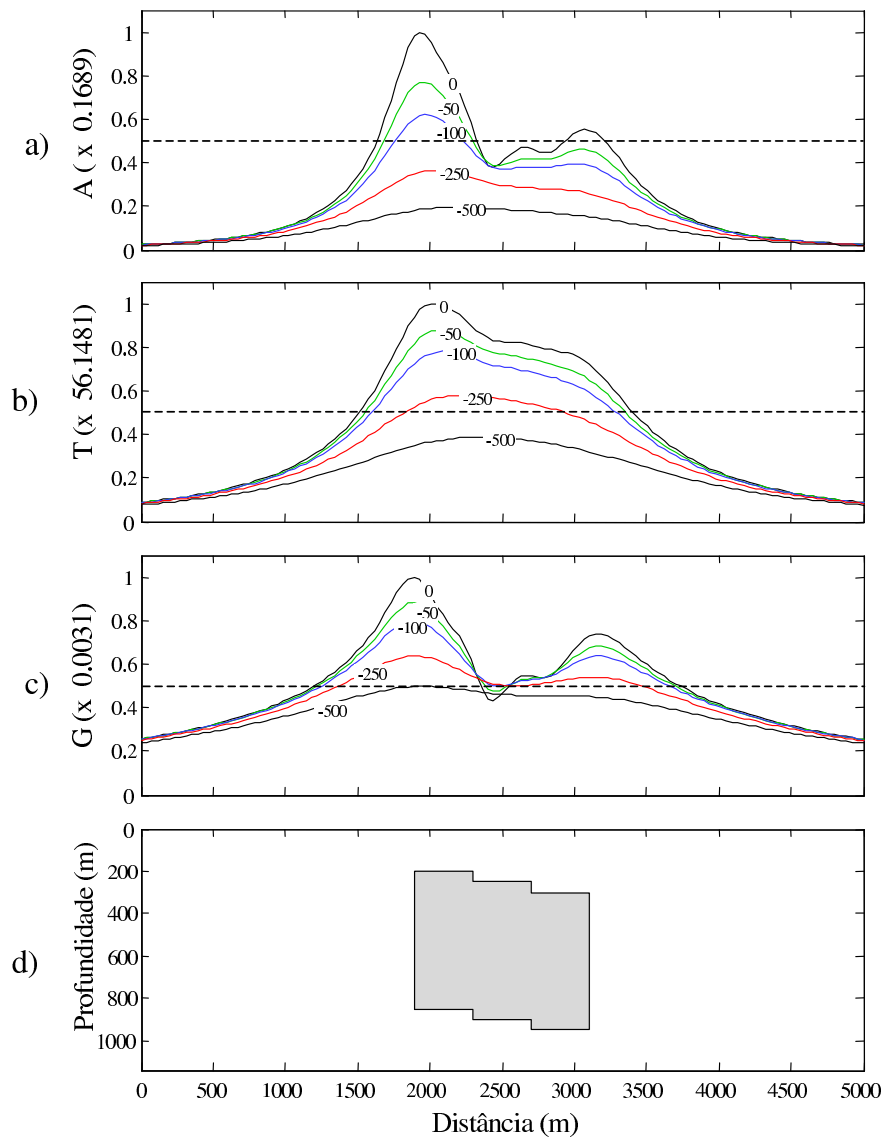


Figura 2.4: Atenuação com a altura: a) amplitude do sinal analítico (A); b) intensidade do campo anômalo (T); c) função geométrica (G). Campos calculados nas alturas de 0, 50, 100, 250 e 500 m acima do nível do solo e normalizados pelo valor máximo do respectivo campo na altura $z = 0$. Fatores de normalização aparecem no eixo das ordenadas. Modelo prismático em d) tem magnetização com intensidade de 0,2 A/m e inclinação de -70° . Campo Geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

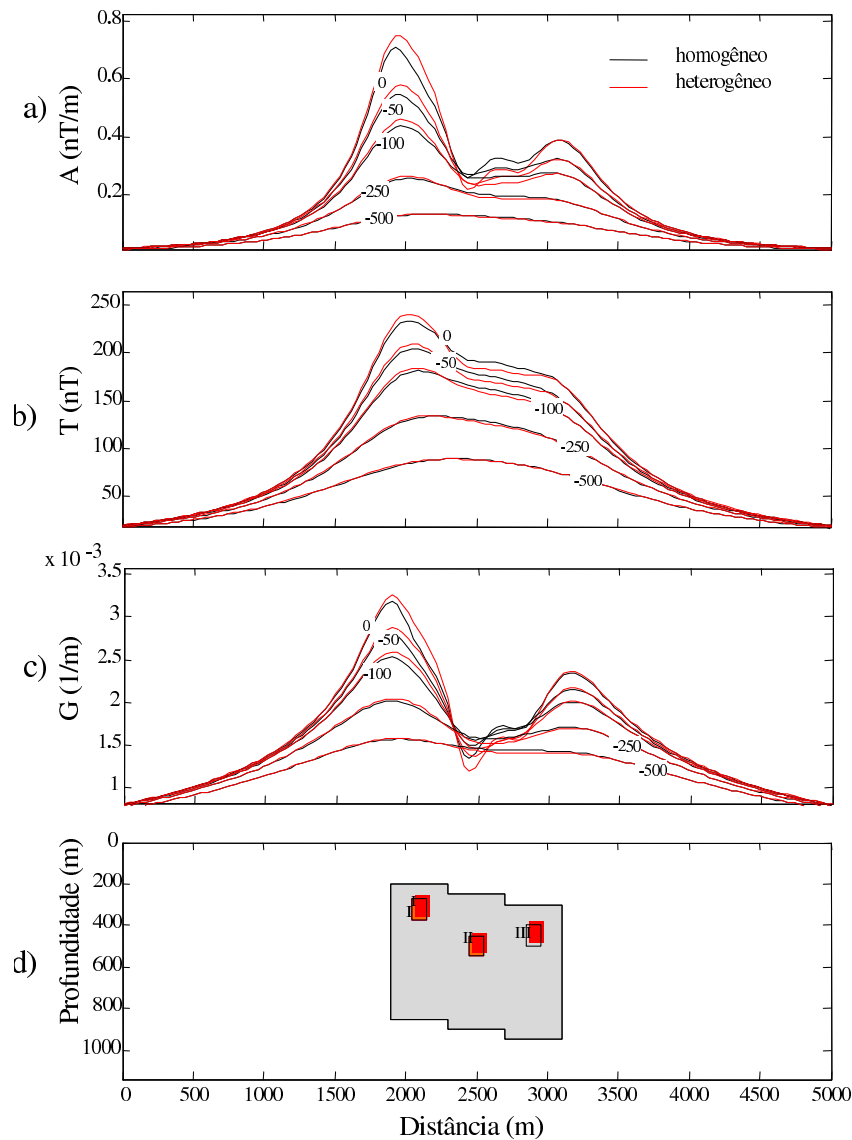


Figura 2.5: Atenuação com a altura de campos associados a fontes homogênea (prisma cinza) e heterogênea (prisma cinza mais prismas vermelhos). Campos calculados nas alturas de 0, 50, 100, 250 e 500 m acima do nível do solo. Em preto, campos da fonte homogênea; em vermelho, campos da fonte heterogênea: a) amplitude do sinal analítico (A); b) intensidade do campo anômalo (T); c) função geométrica (G). Modelo de fundo tem intensidade de magnetização de 0, 2 A/m e inclinação de magnetização de -70° . Heterogeneidades magnéticas I, II e III têm respectivamente intensidade de magnetização (A/m) e inclinação de magnetização (graus) iguais a (0, 7, -33), (0, 8, 73) e (0, 9, 22). Campo Geomagnético com inclinação de -25° e declinação nula.

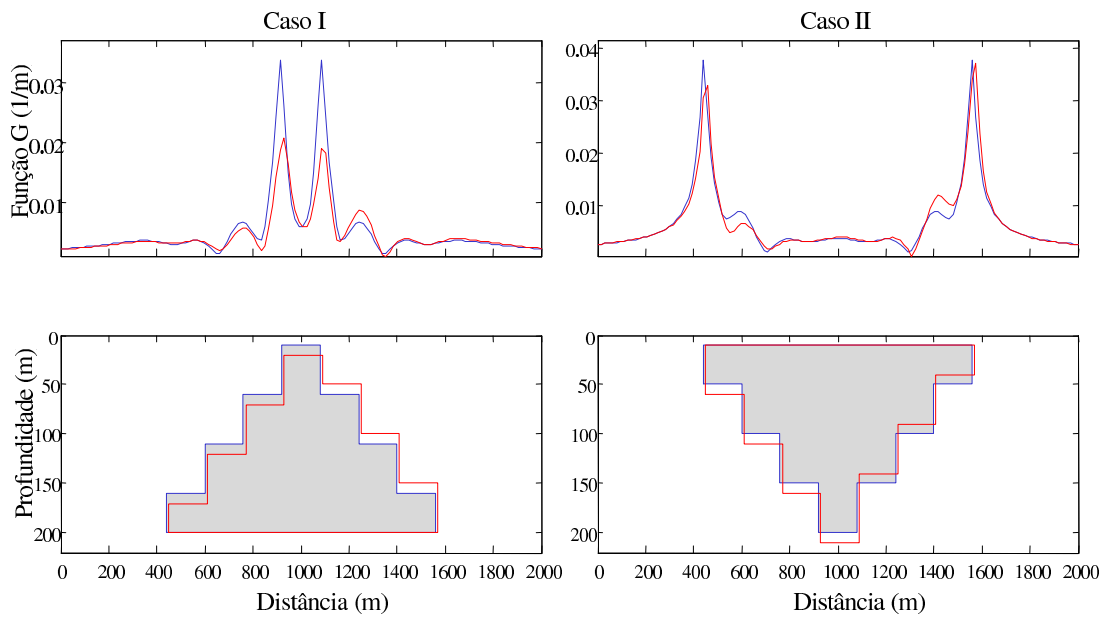


Figura 2.6: Sensibilidade da função G em relação à geometria da fonte. Caso I: sensibilidade com o relevo do topo. Caso II: sensibilidade com o relevo da base. Em azul, modelo de referência e função G correspondente. Em vermelho, modelo perturbado e função G correspondente. As variações do topo e da base são de 10 m . Inclinação do campo geomagnético, $-25,65^\circ$; inclinação da magnetização, -12° ; intensidade de magnetização de 280 mA/m .

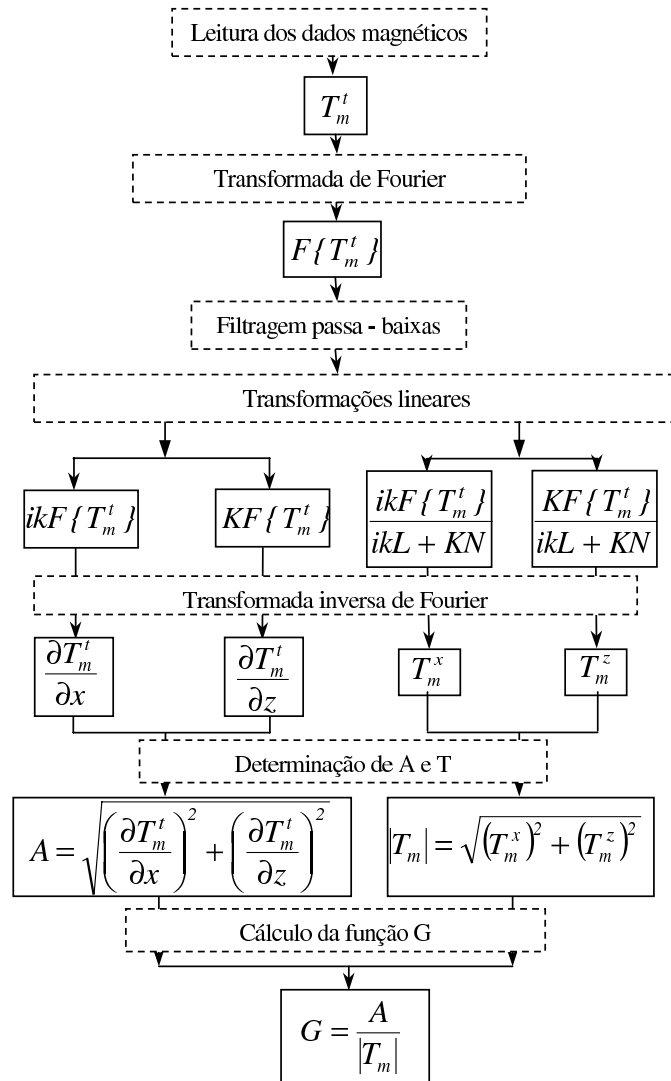


Figura 2.7: Fluxograma de processamento para a obtenção da função G a partir da anomalia magnética: F denota a transformada de Fourier, $i = \sqrt{-1}$. Demais termos matemáticos são descritos no Anexo I.

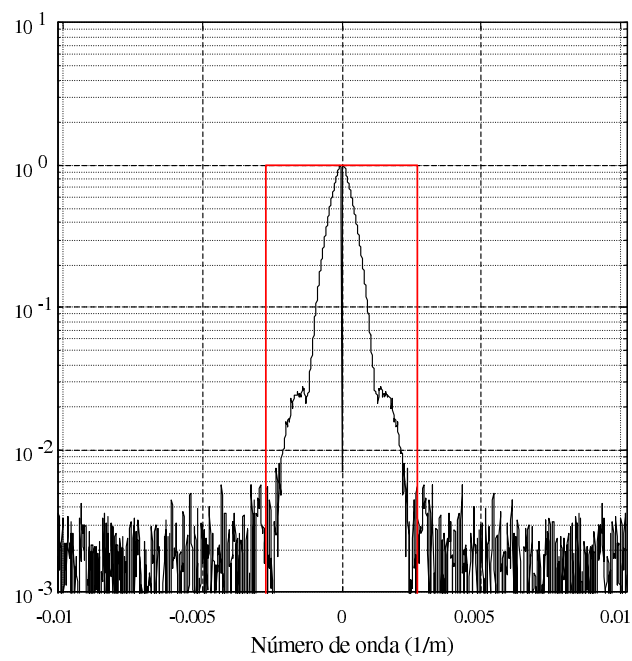


Figura 2.8: Parte iterativa do procedimento de filtragem: gráfico do espectro de potência e escolha das frequências de corte.

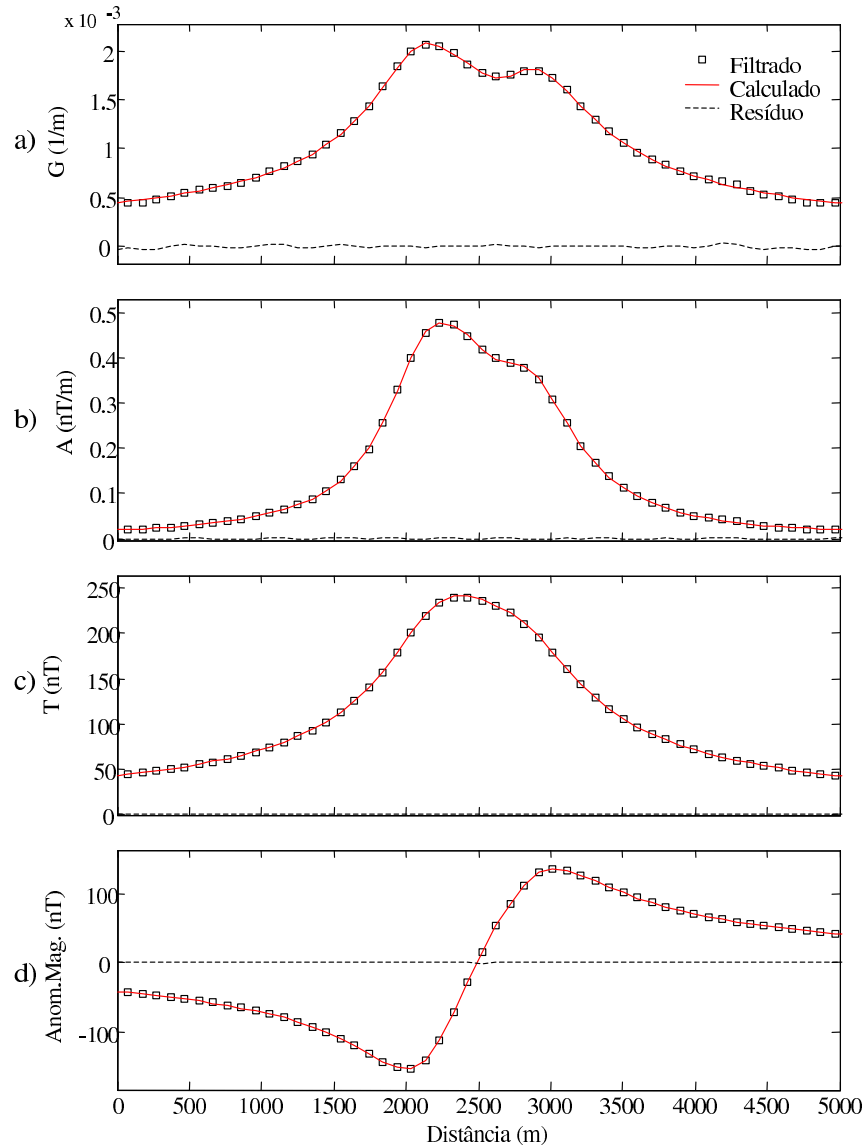


Figura 2.9: Teste do algoritmo de filtragem: a) função G ; b) A ; c) T ; d) anomalia magnética. Campos filtrado (quadrados) e calculado (linha sólida vermelha). A anomalia magnética usada na filtragem foi corrompida com ruído aleatório de distribuição uniforme e amplitude de 0,3% o valor pico-a-pico da anomalia (continua na Figura 2.10).

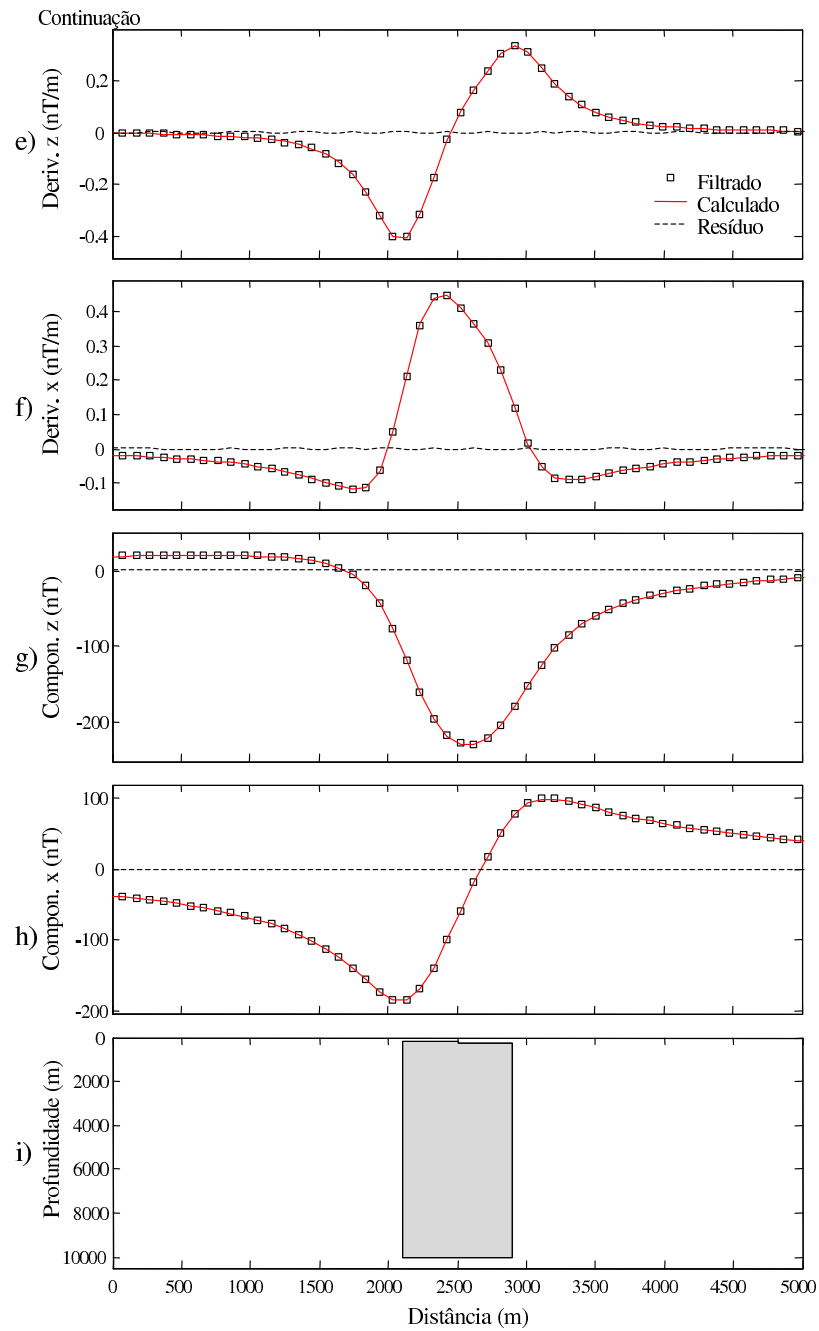


Figura 2.10: Teste do algoritmo de filtragem: e) derivada vertical; f) derivada horizontal; g) componente vertical; h) componente horizontal. Campos filtrado (quadrados) e calculado (linha sólida vermelha). Modelo prismático em i) tem magnetização com intensidade de $0,7 \text{ A/m}$ e inclinação de -70° . Campo Geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

CAPÍTULO 3

Inversão magnética por etapas

Este capítulo apresenta um procedimento de inversão por etapas, no qual se estima, primeiramente a geometria do corpo e, em seguida, a intensidade e inclinação de sua magnetização. Para estimar a geometria das fontes é aplicado um algoritmo de busca aleatória que inverte a função geométrica. Em seguida, inverte-se a amplitude do sinal analítico para determinar a intensidade de magnetização. Finalmente, inverte-se a anomalia magnética para estimar a inclinação da magnetização. Este capítulo apresenta, também, um procedimento que permite verificar se a fonte tem magnetização uniforme. Experimentos numéricos com dados sintéticos de modelos homogêneos e heterogêneos são utilizados para ilustrar e testar o algoritmo de inversão.

3.1 Formulação do problema inverso

Neste trabalho, vamos representar um corpo magnético por um conjunto n_p de prismas 2-D justapostos, homogêneos, sendo a inclinação do campo geomagnético, κ , constante (símbolos utilizados, Tabela I.2, Anexo I). Conforme mostra a Figura 3.1, os parâmetros desconhecidos são: bordas esquerda, x_i , e direita, x_f , do conjunto de prismas ao longo do eixo x ; o topo, t_i , e a base, b_i , $i = 1, 2, \dots, n_p$ de cada prisma; a inclinação da magnetização, τ , e a intensidade da magnetização, M . Estes parâmetros são arranjados em um vetor transposto $\mathbf{p}^T = [x_i, x_f, t_1, t_2, \dots, t_{n_p}, b_1, b_2, \dots, b_{n_p}, \tau, M]$, de dimensão $n = 2n_p + 4$, sendo p_j o j -ésimo parâmetro desconhecido do conjunto de prismas. O número de prismas do modelo depende da complexidade da anomalia a ser modelada; quanto maior sua complexidade, maior o número de prismas.

Como discutido anteriormente, a função geométrica depende apenas da geometria da fonte. Podemos então fazer $G \equiv G(\mathbf{p})$ ficando subentendido que apenas os primeiros $2n_p + 2$ elementos de \mathbf{p} , que definem a posição e a geometria da fonte, devem ser considerados. Aos dois últimos elementos desse vetor, que definem a inclinação e a intensidade de magnetização da fonte, são atribuídos valores arbitrários.

3.2 Algoritmo CRS

Dentre os algoritmos de busca aleatória, o algoritmo CRS (*Controlled Random Search*) tem sido bastante aplicado na investigação de problemas geofísicos. Silva e Hohmann (1983) aplicaram o CRS na interpretação magnética 2-D e usaram soluções alternativas para estimar o desvio padrão associado à solução encontrada. Mendonça (2004b) utilizou tal método na inversão de dados gravimétricos para mapear a topografia do embasamento de bacias sedimentares. Tuma, Diogo e Mendonça (2001) e Tuma (2002) aplicaram o CRS na inversão de dados sísmicos de reflexão na análise dos parâmetros da equação do tempo de percurso. As etapas do algoritmo CRS estão descritas em Mendonça (2004b).

3.3 Determinação da geometria das fontes (Etapa 1)

Para determinar a geometria das fontes utilizou-se o algoritmo CRS para estimar os primeiros $2n_p + 2$ parâmetros de \mathbf{p} a partir do ajuste da função geométrica e a incorporação de informação *a priori* sobre a geometria das fontes (em alguns casos). O algoritmo CRS exige a entrada de N soluções iniciais para prosseguir no processo de busca. Na implementação efetuada, foi utilizada uma solução de partida, \mathbf{p}_o , obtida por ajuste preliminar por tentativa-e-erro da função G . Essa solução foi perturbada aleatoriamente de forma a gerar N soluções iniciais, tal que $N = 5n_g$, sendo $n_g = 2(n_p + 1)$ o número de parâmetros que definem a geometria da fonte.

Na geração das soluções iniciais, foram incorporados vínculos de profundidades limites para o topo e a base. Para o topo, a profundidade limite foi definida como sendo o nível do solo; para a base, uma profundidade definida pelo intérprete. Como para campos potenciais a profundidade de investigação depende do comprimento do perfil, adotou-se uma profundidade limite para a base entre $1/3$ e $1/5$ do comprimento do perfil. Esse parâmetro é importante especialmente nos modelos cujos relevos do topo e da base são invertidos.

O algoritmo CRS utiliza as soluções de entrada para minimizar um funcional $Q(\mathbf{p})$, tal que:

$$Q(\mathbf{p}) = \frac{1}{V_r} \sum_{i=1}^{n_d} \left(G_i^o - G(p)_i \right)^2 + \frac{\mu_r}{P_r} \sum_{j=J_i}^{J_f} \left(p_{j+1} - p_j \right)^2 + \frac{\mu_\alpha}{P_r} \sum_{j=1}^{n_w} \left(p_k - v_k \right)_{k \equiv k(j)}^2 \quad (3.1)$$

composto por três parcelas. A primeira parcela força o ajuste da função geométrica, já que em um ponto de mínimo, $\mathbf{p} = \mathbf{s}$, deste funcional, os dados G_i^o , $i = 1, \dots, n_d$, são ajustados pelos valores teóricos $G(\mathbf{s})_i$.

A segunda parcela da equação (3.1) impõe o vínculo de proximidade relativa para os parâmetros que definem a base do modelo prismático, permitindo a obtenção de soluções

com relevo suave. Segundo a ordenação dos elementos de \mathbf{p} , $J_i = n_p/2 + 1$ e $J_f = 2(n_p + 1)$. Vale ressaltar que na formulação adotada o vínculo de proximidade relativa não foi aplicado na definição da topografia do topo.

Finalmente, a terceira parcela impõe vínculos de proximidade absoluta para n_w pontos com profundidades $v_{k(1)}, v_{k(2)}, \dots, v_{k(n_w)}$ conhecidas por afloramento, sondagem ou outras investigações geofísicas. Um valor $v_{k(j)}$, por exemplo, estabelece uma referência da proximidade absoluta para o parâmetro armazenado na posição $k(j)$ do vetor \mathbf{p} .

Em todos os termos da equação (3.1), o expoente dois indica a adoção da norma euclidiana para medir o ajuste. Considerando a versatilidade do CRS, a norma absoluta poderia ser facilmente implementada tornando o expoente igual a um. Os elementos μ_r e μ_a são multiplicadores de Lagrange (números reais positivos) que ponderam a importância atribuída à informação *a priori* e ao ajuste dos dados. Os parâmetros V_r e P_r normalizam as parcelas de $Q(\mathbf{p})$, pois cada parcela assume valores numéricos bastante distintos e, sem a normalização, distorcem bastante o processo de minimização. O parâmetro V_r assume valor maior que zero e representa um limiar de referência para determinar o ponto mínimo do funcional Q . Uma solução, \mathbf{s} , do CRS é tal que $Q(\mathbf{s}) < V_r$.

Após buscas aleatórias no espaço de parâmetros, CRS, fornece N soluções \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, N$ que minimizam o funcional Q . Nos problemas considerados neste trabalho, em vez de encontrar múltiplos pontos de mínimo, as soluções encontradas se dispersam ao redor de uma região comum, cujo ponto médio, obtido a partir da mediana dos parâmetros estimados, define a solução, $\bar{\mathbf{s}}$, a qual também minimiza Q . Uma estimativa do tamanho dessa região, e conseqüentemente da dispersão das soluções, pode ser obtida determinando os valores máximos e mínimos para cada parâmetro. Formalmente, a solução $\bar{\mathbf{s}}$ é obtida fazendo

$$\bar{\mathbf{s}} = \text{mediana}\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N\}. \quad (3.2)$$

Os valores máximos e mínimos de cada parâmetro são apresentados na forma de barras de erro, centradas na estimativa dada pela mediana.

3.4 Determinação da intensidade de magnetização (Etapa 2)

A segunda etapa da inversão por etapas fixa a geometria obtida na etapa anterior e determina a intensidade de magnetização a partir do ajuste da amplitude do sinal analítico (A). Neste processo pode-se atribuir um valor arbitrário para a inclinação de magnetização, pois A é invariante com esse parâmetro. Fixando a geometria das fontes, calculam-se os valores teóricos da amplitude do sinal analítico atribuindo uma magnetização de 1 A/m para as fontes. No caso de magnetização uniforme, os valores teóricos e medidos diferem apenas por um fator constante, que define a intensidade de magnetização. Considerando o i -ésimo

valor medido, A_i^o , e o correspondente valor teórico, A_i^c , obtemos a i -ésima estimativa da intensidade de magnetização, M_i , pela razão

$$M_i = \frac{A_i^o}{A_i^c}, \quad (3.3)$$

para $i = 1, \dots, n_d$. Para calcular os valores teóricos A_i^c utiliza-se o modelo \bar{s} inferido na inversão da função geométrica e atribui-se uma intensidade unitária para sua magnetização. Para evitar distorções é conveniente estabelecer um limiar de corte nas estimativas da intensidade de magnetização de forma a não incluir estimativas para pontos na borda do perfil, normalmente com menor razão sinal-ruído.

Cada ponto de observação i fornece uma estimativa M_i para a intensidade de magnetização. Uma estimativa mais robusta é obtida com a mediana, \bar{M} , dos valores M_i :

$$\bar{M} = \text{mediana}\{M_1, M_2, \dots, M_{n_d}\}. \quad (3.4)$$

3.5 Determinação da inclinação da magnetização (Etapa 3)

Nesta etapa, os resultados anteriormente obtidos (geometria da fonte e a intensidade de magnetização) são fixados e usados para determinar a inclinação da magnetização a partir do ajuste da anomalia magnética. Configura-se, assim, um problema inverso no qual n_d valores da anomalia magnética são ajustados a partir da variação de um parâmetro apenas: a inclinação da magnetização. Dada a simplicidade do problema, é viável estimar a inclinação usando um algoritmo de busca direta. Para tanto, define-se um funcional $R(\tau)$, dependente apenas da inclinação τ , tal que:

$$R(\tau_k) = \sum_{i=1}^{n_d} \left(T_i^o - T_i^c(\tau_k) \right)^2, \quad (3.5)$$

sendo T_i^o o valor da anomalia magnética na i -ésima posição, $T_i^c(\tau_k) \equiv T_i^c(\bar{s}, \bar{M}, \tau_k)$ o valor calculado na mesma posição assumindo o modelo definido pela solução \bar{s} com intensidade de magnetização \bar{M} e inclinação de magnetização τ_k .

No processo de busca direta, define-se um reconhecimento preliminar na faixa de -90° a 90° , com n_a valores de inclinação $\tau_k = -90^\circ + (k-1)\Delta\tau$, para $k = 1, 2, \dots, n_a$ e $\Delta\tau = 180/(n_a - 1)$. Tendo encontrado um valor de mínimo, $\hat{\tau}_c$, procede-se ao refinamento da solução na vizinhança $[\hat{\tau}_c - 10^\circ, \hat{\tau}_c + 10^\circ]$ com o passo $\Delta\tau = 1^\circ$.

3.6 Verificação da uniformidade da fonte

Tal como desenvolvido, o método de inversão por etapas é apropriado para campos de fontes com magnetização homogênea. Nesse caso, ao incorporar as estimativas \bar{s} e \bar{M} no cálculo

dos valores teóricos da amplitude do sinal analítico, observa-se um ajuste quase perfeito aos dados de amplitude correspondentes. Isto não ocorre se a fonte for heterogênea, o que permite definir um critério objetivo para averiguar a uniformidade da fonte. Na inversão de campos de fontes heterogêneas (ainda usando um modelo homogêneo), o ajuste não é obtido porque a forma invertida pode ser muito irregular, demasiadamente rasa ou profunda, visto que os efeitos associados às heterogeneidades estão incorporados deformando a geometria do corpo. Como sugerido nos experimentos numéricos (próxima seção), apenas fontes homogêneas progridem diretamente para as etapas 2 e 3 da inversão por etapas com ajuste satisfatório aos dados.

O teste do fator de escala, ao passar da etapa 1 para a etapa 2 do procedimento de inversão, é o critério proposto para verificar a homogeneidade de fontes magnéticas. Ao falhar, um modelo heterogêneo deve ser incorporado à etapa 1, antes de progredir às etapas seguintes.

Para fontes heterogêneas é possível, em alguns casos, ajustar a amplitude do sinal analítico a partir do reconhecimento de patamares identificados no gráfico da intensidade da magnetização obtido na etapa 2 do método. Para fontes com intensidade de magnetização variável, os patamares expressam a variação relativa da intensidade de magnetização. O modelo prismático original (uniforme) pode então ser refinado, incorporando variações relativas de intensidade de magnetização, o que significa atribuir valores diferentes de 1 na etapa inicial da inversão por etapas. Tal procedimento tende a melhorar o ajuste da amplitude do sinal analítico e fornece como solução a magnetização variável.

A abordagem para fontes heterogêneas, entretanto, foi pouco explorada no decorrer deste trabalho, uma vez que o objetivo principal de pesquisa envolvia o desenvolvimento de um método adequado à inversão de fontes homogêneas. A análise de modelos heterogêneos passou a ser necessária na etapa de conclusão da pesquisa, quando se percebeu que a anomalia usada para aplicação em dados reais não era compatível com a condição de uniformidade.

3.7 Experimentos numéricos: Modelos homogêneos

Testes com dados sintéticos foram realizados com o objetivo de simular situações reais e observar o desempenho do método da inversão por etapas na determinação dos parâmetros da fonte. Em todos os testes, a anomalia magnética foi corrompida com ruído aleatório aditivo de distribuição uniforme e amplitude igual a $1 nT$, o que corresponde a valores entre 0,1% a 0,35% da amplitude da anomalia.

3.7.1 Teste ilustrativo

Este teste mostra aspectos gerais do procedimento de inversão por etapas. As figuras de 3.2 a 3.6 mostram os resultados e os passos intermediários envolvidos no procedimento. Nesse teste, o modelo verdadeiro é constituído por dois prismas com espessuras infinitas (na prática, com base na profundidade de 10 km) e um perfil transversal ao corpo, com 5000 m de comprimento. A inclinação do campo magnético é de -18° , a inclinação da magnetização de -70° e a intensidade de magnetização de 700 mA/m .

A Figura 3.2b apresenta o modelo invertido e as barras de erro associadas a cada parâmetro. De modo geral, o modelo estimado coincide com o modelo verdadeiro. Como não foi utilizada informação *a priori*, o resultado do teste indica que a função geométrica tem informação suficiente para recuperar o relevo do topo (no caso, sua forma em degrau) e posicionar as bordas. A faixa estreita para as barras de erro mostra que a solução obtida é estável.

A Figura 3.3 mostra a convergência do algoritmo CRS em dois caminhos diferentes para atingir o limiar de ajuste V_r . Para calcular a solução apresentada em 3.2b, os resultados destas duas buscas independentes foram utilizadas. O caminho seguido pelo CRS, em cada caso, é diferente e termina quando a solução com maior valor de Q estiver abaixo do limiar de ajuste V_r .

A Figura 3.4 ilustra os passos para determinar a intensidade da magnetização na Etapa 2 da inversão por etapas. Como a fonte é homogênea, apenas um patamar aparece na Figura 3.4b. Cada ponto de medida resulta uma estimativa para a intensidade de magnetização. A mediana das estimativas (701 mA/m) é bastante próxima ao valor verdadeiro (700 mA/m). O desvio padrão associado a estimativa de intensidade é de $\pm 12,7$ mA/m (Figura 3.5).

A Figura 3.6 apresenta os passos da Etapa 3 do procedimento de inversão por etapas. As Figuras 3.6a e 3.6b mostram o processo de busca direta usando o método de varredura para determinar a inclinação da magnetização. A Figura 3.6a exibe a etapa de reconhecimento preliminar da inclinação da magnetização e a Figura 3.6b, a etapa de refinamento (com passo de 1°) na vizinhança da inclinação encontrada anteriormente. Como a inclinação verdadeira é de -70° , um valor testado nos dois procedimentos de busca fornece a mesma estimativa de inclinação. O resíduo do ajuste entre as anomalias medida e estimada, da Figura 3.6c, mostra que o ajuste obtido é satisfatório.

Obtemos assim, um modelo que permite o ajuste da anomalia magnética e que foi definido sem introdução de informação *a priori* a respeito da geometria e magnetização da fonte. Isto mostra a potencialidade da inversão por etapas, pelo menos em casos nos quais apenas uma superfície é mapeada (relevo do topo, no caso).

3.7.2 Mapeamento do topo de fontes magnéticas

Para testar o desempenho do algoritmo de inversão na recuperação do relevo do topo, diversas situações foram simuladas com superfícies com mergulho, convexa, côncava e com forma irregular, nas figuras de 3.7 a 3.10. Os modelos verdadeiros são formados por dez prismas de espessura infinita, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° .

O resultado da etapa 1 da inversão por etapas apresenta as bordas dos modelos estimados próximas do modelo verdadeiro e as soluções obtidas estáveis. A barra de erro é um pouco maior para a posição das bordas quando a fonte é mais profunda. Como nenhuma informação foi introduzida, pode-se dizer que a informação sobre as bordas e o relevo do topo está totalmente contida na função geométrica.

Na etapa 2, o ajuste da amplitude do sinal analítico é satisfatório e os valores da intensidade da magnetização são estimados em uma faixa de 751 a 686 mA/m , com desvio padrão máximo de 9 mA/m . Na etapa 3, a anomalia magnética é, satisfatoriamente, ajustada e a inclinação da magnetização estimada em -70° , coincidente em todos os casos com o valor verdadeiro.

De modo geral, esse teste confirma o resultado sugerido no teste anterior, no que diz respeito à capacidade da inversão por etapas em recuperar o relevo do topo para fontes mais complexas. Isso é válido para corpos com espessura infinita para os quais apenas uma superfície é desconhecida. O problema pode ser substancialmente diferente quando duas superfícies (topo e base) são, simultaneamente, invertidas.

3.7.3 Mapeamento do topo e base

Este teste (Figuras de 3.11 a 3.14) exhibe o desempenho da inversão por etapas na recuperação da geometria de fontes com espessura finita e forma irregular. Além do posicionamento das bordas são buscados os relevos do topo e da base. A inversão por etapas é, inicialmente, aplicada sem a introdução de vínculos e, em seguida, com vínculos de proximidades relativa e absoluta para o relevo da base.

A Figura 3.11 apresenta resultados obtidos sem a implementação de vínculos. As grandezas medidas e estimadas mostram ajustes satisfatórios, mas as soluções obtidas são instáveis e não recuperam a forma verdadeira do corpo. Isso indica que a função geométrica não tem informação suficiente para recuperar o topo e a base simultaneamente. Conseqüentemente, é necessário adicionar informação *a priori* sobre os parâmetros desconhecidos usando, por exemplo, vínculos de proximidade. Ao falhar na recuperação da geometria (etapa 1), a inversão por etapas falha também na etapa seguinte e produz soluções instáveis para a intensidade da magnetização, com desvio padrão máximo de 47 mA/m .

Reconhecendo a necessidade de introduzir informação *a priori* sobre uma das superfícies do modelo, optamos por introduzir vínculos aproximados para o relevo da base em vez de vincular o relevo do topo. Isto faz sentido se considerarmos que em diversas situações práticas (regiões sem sondagens, fontes crustais profundas) o relevo do topo não é pontualmente conhecido. Preferimos, então, utilizar informação *a priori* de caráter aproximado apenas na base, repetindo a inversão para diferentes patamares de referência para a superfície basal. Um patamar de referência é conseguido estabelecendo um valor de profundidade para a base de um dos prismas do modelo e impondo vínculos de proximidade relativa entre prismas adjacentes. Os parâmetros μ_a e μ_r são, portanto, não nulos.

Como mostram as Figuras 3.12d e 3.13d, as estimativas para o relevo do topo e a posição das bordas se estabilizam quando o relevo da base é vinculado. O relevo da base, entretanto, não pode ser corretamente inferido, pois sua forma basicamente é delineada pelos vínculos de proximidade. Como o relevo da base é desconhecido, diversos patamares de referência devem ser utilizados e a qualidade do ajuste torna-se comprometida quando níveis muito rasos ou profundos são escolhidos. A Figura 3.12 apresenta os resultados obtidos colocando um patamar de referência em 900 m, dentro da faixa de variação para o relevo da base. A Figura 3.14, por outro lado, mostra os resultados para uma profundidade inadequada, no caso, 1050 m. Nesse caso, a qualidade do ajuste piora significativamente (Figuras 3.14b,c), que pode ser usado como critério para definir uma faixa de variação para a profundidade. Para uma profundidade de referência muito fora da profundidade média verdadeira, o ajuste da função geométrica pode não ser conseguido, sugerindo que a profundidade de referência para a base esteja incorreta.

Para soluções cujo relevo da base é vinculado, observa-se que a intensidade da magnetização estimada varia segundo a profundidade de referência estabelecida. Definindo um patamar na profundidade de 950 m (Figura 3.13d), a intensidade de magnetização estimada é de 607 ± 26 mA/m, valor menor que o obtido com o patamar em 900 m. Isso sugere que a intensidade de magnetização e a espessura da fonte estão acopladas: quanto maior a espessura do modelo invertido, menor é sua intensidade da magnetização. Felizmente, essa ambigüidade não compromete o posicionamento das bordas e a definição do relevo do topo.

Devido à forte dependência da forma da anomalia com a inclinação da magnetização, a estimativa desse parâmetro é mais robusta que a estimativa para a intensidade. Mesmo em situações nas quais a reconstrução da forma do corpo falha, as estimativas de inclinação são aceitáveis.

3.7.4 Modelos de fontes parcialmente aflorantes

Este teste utiliza fontes parcialmente aflorantes para examinar a capacidade da inversão por etapas em delimitar sua forma em profundidade, a partir da combinação de dados geológicos

de superfície e dados geofísicos de magnetometria, o modelo representa aproximadamente o ambiente geológico encontrado na interpretação do perfil de dados reais apresentado no próximo capítulo. Os modelos utilizados no teste representam uma variedade de formas geométricas, em princípio compatíveis com os corpos intrusivos reais, com um ou dois pontos de afloramento, raiz dupla ou simples, central ou lateral. Os modelos diferem no posicionamento das raízes, número de afloramentos e estilo de continuidade em profundidade.

No passo inicial da inversão por etapas, a função geométrica foi invertida usando um número de prismas capaz de ajustar os traços principais da função geométrica. As soluções iniciais do CRS prescreveram formas prismáticas aleatórias, conectadas em profundidade, sem considerar informações sobre a posição das raízes ou separação do corpo. Não foram impostos vínculos de proximidade absoluta e relativa. Em pontos de afloramento, a profundidade dos prismas correspondentes foi fixada em $z = 0$.

Resultados nas Figuras 3.15 a 3.18 mostram que, vinculando apenas um ou dois pontos do relevo do topo, os traços principais do modelo desconhecido podem ser reconstruídos pela inversão por etapas. Para todos os modelos, a forma do modelo estimado é muito próxima do modelo verdadeiro e as estimativas da intensidade e inclinação são aceitáveis. A estimativa do relevo do topo mostra-se mais estável que a estimativa da base.

Em particular, a fonte de raiz dupla na Figura 3.17 foi identificada por uma solução com diminuta conexão em profundidade. Por ser profunda e fina, a conexão definida no modelo invertido praticamente não interfere nos dados. Esta é uma maneira que a inversão da função geométrica encontrou para representar uma fonte desconexa usando um modelo com prismas justapostos.

O desvio padrão máximo nas estimativas da intensidade foi de 43 mA/m (Figura 3.17) e o mínimo de $13,6 \text{ mA/m}$ (Figura 3.16).

3.8 Testes com modelos heterogêneos

O algoritmo de inversão por etapas foi testado com modelos heterogêneos para inferir os resultados fornecidos por tal metodologia em terrenos com fontes cuja magnetização é variável. Os modelos utilizados têm uma geometria comum, representando uma fonte intrusiva com raiz lateral, mas padrões de magnetização distintos. No primeiro caso o modelo tem inclinação variável e intensidade constante (Figuras 3.19 e 3.20) e, no segundo, inclinação constante e intensidade variável (Figuras 3.21, 3.22 e 3.23). Para cada caso, são simuladas situações com diferentes contrastes de magnetização.

3.8.1 Testes com inclinação da magnetização variável

A Figura 3.19 apresenta os resultados da inversão por etapas para um modelo representando uma situação de magnetização reversa em baixa latitude. A parte norte do corpo tem inclinação de magnetização igual a -12° e sua parte sul de $+12^\circ$. A Figura 3.20 representa uma situação similar, só que em média latitude. A inclinação da magnetização assume valores de -50° na parte norte e de $+50^\circ$ na parte sul.

Os resultados da Figura 3.19 sugerem que, em latitudes baixas, a inversão por etapas pode recuperar a geometria da fonte mesmo quando utiliza um modelo homogêneo na inversão de uma fonte com magnetização reversa. Embora a magnetização varie ao longo do corpo, o modelo homogêneo recupera as principais feições da fonte verdadeira. A intensidade de magnetização estimada é de $262 \pm 36 \text{ mA/m}$ para um valor verdadeiro de 280 mA/m . Conforme mostra a Figura 3.19, o modelo fornecido pela função geométrica ajusta a amplitude do sinal analítico e a anomalia magnética. Entretanto, a inclinação de magnetização estimada (-6°) não é representativa do valor verdadeiro e não fornece elementos para inferir se o parâmetro é constante.

Para reversões em latitudes médias a variação da inclinação da magnetização é mapeada como sendo distorções na geometria do modelo homogêneo (Figura 3.20). A forma verdadeira das fontes não é recuperada e o modelo obtido com o ajuste da função geométrica não ajusta os campos nas etapas 2 e 3 da inversão por etapas (Figuras 3.20a,b). Esse fato expressa um traço comum da inversão por etapas quando aplicada a campos resultantes de fontes heterogêneas: o modelo que ajusta a função geométrica, não o faz com a amplitude do sinal analítico nem com a anomalia magnética nos passos 2 e 3 do processo.

Para fontes com reversão de magnetização, tal teste sugere que a inversão por etapas pode ser aplicada no estudo de fontes em latitudes baixas, mas pode falhar quando aplicado a fontes em latitudes médias ou altas. Isto pode ser explicado como decorrência de uma quase-invariância da função geométrica e da amplitude do sinal analítico para campos em baixa latitude.

3.8.2 Testes com intensidade da magnetização variável

As Figuras 3.21 e 3.22 mostram os resultados dos testes com modelos de intensidade de magnetização variável. O modelo verdadeiro é composto por oito prismas com inclinação da magnetização constante igual a -12° . A intensidade de magnetização, na parte norte do modelo, é de 280 mA/m , mas assume valor variável na parte sul, simulando situações de contrastes baixo e alto. O modelo da Figura 3.21 simula uma situação de baixo contraste de magnetização com intensidades de 300, 700 e 140 mA/m de sul para norte. O modelo da Figura 3.22 simula uma situação com maior contraste, na qual a parte sul assume intensidade

de 1200 mA/m .

Para o primeiro modelo (Figura 3.21), os resultados obtidos com o modelo homogêneo permitem delinear as principais feições da fonte verdadeira. O ajuste obtido na inversão por etapas é aceitável em todas as etapas do processo e a inclinação estimada (-14°) é muito próxima da verdadeira. A intensidade de magnetização estimada ($310 \pm 33 \text{ mA/m}$) é, aproximadamente, igual à intensidade da porção norte da fonte, justamente a porção que compõe o maior volume homogêneo da fonte.

Para o modelo com maior contraste de magnetização (Figura 3.22) a geometria verdadeira da fonte não é recuperada. O modelo invertido apresenta profundidades muito rasas na parte central do modelo e espessura maior que a verdadeira. As intensidades de magnetização estimadas na etapa 2 da inversão por etapas estão agrupadas em dois patamares relativos (Figura 3.23), sugerindo a existência de valores distintos para a intensidade de magnetização. A intensidade de magnetização estimada tem desvio padrão elevado ($594 \pm 472 \text{ mA/m}$) pois identifica um valor intermediário entre os patamares existentes. A inclinação da magnetização estimada (-17°) surpreendentemente não fica muito afastada do valor verdadeiro, o que pode ser explicado se considerarmos que a simetria da anomalia é altamente condicionada pela inclinação de magnetização, o que permite valores relativamente precisos de inclinação, mesmo quando estimativas muito ruins para a geometria e intensidade são obtidas.

Os testes realizados sugerem que, para fontes com baixo contraste de magnetização, o modelo homogêneo fornece informações relevantes a respeito das fontes heterogêneas. Para heterogeneidades com alto contraste, a geometria estimada fica bastante distorcida e longe da verdadeira. Entretanto, é possível identificar patamares de intensidade da magnetização que sugerem a existência de uma magnetização variável. Nos dois casos, a inclinação de magnetização pode ser inferida satisfatoriamente.

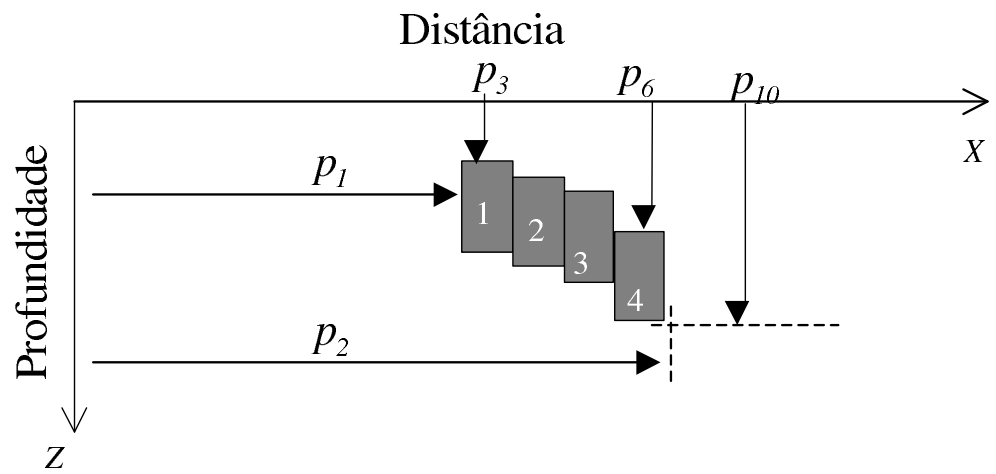


Figura 3.1: Ilustração assinalando os elementos geométricos do vetor de parâmetros desconhecidos.

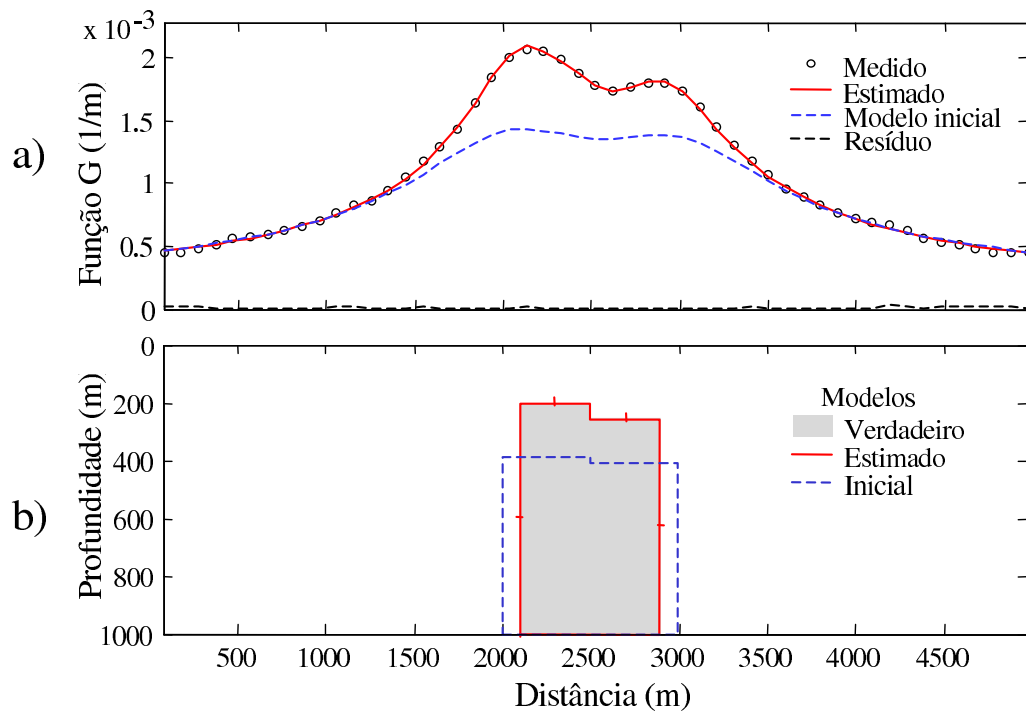


Figura 3.2: Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Etapa 1: determinação da forma das fontes: a) função geométrica medida (círculo), ajustada (vermelho) e correspondente ao modelo inicial (tracejado azul); b) modelo verdadeiro de dois prismas (cinza), inicial (azul) e estimado (vermelho). Parâmetros de inversão: modelo com dois prismas, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 30$, $V_r = 0,3$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 701 mA/m e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dois prismas justapostos, intensidade da magnetização de 700 mA/m , inclinação da magnetização de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

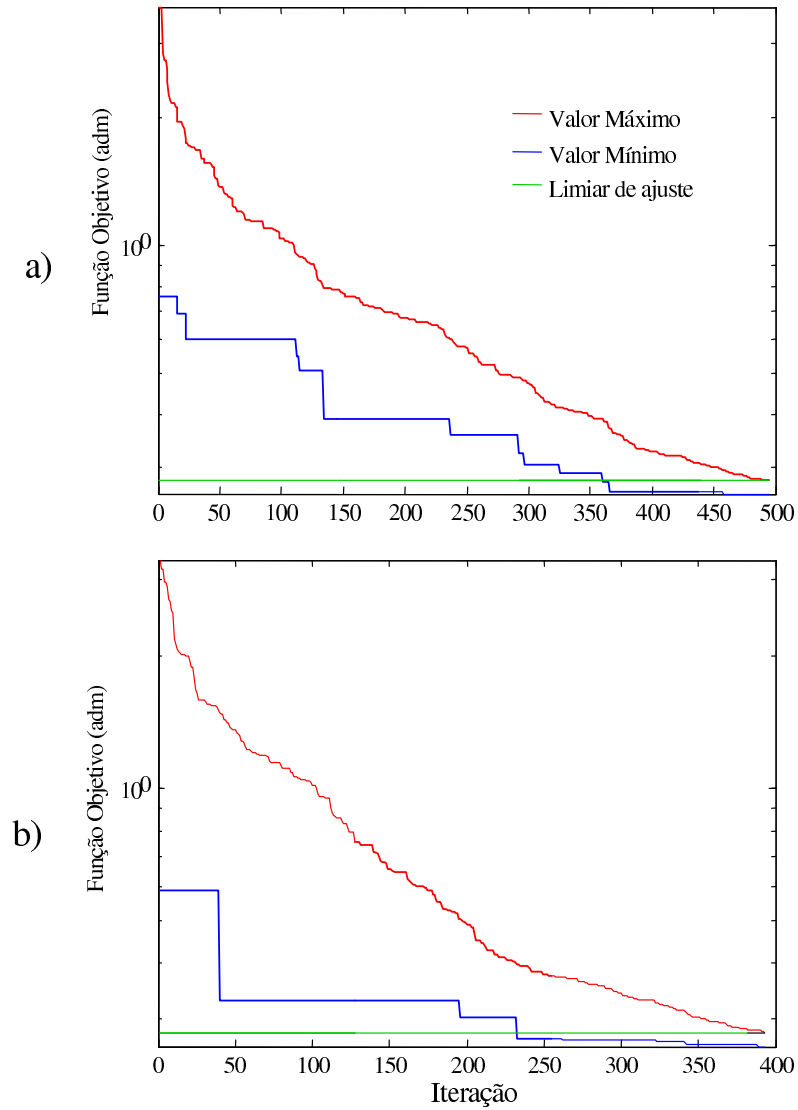


Figura 3.3: Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Convergência do algoritmo CRS na Etapa 1 em duas buscas independentes (a e b). Em cada iteração, valores máximo (vermelho) e mínimo (azul) da função objetivo são assinalados. O algoritmo pára quando o valor máximo da função objetivo for menor que um limiar de ajuste (verde) pré-estabelecido (no caso, $V_r = 0,278$).

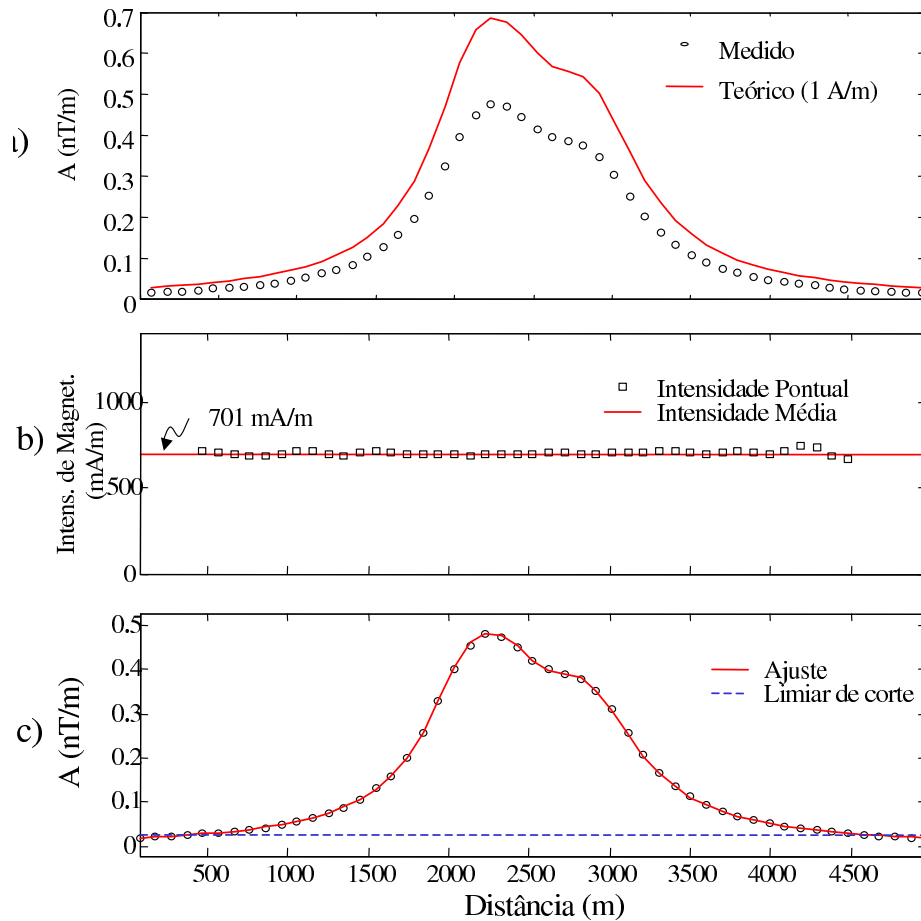


Figura 3.4: Ilustração do procedimento de inversão por etapas: Etapa 2 da inversão por etapas: a) Valores da amplitude do sinal analítico (A) medidos (círculos) e teóricos, assumindo modelo prismático obtido na Etapa 1, com magnetização de 1 A/m; b) intensidade de magnetização obtida pela razão dos dois campos na figura superior. c) ajuste aos dados da amplitude do sinal analítico (A) utilizando intensidade de magnetização de 701 mA/m. Pontos menores que o valor de referência (azul) não foram considerados no cálculo da intensidade média.

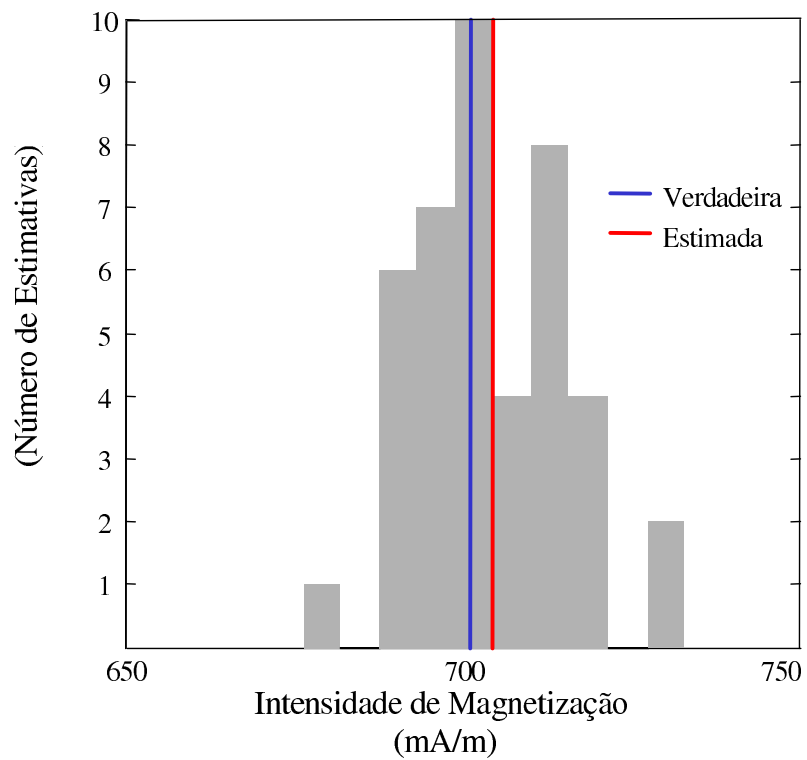


Figura 3.5: Ilustração do procedimento de inversão por etapas: histograma das estimativas da intensidade da magnetização (cinza), valor médio das estimativas 701 mA/m , desvio padrão de $\pm 12,7 \text{ mA/m}$ e valor verdadeiro 700 mA/m .

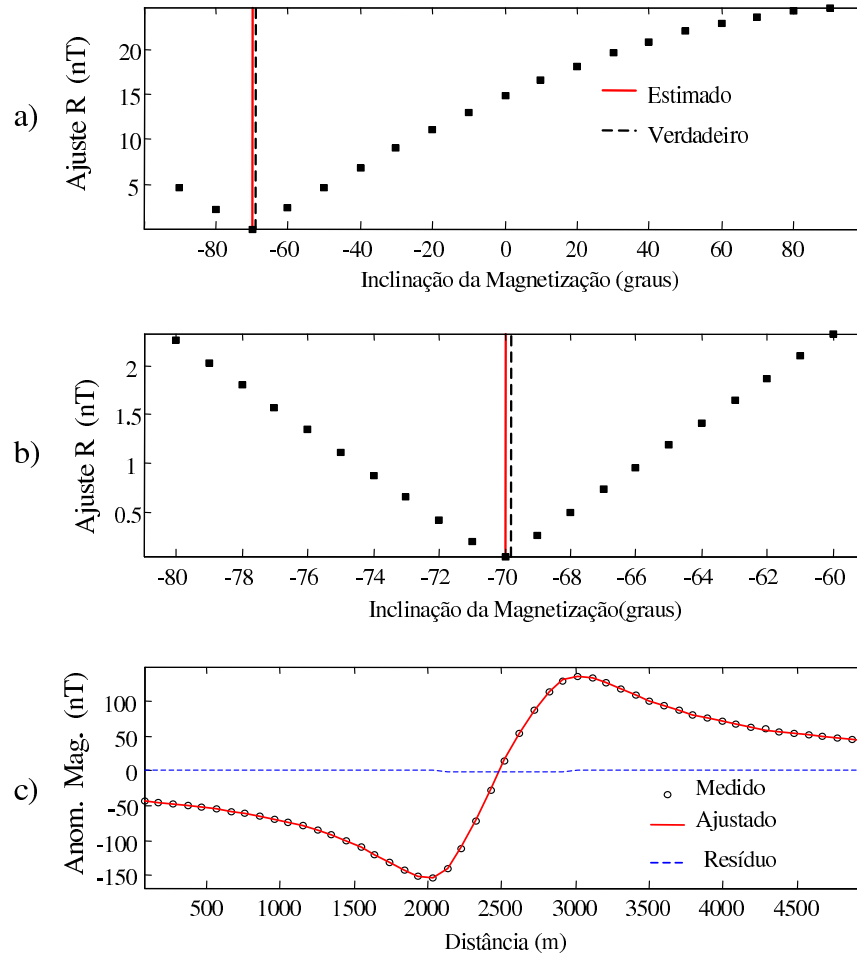


Figura 3.6: Ilustração do procedimento de inversão por etapas. Etapa 3: determinação da inclinação da magnetização por busca direta (algoritmo de varredura): a) busca preliminar usando passo de 10° ; b) busca de detalhe usando passo de 1° ; c) anomalia magnética calculada usando inclinação de -70° (ponto mínimo da curva de varredura).

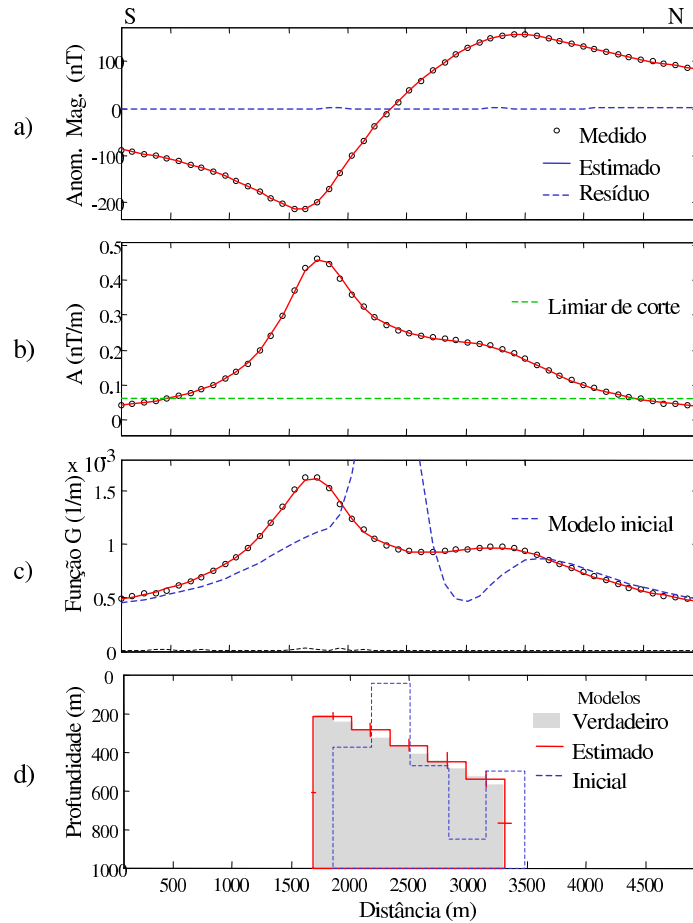


Figura 3.7: Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo com mergulho norte); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 60$, $V_r = 0,23$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 686 ± 7 mA/m, inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por 10 prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

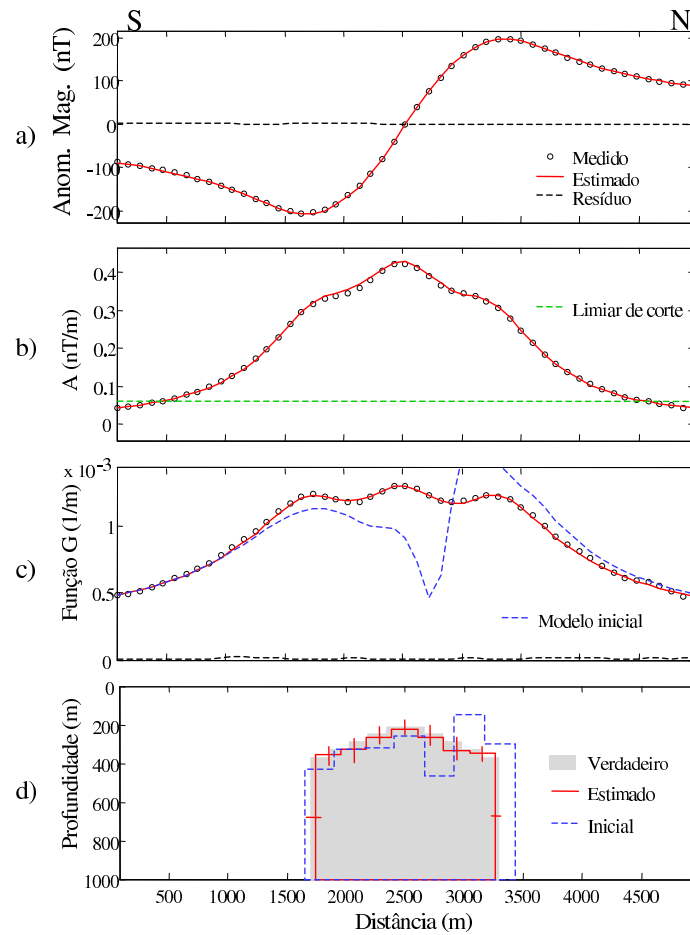


Figura 3.8: Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo convexo); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,25$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 751 ± 9 mA/m e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

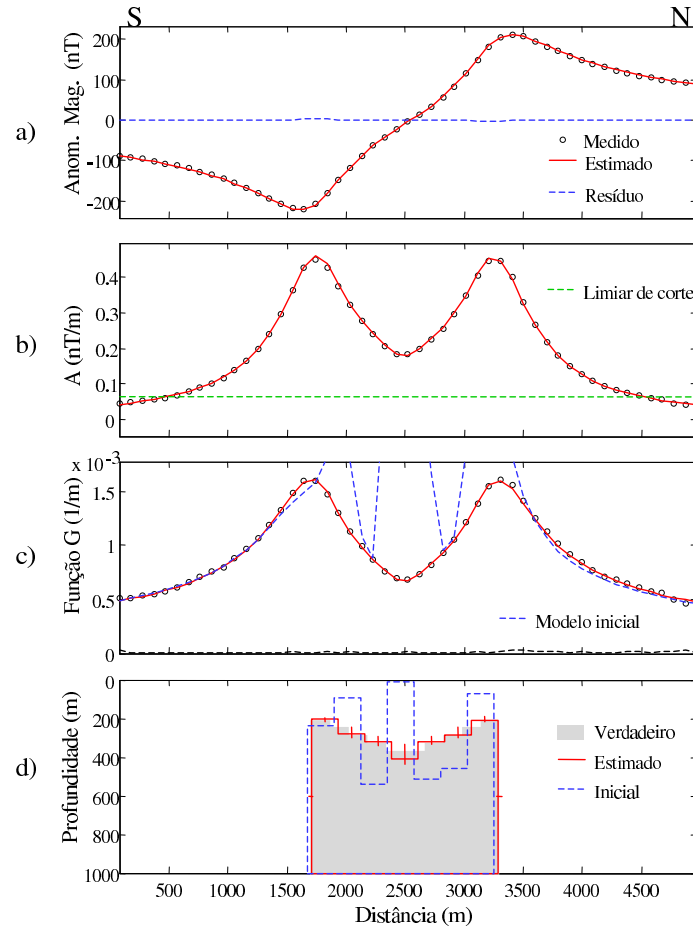


Figura 3.9: Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo côncavo); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,25$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 751 ± 8 mA/m e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

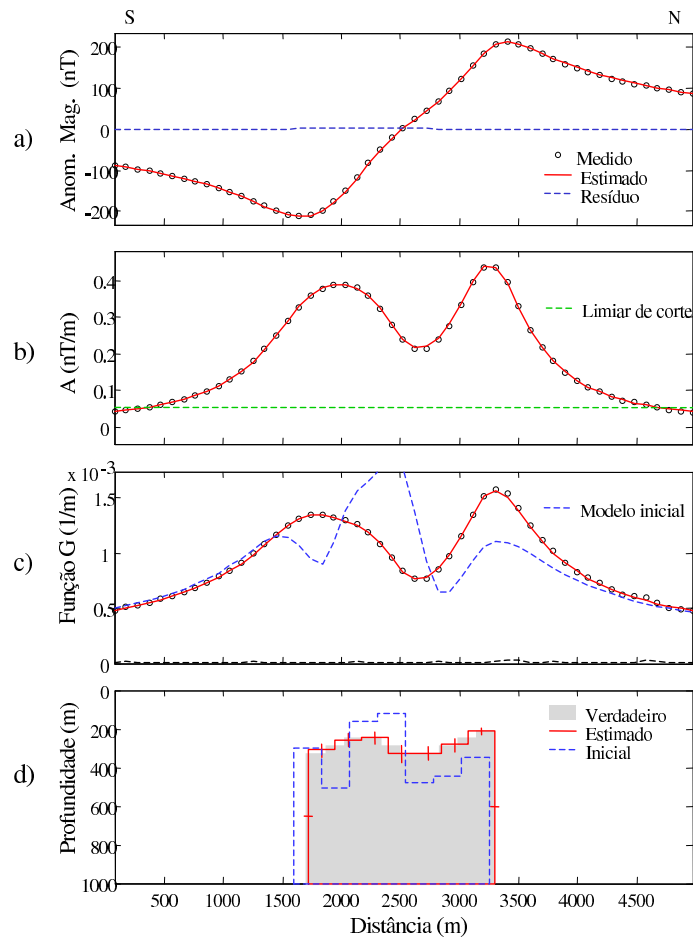


Figura 3.10: Mapeamento do topo de fontes magnéticas com espessura infinita (topo irregular); a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 80$, $V_r = 0,26$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $716 \pm 9 \text{ mA/m}$ e inclinação de -70° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas; magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

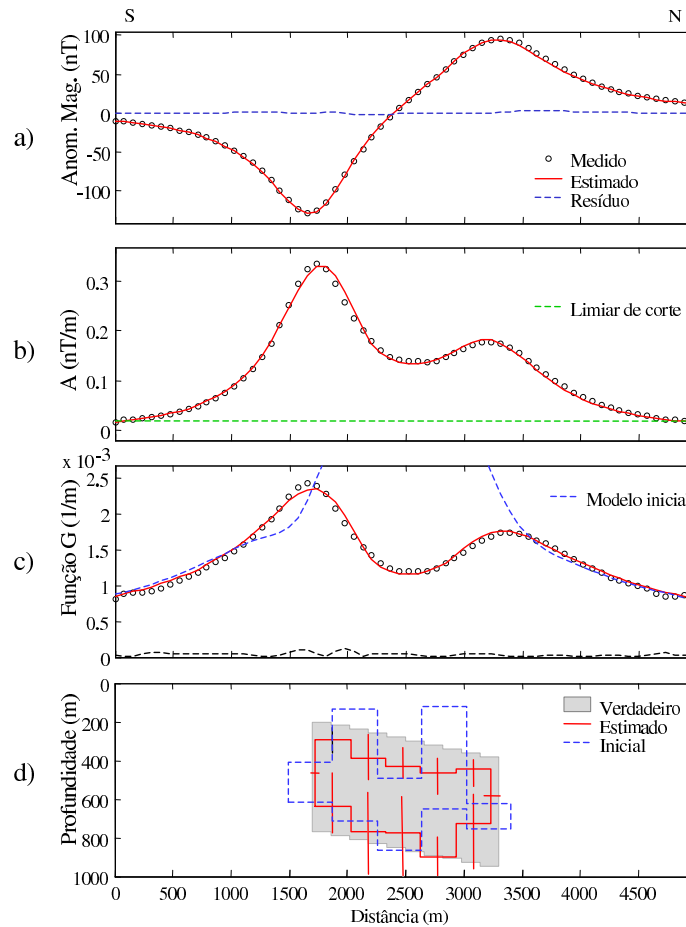


Figura 3.11: Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (teste sem implementação de vínculos): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$ prismas, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 60$, $V_r = 0,34$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 1185 ± 47 mA/m e inclinação de -68° . Modelo verdadeiro composto por dez prismas justapostos, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação da magnetização de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

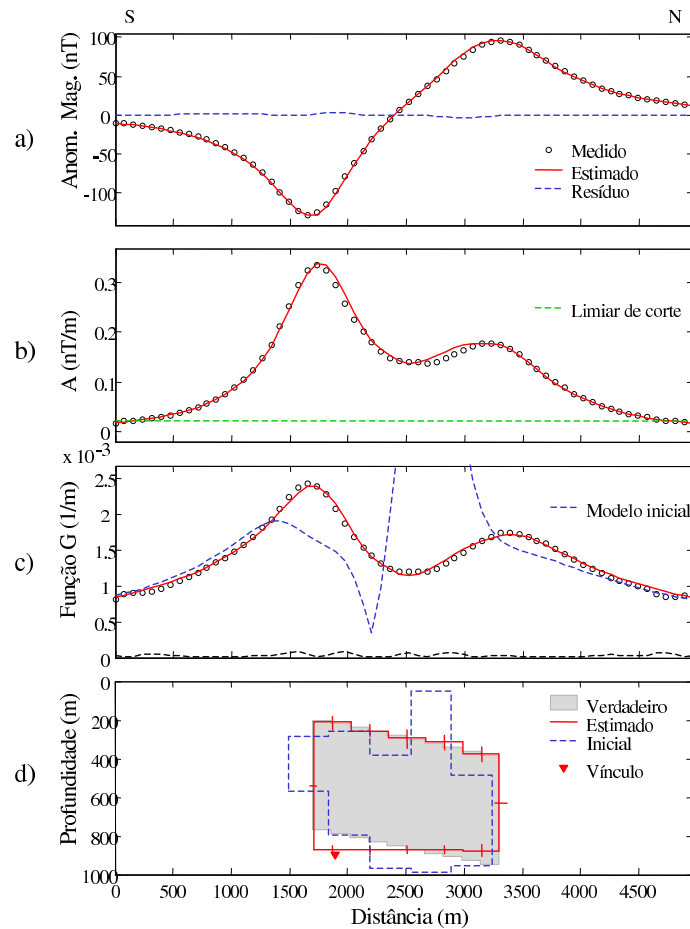


Figura 3.12: Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (com vínculos de proximidades relativa e absoluta - 900 m - para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função geométrica sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,415$, $N = 60$, $V_r = 0,40$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 697 ± 20 mA/m e inclinação de -69° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 900 m para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

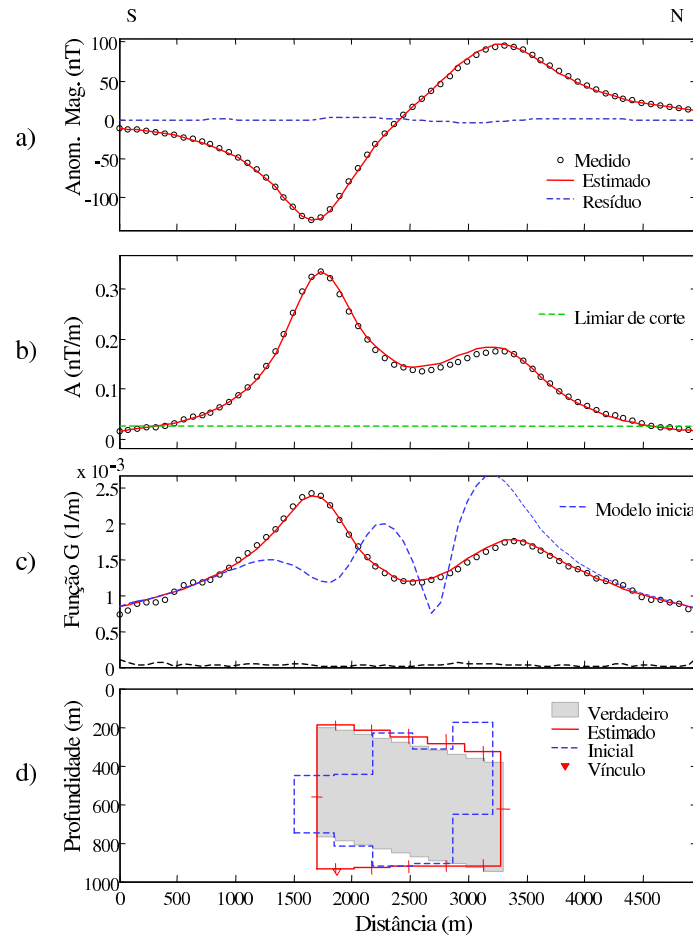


Figura 3.13: Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (implementação de vínculos de proximidades relativa e absoluta - 950 m - para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com $0,35\%$ de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,2$, $N = 60$, $V_r = 0,45$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $607 \pm 26\text{ mA/m}$ e inclinação de -68° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 950 m para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

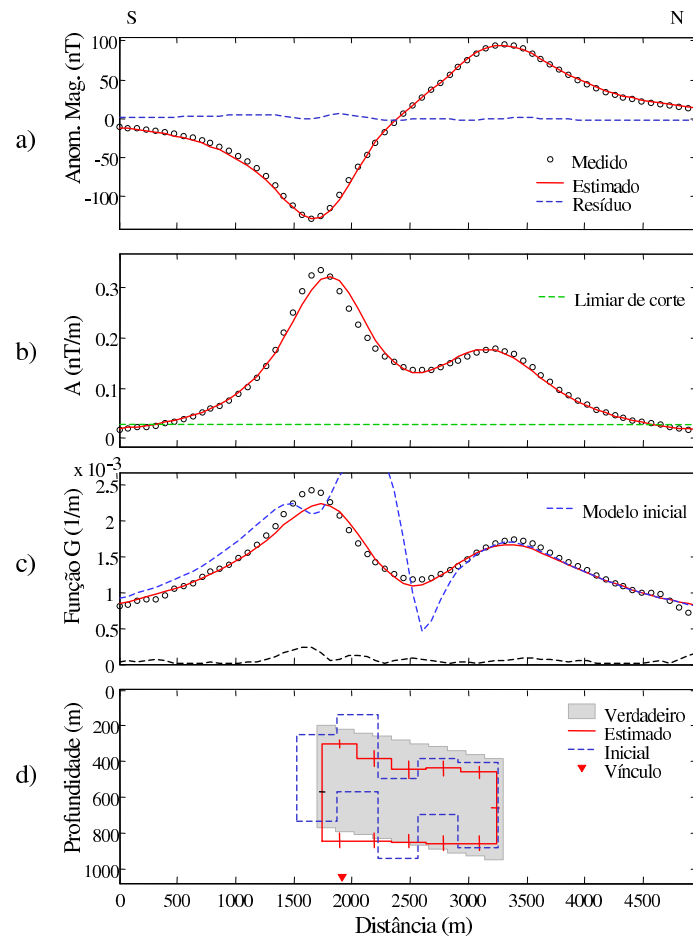


Figura 3.14: Determinação da forma de corpos magnéticos com espessura finita (vínculos inadequados para a base): a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 100 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,35% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 5$ prismas, $\mu_a = 1$; $\mu_r = 0,15$, $N = 60$, $V_r = 0,57$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 1032 ± 56 mA/m e inclinação de -67° . Vínculo de proximidade absoluta (triângulo vermelho) igual a 1050 m para a base do prisma mais ao Sul. Modelo verdadeiro composto por dez prismas, magnetização com intensidade de 700 mA/m e inclinação de -70° . Campo geomagnético com inclinação de -18° e declinação nula.

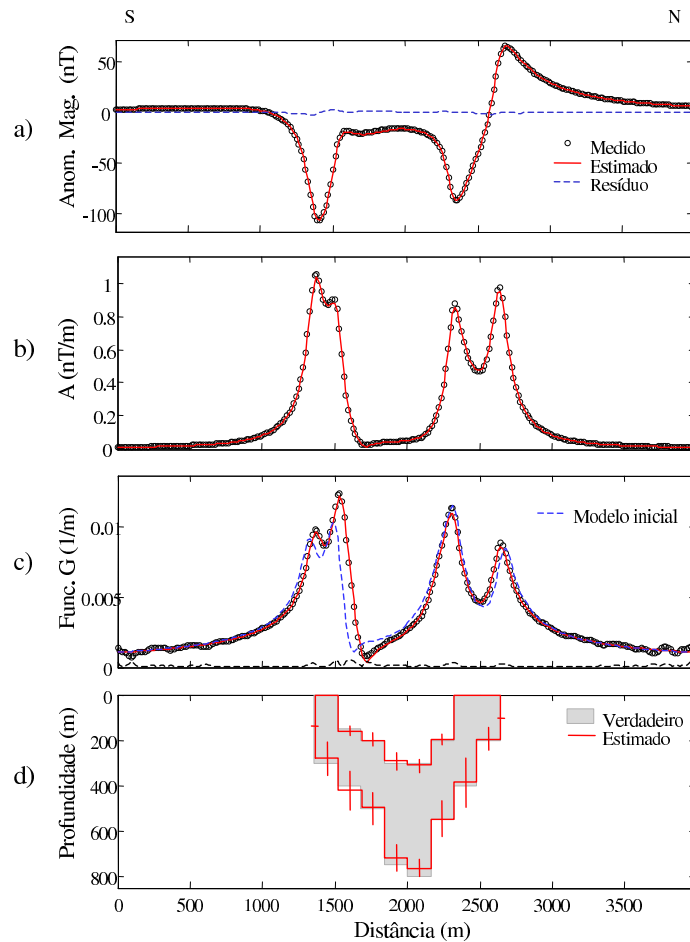


Figura 3.15: Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz central com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $\mu_a = 0$; $\mu_r = 0$, $N = 90$, $V_r = 0,87$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $291 \pm 41 \text{ mA/m}$ e inclinação de -12° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

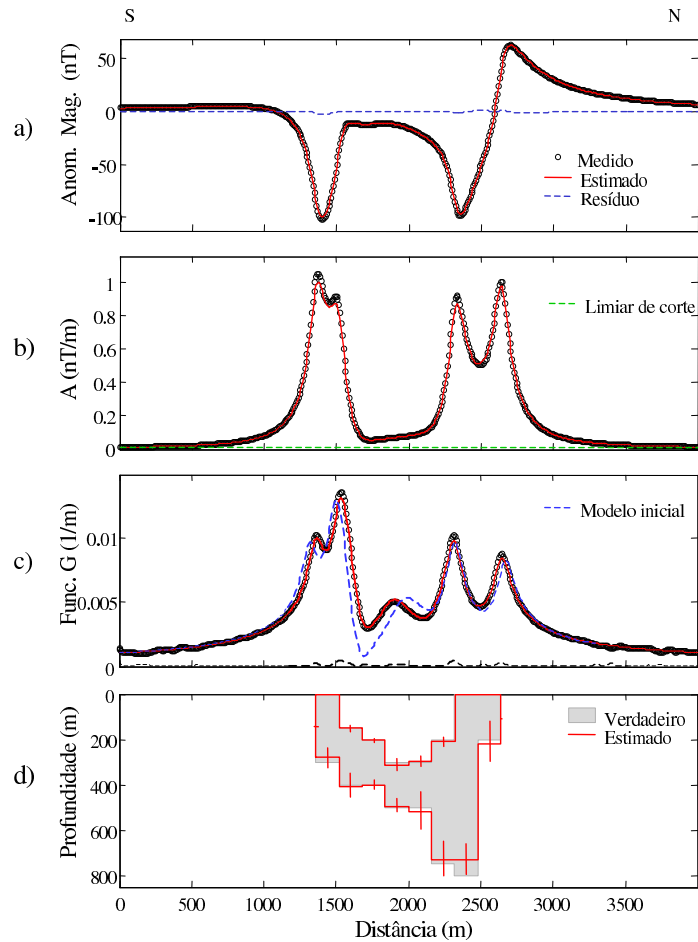


Figura 3.16: Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz lateral com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 90$, $V_r = 0,7$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 285 ± 13 mA/m e inclinação de -13° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

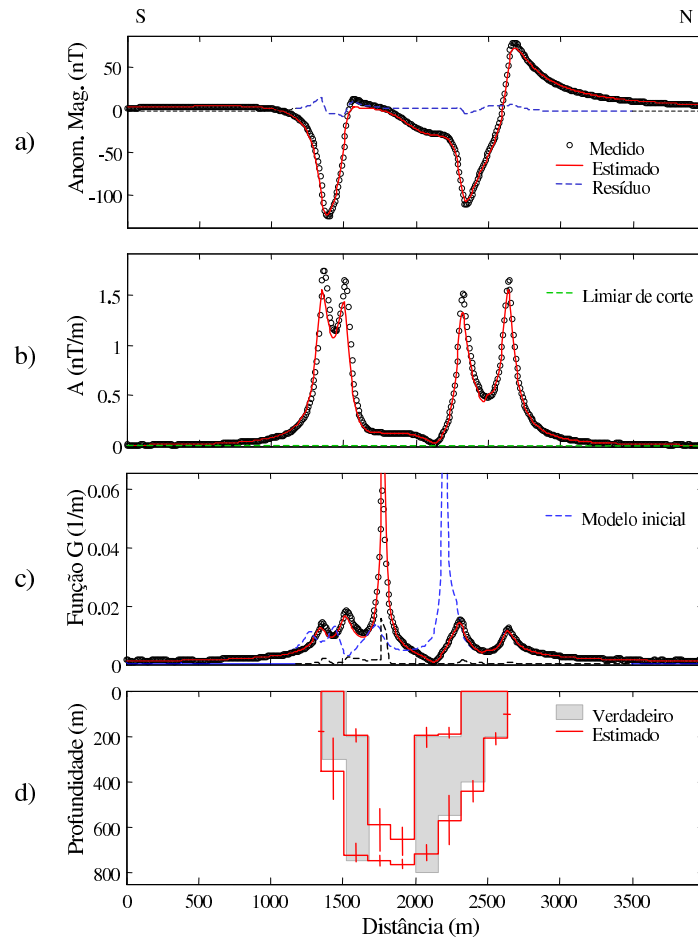


Figura 3.17: Fontes parcialmente aflorantes - modelo de raiz dupla com afloramento em dois pontos: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 30 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,3$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 274 ± 43 mA/m e inclinação de -8° . Modelo verdadeiro composto por seis prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

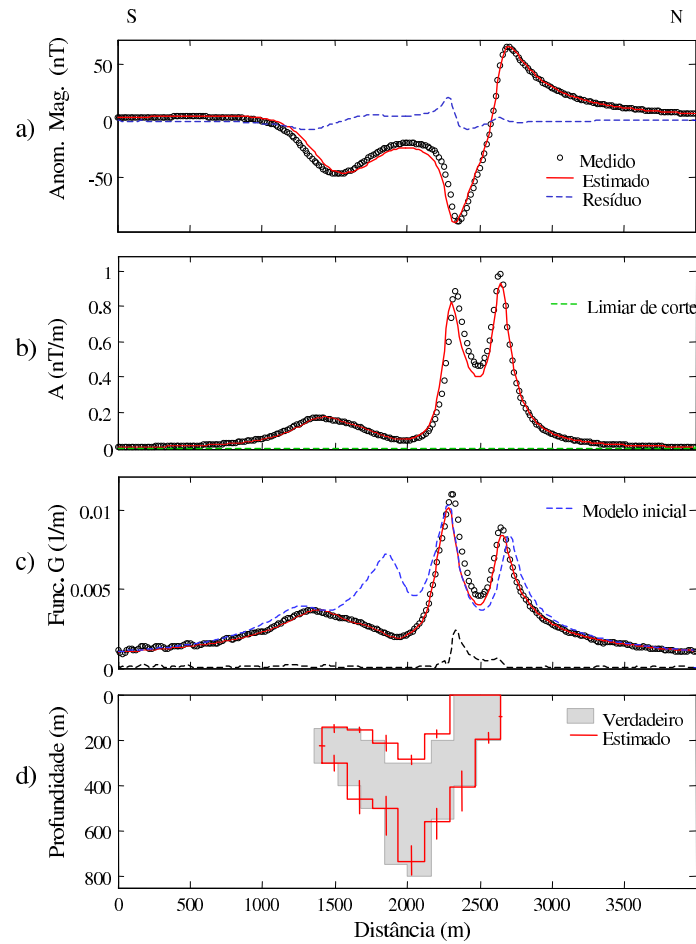


Figura 3.18: Fontes parcialmente aflorantes: modelo de raiz dupla com afloramento em um ponto: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,26% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 7$, $N = 80$, $V_r = 0,7$; $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 288 ± 32 mA/m e inclinação de -10° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

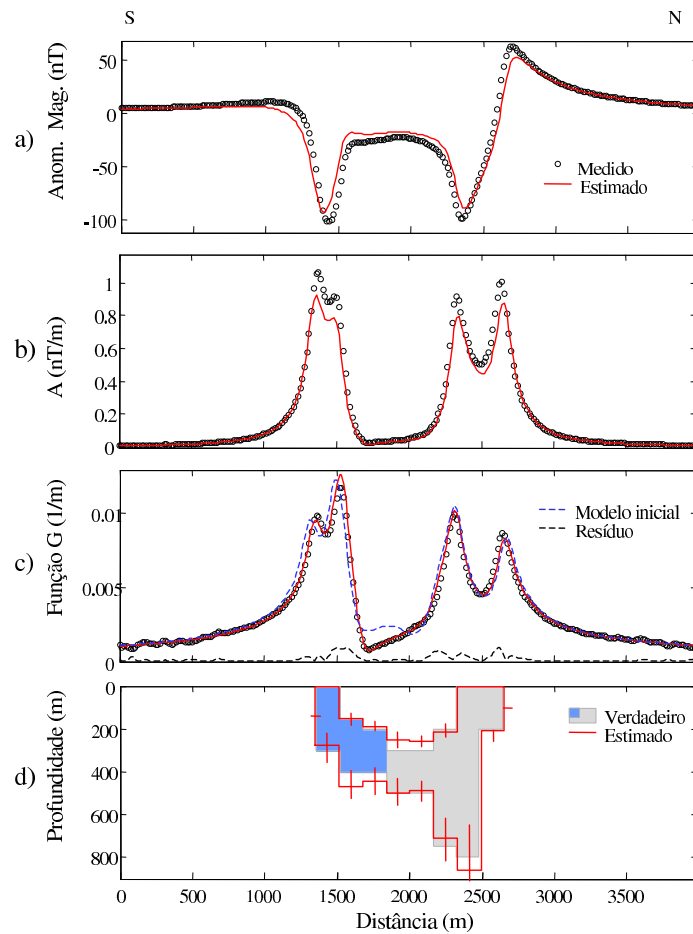


Figura 3.19: Testes com modelos heterogêneos em baixas latitudes: magnetização com inclinação variável, parte azul $+12^\circ$, parte cinza -12° : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,25% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,0$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de 262 ± 36 mA/m e inclinação de -6° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m e inclinação de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

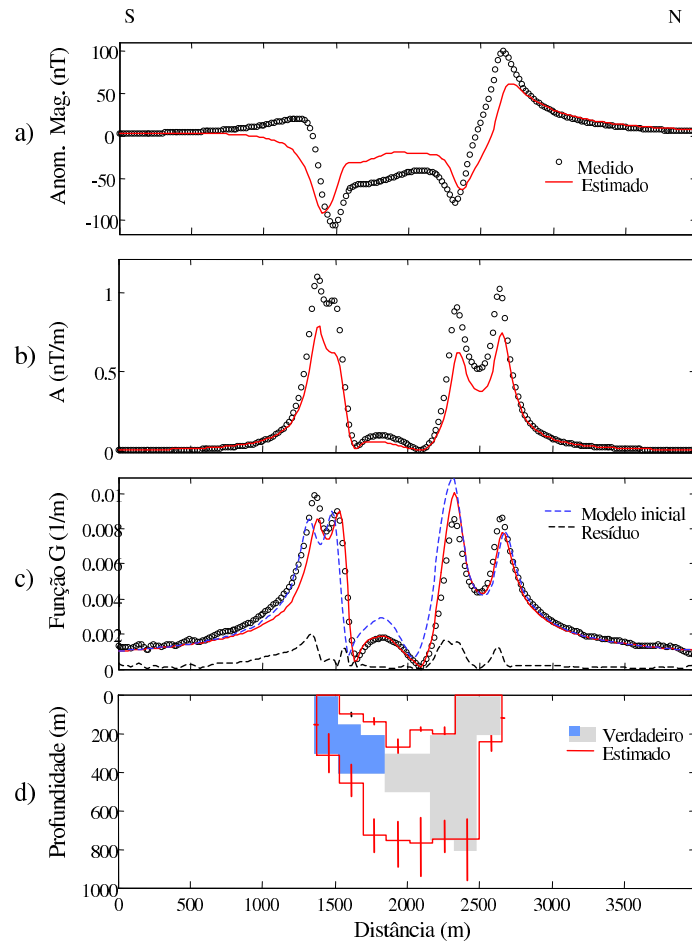


Figura 3.20: Testes com modelos heterogêneos - magnetização com inclinação variável, parte azul $+50^\circ$ e parte cinza -50° : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com 0,2% de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1, 1$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $216 \pm 92 \text{ mA/m}$ e inclinação de -20° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas; magnetização com intensidade de 280 mA/m . Campo geomagnético com inclinação de $-25, 65^\circ$ e declinação nula.

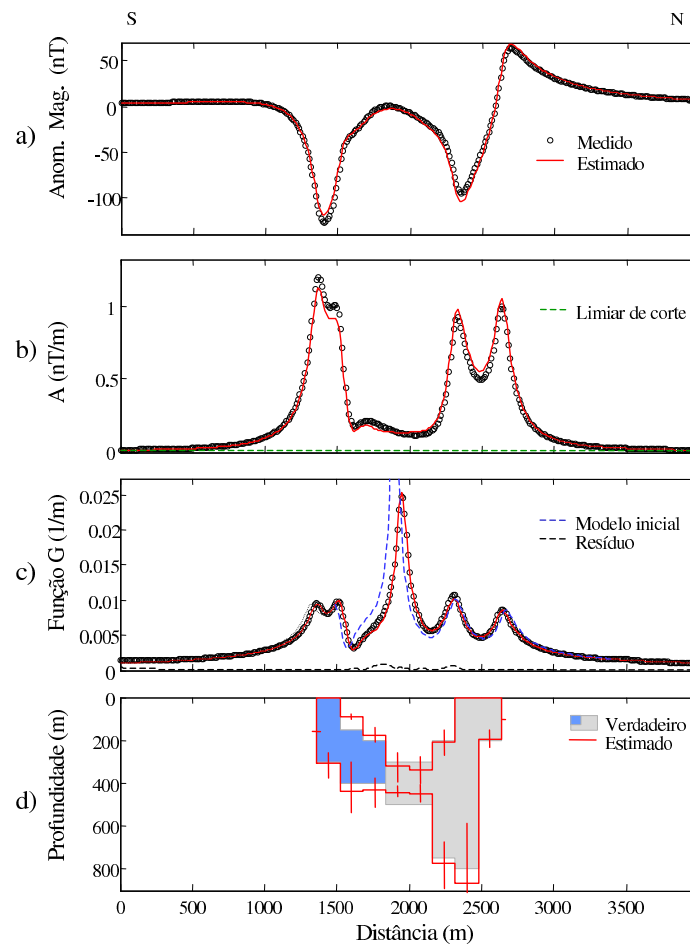


Figura 3.21: Testes com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, prismas em cinza com 280 mA/m e em azul (três prismas de Sul para Norte) 300 , 700 e 140 mA/m : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 50 m para cima por processamento da anomalia magnética com $0,23\%$ de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 36$, $V_r = 1,0$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $310 \pm 33 \text{ mA/m}$ e inclinação de -14° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas com inclinação da magnetização de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

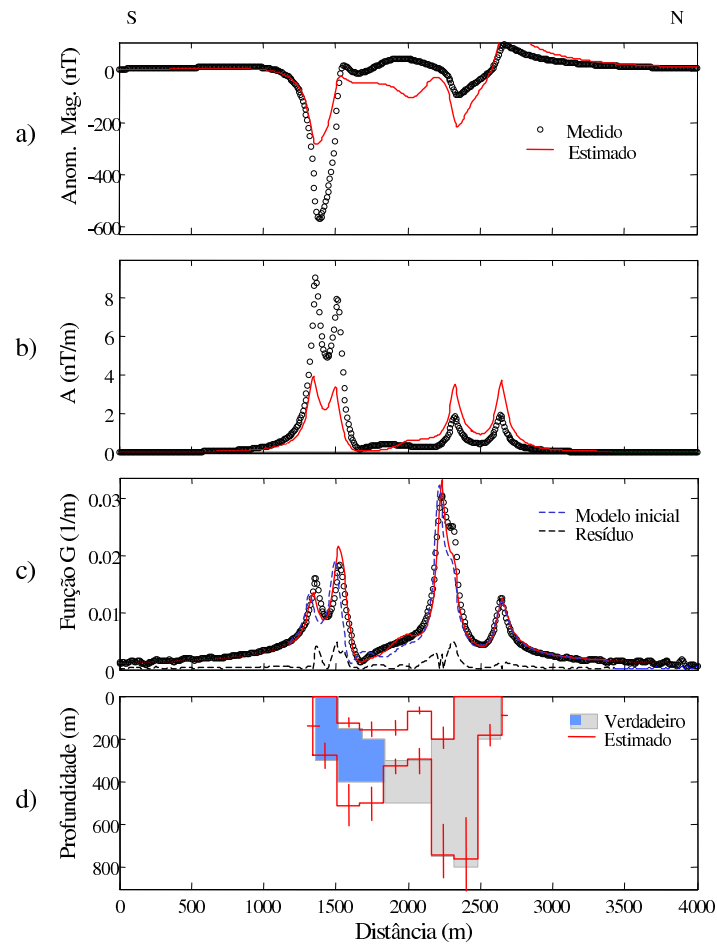


Figura 3.22: Testes com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, parte azul 1200 mA/m e parte cinza 280 mA/m : a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) A sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) função G sintética (círculo) e ajustada (vermelho). Campos continuados 25 m para cima por processamento da anomalia magnética com $0,1\%$ de ruído aleatório. Parâmetros de inversão: $n_p = 8$, $N = 84$, $V_r = 1,6$, $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$. Parâmetros estimados: magnetização com intensidade de $594 \pm 472 \text{ mA/m}$ e inclinação de -17° . Modelo verdadeiro composto por oito prismas com inclinação da magnetização de -12° . Campo geomagnético com inclinação de $-25,65^\circ$ e declinação nula.

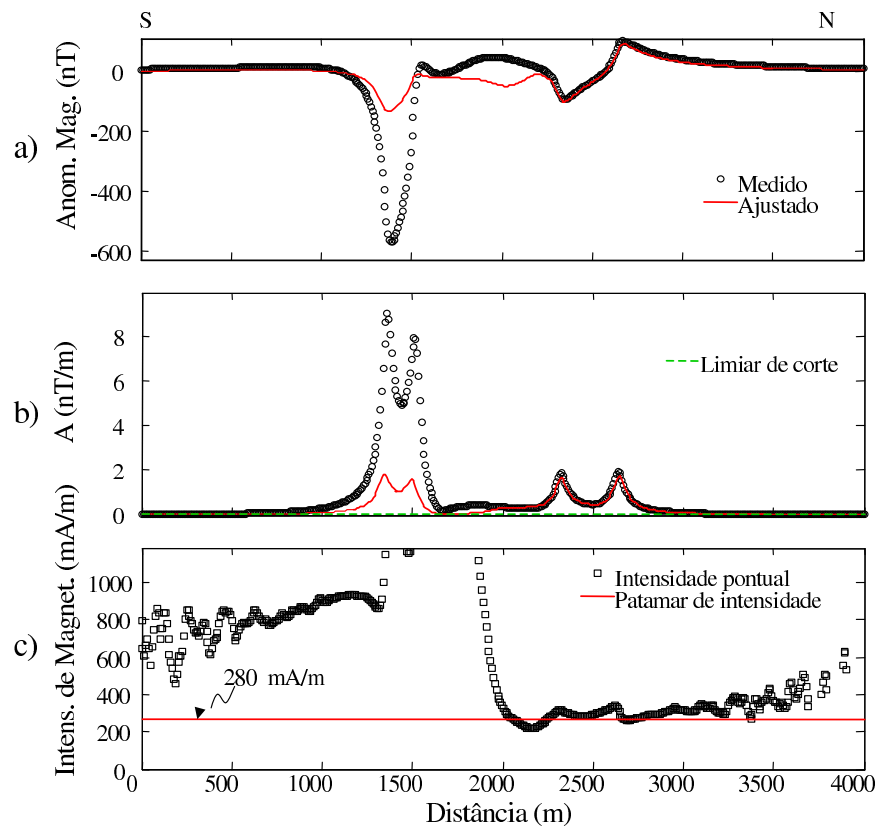


Figura 3.23: Continuação do teste anterior, com modelos heterogêneos - magnetização com intensidade variável, com valores de 1200 e 280 mA/m . Ajuste parcial dos campos utilizando um patamar da intensidade: a) anomalia magnética sintética (círculo) e ajustada (vermelho); b) Amplitude do sinal analítico (A) sintética (círculo) e ajustada (vermelho); c) patamar de intensidade (em vermelho) utilizado para ajustar os campos.

CAPÍTULO 4

Aplicação em dados reais

Este capítulo aplica a metodologia de inversão por etapas na interpretação de uma anomalia magnética medida na região de Rio Claro, Estado de São Paulo. Tal anomalia foi previamente identificada na base de dados aeromagnéticos que cobre a região e posteriormente investigada por geofísica terrestre em atividades didáticas do IAG/USP (Sosnowski, 2005). Em geral, os estudos na região de Rio Claro visam à caracterização de estruturas ígneas subjacentes a uma soleira de diabásio previamente mapeada. A caracterização em profundidade desses corpos ígneos é importante para o entendimento do magmatismo associado à Província Magmática do Paraná-Etendeka (PMPE) que, na região, manifesta-se na forma de corpos intrusivos da Formação Serra Geral. Antes da aplicação da inversão por etapas, este capítulo discute aspectos gerais relacionados à geologia da região que direta ou indiretamente são relevantes para a interpretação geofísica.

4.1 Província magmática do Paraná-Etendeka

A Província Magmática do Paraná-Etendeka (PMPE) tem origem associada à pluma de Tristão da Cunha e aos processos de rifteamento que levaram à abertura do Atlântico Sul, no Cretáceo Inferior (White e McKenzie, 1989). Na Plataforma Sul-Americana, sua área de exposição na forma de capeamento basáltico é de $1,5 \times 10^6 \text{ km}^2$, com espessura máxima de 1500 m. Na parte oceânica, a PMPE compõe estruturas de porte, tais como o Alto do Rio Grande e a Cadeia Walvis, além do embasamento de diversas bacias sedimentares. Na Bacia de Santos, pacotes basálticos com espessuras de até 900 m aparecem em seções sísmicas profundas, na forma de “*seaward dipping reflectors*”.

Para os derrames da Formação Serra Geral, Renne, Deckart, Ernesto, Feraud e Piccirillo (1996) sugerem que os diques do Arco de Ponta Grossa tenham constituído seus dutos principais de alimentação. O mesmo estudo determina uma idade radiométrica de $131 \pm 1 \text{ Ma}$ para o ápice das atividades vulcânicas e registra a existência de pelo menos quatro reversões magnéticas. Embora com composição predominantemente toleítica, as rochas da Formação Serra Geral apresentam oito tipologias principais, dispostas regionalmente em sobreposição gradativa (“*onlap*”) na direção Norte (Hawkesworth, Gallagher, Kelly, Mantovani, Peate,

Regelous e Rogers, 1992), mesma direção de propagação do rifte que levou à abertura do Atlântico Sul.

Além de sua expressão na forma de basaltos, as unidades da PMPE se manifestam na forma de enxame de diques, intrusivas crustais e intrusivas subcrustais. White (1992) coloca os enxames de diques como sendo parte de uma rede de distribuição magmática continente adentro, estendendo por milhares de quilômetros a partir do foco da pluma. O magma ocuparia níveis de equilíbrio isostático em profundidades médias da crosta e alimentaria as manifestações intrusiva e efusiva da província. As rochas intrusivas nesse cenário seriam formadas na mesma rede de distribuição que levou à formação dos derrames basálticos. Implicitamente, esse modelo assume a inexistência de fontes termais sob a região de diques e soleiras e uma espessura limitada para os corpos intrusivos que, dessa maneira, não teriam conexão direta com as fontes mantélicas subjacentes. O soerguimento associado à pluma de Tristão da Cunha, da ordem de 1 *km*, teria contribuído para a distribuição radial por gravidade do material magmático a partir do foco da pluma (White, 1992).

4.2 Geologia local

A área de estudo está localizada no município de Rio Claro, Estado de São Paulo, no Parque Estadual do Horto Florestal. Geologicamente, a área está situada no flanco nordeste da Bacia do Paraná, onde ocorre sedimentos paleozóicos da Formação Corumbataí, diabásios mesozóicos da Formação Serra Geral e sedimentos cenozóicos da Formação Rio Claro. A Formação Corumbataí é composta por argilitos, siltitos e folhelhos de cor arroxeadada a marrom-avermelhada, com intercalação de arenitos e coquinas. A Formação Serra Geral é constituída por soleiras de diabásio com espessura média de 20 *m*. A Formação Rio Claro é composta por depósitos aluviais recentes. Três direções principais de fratura (NW/SE; NE/SW e E/W) são mapeadas na região (Zaine, 1994).

4.3 Estudos geofísicos

Entre os estudos pioneiros na área de estudo está o Projeto Botucatu (PETROBRAS-PAULIPETRO), com dados aeromagnéticos adquiridos em 1980 como parte de uma série de levantamentos para a exploração de petróleo, então desenvolvidos na Bacia do Paraná. Esses levantamentos mostram várias anomalias magnéticas adjacentes à área com exposição da cobertura basáltica, sugerindo a existência de fontes subjacentes não perfeitamente caracterizadas.

Uma dessas anomalias ocorre na região de Rio Claro, em uma área mapeada como sendo uma de soleira de diabásio, de aproximadamente 30 *km*². A anomalia tem direção E-W e é

interceptada por 5 linhas de vôo equiespaçadas em 2 *km*. Praticamente a porção oeste da área urbana de Rio Claro e imediações do Horto Florestal são cobertas por essa anomalia.

A existência de uma fonte magnética alongada subjacente à soleira foi interpretada como sendo resquício de um conduto magmático relacionado à formação da soleira. Para investigar tal hipótese e detalhar a anomalia aeromagnética previamente identificada, diversos estudos geofísicos de campo foram efetuados em disciplinas ministradas pelo IAG/USP, de 2001 a 2003. Na mesma época foram realizados estudos gravimétricos de reconhecimento que confirmaram um alto gravimétrico aproximadamente coincidente com a anomalia magnética do Projeto Botucatu (Zanão e Dourado, 2003).

De um dos trabalhos realizados na região resultou o perfil magnetométrico estudado por Sosnowski (2005) e utilizado neste trabalho. O perfil tem direção aproximadamente N-S, extensão de 4050 *m* e corta o lado leste (mais afastado da cidade) da anomalia aeromagnética. Na tomada de dados foram utilizados dois magnetômetros de precessão de prótons GSM-19, com efeito *overhauser*, um operando como estação base, outro como estação móvel. Ao longo do perfil, as medidas foram inicialmente tomadas em estações com espaçamento de 50 *m* e, depois, com espaçamento de 5 *m* na porção central da anomalia, onde ocorrem variações mais abruptas. A Figura 4.1 mostra a anomalia medida e as estimativas de erro associadas. O erro de medida foi estimado a partir da repetição de medidas em pontos vizinhos à estação. Na etapa de reconhecimento, cinco medidas foram realizadas em pontos afastados de 1 *m*. No refinamento da anomalia, as cinco medidas foram tomadas praticamente no mesmo ponto, variando apenas ligeiramente a posição do sensor. Após a correção da variação diurna, o erro de medida foi normalizado pelo valor pico-a-pico da anomalia (3533 *nT*). Erros maiores que 3% são observados na porção centro-norte do perfil, na qual gradientes mais abruptos foram medidos. Ao longo do perfil ocorrem afloramentos de diabásio alterado (na forma de solos argilosos e avermelhados), na vizinhança das posições centradas em 1200 e 2750 *m* do perfil.

Sosnowski (2005) interpretou o perfil medido em Rio Claro utilizando um procedimento de inversão assistida (programa MULTI, (Silva e Barbosa, 2006)) que incorpora informação *a priori* sobre propriedades físicas e geometria das fontes. A maior dificuldade encontrada neste estudo decorreu da falta de informação a respeito da geometria e propriedade das fontes, o que impediu a utilização plena dos recursos da inversão assistida. Pontos de afloramento foram utilizados como informação *a priori* para focalizar a distribuição do material magnético no processo de inversão. Na prática, essa incorporação é feita assinalando pontos e segmentos de reta, ao redor dos quais o material magnético é forçosamente distribuído pelo algoritmo de inversão. Como as soluções estimadas são condicionadas pela informação introduzida, diversas geometrias para a fonte do substrato foram obtidas variando os valores de magnetização (intensidade e inclinação) e combinações de pontos e eixos sobre a geometria da fonte. Do que se pôde inferir, na porção norte do perfil o corpo de diabásio é mais fino e

raso, sendo mais espesso (de 600 a 800 m) na porção sul.

4.4 Processamento dos dados

Os dados de campo foram processados usando o algoritmo apresentado na Figura 2.7, do Capítulo II. Antes da aplicação do algoritmo, os dados de campo foram interpolados por *splines* cúbicos fornecendo um perfil com 1024 pontos espaçados em 3,9 m. Para atenuar ruídos e efeitos de fontes interferentes, o perfil interpolado foi continuado para cima, até os níveis de 75, 100, 125, 150, 175 e 200 m acima do nível do solo. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 4.2 que mostra que, na posição de 1500 m do perfil, a função geométrica apresenta uma forte variação, especialmente para o nível de continuação de 75 m. Uma variação tão acentuada poderia distorcer o ajuste pelo CRS visto que o ajuste da parte com valores maiores seria priorizado em detrimento dos demais. Optou-se, então, por inverter a função geométrica nos níveis de 150 m (modelo com magnetização constante) e 125 m (modelo com magnetização variável) cuja variação da função é mais suave.

Para a região considerada, a inclinação e declinação do campo geomagnético dadas pelo DGRF são tais que $(I, D) = (-31, 3^\circ, -19, 4^\circ)$. Considerando que a anomalia mostra-se alongada na direção leste-oeste, os parâmetros projetados no perfil foram $(I, D) = (-32, 8^\circ, 0^\circ)$.

4.5 Inversão por etapas

A inversão por etapas utilizou um modelo formado por vinte prismas justapostos, com largura constante. O topo do prisma no extremo norte do modelo foi fixado em $z = 0$, em um ponto no qual ocorre um afloramento de diabásio. Inicialmente, foram obtidas duas soluções (I e II) baseadas em modelos de magnetização homogênea. Uma terceira solução foi obtida a partir da incorporação de resultados das soluções anteriores a fim de criar um modelo com intensidade de magnetização variável. A Solução I foi obtida sem vínculos no processo de inversão e a Solução II incorporou o vínculo de proximidade relativa para a base.

4.5.1 Modelo homogêneo

As Figuras 4.3 e 4.4 mostram os resultados da inversão por etapas utilizando modelos homogêneos. A Figura 4.3 apresenta os resultados obtidos sem a incorporação de vínculos e a Figura 4.4, a solução que incorporou vínculos de proximidade relativa para a base ($\mu_r = 0,001$). Conforme tais figuras, as duas soluções ajustam os dados da função geométrica, mas, nas etapas seguintes, não ajustam a amplitude do sinal analítico e a anomalia magnética. Além disso, as duas soluções são incompatíveis com a geologia de campo, pois prescrevem um

afloramento na parte central do perfil, o que não é observado na prática. Em analogia com os resultados dos dados sintéticos com modelos com magnetização variável, as soluções I e II foram descartadas, pois fornecem resultados esperados em caso de fontes com magnetização variável.

4.5.2 Modelo heterogêneo

Apesar de inadequadas, as Soluções I e II indicam uma forma segmentada para a geometria do corpo. Além disto, a intensidade de magnetização inferida usando o modelo homogêneo da Figura 4.3 aumenta de Sul para o Norte, sugerindo que a intensidade de magnetização aumenta na mesma direção. Nesse caso, a profundidade da fonte não entra como variável, pois na parte norte do perfil, o diabásio aflora.

Tal informação foi usada como uma tentativa (Figura 4.5a) para construir um modelo com intensidade de magnetização variável no qual, em vez de adotar uma intensidade constante de $1 A/m$ para os prismas do modelo, empregou-se valores de 1, 2 e $3 A/m$ para os três segmentos (de Sul para Norte) nos quais a fonte foi dividida. Nenhuma restrição foi imposta à geometria da fonte. O modelo prismático assim definido deu entrada na etapa 1 da inversão por etapas e a função geométrica foi invertida, fornecendo o modelo mostrado na Figura 4.6 (Solução III). O modelo tri-segmentado ajusta as principais feições da função geométrica, enquanto que na etapa 2, a amplitude do sinal analítico estimada não se ajusta aos dados devido a um fator dois na intensidade da magnetização (Figura 4.7a). Nessa etapa, utilizou-se tal fator, isto é, utilizando-se as intensidades de 2, 4 e $6 A/m$ os campos se ajustam como mostra a Figura 4.6b, sendo o fator de ajuste médio dessa estimativa de 1 (Figura 4.7b). Na etapa 3, o ajuste da anomalia magnética é obtido utilizando um valor de -44° (Figura 4.8a,b).

Para melhorar o ajuste dos campos da Solução III, elaborou-se um modelo subdividindo-se os segmentos de intensidade de magnetização em valores de 1; 3, 5; 4; 5, 5 e $6 A/m$ (de Sul para Norte) como mostra a Figura 4.9 que corresponde à Solução IV; a função geométrica foi invertida novamente e a forma da fonte assim obtida (Solução IV) iguala satisfatoriamente os traços principais tanto da intensidade do gradiente quanto da anomalia magnética (Figuras 4.9a,b) e, como tal, foi considerada como uma solução da inversão por etapas. A Figura 4.10a mostra os fatores de ajuste da estimativa da intensidade da magnetização com o valor médio de 1, o que significa que os valores estimados da amplitude do sinal analítico são bastante similares aos medidos. Na última etapa do procedimento de inversão, o ajuste da anomalia foi obtido ao usar-se uma inclinação de magnetização constante de -43° (Figura 4.10b), a qual é um valor mais vertical que a direção do campo induzido atual (-33°).

A abordagem por inversão por etapas no caso de fontes heterogêneas foi apenas iniciada neste trabalho. Isto foi necessário pois a aplicação em dados reais sugeriu a existência

de fontes heterogêneas e, para concluir a interpretação, foi preciso introduzir modelos com intensidade de magnetização variável no passo inicial da inversão por etapas. Os procedimentos adotados, entretanto, não constituem uma abordagem definitiva para lidar com fontes heterogêneas. Pelo que se pode inferir neste trabalho, a variação da intensidade de magnetização ao longo do perfil (passo 2 da inversão por etapas) fornece elementos para inferir se a intensidade de magnetização é constante. Por envolver a razão de amplitudes (sinal analítico medido e calculado), as estimativas de intensidade tendem a desenvolver patamares sobre porções homogêneas da fonte. Isto permite delinear valores relativos para a intensidade de magnetização entre prismas adjacentes e incorporar tal informação no passo 1 da inversão por etapas, o que define um procedimento recursivo na construção do modelo que eventualmente poderá ser aperfeiçoado na continuidade do estudo. Fica ainda em aberto a abordagem adequada para fontes com reversões de magnetização ou variação vertical de intensidade. Evidentemente, quanto mais complexa a magnetização da fonte, mais difícil será a aplicação da inversão por etapas bem como a interpretação usando-se outros métodos de inversão.

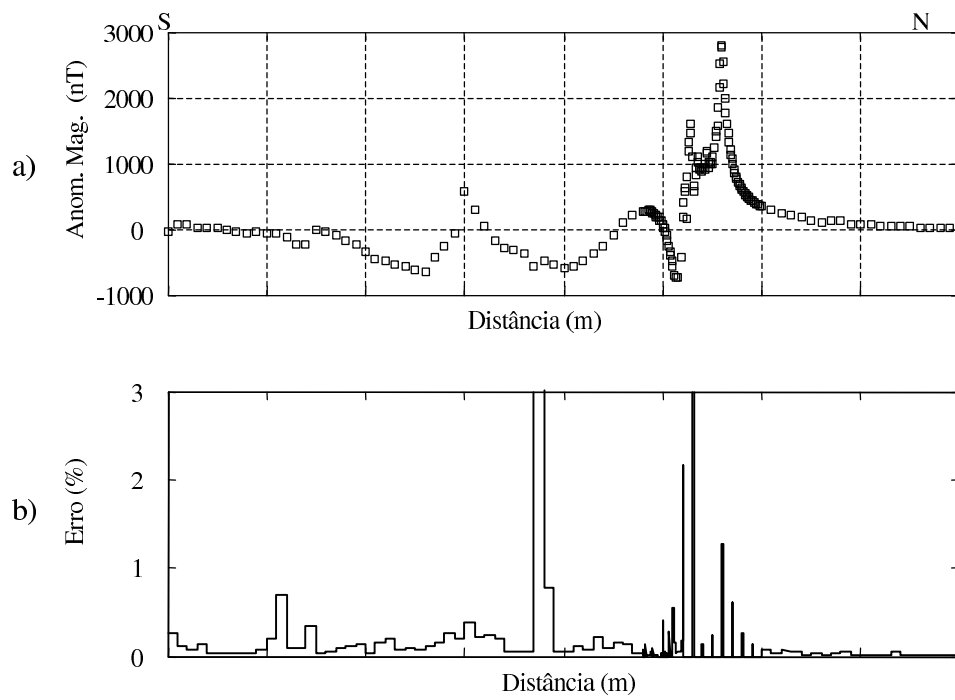


Figura 4.1: Anomalia magnética de Rio Claro: a) erro associado a cada medida; b) por repetição de 5 leituras na vizinhança da estação.

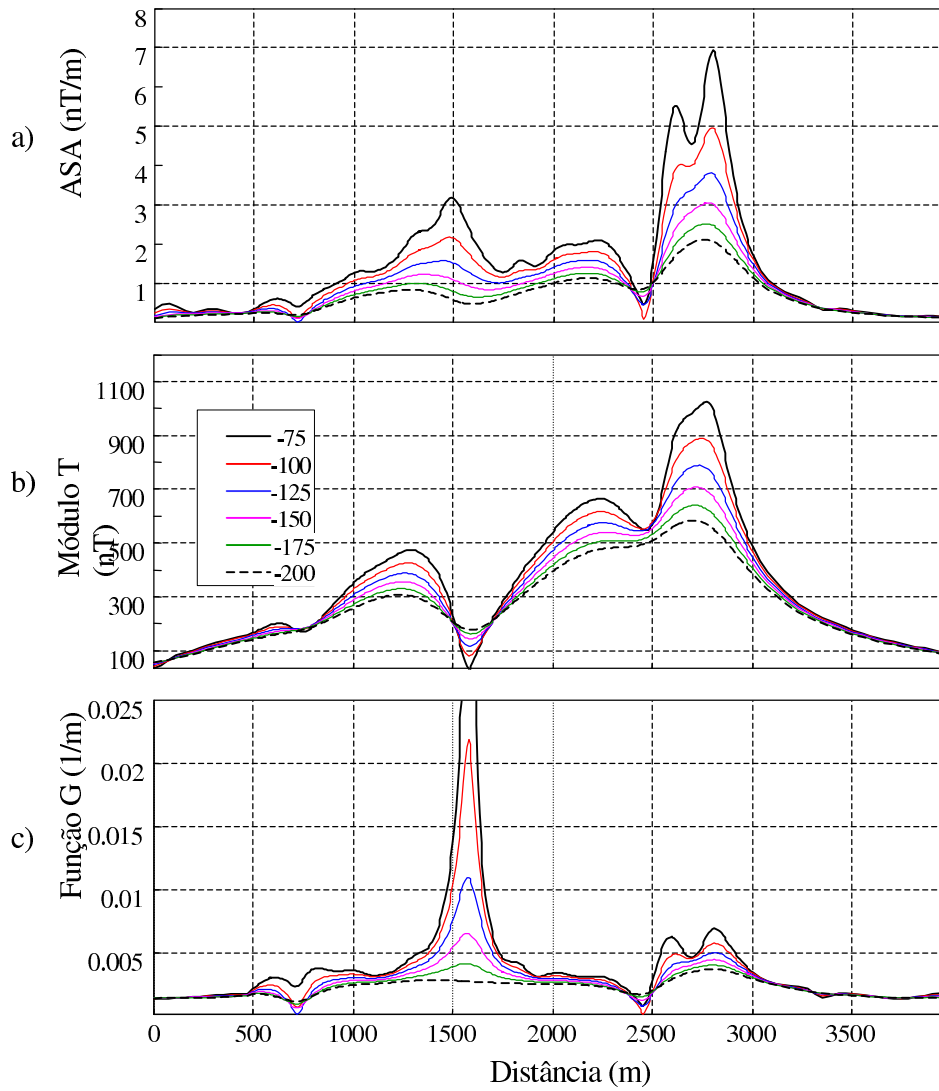


Figura 4.2: Atenuação de campos em função da altura para a anomalia de Rio Claro. a) amplitude do sinal analítico; b) intensidade do campo anômalo, c) função geométrica. Alturas de continuação: -75 , -100 , -125 , -150 , -175 e -200 m. Eixo Z positivo apontando para baixo. Campos normalizados em relação ao valor máximo obtido na altura de 2 m (nível do levantamento). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação é de $-19,4^\circ$.

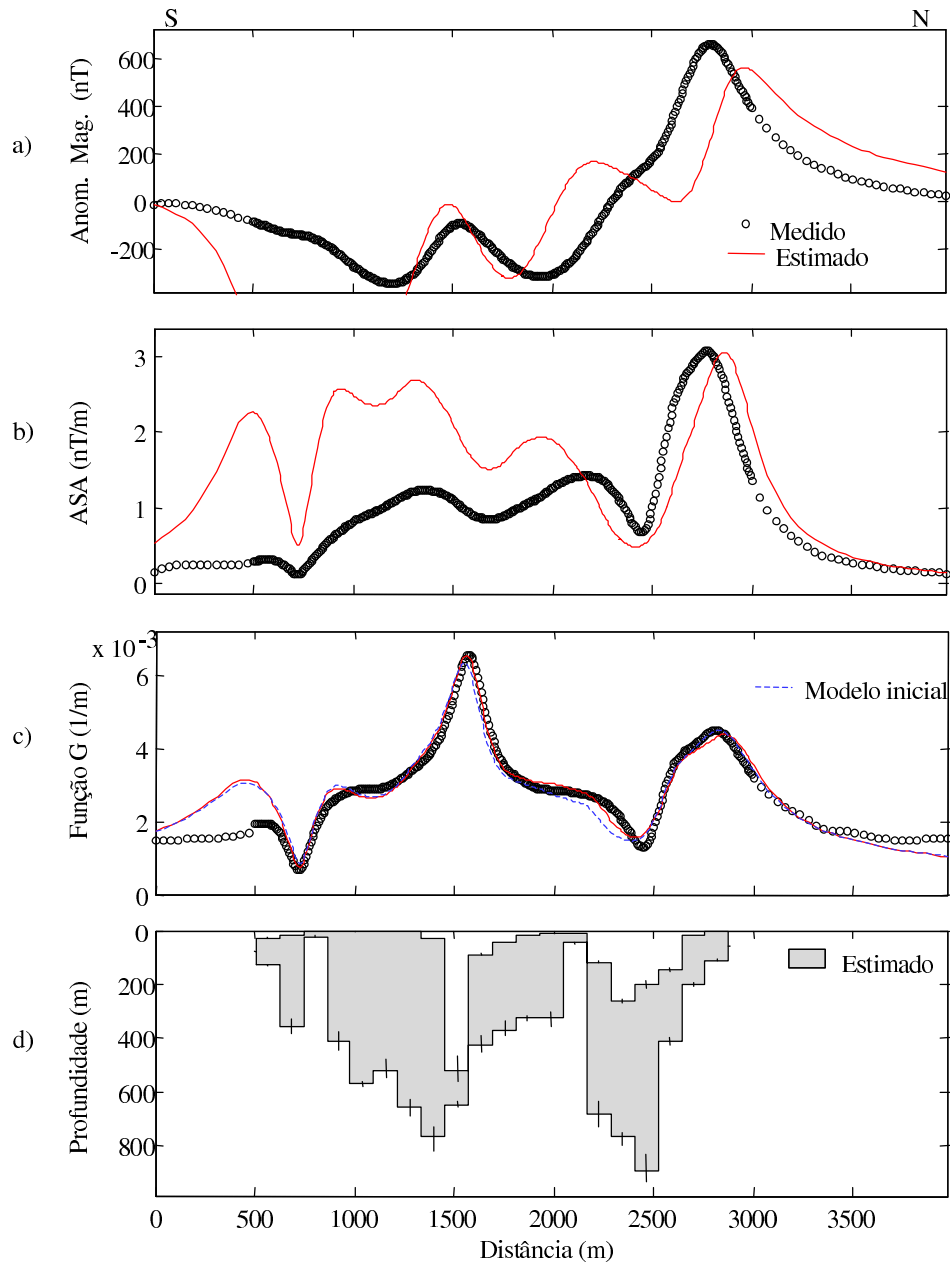


Figura 4.3: Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro. Solução homogênea utilizando um modelo de vinte prismas (Solução I). a) anomalia magnética medida (círculo) e ajustada (linha), b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (linha), c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (linha). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação de $-19,4^\circ$; inclinação projetada de $-32,8^\circ$. Campos continuados até a altura de 150 m acima no nível de medida. Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 84$, $V_r = 1, 1$. Parâmetros estimados para a magnetização: intensidade de 3,8 A/m e inclinação -21° .

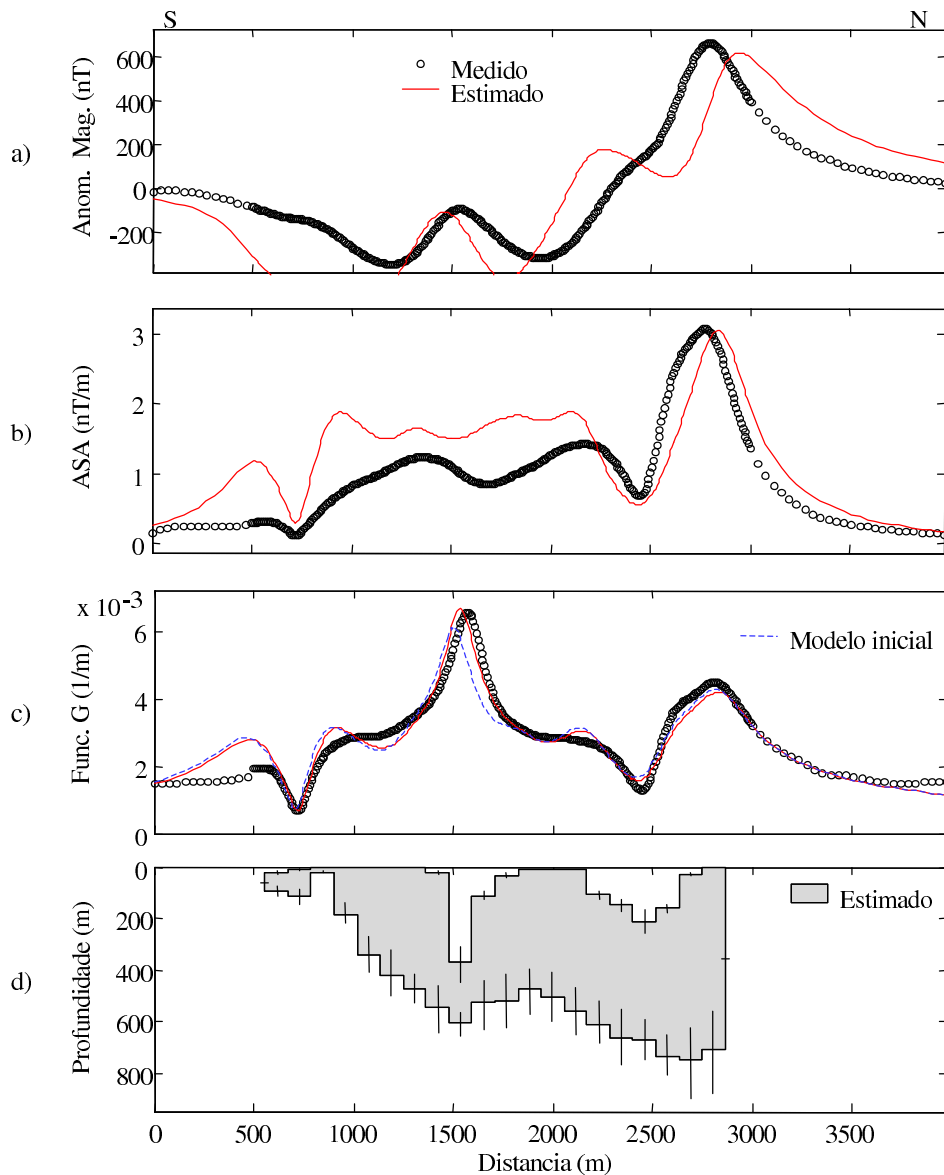


Figura 4.4: Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro. Solução homogênea com vínculo de proximidade relativa para a base (Solução II). a) anomalia magnética medida (círculo) e ajustada (linha), b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (linha), c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (linha). Campo Geomagnético com inclinação de $-31,3^\circ$ e declinação de $-19,4^\circ$; inclinação projetada de $-32,8^\circ$. Campos continuados até a altura de 150 m acima no nível de medida. Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0,001$, $N = 126$, $V_r = 1,13$. Parâmetros estimados para a magnetização: intensidade de $2,8\text{ A/m}$ e inclinação de -42° .

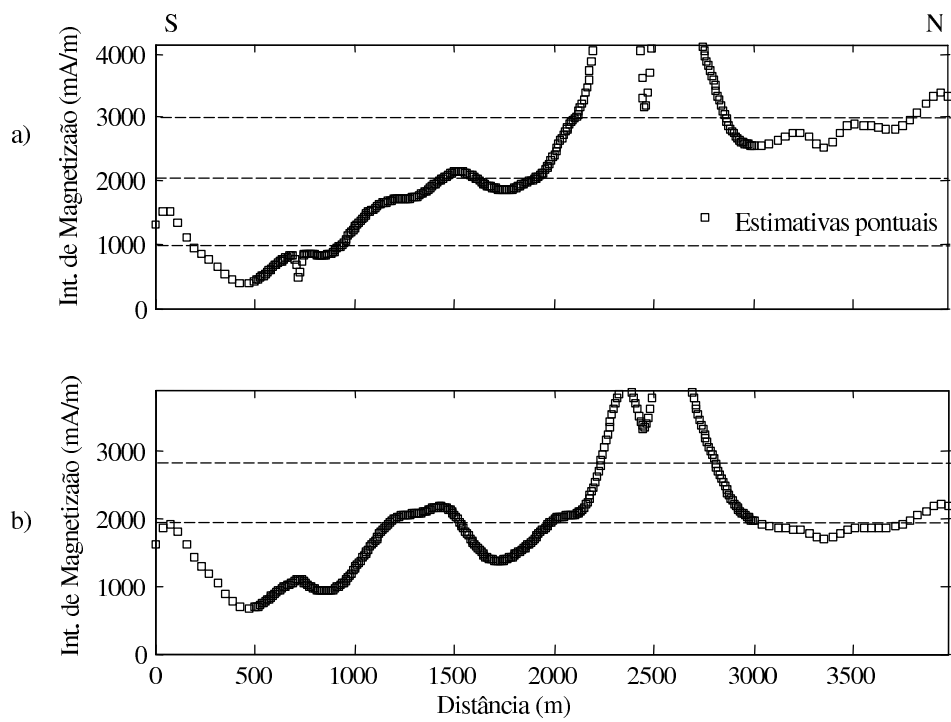


Figura 4.5: Estimativas da intensidade da magnetização; a) Solução I; b) Solução II.

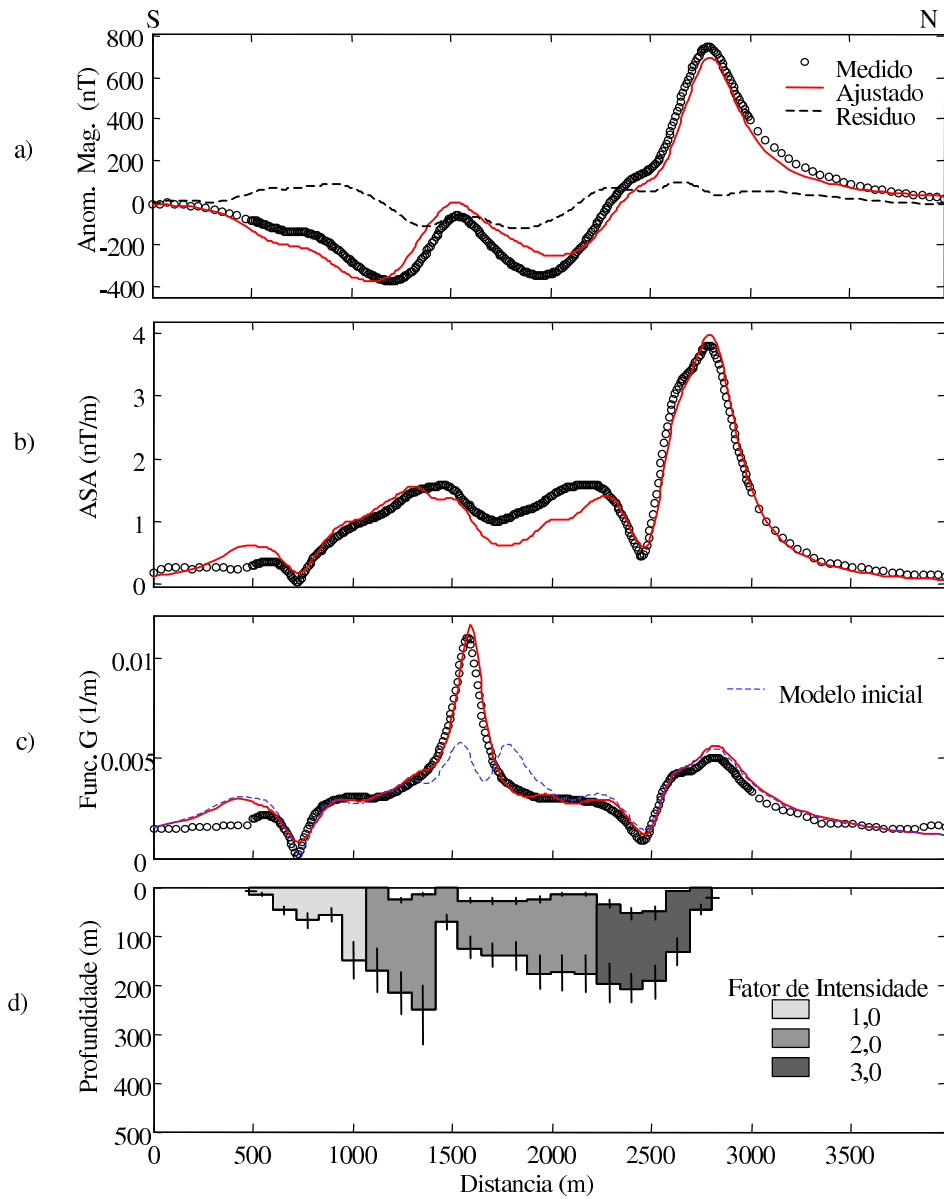


Figura 4.6: Inversão por etapas dos dados magnéticos de Rio Claro, (Solução III) utilizando um modelo de vinte prismas; a) anomalia magnética da área de estudo (círculo) e ajustada (traço contínuo); b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (traço contínuo); c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (traço contínuo). A inclinação do campo geomagnético é $-31,3^\circ$, a declinação do campo é de $-19,4^\circ$ e a inclinação projetada do campo é de $-32,8^\circ$; a continuação para cima foi de 125 m . Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 210$ e $V_r = 1,5$. Parâmetros estimados: intensidade da magnetização: 2, 4 e 6 A/m ; inclinação de -44° .

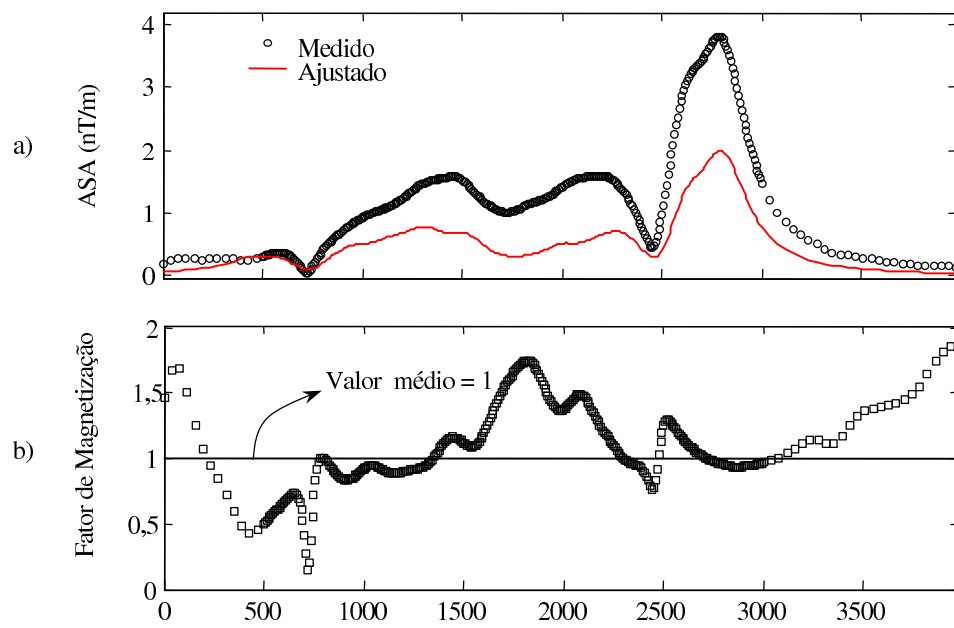


Figura 4.7: Estimativa de parâmetros da Solução III; a) ajuste da amplitude do sinal analítico, utilizando intensidades de 1, 2 e 3 A/m ; b) fator de ajuste dos campos da Figura 4.6b.

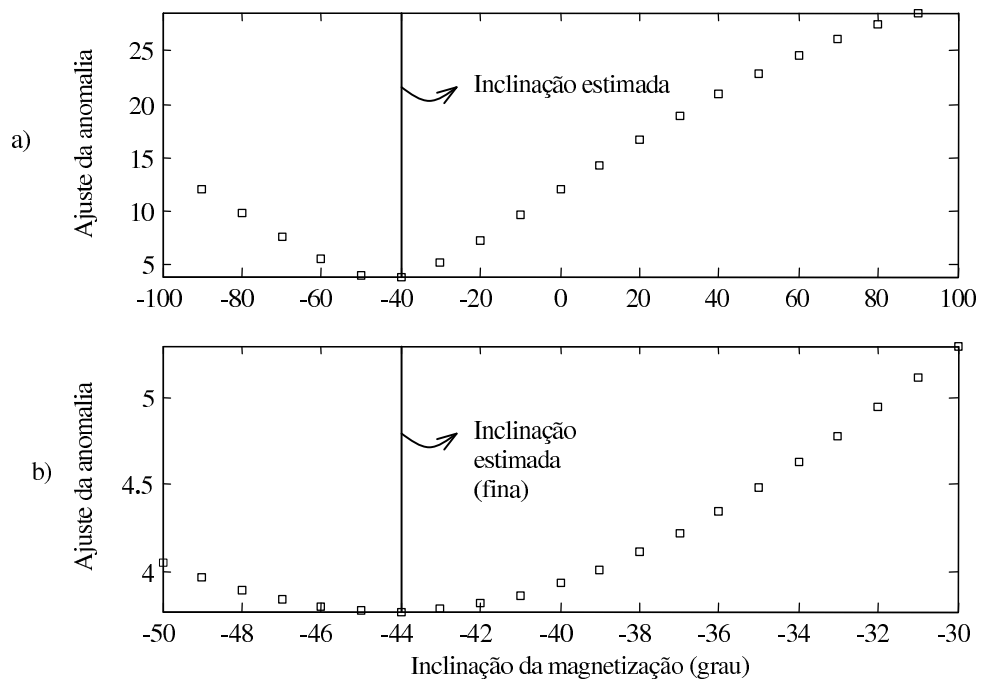


Figura 4.8: Ajuste da anomalia magnética na busca da direção de magnetização (Solução III); a) estimativa grossa da inclinação da magnetização; b) estimativa fina da inclinação.

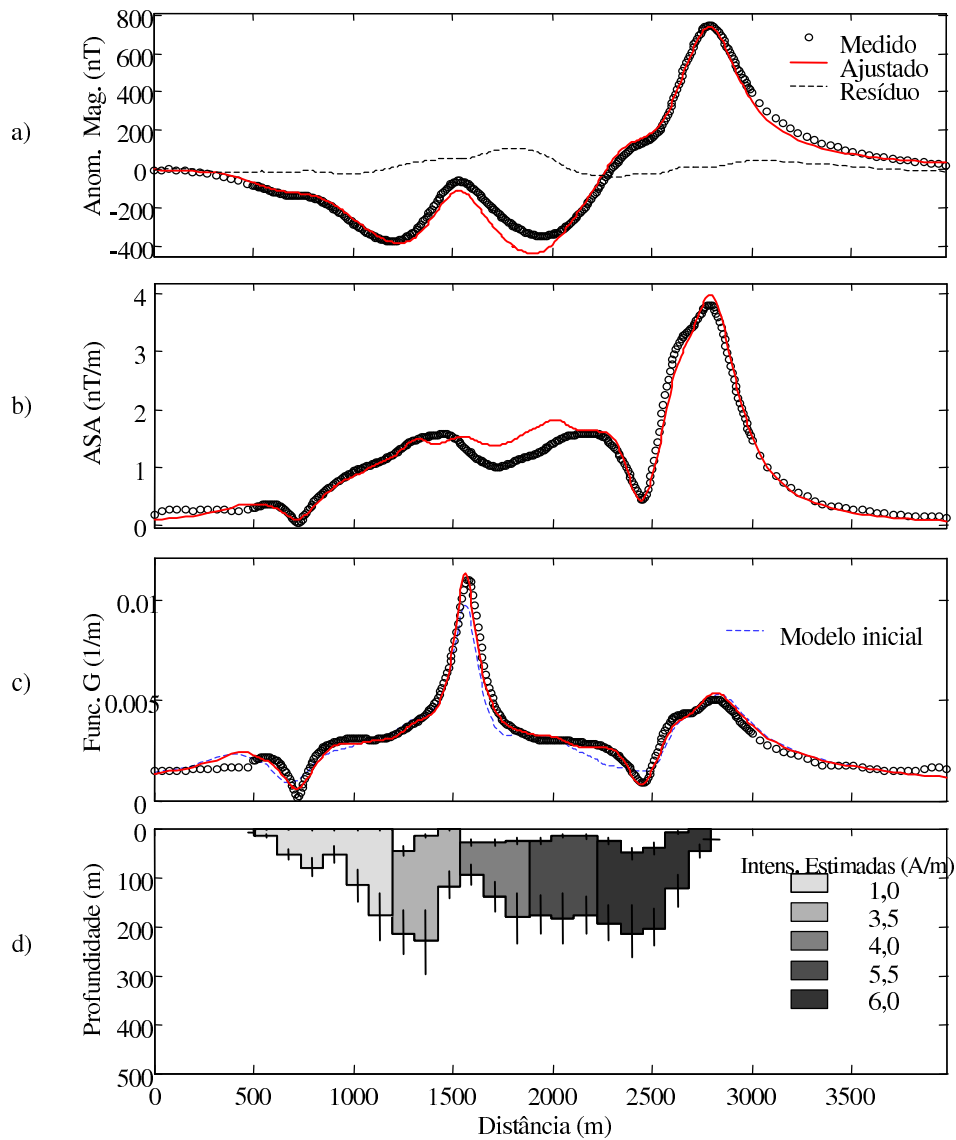


Figura 4.9: Inversão por etapas da anomalia de Rio Claro (Solução IV) utilizando um modelo de vinte prismas: a) anomalia magnética da área de estudo (círculo) e ajustada (traço contínuo); b) amplitude do sinal analítico medida (círculo) e ajustada (traço contínuo); c) função geométrica medida (círculo) e ajustada (traço contínuo). A inclinação do campo geomagnético é de $-31,3^\circ$ e a declinação do campo de $-19,4^\circ$. A inclinação projetada do campo é de $-32,8^\circ$. Continuação para cima de 125 m . Parâmetros de inversão: $\mu_a = 0$, $\mu_r = 0$, $N = 210$ e $V_r = 1,2$. Parâmetros estimados: intensidades 1; 3,5; 4; 5,5 e 6 A/m e inclinação de -43° .

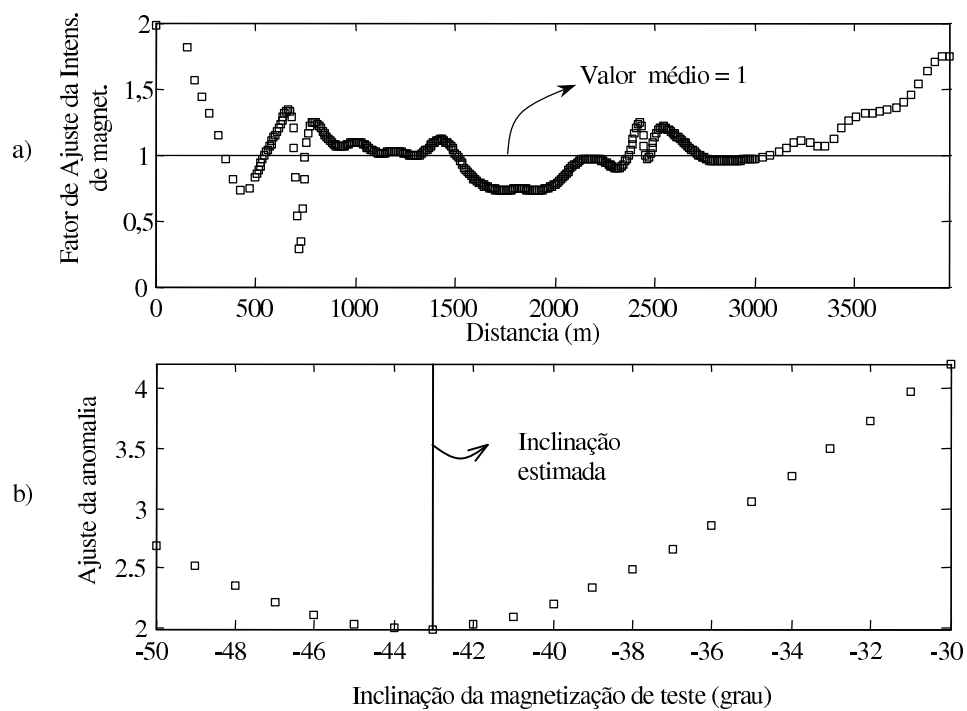


Figura 4.10: Aplicação dos dados reais (Solução IV); a) estimativas da intensidade da magnetização; b) ajuste da anomalia magnética na busca da direção de magnetização.

CAPÍTULO 5

Conclusões

Esta pesquisa propôs um procedimento de inversão por etapas de anomalias magnéticas, no qual campos invariantes em relação aos parâmetros da fonte são invertidos sequencialmente para fornecer a geometria das fontes e sua magnetização (intensidade e inclinação). O método de inversão por etapas foi testado em simulações numéricas usando modelos de geometria diversa, com magnetizações homogênea e heterogênea. A seguir, os resultados mais expressivos obtidos nas simulações numéricas e a aplicação a dados reais serão discutidos.

5.1 Experimentos numéricos

Para fontes homogêneas, os testes com experimentos numéricos mostraram que o método é efetivo para determinar a geometria da fonte e sua magnetização quando apenas uma superfície (topo ou base) é buscada. No mapeamento de uma superfície apenas (seja o topo de uma forma poligonal com espessura infinita ou a base de uma forma com topo aflorante) as soluções estáveis são obtidas, mesmo sem incorporação de vínculos de proximidade relativa ou absoluta. Entretanto, quando se busca topo e base simultaneamente, a solução torna-se instável e os vínculos de proximidade para uma das superfícies devem ser incorporados.

Para fontes não-aflorantes, com espessura finita, é possível delinear a topografia do topo e posicionar as arestas do corpo fixando níveis de referência para o relevo médio da base. Cada nível de referência é definido combinando vínculos de proximidades absoluta e relativa e atribuindo uma profundidade média para a subsuperfície desconhecida. Uma atribuição incorreta para a profundidade deteriora o ajuste aos dados da função geométrica, o que permite definir uma faixa de profundidade na qual o ajuste seja aceitável. Para valores nessa faixa, o posicionamento da fonte e o mapeamento do relevo do topo não sofrem variação significativa. A intensidade de magnetização, entretanto, mostra dependência inversa com a espessura do corpo, o que gera maior incerteza em sua determinação. Quanto mais profundo o nível de referência, menor a intensidade de magnetização estimada. Os resultados em latitudes baixas sugerem que a inversão por etapas pode recuperar a geometria da fonte mesmo utilizando um modelo homogêneo na inversão de uma fonte com magnetização reversa. Embora a magnetização varie ao longo do corpo, o modelo homogêneo recupera as

principais feições da fonte verdadeira.

Para modelos heterogêneos, o modelo que ajusta a função geométrica não necessariamente ajusta os perfis de amplitude do sinal analítico e da anomalia magnética. Como proposto neste trabalho, tal propriedade pode ser usada para diagnosticar corpos com magnetização heterogênea. O ajuste não é conseguido porque a forma invertida pode ser muito distante do modelo verdadeiro, rasa ou profunda demais, já que os efeitos de heterogeneidades estão incorporados, deformando o corpo. Apenas fontes homogêneas progridem diretamente para as etapas 2 e 3 com ajuste satisfatório dos dados. O teste do fator de escala ao passar da etapa 1 para a etapa 2 do procedimento de inversão é o critério proposto para verificar a homogeneidade de fontes magnéticas desconhecidas. Ao falhar esse teste, um modelo heterogêneo tem de ser usado na etapa 1, antes de avançar no processo de inversão.

A abordagem por inversão por etapas no caso de fontes heterogêneas foi apenas iniciada neste trabalho. Isso foi preciso, pois a aplicação em dados reais sugeriu a existência de fontes heterogêneas e, para concluir a interpretação, foi necessário introduzir modelos com intensidade de magnetização variável no passo inicial da inversão por etapas. Os procedimentos adotados, entretanto, não constituem uma abordagem definitiva para lidar com fontes heterogêneas. Pelo que se pode denotar neste trabalho, a variação da intensidade de magnetização ao longo do perfil (passo 2 da inversão por etapas) fornece elementos para inferir se a intensidade de magnetização é constante. Por envolver a razão de amplitudes (sinal analítico medido e calculado), as estimativas de intensidade tendem a desenvolver patamares sobre porções homogêneas da fonte, permitindo delinear valores relativos para a intensidade de magnetização entre prismas adjacentes e incorporar tal informação no passo 1 da inversão por etapas, definindo um procedimento recursivo na construção do modelo que eventualmente poderá ser aperfeiçoado na continuação do estudo. Fica ainda em aberto a abordagem adequada para fontes com reversões de magnetização ou variação vertical de intensidade. Evidentemente, quanto mais complexa a magnetização da fonte, mais difícil será a aplicação da inversão por etapas bem como a interpretação usando outros métodos de inversão.

No caso particular de reversões magnéticas em baixa latitude, a inversão por etapas parece fornecer resultados similares aos obtidos com fontes homogêneas. Isso acontece pois em baixa latitude a função geométrica e a amplitude do sinal analítico mostram baixa sensibilidade com as reversões de magnetização. Trata-se de uma situação na qual a semi-invariância de campos pode ser explorada na inversão por etapas. Situações similares podem existir tanto ao se considerar faixas de variação para a magnetização quanto para pouca invariância associada a fontes tri-dimensionais.

5.2 Anomalia de Rio Claro

Na aplicação em dados reais, relacionada à interpretação da anomalia de Rio Claro, a inversão por etapas caracterizou um corpo intrusivo com intensidade de magnetização variável e direção de magnetização parcialmente discordante da direção do campo geomagnético atual. Esses resultados são importantes no estudo de corpos intrusivos existentes na borda da Bacia do Paraná e certamente não poderiam ser obtidos com métodos convencionais de inversão ou de interpretação (por exemplo, Sosnowski (2005)). A forma sub-horizontal do corpo intrusivo, obtida na inversão por etapas, é compatível com os modelos geológicos que prescrevem a colocação do magma em regime de equilíbrio isostático. A forma obtida com modelos homogêneos é, ao contrário, bastante irregular e incompatível com esse modelo.

A falta de dados obtidos em amostras dificulta uma compreensão clara dos processos que imprimiram uma intensidade de magnetização variável nas rochas da região. Uma possibilidade seria associar esse padrão de magnetização (com intensidade crescente na direção norte) com variações composicionais decorrentes de pulsos magmáticos já identificados no pacote basáltico. No atual estágio, considera-se especulativo tentar associar tal variação de rumo norte com o padrão de progressão *onlap* do pacote basáltico e direção de rifteamento do Atlântico Sul, ambos com tendência sul-norte.

A anomalia de Rio Claro é compatível com uma inclinação de magnetização constante, porém diferente da prevista por indução. Como reversões magnéticas são identificadas nas camadas de basalto, pode-se inferir que o corpo intrusivo da região tenha sido formado em um período relativamente curto, não sujeito a processos de reversão do campo geomagnético. A inclinação de magnetização de -43° , estimada na inversão por etapas, mais verticalizada que a prevista pelo campo indutor presente, de -33° , é compatível com a formação de corpos intrusivos em uma época em que a placa sul-americana encontrava-se mais ao Sul. Desde o Cretáceo Inferior a placa tem mostrado movimento de deriva em direção ao Equador.

Para estudos futuros será necessário averiguar se corpos heterogêneos são frequentes ou se a fonte de Rio Claro constitui uma exceção. Considerando a diversidade e complexidade dos fatores que levam a uma magnetização heterogênea em corpos intrusivos é provável que poucos sejam, verdadeiramente, uniformes. Dependendo da frequência com que as fontes heterogêneas forem sendo encontradas, a relevância do método de inversão por etapas poderá ser proporcionalmente crescente.

Agradecimentos

Ao CNPQ/PEC-PG.

A meu orientador, o Professor Dr. Carlos Alberto Mendonça.

Ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, IAG/USP.

À Embaixada do Brasil, ao Instituto Brasileiro Equatoriano de Cultura, IBEC, Quito-Ecuador.

À Pro-Reitoria da Pós-Graduação da Universidade de São Paulo.

Ao CCE/USP.

Ao Coseas, ao CRUSP.

A meus professores e colegas da Pós-Graduação do IAG/USP.

APÊNDICE A

Anomalia magnética 2-D e suas derivadas

Usando os resultados de Plouff (1976), a anomalia magnética correspondente a um prisma de topo e base planos e arestas verticais é dada por:

$$T_m^t = C \left[(mN + nM) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-x}{R+x} \right) + (lN + nL) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-y}{R+y} \right) + (lM + Lm) \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R-z}{R+z} \right) + lL \tan^{-1} \left(\frac{yz}{xR} \right) + mM \tan^{-1} \left(\frac{zx}{yR} \right) + nN \tan^{-1} \left(\frac{xy}{zR} \right) \right] \Big|_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}, \quad (\text{A.1})$$

sendo C a intensidade de magnetização; $R \equiv (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; (l, m, n) os cossenos diretores do campo geomagnético e (L, M, N) , os cossenos diretores da magnetização. A dimensão do prisma é definida pelos limites de integração (x_1, x_2) , (y_1, y_2) e (z_1, z_2) nas direções x , y e z , respectivamente. Os cossenos diretores do campo geomagnético (L, M, N) são obtidos a partir de sua inclinação, I , e declinação, D , segundo

$$\begin{aligned} L &= \cos(I) \cos(D) \\ M &= \cos(I) \sin(D) \\ N &= \sin(I). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

De forma semelhante calcula-se (l, m, n) substituindo (I, D) por (i, d) nas equações em (A.2). O ângulo i assinala à inclinação da magnetização total e o ângulo d sua declinação.

Para obter a expressão da anomalia magnética 2-D, foi calculado o limite da equação (A.1) quando $y \rightarrow \infty$. Na análise dos termos logarítmicos é fácil perceber que o limite do primeiro e do terceiro termos é zero e que o segundo termo diverge. Essa singularidade é contornada usando-se a solução dada por Telford, Geldart e Sheriff (1990), o qual subtrairia uma constante e calcularia o limite quando $y \rightarrow \infty$. Assim, o limite do segundo termo da equação (A.1), quando $y \rightarrow \infty$, é $2 \ln(x^2 + z^2)$.

Quanto aos termos com \tan^{-1} , o limite do quinto termo quando $y \rightarrow \infty$ é zero e o limite do quarto e do sexto termos são $\tan^{-1}(z/x)$ e $\tan^{-1}(x/z)$, respectivamente.

Considerando esses limites, obtem-se a expressão da anomalia magnética 2-D, $T_m^t(x, z)$, segundo

$$T_m^t(x, z) = C \left[(lN + nL) \ln(x^2 + z^2) + 2(nN - lL) \tan^{-1} \left(\frac{x}{z} \right) \right] \Big|_{x_1}^{x_2} \Big|_{z_1}^{z_2}. \quad (\text{A.3})$$

A derivada da equação (A.3) com relação a x e z fornece:

$$\frac{\partial T_m^t(x, z)}{\partial x} = 2C \left[(lN + nL) \frac{x}{x^2 + z^2} + (nN - lL) \frac{z}{x^2 + z^2} \right] \Bigg|_{x_1}^{x_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \quad (\text{A.4})$$

e

$$\frac{\partial T_m^t(x, z)}{\partial z} = 2C \left[(lN + nL) \frac{z}{x^2 + z^2} - (nN - lL) \frac{x}{x^2 + z^2} \right] \Bigg|_{x_1}^{x_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2}. \quad (\text{A.5})$$

Referências Bibliográficas

- Arkani-Hamed, J. e Celetti, C. (1989) Effects of thermal remanent magnetization on the magnetic anomalies of intrusives, *Journal of Geophysical Research*, **94**:7364–7378.
- Bear, G. W.; Al-Shukri, H. J. e Rudman, A. J. (1995) Linear inversion of gravity data for 3-d density distributions, *Geophysics*, **60**:1354–1364.
- Blakely, R. J. (1995) *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.
- Braile, L. W.; Keller, G. R. e Peeples, E. J. (1974) Inversion of gravity data for two-dimensional density distributions, *J. Geophys. Res.*, **79**:2017–2021.
- Brigham, E. (1974) *The fast Fourier transform*, Prentice Hall Inc.
- Dampney, C. (1969) The equivalent source technique, *Geophysics*, **34**:39–53.
- Debeglia, N. e Corpel, J. (1997) Automatic 3-d interpretation of potential field data using analytic signal derivatives, *Geophysics*, **62**:87–96.
- Duarte, O. (2003) *Dicionário enciclopédico Inglês-Português de geologia e geofísica*, Sociedade Brasileira de Geofísica, SBGF.
- Fedi, M. e Rapolla, A. (1999) 3-d inversion of gravity and magnetic data with depth resolution, *Geophysics*, **64**:452–460.
- Grant, F. S. e West, G. (1965) *Interpretation theory in applied geophysics*, MacGraw-Hill Book Co.
- Gunn, P. J. (1975) Linear transformations of gravity and magnetic fields, *Geophysical Prospecting*, **23**:300–312.
- Hansen, R. e Pawlowski, R. (1989) Reduction to the pole at low latitudes by wiener filtering, *Geophysics*, **54**:1607–1613.
- Hawkesworth, C.; Gallagher, K.; Kelly, S.; Mantovani, M.; Peate, D.; Regelous, M. e Rogers, N. (1992) Paraná magmatism and the opening of the south atlantic, *Geological Society Special Publication*, **68**:221–240.
- Hsu, S. K.; Sibuet, J. C. e Shyu, C. T. (1996) High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique, *Geophysics*, **61**:373–386.
- Keating, P. e Zerbo, L. (1996) An improved technique for reduction to the pole at low latitudes, *Geophysics*, **61**:131–137.

- Kontis, A. (1971) Aeromagnetic field test of total intensity upward continuation, *Geophysics*, **36**:418–425.
- Li, Y. e Oldenburg, D. (1996) 3-d inversion of magnetic data, *Geophysics*, **61**:394–408.
- Li, Y. e Oldenburg, D. (2001) Stable reduction to the pole at the magnetic equator, *Geophysics*, **66**:571–578.
- Medeiros, W. E. e Silva, J. B. (1996) Geophysical inversion using approximate equality constraints, *Geophysics*, **61**:1678–1688.
- Mendonça, C. A. (2004a) Automatic determination of the magnetization to density ratio and magnetization inclination from the joint interpretation of 2d gravity and magnetic anomalies, *Geophysics*, **69**:938–948.
- Mendonça, C. A. (2004b) Inversion of gravity-field inclination to map the basement relief of sedimentary basins, *Geophysics*, **69**:1240–1251.
- Mendonça, C. A. e Silva, J. B. (1993) A stable truncated series approximation of the reduction-to-the-pole operator, *Geophysics*, **58**:1084–1090.
- Mendonça, C. A. e Silva, J. B. (1994) The equivalent data concept applied to the interpolation of potential field data, *Geophysics*, **59**:722–732.
- Mohan, N. L.; Anandababu, L. e Rao, S. V. S. (1986) Gravity interpretation using the mellin transform, *Geophysics*, **51**:114–122.
- Nabighian, M. N. (1972) The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross section: Its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics*, **37**:507–517.
- Nabighian, M. N. (1974) Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross section, *Geophysics*, **39**:85–92.
- Nabighian, M. N. (1984) Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized hilbert transforms: Fundamental relations, *Geophysics*, **49**:780–786.
- Nettleton, L. L. (1962) Gravity and magnetics for geologists and seismologists, *AAPG Bull*[], **46**:1815–1838.
- Papoulis, A. (1962) *The Fourier integral and its applications*, McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Parker, R. e Klitgord, K. (1972) Magnetic upward continuation from an uneven track, *Geophysics*, **37**:662–668.
- Plouff, D. (1976) Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics*, **41**:727–741.

- Price, W. L. (1977) A controlled random search procedure for global optimization, *The Computer Journal*, **20**:357–370.
- Ravat, D.; Whaler, K.; Pilkington, M.; Sabaca, T. e Purucker, M. (2002) Compatibility of high-altitude aeromagnetic and satellite-altitude magnetic anomalies over Canada, *Geophysics*, **67**:546–554.
- Renne, P.; Deckart, K.; Ernesto, M.; Feraud, G. e Piccirillo, E. (1996) Age of the Ponta Grossa dike swarm (Brazil), and implications to Paraná flood basalts, *Earth and Planetary Science Letters*, **144**:199–211.
- Roest, W. R.; Verhoef, J. e Pilkington, M. (1992) Magnetic interpretation using the 3-d analytic signal, *Geophysics*, **57**:116–125.
- Shearer, S. E. (2005) Three-dimensional inversion of magnetic data in the presence of remanent magnetization, Masters Thesis, Colorado School of Mines. Center for Gravity, Electrical and Magnetic Studies, Colorado.
- Silva, J. B. (1986) Reduction to the pole as an inverse problem and its application to low-latitudes anomalies, *Geophysics*, **51**:369–382.
- Silva, J. B. e Barbosa, V. C. (2006) Interactive gravity inversion, *Geophysics*, **71**:J1–J9.
- Silva, J. B. e Hohmann, G. W. (1983) Nonlinear magnetic inversion using a random search method, *Geophysics*, **48**:1645–1658.
- Silva, J. B.; Medeiros, W. e Barbosa, V. C. (2001) Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem, *Geophysics*, **66**:511–520.
- Silva, J. B.; Medeiros, W. e Barbosa, V. C. (2002) Practical applications of uniqueness theorems in gravimetry: Part I—constructing sound interpretation methods, *Geophysics*, **67**:788–794.
- Sosnowski, F. R. (2005) Estudo de um corpo diabásio na região de borda da bacia do Paraná: Uso da inversão de dados magnéticos, Trabalho de graduação, IAG/USP, São Paulo.
- Stavrev, P. e Gerovska, D. (2000) Magnetic field transforms with low sensitivity to the direction of source magnetization and high centrality, *Geophysical Prospecting*, **48**:317–340.
- Telford, W.; Geldart, I. e Sheriff, R. (1990) *Applied geophysics*, Cambridge University Press.
- Tuma, S. L. (2002) Inversão de dados sísmicos de reflexão para análise de velocidades em meios com anisotropia VTI, Masters Thesis, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, São Paulo-Brasil.
- Tuma, S. L. e Mendonça, C. A. (2003) Comparação de transformações não lineares quase invariantes com a direção de magnetização, In: *8o. Congr. Intern. da SBGf*, Rio de Janeiro, SBGf.

- Tuma, S. L. e Mendonça, C. A. (2004) Transformações quase invariantes em relação à direção de magnetização, In: *I Simp. Regional da SBGf*, São Paulo, SBGf.
- Tuma, S. L.; Diogo, L. A. e Mendonça, C. A. (2001) Análise dos parâmetros da equação do tempo de percurso para a inversão de dados sísmicos por reflexão em meios com anisotropia do tipo vti, In: *7o. Congr. Intern. da SBGf*, Salvador, SBGf.
- Vigneresse, J. L. (1978) Damped and constrained least-squares method with application to gravity interpretation, *J. Geophys*, **45**:17–28.
- White, R. e McKenzie, D. (1989) Magmatism at rift zones: the generation of volcanic continental margins and flood basalts, *Journal of Geophysical Research*, **94**:7685–7729.
- White, R. S. (1992) Magmatism during and after continental break-up, *Geological Society Special Publication*, **68**:1–16.
- Zaine, J. E. (1994) Geologia da Formação Rio Claro na folha Rio Claro, Masters Thesis, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, SP.
- Zanão, R. e Dourado, J. (2003) Estudo de um corpo de diabásio por meio da gravimetria, In: *8o. Congr. Intern. da SBGf*, Rio de Janeiro, SBGf.

ANEXO I

Tabelas de símbolos matemáticos

Símbolos Matemáticos	
\hat{t}	Vetor unitário que assinala a direção do campo geomagnético
\hat{m}	Vetor unitário que indica a direção do campo geomagnético
I, D	Inclinação e declinação de \hat{t}
i, d	Inclinação e declinação de \hat{m}
(L, N)	Cosenos diretores de \hat{t}
(l, n)	Cosenos diretores de \hat{m}
\vec{T}	Campo vetorial anômalo
$ \vec{T} $	Módulo de \vec{T}
\vec{T}_m	Campo vetorial anômalo devido a fontes com direção de magnetização \hat{m}
$ \vec{T}_m $	Módulo de \vec{T}_m
\vec{T}_m^t	Componente na direção \hat{t} do campo vetorial \vec{T}_m
$\vec{T}_m^{x,z}$	Componentes x (longitudinal) e z (vertical) do campo $ \vec{T}_m $
∇	Operador gradiente
$\partial/\partial x, \partial/\partial z$	Derivadas ao longo das direções x, z
TF	Transformada de Fourier
$\mathcal{F}(x)$	TF da função $f(x)$
\mathbf{T}_m^t	TF de T_m^t
K	Número de onda
k_x	Componente do número de onda na direção x
$F(k_x, p)$	Filtro associado à transformação aplicada
A	Amplitude do sinal analítico
R	Transformação de Stavrev e Gerovska (2000)
L	Transformação de Stavrev e Gerovska (2000)
E	Transformação de Stavrev e Gerovska (2000)
Q	Transformação de Stavrev e Gerovska (2000)

Tabela I.1: Termos matemáticos utilizados neste estudo

Símbolos Matemáticos da Inversão	
x_i	Borda esquerda do conjunto de prismas
x_f	Borda direita do conjunto de prismas
t_i	Topo do prisma i-ésimo
b_i	Base do prisma i-ésimo
κ	Inclinação do campo geomagnético
τ	Inclinação da magnetização
M	Intensidade da magnetização
\mathbf{p}^T	Vetor transposto dos parâmetros da inversão
n_p	Número de prismas
CRS	<i>Controlled Random Search Procedure</i> (Price, 1977))
N	Número de soluções iniciais do algoritmo CRS
n_g	Número de parâmetros da geometria da fonte
n_d	Número de dados ou medidas
n_w	Número de pontos a serem aplicados vínculo absoluto
G_i^o	Função geométrica do i-ésimo dado
$G(p)_i$	Função geométrica do i-ésimo valor calculado no ponto de mínimo \mathbf{p}
μ_r, μ_a	Multiplicadores de Lagrange
$v_{k(j)}$	Profundidade de proximidade absoluta para o parâmetro armazenado na posição $k(j)$ de \mathbf{p}
$Q(\mathbf{p})$	Função objetivo de \mathbf{p}
V_r	Valor de referência para determinar o ponto de mínimo do funcional Q
P_r	Profundidade de referência, limita o parâmetro da base nas soluções do CRS e a profundidade da janela gráfica do modelo
$\bar{\mathbf{s}}$	Vetor de parâmetros da mediana das soluções do CRS que convergiram
A_i^o	Amplitude do sinal analítico do i-ésimo valor medido
A_i^c	Amplitude do sinal analítico do i-ésimo valor teórico
M_i	i-ésima estimativa da intensidade de magnetização
\bar{M}	Mediana das estimativas das intensidades de magnetização
T_i^o	Anomalia magnética medida na i-ésima posição
$T_i^c(\tau_k)$	Anomalia magnética calculada na i-ésima posição com inclinação de magnetização τ_k
n_a	Número de valores de inclinação de magnetização do processo de varredura
τ_k	Inclinação de magnetização na k-ésima posição
$R(\tau_k)$	Funcional da Inclinação de magnetização na k-ésima posição
$\hat{\tau}_c$	Valor mínimo de inclinação de magnetização por refinamento do processo de varredura

Tabela I.2: Termos matemáticos utilizados no procedimento de inversão por etapas

ANEXO II

Resumo de artigo para publicação: *Stepped
inversion of magnetic data*

Stepped inversion of magnetic data

Soraya Ivonne Lozada Tuma

*Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Rua do Matão 1226, São Paulo, Brazil*

Carlos Alberto Mendonça

*Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Rua do Matão 1226, São Paulo, Brazil*

(April 4, 2006)

Short title: stepped inversion

ABSTRACT

This paper presents a three step magnetic inversion procedure in which invariant quantities with respect to source parameters are sequentially inverted to give two-dimensional source i) shape cross-section, ii) magnetization intensity, and iii) magnetization direction. The quantity firstly inverted (called here geometrical function) is obtained by rationing the gradient intensity of the total field anomaly and the intensity of the anomalous vector field. For homogenous sources, the geometrical function is invariant with source magnetization and allows shape reconstruction by attributing arbitrary magnetization values to trial solutions. In its second step, source shape is fixed and magnetization intensity is estimated by fitting the gradient intensity of the total field anomaly (equivalent to the amplitude of the analytical signal). Finally, source shape and magnetization intensity are fixed and the magnetization direction is determined by fitting the magnetic anomaly. As suggested by numerical modeling and real data application, the stepped inversion allows checking if causative

sources are homogeneous or not. It is possible because the geometrical function from inhomogeneous sources can be fitted by homogeneous models but a model obtained in this way neither fits the anomaly gradient intensity nor the magnetic anomaly itself. Such criterion seems effective to recognize strong inhomogeneous sources. Stepped inversion is tested with numerical experiments, and used to model a magnetic anomaly from intrusive basic rocks from Paraná Basin, Brazil.

INTRODUCTION

A major problem in magnetic data interpretation comes from the fact that several effects from causative sources are superposed in the resulting magnetic anomaly measured on ground surface. The anomaly amplitude for instance is simultaneously affected by source depth and size as well as rock magnetization intensity. For total field measurements, anomaly skewness is conditioned by magnetic latitude and hardly shaped by magnetization direction and source geometry. Once superposed, the effects from different source attributes rarely can be separated, which makes data interpretation difficult since many parameters (some of them coupled) ought to be handled simultaneously.

Some field transforms, however, produce invariant quantities with respect to one (or more) source parameter and simplify data interpretation. A nice example is the amplitude of the analytical signal (Nabighian, 1972; Nabighian, 1974) which, for two-dimensional (2D) sources, is an invariant field with respect to magnetization direction. Such invariance helps data interpretation by positioning fields over sources and providing a simple formulation to estimate source depth, with no assumption on magnetization direction. Other type of transforms with excluded or reduced sensitivity with magnetization direction have been proposed to better center fields over sources (Stavrev and Gerovska, 2000) or finding source parameters (Stavrev, 2006).

For homogeneous sources, rationing of field components or field intensities pro-