UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

O CONTROLE ATIVO DE RUÍDO EM DUTOS: UM ESTUDO TEÓRICO - EXPERIMENTAL

Tese apresentada

à Universidade Federal de Uberlândia por:

ISRAEL JORGE CÁRDENAS NUÑEZ

Como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Francisco Ribeiro (Orientador)	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Marcos Viana Duarte (Co-Orientador)	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Valder Steffen Junior	FEMEC - UFU
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury	IPT - USP
Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade	USP - São Carlos

Uberlândia, 07 de Outubro de 2005

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elabor	rado pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação
C266c	 Cárdenas Nuñez, Israel Jorge, 1975- O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico - experimental/ Israel Jorge Cárdenas Nuñez Uberlândia, 2005. 129f. : il. Orientador: José Francisco Ribeiro. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Inclui bibliografia. 1. Controle de ruído - Teses. 2. Filtros adaptativos - Teses. 3. Filtros FXLMS - Teses. 4. Engenharia acústica - Teses. 5. Engenharia mecânica - Teses. I. Ribeiro, José Francisco. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA Av . João Naves de Ávila, 2121 - 38400-902 Fone: 0XX(34)32394149 Ramal 42 FAX: 0XX(34)32394282 – Campus Santa Mônica - Uberlândia MG



FOLHA DE APROVAÇÃO

DOUTORANDO: Israel Jorge Cárdenas Nuñes **NÚMERO DE MATRÍCULA:** 5012902-X **ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Mecânica dos Sólidos e Vibrações

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA: NÍVEL DOUTORADO

TÍTULO DA TESE:

"O Controle Ativo de Ruído em Dutos: um Estudo Teórico-Experimental"

ORIENTADOR: Prof. Dr. José Francisco Ribeiro

A Tese foi <u>APROVADA</u> em reunião pública, realizada na sala 218, bloco "1M", Campus Santa Mônica, em 07 de outubro de 2005, às 09:00 horas, com a seguinte Banca Examinadora:

NOME

Prof. Dr. José Francisco Ribeiro (Orientador)
Prof. Dr. Valder Steffen Júnior
Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury
Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade



Uberlândia, 07 de outubro de 2005.

DEDICATÓRIA

A Jorge y Angela Nuñez

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao Professor José Francisco Ribeiro pela orientação.

Ao Professor Marcos Viana Duarte pela co-orientação.

Aos Professores: Valder Steffen Junior e Elias Bitencourt Teodoro pela ajuda oferecida neste trabalho.

A CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de pessoas de Nível Superior, pelo apoio financeiro oferecido.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA ABREVIATURAS E SIGLAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
RESUMO	xvii
ABSTRACT	xviii

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 2		CONCEITOS BÁSICOS DA ACÚSTICA E SEUS	
		FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	4
2.1	Introdução)	4
2.2	Equações	Fundamentais da Acústica	4
	2.2.1	Equação do estado	4
	2.2.2	Equação da continuidade	5
	2.2.3	Equação de Euler	7
	2.2.4	Equação linearizada da onda em função da pressão acústica	10
2.3	Modelo Ma	temático de um Duto Acústico	11
	2.3.1	Modelo matemático do duto com as extremidades: aberto-aberto	14
	2.3.2	Modelo matemático com as extremidades: fechado-fechado	15
	2.3.3	Modelo matemático com as extremidades: aberto-fechado	15
	2.3.4	Condições de contorno a partir de impedância acústica	15
2.4	Modelo Ma	temático dos Sensores e Atuadores	17
	2.4.1	Modelo matemático do alto falante	19

	2.4.2	Modelo matemático do microfone	19
2.5	Simulação	Numérica do Modelo de Dimensão Infinita	19
2.6	Simulaçõe	s Numéricas do Modelo Dimensão Finita	20
	2.6.1	Expansão por série de Maclaurin	20
	2.6.2	Representação modal	22
	2.6.3	Representação fase-zero	23
	2.6.3	Função Transf. do Alto falante de controle e o microfone de erro	24

CAPÍTULO 3			CONTROLE ATIVO DE RUÍDO	26
3.1	Introdução			26
3.2	Controle At	ivo de Ruíd	lo (CAR)	26
3.3	Controle At	ivo de Ruíd	o em Malha Aberta (Feedforward)	28
	3.3.1	Controle At	ivo de ruído feedforward de banda larga	28
		3.3.1.1	Efeitos do caminho secundário S(z) no CAR	30
		3.3.1.2	Algoritmo de CAR filtro-X LMS	32
		3.3.1.3	Efeitos e soluções da realimentação acústica	37
		3.3.1.4	Compensador de realimentação acústica FBXLMS	38
		3.3.1.5	Filtro adaptativo IIR	39
	3.3.2	Controle ati	vo de ruído feedforward de banda estreita	42
3.4	Controle At	ivo de Ruíd	o em Malha Fechada <i>(Feedback)</i>	43
3.5	Sistema Híb	orido de Co	ntrole Ativo de Ruído	46
3.6	Estimativa o	do Caminho	o Secundário S(z)	47
	3.6.1	Estimativa	off-line do caminho secundário	47
	3.6.2	Estimativa	on-line do caminho secundário	49
		3.6.2.1	Estimativa on-line pelo método direto	50
		3.6.2.2	Estimativa on-line pelo método de Eriksson	51
CAPÍTULO 4			CONTROLE ΑΤΙVO DE RUÍDO ΜΗΙ ΤΙCΑΝΑΙ	52
4.1	Introdução			52

4.1	inii oudçao	52
4.2	Controle Ativo de Ruído Multicanal	 52

	4.3	Controle A	tivo de Ruído Multicanal <i>Feedforward</i>	54
		4.3.1	CAR Multicanal feedforward com várias entradas e várias saídas	55
		4.3.1	CAR Multicanal feedforward com uma entrada e várias saídas	58
	4.4	Controle A	tivo de Ruído Multicanal <i>Feedback</i>	60
	4.5	Controle A	tivo de Ruído Multicanal Híbrido	62
		_	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
CAPI	TULO	5 Introdução	RESULTADOS NUMERICOS E EXPERIMENTAIS	63 63
	5.1	Simulação	Numéricos para o CAP Mono Conol do um Duto Aqústico	64
	J.Z	Simulações		04
		5.2.1	Simulações numericas para o CAR FXLMS <i>feedforward</i>	66
		5.2.2	Simulações numéricas para o CAR FXLMS feedback	68
		5.2.3	Simulações numéricas para o CAR FXLMS híbrido	69
		5.2.4	Simulações numéricas para o CAR FXLMS feedforward Eriksson	71
		5.2.5	Simulações numéricas para o CAR FXLMS feedback Eriksson	72
		5.2.6	Simulações numéricas para o CAR FXLMS híbrido Eriksson	73
	5.3	Avaliação I	Experimental para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico	75
		5.3.1	Formulação do modelo ARX	
			utilizado para estimar o caminho secundário	78
		5.3.2	Controle do sistema FXLMS feedforward mono canal	80
		5.3.3	Controle do sistema FXLMS feedback mono canal	82
		5.3.4	Controle do sistema FXLMS híbrido mono canal	83
		5.3.5	Controle do sistema FXLMS feedforward mono canal Eriksson	84
		5.3.6	Controle do sistema FXLMS feedback mono canal Eriksson	85
		5.3.7	Controle do sistema FXLMS híbrido mono canal Eriksson	86
	5.4	Avaliação I	Experimental para o CAR Multicanal de um Duto Acústico	88
		5.4.1	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS feedforward	91
		5.4.2	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS feedback	93
		5.4.3	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS híbrido	96
		5.4.4	Controle ativo de ruído multicanal FXLMS feedforward Eriksson	98

CONCLUSÕES E FUTUROS DESDOBRAMENTOS 101

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

105

APÊNDICES

Apêndice A	– Fundamer	ntos da Acústica	111
A.1	Conceitos	Básicos da Acústicas	111
	A.1.1	Propriedades do som	113
	A.1.2	Velocidade do som versus velocidade da partícula	114
	A.1.3	Sons periódicos	115
	A.1.4	Sons não periódicos	115
	A.1.5	Energia de uma onda sonora	116
	A.1.6	Intensidade sonora	117
	A.1.7	Níveis sonoros: pressão, potência e intensidade	117
Apêndice B	– Método do	Gradiente Descendente	119
Apêndice C	– Algoritmo	Recursivo da Potência de um sinal	125
Apêndice D	– Diagrama	de blocos do algoritmo mono canal FXLMS	126
Apêndice E	– Diagrama	de blocos do algoritmo multicanal FXLMS	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Fluxo de massa na direção x através de um volume infinitesimal	5
Figura 2.2 - Duto acústico a ser modelado.	11
Figura 2.3 - Duto acústico com atuadores e sensores.	17
Figura 2.4 - Diagrama de bode do modelo infinito.	20
Figura 2.5 - Representação do modelo por série de Maclaurin.	21
Figura 2.6 - Representação do modelo modal.	122
Figura 2.7 - Representação do modelo fase zero.	24
Figura 2.8 - Representação do modelo fase zero do caminho secundário	25
Figura 3.1 - Interferência destrutiva de ondas de mesma freqüência.	27
Figura 3.2 - Controlador ativo de ruído de banda larga feedforward	28
Figura 3.3 - Sistema de identificação de um controlador ativo de ruído.	29
Figura 3.4 - Diagrama de blocos do CAR incluindo a função de transferência S(z).	31
Figura 3.5 - Diagrama de blocos do algoritmo FXLMS para o CAR	32
Figura 3.6 - Diagrama do filtro FIR.	33
Figura 3.7 - Gráfico do gradiente descendente.	34
Figura 3.8 - Diagrama de blocos de uma CAR com realimentação acústica	37
Figura 3.9 - Controlador ativo de ruído utilizando o algoritmo FBFXLMS	38
Figura 3.10 Diagrama de blocos do controlador ativo de ruído IIR	40
Figura 3.11 Estrutura do filtro digital tipo IIR.	41
Figura 3.12 Configuração de um controlador ativo de ruído <i>feedforward</i> de banda estreita.	43
Figura 3.13 Diagrama básico de um controlador ativo de ruído feedback	44
Figura 3.14 Diagrama de blocos do controlador ativo de ruído feedback.	44
Figura 3.15 Sistema híbrido de controle ativo de ruído.	46

Figura 3.16 Diagrama de blocos do sistema híbrido de controle ativo de ruído.	 47
Figura 3.17 Estimativa off-line do caminho secundário.	 48
Figura 3.18 Diagrama de blocos de um sistema CAR on-line –método direto.	 50
Figura 3.19 Diagrama de blocos de um sistema CAR <i>on-line</i> – método de Eriksson.	 51
Figura 4.1 - Esquema de um sistema multicanal para o controle ativo de ruído.	 53
Figura 4.2 - Controlador ativo de ruído multicanal com representação dos caminhos secundários.	 54
Figura 4.3 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal FBXLMS.	 55
Figura 4.4 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal FXLMS.	 55
Figura 4.5 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal SIMO.	 59
Figura 4.6 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal com dois sensores e dois atuadores.	 59
Figura 4.7 - Diagrama de blocos detalhado de um CAR multicanal com dois sensores e dois atuadores.	 60
Figura 4.8 - Diagrama de blocos de um CAR multicanal MFXLMS feedback.	 61
Figura 4.9 - Sistema multicanal de controle ativo de ruído híbrido.	 62
Figura 5.1 - Esquema do duto acústico com o sistema de controle CAR	 64
Figura 5.2 - Diagrama de blocos do sistema do duto representado na figura 5.1.	 65
Figura 5.3 - Diagrama de bode do modelo matemático do duto – fase zero.	 66
Figura 5.4 - Diagrama de blocos no simulink do sistema FXLMS feedfoward.	 67
Figura 5.5 - Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS <i>feedforward</i> .	 67
Figura 5.6 - Densidade espectral de potência para o ensaio multi tonal FXLMS feedforward.	 68
Figura 5.7 - Diagrama de blocos no Simulink do sistema de controle FXLMS <i>feedback.</i>	 68
Figura 5.8 - Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS feedback para várias freqüências de excitação.	 69
Figura 5.9 - Diagrama de blocos no Simulink para a configuração híbrida	 70
Figura 5.10 Densidade espectral de potência para o ensaio FXLMS híbrido.	 70
Figura 5.11 Densidade espectral do erro para o ensaio FXLMS híbrido	 71

Figura 5.12	Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedforward</i> – mecanismo <i>on-line</i> .	 72
Figura 5.13	Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedback</i> – mecanismo <i>on-line</i> .	 73
Figura 5.14	Densidade espectral do erro para o ensaio híbrido – mecanismo on-line.	 74
Figura 5.15	Diagrama da bancada experimental do duto acústico - caso mono canal.	 76
Figura 5.16	Foto do sistema de controle completo.	 77
Figura 5.17	Foto detalhada dos alto falantes e Microfones.	 77
Figura 5.18	Diagrama de bode do sistema físico – duto PVC – caso mono canal.	 78
Figura 5.19	Validação do modelo ARX.	 80
Figura 5.20	Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS feedforward.	 81
Figura 5.21	Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS feedback.	 82
Figura 5.22	Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS híbrido.	 83
Figura 5.23	Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedforward</i> – mecanismo <i>on-line</i> .	 84
Figura 5.24	Densidade espectral do erro para o ensaio <i>feedback</i> – mecanismo <i>on-line</i> .	 85
Figura 5.25	Densidade espectral do erro para o ensaio híbrido – mecanismo <i>on-line</i> .	 86
Figura 5.26	Diagrama da bancada experimental do duto acústico - caso multicanal.	 88
Figura 5.27	Foto da Bancada experimental com vários sensores e vários atuadores.	 89
Figura 5.28	Diagrama de bode do duto acústico experimental – caso multicanal.	 90
Figura 5.29	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> – freqüências de 150 e 250 Hz.	 91
Figura 5.30	Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal <i>feedforward</i> – freqüências de 350 e 450 Hz.	 92
Figura 5.31	Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal feedforward.	 92

Figura 5.32 Excitaç feedfor	ção ruído branco para o sistema de controle multicanal <i>rward.</i>	 93
Figura 5.33 Densid multica	lade espectral do erro para o sistema de controle anal <i>feedback</i> em várias freqüências.	 94
Figura 5.34 Excitaç feedba	ção multi tonal para o sistema de controle multicanal ack.	 95
Figura 5.35 Excitaç feedba	ção ruído branco para o sistema de controle multicanal ack.	 95
Figura 5.36 Densid multica	lade espectral do erro para o sistema de controle anal híbrido.	 96
Figura 5.37 Excitaç híbrido	ção multi tonal para o sistema de controle multicanal	 97
Figura 5.38 Excitaç híbrido	ção ruído branco para o sistema de controle multicanal	 97
Figura 5.39 Densid multica	lade espectral do erro para o sistema de controle anal <i>feedforward – on-line –</i> freqüências de 150 e 250 Hz.	
- on-lin	<i>)e.</i>	 98
Figura 5.40 Densid multica	lade espectral do erro para o sistema de controle anal <i>feedforward – on-line –</i> freqüências de 350 e 450 Hz.	 99
Figura 5.41 Excitaç feedfor	ção multi tonal para o sistema de controle multicanal <i>rward – on-line.</i>	 99
Figura 5.42 Excitaç feedfor	ção ruído branco para o sistema de controle multicanal rward – on-line.	 100

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1	Parâmetros utilizados para as simulaçõe	es numéricas.	64
Tabela 5.2	Parâmetros dos Ensaios Realizados.		65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	AutoRegressive with eXogenous input.
CAR	Controle Ativo de Ruído.
ANC	Active Noise Control. (Controle ativo de ruído)
DSP	Digital Signal Processing (Processador Digital de Sinais).
FBFXLMS	Feedback-X LMS (Filtro Compensador de Realimentação Acústica).
FIR	Finite Impulse Response (Resposta finita ao impulso).
FULMS	Filtered-U LMS (Filtro-U LMS).
FXLMS	Filtered-X LMS (Filtro-X LMS).
MFXLMS	Multi canal - FXLMS
IIR	Infinite Impulse Response (Resposta infinita ao impulso).
LMS	Least Mean Square.
NI	Nível de Intensidade Sonora.
NPS	Nível de Pressão Sonora.
NWS	Nível de Potência Sonora.
RLMS	Recursive Least Mean Square (LMS recursivo)

LISTA DE SÍMBOLOS

Alto falante de perturbação
Alto falante de controle
Vetor aceleração
Analógico digital
Velocidade de propagação da onda acústica
Magnitude da função de coerência
Ruído de saída da planta P
Densidade de energia
Decibel
Digital analógico
Erro
Erro Multicanal
Transformada – z discreta do sinal do erro.
Freqüência
Função de transferência discreta de realimentação acústica
Função de transferência discreta do alto falante
Função de transferência discreta do microfone
Função de transferência discreta entre o microfone de referência e o alto
falante
Função de transferência discreta para simulação do duto acústico.
Função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro
Função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de
referência
Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro
Estimativa da função de transferência G _{ce}
Intensidade Sonora
Parte imaginária de um número complexo
Parte imaginária de um número complexo

k	Parte imaginária	de um	número	complexo
---	------------------	-------	--------	----------

- L Comprimento de um elemento
- L_p Nível de pressão sonora
- *L_i* Nível de intensidade sonora
- *L_w* Nível de potência sonora
- M Número de coeficientes do filtro
- M_r Microfone de referência
- M_e Microfone de erro
- *p* Pressão acústica
- P Pressão interna instantânea no fluído
- Po Pressão de equilíbrio no fluído
- P(z) Representação da função transferência da planta primária
- P(z) Representação da função transferência da planta multicanal
- Q_a Alto falante de ruído
- Q_b Alto falante de controle
- R Constante universal dos gases
- s Taxa de variação da densidade de um fluído
- S(z) Representação da planta secundária
- **S**(z) Representação da planta secundária Multicanal
- Ŝ (z) Estimativa da planta secundária
- **Ŝ**(z) Estimativa da planta secundária Multicanal
- S_{dd} Auto espectro de potência
- S Taxa de condensação
- t Variável de Tempo
- T Temperatura °K
- Temperatura °C
- *ū* Vetor posição da partícula
- \vec{v} Vetor de velocidade da partícula
- V Volume
- W(z) Coeficientes do filtro adaptativo
- **W**(z) Coeficientes do filtro adaptativo Multicanal
- *W_a* Potência acústica
- x Sinal de referência
- x Sinal de referência Multicanal
- x_f Sinal de referência filtrado

X(z)	Transformada z do sinal de referência
у	Sinal de controle
у	Sinal de controle multicanal
Уf	Sinal de controle filtrado
Y(z)	Transformada z do sinal do sinal de controle

- Z Impedância acústica
- z Operador da transformada-z

Lista de Símbolos Gregos

α	Operador da variável de Laplace
β	Comprimento de onda
Г	Representação da função quártica
δ	Função delta de Dirac
λ	Comprimento de onda
μ	Passo de adaptação
ξ	Fator de amortecimento
ρ	Densidade
$ ho_{o}$	Densidade de equilíbrio no fluído
\varOmega	Freqüência
∇	Operador divergente
∞	Infinito
\mathcal{L}	Operador Laplaciano

Cárdenas, N. I. J., 2005, "O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico – experimental," Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

Este trabalho formula e discorre sobre o problema de controle ativo de ruído e avalia algumas metodologias de controle tanto numérica como experimentalmente.

A análise é restrita ao caso de ruídos em dutos, onde o fenômeno da propagação acústico é analiticamente modelado. Apresentam-se quatro abordagens para tal modelagem.

A primeira, formulada a partir das equações fundamentais da acústica, gera um modelo de dimensão infinita para o duto. A segunda aproxima o modelo infinito por uma série truncada de Taylor. A terceira formulação realiza uma expansão modal, a partir dos pólos do modelo de dimensão infinita e a quarta, também realiza uma expansão modal, mas considera tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional. No trabalho são discutidos e comparados os quatro modelos numéricos propostos.

Numa segunda parte este trabalho discorre-se sobre diversas técnicas de controle ativo de ruído em dutos. São estudados controladores do tipo mono canal, que utilizam um sensor e um atuador apenas e controladores do tipo multicanal, com vários sensores e atuadores. Todos os controladores ativos de ruído (CAR) estudados utilizam algoritmos adaptativos do tipo LMS (*Least Mean Square*) e técnicas de filtragem-X LMS. Este tipo de controlador tem como características marcantes à simplicidade e a robustez. Os coeficientes do controlador, modelado como um filtro digital, são adaptados *on-line* segundo uma estratégia que busca minimizar os ruídos não desejados.

Estas metodologias de controle são testadas numericamente a partir do modelo matemático proposto para o duto acústico. Para avaliar também experimentalmente tais controladores, montou-se uma bancada de testes constituída por um duto de PVC instrumentada com alto falantes e microfones sendo os algoritmos de controle implementados em um microcomputador pessoal devidamente configurado. O trabalho encerra discutindo os resultados numéricos e experimentais obtidos e sugerindo desdobramentos a serem investigados no futuro.

Palavras chave: Controle Ativo de Ruído, Filtros FXLMS, Modelo de Duto.

Cárdenas, N. I. J., 2004, "The active noise control in ducts: a theoretical – experimental study," Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

This work is dedicated to the study of the problem of active noise control, evaluating some numerical and experimental methodologies.

The analysis is restricted to the case of noises in ducts, in which the acoustic propagation phenomena are modeled. Four approaches for this type of models are presented.

The first one is formulated by using the basic equations of the acoustics. This procedure generates an infinite dimension model of the duct. In the second approach, the infinite model is truncated by using Taylor's series. The third approach performs a modal expansion using the poles of the infinite dimension model, and, in the fourth, it is also considered a modal expansion, but in this case, by taking into account zeros and poles of the infinite dimension model. The four models studied are discussed and compared in the present contribution.

A second part of this work is concerned with active noise control techniques. Monochannel (which uses only a loud speaker and a microphone) and multi-channel (which uses several loud speakers and microphones) controllers are studied. The studied active noise controllers use LMS adaptive algorithms. The noise signals are filtered using X-LMS techniques. These types of controller are usually simple and robust. The coefficients of the controller (modeled as a digital filter) are determined by using an online adaptive procedure looking for minimizing the noise levels.

The control methodologies are tested numerically by using the mathematical model of the acoustic duct proposed. With the aim of validating experimentally these controllers a test rig instrumented with loud speakers and microphones was built, and the algorithms were implemented using a personal computer.

At the remaining, the numerical and experimental results are discussed and some suggestions are presented in order to continue future works.

Capitulo I

Introdução

A busca incontinente pela melhoria da qualidade de vida do ser humano tem sido um dos objetivos fundamentais da ciência. Nesta busca as questões que afetam a saúde e o conforto do homem ocupam lugar de destaque. Na área da engenharia, o controle da poluição sonora tem mobilizado boa parte das pesquisas, em ciência aplicada. Há dois grandes campos de estudos nesta área: a dos controladores passivos e a dos controladores ativos de ruído.

Os métodos tradicionais utilizados para o controle do ruído acústico utilizam técnicas passivas e servem-se de barreiras acústicas e silenciadores (Harris, 1991; Beranek *et al.*, 1992). Nestes métodos são empregados materiais elastoméricos (borrachas, resinas) em suas diversas formas: subestruturas mistas metal-elastômero, materiais viscoelásticos, neutralizadores, isoladores (Espíndola *et al.*, 1998). Os silenciadores passivos são eficientes quando se deseja atenuar ruídos numa banda larga de freqüência. São relativamente volumosos, caros e ineficazes em baixas freqüências (Kuo *et al.*, 1999).

Uma alternativa ao controle passivo são os denominados controladores ativos de ruído (*"Active Noise Control – ANC"*). Estes controladores empregam normalmente sensores e atuadores eletroacústicos e/ou electromecânicos que, geridos por uma unidade eletrônica devidamente projetada, procuram cancelar o ruído não desejado baseado no princípio da superposição de ondas. A idéia é gerar "um anti-ruído", de igual amplitude e fase oposta ao ruído não desejado, que provoque o cancelamento do sinal ruidoso num determinado ponto ou região de interesse. (Nelson *et al.*, 1992; Hansen, 1997).

A primeira proposta deste tipo de controlador foi feita em 1936 e patenteada por Lueg (1936). Em 1953 Olson & May fizeram uma demonstração experimental para redução de ruído acústico a partir de um sistema de controle retro-alimentado (*"feedback"*), esta idéia é utilizada ainda hoje em protetores industriais de audição. Jesel & Mangiante (1972) e Swinbanks (1973) apresentam um sistema de controle *"feedforward"* e o utilizam para controle de ruído em dutos acústicos, que posteriormente foram aplicados a sistemas de ar condicionado.

Quando se deseja atenuação ativa de ruídos em recintos muito grandes ou em dutos de comprimento e diâmetro elevados é geralmente necessário o uso de sistemas de controle mais complexos e sofisticados, sendo normalmente utilizados controladores ativos de ruído com vários canais. Estes sistemas utilizam múltiplas fontes secundárias (alto-falantes) e múltiplos sensores (microfones) (Eriksson, 1996).

Embora conceitualmente simples, há inúmeras dificuldades e limitações a serem vencidas quando se pretende implementar um controlador ativo de ruído. Dente estas destacam-se:

Variações inesperadas do ambiente em decorrência de mudanças climáticas, das suas características acústicas, da presença mais/menos de pessoas, etc;

Limitações tecnológicas dos transdutores eletroacústicos, sendo que em muitos casos os transdutores utilizados para o controle têm que trabalhar em ambientes muito agressivos com acentuadas taxas de poeira, umidade e altas temperaturas;

Dependência acentuada do volume físico de controle e da localização dos sensores e atuadores neste volume;

A complexidade de implementação dos algoritmos de controle utilizados. Neste caso deve-se observar atentamente os requisitos de velocidade e dimensão do software, como também o ajuste adequado dos parâmetros do controlador tendo em vista sua estabilidade e eficiência e

As características não lineares dos sensores e atuadores que introduzem complexidade no projeto do controlador, (Kou *et al.*, 1996).

Para contornar algumas destas dificuldades têm sido propostos os controladores automaticamente adaptáveis. Tais controladores são filtros adaptativos, implementados em processadores digitais de sinais (DSP) que buscam, por meio de ajustes "on-line" dos seus coeficientes, minimizar o ruído do sistema, (Goodwin *et al.*, 1984; Clarkson, 1993). Nestes procedimentos os filtros mais comumente usados são os do tipo resposta finita ao impulso (*"finite impulse response* - FIR") e resposta infinita ao impulso (*"infinite impulse response* - FIR"). Os mecanismos mais comumente usados no ajuste dos coeficientes dos filtros são os algoritmos de ajustes por mínimos quadrados (LMS – *Least Lean Square*) (Widrow, 1975).

Tendo em vista estudar estes controladores, apresenta-se neste trabalho inicialmente os conceitos fundamentais da acústica para, em seguida, desenvolver-se as formulações analíticas do modelo matemático de um duto acústico. Estes modelos são utilizados na análise e projeto de controladores ativos de ruído (CAR) em precedência aos ensaios experimentais.

Existem vários autores que apresentam diferentes modelos para dutos acústicos, entre os quais podemos citar a Doak (1973a, 1973b), Kinsler (1982), Hull *et al.*, (1990 e 1993), Hu (1995). Neste trabalho é desenvolvido um modelo analítico com características lineares, unidimensionais, invariante no tempo e de dimensão infinita.

Uma vez que na síntese de controladores os modelos finitos e discretos são, sob o ponto de vista das simulações numéricas, muito mais rápidos e eficientes, o modelo de dimensão infinito obtido foi aproximado por três modelos finitos.

A primeira modelagem finita é obtida através da expansão numa série truncada de Taylor do modelo infinito dimensional (série de *Maclaurin*), a segunda é derivada utilizando uma expansão modal que utiliza apenas os pólos do sistema original e a terceira e última formulação leva em consideração tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional.

A partir dos modelos numéricos derivados, que são inclusive objeto de uma análise comparativa, várias estratégias de controle de ruído, são numérica e experimentalmente avaliadas. As metodologias eleitas para análise foram as mais freqüentemente encontradas na literatura e com maiores potencialidades de implementação em DSP's.

Assim, este trabalho tem como objetivos centrais:

Discutir e avaliar algumas estratégias de obtenção de modelos analíticos de dutos;

 Discutir e avaliar numericamente diferentes metodologias de controle ativo de ruído (mono e multicanal) e compará-los;

Projetar e instrumentar uma bancada experimental para ensaios de controladores ativos de ruído;

Implementar e avaliar experimentalmente algumas das metodologias de controle que na avaliação numérica demonstraram-se mais promissores e

Identificar as potencialidades, vantagens e desvantagens das metodologias de controle investigadas.

Tendo em vista estes objetivos este trabalho está assim organizado: o capítulo II discute os fundamentos matemáticos e os conceitos básicos da acústica, assim com o modelo matemático do duto acústico; o capítulo III apresenta a teoria de controle ativo de ruído mono canal e suas aplicações; o capítulo IV apresenta a teoria de controle ativo de ruído multicanal; o capítulo V apresenta os resultados numéricos e experimentais obtidos e finalmente o capítulo VI discorre sobre as conclusões e os futuros desdobramentos do presente trabalho.

Capítulo II

Conceitos Básicos da Acústica e seus Fundamentos Matemáticos

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta alguns conceitos fundamentais na área de acústica e, tendo em vista o estudo de técnicas de controle ativo de ruído, explora quatro estratégias para o modelamento analítico matemático da propagação de ruídos em dutos. A primeira, deduzida das equações fundamentais da acústica, tem como característica central um número infinito de modos. A segunda formulação é obtida através da expansão numa série truncada de Taylor do modelo infinito dimensional anterior (série de Maclaurin). A terceira formulação é obtida utilizando uma expansão modal na qual são utilizados somente os pólos do sistema original e finalmente a quarta formulação considera tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional. O capítulo termina discutindo e comparando os respectivos modelos numéricos apresentados.

2.2 Equações Fundamentais da Acústica

A seguir são apresentados as equações fundamentais da onda acústica plana e posteriormente o modelo matemático de um duto acústico unidimensional com seus respectivos atuadores.

2.2.1 Equação de Estado¹

Inicia-se o desenvolvimento a partir da *equação de estado*, obtida através da *equação de Poisson linearizada* (Kinsler *et al.*, 1982) que caracteriza o comportamento de um gás adiabático (hipótese teórica na qual não há trocas de energia térmica no fluído).

$$\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}_{o} = \boldsymbol{p} = \beta \frac{(\rho - \rho_{o})}{\rho_{o}} = \beta s$$
(2.1)

¹ Recomenda-se a leitura do apêndice "A" para os leitores pouco familiarizados com os conceitos fundamentais da acústica.

onde *p* é a pressão acústica, definida pela diferença entre a pressão instantânea *P* e a pressão de equilíbrio no fluído P_o , ($p = P - P_o$), β é o módulo volumétrico adiabático, constante determinada experimentalmente, ρ é a densidade instantânea e ρ_o a densidade de equilíbrio. Portanto, ($\rho - \rho_o$) é a variação da densidade e s é a taxa de variação de densidade do fluído, também conhecida como taxa de condensação. Segundo Kinsler *et al.*, (1982) a restrição essencial desta equação é que a condensação seja pequena, s << 1.

2.2.2 Equação da Continuidade

O próximo passo é encontrar uma relação entre a velocidade da partícula de um fluído, \vec{v} e a densidade instantânea ρ , chamada de *equação da continuidade*.



Figura 2.1 - Fluxo de massa na direção x através de um volume infinitesimal.

Considerando-se um fenômeno de transporte de massa num elemento de volume infinitesimal $dV = dx \, dy \, dz$, na direção x (Figura 2.1). O fluxo de massa pode ser escrito através da relação (Kinsler *et al.*, 1982):

$$\left\{ \rho \cdot \mathbf{v}_{x} - \left[\rho \cdot \mathbf{v}_{x} + \frac{\partial (\rho \cdot \mathbf{v}_{x})}{\partial x} dx \right] \right\} dy dz = -\frac{\partial (\rho \cdot \mathbf{v}_{x})}{\partial x} dV$$
(2.2)

Generalizando a expressão (2.2) nas direções y e z obtém-se:

$$-\left[\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \cdot v_z)}{\partial z}\right] dV = -\left[\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v})\right] dV$$
(2.3)

onde ∇ é o operador divergente². A taxa de crescimento da massa em *d*V, fluxo de massa, também pode ser expressa por $\frac{\partial \rho}{\partial t} dV$, e igualando com a expressão (2.3) tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\mathsf{V} = -\left[\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v})\right] \, d\mathsf{V} \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = 0$$
(2.5)

A expressão (2.5) é conhecida como *equação da continuidade*. Note que esta expressão é não linear, já que o segundo termo da equação (2.5) envolve o produto da velocidade da partícula e a densidade instantânea, ambos variáveis acústicas.

A densidade instantânea pode ser expressa em função da condensação:

$$\rho = \rho_o \cdot (1 + s) \tag{2.6}$$

A equação (2.5) pode ser linearizada. Considerando-se *s* infinitesimal, $\rho \cong \rho_o$, e ρ_o constante no tempo e no espaço, tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{\mathbf{v}}) = 0 \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot \frac{1}{\rho_o} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0$$
(2.8)

$$\frac{\partial \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0$$
(2.9)

$$\frac{\partial \left(\frac{\rho_o \cdot (1+s)}{\rho_o}\right)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0$$
(2.10)

$$\frac{\partial (1+s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0$$
(2.11)

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \tag{2.12}$$

² Operador divergente escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$

A expressão (2.12) é conhecida como **equação linearizada da continuidade**. Combinando a equação de estado (2.1) e a equação linearizada da continuidade (2.12), obtémse uma equação que relaciona a pressão com o deslocamento da partícula. Integrando a equação (2.12) em relação ao tempo obtém-se:

$$\int_{0}^{t} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v}\right) dt = 0$$
(2.13)

$$s + \int_0^t \nabla \cdot \vec{v} \quad dt = 0 \tag{2.14}$$

$$\int_{0}^{t} \nabla \cdot \vec{v} \, dt = \nabla \cdot \int_{0}^{t} \vec{v} \, dt = \nabla \cdot \int_{0}^{t} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \, dt = \nabla \cdot \vec{u}$$
(2.15)

onde \vec{u} é definida como a posição da partícula. Da equação (2.14) e (2.15) vem:

$$s = -\nabla \cdot \vec{u} \tag{2.16}$$

Combinando com a equação de estado 2.1, tem-se:

$$\boldsymbol{\rho} = -\boldsymbol{\beta} \cdot \nabla \cdot \vec{\boldsymbol{u}} \tag{2.17}$$

2.2.3 Equação de Euler³

A equação de Euler permite relacionar a pressão acústica p com a velocidade instantânea \vec{v} . É obtida a partir da consideração de um volume infinitesimal dV = dx dy dz que se move com o fluído, com massa especifica infinitesimal dm. Os efeitos da viscosidade no movimento do fluído podem ser desprezados ao se considerar o fluído adiabático e não viscoso.

Pela segunda lei de Newton é possível obter a expressão para uma força infinitesimal:

$$d\vec{f} = dm \cdot \vec{a} \tag{2.18}$$

Na direção x, a componente da força infinitesimal pode ser representada em termos de pressão interna instantânea P como.

$$df_{x} = \left[P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dy \quad dz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV$$
(2.19)

³ Baseado em Kinsler at al., (1982).

Analogamente esta expressão pode ser escrita nas direções das forças df_y e df_z , através do operador gradiente⁴:

$$d\vec{f} = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dV \cdot \hat{i} - \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dV \cdot \hat{j} - \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dV \cdot \hat{k} = -\nabla P \cdot dV$$
(2.20)

Uma partícula do fluído possui velocidade instantânea $\vec{v}(x, y, z, t)$ em uma posição (x, y, z) e um determinado tempo t ao se deslocar para uma nova posição (x + dx, y + dy, z + dz) em um tempo t + dt, a partícula adquire uma nova velocidade $\vec{v}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$. Sendo a aceleração definida por:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right] = \lim_{dt \to 0} \left[\frac{\vec{v}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right]$$
(2.21)

e a velocidade definida como $\vec{v} = \frac{d\vec{u}}{dt}$, onde \vec{u} é a posição da partícula. Pode-se desenvolver:

$$\vec{a} = \lim_{dt \to 0} \left[\frac{\vec{v}(x + v_x \cdot dt, y + v_y \cdot dt, z + v_z \cdot dt, t + dt) - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right]$$
(2.22)

Como os incrementos nas variáveis são muito pequenos (infinitesimais), a velocidade instantânea no tempo t + dt, pode ser expressa pela expansão de Taylor até o termo da derivada primeira.

$$\vec{v}(x+v_x\cdot dt, y+v_y\cdot dt, z+v_z\cdot dt, t+dt) = \vec{v}(x,y,z,t) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt$$
(2.23)

Desta maneira a equação (2.22) torna-se:

$$\vec{a} = \lim_{dt \to 0} \left[\frac{\vec{v}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt - \vec{v}(x, y, z, t)}{dt} \right]$$

$$\vec{a} = \lim_{dt \to 0} \left[\frac{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z \cdot dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot dt}{dt} \right]$$

$$\vec{a} = \lim_{dt \to 0} \left[\frac{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_z + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right]$$
(2.24)

⁴ Operador gradiente escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \hat{k}$

Assim a aceleração é expresso por:

$$\vec{a} = \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\right]$$
(2.25)

Definindo o operador vetorial $(\vec{v} \cdot \nabla)$ como:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) = v_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + v_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}$$
(2.26)

A aceleração pode ser escrita como:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v})$$
(2.27)

A massa infinitesimal *dm* pode ser escrita da seguinte forma:

$$dm = \rho \cdot dV \tag{2.28}$$

Substituindo as equações (2.20), (2.27) e (2.28) em (2.18) tem-se:

$$-\nabla \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{d} \boldsymbol{\mathsf{V}} = \left[\frac{\partial \vec{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + (\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla)(\vec{\boldsymbol{v}})\right] \cdot \rho \cdot \boldsymbol{d} \boldsymbol{\mathsf{V}}$$
(2.29)

$$-\nabla \boldsymbol{P} = \left[\frac{\partial \vec{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + (\vec{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla)(\vec{\boldsymbol{v}})\right] \cdot \boldsymbol{\rho}$$
(2.30)

A equação (2.30) é conhecida como a equação de Euler para fluídos não viscosos. A consideração da condensação infinitesimal (isto é, s << 1) implica em $\rho \cong \rho_o$. Se a pressão de equilíbrio no fluído (P_o) for constante, $\nabla P = \nabla p$. Lembrando-se que $p = P - P_o$. Outra simplificação possível é a consideração de $|(\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v})| << \left|\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right|$. Através destas hipóteses, isto é, substituindo ρ por ρ_o na equação (2.30) e desconsiderando o termo $(\vec{v} \cdot \nabla)(\vec{v})$ é possível obter a equação (2.30) na forma linearizada (equação 2.31), válida para fenômenos acústicos de pequena amplitude:

$$\rho_{o} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p = 0 \tag{2.31}$$

2.2.4 Equação Linearizada da Onda Acústica em Função da Pressão Acústica

As equações (2.1), (2.12) e (2.31) podem ser combinadas em uma única equação diferencial com uma única variável dependente. Aplicando o operador divergente na equação (2.31), obtém-se:

$$\rho_{o} \cdot \nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\nabla p) = -\nabla^{2} p$$
(2.32)

Na equação acima, ∇^2 é o operador Laplaciano⁵.

$$\nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\nabla^2 p}{\rho_o}$$
(2.33)

Derivando a equação (2.12) em relação ao tempo e considerando que $\frac{\partial (\nabla \cdot \vec{v})}{dt} = \nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{dt}\right):$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$$
(2.34)

igualando a equação (2.34) e (2.33), tem-se:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - \frac{\nabla^2 p}{\rho_o} = 0$$
(2.35)

Da equação (2.1) deriva-se a relação $s = \frac{p}{\beta}$, que substituída em (2.35) resulta:

$$\frac{1}{\beta}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\nabla^2 p}{\rho_o} = 0$$
(2.36)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\beta}{\rho_o} \cdot \nabla^2 p = 0$$
(2.37)

onde, a constante $c = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_o}}$, chamada de velocidade de propagação da onda acústica, pode ser escrita como $c^2 = \frac{\beta}{\rho_o}$, substituindo em (2.37) obtém-se a equação homogênea da onda linearizada expressa em termos de pressão acústica:

⁵ Operador Laplaciano escrito em coordenadas cartesianas: $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \cdot \nabla^2 p = 0$$
(2.38)

2.3 Modelo Matemático de um Duto Acústico

Uma vez que neste trabalho pretende-se estudar algumas técnicas de controle ativo de ruído em dutos, trataremos neste item, do modelo matemático de um duto acústico. Tal sistema é bastante conhecido na literatura, apresenta um comportamento unidimensional e invariante no tempo, além de ser de fácil implementação experimental.

A figura 2.2 apresenta esquematicamente o arranjo geométrico para o duto em questão:



Figura 2.2 - Duto Acústico a ser Modelado.

São utilizados alto falantes, como fontes de ruído. Estes atuadores (alto falantes) consistem em uma bobina conectada a um diafragma de formato cônico imersa em um campo magnético. A alimentação da bobina com a corrente elétrica provoca o deslocamento do diafragma, causando o deslocamento da área do cone. Como sensor de medida do campo acústico é utilizado um microfone.

O modelo matemático para o conjunto da figura 2.2 é derivado das equações fundamentais da acústica, equação 2.12 e equação 2.31. Os alto falantes contribuem com uma "injeção" de massa o que se traduz matematicamente numa parcela não homogênea nas equações mencionadas. Assim a formulação do modelo matemático do duto pode ser expresso por (Nelson *et al.*,1992; Kinsler, 1982; Pota *et al.*, 2000):

$$\rho_o \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = 0$$
(2.39)

$$\rho_o \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \rho_o v_{x_a}(t) \delta(x - x_a)$$
(2.40)

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = \rho_o a_{x_a}(t) \delta(x - x_a)$$
(2.41)

onde:

- *x* é o deslocamento da partícula [m];
- t é a variável no tempo [seg];
- p(x,t) é a pressão acústica [N/m²],
- v(x,t) é a velocidade da partícula no ponto x e no instante t [m/seg];
- $a_{x_a}(t)$ é a aceleração da partícula [m/seg²] provocada por uma fonte externa acústica (Alto Falante) colocada em $x = x_a$;
- *c* é a velocidade de propagação do som [m/seg];
- ρ_o é a densidade específica do meio [kg/m³] e finalmente
- $\delta(x)$ é a função delta de Dirac.

Aplicando a transformada de Laplace [\mathcal{L}] nas equações (2.39), (2.40) e (2.41) e definindo

 $\beta \cong \frac{s}{c}$, onde s é o operador de *Laplace*, obtém-se:

$$\rho_o \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}) + \mathbf{P}'(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = 0 \tag{2.42}$$

$$\rho_o \cdot V'(x,s) + \frac{\beta}{c_o} \cdot P(x,s) = \rho_o \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a)$$
(2.43)

$$P''(x,s) - \beta^2 \cdot P(x,s) = \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a), \quad \text{onde} \quad s \cdot V_{x_a}(s) = \mathcal{L}\{a_{x_a}(t)\}$$
(2.44)

A Equação (2.44) pode ser escrita em variáveis de estado na forma:

$$\begin{bmatrix} P'(x,s) \\ P''(x,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_s}(s) \cdot \delta(x - x_a)$$
(2.45)

definindo $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ tem-se:

$$\begin{bmatrix} P'(x,s) \\ P''(x,s) \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} + B \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a)$$
(2.46)

A solução desta equação é dada por (Furuta, 1984):

$$\begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} = e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + \int_{0}^{x} e^{A(x-\lambda)} \cdot B \cdot \rho_{o} \cdot s \cdot V_{x_{a}} \cdot (s) \cdot \delta(\lambda - x_{a}) \cdot d\lambda$$
(2.47)

Nesta expressão o cálculo da parcela e^{Ax} pode ser feito sabendo-se que (Ogata, 1989):

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}\mathbf{x}} = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \left[\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A} \right]^{-1} \right\}$$
(2.48)

onde α representa a variável de *Laplace "s"*, *x* representa a "variável no tempo" e \mathcal{L} é o operador Laplaciano, assim:

$$e^{Ax} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left[\alpha \cdot I - A\right]^{-1}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left[\alpha \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1\\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix}\right]^{-1}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\left[\alpha & -1\\ -\beta^2 & \alpha \end{bmatrix}^{-1}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\alpha^2 - \beta^2}\begin{bmatrix}\alpha & 1\\ \beta^2 & \alpha \end{bmatrix}\right\}$$

Note que $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\beta}{\alpha^2 - \beta^2}\right\} = \sinh \beta x$ e $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\alpha}{\alpha^2 - \beta^2}\right\} = \cosh \beta x$, substituindo na expressão

acima tem-se:

$$e^{Ax} = \begin{bmatrix} \cosh \beta x & \frac{\sinh \beta x}{\beta} \\ \beta \sinh \beta x & \cosh \beta x \end{bmatrix}$$
(2.49)

Substituindo a equação (2.49) em (2.47) tem-se:

$$\begin{bmatrix} P(x,s) \\ P'(x,s) \end{bmatrix} = \begin{cases} e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} & x \le x_a \\ e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(x-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s) & x > x_a \end{cases}$$
(2.50)

A solução da Equação (2.50) para x = L fica:

$$\begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} = e^{AL} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(L-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s)$$
(2.51)

A equação (2.51) possui quatro variáveis desconhecidas, P(0,s), P'(0,s), P(L,s) e P'(L,s). Duas destas variáveis podem ser encontradas a partir das condições de contorno nas extremidades do duto (Doak, 1973). Substituindo estas duas condições de contorno na equação (2.51) é possível encontrar as outras duas variáveis desconhecidas. Após encontrar as quatro condições de contorno, a equação (2.50) é resolvida para calcular a pressão acústica P(x,s) para um dado ponto do duto. Este procedimento é ilustrado, na seção seguinte, para três configurações diferentes.

Também são utilizados alto falantes elétricos como atuadores acústicos para o modelamento do duto que será apresentado posteriormente. Estes alto falantes providenciam a aceleração das partículas a partir do movimento do cone do alto falante, esta aceleração $a_{x_a}(t)$ é utilizada como entrada de perturbação para o duto acústico. Assim, por conveniência é definido $Q_b(s) \equiv s \cdot V_{x_a}(s)$.

2.3.1 Modelo Matemático do Duto com as Extremidades: Aberto-Aberto

Para o duto aberto em ambas extremidades as condições de contorno são (Nelson *et al.*, 1992):

$$P(0,s) = P(L,s) = 0$$
(2.52)

Estas condições de contorno são substituídas na Equação (2.51):

$$\begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} = e^{AL} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} + e^{A(L-x_a)} \cdot B \cdot \rho_o \cdot s \cdot V_{x_a}(s)$$

$$\begin{bmatrix} P(L,s) \\ P'(L,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\beta L) & \frac{\sinh(\beta L)}{\beta} \\ \beta \cdot \sinh(\beta L) & \cosh(\beta L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P(0,s) \\ P'(0,s) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \cosh[\beta \cdot (L-x_a)] & \frac{\sinh[\beta \cdot (L-x_a)]}{\beta} \\ \beta \cdot \sinh[\beta \cdot (L-x_a)] & \cosh[\beta \cdot (L-x_a)] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \rho_o \cdot Q_b(s)$$
(2.53)

e então resolvidas para calcular $P'(0,s) \in P'(L,s)$.

$$P'(0,s) = -\frac{Q_b \cdot \rho_o \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\sinh(\beta L)}$$
(2.54)

$$P'(L,s) = -\frac{Q_b \cdot \rho_o \cdot \cosh(\beta L) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_a)]}{\sinh(\beta L)} + Q_b \cdot \rho_o \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_a)]$$
(2.55)

As quatro condições de contorno, equações (2.52), (2.54) e (2.55), são substituídas na Equação (2.50), e usadas para obter a seguinte função de transferência:

$$\frac{P(x,s)}{Q_{b}(s)} = \begin{cases}
\frac{\rho_{o} \cdot \sinh(\beta x) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x_{a})]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \leq x_{a} \\
\frac{\rho_{o} \cdot \sinh(\beta x_{a}) \cdot \sinh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \geq x_{a}
\end{cases}$$
(2.56)

2.3.2 Modelo Matemático do Duto: Fechado-Fechado

Para o duto com ambas extremidades fechadas tem-se as seguintes condições de contorno (Nelson *et al.*, 1992):

$$P'(0,s) = P'(L,s) = 0$$
(2.57)

Analogamente ao caso anterior a função de transferência é dada por:

$$\frac{P(x,s)}{Q_{b}(s)} = \begin{cases}
\frac{\rho_{o} \cdot \cosh(\beta x) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_{a})]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \leq x_{a} \\
\frac{\rho_{o} \cdot \cosh(\beta x_{a}) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \sinh(\beta L)} & x \geq x_{a}
\end{cases}$$
(2.58)

2.3.3 Modelo Matemático do Duto: Aberto-Fechado

Para a condição do duto aberto fechado teremos as seguintes condições de contorno (Nelson *et al.*, 1992):

$$P(0,s) = P'(L,s) = 0$$
(2.59)

Que geram a seguinte função de transferência:

$$\frac{P(x,s)}{Q_{b}(s)} = \begin{cases}
\frac{\rho_{o} \cdot \sinh(\beta x) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x_{a})]}{\beta \cdot \cosh(\beta L)} & x \leq x_{a} \\
\frac{\rho_{o} \cdot \sinh(\beta x_{a}) \cdot \cosh[\beta \cdot (L - x)]}{\beta \cdot \cosh(\beta L)} & x \geq x_{a}
\end{cases}$$
(2.60)

2.3.4 Modelo do Duto com Condições de Contorno a partir de Impedância Acústica

As três situações mostradas anteriormente são consideradas condições de contorno ideais. A partir da definição de impedância acústica (apresentada no apêndice A) é possível
escrever as condições de contorno do sistema acústico de uma forma mais generalizada (Morse *et al.*, 1968). Aplicando esta definição tem-se:

$$Z_o(s) = \frac{P(0,s)}{V(0,s)}$$
 e $Z_L(s) = \frac{P(L,s)}{V(L,s)}$ (2.61)

onde $Z_o(s)$ e $Z_L(s)$ são as impedâncias nas extremidades do duto e podem ser calculadas experimentalmente.

Relacionando a equação (2.61) com a equação fundamental (2.42) obtém-se as condições de contorno em termos de pressão e impedância acústica:

$$P(0,s) = -Z_{o}(s) \cdot \frac{P'(0,s)}{\rho_{o} \cdot s}$$
(2.62)

$$P(L,s) = -Z_L(s) \cdot \frac{P'(L,s)}{\rho_o \cdot s}$$
(2.63)

Substituindo estas duas condições de contorno (Equação 2.62 e 2.63) na equação (2.51), é possível obter as outras duas condições de contorno necessárias para obter o modelo do duto. Posteriormente, estas condições de contorno são substituídas na equação (2.50) obtendo a seguinte função de transferência generalizada em função da pressão e impedância:

$$\frac{P(x,s)}{Q_{b}(s)} = \begin{cases}
\frac{\rho_{o}^{2} s^{2} \sinh \beta (L-x_{a}) \sinh \beta x - Z_{o}(s) Z_{L}(s) \beta_{2} \cosh \beta (L-x_{a}) \cosh \beta x - Z_{o}(s) Z_{L}(s) \beta_{2} \cosh \beta (L-x_{a}) \cosh \beta x - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \sinh \beta (L-x_{a}) \cosh \beta x}{\beta \left(\rho_{o}^{2} s^{2} \sinh \beta L - Z_{o}(s) Z_{L}(s) \beta^{2} \sinh \beta L + (Z_{o}(s) - Z_{L}(s)) \beta \rho_{o} s \cosh \beta L\right)} & x \leq x_{a} \\
\frac{\rho_{o}^{2} \left[\rho_{o}^{2} s^{2} \sinh \beta (L-x) \sinh \beta x_{a} - Z_{o}(s) Z_{L}(s) \beta^{2} \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \sinh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \sinh \beta x_{a} + Z_{o}(s) \beta \rho_{o} s \sinh \beta (L-x) \cosh \beta x_{a} - Z_{o}(s) Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta (L-x) \cosh \beta x_{s} - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta L - Z_{L}(s) \beta \rho_{o} s \cosh \beta$$

A partir desta função de transferência é possível obter os casos particulares mostrados anteriormente. Por exemplo, a função de transferência da Equação (2.56), pode ser obtida fazendo o limite de $Z_o(s) = Z_L(s) = 0$; a função de transferência da Equação (2.58) é obtida realizando o limite de $Z_o(s) = Z_L(s) = \infty$ e finalmente a função de transferência da Equação (2.60) é obtida a partir do limite de $Z_o(s) = 0$ e $Z_L(s) = \infty$.

2.4 Modelo Matemático Experimental

Para realizar as simulações numéricas foi adotado um duto de comprimento L = 3.5m, um alto falante de controle Q_b posicionado em x_a=2.37m e um microfone posicionado em $x = x_m = 3.36m$. Foram escolhidos estes valores em decorrência de uma bancada experimental construída em laboratório, veja figura 5.15. Neste duto é aplicada uma perturbação a partir do alto falante Q_a o qual é colocado em x=0.



Figura 2.3 - Duto Acústico com Atuadores e sensores.

Para realizar as simulações numéricas, primeiramente, é considerado o duto da figura (2.3) com uma das extremidades (em x = 0) totalmente fechada (onde é colocado um alto falante Q_a) e a outra extremidade (em x = L) totalmente aberto. Para este caso tem-se a seguinte condição de contorno:

$$P(L,s) = 0 \quad e \quad Q_a(s) = s \cdot V(0,s)$$
 (2.65)

Uma outra condição de contorno considerada é um duto com uma das extremidades (em x = 0) totalmente fechada (onde é colocado um alto falante Q_a) e a outra extremidade (em x = L) também fechada, obtendo:

$$P'(L,s) = 0 \quad e \quad Q_a(s) = s \cdot V(0,s)$$
 (2.66)

Finalmente, são consideradas as condições de contorno a partir das impedâncias acústicas nas extremidades do sistema:

$$P(L,s) = Z_L(s) \cdot \frac{P'(L,s)}{\rho_o \cdot s} \quad e \quad Q_a(s) = s \cdot V(0,s)$$
(2.67)

Para obter as funções de transferências das condições de contorno apresentadas é necessário realizar os cálculos mostrados na seção anterior. Isto é, estas condições de contorno Equação (2.65), (2.66) e (2.67) são substituídas na Equação (2.51) e resolvidas para obter as respectivas variáveis desconhecidas.

As variáveis calculadas a partir da equação (2.51) são substituídas na Equação (2.50) obtendo-se desta maneira os seguintes modelos analíticos: Para o primeiro caso condição de contorno da equação (2.65), tem-se:

$$P(x_{m},s) = \begin{cases} \rho_{o} \frac{Q_{a}(s) \cdot \sinh \beta (L - x_{m}) + Q_{b}(s) \cdot \sinh (L - x_{a}) \cdot \cosh \beta x_{m}}{\beta \cosh \beta L} & x_{m} \leq x_{a} \\ \rho_{o} \frac{\sinh \beta (L - x_{m})}{\beta \cosh \beta L} [Q_{a}(s) + Q_{b}(s) \cdot \cosh \beta x_{a}] & x_{m} > x_{a} \end{cases}$$
(2.68)

Para a condição de contorno da Equação (2.66) tem-se:

$$P(x_{m},s) = \begin{cases} \rho_{o} \frac{Q_{a}(s) \cdot \cosh \beta (L - x_{m}) + Q_{b}(s) \cdot \cosh (L - x_{a}) \cdot \cosh \beta x_{m}}{\beta \cdot \sinh \beta L} & x_{m} \leq x_{a} \\ \rho_{o} \frac{\cosh \beta (L - x_{m})}{\beta \cdot \sinh \beta L} [Q_{a}(s) + Q_{b}(s) \cdot \cosh \beta x_{a}] & x_{m} > x_{a} \end{cases}$$

$$(2.69)$$

E para as condições de contorno a partir da impedância (Equação 2.67):

$$P(x_{m},s) = \begin{cases} \rho_{o} \frac{\left[\left(\beta Z_{L}(s) \cosh \beta (L-x_{m}) + Q_{a}(s) \cdot s \rho_{o} \sinh \beta (L-x_{m}) \right) + \\ \left(\beta Z_{L}(s) \cosh \beta (L-x_{a}) + Q_{b}(s) \cdot s \rho_{o} \sinh \beta (L-x_{a}) \right) \cdot \cosh \beta x_{m} \right] \\ \beta \cdot \left(\beta Z_{L}(s) \cosh \beta (L-x_{a}) + Q_{b}(s) \cdot \cosh \beta L \right) \end{cases} \quad x_{m} \leq x_{a} \end{cases}$$

$$P(x_{m},s) = \begin{cases} \rho_{o} \frac{\beta Z_{L}(s) \cosh \beta (L-x_{m}) + s \rho_{o} \sinh \beta (L-x_{m})}{\beta \cdot (\beta Z_{L}(s) \sinh \beta L + s \rho_{o} \cosh \beta L)} \end{cases} \quad (2.70) \end{cases}$$

$$(2.70)$$

onde, $Q_a(s) = s \cdot V(0, s)$ e $Q_b(s) = s \cdot V_{x_a}(s)$, representam os alto falantes de perturbação e de controle respectivamente.

Uma vez estabelecido o modelo matemático para o duto, são apresentados os modelos matemáticos para o sensor (microfone) e para os atuadores (alto falantes).

2.4.1 Modelo Matemático do Alto Falante

É comum na literatura modelar-se o alto falante como sistemas de segunda ordem com ganho nulo em DC. A expressão matemática que traduz esta característica é dada por (Clark *et al.*, 1995):

$$Ga(s) = \frac{s \cdot V(x_a, s)}{V_{x_a}(s)} = \frac{K_{x_a} \cdot s^2}{s^2 + 2 \cdot \xi_{x_a} \cdot \omega_{x_a} \cdot s + \omega_{x_a}^2}$$
(2.71)

onde, *Ga(s)* representa a função transferência do alto falante, $v(x_a,t)$ é a velocidade da partícula para o ponto x_a e $v_{x_a}(t)$ é a tensão aplicada ao alto falante. Os parâmetros da função de transferência do alto falante *Ga(s)* utilizados para simulações numéricas que serão apresentadas posteriormente foram (Clark *et al.*, 1995): $K_{x_a} = 0.15$, $\omega_{x_a} = 2\pi 40 r/s$ e $\xi_{x_a} = 0.525$.

2.4.2 Modelo Matemático do Microfone

Os microfones são normalmente considerados como elementos lineares nas freqüências de interesse. Neste trabalho adota-se para o modelo do microfone um ganho DC dado por: $Gm = 0.005 \text{ V}/(N/m^2)$, onde Gm(s) representa função transferência do microfone.

Na seção seguinte é apresentado o modelo matemático para um duto de dimensão infinita. É feita a simulação numérica para o caso em que o duto tem uma das extremidades fechada e a outra totalmente aberta.

2.5 Simulações Numéricas do Modelo de Dimensão Infinita

Substituindo $\beta \cong \frac{s}{c}$ na equação (2.68), e considerando $Q_b(s) = 0$, ou seja, não há perturbação no alto falante Q_b a equação (2.68) se reduz a:

$$Gd(s) = \frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \frac{\rho_o \cdot c_o \cdot \sinh\left[\frac{s \cdot (L - x_m)}{c_o}\right]}{s \cdot \cosh\left(\frac{s \cdot L}{c_o}\right)}$$
(2.72)

onde, Gd(s) representa a função transferência do duto. Este modelo é acoplado aos modelos dos atuadores Ga(s) e sensores Gm(s) obtendo o seguinte modelo matemático de dimensão infinita, G(s), que relaciona a saída do sensor (Volts) pela entrada em (Volts) do alto falante Q_a :

$$G(s) = Ga(s) \cdot Gd(s) \cdot Gm(s) \tag{2.73}$$

O diagrama de Bode desta função transferência pode ser vista na figura 2.4.



Figura 2.4 - Diagrama de Bode do Modelo Infinito.

Destaca-se que o modelo representado pela expressão 2.72 apresenta um numero infinito de pólos e de zeros.

2.6 Simulações Numéricas do Modelo de Dimensão Finita

O modelo tal como mostrado na equação (2.73) não é adequado quando se pensa no projeto de controladores, que requerem modelos de dimensão finita.

Para atender esta necessidade três técnicas de obtenção de modelos finitos são apresentadas a seguir, todas baseadas no modelo de dimensão infinita:

2.6.1 Expansão por série de Maclaurin

Uma das técnicas utilizadas para obter modelos a partir de uma função F(s) de dimensão infinita é o uso da série de *Maclaurin* (Pota, 2000), que assim estabelece:

$$F(s) = \frac{s^{p}}{p!} \cdot \frac{d^{p}F(0)}{ds^{p}} \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{s}{s_{n}^{2}}\right]$$
(2.74)

onde,

Segundo esta abordagem a função de transferência da equação (2.72) pode ser aproximada por:

$$Gd(s) = \frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \prod_{n=1}^{N} \left[\frac{1 + \frac{s^2}{w_n^2}}{1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2}} \right]$$
(2.75)

onde $w_n = \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2 \cdot L}$ e *N* é o número de termos da série.

A figura (2.5) apresenta a resposta em freqüência da equação (2.75), para *N*=20, e a resposta do modelo nominal de dimensão infinita:



Figura 2.5 - Representação do Modelo por Série de Maclaurin.

Pode-se observar nesta figura 2.5 que a magnitude do modelo truncado cai com o incremento da freqüência, no entanto os pólos e zeros dos modelos são coerentes.

2.6.2 Representação Modal

Uma outra alternativa para obtenção de modelos finitos pode ser obtida a partir de uma representação modal do modelo infinito. Este tipo de representação é descrito pela seguinte expressão:

$$\frac{P(x_m,s)}{Q_a(s)} = k_o + \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{1 + \frac{2 \cdot \xi_i \cdot s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}}$$
(2.76)

onde os pólos Ω_i são obtidos a partir do modelo analítico de dimensão infinita e o fator de amortecimento ξ_i é escolhido empiricamente. Um procedimento de otimização numérica é utilizado para obter os valores de k_i , onde a função objetivo é dada por:

$$\min_{\substack{k_{i}=0\dots N\\ \omega_{n}\in\omega}}\sum_{\substack{s=j\omega,\\ \omega_{n}\in\omega}} \left(\frac{\rho_{o}\cdot c_{o}\cdot \sinh\left[\frac{s\cdot(L-x_{m})}{c_{o}}\right]}{s\cdot \cosh\left(\frac{s\cdot L}{c_{o}}\right)} - k_{o} - \sum_{i=1}^{N}\frac{k_{i}}{1 + \frac{2\cdot\xi_{i}\cdot s}{\Omega_{i}} + \frac{s^{2}}{\Omega_{i}^{2}}} \right)^{2}$$
(2.77)

Para a simulação numérica foram utilizados *N*=25 termos. Na figura (2.6) se observa uma boa aproximação entre o modelo finito e o modelo infinito, $\xi_i = 0.1$.



Figura 2.6 - Representação do Modelo Modal.

É observado na figura (2.6) que a representação modal mostra-se eficiente no modelamento finito para freqüências acima de 200Hz, no entanto para baixas freqüências é necessário um maior tempo computacional para atingir um resultado razoável.

2.6.3 Representação Através da Função Fase Zero

No método de aproximação por *Maclaurin* é observado que a magnitude do modelo cai com o passar do tempo. No entanto o decaimento da magnitude pode ser melhorado utilizando os zeros e os pólos do modelo, melhorando desta maneira o desempenho da magnitude sem que seja afetada a fase. Para isto é utilizada uma função com fase zero, denominada *função quártica*, que tem como característica a simetria na localização dos pólos e zeros nos quatro quadrantes do plano *s*.

Assim a representação do modelo infinito, equação (2.72) pode ser aproximada a partir da seguinte função:

$$\frac{P(x_m, \mathbf{s})}{Q_a(\mathbf{s})} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \frac{\prod_{i=1}^{NQ} \Gamma_i(\mathbf{s}) \cdot \prod_{n=1}^{M} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{W_n^2}\right]}{\prod_{n=1}^{N} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{Q_n^2}\right]}$$
(2.78)

onde: $w_n = \frac{n \cdot \pi \cdot c_o}{L - x_m}$, $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_o}{2L}$ e a função quártica é dada por:

$$\Gamma_{i}(s) = \left(\frac{s^{2}}{k_{i}^{2} + k_{i+1}^{2}} + \frac{2 \cdot s \cdot k_{i+1}}{k_{i}^{2} + k_{i+1}^{2}} + 1\right) \cdot \left(\frac{s^{2}}{k_{i}^{2} + k_{i+1}^{2}} - \frac{2 \cdot s \cdot k_{i+1}}{k_{i}^{2} + k_{i+1}^{2}} + 1\right)$$
(2.79)

Os coeficientes k_i da função quartica $\Gamma_i(s)$ são obtidos a partir de otimizações numéricas, quando a seguinte função objetivo é utilizada:

$$\min \sum_{W_n \in W} \left(\frac{\rho_o \cdot c_o \cdot \sinh\left(\frac{\mathbf{s} \cdot (\mathbf{L} - \mathbf{x}_m)}{c_o}\right)}{\mathbf{s} \cdot \cosh\left(\frac{\mathbf{s}\mathbf{L}}{c_o}\right)} - \rho_o \cdot (\mathbf{L} - \mathbf{x}_m) \frac{\prod_{i=1}^{NQ} \Gamma_i(\mathbf{s}) \cdot \prod_{n=1}^{M} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{w_n^2}\right]}{\prod_{n=1}^{N} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{\Omega_n^2}\right]} \right)^2$$
(2.80)

O diagrama de Bode da equação (2.78), depois de encontrar os $\Gamma_i(s)$ ótimos é mostrada na figura 2.7. Foram utilizados os seguintes valores para os coeficientes da série: NQ = 2, M = 10 e N = 25.



Figura 2.7 - Representação do Modelo Fase Zero.

Nesta figura 2.7 é observado que o comportamento do modelo da função Fase-Zero em freqüências ate 500Hz acompanha de forma eficiente o modelo de dimensão infinita. Já em freqüências acima de 500Hz este modelo se comporta um pouco ineficiente. Este fenômeno pode ser melhorado aumentando o numero de coeficientes ($M \in N$) da série do numerador e denominador da equação (2.78).

2.6.4 Função de Transferência que Relaciona o Alto falante de Controle Qb e o Microfone de erro

Para futuras aplicações e simulações de controle é necessário obter o modelo entre o alto falante de controle e o microfone de erro, aqui denominado caminho secundário. Para obter o modelo finito do caminho secundário é utilizada a formulação Fase Zero. Esta formulação se mostra mais real e representativa já que este equacionamento utiliza os pólos e zeros do sistema modelado.

Fazendo Qa=0 na equação (2.68) temos a seguinte função de transferência:

$$Gd_{b}(s) = \frac{P(x_{m},s)}{Q_{b}(s)} = \rho_{o} \cdot c_{o} \cdot \frac{sinh\left[\frac{s \cdot (L - x_{m})}{c_{o}}\right] \cdot cosh\left[\frac{s \cdot x_{a}}{c_{o}}\right]}{s \cdot cosh\left(\frac{s \cdot L}{c_{o}}\right)}, \quad x_{m} > x_{a}$$
(2.81)

E a expansão para uma representação finita a partir da função Fase-Zero é dada por:

$$\frac{P(x_m, \mathbf{s})}{Q_b(\mathbf{s})} = \rho_o \cdot (L - x_m) \cdot \frac{\prod_{m=1}^{NQ} \Gamma_i(\mathbf{s}) \cdot \prod_{n=1}^{M} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{W_{n1}^2}\right] \cdot \prod_{n=1}^{M} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{W_{n2}^2}\right]}{\prod_{n=1}^{N} \left[1 + \frac{\mathbf{s}^2}{\Omega_n^2}\right]}$$
Onde $w_{n1} = \frac{n \cdot \pi \cdot \mathbf{c}_o}{L - x_m}$, $w_{n2} = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot \mathbf{c}_o}{2 \cdot x_s}$ e $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot \mathbf{c}_o}{2 \cdot L}$.
$$(2.82)$$

Na figura (2.8) é mostrado o diagrama de bode da equação (2.82):



Figura 2.8 - Representação do Modelo Fase Zero do Caminho Secundário.

Capítulo III

Controle Ativo de Ruído

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica das principais técnicas utilizadas no campo do controle ativo de ruído ("*Active Noise Control-ANC*"). É realizado um estudo dos sistemas de controle *feedforward*, *feedback* e sistemas híbridos. Serão mostrados de forma geral os desenvolvimentos, as aplicações, como também algumas limitações destes algoritmos.

3.2 Controle Ativo de Ruído

Os controladores ativos de ruído normalmente são constituídos pelos seguintes elementos:

Sensores: Microfones, acelerômetros, tacômetros ou outros dispositivos capazes de oferecer referências dos níveis de ruído a cancelar.

Atuadores: Dispositivos eletroacústicos, através dos quais se modifica o campo acústico com a finalidade de obter uma diminuição da pressão acústica. Podem ser altofalantes ou atuadores piezelétricos.

Planta: Ambiente acústico a controlar. Exemplos clássicos são ondas planas acústicas em dutos, o ruído no interior de um veículo, etc.

Controlador: Sistema eletrônico que processa os sinais dos sensores e mediante algum conhecimento prévio da planta, gera um sinal que é transformado em ondas acústicas pelos atuadores.

Os sensores e atuadores são geridos por uma unidade eletrônica (controlador) devidamente projetada que procura cancelar o ruído não desejado na planta, baseado no princípio da superposição de ondas. A idéia básica consiste em se gerar um "anti-ruído" de igual amplitude e fase oposta ao ruído não desejado, que provoque o cancelamento do sinal ruidoso num determinado ponto ou região de interesse (Nelson *et al.*, 1987 e 1992; Hansen, 1997), Figura 3.1.



Figura 3.1 - Interferência destrutiva de ondas de mesma freqüência.

A primeira proposta deste tipo de controlador foi feita em 1936 e patenteada por Paul Lueg (1936). Embora simples, há inúmeros dificuldades a serem vencidas quando se pretende implementar este tipo de controlador. As características não lineares dos sensores e atuadores e as variáveis nas condições ambientais introduzem perturbações indesejadas que dificultam a ação eficiente do controlador, (Kou *et al.*, 1999).

Para compensar estas perturbações surgiram na literatura os controladores automaticamente adaptáveis. Tais controladores nada mais são que filtros adaptativos, implementados em processadores digitais de sinais (DSPs) que buscam, por meio de ajustes *on-line* dos seus coeficientes, minimizar o ruído do sistema, (Goodwin *et al.*, 1984; Clarkson, 1993). Nestes procedimentos os filtros mais comumente usados são os do tipo resposta ao impulso finito (*finite impulse response-* FIR) e resposta ao impulso infinito (*infinite impulse response-* FIR) e resposta ao impulso infinito (*infinite impulse response-* FIR) e o mecanismo mais comumente usado no ajuste dos coeficientes dos filtros é o algoritmo LMS (*least mean square*) (Widrow *et al.*, 1981 e 1985).

Embora as potencialidades do controle ativo do ruído tenham sido demonstradas a várias décadas, existiam grandes dificuldades de realização devido às limitações das técnicas analógicas, particularmente para sistemas que alteram suas características rapidamente. Nos anos 80, foram desenvolvidos os DSP (Texas Instruments 1995, Analog Devices, 1996) que possibilitaram a implementação de poderosos algoritmos adaptativos a um baixo custo (Kuo et al., 1990) e encorajaram inúmeros desenvolvimentos e aplicações na área, (Eriksson, 1990). Muitas destas aplicações e experiências reais são mostradas em Kuo *et al.*, (1993 e 1996) e Flotow *et al.*, (1995).

O controle ativo de ruído atingiu um estágio de desenvolvimento tal que sistemas comerciais já estão disponíveis em aplicações práticas importantes (Elliot, 1993; Stevens, 1991; Eriksson, 1991 e 1996).

Os controladores ativos de ruído se dividem em dois grandes grupos: os controladores em malha aberta *(feedforward)* e os controladores em malha fechada *(feedback)*. O primeiro grupo cancela tanto ruídos de banda estreita (ruídos periódicos) como ruídos de banda larga (ruídos aleatórios) e o segundo grupo é mais eficiente para ruídos periódicos (Minguez, 1998). Discorre-se a seguir sobre cada uma destas tecnologias.

3.3 Controle Ativo de Ruído em Malha Aberta (Feedforward)

Podem ser classificados em sistemas de controle *feedforward* de banda estreita e *feedforward* de banda larga.

3.3.1 Controle Ativo de Ruído em Malha Aberta - Feedforward de Banda Larga

Tais sistemas são normalmente compostos por um sensor de referência (microfone), um atuador (alto-falante), um sensor de erro (microfone) e uma eletrônica de controle, conforme Figura 3.2.



Figura 3.2 - CAR - Controlador ativo de ruído de banda larga feedforward.

onde:

 $x(n) \equiv$ Sinal de referência do controlador.

 $y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

 $e(n) \equiv Sinal de erro.$

P(z) = Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

S(z) = Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro (caminho secundário).

F(z) = Função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de referência (caminho de realimentação ou feedback).

O sinal de referência x(n) é processado pelo controlador ativo de ruído (CAR) que gera um sinal de controle y(n) para o alto falante de controle. O microfone do erro e(n) é usado para monitorar o desempenho do controlador. O principio básico deste sistema de controle, Figura 3.2, é descrito pelo diagrama de blocos ilustrado na Figura 3.3.



Figura 3.3 - Sistema de Identificação de um Controlador Ativo de Ruído.

onde:

 $d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

 $W(z) \equiv Filtro Digital.$

Na Figura 3.3, W(z) representa o filtro adaptativo, que é ajustado pelo algoritmo LMS (discutido em detalhe na sub seção 3.3.1.2), utilizado para estimar a planta desconhecida P(z), aqui denominada caminho primário. O caminho primário P(z) relaciona os sinais do sensor do erro (onde a atenuação de ruído é desejada) e o sinal do sensor de referência (fonte primária de ruído). O objetivo do filtro adaptativo W(z) é minimizar o sinal do erro residual e(n).

A transformada-z do erro e(n) pode ser expressa como:

$$E(z) = D(z) - Y(z) = X(z) \cdot P(z) - X(z) \cdot W(z) = X(z) \cdot [P(z) - W(z)]$$
(3.1)

onde E(z) é a transformada discreta do sinal do erro, X(z) é a transformada discreta do sinal de entrada e Y(z) é a transformada discreta da saída do filtro adaptativo. Da Figura 3.3 E(z) = 0 depois que o filtro adaptativo W(z) converge para P(z), desta maneira a Equação 3.1 fica:

$$W(z) = P(z) \tag{3.2}$$

que implica em:

$$\mathbf{y}(\mathbf{n}) = \mathbf{d}(\mathbf{n}) \tag{3.3}$$

Desta maneira a saída do filtro adaptativo y(n) é idêntica ao ruído d(n) gerado pela planta, assim quando d(n) e y(n) são combinados acusticamente o erro residual e(n) = d(n) - y(n) se anula, o que resulta num perfeito cancelamento do ruído baseado no principio da super posição de ondas.

Como ilustrado na Figura 3.2, depois que o sinal de referência x(n) é capturado pelo sensor (microfone de referência) o controlador possui um curto intervalo de tempo para calcular o sinal elétrico de controle e enviar ao atuador (alto falante de controle). Se o atraso do sinal elétrico de controle é maior que o atraso acústico que ocorre entre o microfone da fonte primária e o microfone do erro, o desempenho do sistema de controle degrada substancialmente.

A somatória (duto acústico) da Figura 3.3 representa o ambiente acústico onde o ruído primário d(n) é combinado com o anti-ruído y(n). No entanto, este anti-ruído y(n) pode ser modificado pelo caminho secundário S(z) (Figura 3.2), que é definido como o caminho acústico entre o atuador (alto falante de controle) e o sensor (microfone de erro). A seguir é feito um estudo sobre a influência e os efeitos do caminho secundário nos controladores ativos de ruído.

3.3.1.1 Efeitos do Caminho Secundário S(z) no Controle Ativo de Ruído

Ao se utilizar o esquema de cancelamento de ruído como proposto na Figura 3.2 surge um efeito importante ocasionado pela função de transferência S(z). Este caminho secundário S(z) pode ser modelado por uma função de transferência que relaciona o sinal de saída de controle y(n) e o sinal do erro e(n). Esta função de transferência pode incorporar, além do caminho acústico propriamente dito, os ruídos produzidos pela eletrônica do sistema como os conversores D/A, os amplificadores de potência, os alto falantes, os microfones, os filtros "*antialiasing*", os conversores A/D, etc. A Figura 3.4 apresenta o diagrama de blocos deste sistema.



Figura 3.4 - Diagrama de Blocos do CAR incluindo a Função de Transferência S(z).

onde:

 $x(n) \equiv$ Sinal de referência do controlador.

 $d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

 $y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

 $e(n) \equiv Sinal de erro.$

 $W(z) \equiv$ Filtro digital adaptativo.

P(z) = Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

 $S(z) \equiv$ Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

Da Figura 3.4, a transformada discreta do sinal do erro e(n) é:

$$E(z) = X(z) \cdot [P(z) - W(z) \cdot S(z)]$$
(3.4)

O erro residual é considerado ideal (i.e., E(z) = 0), após a convergência do filtro adaptativo W(z). O que requer que W(z) realize a seguinte função de transferência:

$$W(z) = \frac{P(z)}{S(z)}$$
(3.5)

Nesta circunstância o filtro adaptativo W(z) envolve simultaneamente o modelo do caminho primário P(z) e o modelo inverso do caminho secundário S(z). O termo S(z) que

aparece no denominador da equação 3.5, pode provocar instabilidade no controlador, contribuindo com pólos no domínio z, e gerando ganhos elevados para W(z) em certas freqüências.

Assim as características da função de transferência do caminho secundário S(z) tem efeito importante no desempenho do sistema de controle CAR e deve ser analisado com cuidado pelo projetista.

3.3.1.2 Algoritmo de Controle Filtro-X LMS (FXLMS)

A introdução da função de transferência S(z) no caminho secundário do controlador causa, no algoritmo clássico LMS (*Least Mean Square*) de ajuste dos coeficientes do filtro W(z), instabilidade no sistema de controle (Elliott *et al.*, 1985).

Há algumas alternativas para se contornar tal dificuldade. Morgan (1980) sugere duas soluções aproximadas para este problema.

> A primeira solução é fazer um filtro inverso, 1/S(z), em série com S(z).

A segunda solução é fazer um filtro idêntico à S(z) no caminho do sinal de referência, tal solução é conhecida como algoritmo filtro-X LMS (Widrow *et al.*, 1985).

Na Figura 3.5 é mostrado o diagrama de blocos do FXLMS. O algoritmo filtro-X LMS (FXLMS) foi deduzido por Widrow *et al.* (1981) no contexto do controle adaptativo e Burgess (1981) o aplicou para compensar os efeitos do caminho secundário em aplicações no controle ativo de ruído.



Figura 3.5 - Diagrama de Blocos do Algoritmo FXLMS para o CAR.

onde:

 $x(n) \equiv$ Sinal de referência de entrada do controlador.

 $d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

 $y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

 $e(n) \equiv Sinal de erro.$

 $W(z) \equiv Filtro Digital.$

P(z) = Função de transferência entre a fonte de ruído e o microfone de erro (caminho primário).

S(z) = Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

 $\hat{S}(z) \equiv$ Estimativa da função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (caminho secundário).

A saída y(n) do algoritmo ilustrado na Figura 3.5 é calculada a partir de um filtro FIR. A configuração deste filtro é mostrada na figura 3.6.



Figura 3.6 - Esquema do Filtro FIR.

Assim:

$$y(n) = w^{T}(n) \cdot x(n) = \sum_{k=0}^{M} w_{n}(k) \cdot x(n-k)$$
 (3.6)

Desta maneira o erro residual e(n) da Figura 3.5 é expresso como:

$$e(n) = d(n) - s(n) * [w^{T}(n) \cdot x(n)]$$
 (3.7)

onde s(n) é a resposta ao impulso do caminho secundário S(z), * denota a convolução linear entre $w_n(k) = [w_n(0) \ w_n(1) \ \cdots \ w_n(M-1)]^T$ que são os coeficientes do vetor W(z) no instante n, $x(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ w(n-M+1)]^T$ que é o vetor do sinal de referência no instante n e finalmente M representa a ordem do filtro FIR.

A maioria dos algoritmos adaptativos faz uso de técnicas do gradiente descendente na busca pelos coeficientes ótimos do filtro adaptativo w(n). Nesta abordagem, a direção de busca pelos coeficientes ótimos é determinada pela direção oposta à do gradiente do erro conforme ilustra a figura 3.7.



Figura 3.7 - Gráfico do Gradiente Descendente.

Assumindo uma função de custo $\xi(n) = E[e^2(n)]$, o filtro adaptativo procura minimizar o erro quadrático instantâneo definido como:

$$\hat{\xi}(n) = \mathbf{e}^2(n) \tag{3.8}$$

Utilizando o algoritmo do gradiente descendente (apêndice B), os coeficientes do filtro são dados por:

$$w(n+1) = w(n) - \frac{\mu(n)}{2} \nabla \hat{\xi}(n)$$
 (3.9)

Isto é, o coeficiente na iteração seguinte é calculado a partir dos valores da iteração atual, menos o gradiente do erro quadrático instantâneo multiplicado por uma constante μ (n) denominada passo de adaptação. O gradiente do erro médio quadrático instantâneo é derivado com respeito a cada um dos coeficientes w(n) do filtro, assim, $\nabla \hat{\xi}(n) = \nabla e^2(n) = 2 \cdot e(n) \cdot [\nabla e(n)]$.

Da Equação 3.7 tem-se, $\nabla e(n) = -s(n) * x(n) = -x_f(n)$, onde $x_f(n) \triangleq [x_f(n) \ x_f(n-1) \ \cdots \ x_f(n-M+1)]^T$, o que permite escrever:

$$\nabla \tilde{\xi}(\mathbf{n}) = -2 \cdot \mathbf{x}_{f}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{n})$$
(3.10)

Substituindo a Equação 3.10 em 3.9 obtém-se a expressão final de atualização dos coeficientes segundo o algoritmo FXLMS:

$$w(n+1) = w(n) - \mu(n) \cdot x_{f}(n) \cdot e(n)$$
(3.11)

onde μ (n) é o passo de adaptação, que pode ser constante ou adaptativo e que influencia na estabilidade e na convergência do algoritmo.

A seguir é apresentada uma metodologia adaptativa para calcular o coeficiente $\mu(n)$. Os valores limites para o passo de adaptação são discutidos em Widrow (1985), que propõe:

$$0 < \mu(n) < \frac{1}{(M+1) \cdot \sigma^{2}(n)}$$
 (3.12)

onde $\sigma^2(n)$ é a potência do sinal de entrada $x_f(n)$. O valor mais habitual utilizado para $\sigma^2(n)$ é 10% do valor máximo (Minguez, 1998), ou seja:

$$\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1) \cdot \sigma^2(n)}$$
(3.13)

Segundo esta abordagem para o cálculo do passo de adaptação é necessário conhecer a potência do sinal de entrada. Esta potência $\sigma^2(n)$ pode ser estimada através de um algoritmo recursivo, veja apêndice B, segundo a seguinte expressão (Minguez, 1998):

$$\sigma^{2}(\mathbf{n}) = \alpha \cdot \mathbf{x}_{f}^{2}(\mathbf{n}) + (1 - \alpha) \cdot \sigma^{2}(\mathbf{n} - 1)$$
(3.14)

O parâmetro α é função de N, que é o número de amostras de x_f(n):

$$\alpha = \frac{1}{N}$$
(3.15)

Em aplicações práticas para o CAR, S(z) é desconhecida, mas pode ser estimada a partir de um filtro adicional $\hat{S}(z)$. Desta maneira o sinal de referência filtrado x_f é estimado no caminho secundário como:

$$x_{f}(n) = \hat{s}(n) * x(n)$$
 (3.16)

onde $\hat{s}(n)$ é a resposta estimada ao impulso no caminho secundário do filtro $\hat{S}(z)$. O algoritmo FXLMS é razoavelmente tolerante a erros realizados na estimativa do caminho secundário S(z) pelo filtro $\hat{S}(z)$. Segundo Morgan (1980), dentro do limite de baixa adaptação, o algoritmo FXLMS irá convergir mesmo para erros de aproximadamente 90° graus de defasagem entre $\hat{S}(z)$ e S(z).

O algoritmo de controle FXLMS passo a passo é apresentado a seguir:

 Inicialização: Coeficientes: $w(k)_0 = 0$, M+1 coeficientes Potência: $\sigma^2(0) = 1$ 2. Leitura de x(n) e e(n). Parâmetro α 4. Cálculo da saída do filtro FIR: $y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w(k)_n x(n-k)$ 5. Cálculo da entrada Filtrada: $x_{f}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_{n} x(n-k)$ 6. Estimação da potência de x_f(n): $\sigma^{2}(n) = \alpha x_{f}^{2}(n) + (1 - \alpha) \sigma^{2}(n - 1)$ 7. Cálculo do passo de adaptação: $\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$ 8. Atualização dos coeficientes: $w(k)_{n+1} = w(k)_n - \mu(n)e(n)x_f(n-k)$ 9. Faça n = n + 1 e volte ao ponto2.

Devido à função de transferência S(z) ser desconhecida algumas técnicas de modelagem *on-line* e *off-line* serão apresentadas na seção 3.6.

Pode se observar na figura 3.2 que quando é emitido o sinal de controle no alto falante de cancelamento, este sinal também influência no microfone de referência, este fenômeno é chamado de realimentação acústica. Discute-se a seguir em mais detalhe este fenômeno.

3.3.1.3 Efeitos e Soluções da Realimentação Acústica

Observando novamente a figura 3.2, o anti-ruído emitido pelo alto-falante de controle pode realimentar o sistema através do microfone de referência, modificando assim o sinal de referência x(n), este fenômeno é chamado de realimentação acústica ou efeito *feedback*.

O diagrama de blocos do CAR incluindo o fenômeno de realimentação acústica é apresentado na Figura 3.8.



Figura 3.8 - Diagrama de Blocos de um CAR com Realimentação Acústica.

onde, u(n) é o ruído primário, x(n) é o sinal capturado pelo microfone de referência e F(z) representa a função de transferência da realimentação acústica entre a saída do filtro adaptativo W(z) e o sensor de referência.

Algumas soluções foram propostas para solucionar o problema da realimentação acústica:

Uso de microfones e alto falantes direcionais (Tichy et al., 1983).

Uso de um filtro adaptativo em tempo real em paralelo com o caminho de retorno (parte de realimentação acústica) (Poole *et al.*, 1984).

Uso de sinais de compensação para cancelar os efeitos do retorno acústico (FBXLMS). Sinais gerados através de um filtro de compensação cujos coeficientes são determinados off-line através de um treinamento (Kuo et al., 1996).

Uso de filtros adaptativos IIR (Eriksson et al., 1996).

A seguir são apresentadas algumas destas soluções.

3.3.1.4 Compensador de Realimentação Acústica FBXLMS

Um controlador ativo de ruído *feedforward* com compensador de realimentação acústica *feedback* é mostrado na Figura 3.9. Onde o filtro $\hat{F}(z)$ é uma estimativa da função transferência F(z) entre a saída de controle y(n) do algoritmo adaptativo e a entrada do sinal de referência u(n) do microfone. Este controlador é conhecido na literatura como sistema de controle FBFXLMS.

O filtro Ŝ(z) é o compensador da função de transferência do caminho secundário S(z) do algoritmo FXLMS.



Figura 3.9 - Controlador Ativo de Ruído Utilizando o Algoritmo FBFXLMS.

onde:

 $u(n) \equiv$ Sinal do ruído primário.

 $x(n) \equiv$ Sinal de entrada do controlador.

 $d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

 $y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

 $e(n) \equiv Sinal de erro.$

 $W(z) \equiv Filtro Digital.$

 $S(z) \equiv$ Função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

F(z) = Estimativa da função de transferência entre o atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

No controlador FBFXLMS as expressões do sinal de controle y(n), sinal de saída $x_f(n)$ do filtro-X e as equações de adaptação são as mesmas utilizadas no controle FXLMS, exceto a expressão x(n) que é expressa por:

$$x(n) = u(n) - \sum_{i=1}^{L} d_i \cdot y(n-i)$$
 (3.17)

onde u(n) é o sinal capturado pelo microfone de referência, d_i são os coeficientes do filtro $\hat{F}(z)$. No caso de um modelo perfeito do fenômeno de realimentação a função de transferência $\hat{F}(z)$, pode ser expressa como $\hat{F}(z) = F(z)$, a retro-alimentação acústica é completamente cancelada por $\hat{F}(z)$. Desta maneira o filtro adaptativo converge para a função de transferência dada na Equação 3.6, que é o caso ideal sem re-alimentação acústica. A função de transferência $\hat{F}(z)$ é similar as utilizadas nos sistemas para cancelamento do eco acústico em aplicações de telecomunicações (Kuo *et al.*, 1993).

Os modelos $\hat{F}(z)$ e $\hat{S}(z)$ podem ser estimados simultaneamente por técnicas de modelamento *off-line* e *on-line* (Kuo *et al.*, 1996).

3.3.1.5 Filtro Adaptativo IIR

O filtro FIR é em algumas metodologias substituído por um filtro IIR (*infinite impulse response*). Tal filtro que procura modelar o controlador W(z), envolve na sua estrutura um número menor de parâmetros, veja equação 3.18. O filtro IIR apresenta na sua estrutura zeros e pólos do sistema físico.

Os pólos de um filtro IIR possibilitam a obtenção de boas características do controlador com estruturas de baixa ordem, precisando de menos operações aritméticas (Laugesen, 1993). No entanto os filtros adaptativos IIR possuem algumas desvantagens:

Os filtros IIR são condicionalmente não estáveis devido a possibilidade de que alguns pólos do sistema saírem do circulo unitário durante o processo de adaptação causando desta maneira instabilidade no sistema;

 A adaptação dos coeficientes do algoritmo pode convergir para um mínimo que não seja o absoluto (mínimo local);

O algoritmo adaptativo IIR pode exigir um passo relativamente baixo de convergência em comparação ao filtro FIR, sendo portanto de resposta mais lenta.

O primeiro inconveniente pode ser solucionado limitando o valor dos coeficientes do filtro para impedir que os pólos saiam do círculo unitário (Shink, 1989). Com relação aos mínimos locais, estes podem desaparecer se o número de coeficientes dos filtros for suficientemente elevado (Stearns, 1981).

O diagrama de blocos do controlador ativo de ruído com filtro adaptativo IIR é ilustrado na Figura 3.10.





onde:

 $x(n) \equiv$ Sinal de entrada do controlador.

 $d(n) \equiv$ Sinal do microfone de erro procedente da fonte de ruído (ruído primário).

 $y(n) \equiv$ Sinal de saída do controlador.

 $e(n) \equiv Sinal de erro.$

 $A(z) \equiv$ Filtro digital A.

 $B(z) \equiv Filtro digital B.$

 $\hat{S}(z) =$ Estimativa da função de transferência entre a atuador (alto falante de controle) e o microfone de erro (Caminho Secundário).

A saída de controle y(n) do algoritmo ilustrado na Figura 3.11 é calculada a partir de um filtro IIR:



Figura 3.11 - Estrutura do Filtro Digital Tipo IIR.

Assim:

$$y(n) = a^{T}(n) \cdot x(n) + b^{T}(n) \cdot y(n-1) = \sum_{i=0}^{M-1} a_{i}(n) \cdot x(n-i) + \sum_{j=0}^{N} b_{j}(n) \cdot x(n-j)$$
(3.18)

onde $a(n) \equiv [a_0(n) a_1(n) \cdots a_{M-1}(n)]^T$ é o tamanho do vetor A(z) para um instante n, x(n) é o sinal de referência, M é a ordem de A(z), $b(n) \equiv [b_0(n) b_1(n) \cdots b_N(n)]^T$ o tamanho do vetor B(z), N é a ordem de B(z) e finalmente $y(n) \equiv [y(n-1) y(n-2) \cdots y(n-N)]^T$ é a saída do vetor atrasado por um instante de tempo.

Alguns algoritmos adaptativos podem ser utilizados para encontrar um ótimo conjunto de coeficientes de a_M e b_N para minimizar o sinal do erro e(n). Em 1976 Feintuch sugere um algoritmo recursivo (RLMS). Eriksson (1991), baseado na sugestão de Feintuch (1976) deduz um algoritmo recursivo LMS, denominado Filtro-U LMS, para o controle ativo de ruído. Nesta metodologia os coeficientes do filtro são dados por:

$$a(n+1) = a(n) + \mu \cdot x_f(n) \cdot e(n)$$
 (3.19)

$$b(n+1) = b(n) + \mu \cdot \hat{y}_{f}(n-1) \cdot e(n)$$
(3.20)

onde $\hat{y}_f(n-1) = \hat{s}(n) * y(n-1)$ é a versão filtrada do sinal de cancelamento para um tempo n-1.

No entanto os filtros IIR apresentam problemas de instabilidade ocasionados pelos pólos e zeros que a função de transferência possui. Por este motivo à utilização de filtros IIR não é muito comum em aplicações de controle ativo de ruído.

3.3.2 Controle Ativo de Ruído Feedforward de Banda Estreita

O controle ativo de ruído *feedforward* de banda estreita é utilizada para atenuação de ruídos periódicos, como por exemplo, os ruídos decorrentes do uso de compressores, motores, ventiladores, hélices, etc. Neste tipo de controlador a fonte do ruído é monitorada diretamente a partir do movimento mecânico do sistema, utilizando sensores apropriados (acelerômetros, PZT's, tacômetros) que fornecem o sinal de referência que contém informações sobre a fregüência fundamental e os harmônicos principais do ruído acústico.

Esta técnica de controle tem as seguintes vantagens:

vevita o fenômeno de realimentação acústica entre o alto falante de cancelamento e o microfone de referência, já que este não é utilizado;

atenua os efeitos das não-linearidades e os problemas de envelhecimento do microfone de referência;

> o uso do sinal de referência, gerado internamente no sistema, permite controlar independentemente cada harmônico do sinal, e finalmente

requer que se modele a função de transferência da planta acústica somente nas freqüências em torno dos harmônicos do som, o que permite o uso de filtros FIR de baixa ordem. O Diagrama de blocos para um controlador ativo de ruído de banda estreita é ilustrado na Figura 3.12.



Figura 3.12 - Configuração de um Controlador Ativo de Ruído *Feedforward* de Banda Estreita.

Geralmente dois tipos de sinais de referência são comumente analisados para obter o sinal de referência do controlador de banda estreita:

- um trem de pulso com um período igual ao inverso da freqüência fundamental do ruído periódico (Elliot *et al.*, 1985) e,
- ondas senoidais que tenham as mesmas freqüências com os correspondentes harmônicos do som para serem cancelados.

A primeira técnica é chamada de método de "*waveform synthesys*" que foi proposta por Chaplin (1980). A segunda técnica envolve os filtros adaptativos "*notch*" que foram desenvolvidos originalmente para cancelamento de interferência do som (Widrow *et al.*, 1975) e aplicado no controle ativo de ruído periódico por Ziegler (1989).

3.4 Controle Ativo de Ruído em Malha Fechada (Feedback)

Um esquema de controlador ativo de ruído *feedback*, na sua forma mais simples, é mostrado na Figura 3.13. Ele difere da estrutura *feedforward* por usar apenas informações do sensor do erro no cálculo do controlador, não há portanto nesta abordagem o uso dos sensores de referência. A saída de erro do sensor é processada pelo controlador ativo de ruído que gera

um sinal de controle para cancelamento do som. Alguns sistemas de controle ativo de ruído *feedback* não adaptativos são apresentados por Nelson *et al.*, (1992). Nesta seção será apresentado um sistema CAR do tipo *feedback*.



Figura 3.13 - Esquema Básico de um Controlador Ativo de Ruído Feedback.

Um dos primeiros sistemas de controle adaptativo mono canal *feedback* foi proposto por Eriksson (1991) e estendido ao caso multicanal por Popovich *et al.*, em 1992. O diagrama de blocos deste sistema é apresentado na Figura 3.14.



Figura 3.14 - Diagrama de Blocos do Controlador Ativo de Ruído Feedback.

A idéia básica deste sistema de controle consiste em se estimar o sinal do ruído primário (ruído indesejado), e utilizar este como sinal de referência x(n) para a entrada do filtro FIR ou IIR (Kuo *et al.*, 1999).

Da Figura 3.14, o ruído primário, no domínio-z, pode ser expresso como $D(z) = E(z) + S(z) \cdot Y(z)$, onde E(z) é o sinal obtido pelo sensor do erro e Y(z) é o sinal gerado pelo filtro adaptativo. Se $\hat{S}(z) \approx S(z)$, podemos estimar o ruído primário d(n) e usar este como um sinal de referência sintetizado x(n), assim:

$$X(z) \equiv \hat{D}(z) = E(z) + \hat{S}(z) \cdot Y(z)$$
 (3.21)

O sinal de referência sintetizado de x(n) é:

$$x(n) = \hat{d}(n) = e(n) + \hat{s}(n) * y(n)$$
 (3.22)

onde $\hat{s}(n)$ é a resposta do caminho secundário estimado $\hat{S}(z)$ e * denota a convolução linear.

A sinal de controle y(n), é calculada a partir de um filtro FIR ou IIR e posteriormente segue-se à metodologia utilizada para o controle FXLMS *feedforward* apresentada na seção 3.3.

A seguir é apresentado o algoritmo feedback FXLMS:

 Inicialização: Coeficientes: $w(k)_0 = 0$, M+1 coeficientes Potência: $\sigma^2(0) = 1$ 2. Leitura de e(n). 3. Parâmetro α 4. Estime o sinal de entrada x(n) no filtro: $x(n) = e(n) + \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n y(n-k)$ 5. Cálculo da saída do filtro FIR (sinal de controle): $y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w(k)_n x(n-k)$ 6. Cálculo da entrada Filtrada: $x_{f}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_{n} x(n-k)$ 7. Estimação da potência de x_f(n): $\sigma^{2}(n) = \alpha x_{f}^{2}(n) + (1 - \alpha) \sigma^{2}(n - 1)$ 8. Cálculo do passo de adaptação: $\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$ 9. Atualização dos coeficientes: $w(k)_{n+1} = w(k)_n - \mu(n)e(n)x_f(n-k)$ 10. Faça n = n + 1 e volte ao ponto2.

3.5 Sistemas de Controle Ativo de Ruído Híbrido

Os sistemas *feedforward* discutidos anteriormente usam dois sensores: o sensor de referência e o sensor do erro. O sensor de referência mede o ruído primário para ser cancelado enquanto que o sensor do erro monitora o desempenho do controlador ativo de ruído.

Os sistemas de controle adaptativo *feedback* utilizam apenas um sensor de referência e a partir dele é gerado o sinal de controle. A combinação das estruturas *feedback* e *feedforward* é denominado estrutura híbrida de controle ativo de ruído (Swanson, 1989). A Figura 3.15 ilustra este tipo de sistema.



Figura 3.15 - Sistema Híbrido de Controle Ativo de Ruído.

Da Figura 3.15 a configuração do CAR *feedforward* atenua o ruído primário que é correlacionado com o sinal de referência, enquanto, o CAR *feedback* cancela as componentes deste ruído que não são observados pelo sensor de referência.

Na Figura 3.16 é apresentado o diagrama de blocos do sistema de controle híbrido. Onde, y(n) é gerado utilizando ambas saídas, uma do filtro A(z) do CAR *feedforward* e a outra do filtro C(z) do CAR *feedback*. O controlador combinado W(z) tem duas entradas de referência: x(n) proveniente do sensor de referência e $\hat{d}(n)$ que é a estimativa do sinal primário. Versões filtradas dos sinais de referência $x_f(n) = \hat{d}_f(n)$ são usados para adaptar os coeficientes do filtro A(z) e C(z), respectivamente.



Figura 3.16 - Diagrama de Blocos do Sistema Híbrido de Controle Ativo de Ruído.

Sistemas similares híbridos para CAR utilizando filtros adaptativos IIR *feedforward* e CAR adaptativos *feedback* podem ser encontrados em Kuo (1996). Segundo Kuo, as vantagens destes sistemas híbridos em relação aos sistemas convencionais é que podem ser utilizados filtros de baixa ordem e ainda assim obter-se excelente desempenho.

A seguir é feito um estudo das técnicas da estimativa *on-line* e *off-line* do caminho secundário S(z).

3.6 Estimativa do Caminho Secundário S(z)

Uma vez que as metodologias de controle aqui apresentadas requerem o conhecimento do caminho secundário S(z), apresenta-se a seguir algumas técnicas de estimação deste caminho.

3.6.1 Estimativa off-line do Caminho Secundário S(z)

Assumindo que as características de S(z) são desconhecidas e invariantes no tempo, podem ser usadas técnicas de modelagem *off-line*, durante um estágio de treinamento, para estimar S(z). No final do estágio de treinamento o modelo estimado $\hat{S}(z)$ é fixado no algoritmo e utilizado para o controle ativo de ruído.

Na Figura 3.17 é ilustrado um esquema experimental na estimativa *off-line* do caminho secundário.



Figura 3.17 Estimativa off-line do Caminho Secundário.

Com se observa na figura, a estimativa de S(z) é gerada a partir de um ruído branco introduzido no sistema. Como a potência do ruído branco é conhecida, não é necessário estimá-la recursivamente. Desta forma, o passo de adaptação é conhecido, e deve satisfazer a equação (3.23).

$$0 < \mu < \frac{1}{(N+1)\sigma^2}$$
(3.23)

O algoritmo para estimar o caminho secundário é apresentado a seguir:

1. Inicialização: Coeficientes: $\hat{s}(k)_0 = 0$, N+1 coeficientes. $\mu = valor fixo$. 2. Gerar o ruído branco y(n). (Aproximadamente 10 segundos) 3. Cálculo da saída do filtro adaptativo FIR: $r(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(k)_n y(n - k)$ 4. Compute a diferença: e'(n) = e(n)-r(n)5. Atualização dos coeficientes: $\hat{s}(k)_{n+1} = \hat{s}(k)_n - \mu(n)e'(n)y(n - k)$ 6. Faça n = n + 1 e volte ao ponto2.

Os erros da estimação não devem produzir diferenças de fase superiores a 90° no sinal do ruído acústico, pois tais desvios produzem instabilidades (Elliot *et al.*, 1988).

A função de transferência do caminho secundário S(z) também pode ser estimada utilizando-se uma aproximação polinomial por um modelo do tipo ARX (Aguirre, 2000). Esta modelagem pode ser realizada através de um pacote de identificação de sistemas, como alguns oferecidos pelo MatLab® (Nuñez *et al.*, 2004), este estimativa é explicado com mais detalhe no capítulo IV.

3.6.2 Estimativa on-line do Caminho Secundário S(z)

Em uma situação real é aconselhável estimar a função S(z) continuamente, já que este caminho pode-se modificar ao longo do tempo. Uma revisão literária mostra que predominam duas formas de se estimar *on-line* o caminho secundário.

A primeira estima o caminho secundário S(z) de forma direta através da própria saída y(n) do filtro adaptativo e o sinal do erro e(n) (Widrow, 1985). A segunda utiliza a injeção adicional de ruído aleatório no sistema para realizar a identificação (Eriksson, 1991). A injeção de ruído aumenta o ruído residual no sistema, no entanto, este efeito pode ser reduzido através da diminuição da potência do ruído injetada. Estas técnicas serão tratadas a seguir.

3.6.2.1 Estimativa on-line pelo Método Direto

Uma solução para se estimar o caminho secundário em tempo real é utilizar a configuração clássica de identificação de modelos através da modelagem direta, utilizando um filtro FIR e o algoritmo LMS como proposto por Widrow em 1985, e mostrado na Figura 3.18.



Figura 3.18 - Diagrama de Blocos de um Sistema CAR on-line – Método Direto.

Da figura 3.18 o sinal h(n) para o algoritmo de adaptação do caminho secundário no domínio z é dado por:

$$H(z) = E(z) - \hat{Y}(z)$$
 (3.24)

onde $\hat{Y}(z)$ é a saída do filtro adaptativo $\hat{S}(z)$. Substituindo $\hat{Y}(z)$ e E(z), tem-se:

$$H(z) = [D(z) + Y'(z)] - \hat{S}(z) \cdot Y(z)$$
(3.25)

no entanto $D(z) = P(z) \cdot X(z)$, $Y(z) = W(z) \cdot X(z)$, e $Y'(z) = S(z) \cdot W(z) \cdot X(z)$, assim:

$$H(z) = P(z) \cdot X(z) + S(z) \cdot W(z) \cdot X(z) - \hat{S}(z) \cdot W(z) \cdot X(z)$$
(3.26)

Quando o algoritmo LMS converge, H(z) = 0 e desde que a entrada X(z) não seja nula, a função estimativa do caminho secundário reduz-se a:

$$\hat{S}(z) = S(z) - \frac{P(z)}{W(z)}$$
(3.27)

A equação (3.27) revela que a estimativa S(z) possui um erro sistemático P(z)/W(z). Isto é, o filtro adaptativo pode identificar corretamente o caminho secundário somente quando P(z) = 0 [equivalente a d(n) = 0], o que não tem sentido físico.

3.6.2.2 Estimativa on-line pelo Método de Eriksson

Outra maneira de se estimar o caminho secundário S(z) é através da adição de um ruído aleatório como mostra a Figura 3.19. Um ruído branco v(n) de média nula é internamente gerado e adicionado ao sinal de saída de controle y(n) que passa pelo caminho secundário S(z). Supondo que os ruídos são não-correlacionados, é possível utilizar o algoritmo LMS tradicional para identificar o caminho S(z). Esta técnica foi desenvolvida por Ericksson em 1989.

Nesta metodologia faz-se a estimativa do caminho secundário, bloco com (1) no diagrama, ou seja, estima-se os coeficientes do filtro FIR que são utilizados *on-line*, no bloco (2).



Figura 3.19 - Diagrama de Blocos de um Sistema CAR on-line – Método de Eriksson.
No diagrama, $e_s(n) = v'(n) - \hat{v}(n) = v(n) = s(n) * v(n)$ é a saída do caminho secundário e $\hat{v}(n) = \hat{s}(n) * v(n)$ é a saída do filtro adaptativo que estima o caminho secundário. A perfeita solução ocorre quando $e_s(n) \approx 0$.

Com a presença de x(n) e y(n), o sinal de $e_s(n)$ é dado por:

$$\mathbf{e}_{s}(n) = \mathbf{e}(n) - \hat{\mathbf{v}}(n) = [\mathbf{d}(n) + \mathbf{s}(n) * \mathbf{y}(n)] - \hat{\mathbf{v}}(n)$$
(3.28)

A equação de atualização se torna (Eriksson, 1989):

$$\hat{s}_{i}(n+1) = \hat{s}_{i}(n) + 2\mu_{s}v(n-i)[s(n) * v(n) - \hat{s}(n) * v(n)] + 2\mu_{s}v(n-i)\eta(n)$$
(3.29)

onde $\eta(n) = d(n) + s(n) * y(n)$. O valor esperado da equação acima converge para a solução ótima, visto que v(n) e $\eta(n)$ são independentes e o valor esperado de v(n) é igual a zero. O último termo em 3.29 é uma perturbação que degrada a performance de convergência da modelagem. No pior caso, este processo de estimação pode ser divergente (Kuo *et al.*, 1999).

Na estimativa de W(z), a equação de adaptação é dada por:

$$w_{i}(n+1) = w_{i}(n) - 2\mu_{w}e(n)x'(n-i)$$
(3.30)

onde o erro, quando não há injeção de ruído branco é dado por:

$$e(n) = d(n) + s(n) * y(n)$$
 (3.31)

No caso ideal, quando $\hat{S}(z) = S(z)$ um cancelamento perfeito é alcançado. No caso prático quando $\hat{S}(z)$ é desconhecido e é estimado em tempo real enquanto o controlador estiver operando, a adaptação de W(z) é dado por:

$$w_{i}(n+1) = w_{i}(n) - 2\mu_{w}x'(n-i)[d(n) + s(n) * y(n)] - 2\mu_{w}x'(n-i)v'(n)$$
(3.32)

com v'(n) não-correlacionado com o ruído primário x(n).

No capítulo seguinte são apresentados algumas metodologias de controle aplicadas ao controle ativo de ruído em sistemas multicanais.

Capitulo IV

Controle Ativo de Ruído Multicanal

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as principais técnicas utilizadas na literatura sobres os controladores ativos de ruído Multicanal. Serão mostrados de forma geral os desenvolvimentos, aplicações como também as principais limitações dos algoritmos de controle multicanal *feedforward*, *feedback* e sistemas híbridos.

4.2 Controle Ativo de Ruído Multicanal

Quando se deseja atenuação de ruídos em recintos muito grandes ou em dutos de comprimento e diâmetro elevados é recomendado o uso de sistemas de controle ativo de ruído multicanal. Estes sistemas utilizam múltiplas fontes secundárias (alto-falantes), múltiplos sensores de erro e referência (microfones), tal como ilustrado na figura 4.1.



Figura 4.1 - Esquema de um Sistema Multicanal para o Controle Ativo de Ruído.

A seguir são apresentadas as diferentes configurações de controladores ativos de ruído multicanal.

4.3 Controle Ativo de Ruído Multicanal Feedforward

Um sistema de controle ativo de ruído multicanal feedforward é ilustrado na figura 4.2:



Figura 4.2 - Controlador Ativo de Ruído Multicanal com Representação dos Caminhos Secundários.

Com se pode observar estes sistemas de controle utilizam (J) sensores de referência para gerar um vetor de sinais de referência (\mathbf{x}_J). O controlador multicanal CAR gera (K) sinais de cancelamento (y_K) para as correspondentes fontes secundárias que estão distribuídos sobre os pontos desejados de controle. Também são distribuídos, sobre o local desejado de atenuação do ruído, (M) sensores de erro (\mathbf{e}_M) que medem as componentes do ruído residual.

Na Figura 4.3 é apresentado o diagrama de blocos de um CAR multicanal na qual é incluída a parte de realimentação acústica entre o alto falante do caminho secundário e o sensor de referência. As linhas grossas representam um conjunto de sinais (acústicos ou elétricos) que são simbolicamente expressos como vetores.



Figura 4.3 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal FBXLMS.

4.3.1 CAR Multicanal Feedforward com várias entradas e várias saídas MIMO

Na Figura 4.4 é ilustrado o diagrama de blocos de um controlador ativo de ruído multicanal *feedforward* desconsiderando o efeito da realimentação acústica:



Figura 4.4 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal FXLMS.

Na Figura acima, P(z) representa a matriz de função de transferência entre a fonte de ruído e os diferentes sensores de erro (caminho primário), S(z) representa a matriz de função de transferência entre os alto falantes de cancelamento e os sensores de erro (caminho secundário) e finalmente os filtros W(z) representaram o modelo do caminho primário dos (j) sensores de referência (entrada) e as (k) fontes secundarias de controle (saída).

A resposta ao impulso do caminho primário pode ser expresso como uma matriz P(n):

$$\mathbf{P}(n) = \begin{bmatrix} p_{11}(n) & p_{12}(n) & \cdots & p_{1J}(n) \\ p_{21}(n) & p_{22}(n) & \cdots & p_{2J}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}(n) & p_{M2}(n) & \cdots & p_{MJ}(n) \end{bmatrix}$$
(4.1)

onde $p_{mj}(n)$ representa as funções de transferência entre os (j) sensores de referência e os (M) sensores de erro. As funções de transferência do caminho secundário **S**(n) podem ser escritas como:

$$\mathbf{S}(n) = \begin{vmatrix} \mathbf{s}_{11}(n) & \mathbf{s}_{12}(n) & \cdots & \mathbf{s}_{1K}(n) \\ \mathbf{s}_{21}(n) & \mathbf{s}_{22}(n) & \cdots & \mathbf{s}_{2K}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{s}_{M1}(n) & \mathbf{s}_{M2}(n) & \cdots & \mathbf{s}_{MK}(n) \end{vmatrix}$$
(4.2)

onde $s_{mk}(n)$ representa a função de transferência entre a k-ésima fonte secundaria e o m-ésimo sensor de erro. A estimativa da função de matriz de transferência do caminho secundário $\hat{S}(n)$ é similarmente definida.

A matriz de controladores $\mathbf{W}(n)$ é representada por $\mathbf{W}(n) \equiv [\mathbf{W}_1^T(n) \mathbf{W}_2^T(n) \cdots \mathbf{W}_K^T(n)]^T$ onde $\mathbf{W}_k(n) \equiv [\mathbf{W}_{k,1}^T(n) \mathbf{W}_{k,2}^T(n) \cdots \mathbf{W}_{k,J}^T(n)]^T$. Cada controlador $\mathbf{W}_{k,j}(n)$ representa um conjunto de coeficientes dos filtros FIR adaptativos, $\mathbf{W}_{k,j}(n) \equiv [\mathbf{w}_{k,j,1}(n) \mathbf{w}_{k,j,2}(n) \cdots \mathbf{w}_{k,j,L}(n)]^T$ e L representa a ordem do filtro. Desta maneira o sinal de saída das (k) fontes secundárias de controle é representado por:

$$y_{k}(n) = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{W}_{k,j}^{T}(n) \mathbf{x}_{j}(n), \qquad k = 1, 2, ..., K$$
 (4.3)

onde, os (j) canais do sinal de referência podem ser expressos em um vetor:

$$\mathbf{x}(\mathbf{n}) \equiv [\mathbf{x}_{1}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n}) \, \mathbf{x}_{2}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n}) \cdots \, \mathbf{x}_{J}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n})]^{\mathsf{T}}$$

$$(4.4)$$

Cada $\mathbf{x}_{j}(n)$ representa o vetor dos (j) canais do sinal de referência de comprimento L, tal que:

$$\mathbf{x}_{j}(n) \equiv [\mathbf{x}_{j}(n) \, \mathbf{x}_{j}(n-1) \cdots \mathbf{x}_{j}(n-L+1)]^{\mathsf{T}}, \qquad j = 1, 2, \dots, \mathsf{J}$$
 (4.5)

Da Figura 4.4 o erro residual é expresso por:

$$\mathbf{e}(\mathbf{n}) = \mathbf{d}(\mathbf{n}) + \mathbf{s}(\mathbf{n}) * [\mathbf{w}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n})\mathbf{x}(\mathbf{n})]$$
(4.6)

A maioria dos algoritmos adaptativos procura seus coeficientes ótimos w(n) aplicando o algoritmo do gradiente descendente (*steepest descent*) segundo a direção oposta ao gradiente da superfície do erro. Assumindo a função de custo:

$$\xi = \sum_{m=1}^{M} E\{\mathbf{e}_{m}^{2}(\mathbf{n})\} = E\{\mathbf{e}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{n})\}$$
(4.7)

O filtro adaptativo minimizara o erro quadrático instantâneo (Mean square Errors – MSE):

$$\xi(\mathbf{n}) \approx \mathbf{e}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{n}) \tag{4.8}$$

A lei de atualização do atualização dos parâmetros do controlador e dado por (Anexo B):

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) - \frac{\mu}{2} \cdot \frac{\partial \xi(n)}{\partial \mathbf{W}(n)}$$
(4.9)

onde, μ é o passo de adaptação, que pode ser constante ou adaptativo, que influencia na estabilidade e convergência do algoritmo. O cálculo do gradiente da equação 4.9 é aproximada por (Kuo, 1999):

$$\frac{\partial \xi(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{W}(\mathbf{n})} \approx 2[\mathbf{S}^{\mathsf{T}}(\mathbf{n}) * \mathbf{x}(\mathbf{n})]^{\mathsf{T}} \mathbf{e}(\mathbf{n}) = 2\mathbf{x}'(\mathbf{n})\mathbf{e}(\mathbf{n})$$
(4.10)

onde:

$$\mathbf{x}'(n) = [\mathbf{S}(n) * \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(n)]^{\mathsf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11}(n) & \mathbf{S}_{12}(n) & \cdots & \mathbf{S}_{1\mathsf{K}}(n) \\ \mathbf{S}_{21}(n) & \mathbf{S}_{22}(n) & \cdots & \mathbf{S}_{2\mathsf{K}}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{S}_{\mathsf{M}1}(n) & \mathbf{S}_{\mathsf{M}2}(n) & \cdots & \mathbf{S}_{\mathsf{M}\mathsf{K}}(n) \end{bmatrix}^{*} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{x}(n) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{x}(n) \end{bmatrix}$$
(4.11)

$$\mathbf{x}'(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_{11}(n) & \mathbf{x}'_{12}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{1M}(n) \\ \mathbf{x}'_{21}(n) & \mathbf{x}'_{22}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{2M}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}'_{K1}(n) & \mathbf{x}'_{K2}(n) & \cdots & \mathbf{x}'_{KM}(n) \end{bmatrix}$$
(4.12)

onde:

$$\mathbf{x'}_{km}(n) = \mathbf{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}(n) = [\mathbf{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}_{1}^{\mathsf{T}}(n) \mathbf{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}_{2}^{\mathsf{T}}(n)] \cdots \mathbf{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}_{J}^{\mathsf{T}}(n)]^{\mathsf{T}}$$
(4.13)

ou:

$$\mathbf{x'}_{km}(n) = [\mathbf{x'}_{km1}^{\mathsf{T}}(n) \mathbf{x'}_{km2}^{\mathsf{T}}(n) \cdots \mathbf{x'}_{kmJ}^{\mathsf{T}}(n)]^{\mathsf{T}}$$
(4.14)

Substituindo a equação 4.10 na equação 4.9 obtém-se a expressão final de atualização dos coeficientes do filtro segundo o algoritmo MFXLMS:

$$W(n+1) = W(n) - \mu x'(n) \cdot e(n)$$
 (4.15)

A equação 4.15 é expandida para $k = 1, 2, \dots, K$ e para $j = 1, 2, \dots, J$. Obtendo a equação final para um sistema de controle MIMO MFXLMS:

$$\mathbf{W}_{k,j}(n+1) = \mathbf{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^{M} \mathbf{x'}_{kmj}(n) \cdot \mathbf{e}_{m}(n)$$
(4.16)

O vetor **x**[']_{kmi}(n) é representado por:

$$\mathbf{x'}_{kmi}(n) \equiv \hat{\mathbf{s}}_{mk}(n) * \mathbf{x}_{i}(n)$$
(4.17)

A seguir é apresentado o algoritmo multicanal MFXLMS:

1. Inicialização: Coeficientes: w(k)_{k,j} = 0, M+1 coeficientes Potência: $\sigma_{x(n)}^2(0) = 1$ 2. Leitura de x(n) e e(n). 3. Parâmetro α 4. Cálculo da saída do filtro FIR: $y_k(n) = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{W}_{k,j}^T(n)\mathbf{x}_j(n), \quad k = 1, 2, ..., K$ 5. Cálculo da entrada Filtrada: $\mathbf{x'}_{kmj}(n) = \hat{\mathbf{s}}_{mk}(n) * \mathbf{x}_j(n)$ 6. Estimação da potência de $x_f(n)$: $\sigma_{x(n)}^2(n) = \alpha \mathbf{x'}_{kml}^2(n) + (1 - \alpha) \sigma_{x(n)}^2(n - 1)$ 7. Cálculo do passo de adaptação: $\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$ 8. Atualização dos coeficientes: $\mathbf{W}_{k,j}(n+1) = \mathbf{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^{M} \mathbf{x'}_{kmj}(n) \cdot \mathbf{e}_m(n)$

9. Volte ao ponto2.

4.3.2 CAR Multicanal Feedforward com uma entrada e várias saídas SIMO

Na figura 4.5 é apresentado o caso particular de um sistema de controle com um sinal de referência (j=1), (k) sinais de saída e (M) sensores de erro, tal procedimento é descrito a seguir:



Figura 4.5 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal SIMO.

Ao expandir a equação 4.15 para k=1, 2, ..., K obtém-se a seguinte expressão para a atualização dos coeficientes no filtro.

$$\mathbf{W}_{k}(n+1) = \mathbf{W}_{k}(n) - \mu \sum_{m=1}^{M} \mathbf{x'}_{km}(n) e_{m}(n)$$
(4.18)

O diagrama de blocos mostra um sistema de controle que utiliza um sinal de referência, dois atuadores e dois sensores obtendo a configuração SIMO MFXLMS (esta configuração será utilizada na aplicação experimental, capítulo V). As Figura 4.6 e 4.7 mostram o diagrama de blocos de um sistema SIMO com uma referência, K = 2 sinais de saída e M = 2 sinais de erro.



Figura 4.6 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal com Dois Sensores e dois Atuadores.



Figura 4.7 - Diagrama de Blocos detalhado de um CAR Multicanal com dois sensores e dois atuadores.

4.4 Controle Ativo de Ruído Multicanal Feedback

A idéia básica deste sistema de controle é realizar uma estimativa do ruído primário e utilizar esta estimativa como um sinal de referência $\mathbf{x}(n)$ para a entrada do filtro FIR (Nuñez *et al.*, 2004). Na Figura 4.8 podemos observar o diagrama de blocos de um sistema de CAR feedback multicanal.

A estimativa do sinal de referência utiliza K sinais secundários $\mathbf{y}_k(n)$, M sinais de erro $\mathbf{e}_m(n)$, e M×K caminhos secundários estimados $\hat{\mathbf{S}}_{mk}(z)$, para gerar M sinais de referência $\mathbf{x}_m(n)$ para os correspondentes K×M filtros adaptativos $\mathbf{W}_{km}(z)$. Assim a expressão para o sinal de referência estimado é expresso como:

$$\mathbf{x}_{m}(n) = \mathbf{e}_{m}(n) - \sum_{k=1}^{K} \hat{\mathbf{s}}_{mk}(n) * \mathbf{y}_{k}(n), \qquad m = 1, 2, ..., M$$
 (4.19)

onde $\hat{s}_{mk}(n)$ é a estimativa do caminho secundário. Os coeficientes do controlador multicanal *feedback* MFXLMS são calculado a partir do algoritmo discutido na seção 4.3.



Figura 4.8 - Diagrama de Blocos de um CAR Multicanal MFXLMS Feedback.

A seguir é apresentado o algoritmo desta proposta de controle:

1. Inicialização: Coeficientes: $w(k)_{k,i} = 0$, M+1 coeficientes Potência: $\sigma_{x(n)}^2(0) = 1;$ 2. Leitura de $\mathbf{x}(n) \in \mathbf{e}(n)$: Parâmetro α 4. Estime o sinal de entrada **x**(n) no filtro: $\boldsymbol{x}_{m}(n) = \boldsymbol{e}_{m}(n) - \sum_{k=1}^{K} \hat{\boldsymbol{s}}_{mk}(n) * \boldsymbol{y}_{k}(n)$ 5. Cálculo da saída do filtro FIR: $y_k(n) = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{W}_{k,j}^{T}(n) \mathbf{x}_j(n), \qquad k = 1, 2, ..., K$ 6. Cálculo da entrada Filtrada: $\mathbf{x'}_{kmi}(n) \equiv \hat{s}_{mk}(n) * \mathbf{x}_{i}(n)$ 7. Estimação da potência de $x_f(n)$: $\sigma_{x(n)}^{2}(n) = \alpha x'_{kml}^{2}(n) + (1-\alpha) \sigma_{x(n)}^{2}(n-1)$ 8. Cálculo do passo de adaptação: $\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$ 9. Atualização dos coeficientes: $\boldsymbol{W}_{k,j}(n+1) = \boldsymbol{W}_{k,j}(n) - \mu \cdot \sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{x'}_{kmj}(n) \cdot \boldsymbol{e}_{m}(n)$

10. Volte ao ponto2.

4.5 Controle Ativo de Ruído Multicanal Híbrido

A combinação da estrutura multicanal feedback e a estrutura multicanal feedforward é denominada sistema multicanal híbrido de controle ativo de ruído. Na Figura 4.9 é ilustrado este tipo de sistema.

A configuração do CAR multicanal *feedforward* atenua o ruído primário que é correlacionado com o sinal de referência, enquanto, o CAR multicanal *feedback* cancela as componentes deste ruído que não são observadas pelo sensor de referência. Estes sistemas híbridos utilizam filtros digitais FIR *feedforward* e *feedback* e algoritmos adaptativos LMS como mostrados nas seções anteriores.



Figura 4.9 - Sistema Multicanal de Controle Ativo de Ruído Híbrido.

Capitulo V

Resultados Numéricos e Experimentais

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta a avaliação numérica e experimental para as metodologias estudadas no controle ativo de ruído. São apresentados resultados numéricos e experimentais para o caso do controle com um atuador e um sensor (mono canal) e somente resultados experimentais para o caso de vários atuadores e vários sensores (multicanal). O capítulo está assim organizado:

Na seção 5.2, são apresentados os resultados numéricos para o projeto de controladores ativos de ruído mono canal, aplicado ao modelo matemático de um duto acústico. Este modelo matemático (visto no capítulo 2) nos permite avaliar o projeto e sintonia de controladores ativos de ruído (CAR) facilitando o projeto experimental de futuros controladores. O modelo matemático utilizado para o duto nestas simulações numéricas foi o modelo discreto denominado Fase-Zero, visto no capítulo II. Esta formulação leva em consideração tanto os pólos como os zeros do modelo infinito dimensional.

Os controladores testados, tanto para as simulações numéricas como para os experimentos, utilizam estruturas do tipo FXLMS *feedforward*, *feedback* e híbrida com mecanismos de adaptação LMS (*Least Mean Square*), que ajustam de forma *on-line* os coeficientes do filtro procurando minimizar o ruído do sistema. O ajuste da função de transferência do caminho secundário para estes controlares foi realizado de forma *off-line* e *on-line*. A sintonia *off-line* utiliza uma aproximação polinomial por um modelo do tipo ARX (Aguirre, 2000) e o método utilizado para a sintonia *on-line* foi o método de Eriksson (1989).

Na seção 5.3, é apresentada a validação experimental dos diferentes métodos estudados na seção 5.2. Para avaliar esta proposta, montou-se uma bancada experimental constituída por um duto de PVC, onde os algoritmos foram implementados, usando o software Matlab-Simulink®, em um sistema de aquisição de dados dSPACE®.

Finalmente, na seção 5.4, propõe-se a implementação de um controlador ativo de ruído multicanal em malha aberta (*feedforward*), um controlador ativo de ruído multicanal em malha fechada (*feedback*) e finalmente uma configuração de controle híbrida que utiliza os dois conceitos simultaneamente.

Para avaliar esta proposta, ampliou-se a bancada experimental utilizada na seção 5.3, para uma bancada constituída por dois atuadores e dois sensores. Os algoritmos foram implementados usando o software Matlab-Simulink® e a placa de aquisição de dados dSPACE®. São apresentados e discutidos resultados experimentais do sistema controlado.

5.2 Simulações Numéricas para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico

Nesta seção são desenvolvidas as simulações numéricas para o controle ativo de ruído de um duto acústico. Na figura 5.1 é apresentado o esquema do duto acústico, acoplado ao sistema de controle. O modelo matemático utilizado para estas simulações numéricas foi o modelo discreto denominado Fase-Zero.



Figura 5.1 - Esquema do duto acústico com o sistema de controle CAR.

Na figura 5.2 podemos observar o diagrama de blocos utilizado para realizar as respectivas simulações numéricas. Os parâmetros utilizados para os algoritmos são apresentados na tabela 5.1.

 						~	<i>,</i> .
	Joromotroo	1141170000	noro	~~		0000	numoriooo
		THUR ACION	DALA	2	SILLINA		THUMPHCAS.
	aramotroo	aunzaaoo	pulu	uυ	onnua		nunionouo
						2	

Comprimento do Duto	3.50 m		
Posição do microfone de referência*	0.25 m		
Posição do microfone de erro*	3.36 m		
Posição do Alto falante de controle*	2.35 m		
Velocidade do som c	343.8 m/seg		
Densidade do ar $ ho_o$	1.29 Kg/m ³		

* Posição em relação ao alto falante de ruído



Figura 5.2 - Diagrama de Blocos do sistema do duto representado na Figura 5.1.

onde $G_{ea}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro, $G_{xa}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de referência, $G_{ce}(z)$ representa a função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone de erro, W(z) representa o filtro digital adaptativo (FIR) e finalmente $\hat{G}_{ce}(z)$ representa a estimativa da função de transferência entre o alto falante de controle e o microfone do erro (denominado caminho secundário). As funções de transferência $G_{ea}(z)$ $G_{xa}(z)$ e $G_{ce}(z)$ foram calculadas a partir das equações 2.78 e 2.82.

Na Figura 5.3 é apresentado o diagrama de Bode para as diferentes funções de transferência dos modelos obtidos a partir da formulação matemática.

Para validar a metodologia dos controladores propostos, o sistema foi submetido a uma série de ensaios numéricos, conforme mostrado na Tabela 5.1. Foram utilizados sinais periódicos de perturbação cuja forma e parâmetros são dados pela equação (5.1) e Tabela 5.2, respectivamente.

$$x(t) = A_1 \operatorname{seno}(2 \operatorname{pi} f_1 t) + A_2 \operatorname{seno}(2 \operatorname{pi} f_2 t) + A_3 \operatorname{seno}(2 \operatorname{pi} f_3 t) + A_4 \operatorname{seno}(2 \operatorname{pi} f_4 t)$$
(5.1)

Controle FXLMS	Numero de Coeficientes	Amplitude [V]	Freqüência [Hz]
Feedforward		$A_1 = 0.0750$	$f_1 = 150.0$
Feedback	60	$A_2 = 0.0150$ $A_2 = 0.1150$	$f_2 = 250.0$ $f_2 = 350.0$
Híbrido		$A_3 = 0.0425$	$f_4 = 450.0$

Tabela 5.2 - Parâmetros dos Ensaios Realizados



Figura 5.3 - Diagrama de bode do modelo matemático do duto- Fase Zero.

Nas subseções seguintes são apresentados os resultados numéricos para os diferentes ensaios realizados.

5.2.1 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS Feedforward

A figura 5.4 mostra o diagrama de blocos para o controle do sistema *feedforward* mono canal.

Para tornar as simulações numéricas mais próximas da realidade, foram somados ruídos externos nas saídas das funções de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de erro e a função de transferência entre o alto falante de ruído e o microfone de referência, vide figura 5.4.



Figura 5.4 - Diagrama de blocos no Simulink® do sistema FXLMS feedfoward.

Primeiramente, foram feitos ensaios numéricos com excitações do tipo mono tonal, nas freqüências apresentadas na tabela 5.1. A Figura 5.5 nos permite observar a densidade espectral de potência do sinal do erro (saída do sistema) para o sistema com controle e sem controle.



Figura 5.5 - Densidade Espectral do Erro para o Ensaio Numérico FXLMS Feedforward.

Como se observa o sistema de controle apresenta boa eficiência para estas freqüências. Para testar a robustez, o algoritmo de controle foi excitado por um sinal composto por vários tons.



Figura 5.6 - Densidade Espectral de Potência para o Ensaio multi tonal FXLMS feedforward.

Também é possível observar nesta figura o ótimo desempenho do controlador onde a atenuação mínima foi superior a 15dB. Verifica-se também uma piora, em relação ao caso monotonal, na freqüência de 350 Hz.

5.2.2 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS Feedback



O diagrama de blocos do sistema de controle *feedback* é visto na figura 5.7:

Figura 5.7 - Diagrama de blocos no Simulink® do sistema de controle FXLMS feedback.

Na figura 5.8 vê-se os resultados obtidos. Os controladores se comportam muito bem para as diferentes freqüências de excitação. No entanto nesta metodologia, o sinal de referência utilizado pelo controlador é estimado o que degrada o desempenho em certas freqüências. Este fato torna-se mais evidente no caso da excitação multi tonal.



Figura 5.8 - Densidade espectral de potencia para o ensaio FXLMS feedback.

5.2.3 Simulações Numéricas para o Sistema Híbrido

Neste algoritmo, o sinal de controle *feedforward* e *feedback* são somados formando uma configuração de controle híbrida. A Figura 5.9 mostra o diagrama de blocos desta técnica.



Figura 5.9 - Diagrama de blocos no Simulink para a configuração híbrida.



Figura 5.10 Densidade Espectral de Potência para o Ensaio FXLMS híbrido.

70



Figura 5.11 Densidade espectral do erro para o ensaio FXLMS Híbrido.

As freqüências de excitação utilizadas neste ensaio foram as mesmas dos ensaios anteriores. Na figura 5.11 é observada uma atenuação significativa e inclusive apresentando um melhor desempenho quando comparado aos outros dois sistemas de controle, *feedforward* e *feedback*.

O sistema híbrido também apresentou um bom desempenho no que diz respeito ao tempo de acomodação do sistema controlado. Este fato é observado no gráfico do sinal no tempo mostrado em 5.11.

A seguir são apresentadas a simulações numéricas para o controle ativo de ruído com o mecanismo de adaptação *on-line* do caminho secundário. A técnica utilizada foi a de Eriksson (1989).

5.2.4 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS Feedforward Eriksson

Novamente o algoritmo de controle foi excitado com funções mono e multi tonais. É possível observar na figura 5.12 que este controlador também apresenta um ótimo desempenho nas freqüências de excitação mono tonal.

No entanto, para excitações do tipo multi tonal o sistema não se comporta com a mesma eficiência, demonstrando a importância de uma boa estimativa do caminho secundário, para a obtenção de um controlador eficiente.



Figura 5.12 Densidade Espectral do Erro para o ensaio *Feedforward* – Mecanismo *on-line*.

5.2.5 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS Feedback Eriksson

Pode-se observar na figura a seguir, que o algoritmo de controle *feedback* com mecanismo *on-line* da estimativa do caminho secundário, não apresenta bons resultados.

A explicação da baixa performance deste controlador deve-se ao fato da necessidade de se efetuar diferentes estimativas, sinal de referência e caminho secundário, realizadas neste processo de controle. Estas estimativas estão normalmente contaminadas de erro que comprometem uma boa estabilidade em algumas freqüências, como se pode observar na figura 5.13 (caso multi tonal).



Figura 5.13 Densidade Espectral do Erro para o ensaio Feedback – Mecanismo on-line.

5.2.6 Simulações Numéricas para o Controle FXLMS Híbrido Eriksson

Na figura 5.14 (excitação multi tonal), verificou-se que o tempo de acomodação do sinal do microfone do erro é maior quando comparado com os métodos não adaptativos (caminho secundário – *off-line*). Este fenômeno se deve ao tempo que o controlador precisa para realizar sua sintonia.

O sistema de controle híbrido mostrou-se mais eficiente e mais robusto quando comparado aos métodos *on-line feedforward* e *feedback*, particularmente para sinais multi tonais.

Nas simulações numéricas foi possível observar que ao longo do tempo o desempenho deste controlador melhora significativamente diminuindo o nível de ruído (Vide figura 5.14 – caso multi ton).



Figura 5.14 Densidade Espectral do Erro para o ensaio Híbrido – Mecanismo on-line.

Tendo em vista a avaliação experimental do comportamento numérico observado, os três tipos de controladores com identificação on-line e off-line foram investigados em laboratório e são apresentados na seção seguinte.

5.3 Avaliação Experimental para o CAR Mono Canal de um Duto Acústico

Para testar experimentalmente os diferentes sistemas de controle apresentados, foi montada uma bancada experimental constituído por um duto de PVC que foi instrumentado com alto falantes (atuadores) e microfones (sensores).

Os alto falantes utilizados nesta bancada experimental foram da marca Bravox modelo BA6SS que possuem uma potência máxima de 60 Watts RMS e resposta em freqüência de 50Hz a 20KHz.

Foram projetados e construídos amplificadores e condicionadores de sinais para realizar a interface entre os transdutores e a respectiva plataforma de controle dSPACE. Estes circuitos eletrônicos foram baseados no amplificador de áudio TDA2030. Estes amplificadores são circuitos integrados para o uso de amplificadores do tipo AB em baixa freqüência. Tipicamente eles garantem 12W de potência de saída em cargas de 4 Ω e 8W em 8 Ω (Delfino, 2005).

Foram utilizados microfones do tipo eletreto unidirecionais JL-061C amplamente utilizados em telefonia. Estes microfones possuem sensibilidade de –58dB/μbar, com impedância de 2KΩ, faixa de freqüências de 20Hz a 20KHz e relação sinal/ruído superior a 55dB (Jameco Electronics, 2004).

Também foram construídos circuitos eletrônicos para a polarização e o tratamento dos sinais provenientes dos microfones. Nestes circuitos, foram utilizados amplificadores operacionais comuns do tipo TL074. A baixa distorção harmônica e o baixo ruído fazem esta série ideal para aplicações de alta fidelidade em pré-amplificadores de áudio.

Os filtros antialiasing e de reconstituição foram projetados para banda de freqüência de 500 Hz excluindo o nível DC. O nível DC presente no sinal pode levar a um processo de *overflow* por ocasião do tratamento dos dados ocasionando instabilidade no sistema. Para eliminar este problema utilizou-se um filtro digital passa alta "*notch*" com freqüência de corte próxima de zero (Minguez, 1998). Na Figura 5.15 é apresentado o diagrama do processo de controle da bancada experimental.

O duto, mostrado na figura 5.15, possui um comprimento de 3.5m e um diâmetro de 0.15m. O alto-falante de ruído foi posicionado numa das extremidades e o alto-falante de controle posicionado a 2.35m do alto-falante de ruído. O microfone de referência foi colocado a uma distância de 0.25m e finalmente o microfone de erro a 3.36m do alto falante de ruído, respectivamente.





Os algoritmos de controle foram implementados no Matlab-Simulink® e testados a partir da plataforma de aquisição de dados dSPACE®.

Nesta plataforma foram utilizados 2 canais de conversão analógico digital (A/D), com 16 bits de resolução e *Sample and Hold* (S/H), para aquisição dos sinais provenientes dos microfones.

Para gerar o sinal de ruído e o sinal controle foram utilizados também 2 canais de conversão digita analógica (D/A) nesta mesma plataforma. A freqüência de amostragem utilizada foi de 2 KHz.

Na Figura 5.16 temos a foto do sistema físico utilizado:



Figura 5.16 Foto do Sistema de Controle Completo.



Figura 5.17 Foto detalhada dos alto falantes e Microfones.

As funções de resposta em freqüência envolvidas no duto podem ser vistas na Figura 5.18. Estas foram obtidas através da excitação do sistema com ruído branco de média nula.



Cada alto-falante foi excitado individualmente e os dados foram coletados pelos microfones com a freqüência de amostragem de 2KHz, utilizando janela retangular e 30 médias.

Figura 5.18 Diagrama de Bode do Sistema Físico – Duto PVC – Caso Mono Canal.

Antes de iniciar os ensaios experimentais de controle, primeiramente, foi realizado o ajuste *off-line* do caminho secundário a partir de um modelo ARX, em seguida, proceder-se com os resultados de controle do respectivo sistema.

5.3.1 Formulação do Modelo ARX Utilizado para Estimar o Caminho Secundário

A função de transferência do caminho secundário foi estimada *off-line* utilizando-se uma aproximação polinomial por um modelo do tipo ARX. O modelo ARX utilizado possui a seguinte formulação (Aguirre, 2000):

$$A(k) \cdot y(t) = B(k) \cdot u(t-q) \tag{5.2}$$

Expandindo o modelo ARX e isolando o termo y(t), tem-se:

$$y(t) = [b_1 \cdot u(t-q) + b_2 \cdot u(t-q-1) + \dots + b_{nb} \cdot u(t-q-nb+1)] - [a_1 \cdot y(t-1) + a_2 \cdot y(t-2) + \dots + a_{na} \cdot y(t-na)]$$
(5.3)

onde:

- na = número de pólos;
- hb = número de zeros + 1;
- q = atraso de tempo do sistema.

O modelo ARX dado pela expressão acima relaciona a saída atual, y(t), a um número finito de saídas, y(t-k), e entradas, u(t-k), passadas.

Os coeficientes, $A(k) \in B(k)$, são encontrados minimizando-se o erro quadrático entre a saída estimada e a saída real do caminho secundário, obtido através de um ensaio experimental. Isto foi feito usando o *toolbox* do Matlab.

No ensaio aplicou-se ao atuador (alto falante de controle) um sinal elétrico do tipo ruído de banda estreita de 2Hz a 2KHz com nível RMS de 500mV.

Os parâmetros do modelo ARX ajustado foram:

- número de pólos igual a 70 (na = 70);
- número de zeros igual a 1 (nb = 1);
- atraso no tempo igual a zero (q = 0).

A freqüência de amostragem utilizada foi de 2KHz, a mesma utilizada para o processo de controle.

Na Figura 5.20 tem-se, em uma janela no tempo, o sinal de saída do caminho secundário (adquirido experimentalmente) e a saída do caminho secundário estimado (simulado pelo modelo ARX).



Figura 5.19 Validação do Modelo.ARX.

A seguir são apresentados os testes experimentais realizados para avaliar os sistemas de controle de ruído multicanal apresentados nas simulações numéricas, seção 5.2.

Para testar o desempenho dos algoritmos de controle, o sistema físico foi submetido por perturbações do tipo mono tonal em freqüências de 150, 250, 350 e 450 Hz. Para verificar a robustez dos controladores o sistema físico também foi perturbado por uma função multi tonal composta por quatro funções senoidais com freqüências de 150, 250, 350 e 450 Hz. Foram utilizados 60 coeficientes para os filtros FIR utilizados no processo de controle.

O sinal de perturbação foi gerado através do próprio Simulink®. Cabe destacar que o passo de adaptação μ (seção 3.3.1.2) utilizado nestes experimentos foi do tipo adaptativo limitado a 1% do seu valor máximo.

Os sinais de interesse foram adquiridos a partir do dSPACE® e posteriormente analisados com ajuda do software Matlab®.

5.3.2 Controle Ativo de Ruído FXLMS Feedforward Mono Canal

Na Figura 5.20 tem-se a densidade espectral do sinal de erro (saída do sistema) quando o sistema esta sobre a ação da perturbação de ruído.



Figura 5.20 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS feedforward.

Nota-se na Figura 5.20 que o controlador FXLMS *feedforward* reduziu significativamente o nível de ruído do sistema dentro das freqüências de interesse. Observa-se um comportamento mais pobre em 450 Hz.

Também podemos observar nesta figura, para o caso multi tonal, o sinal no tempo do respectivo ensaio. Neste ensaio, o processo de controle é ativado em 4.0 segundos. Observase uma diminuição significativa da amplitude do erro com a evolução do tempo.

5.3.3 Controle Ativo de Ruído FXLMS Feedback Mono Canal

No controlador *feedback* observou-se também uma boa performance para as freqüências de 150–350 Hz. No entanto para a freqüência de 450 Hz o controlador não apresenta uma bom desempenho.



Figura 5.21 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS feedback.

Ensaios em laboratório não registrados nos permitem afirmar que a baixa eficiência do controlador, como na freqüência de 450 Hz por exemplo, pode ser melhorada a partir da diminuição do passo de adaptação μ (Nuñez *at al.*, 2004).

5.3.4 Controle Ativo de Ruído FXLMS Híbrido Mono Canal

Com relação ao sistema Híbrido, observaram-se excelentes resultados, superiores inclusive aos sistemas de controle *feedforward* e *feedback*, particularmente no caso multicanal.



Figura 5.22 Densidade espectral do erro para o ensaio experimental FXLMS híbrido.

Para o caso da excitação multi tonal podemos observar que a convergência do algoritmo se mostrou mais rápida, eficiente e robusta. Quanto à estabilidade e a banda de controle, o algoritmo apresentou melhores resultados que as metodologias experimentais *feedforward* e *feedback*.

A seguir são apresentados os mecanismos de controle mono canal com a diferença que o caminho secundário é sintonizado de forma automática a partir do método de Eriksson.

5.3.5 Controle Ativo de Ruído FXLMS Feedforward Mono Canal Eriksson

Nesta proposta aplicou-se um ruído branco com a seguinte característica: ruído de banda estreita de 0Hz a 1KHz com nível RMS de 60mV. Como se vê na figura 5.23 esta metodologia apresentou bons resultados com atenuações em todas as freqüências excitadas.



Figura 5.23 Densidade espectral do erro para o ensaio *feedforward* – Mecanismo *on-line*.

Na figura 5.23, é possível observar que o comportamento deste controlador é similar ao comportamento obtido nas simulações numéricas. Também, verificou-se, um desempenho mais pobre destes controladores nas freqüências de 250 e 450Hz (caso multi tom). A baixa performance nestas freqüências, se deve provavelmente, por imprecisões na estimativa ruim do caminho secundário.

5.3.6 Controle Ativo de Ruído FXLMS Feedback Mono Canal Eriksson

Na figura 5.24 é possível observar que o controlador FXLMS *feedback*, com mecanismo *on-line* do caminho secundário apresentou um comportamento pouco eficiente quando comparado ao controlador *feedforward*. Possivelmente, o problema decorre da necessidade de se estimar o sinal de referência e também realizar a estimativa do caminho secundário, fazendo com que o sistema de controle se torne mais complexo na sua sintonia.



Figura 5.24 Densidade espectral do erro para o ensaio feedback - Mecanismo on-line.

No entanto, cabe destacar que o sistema de controle não diverge, porém o desempenho é comprometido.

5.3.7 Controle do sistema FXLMS Híbrido Mono Canal Eriksson

Como de certa forma, antecipado pelas simulações numéricas, o sistema de controle híbrido com mecanismo automático de adaptação *on-line* do caminho secundário, obteve excelente desempenho nas diferentes freqüências analisadas. Observa-se, no caso da excitação multi tonal maior dificuldade com a componente de alta freqüência (450Hz).





Com base na experiência conduzida, pode-se concluir:

(a) Todas as metodologias apresentam algumas deficiências nas freqüências mais elevadas dentro da banda de interesse, que nos casos estudados foi de 0 a 500 Hz.

- (b) Em baixas freqüências e nos casos multi tonais os algoritmos que envolvem identificação *off-line* apresentam desempenhos semelhantes.
- (c) Das metodologias que envolvem identificação off-line, a estrutura híbrida foi a que demonstrou mais eficiência e a *feedback* a menos eficiente, embora menos onerosa em hardware. Esta diferença ficou mais evidente nos experimentos multi tonais e em altas freqüências.
- (d) No caso da estimativa on-line, segundo a proposta de Eriksson, o método feedback não se mostrou eficaz, seja nos testes mono tonais e multi tonais.
- (e) O controlador híbrido com estimativa *on-line* revelou-se superior ao controlador *feedforward*, sendo ambos no entanto bastante eficientes.

Finalmente, cabe destacar que o caminho secundário é peça fundamental na utilização destes sistemas de controle FXLMS, conseqüentemente uma estimativa ruim faz com que o desempenho também se torne pouco eficiente. A estrutura de controle *feedback* adaptativa deve ser utilizado somente para pequenos sistemas físicos ou com fontes de ruído com pouco espalhamento espectral.

Após ter realizado o estudo das diversas técnicas de controle ativo de ruído, aplicado a uma estrutura com um único sensor e um único atuador, na seção seguinte será realizado o estudo experimental para o controle ativo de ruído com vários sensores e vários atuadores denominado sistemas de controle ativo de ruído multicanal.
5.4 Avaliação Experimental para o CAR Multi Canal de um Duto Acústico

Na figura 5.26 é apresentado o esquema da bancada experimental.



Figura 5.26 Esquema da Bancada Experimental do Duto Acústico - Caso Multicanal.

Para testar experimentalmente os sistemas de controle multi canal, a bancada apresentada na seção anterior foi ampliada com a adição de dois alto falantes de controle e dois microfones de erro.

O novo duto possui um comprimento de 4.0m e um diâmetro de 0.15m. O alto-falante de ruído foi posicionado numa das extremidades e os alto-falantes de controle posicionado a 2.12m e 3.12m do alto-falante de ruído. O microfone de referência foi colocado a uma distância de 0.25m e finalmente os microfones de erro a 3.5m e 3.86m da fonte de ruído.



Figura 5.27 Foto da Bancada experimental com vários sensores e vários atuadores.

Os algoritmos de controle multicanal, também foram implementados no Matlab-Simulink® e testados a partir da plataforma de aquisição de dados dSPACE®. A freqüência de amostragem utilizado foi de 2 KHz.

Para avaliar o desempenho dos algoritmos, o sistema físico foi excitado nas mesmas freqüências e condições experimentais que o sistema mono canal e ainda um teste adicional foi realizado usando um ruído branco na entrada.

Na figura seguinte é apresentado o diagrama de Bode dos respectivos caminhos do sistema físico.



Figura 5.28 Diagrama de Bode do Duto Acústico Experimental – Caso Multicanal.

5.4.1 Controle Ativo de Ruído Multi Canal FXLMS Feedforward

Na Figura 5.29 e 5.30 são apresentados os resultados para a configuração de controle multicanal *feedforward*, onde são mostradas as respostas dos sinais observados pelos dois sensores, quando o sistema está sem controle e com controle. A ordem dos filtros FIR utilizados para este ensaio foram de 50 coeficientes. Com se vê a proposta MFXLMS *feedforward* se mostrou eficiente para as diferentes freqüências apresentadas.

No caso multi tonal, figura 5.31, observou-se nos experimentos realizados que à medida que o tempo passa a densidade espectral de potência na freqüência de 450Hz vai diminuindo, porém com menor velocidade que nas outras freqüências. Nos algoritmos a velocidade de convergência pode ser melhorada aumentado o passo de adaptação, no entanto com um passo de adaptação maior o algoritmo de controle tende a se tornar instável.

A figura 5.32 apresenta os ensaios experimentais para o caso de uma excitação ruído branco, como se pode observar nesta figura o sistema apresentou um excelente desempenho na banda de interesse até 500Hz.



Figura 5.29 Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal *Feedforward* – Freqüências de 150 e 250 Hz.



Figura 5.30 - Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal *Feedforward* – Freqüências de 350 e 450 Hz.



Figura 5.31 Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal Feedforward.



Figura 5.32 Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal Feedforward.

5.4.2 Controle Ativo de Ruído Multicanal FXLMS Feedback

Na figura 5.33 é apresentado o resultado dos testes para o sistema MFXLMS *feedback*. No projeto destes controladores foram utilizados somente 25 coeficientes para os algoritmos de controle, isto devido a limitações de software no dSAPCE. Este fato faz com que a eficiências do controlador diminua em algumas freqüências.

Na figura 5.34, excitação realizada por vários tons, podemos observar o comportamento pouco eficiente deste sistema de controle quando comparado ao método *feedforward*.

Na figura 5.35 o sistema físico foi excitado por um sinal de ruído branco, pode se observar que o sistema de controle não consegue controlar este tipo de excitação. A justificativa pela ineficiência deste controlador possivelmente se deva ao fato do número reduzido de coeficientes do filtro FIR utilizado.



Figura 5.33 Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal *Feedback* em varias freqüências.



Figura 5.34 - Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal Feedback.



Figura 5.35 - Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal Feedback.



5.4.3 Controle Ativo de Ruído Multi Canal FXLMS Híbrido

Na figura 5.36 é apresentada a densidade espectral do erro para a configuração de controle multicanal híbrido.

Figura 5.36 - Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal Híbrido.



Figura 5.37 Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal Híbrido.



Figura 5.38 Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal Híbrido.

Neste sistema híbrido foram utilizados somente 15 coeficientes para cada filtro. Computacionalmente este sistema se torna muito pesado, mas ainda com um número reduzido de coeficientes o sistema de controle apresenta excelentes resultados.

Na Figura 5.36, podemos observar que para a excitação de vários tons o controlador teve um desempenho excelente quando comparado como os outros sistemas de controle.

Na figura 5.37 se observa a resposta do sistema para uma excitação de ruído branco. O número reduzido dos coeficientes dos filtros adaptativos certamente influenciou na eficiência do controlador.

5.4.4 Controle Ativo de Ruído Multi Canal FXLMS Feedforward Ericksson

Neste tópico são realizados os testes experimentais para o controle multicanal com mecanismo adaptativo dos caminhos secundários. Destaca-se que esta configuração adaptativa multicanal, por demandar grande esforço computacional, permitiu que se implementasse, com os equipamentos disponíveis no laboratório, o controle *feedforward* apenas.

Pode-se observar na figura 5.42, que este sistema de controle não funcionou quando a excitação foi de um ruído branco, no entanto nos demais casos a estratégia foi eficiente.



Figura 5.39 - Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal feedforward – on-line – freqüências de 150 e 250 Hz.



Figura 5.40 Densidade espectral do erro para o sistema de controle multicanal *feedforward–on-line –* Freqüências de 350 e 450 Hz.



Figura 5.41 - Excitação multi tonal para o sistema de controle multicanal feedforward - on-line.



Figura 5.42 Excitação ruído branco para o sistema de controle multicanal feedforward – on-line.

Dos testes realizados na configuração multicanal discorre:

- a) A metodologia *feedback* foi a mais pobre em desempenho, tendo como referência à atenuação na densidade espectral do sinal.
- b) A metodologia *feedforward* e híbrida apresentaram desempenho semelhante no caso da estimativa *off-line*, sendo o primeiro mais econômico sob o ponto de vista computacional.
- c) A estimativa on-line pelo método de Eriksson, quando usada na metodologia feedforward revelou-se eficiente no caso dos sinais com freqüências bem definidas. Quando avaliado com a perturbação de ruído branco a metodologia falhou. Este fato sugere que a limitação imposta ao tamanho dos filtros, em decorrência do hardware/software disponível, constitui fatos importantes, não uso destas metodologias.

Feitas estas análises particulares e localizadas, o capítulo seguinte apresenta as conclusões e desdobramentos mais gerais dos estudos desenvolvidos e discutidos neste trabalho.

Capítulo VI

Conclusões e Futuros Desdobramentos

Este trabalho apresentou um estudo numérico experimental sobre o problema de controle ativo de ruído em dutos. A partir do mesmo algumas conclusões são derivadas, quais sejam:

No tocante à modelagem do duto acústico:

O duto foi modelado a partir das equações básicas da acústica, que adequadamente manipuladas, geraram um modelo analítico de dimensão infinita. Tal modelo configurou-se impróprio para a síntese das leis de controle, que requer modelos finitos e discretos. Para atender estes requisitos propôs-se três metodologias de obtenção de modelos finitos a partir do modelo de dimensão infinito. Das três técnicas utilizadas conclui-se que:

- (a) O modelo obtido via aproximação por série de Maclaurin é o mais simples, mais econômico, porém menos preciso quando comparado às outras duas técnicas. Isto tendo como referência o diagrama de Bode do sistema de dimensão infinita original.
- (b) A representação modal, por sua vez, mostrou-se eficiente em freqüências acima de 200Hz requerendo pouco tempo computacional na otimização. No entanto para baixas freqüências é necessário um maior tempo computacional na solução do problema de otimização para atingir melhores resultados, veja figura 2.6.
- (c) O modelo fase-zero demonstrou-se superior ao modelo de Maclaurin em alta freqüência e a formulação modal em baixa freqüência, configurando-se como a melhor das estratégias de representação sob o ponto de vista do comportamento em freqüência. É também um procedimento mais econômico computacionalmente, quando comparado ajuste modal.

No tocante às metodologias de controle e a estratégia de modelagem do caminho secundário:

As metodologias de controle foram avaliadas neste trabalho tanto numericamente como de forma experimental. Na avaliação numérica adotou-se a modelagem fase-zero para o duto acústico e sobre o desempenho das diferentes estratégias de controle pode-se inferir:

- (a) Quanto à modelagem off-line do caminho secundário. O caminho secundário foi modelado off-line e estudaram-se três estratégias de controle: feedforward, feedback e híbrido. Dos estudos realizados a estratégia híbrida é a que se mostrou mais eficiente, embora de maior custo e complexidade. O controle híbrido mostrou-se mais robusto e estável que as demais técnicas. A velocidade de convergência dos parâmetros deste controlador e a facilidade de sintonia são destaques nesta estratégia. Entre o controlador feedback e feedforward este ultimo opera em bandas de freqüência mais largas, sendo ligeiramente mais estável e robusto. O controle feedback por sua vez dispensa os sensores de referência, é uma técnica mais econômica em hardware, portanto. É eficiente para situações de atenuação de ruído em bandas estreitas e, recomendado nos casos de perturbações periódicas conhecidas.
- (b) <u>Quanto à modelagem on-line do caminho secundário.</u> Nesta estratégia de controle utilizou-se o método de Eriksson para fazer a estimativa on-line do caminho secundário. Esta técnica que utilize a adição de um ruído branco no sistema mostrou-se robusto e eficiente, especialmente com os controladores *feedforward* e híbrido. No caso do controle *feedback* os resultados foram ligeiramente inferiores.

A modelagem *on-line* do caminho secundário é naturalmente uma técnica mais dispendiosa computacionalmente, porém de natureza mais versátil com características de adaptação mais genérica, indicado para aplicações onde o caminho secundário experimenta modificações como, por exemplo, devido ao efeito de variação na temperatura, de umidade, etc.

No tocante aos experimentos mono canais:

Tendo em vista a avaliação experimental do comportamento numérico observado, os três tipos de controladores com identificação *on-line* e *off-line* foram investigados em laboratório. Os resultados obtidos comprovaram as avaliações numéricas realizadas, permitindo conclusões semelhantes sobre o comportamento e o desempenho dos controladores que em resumo apontam para uma maior eficiência da metodologia híbrida a um custo computacional mais elevado.

Sob o ponto de vista experimental destaca-se que as implementações dos algoritmos foram facilitadas com o uso do dSPACE®, onde a implementação é projetado a partir de diagrama de blocos construído no simulink®.

No tocante aos experimentos multi canais:

As avaliações experimentais dos procedimentos de controle multicanal realizados, segundo as estratégias *feedforward*, *feedback* e híbrido mostraram a eficiência destes controladores e as diferenças, observadas no caso mono canal, se mantiveram na estrutura multicanal.

Naturalmente o caso multicanal apresenta uma complexidade que cresce com o número de entradas e saídas consideradas. O esforço computacional é apreciável, o que levou no caso deste trabalho a uma busca por controladores de menor dimensão possível semelhantemente no que tange as dimensões adotadas para os modelos dos caminhos secundários.

Um resultado que merece destaque e, observado no trabalho, foi à capacidade das estratégias de controle atenuarem como eficiência ruído branco no caso multicanal *off-line*, fato não observado no caso mono canal. O que sugere a utilização desta tecnologia onde o espectro de freqüência a ser atenuado apresenta características de banda larga.

Contribuições deste trabalho:

Este trabalho é o primeiro desenvolvido na área de controle ativo de ruído dentro do programa de pós-graduação em engenharia mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, tem, portanto as virtudes e as dificuldades do pioneirismo.

Normalmente os procedimentos de controle ativo são "testados/avaliados" na planta real ou quando muito num ambiente de simulação com modelos muito simples do tipo atraso puro. Neste trabalho o uso de modelos mais elaborados na síntese/análise do controlador foi de grande valor e importância no estudo dos algoritmos, que experimentalmente corroboraram os resultados obtidos na análise numérica.

A análise comparativa das estratégias de controle tanto numérica como experimental possibilitou a identificação das vantagens e desvantagens das diferentes estratégias de controle. O trabalho comprovou a supremacia da estratégia híbrida de controle em banda larga frente às demais, a um custo de maior complexidade do software e do hardware. Comprovou se também que, para perturbações mono tonais, a abordagem *feedforward* pode ser usada com bastante eficiência.

Finalmente, dados os objetivos postos para este trabalho e referenciados na introdução, quais sejam:

Discutir e avaliar algumas estratégias de derivação de modelos analíticos de dutos;

- Discutir e avaliar numericamente diferentes metodologias de controle ativo de ruído (mono e multicanal) e comparado-as em termos de desempenho e complexidade computacional;
- Projetar e instrumentar uma bancada experimental para ensaios de controladores ativos de ruído;
- Implementar e avaliar experimentalmente algumas das metodologias de controle que na avaliação numérica demonstraram-se mais promissores.
- Identificar as potencialidades, vantagens e desvantagens de cada uma destas metodologias de controle investigadas.

pode-se inferir que os objetivos traçados foram alcançados.

Desdobramentos futuros deste trabalho:

Este trabalho aponta para o futuro a necessidade de serem investigadas algumas frentes de pesquisa, destacando-se:

- Promover o ajuste dos modelos, seja a estrutura modal ou fase-zero, utilizando dados experimentais como entrada e não os dados da formulação analítica infinita como usados neste trabalho e ainda promover uma avaliação experimental das estratégias de modelagem. Avaliar também outras técnicas de modelagem a partir de dados experimentais (ARX, ERA, ERA/OKID, etc.)
- Estudar e avaliar experimentalmente a estratégia feedforward de banda estreita usando sensores não acústicos. Isto é particularmente importante no caso em que a realimentação acústica é relevante e em situações ambientais onde os sensores acústicos revelam-se inapropriados.
- Estudar com mais profundidade e de forma experimental o efeito da realimentação acústica,
- > Avaliar o comportamento dos algoritmos diante das variações paramétricas da planta.
- Avaliar experimentalmente a estratégia de controle multicanal (híbrida e feedback) com estimativa on-line do caminho secundário. Esta linha que demanda muito esforço computacional depende, do desenvolvimento eletrônico dos processadores digitais de sinais. Uma possibilidade é o uso de processadores digitais de sinais desenvolvidos para aplicações em telecomunicações, que são muito velozes a

despeito de não apresentarem arquitetura apropriada para tratamento de sinais analógicos como nos DSPs projetados para a área de controle. que tem portas A/D, D/A, PWM, etc.

- Aplicar as técnicas de controle de ruído estudadas no controle de vibrações estruturais de placas e/ou vigas. Esta linha de investigação é das mais promissoras, dado às características multi modos e de múltiplas entradas e saídas presentes nestas estruturas.
- Estudar alternativas para o passo de adaptação do algoritmo FXLMS como, por exemplo, o uso do "fator de esquecimento", largamente empregado nos controladores auto sintonizados ("self tuning controller").

Referências Bibliográficas

Analog Devices, "EZ-KIT Lite", 1996.

Aguirre, L. A., "Introdução à identificação de sistemas," Editora UFMG, Belo Horizonte-MG, 2000.

Burgess J. C., "Active adaptive sound control in a duct: A com-puter simulation," J. Acoust. Soc. Amer., vol. 70, pp. 715–726, Sept. 1981.

Beranek L. L. and Ver I. L., "Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications," New York: Wiley, 1992.

Chaplin B., "The cancellation of repetitive noise and vibration," in Proc. Inter-noise, pp. 699–702, 1980.

Clarkson P. M., "Optimal and Adaptive Signal Processing. Boca Raton," FL: CRC Press, 1993.

Clark R. L., and Cole D. G., "Active Damping of Enclosed Sound Fields trough Direct Rate Feedeback Control," J. Acoust. Soc. Am., vol. 97, No 3, pp. 1710–1716, 1995.

Doak, P.E. Excitation, transmission and radiation of sound from source distributions in hardwalled ducts of finite length (I): The effects of duct cross-section geometry and source distribution space-time pattern, Journal of Sound and Vibration, 31, 1-72, 1973 (a).

Doak, P.E. Excitation, transmission and radiation of sound from source distributions in hardwalled ducts of finite length (II): The effects of duct length, Journal of Sound and Vibration, 31, 137-174, 1973 (b)

Douglas S. C., "Fast implementations of the filtered-XLMS and LMS algorithms for multichannel active noise control," IEEE Transactions on speech and audio processing, vol. 7, pp. 454-465, 1999.

Elliott S. J. and Nelson P. A., "The application of adaptive filtering to the active control of sound and vibration," ISVR, Univ. Southampton, U.K., Tech. Rep. 136, Sept. 1985.

Elliott S. J. and Darlington P., "Adaptive cancellation of periodic, synchronously sampled interference," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp. 715–717, June 1985.

Elliott S. J., Stothers I. M., Nelson P. A., McDonald A. M., Quinn D. C., e Saunders T., "The active control of engine noise inside cars," in Proc. Inter-noise, pp. 987–990, 1988.

Elliot S.J. and Nelson P.A., "Active noise control," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 12-35, 1993.

Eriksson L. J., "Computer-aided silencing—An emerging technology," Sound Vib., vol. 24, pp. 42–45, July 1990.

Eriksson L. J., "Recursive algorithms for active noise control," *In Proc. Int. Symp. Active Control of Sound Vibration*, pp. 137–146, 1991.

Eriksson L.J., "Development of the Filtred-U Algorithm for Active Noise Control," J. Acoust. Soc. Am. 89(1), January 1991.

Eriksson L.J., "Active sound and vibration control: A technology in transition," Noise Control Eng. J. 44 (1), 1996.

Espíndola, J.J. e Lopes, E.M.O., "Caracterização de Materiais Elastoméricos para o Controle de Vibrações e Ruídos Acústicos," II Simpósio Brasileiro Sobre Sistemas Dinâmicos da Mecânica – DINAME - Campos do Jordão – SP, 1998.

Feintuch P. L., "An adaptive recursive LMS filter," Proc. IEEE, vol. 64, pp. 1622–1624, Nov. 1976.

Flotow, A., H., Fuller, C.R., "Active Control of Sound and Vibration," IEEE Control Systems, v 15, pp.9-19, 1995.

Furuta K., Sano A. and Atherton D., "State Variable Methods in Automatic Control", Wiley, New York, 1984.

Goodwin G. C. and Sin K. S., "Adaptive Filtering Prediction and Control," *Englewood Cliffs*, NJ: Prentice-Hall, 1984.

Hansen C. H. and Snyder S. D., "Active Control of Noise and Vibration," London, U.K.: E&FN Spon, 1997.

Harris C. M., "Handbook of Acoustical Measurements and Noise Control," 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

Hull A. J., Radcliffe C. J., "State Space Representation of the Nonself-Adjoint Acoustic Duct System," Journal of Vibration and Acoustics v 112, October, 1990.

Hull A. J., Radcliffe C. J. Southward S. C., "Global Active Noise Control of a One-Dimensional Acoustic Duct Using a Feedback Controller" Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol 115, September, 1993.

Hu, J. S., "Active sound attenuation in finite-length ducts using closeform transfer function models," ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control, 117, pp. 143–154, 1995.

Jessel, M., and Mangiante, G., "Active sound absorbers in an airduct," J. Sound Vib., 23, pp. 383–390, 1972.

Kinsler LE, Frey AR, Coppens AB and Sanders JV. *Fundamentals of acoustics.* 3rd edition, John Wiley and sons, New York, 1982.

Kuo S. M. and Chen C., "Implementation of adaptive filters with the TMS320C25 or the TMS320C30 in Digital Signal Processing Applications with the TMS320 Family," vol. 3, P. Papamichalis, Ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, ch. 7, pp. 191–271, 1990.

Kuo, S. M., and J. Chen, "Multiple-Microphone Acoustic Echo Cancellation System with the Partial Adaptive Process," Digital Signal Processing, Vol. 3, No. 1, pp. 1–10, January 1993.

Kuo S. M. and Morgan D. R., "Active Noise Control Systems—Algorithms and DSP Implementations," New York: Wi-ley, 1996.

Kuo S. M. and Morgan D.R., "Active Noise Control: A Tutorial Review," in Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst., pp. 943–973, 1999.

Laugesen S. and Elliott S. J., "Multichannel active control of random noise in a small reverberant room," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 1, pp. 241–249, Apr. 1993.

Lueg P., "Process of silencing sound oscillations," U.S. Patent 2,043,416, June 1936.

Minguez A., "Inginieria Avanzada para Sistemas de Controle De Ruido Acústico Mediante Técnicas Adapataivas", *Tesis Doctoral – Universidade Politécnica de Madrid –* España, 1998.

Morgan, D. R., "An analysis of multiple correlation cancellation loops with a filter in the auxiliary path," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-28, pp. 454–467, Aug. 1980.

Morse, P. M., and Ingard, K. Uno, "Theoretical Acoustics," McGraw-Hill, Sydney, 1968.

Nelson P. A., Curtis A. R. D., Elliott S. J. and Bullmore A. J., "*The active minimization of harmonic enclosed sound fields, Part I: Theory,*" J. Sound Vibration, vol. 117, no. 1, pp. 1–13, 1987.

Nelson, P. A. e Elliott, S. J., "Active Control of Sound," San Diego, CA: Academic, 1992.

Nuñez, I. J. C., Cardoso, P. M. e Ribeiro J. F., "Controle Ativo de Vibrações Utilizando Algoritmos FXLMS *Feedforward*," CBA 2004, 2004.

Olson. H. F., and May E. G., "Electronic sound absorber," J. Acoust. Soc. Am., vol. 15, pp. 1130-1136, Nov. 1953.

Ogata H. F. Engenharia de Controle Moderno, K. Ogata, Prentice-Hall do Brasil, 2a. Edição, 1989;

Popovich S. R., Melton D. E. and Allie M. C., "New adaptive multi-channel control systems for sound and vibration," in Proc. Inter-noise, pp. 405–408, 1992.

Pota, H. R., and Kelkar, A. G., "On perfect noise cancelling controllers," in *Proceedings American Control Conference*, Chicago, Illinois, 28–30 June, pp. 3018–3022, 2000.

Poole, L. A., Warnaka, G. E. and R. C. Cutter, "The implementation of digital filters using a modified Widrow--Hoff algorithm for the adaptive cancellation of acoustic noise," in Proc. IEEE 1984.

Shink J.J., "Adaptive IIR filtering," IEEE ASSP, Magazine, April 1989.

Stearns S.D., "Error surfaces of recursive adaptive filters," IEEE Trans. on COM-28, No. 6, June 1981.

Stevens J.C. and Ahuja K.K., "Recent advances in active noise control," AIIA Journal, vol. 29, No. 7, pp. 1058-1067, 1991.

Swanson D. C., "Active noise attenuation using a self-tuning regulator as the adaptive control algorithm," in Proc. Internoise, pp. 467–470, 1989.

Swinbanks M. A., "The active control of sound propagating in long ducts," J. Sound and Vibration, vol. 27, no. 3, pp. 411–436, April 8, 1973.

Texas Instruments Inc., "TMS320C26 DSP Starter Kit", 1995.

Tichy, J. and Warnaka G. E., "Effect of Evanescent Waves on the Active Attenuation of Sound in Ducts," Proc. of Inter-Noise, pp. 435-438, 1983.

Widrow B., Glover J. R., McCool J. M., Kaunitz J., Williams C. S., Hern R. H., Zeidler J. R., Dong E. and Goodlin R. C., "Adaptive noise canceling: Principles and applications," Proc. IEEE, vol. 63, pp. 1692–1716, Dec. 1975.

Widrow B., Shur D., and Shaffer S., "On adaptive inverse control," in Proc. 15th Asilomar Conf., pp. 185–189, 1981.

Widrow B. and Stearns S. D., Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

Ziegler E., Jr., "Selective active cancellation system for repetitive phenomena," U.S. Patent 4 878 188, Oct. 31, 1989.

APÊNDICE A

FUNDAMENTOS DA ACÚSTICA

A.1 Conceitos Básicos da Acústica

A acústica é uma parte da física em que se investiga as vibrações e os fenômenos ondulatórios em meios elásticos, nos quais as freqüências envolvidas estão na faixa de *20Hz* a *20KHz* (Kinsler,1982). As ondas sonoras são definidas como pequenas flutuações em pressão que se propagam num dado meio, que pode ser o ar, um sólido ou mesmo um líquido.

Quando um objeto vibra, por exemplo, ocorrem variações de pressão na sua vizinhança, estas variações não somente se produzem ao longo do tempo (acompanhando à perturbação) como também se propagam no espaço com certa velocidade *c*, de tal forma que ao cabo de um intervalo de tempo *t* as variações de pressão chegam a uma distância $c \cdot t$ de onde originalmente se produziu a perturbação.

Este fenômeno pode ser ilustrado no diagrama da figura A.1, onde se observa a propagação de uma perturbação no ar causado pela ação de um pistão num duto.



Figura A.1 - Propagação da uma perturbação de ar em um tubo. (a) ar em repouso (moléculas distribuídas uniformemente). (b) para uma perturbação externa o ar se concentra perto do pistão (aumento da pressão). (c) (d) e (e) a perturbação se propaga distanciando se da fonte.

Em (a) o ar esta na situação de equilíbrio, em (b) é aplicada uma perturbação, comprimindo desta maneira o ar próximo ao pistão, em (c) a (e) a perturbação se distância da fonte (Pistão).

No entanto, a grande maioria dos sons reais são resultados de uma série de perturbações sucessivas e não de uma só como mencionado anteriormente. Na Figura A.2 é apresentado o resultado de uma sucessão de perturbações. Observando-se que as novas perturbações não modificam a propagação das anteriores.



Figura A.2 - Um som conseqüência de uma perturbação repetitiva, isto é, periódica.

Na figura A.2 pode se observar a seguintes situações: (a) ar em repouso. (b) primeira perturbação. (c) segunda perturbação, quando a primeira percorre uma distância λ (Longitude de onda) (d). terceira perturbação, quando a primeira percorre uma distância 2λ e segunda uma distância λ e (e) quarta perturbação, quando as anteriores tem percorrido uma distância de 3λ , 2λ e λ respectivamente.

Desta maneira a perturbação decorre da variação da pressão P do ar com respeito à pressão de equilíbrio (pressão atmosférica) P_o . Assim podemos dizer que o som é uma conseqüência da aparição de uma pressão incremental que varia no tempo, ou seja.

$$\rho = P - P_o \tag{A.1}$$

Esta variação incremental de pressão p é definida como pressão acústica e dada em N/m².

A.1.1 Propriedades do Som

As ondas podem ser caracterizadas por algumas grandezas como: amplitude, freqüência, velocidade e comprimento.

• A amplitude caracteriza o máximo afastamento da partícula do meio em relação à posição de equilíbrio e está relacionada com a energia que pode transportar.

• A freqüência da onda sonora é denominada como o número de vezes que as variações de pressão se repetem por segundo num dado ponto no espaço.

• A velocidade de propagação do som geralmente depende das características do meio. Em um sólido, a velocidade será muito maior do que em um gás devido à proximidade das moléculas. As características físicas como temperatura, umidade e pressão, também influem na velocidade de propagação.

A velocidade de propagação do som *c* em um gás depende do seu peso molecular e de sua temperatura, segundo a equação:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$
(A.2)

onde:

 $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1.4$ para gases diatômicos (como o ar);

 $R = 8.31 \text{ J/mol}^{\circ}\text{K}$, constante dos gases;

M = masa de 1 mol em kg/mol = 0,0288 kg/mol para o ar e

T= temperatura absoluta em °K.

Para temperaturas próximas a temperatura ambiente, a expressão da velocidade do som *c* pode ser aproximada por (Kinsler, 1982):

$$c = 332 + 0.608 \, T \tag{A.3}$$

Onde *T* é a temperatura ambiente em °C e *c* está em m/seg. Por exemplo, para uma temperatura *T*=20°C a velocidade do som resulta em *c*=344 m/seg.

Estas perturbações não se propagam somente nos gases, mas também em qualquer meio elástico, como os líquidos e os sólidos. Na tabela A.1 é apresentada a velocidade do som em vários meios para ondas planas¹.

¹ Em uma onda plana a pressão em cada instante é constante sobre cada plano perpendicular à direção de propagação.

Meio de Propagação	Velocidade [m/seg]
Ara0°C	332
Ar a 20 °C	344
Anidrido Carbônico	260
Hidrogênio	1294
Água a 20 °C	1482
Álcool etílico a 20 °C	1170
Vapor a 100 °C	405
Aço	5200
Alumino	5000
Bronze	3480
Granito	3950
Madeira	4000
Chumbo	1190
Vidro	5000

Tabela A.1 – Velocidade do som para ondas planas em vários médios (Beranek, 1992)

• **Comprimento de onda** é a distância física entre dois picos de compressão, estando por tanto relacionado com a velocidade de propagação do som e sua freqüência.

$$\lambda = c\mathbf{T} = \frac{c}{f} \tag{A.4}$$

A.1.2 Velocidade de Propagação do Som no ar versus Velocidade da Partícula

A propagação de uma onda sonora não implica no deslocamento propriamente dito das partículas que formam o meio e sim a perturbação destas partículas. Isto é, não existe propagação da matéria. No entanto quando a perturbação passa por um certo ponto, as partículas apresentam um pequeno deslocamento com respeito a sua posição de equilíbrio. Ao terminar a perturbação, cada partícula volta a seu estado original.

O movimento das partículas ao redor de sua posição de equilíbrio poderia ser deduzido ou escrito a partir da distância com respeito à referida posição em cada instante, no entanto torna-se mais conveniente fazê-la em termos da velocidade da partícula *v*. Uma das razões é que para uma onda plana a pressão é proporcional a velocidade.

$$\frac{p}{v} = \rho_o c = Z \tag{A.5}$$

onde: $\rho_o = \text{densidade do ar em Kg/m}^3 = 1.2 \text{ Kg/m}^3 (a 20^{\circ}\text{C});$

c = velocidade de propagação do som em m/seg = 344 m/seg;

O quociente $\left(\frac{p}{v}\right)$ é denominado impedância acústica Z.

A.1.3 Sons Periódicos

Um caso muito importante se dá quando as perturbações se repetem a um intervalo de tempo *t*. Isto é, a uma freqüência f = 1/t. Neste caso, auditivamente tem-se a sensação do tom. A sensação da altura do tom aumenta com a freqüência, assim os sons de baixa freqüência são graves (baixo), enquanto que os de alta freqüência são agudos (altos).



Figura A.3 - Sons periódicos. (a) Baixa freqüência (som grave). (b) Alta freqüência (som agudo).

A.1.4 Sons Não Periódicos

Existem dois tipos de sons não periódicos: a) os que estão formados por uma série não harmônica de tons puros denominados sons parciais de freqüências identificáveis, auditivamente ou por meio de instrumentos de medição e, b) os que contêm vários tons com

freqüências próximas entre si e que não é possível individualizar (identificar). Um exemplo do primeiro tipo de som não periódico é o som da vibração de uma placa metálica e do segundo tipo, o som do ruído do vento e/ou ruído da chuva.



Figura A.4 - Sons não periódicos.

A.1.5 Energia de uma Onda Sonora

Os sistemas acústicos são casos particulares dos sistemas mecânicos, onde a energia acústica pode ser decomposta em energia potencial e energia cinética. Uma vez que o campo acústico varia com sua posição, sua energia se descreve melhor a partir do conceito de densidade de energia *D*, ou da energia por unidade de volume em cada ponto (Beranek, 1992).

$$D = \frac{1}{2}\rho_o v^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho_o c^2}$$
(A.6)

Onde, o primeiro termo corresponde à energia cinética e o segundo a energia potencial. Esta densidade de energia é função da posição e do tempo. No caso de uma onda plana (na qual a pressão é constante sobre os planos perpendiculares à direção de propagação), ambos termos tornam-se iguais, assim:

$$D_{onda \ plana} = \frac{p^2}{\rho_o \ c^2} \tag{A.7}$$

Como se pode observar nesta equação a energia de uma onda plana é proporcional ao quadrado da pressão.

A.1.6 Intensidade Sonora

Define-se a intensidade *I* [*Watts/m*²] de um som como a potência que atravessa uma unidade de área de espaço na sua direção normal (veja Figura A.5) é expresso como:

$$I = \frac{W_a}{S}$$
(A.8)



Figura A.5 - Definição de Intensidade Sonora.

Onde W_a é a potência acústica total que atravessa a área *S*. A intensidade sonora num ponto é um vetor, sendo por tanto dependente da direção, quando estão presentes mais do que uma fonte sonora, a intensidade num ponto em qualquer direção relaciona-se com *P* naquela direção pela equação:

$$I = \frac{P}{\rho c} \tag{A.9}$$

Onde ρ é a densidade da massa do meio em Kg/m^3 e c a velocidade de propagação do som no meio em m/seg.

A.1.7 Níveis Sonoros: Pressão, Potência e Intensidade

Numa onda sonora há variações periódicas extremamente pequenas da pressão atmosférica para as quais nossos ouvidos respondem de maneira bastante complexa. A

flutuação da pressão mínima que o ouvido pode responder é menos do que um bilionésimo (10⁻⁹) da pressão atmosférica.

Devido ao grande espectro de variação da pressão ($20 \mu Pa$ a 100000 Pa), é conveniente medir a pressão sonora com uma escala logarítmica. Define-se deste modo, uma escala em decibel (1/10 Bell) comparando a um determinado valor de referência. A referência escolhida equivale a mínima variação que o ser humano consegue ouvir, sendo de $P_o = 2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ o que corresponde a um nível de pressão sonora de 0 *dB*. Assim define-se nível de pressão sonora (NPS ou L_p) como sendo:

$$NPS = L_P = 10 \log_{10} \frac{P^2}{P_o^2} = 20 \log_{10} \frac{P}{P_o} dB$$
(A.10)

onde a pressão de referência $P_o = 20 \ \mu Pa$.

Outra qualidade descrita por um nível em decibel é a intensidade sonora. Esta é a taxa de fluxo de energia, ou seja, energia por segundo por metro quadrado (ou potência por unidade de área). A referência para a medição do nível de intensidade sonora é $I_o = 10^{-12}$ Watt/m², e o nível de intensidade sonora (NI ou L_i) é definido como:

$$NI = L_i = 10 \log_{10} \frac{I}{I_o} dB$$
(A.11)

Finalmente, um outro nível que aparece bastante em artigos técnicos sobre sons ou regulamentos em ruído ambiental é o nível de potência sonora (NWS ou L_W) que identifica a potência sonora emitida por uma fonte em todas as direções. No caso do som, a quantidade de potência sonora é muito pequena, assim a referência selecionada para comparação é o picowatt (10⁻¹² Watt). Assim o nível de potência sonora (em decibel) é definido como:

$$NWS = L_W = 10 \log_{10} \frac{W}{W_o} dB$$
(A.12)

APÊNDICE B

Método do Gradiente Descendente (LMS)

B.1 Regra Delta de Widrow-Hoff

A regra de aprendizagem de Widrow-Hoff pode ser obtida considerando o nó da Figura B.1.



Figura B.1 - Rede com valor desejado D e erro ε .

onde, D é um vetor de valores desejados e Y é definido pela equação (B.1) como o produto escalar dos pesos e o vetor das entradas.

$$Y = \sum_{i=1}^{n} W_i X_i$$
(B.1)

Da Figura B.1, pode-se ver o erro ϵ como função de todos os pesos w_i, conforme na equação (B.2).

$$\varepsilon = (\mathbf{D} - \mathbf{Y}) = (\mathbf{D} - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{w}_{i} \mathbf{x}_{i})$$
(B.2)

O erro quadrático ε^2 pode ser visto como:

$$\varepsilon^{2} = (D - Y)^{2} = (D - \sum_{i=1}^{n} w_{i} x_{i})^{2}$$
 (B.3)

O gradiente do erro quadrático pode ser calculado pelas derivadas parciais com respeito a cada um dos pesos i.

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_i} = -2(D-Y)\frac{\partial Y}{\partial w_i} = -2(D-Y)x_i$$
(B.4)

Desde que o gradiente envolve somente o i-ésimo peso, a somatória da equação (B.1) desaparece. Para proposta de demonstração, considere uma rede com somente dois pesos w₁ e w₂. Desta forma, o erro quadrático agora é dado por:

$$\varepsilon^{2} = (D - W_{1} X_{1} - W_{2} X_{2})^{2}$$
(B.5)

O mínimo do erro quadrático ocorre quando as derivadas parciais em relação aos pesos w₁ e w₁ são nulas:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \mathbf{w}_1} = -2(\mathbf{D} - \mathbf{w}_1 \mathbf{x}_1 - \mathbf{w}_2 \mathbf{x}_2)\mathbf{x}_1 = \mathbf{0}$$
(B.6)

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_2} = -2(D - w_1 x_1 - w_2 x_2) x_2 = 0$$
(B.7)

Desde que x_1 e x_2 não podem ser nulos, as quantidades em parênteses, que são idênticas em ambas equações, devem ser nulas. Isto leva a:

$$D - w_1 x_1 - w_2 x_2 = 0 \tag{B.8}$$

Desta forma, os valores de w1 e w2 podem ser dados por:

$$w_1 = \frac{D - w_2 x_2}{x_1}$$
(B.9)

$$w_2 = \frac{D - w_1 x_1}{x_2}$$
(B.10)

Substituindo cada um destes valores na equação (B.5) leva o erro quadrático para zero. Tecnicamente isto é correto, porém no mundo real o erro mínimo quadrático nunca é zero, devido às não-linearidades, ruídos indesejáveis e imperfeições dos dados. Este erro que nunca se anula é designado de erro quadrático mínimo ϵ^2_{min} .

A equação (B.5) mostra que o gráfico de ε^2 em relação aos pesos w₁ e w₂ terá a forma parabólica. A curva parabólica do erro quadrático ε^2 em relação ao peso w₁ é mostrada na Figura B.2 para os dois casos de erro quadrático: zero e ε^2_{min} .



Figura A.2 – Minimização do erro quadrático.

Em ambos os casos, o mínimo ocorre no valor de w_1 dado pela equação (B.9). Um resultado idêntico pode ser obtido para o gráfico do erro quadrático em relação ao peso w_2 , onde o mínimo ocorre no valor dado pela equação (B.10). Quando o erro quadrático é visto em três dimensões (w_1, w_2, ϵ^2), a superfície do erro é um parabolóide de revolução com o vetor de pesos descendo em direção ao valor mínimo através de um vetor gradiente. A projeção deste vetor gradiente no plano $w_1 w_2$ é um vetor delta como mostra a Figura B.3. O vetor delta move o vetor de pesos na direção do gradiente negativo da superfície para a posição do vetor ideal de pesos. Por causa do método seguir o gradiente, é chamado de algoritmo do gradiente descendente ou algoritmo da máxima descida.



Figura B.3 – Interpretação geométrica do método do gradiente.

Desde que o gradiente é o caminho mais eficiente para a região inferior da superfície, o passo delta é o modo mais eficiente para minimizar o erro quadrático. Isto é verdadeiro se o vetor de pesos é descendente em direção ao mínimo global. Se há mínimos locais, que são comuns em problemas multidimensionais, outras técnicas devem ser utilizadas para garantir que a solução não estacione em um destes mínimos locais.

O método modifica cada componente do vetor de pesos proporcionalmente ao negativo de seu gradiente:

$$\Delta \mathbf{w}_{i} = -\mu \frac{\partial \varepsilon^{2}}{\partial \mathbf{w}_{i}} = 2\,\mu\,\varepsilon\,\mathbf{x}_{i} \tag{B.11}$$

Onde µ é uma constante de proporcionalidade. O sinal negativo é introduzido por causa do processo de minimização. Supondo um procedimento recursivo, onde as informações anteriores são utilizadas na próxima iteração, pode-se dizer que:

$$w_{i}(n) = w_{i}(n-1) + \Delta w_{i}(n) = w_{i}(n-1) + 2\mu \epsilon(n) x_{i}(n)$$
(B.12)

B.2 Passo Adaptativo µ

O parâmetro µ é passo da minimização que governa a velocidade de convergência do algoritmo, da forma que quando se escolhe um fator µ grande se chega rapidamente ao erro quadrático mínimo, oscilando ao redor com uma determinada magnitude. No entanto se um fator pequeno for escolhido, a velocidade de convergência será lenta e as oscilações sobre o mínimo também serão pequenas.

Supondo que cada entrada da Figura B.1 seja em diferentes tempos amostrais e que o vetor de pesos seja um filtro linear do tipo FIR, de forma que a equação (B.1) agora seja dada por:

$$y(n) = \sum_{i=1}^{M} w(i) x(n-i)$$
 (B.13)

Neste caso a equação de adaptação (B.12) pode ser escrita como:

$$w_i(n) = w_i(n-1) + 2\mu \epsilon(n) x_i(n-i)$$
 (B.14)

Na equação (B.13) M+1 é número de coeficientes do filtro. Os limites do passo de minimização são dados por (Widrow *et al.*, 1985):
$$0 < \mu < \frac{1}{(M+1)\sigma^2}$$
 (B.15)

Onde σ^2 é a potência do sinal de entrada x(k) do filtro. Se μ estiver fora dos limites dados pela equação (B.15), o algoritmo diverge e não é capaz de encontrar os valores dos coeficientes que minimizam o erro quadrático. O valor habitual escolhido é 10% do valor máximo, ou seja:

$$0 < \mu < \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2}$$
 (B.16)

Para se determinar o passo de minimização é necessário conhecer a potência do sinal de entrada σ^2 (vide anexo C). Esta pode ser estimada por (Minguez, 1998):

$$\sigma^{2}(n) = \alpha x_{n}^{2} + (1 - \alpha) \sigma^{2}(n - 1)$$
(B.17)

Desta forma, a potência é estimada com base na potência instantânea e no histórico das potências. O parâmetro α depende do número de amostras de x(n) que se utilizam para a estimação, então:

$$\alpha = \frac{1}{N}, \qquad 0 < \alpha < 1 \tag{B.18}$$

Onde N é o número de amostras. Porém, em estimações em tempo real, não é possível se determinar quantas amostras serão utilizadas. Neste caso, valores para α abaixo de 0,1 (10%) são bem aceitos para se ter uma boa estimação.

O erro só se minimiza quando existe alguma correlação entre o sinal desejado D e o sinal de entrada X. Quando o sistema convergir, o erro tenderá para as componentes não correlacionadas com X. Neste caso, se existir algum ruído aditivo não correlacionado, ele será retirado da saída Y. Se não existir correlação alguma entre o sinal desejado D e o sinal da entrada X, os coeficientes do filtro FIR serão praticamente nulos e a saída Y será desprezível. O sinal de entrada X também é conhecido como sinal de referência.

B.3 Algoritmo do Gradiente Descendente (LMS)

1. Inicialização: Coeficientes: $w(k)_0 = 0$, M+1 coeficientes Potência: $\sigma^2(0) = 1$ Parâmetro α 2. Cálculo da saída do filtro FIR: $y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w(k)_n x(n - k)$ 3. Cálculo do erro: $\epsilon(n) = d(n) - y(n)$ 5. Estimação da potência: $\sigma^2(n) = \alpha x^2(n) + (1 - \alpha) \sigma^2(n - 1)$ 6. Cálculo do passo de adaptação: $\mu(n) = \frac{0.1}{(M+1)\sigma^2(n)}$ 7. Atualização dos coeficientes: $w(k)_{n+1} = w(k)_n + 2\mu \epsilon(n) x(n - k)$ 8. Faça n = n + 1 e volte ao ponto2.

APÊNDICE C

A potência $\sigma^2(n)$ para o algoritmo adaptativo FXLMS pode ser estimada através do seguinte algoritmo recursivo:

$$\sigma^{2}(n) = \frac{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}}{N}$$
(C.1)

$$\sigma^{2}(n-1) = \frac{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n-1}^{2}}{N-1}$$
(C.2)

(C.5)

Subtraindo a equação C1 de C2, tem-se:

$$\sigma^{2}(n) - \sigma^{2}(n-1) = \frac{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}}{N} - \frac{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n-1}^{2}}{N-1}$$
(C.3)

$$\sigma^{2}(n) - \sigma^{2}(n-1) = \frac{(N-1) \cdot (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}) - N \cdot (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n-1}^{2})}{N \cdot (N-1)}$$
(C.4)

$$\sigma^{2}(n) - \sigma^{2}(n-1) = \frac{N \cdot (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}) - (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}) - N \cdot (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n-1}^{2})}{N \cdot (N-1)}$$

$$=\frac{N\cdot x_{n}^{2}-(x_{1}^{2}+x_{2}^{2}+\cdots+x_{n}^{2})}{N\cdot(N-1)}$$

Simplificando:

$$\sigma^{2}(n) - \sigma^{2}(n-1) = \frac{x_{n}^{2}}{N-1} - \frac{x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + \dots + x_{n}^{2}}{N \cdot (N-1)} = \frac{x_{n}^{2}}{N-1} - \frac{\sigma^{2}(n)}{N-1}$$
(C.6)

$$(N-1) \cdot [\sigma^{2}(n) - \sigma^{2}(n-1)] = x_{n}^{2} - \sigma^{2}(n)$$
(C.7)

$$(N-1) \cdot \sigma^{2}(n) + \sigma^{2}(n) = x_{n}^{2} + (N-1) \cdot \sigma^{2}(n-1)$$
(C.8)

$$N \cdot \sigma^{2}(n) = x_{n}^{2} + (N-1) \cdot \sigma^{2}(n-1)$$
(C.9)

$$\sigma^{2}(n) = \frac{1}{N} \cdot x_{n}^{2} + \left(\frac{N-1}{N}\right) \cdot \sigma^{2}(n-1)$$
(C.10)

Fazendo $\alpha = \frac{1}{N}$ obtém-se a expressão final da potência de forma recursiva:

$$\sigma^{2}(n) = \alpha \cdot x_{n}^{2} + (1 - \alpha) \cdot \sigma^{2}(n - 1)$$
(C.11)

APÊNDICE D

Diagrama de blocos do algoritmo mono canal FXLMS

Na figura D.1 é apresentado o bloco de controle FXLMS projetado no simulink®. Este bloco tem duas entradas, sinal de referência (x) e sinal do erro (Erro) e uma saída, sinal de controle (Yc).



Figura D.1 – Bloco do sistema de controle FXLMS.

No interior deste bloco tem-se:



Figura D.2 – Esquema do bloco de controle FXLMS.

Os parâmetros do buffer 1 são iguais aos parâmetros do buffer2 e são mostrados a

seguir:

- \geqslant Output buffer size (per channel): M, onde M é o número de coeficientes do filtro FIR M=60.
- \triangleright Buffer overlap: M-1.
- \triangleright Initial condition:0.

Da figura D.2 o bloco step2 é utilizado para sincronizar o momento em que o algoritmo começa a realizar à adaptação dos coeficientes do filtro.

O cálculo dos coeficientes do filtro FIR é feito no bloco "adaptação". Detalhes deste bloco são mostrados a seguir:



Figura D.3 – Algoritmo FXLMS com mecanismo adaptativo do passo de adaptação µ.

APÊNDICE E

Diagrama de blocos do algoritmo multicanal MFXLMS

Na figura E.1, E2 e E3 são apresentados o diagrama de blocos, feito no simulnk®, para um sistema de controle *feedforward* multicanal. Este diagrama foi projetado segundo o diagrama de blocos apresentado no capitulo IV, Figura 4.7.



Figura E.1 – Bloco do sistema de controle MFXLMS.



Figura E.2 – Esquema do bloco de controle MFXLMS.



Figura E.3 – Algoritmo MFXLMS com mecanismo adaptativo do passo de adaptação μ .

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo