

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE NUMÉRICA DA TRANSIÇÃO À TURBULÊNCIA EM
ESCOAMENTOS DE JATOS CIRCULARES LIVRES**

Tese apresentada à Universidade Federal de Uberlândia por:

ANA MARTA DE SOUZA

como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora
em Engenharia Mecânica

Aprovada por:

Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto - (UFU) - Orientador
Dr. Francisco José de Souza - (UFU)
Prof. Dr. Edson Luiz Zapparoli - (CTA-ITA)
Prof. Dr. Márcio Teixeira de Mendonça - (CTA-ITA)
Prof. Dr. Carlos Roberto Ribeiro - (UFU)
Dr^a. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva - (UFU)

Uberlândia, 8 de Abril de 2005

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

S729a Souza, Ana Marta de, 1976-
Análise numérica da transição à turbulência em escoamentos de jatos circulares livres / Ana Marta de Souza. - Uberlândia, 2006.
183f. : il.
Orientador: Aristeu da Silveira Neto.
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.
1. Mecânica dos fluidos - Teses. 2. Turbulência - Teses.
I. Silveira Neto, Aristeu da. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 532

“É o conhecimento, e não outra coisa, o que move o homem a realizar as finalidades superiores de sua vida, e é também ele quem o leva pelos caminhos do mundo, buscando sempre a si mesmo”.

González Pecotche

Dedico esta tese à minha mãe, Maria G.
Oliveira, e aos meus irmãos, Francisco
José de Souza e Paulo José de Souza.

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq, agradeço pelo suporte financeiro à realização deste trabalho.

Ao Prof. Aristeu da Silveira Neto, agradeço pela orientação e incentivos apresentados durante a realização do trabalho, bem como pela amizade cultivada.

Ao meu irmão, amigo e co-orientador deste trabalho, Francisco José de Souza, agradeço pela valiosa participação, conhecimentos transmitidos e pelo exemplo de competência e dedicação.

À minha mãe, Maria, e ao meu irmão Paulo, agradeço pelas inúmeras contribuições, incentivos, carinho e apoio, fundamentais ao meu crescimento pessoal e profissional.

Aos colegas do LTCM, agradeço pelos agradáveis momentos de descontração, conhecimentos compartilhados e amizade dedicada.

Sumário

Lista de Símbolos _____	iii
Resumo _____	vii
Abstract _____	viii
Capítulo I: Introdução _____	1
Capítulo II: Revisão Bibliográfica _____	5
Capítulo III: Modelo Matemático e Metodologia Numérica _____	31
3.1 Código <i>LAYER2</i> _____	31
3.1.1 Modelagem matemática _____	31
3.1.2 Procedimento de filtragem em Simulação de Grandes Escalas _____	33
3.1.3 Esquema numérico _____	38
3.2 Código <i>CIL3D</i> _____	40
3.2.1 Solução da equação de Poisson via FFT _____	43
3.2.2 Discretização espacial _____	46
3.2.3 Geração da malha _____	47
3.2.4 Equações governantes em coordenadas cilíndricas _____	48
3.2.5 Implementação do modelo de turbulência sub-malha _____	49
3.3 Método Pseudo-Espectral _____	49
3.3.1 Introdução _____	49
3.3.2 Transformada de Fourier _____	51
3.3.3 Equações de Navier-Stokes no espaço espectral _____	53
3.3.4 Tratamento do termo não-linear _____	59
3.3.5 Algoritmos de evolução temporal _____	61
3.3.6 Algoritmo do código <i>SPECTRAL</i> _____	62
Capítulo IV: Resultados Preliminares _____	65
4.1 Simulações utilizando o código <i>LAYER2</i> _____	65
4.1.1 Condições de contorno _____	66
4.1.2 Simulação <i>1LAYER2</i> _____	68
4.1.3 Simulações <i>2LAYER2</i> , <i>3LAYER2</i> , <i>4LAYER2</i> _____	89
4.2 Simulações utilizando o código <i>CIL3D</i> _____	100
4.2.1 Condições de contorno _____	101
4.2.2 Simulações <i>1CIL3D</i> e <i>2CIL3D</i> _____	102
Capítulo V: Resultados e Discussões _____	113

5.1 Validação do código <i>SPECTRAL</i> _____	113
5.1.1 Equação de Burgers _____	113
5.1.2 Vórtices de Green-Taylor _____	115
5.2 Análise do Jato Circular Tridimensional em decaimento temporal _____	117
5.2.1 Caso 1: Jato Natural _____	123
5.2.2 Caso 2: Jato Forçado 1 _____	133
5.2.3 Caso 3: Jato Forçado 2 _____	143
5.2.4 Caso 4: Jato Forçado 3 _____	148
5.2.5 Caso 5: Jato Bifurcado _____	160
5.2.6 Comparação entre os Jatos Natural e Bifurcado _____	165
5.2.7 Analogias entre as evoluções temporal e espacial _____	166
Capítulo VI: Conclusões _____	170
Capítulo VII: Referências Bibliográficas _____	173

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

\vec{a}	vetor qualquer a ser projetado no plano π
\vec{a}_π	vetor \vec{a} projetado no plano π
\tilde{b}	escala de comprimento definida para análise temporal, m
C_s	constante de Smagorinsky
C_v	capacidade térmica a volume constante, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
C_p	capacidade térmica a pressão constante, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
D	diâmetro do jato, m
f	função no espaço físico
\hat{f}	transformada da Função f no espaço de Fourier
\vec{F}	vetor de fluxo, $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3}$
g	derivada da função f no espaço físico
\hat{g}	derivada da função f no espaço de Fourier, m^{-1}
H	medida de dimensão do domínio computacional, m
\hat{H}	termo não-linear no espaço de Fourier, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
\vec{k}	vetor número de onda, m^{-1}
k_q	número de onda numa direção específica, m^{-1}
L	medida de dimensão do domínio computacional, m
L_h	operador diferença-finita
p	pressão, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
\hat{p}	transformada da pressão no espaço de Fourier, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Pr	número de Prandtl
P_{ij}	operador de projeção em um plano ortogonal a \vec{k}
Q	vetor fluxo de calor sub-malha, $\text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
q_i	fluxo de calor, $\text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
r	coordenada radial, m
R	raio do jato, m
S_{ij}	parte simétrica do tensor taxa de deformação, s^{-1}
t	tempo, s

T	temperatura, K
u	velocidade radial ou transversal, $m.s^{-1}$
\bar{u}	velocidade radial ou transversal média, $m.s^{-1}$
U_r	perturbação na velocidade radial, $m.s^{-1}$
v	velocidade tangencial ou transversal, $m.s^{-1}$
\bar{v}	velocidade tangencial ou transversal média, $m.s^{-1}$
w	velocidade axial, $m.s^{-1}$
\bar{w}	velocidade axial média, $m.s^{-1}$
w_0	velocidade axial inicial em $t=0,0s$, $m.s^{-1}$
\tilde{w}	escala de velocidade definida para análise temporal, $m.s^{-1}$
W	velocidade axial de entrada, $m.s^{-1}$
$W_{máx}$	velocidade máxima na linha central, $m.s^{-1}$
Re	número de Reynolds
z	coordenada axial, m
x	coordenada transversal, m
y	coordenada transversal, m

Letras Gregas

ϕ	variável genérica
η	escala adimensional de comprimento
ε	energia cinética turbulenta, $m^2.s^{-2}$
μ	viscosidade cinemática, $m^2.s^{-1}$
λ	coeficiente de transferência de calor, $kg.m^2.K.s^{-3}$
ρ	densidade, $kg.m^{-3}$
Δ	filtro espacial (igual ao tamanho da célula), m
$\bar{\tau}$	tensor de Reynolds sub-malha generalizado, $m^2.s^{-2}$
τ_{ij}	tensor de Reynolds sub-malha, $m^2.s^{-2}$
θ	coordenada azimutal, rad
ϖ	macro-pressão, $kg.m^2.s^{-2}$
ϑ	macro temperatura, K
ζ	coeficiente de Runge Kutta de 3ª ordem
γ	coeficiente de Runge Kutta de 3ª ordem
δ_{ij}	delta de Kronecker

δ	metade da espessura da camada cisalhante, m
σ_{ij}	componentes do tensor cisalhante, $m^2 \cdot s^{-2}$
$\ \vec{\omega}\ $	módulo da vorticidade, s^{-1}
Ω_{ij}	parte anti-simétrica do tensor rotação, s^{-1}

Subscritos

π	plano π
ef	efetivo
mol	molecular
t	turbulento
e	face leste
w	face oeste
s	face sul
n	face norte
E	nó leste
W	nó oeste
S	nó sul
N	nó norte
P	nó central
u	velocidade radial ou transversal
v	velocidade tangencial ou transversal
w	velocidade axial

Sobrescritos

n	iteração no tempo atual
*	campo estimado
'	valor RMS (root mean square)

Souza, A. M., 2005, "Análise Numérica da Transição à Turbulência em escoamentos de Jatos Circulares Livres". Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

O interesse em escoamentos do tipo jato é justificável por sua considerável importância tecnológica em aplicações industriais, sistemas de propulsão de aviões e aeronaves e processos de geração de ruídos. Em todas estas aplicações o controle do jato é determinante para a otimização dos processos ou mesmo para solução de problemas específicos.

Diante desta motivação, o objetivo do presente trabalho consiste na análise física de jatos circulares livres através de simulações tridimensionais. A este objetivo somam-se análises da influência de diferentes tipos de perturbação sobre a formação e evolução das estruturas turbilhonares.

Na primeira etapa de desenvolvimento do presente trabalho, as simulações foram realizadas utilizando dois códigos (*LAYER2* e *CIL3D*), os quais empregam Simulação de Grandes Escalas (SGE) e esquemas numéricos de 2ª ordem. Os resultados obtidos não permitiram atingir os objetivos propostos. Entretanto, foi possível concluir que esquemas numéricos de baixa ordem não são adequados para simular com detalhe o escoamento de jatos, o que também pode ser verificado em outros trabalhos.

Resultados bem-sucedidos do ponto de vista da análise física foram obtidos através do código *SPECTRAL*, com o qual se realizou Simulação Numérica Direta empregando um método pseudo-espectral. Os resultados destas simulações permitiram evidenciar estruturas e fenômenos típicos dos escoamentos estudados, bem como compreender melhor os mecanismos de geração dos mesmos. A possibilidade do controle do jato através da imposição de diferentes perturbações às condições iniciais pôde também ser constatada. Os espectros de energia permitiram verificar a proximidade da região inercial do jato à inclinação de $-5/3$ e a região de decaimento do jato.

Palavras-chave: jatos circulares, análise da transição à turbulência, método pseudo-espectral.

Souza, A. M., 2005, "Numerical Simulation of the Transition in Free Round Jet Flows." Doctorate Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

ABSTRACT

The interest in jet flows is justified by their remarkable technological importance in industrial applications, aircraft propulsion systems and noise generation processes. In all these applications, jet control is the key for the optimization of processes or even the solution of specific problems.

With this motivation in mind, the present work consists in the physical analysis of free round jets by means of three-dimensional simulations. Besides this goal, analyses of the influence of different types of perturbations on the formation and evolution of turbulent structures are sought.

In the first stage of this work, simulations were run using two codes (*LAYER2* e *CIL3D*), which employ Large-Eddy Simulation and 2nd order numerical schemes. The results obtained did not allow the aims proposed to be reached. However, it was possible to conclude that low-order numerical schemes are not suitable for detailed simulations of jet flows. This has been verified in other works as well.

From the viewpoint of physical analysis, successful results were obtained by using the code *SPECTRAL*, with which Direct Numerical Simulations were run using a pseudo-spectral method. The results of these simulations allowed to put in evidence structures and phenomena typical of the flows investigated, as well as to better understand the respective generation mechanisms. The possibility of controlling the jet through the imposition of different perturbations to the initial conditions could also be confirmed. The proximity of the inertial region to the inclination of $-5/3$ and the decay region were verified in the energy spectra.

Keywords: round jets, analyze of turbulent transition, pseudo-spectral methods.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os jatos cisalhantes livres são originados pela expansão em bocais ou em orifícios. Estes escoamentos são caracterizados pela presença das denominadas estruturas coerentes, as quais apresentam um importante grau de organização local, o que promove anisotropia e não-homogeneidade do escoamento.

A transição à turbulência em jatos caracteriza-se pela formação de instabilidades primárias do tipo Kelvin-Helmholtz, as quais induzem a formação de filamentos secundários, que interagem entre si, formando instabilidades transversais que se amplificam e degeneram em turbulência tridimensional. A Figura 1.1 apresenta uma visualização experimental realizada a partir de um plano de iluminação laser, onde se pode observar a instabilidade de Kelvin-Helmholtz (indicada pela seta), o processo de transição e a região de desenvolvimento da turbulência tridimensional de um jato circular.

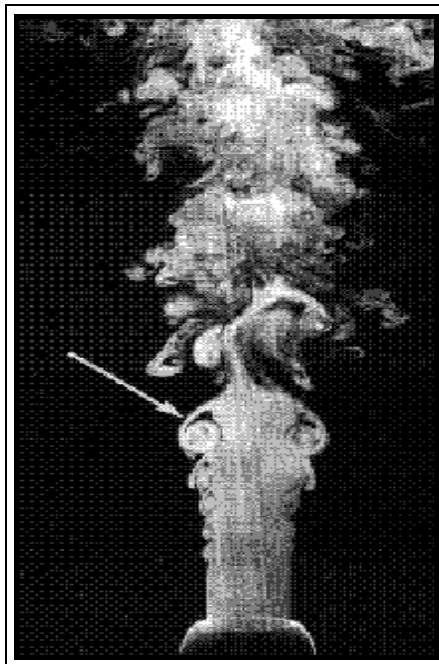


Figura 1.1 - Esquema ilustrativo do processo de transição de um jato redondo (figura de J.L. Balint, de Lesier (1997), cortesia de J.P. Schon e “La Recherche”).

A turbulência em jatos tem sido bastante estudada numérica e experimentalmente por pesquisadores, almejando adquirir maiores conhecimentos sobre os fenômenos físicos envolvidos. A melhor compreensão da formação e evolução das estruturas do escoamento permite um controle mais efetivo sobre jatos para os diferentes interesses industriais, bem como contribui para o refinamento de teorias e modelos existentes para descrição de escoamentos turbulentos.

O interesse dos estudiosos pelos escoamentos do tipo jato é facilmente justificado pela sua considerável importância tecnológica. As aplicações industriais envolvem processos de mistura de componentes, transferência de calor, lubrificação e degelo, injeção de combustível em câmaras de combustão, sistemas de propulsão de aviões e aeronaves. A otimização destes processos pode ser obtida através do controle do jato. Este controle pode ser atingido através da manipulação das já mencionadas “estruturas coerentes”, as quais são responsáveis por influenciar fortemente a dinâmica do jato, especialmente na região de transição próxima ao bocal.

A aplicação do controle do jato na redução de ruídos é particularmente relevante, pois é reconhecido que os pares de vórtices constituem importante fonte de geração de ruídos. A dinâmica do jato pode ser obtida através do controle passivo ou ativo do jato. O controle passivo refere-se ao controle da evolução espacial através do uso de formas particulares (em geral, não circulares) do bocal de entrada (Gutmark e Gristein, 1999). O controle ativo é obtido através de dispositivos consumidores de energia os quais criam uma perturbação determinística na entrada do jato. Em termos práticos, isto pode ser obtido através do uso de autofalantes (Crow and Champagne, 1971; Zaman e Hussein, 1980) ou atuadores flap (Zaman et al, 1994; Suzuki et al., 2000).

Além das aplicações mencionadas, o jato turbulento é um escoamento canônico simples bastante importante do ponto de vista físico. O estudo deste tipo de escoamento serve como modelo simplificado, fornecendo análises importantes para utilização em escoamentos complexos, comumente encontrados na prática.

Assim, a inquestionável importância da compreensão das estruturas coerentes para refinamento de teorias e modelos já existentes, melhoria dos sistemas de engenharia e desenvolvimento de novos métodos e dispositivos para controle da dinâmica do escoamento motivaram a realização do presente estudo. Embora muitos estudos sobre este tema sejam encontrados na literatura, muitos se restringem à comparação de comportamentos médios. Alguns apresentam as estruturas coerentes típicas sob determinadas condições. No entanto, notou-se, dentre os trabalhos encontrados, certa carência no que diz respeito à compreensão das estruturas turbilhonares, da influência das condições iniciais e de diferentes tipos de

perturbação sobre a formação e evolução de jatos. A realização de um estudo mais minucioso neste sentido contribuiria de forma relevante para a otimização do controle de jatos.

Diante do contexto apresentado, o objetivo do presente trabalho foi focado na análise física de jatos, através da realização de simulações numéricas tridimensionais. Incluem neste objetivo, análises da influência de diferentes tipos de perturbação sobre a formação e evolução das estruturas turbilhonares, bem como avaliação da importância da resolução espacial e precisão do esquema numérico utilizado na simulação. Objetivou-se ainda a prática e o uso de procedimentos de experimentação numérica. Nestes procedimentos incluem-se a escolha da metodologia numérica apropriada, a definição dos objetivos almejados, a amostragem das informações e o tratamento estatístico dos dados amostrados.

As primeiras simulações foram realizadas utilizando dois códigos computacionais previamente desenvolvidos (Chernousov, 2001 e Souza, 2003). Tais códigos empregam Simulação de Grandes Escalas, esquema numérico de segunda ordem no espaço e no tempo e modelo de Smagorinsky. Os resultados obtidos não permitiram atingir os objetivos propostos, no entanto, permitiram conclusões relevantes que orientaram a seqüência do trabalho. Um novo código computacional de alta precisão numérica, utilizando um método pseudo-espectral, foi desenvolvido com o intuito de atingir os objetivos almejados.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A turbulência é um regime de operação de qualquer sistema dinâmico que se caracteriza por um número de graus de liberdade suficientemente elevado (Silveira-Neto, 2002). Embora esta afirmação expresse sinteticamente uma idéia geral sobre tal fenômeno, entretanto, o citado autor acredita que no estado atual do conhecimento, qualquer tipo de definição seria incompleto e pouco representativo. Apesar da existência de um importante conhecimento sobre a turbulência, muito ainda resta a ser compreendido, devido ao seu alto grau de complexidade e a sua presença em uma grande variedade de fenômenos naturais.

A turbulência é um fenômeno tridimensional e contínuo, apresentando difícil predição determinística, alta difusibilidade e dissipação. A transição à turbulência, identificada por Reynolds (1883), tem origem no aparecimento de instabilidades num escoamento inicialmente estável (denominado regime laminar). Os efeitos advectivos são responsáveis pela amplificação de perturbações e geração de instabilidades, as quais se amplificam e interagem entre si, atingindo o regime turbulento. A forma física em que o processo de geração de instabilidades ocorre depende do tipo de escoamento em questão, conduzindo a uma possível classificação dos escoamentos transicionais.

Os escoamentos cisalhantes livres destacam-se entre os escoamentos transicionais e caracterizam-se pela ausência de paredes ou obstáculos, embora tenham, freqüentemente, suas origens ligadas à passagem sobre corpos submersos (esteiras), à expansão em bocais ou orifícios (jatos) ou à união de correntes de diferentes velocidades (camadas de mistura temporais e espaciais). A Figura 2.1 ilustra os tipos de escoamentos cisalhantes livres cujo processo de transição é similarmente caracterizado pela presença das denominadas “estruturas coerentes”, as quais apresentam importante grau de organização local, promovendo anisotropia e inhomogeneidade do escoamento. A Figura 2.1 (a) ilustra uma camada de mistura em desenvolvimento espacial; a Fig. 2.1 (b) mostra uma esteira e a Fig. 2.1 (c) mostra um jato circular livre.

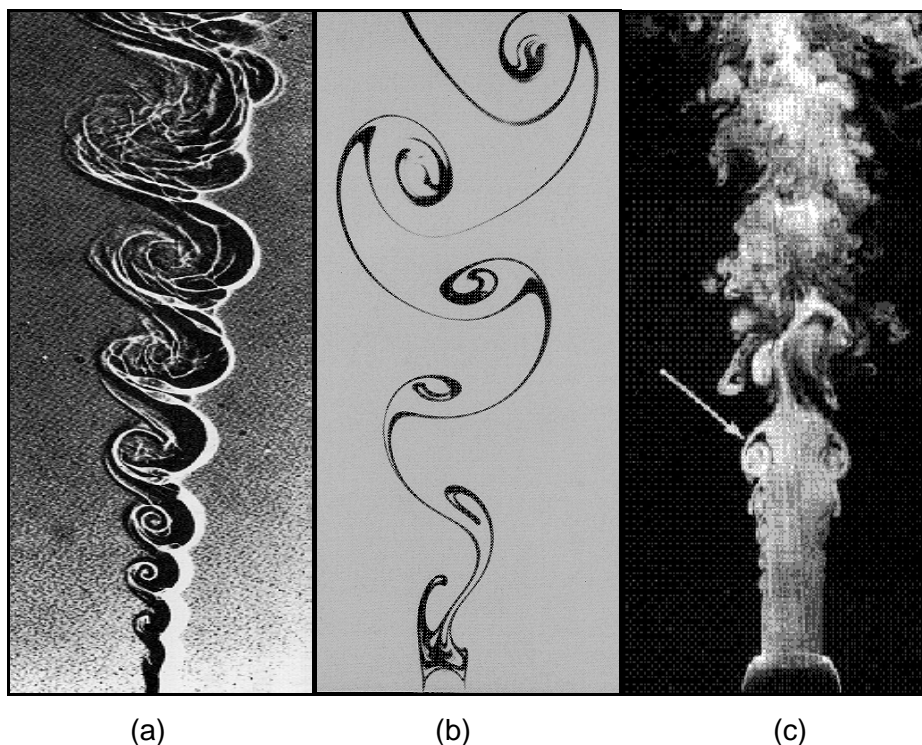
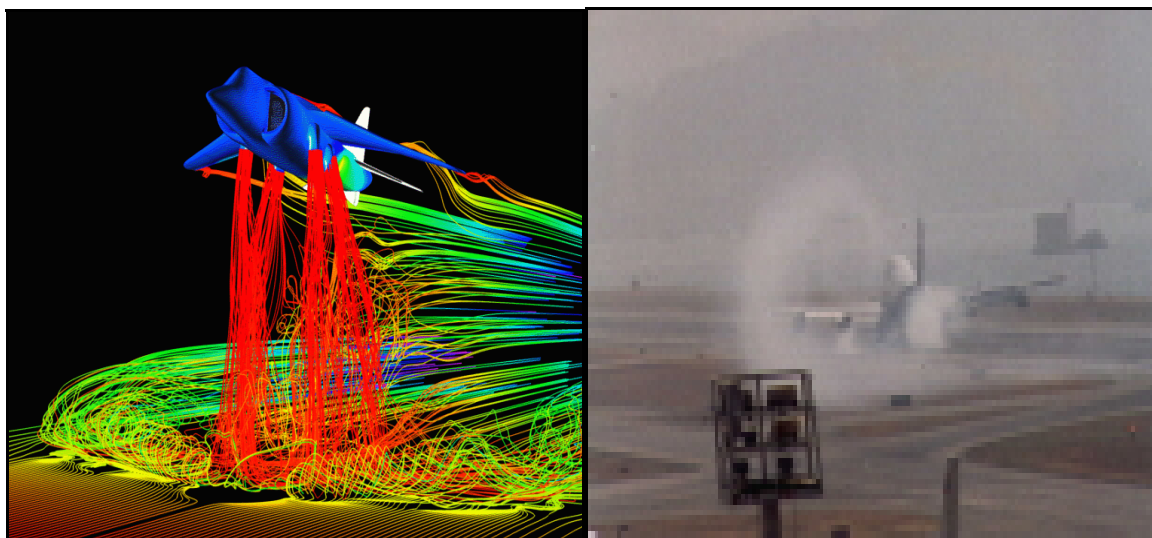


Figura 2.1 - escoamentos cisalhantes livres: (a) camada de mistura espacial (Brown e Roshko, 1974); (b) esteira de Von Karman (Van Dyke, 1982); (c) jato circular (figura de J.L. Balint, de Lesieur (1997), cortesia de J.P. Schon e “La Recherche”).

As instabilidades que se desenvolvem nos escoamentos descritos anteriormente apresentam natureza cisalhante. Pela teoria da estabilidade linear, elas podem se desenvolver mesmo na situação hipotética de escoamentos invíscidos. O critério da inflexionalidade do campo de velocidade foi estabelecido por Rayleigh como requisito necessário para geração de instabilidades em escoamentos cisalhantes livres. Nos escoamentos cujas instabilidades desenvolvem-se sob a influência de uma parede, a transição ocorre indiferente à presença de inflexionalidade, apresentando instabilidades de outra natureza. Assim, a transição pode ter outras origens, nas quais a formação de instabilidades pode ser ocasionada por efeitos viscosos, sob efeitos de rotação ou de convecção térmica.

Estes escoamentos (cisalhantes, parietais, convecção térmica e sob rotação), quando combinados, geram uma classe especial denominada de escoamentos complexos. Esse tipo de escoamento é muito comum em situações práticas. A Figura 2.2 apresenta alguns exemplos desse tipo de escoamento.



(a)

(b)

Figura 2.2 - Escoamentos complexos: (a) escoamento gerado pelas turbinas de um avião militar; (b) escoamento gerado nas vizinhanças de um avião comercial.

Modelos que tentam prever escoamentos turbulentos complexos precisam ser avaliados usando medidas em escoamentos básicos antes de serem aplicados a escoamentos desconhecidos (Panchapakesan e Lumley, 1993). Portanto, torna-se importante o conhecimento sobre escoamentos mais simples para posterior compreensão de escoamentos complexos.

Existem vários estudos numéricos e experimentais, na literatura, sobre os escoamentos cisalhantes do tipo jato. Além dos jatos serem importantes em muitas aplicações industriais de combustão, propulsão, mistura e aeroacústica, segundo Boersma (1998), eles são também importantes do ponto de vista físico, pois representam um protótipo de escoamento turbulento livre. Segundo Panchapakesan and Lumley (1993) o jato circular turbulento é um escoamento simples não-homogêneo que serve como referência simplificada para escoamentos complexos.

As grandes estruturas do escoamento têm recebido muita atenção dos pesquisadores, uma vez que influenciam fortemente a dinâmica dos jatos turbulentos livres. O melhor entendimento das estruturas que compõem este tipo de escoamento e de como elas afetam seu comportamento torna possível um controle mais efetivo do jato (taxa de espalhamento, nível de turbulência, eficiência de mistura) para diversas aplicações em engenharia, e faz-se necessário para o refinamento de teorias e modelos existentes para descrição de escoamentos turbulentos.

Os jatos podem ser classificados segundo a geometria que os formam, podendo ser um jato plano ou retangular se gerado por uma cavidade retangular ou um jato redondo ou circular

se gerado por um orifício circular. Em ambos a transição à turbulência é caracterizada pela formação de instabilidades primárias do tipo Kelvin-Helmholtz, as quais induzem a formação de filamentos secundários, que interagem entre si, formando oscilações transversais que se amplificam e atingem a turbulência completamente desenvolvida.

A Figura 2.3 ilustra o processo de transição em diferentes fases: (1) bocal convergente; (2) núcleo de escoamento potencial; (3) primeiras instabilidades; (4) toróide de alta concentração de vorticidade e instabilidades de Kelvin-Helmholtz; (5) geração de estruturas turbilhonares toroidais tridimensionais e emparelhamento; (6) oscilações tridimensionais sobre as estruturas toroidais; (7) turbulência tridimensional desenvolvida; (8) reorganização da turbulência em *estruturas coerentes* compostas de múltiplas escalas.

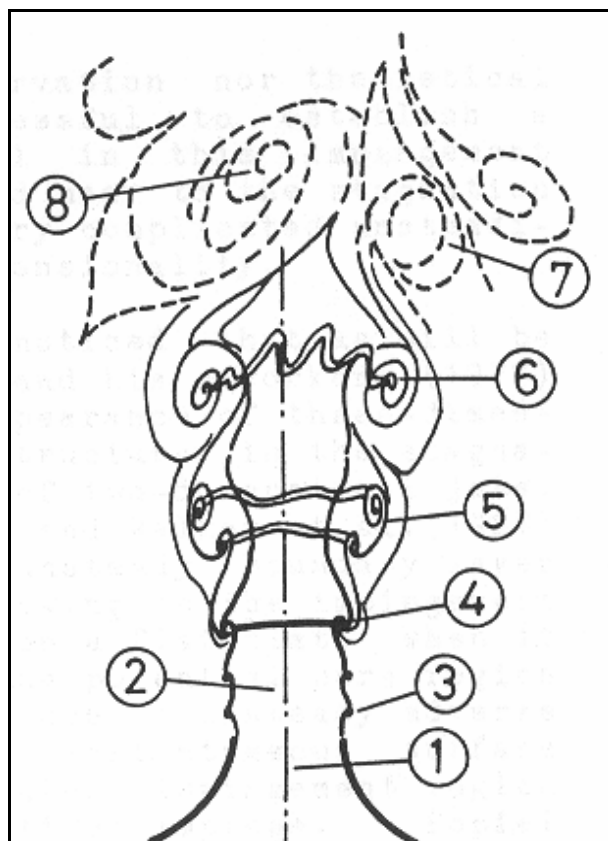


Figura 2.3 - Esquema ilustrativo do processo de transição de um jato redondo.

A Figura 2.4 apresenta uma visualização experimental realizada a partir de um plano de iluminação laser, onde se pode observar o processo de transição e a região de turbulência tridimensional desenvolvida de um jato circular. As primeiras instabilidades de Kelvin-Helmholtz são seguidas por emparelhamentos e uma região fortemente tridimensional e turbulenta. No corte horizontal da Fig 2.4. (b), efetuado transversalmente ao jato vertical da Fig. 2.4 (a), observa-se a presença de estruturas turbilhonares na forma de cogumelos, formadas por

turbilhões longitudinais contrarrotativos, os quais se enlaçam sobre os turbilhões primários consecutivos. Através do corte, é possível observar que os toróides visualizados no jato vertical são nitidamente oscilantes e tridimensionais.

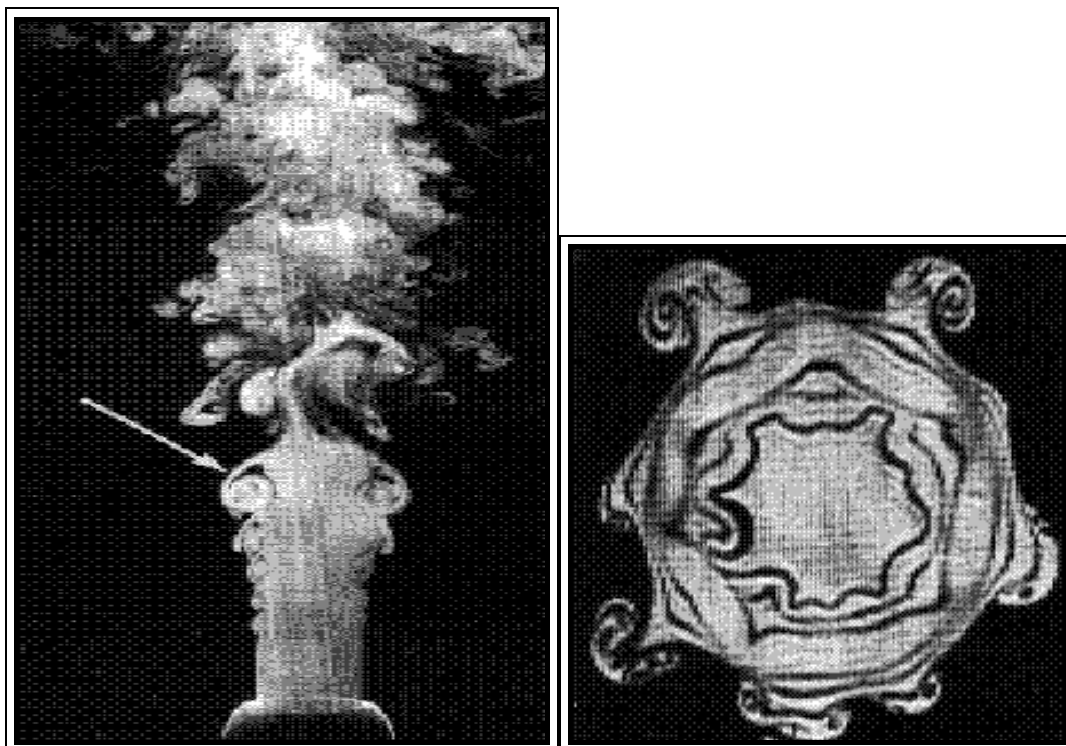


Figura 2.4 - Esquema ilustrativo do processo de transição de um jato redondo (figura de J.L. Balint, de Lesieur (1997), cortesia de J.P. Schon e “La Recherche”).

Um estudo experimental realizado pelo CNES (Centre National d’Études Spatiales-França) como parte do programa ASSM (Aerodynamics of Segmented Solid Motors) apresenta a formação de estruturas a partir da visualização de fumaça e medidas de velocimetria imagem-partícula (PIV), onde é possível observar a formação dos vórtices contra-rotativos. A Fig. 2.5 apresenta a visualização desses vórtices.

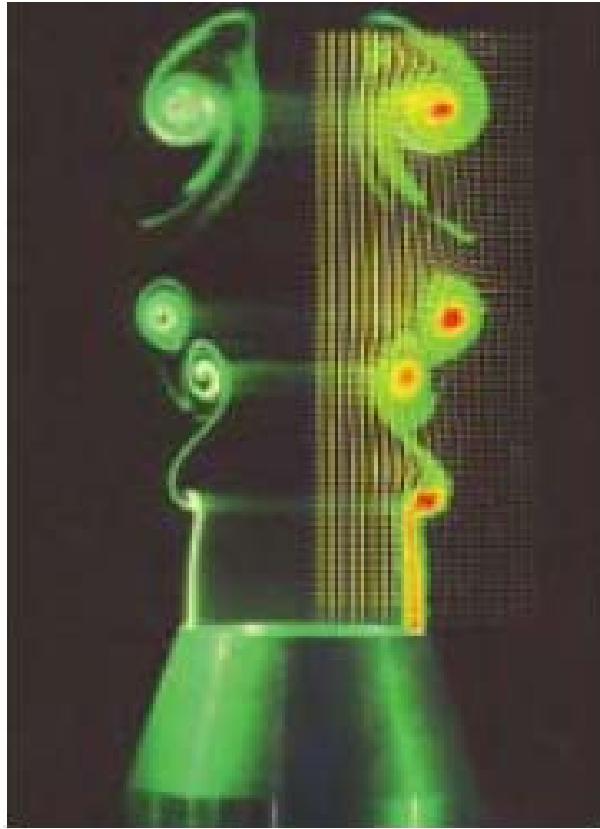


Figura 2.5 - Visualização de fumaça e velocimetria por imagem de partículas de pares de vórtices (Aerodynamics of Segmented Solid Motors - Centre National d'Études Spatiales-França)

É importante ressaltar que a imposição de determinado tipo de perturbações ao escoamento é capaz de originar diferentes estruturas turbilhonares. Os resultados experimentais de Lee e Reynolds (1985) a um número de Reynolds 4300 apresentam o fenômeno de bifurcação e formação de anéis de vórtice, os quais podem ser visualizados na Fig. 2.6.

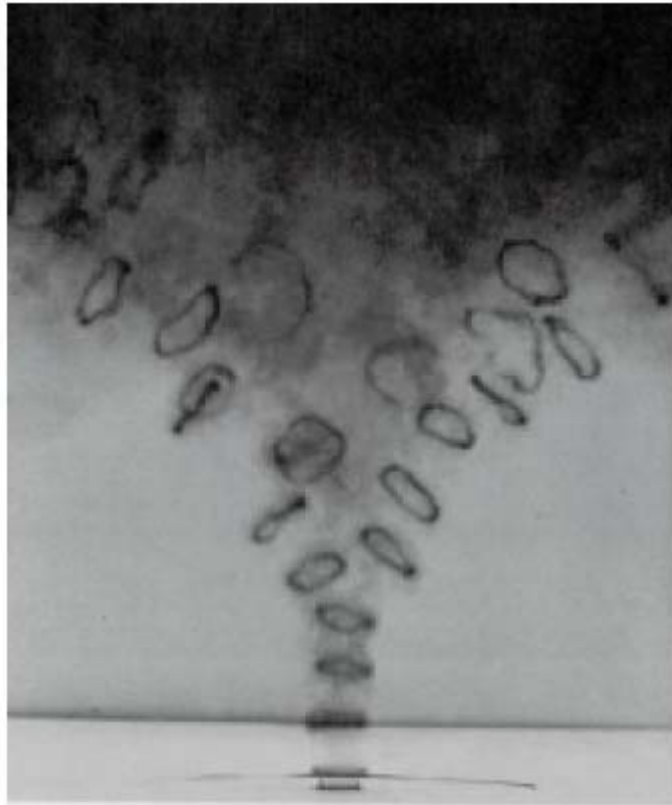


Figura 2.6 - “Blooming jets”: Resultados experimentais de Lee e Reynolds (1985), Koumoutsakos et al. (1998).

A transição de um jato laminar para um jato turbulento depende tanto de sua geometria quanto das condições do escoamento à jusante e acontece, geralmente, próximo ao bocal que lhe dá origem. Desta forma, os experimentos são dificilmente comparáveis entre si e com simulações, exceto do ponto de vista estatístico e topológico.

Embora os escoamentos turbulentos sejam caracterizados como randômicos por alguns estudiosos, devido a sua difícil predição determinística, a prática tem demonstrado que as já citadas estruturas coerentes podem ser previstas. O uso de ferramentas estatísticas permite analisar os escoamentos e definir um comportamento médio, através de campos característicos. A Figura 2.7 mostra o comportamento temporal médio do escoamento de um jato ar-ar, apresentando as formas características dos perfis de velocidade. Inicialmente o jato se distribui como um perfil aproximadamente chato com velocidade de saída do bocal (U_{exit}). O escoamento potencial desaparece rapidamente, a uma distância de cerca de um diâmetro da saída do bocal, onde o perfil de velocidade perde sua forma plana. Na região da linha central, o escoamento começa a se desenvolver dentro de uma forma gaussiana característica. Finalmente, a cerca de 20 diâmetros da saída do bocal, o perfil de velocidade atinge e mantém a forma auto-similar:

$$\frac{\bar{u}}{U_{\max}} = f\left(\frac{y}{b}\right) \quad \text{ou} \quad f\left(\frac{r}{b}\right) \quad (2.1)$$

dependendo se o jato é plano ou axisimétrico. A região desenvolvida ou auto-similar parece crescer a partir de uma “origem aparente”, como esquematizado na Fig. 2.7. Deve ser notado que o perfil de velocidade tem o mesmo momento mas não tem o mesmo fluxo mássico. O jato é realimentado a partir da região ambiente e o escoamento mássico do jato aumenta no sentido do escoamento.

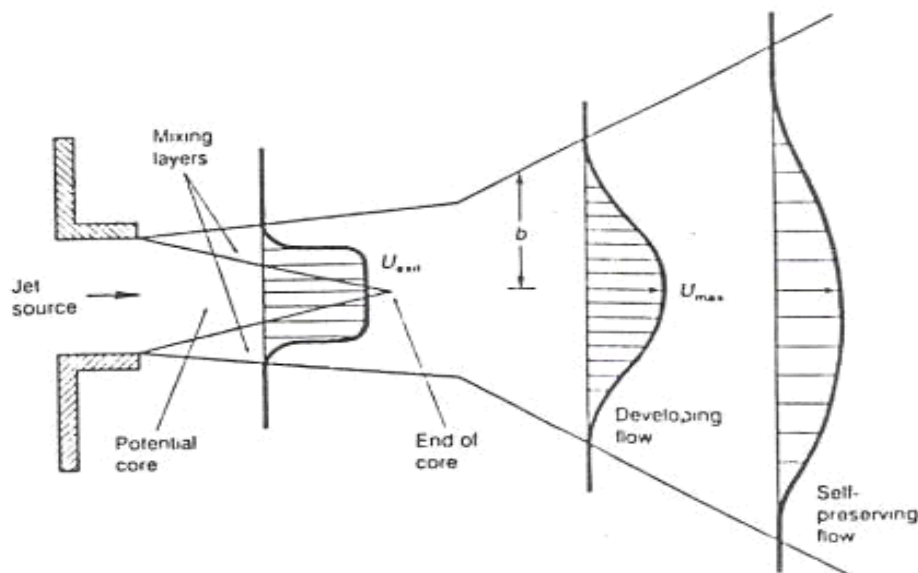


Figura 2.7 - Detalhes do desenvolvimento de um jato espacial circular (White, 1991).

As primeiras investigações sobre o jato incluem o trabalho de Corrsin (1943), Corrsin e Uberoi (1950, 1951), Reichardt (1941), Hinze e Van der Hegge Zijnen (1949) e Corrsin e Kistler (1955). As falhas das intensidades turbulentas em atingir a autopreservação nestes primeiros trabalhos motivaram os esforços de Wygnanski e Fiedler (1969). O trabalho destes autores constituiu um estudo completo da região de auto-similaridade do jato circular e tornou-se a referência para a descrição quantitativa para perfis de velocidade média, tensões turbulentas e coeficientes de correlação tripla.

Embora medidas experimentais de velocidade média e intensidade turbulenta em jatos redondos com perfil plano na saída do bocal tenham sido relatadas por muitos autores, estas apresentam diferenças significativas entre os diferentes estudos. Diante deste contexto, Panchapakesan e Lumley (1993) apresentaram medições feitas em jatos circulares de ar, de diâmetro 0,61cm a um número de Reynolds de 11000 e compararam seus resultados primários aos resultados de Wygnanski e Fiedler (1969), Rodi (1975) e Capp et al. (1990). Os desvios encontrados com relação às medidas de velocidade axial média de Wygnanski e Fiedler (1969) foram explicados pelos efeitos de confinamento do jato, em concordância com as justificativas também apresentadas por Capp et al. (1983). A componente axial atingiu sua auto-similaridade em aproximadamente 70 vezes o diâmetro, enquanto que a componente radial pareceu aumentar muito lentamente. As variações dos perfis de velocidade axial média na direção radial foram próximas entre si apresentando apenas algumas divergências próximas à saída do jato, conforme apresenta a Figura 2.8.

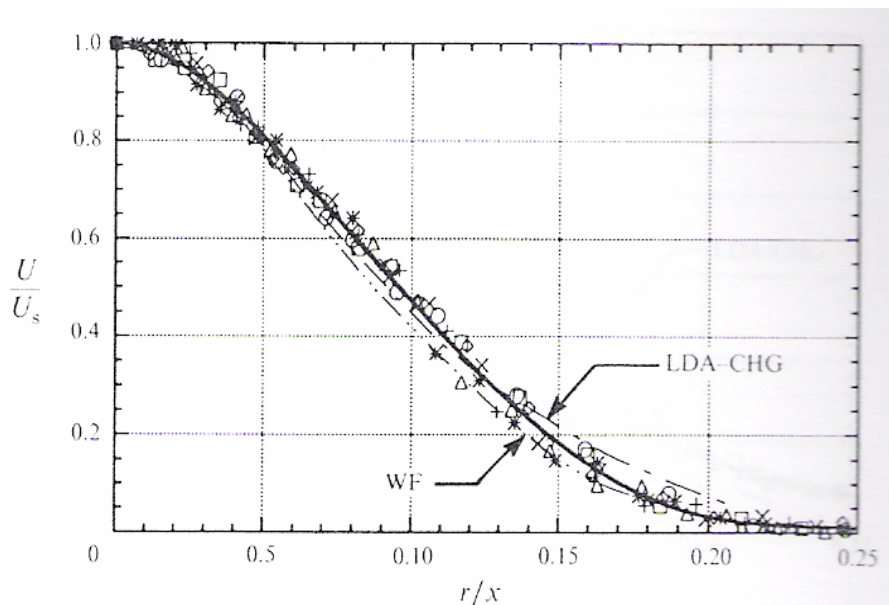


Figura 2.8 - Perfil de velocidade média axial do jato, + , $s/d=60$; *, 70; o, 80; \triangle , 90; x, 100; \square , 110, \diamond , 120; —, ajuste spline mínimos quadrados aos dados de entrada; WF, Wygnanski e Fielder 1969); LDA-CHG, medidas LDA de Capp et al. 1990 (Panchapakesan e Lumley, 1993).

Há uma diferença sistemática entre as medidas de Panchapakesan e Lumley (1993) e as demais medidas de outros autores; e as medidas dos outros autores diferem entre si, mesmo sendo feitas pelas mesmas técnicas. Panchapakesan e Lumley (1993) procuraram explicar a divergência entre suas medidas e medidas LDA (laser-Doppler) com medidas a fio-quente em

regiões próximas ao eixo do jato, onde a reversão de fluxo não é um problema. Recaíram em evidências de que a sonda movia-se rápido o suficiente para causar recirculações. Todos estes jatos tiveram perfis planos na saída do bocal com baixas intensidades turbulentas. O número de Reynolds utilizado foi da ordem de grandeza inferior aos dos demais estudos, o que foi considerada uma possível explicação. Wygnanski (Wygnanski e Fiedler, 1969) sugeriu que um jato axisimétrico está sujeito a uma instabilidade (provavelmente helicoidal) a qual está presente em maior ou menor extensão em várias realizações experimentais.

Hussein et al. (1994) estudaram o escoamento turbulento de um jato redondo com perfil plano em um amplo compartimento a um número de Reynolds 95500. Os momentos de velocidade até terceira ordem foram obtidos via anemometria a laser e a fio quente. As medidas satisfazem as equações de momento diferencial e integral para um jato redondo em um meio infinito. Os resultados diferem substancialmente dos reportados por investigadores em trabalhos anteriores, na forma e nível dos perfis. Estas diferenças são atribuídas aos pequenos compartimentos usados em trabalhos prévios e como decorrentes da recirculação dentro dos mesmos.

Os resultados experimentais de velocidade média, tensores de Reynolds, intensidade turbulenta dos trabalhos experimentais citados são geralmente utilizados para comparação aos resultados de simulações. Os estudos numéricos geralmente englobam, além dessas análises quantitativas, análises qualitativas, envolvendo visualização da formação e evolução das estruturas que compõem o escoamento.

A existência de estruturas coerentes na turbulência começou a ser constatada a partir de 1930. Brown (1935) evidenciou a existência de vórtices ordenados produzidos por jatos sob forças acústicas. Outros trabalhos comprovando a formação destas estruturas em diferentes tipos de escoamentos turbulentos foram surgindo, desde então, modificando de forma importante a compreensão da física da turbulência. Tais estruturas são extremamente importantes para muitas aplicações práticas, exercendo uma influência direta sobre transporte de fluido, misturas, produção de turbulência e geração de ruídos. Em determinados problemas elas são desejáveis, como por exemplo, para promover o aumento da eficiência em processos de mistura e em transferência de calor e massa. Em outras situações elas são indesejáveis, por promover aumentos significativos no coeficiente de arrasto, assim como o aumento da potência de bombeamento em sistemas hidráulicos.

Os sucessivos avanços obtidos através de CFD têm sido possíveis graças ao desenvolvimento de modelos e métodos mais eficientes e máquinas com alto potencial de cálculo e de armazenamento de informações. No entanto, o desenvolvimento de metodologias numéricas e de modelagem da turbulência ainda se faz necessário, visando a melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos.

Os modelos desenvolvidos e utilizados mais recentemente para simular os efeitos físicos ligados à turbulência são classificados em modelos clássicos (modelos a zero, a uma, a duas e a seis equações de transporte adicionais) e os modelos contemporâneos, nos quais se utilizam modelagens submalha, necessárias para a prática de Simulação de Grandes Escalas (SGE), a qual tem se tornado uma das mais promissoras ferramentas de análise.

A Simulação Numérica Direta (SND) resolve diretamente as equações de Navier-Stokes, possibilitando a resolução de todo o espectro de energia do escoamento, desde que seja utilizada uma malha de discretização suficientemente fina. Esta metodologia tem aplicação limitada a baixos números de Reynolds, por questões de capacidade computacional, já que o grande número de graus de liberdade de um escoamento turbulento implicaria em um elevado número de equações lineares discretizadas a serem resolvidas. Assim, a maioria dos problemas de interesse prático não pode ser solucionada através de SND. Diante desta realidade, o meteorologista Smagorinsky (1963), baseado nas idéias de decomposição de escalas de Reynolds (1894), propôs a separação das altas e baixas frequências dos escoamentos turbulentos, através de um processo de filtragem das equações. As primeiras aplicações da metodologia de Simulação de Grandes Escalas (SGE) se iniciaram com Deardorff (1970). Desde então, esta metodologia tem evoluído constantemente. Os avanços contínuos em hardware computacional tem tornado a Simulação de Grandes Escalas (SGE) muito mais prática como ferramenta de pesquisa para estudos de escoamentos turbulentos a moderados números de Reynolds, assim como para aplicações industriais.

A Simulação de Grandes Escalas (SGE) consiste, basicamente, em simular diretamente as estruturas tridimensionais e dependentes do tempo até determinada escala e modelar as menores escalas (escalas submalha) através de um modelo sub-malha adequado (Jacobsen, 1997). Embora também exija malhas relativamente finas, a SGE possibilita resolver escoamentos a números de Reynolds elevados e a obtenção de informações físicas detalhadas, e não apenas de informações estatísticas como as metodologias clássicas.

Simulação Numérica Direta (SND) e Simulação de Grandes Escalas (SGE) têm sido muito aplicadas na análise numérica dos escoamentos cisalhantes livres, fornecendo informações importantes sobre os mesmos. No entanto, existem algumas dificuldades na simulação deste tipo de escoamento. Há necessidade de um superdimensionamento do domínio, de forma a evitar que as fronteiras laterais afetem os resultados. Recirculações de fluido podem surgir devido à evacuação de vórtices na saída do domínio, resultando na excitação do escoamento.

A presença de amplas estruturas em um jato plano foi observada por Oler e Goldschmidt (1986), Thomas e Goldschmidt (1986), [Mumford \(1982\)](#) e Antonia et al. (1983) e confirmadas por Lo (1994) ao aplicar Simulação de Grandes Escalas para estudo de um jato

plano turbulento. [Sakakibara et al. \(2000\)](#) estudaram um jato incidente e acrescentaram informações importantes sobre o desenvolvimento de instabilidades primárias de Kelvin-Helmholtz e de filamentos longitudinais que os conectam no escoamento de um jato plano.

Lo et al. (2000) realizaram um interessante trabalho de análise numérica de um jato plano incompressível em desenvolvimento espacial utilizando Simulação de Grandes Escalas. As animações computacionais permitiram o acompanhamento da evolução das estruturas vorticiais, auxiliando na compreensão da topologia tridimensional complexa deste tipo de escoamento. A simulação evidenciou a formação dos vórtices na direção do escoamento e turbilhões na direção da expansão do jato sob condições não forçadas. No regime de transição, modos “flapping”, sugerindo formação de anéis, foram observados e o escoamento foi dominado por turbilhões, inicialmente bidimensionais, na direção de expansão do jato. A formação de estruturas tridimensionais foi caracterizada pelo desenvolvimento de ondulações dos turbilhões na direção de expansão. Estes turbilhões eram semelhantes às estruturas vorticiais vistas em esteiras e camadas de mistura, mas a orientação era contrária devido à tensão oposta. Nesse trabalho, os autores também identificaram e apresentaram os vórtices em forma de ferradura na região de transição à turbulência, enfatizando que as extremidades destas estruturas pareciam ser conectadas por uma fina camada de vorticidade e limitadas por um plano central. Eles ressaltaram ainda, que os turbilhões transversais e vórtices longitudinais pareciam interagir entre si, levando ao aparecimento de arranjos complexos de vórtices e subsequente transição para turbulência. Algumas das visualizações desse trabalho são apresentadas nas Figs. 2.9 e 2.10.

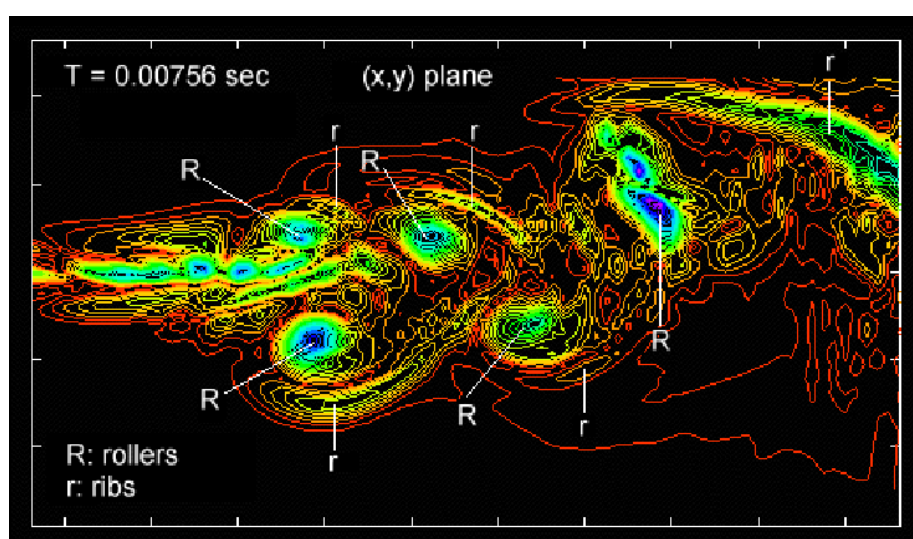


Figura 2.9 – Isovalores da vorticidade no plano (x, y) a $t = 0,00756$ s. Localizações marcadas “R” e “r” são estruturas turbilhonares na direção de expansão e filamentos longitudinais respectivamente. (Lo et al., 2000).

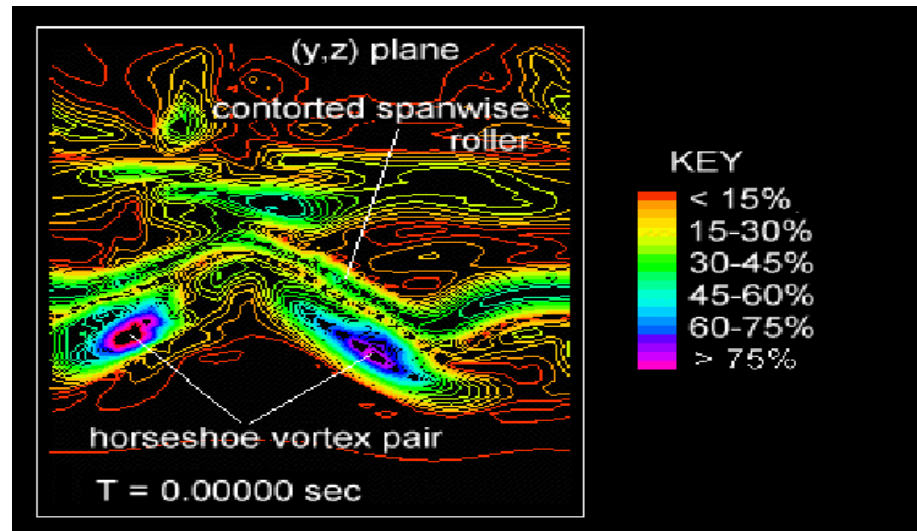


Figura 2.10 - Par de vórtices tipo “ferradura” no plano (y, z) a $x/l = 66,6$ (vista frontal) (Lo et al. (2000)).

Os jatos circulares, assim como os jatos planos, também têm sido objeto de extensas pesquisas em trabalhos experimentais e teóricos por Abramovich (1954). Os jatos circulares apresentam numerosas aplicações em engenharia e a presença de estruturas coerentes complexas neste tipo de escoamentos tem sido evidenciada em recentes trabalhos. O surgimento de vórtices longitudinais e de jatos laterais, os quais disputam um papel proeminente no desenvolvimento do escoamento, tem sido mencionado por Lasheras et al. (1991), Monkewitz e Pfitzenmaier (1991), Liepmann e Gharib (1992).

O jato axisimétrico representa um caso-teste na pesquisa sobre a física de escoamentos turbulentos. Embora métodos experimentais sejam complicados devido a altas intensidades turbulentas locais deste escoamento, o estudo teórico é simplificado já que o jato é axisimétrico em média e, ao mesmo tempo, um escoamento cisalhante livre no qual aproximações do tipo camada-limite podem ser aplicadas. A importância do jato axisimétrico para a compreensão da turbulência é evidenciada pelo volume de publicações envolvendo dados experimentais, análise matemática e modelagem computacional, tais como Monin e Yaglom (1971), Hinze (1975), Townsend (1976), Rodi (1975) e List (1979).

Melander et al. (1991) mostraram, através de SND, um desenvolvimento temporal de um jato redondo, cujas condições de periodicidade criaram um desenvolvimento anormal de vórtices longitudinais em um modo azimutal de quarta ordem. Villermaux e Hopfinger (1994), em seu trabalho experimental sobre jatos confinados, sustentaram a idéia de que jatos redondos podem ser considerados livres quando se mantêm os limites laterais do domínio

distantes mais de cinco diâmetros. Estes resultados foram confirmados recentemente por experimentos de Djeridante (1996).

Escoamentos do tipo jato também têm sido amplamente estudados por pesquisadores em modelagem da turbulência. O estudo de Tollmien (1926) baseado no comprimento de mistura de Prandtl foi o primeiro de muitos tratamentos teóricos do jato circular. As dificuldades na predição deste escoamento com constantes determinadas de outros modelos têm se mostrado um dos problemas mais desafiadores enfrentados por especialistas em turbulência nas últimas três décadas. Estes esforços foram revisados em detalhe por Hinze (1975), Rodi (1975) e Taulbee (1988).

Bardina et al. (1997) apresenta resultados de vários modelos de turbulência clássicos para jatos redondos. Conforme mostra a Fig. 2.11, nenhum dos modelos utilizados reproduz bem a taxa de espalhamento deste escoamento. Para o jato plano, entretanto, os resultados dos modelos normalmente são satisfatórios e este efeito é conhecido como “round jet anomaly” (Wilcox, 1998).

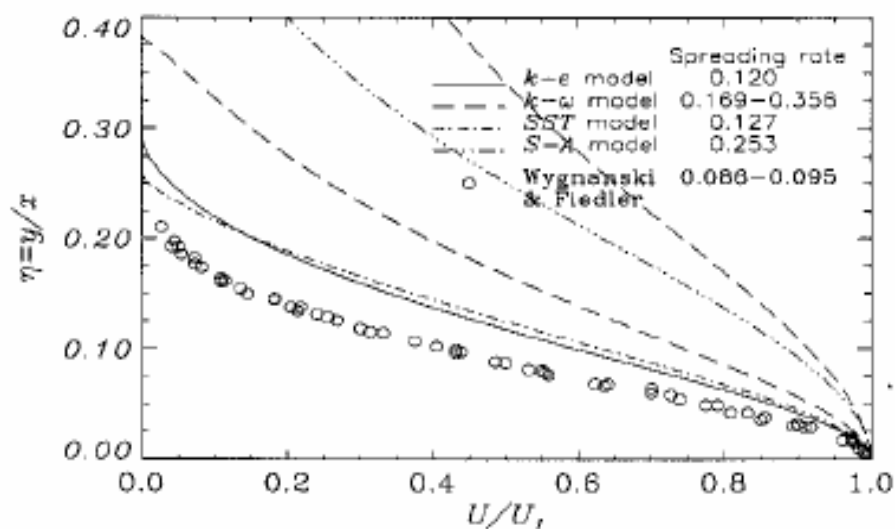


Figura 2.11 - Comparação dos Perfis de Velocidade para escoamento do jato circular. (Bardina et al., 1997).

Questões relacionadas à validade de dados do jato determinadas pelas equações de movimento foram primeiramente levantadas no Laboratório de Pesquisa em Turbulência de SUNY/Buffalo no final da década de 70. Baker (1980), ao investigar a evolução de um jato turbulento axisimétrico quente em pluma turbulenta usando métodos numéricos, descobriu que os dados de Wynanski e Fiedler (1969) não satisfaziam a restrição da equação de movimento axial integrada. Seif (1981) em um estudo numérico subsequente usando os modelos das

tensões de Reynolds e $k-\varepsilon$, também verificou problemas com aqueles dados. Estas dificuldades motivaram o estudo experimental de Capp (1983), que utilizou anemometria a laser para investigar esta restrição e esclarecer a fonte da discrepância entre as simulações e os dados de Wygnanski e Fiedler. Estas medidas mostraram que o erro estava relacionado ao aparato experimental e que poderia haver diferenças significativas entre um jato em um ambiente confinado ou semiconfinado e um jato em um ambiente infinito, por causa da recirculação provocada pelas paredes. Todos estes resultados foram discutidos em detalhe por Capp e George (1982), George et al. (1982, 1988) e George (1990).

Têm sido também realizadas várias reavaliações da teoria sobre jatos. Schneider (1985) analisou todo o campo com uma abordagem de múltiplas escalas e foi capaz de mostrar que o fluxo integrado de momento em cada seção reta do jato axisimétrico permanecia constante até primeira ordem e igual à taxa do momento adicionado à fonte. Este efeito é bastante diferente do jato plano, no qual as condições de contorno na vizinhança da fonte modificam significativamente o momento integrado de seu valor-fonte. Em um estudo complementar, George et al. (1982) mostraram que a equação integrada de momento é constante até 2ª ordem no valor-fonte. Esta restrição imposta pela integração das equações de momento constitui um critério importante para validação de experimentos.

A possibilidade de soluções auto-preservativas para as equações axisimétricas do jato foi reconhecida por Tollmien (1926) e outros. Em síntese, soluções para as equações médias são da forma:

$$U = U_s(x)f(\eta), \quad (2.2)$$

$$-\overline{uv} = R_g(x)g(\eta) \quad (2.3)$$

onde $\eta = r/\delta(x)$ e o sistema de coordenadas é mostrado na Fig. 2.12. Supondo-se que o escoamento possa ser “escalonado” por um comprimento e velocidade, pode-se mostrar que a auto-preservação é possível somente se $d\delta/dx$ (onde δ é escala de comprimento transversal) é uma constante, supostamente universal. Estas suposições podem ser justificadas com base em argumentos físicos e dimensionais somente ao se supor que a fonte é apenas um ponto de momento (George, 1990, Monin e Yaglom, 1971). Tem sido amplamente aceito que todos os jatos atingem assintoticamente o mesmo estado auto-preservativo, independentemente dos detalhes de sua origem (Towson, 1976).

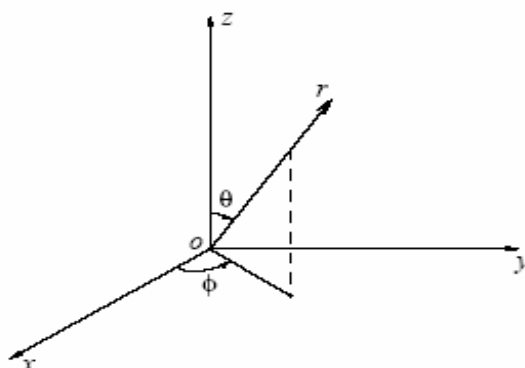


Figura 2.12 - Esquema de Coordenadas para solução autopreservativa de Tollmien (1926).

George (1990) descobriu um inconveniente na teoria original de similaridade que implicitamente supunha que o estado auto-preservativo era independente dos detalhes das condições iniciais.

A análise mais genérica revelou que o estado auto-preservativo atingido poderia, de fato, ser determinado unicamente pelas condições iniciais. Também foi revisto que qualquer variação em x do comprimento transversal δ pode resultar em um jato auto-preservativo. Estes novos resultados esclarecem que jatos de laboratório nunca podem aproximar-se pontualmente a jatos das análises prévias e que cada classe de jato de laboratório é assintoticamente única (jatos com entrada plana, jatos de dutos completamente desenvolvidos) e mantém uma dependência do número de Reynolds da fonte. Tal fato foi comprovado através de simulações realizadas por Glaze e Frankel (2003).

Algumas das simulações de jatos circulares baseadas em hipóteses de axissimetria, encontradas na literatura, consideram o escoamento apenas no plano radial bidimensional, e apresentam seu desenvolvimento espacial (Gamet e Estivelezes, 1995; Reynier et al., 1995; Boersma, 1998). Outras simulações consideram os aspectos tridimensionais, mas restringem-se à evolução temporal de forma a possibilitar a utilização de malha de discretização suficientemente finas (Martin e Meiburg, 1991; Abid e Brachet, 1992; Comte et al., 1992; Verzicco and Orlandi, 1996; Brancher, 1996). Diante deste contexto, Urbin e Métais (1997) propuseram demonstrar a possibilidade de se realizar uma simulação tridimensional e em desenvolvimento espacial com razoável custo computacional para aplicações de engenharia. Estes autores aplicaram Simulações de Grandes Escalas (SGE) baseada no modelo de função estrutura seletivo (Lesieur e Métais, 1996), para avaliar o comportamento estatístico e topológico de jatos circulares em evolução espacial. As equações filtradas de Navier Stokes

foram resolvidas por um software industrial chamado TRIO-VF (Grand et al.,1988), que foi validado em muitas Simulações de Grandes Escalas de vários escoamentos (Silveira-Neto et al., 1993). Neste trabalho, foi observado o crescimento do modo de instabilidade axisimétrico, o qual conduziu a vórtices em forma de anéis. Os vórtices anulares originaram também estruturas de vórtices que consistem em pares alternados localizados entre os anéis (Comte et al., 1992). Vórtices helicoidais também foram visualizados em alternância com os anulares. Os resultados para velocidades axiais médias e suas flutuações apresentaram uma boa concordância com dados experimentais. Os autores mostraram ainda, em concordância com vários resultados experimentais (Crow e Champagne, 1971; Zaman e Hussain, 1980), a alteração do comportamento do jato através de uma excitação específica (axisimétrica, alternada, helicoidal), o que possibilita o controle das estruturas e uma forte modificação da estatística do jato (taxa de espalhamento, nível de turbulência, etc.). Algumas das visualizações das estruturas do escoamento resultantes do trabalho são apresentadas nas Figs. 2.13 e 2.14.

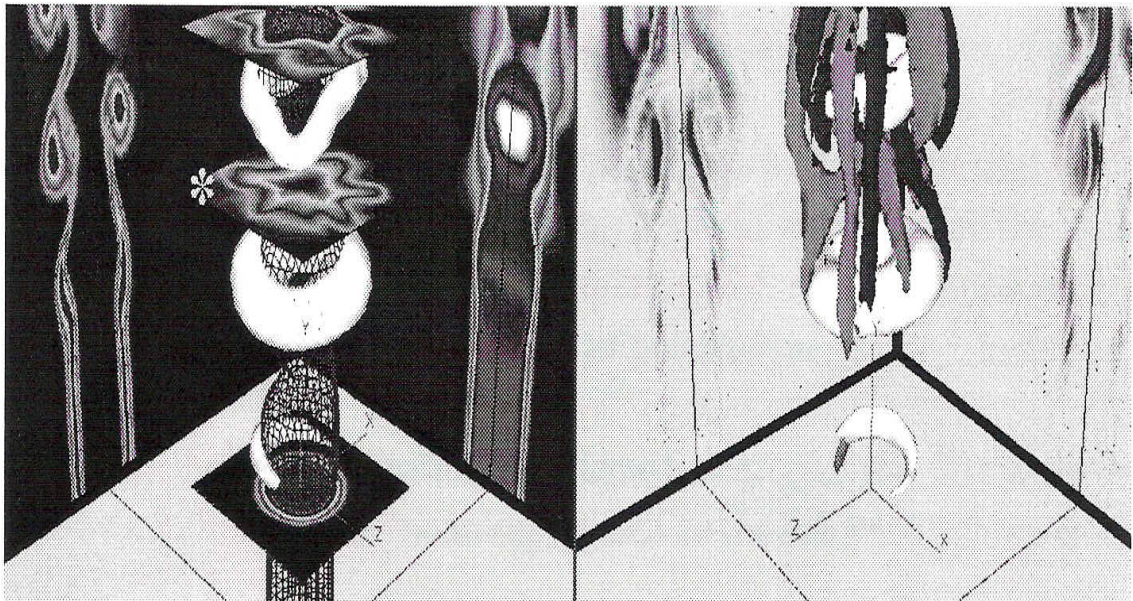


Figura 2.13 - Jato com excitação modo varicoso: isosuperfícies de baixa pressão em branco; seções cruzadas a $X=0$ e a $Y=0$.

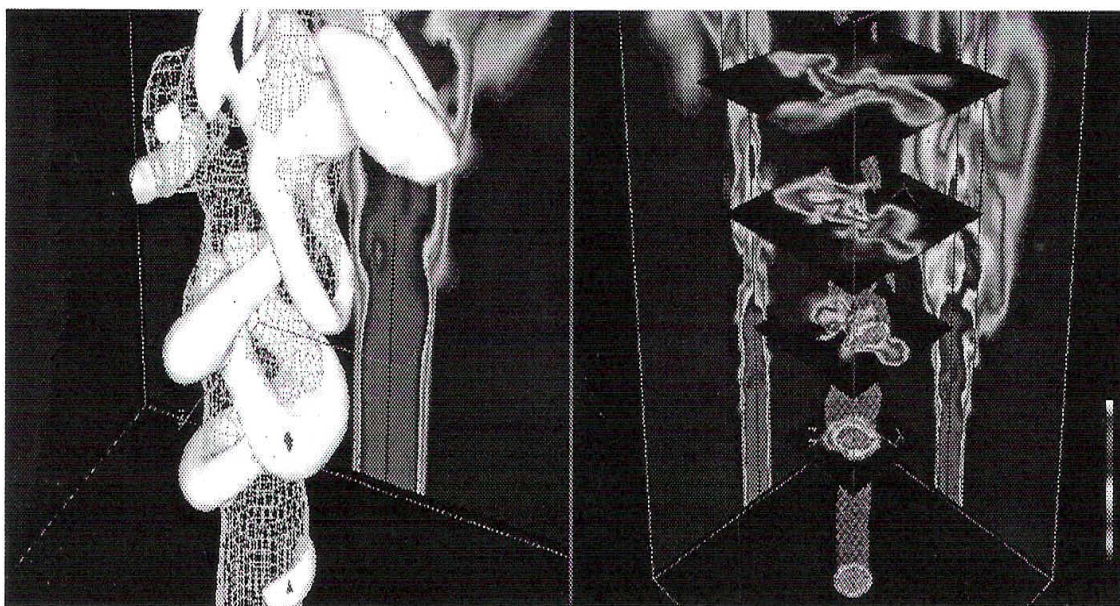


Figura 2.14 - Jato com excitação “alternate pairing”: isosuperfícies de baixa pressão em branco e secções cruzadas vertical e horizontal da velocidade axial.

Urbain e Métails (1997) foram os primeiros a aplicar perturbações específicas na entrada de um jato circular em evolução espacial para controle de sua dinâmica. As estruturas numericamente obtidas com a excitação “pares alternados” (Fig. 2.14) foram muito similares às obtidas experimentalmente por Lee e Reynolds (1985). No entanto, a natureza altamente dissipativa do esquema numérico usado levantou algumas dúvidas com relação à possibilidade do controle do jato utilizando este esquema de forçamento a elevados números de Reynolds. Danaila e Boersma (1998, 2000) revisaram o trabalho de Urbain e Métails (1997) usando simulação numérica direta a baixos números de Reynolds. Eles restabeleceram os resultados de Urbain e Métails (1997) com um método de forçamento similar chamado excitação “flapping”. Danaila e Boersma (2000) também introduziram uma denominada excitação bifurcada resultante da combinação das excitações axi-simétrica e “flapping”. Ambas excitações “flapping” e bifurcada causaram aumento drástico na taxa de espalhamento, mas apresentaram características topológicas e estatísticas muito distintas. A excitação bifurcada induziu a maior taxa de espalhamento. No entanto, vale ressaltar, que Danaila e Boersma (2000) utilizaram maiores amplitudes de perturbação na velocidade de entrada.

A literatura apresenta outros estudos (Hilgers, 1999; Hilgers e Boersma, 2001; Koumoutsakos et al., 1998) os quais tratam da aplicação de procedimentos de otimização estocástica para a determinação das frequências de forçamento mais eficientes para jatos de mistura em escoamentos a baixos e elevados números de Reynolds. No entanto, estes trabalhos não apresentam análises detalhadas sobre a dinâmica dos vórtices resultantes da excitação do escoamento, e utilizam amplitudes de forçamento muito elevadas.

Silva e Métais (2002) realizaram simulações numéricas de jatos circulares em desenvolvimento espacial utilizando SGE, aplicando um esquema de discretização compacto de sexta ordem na direção de escoamento do jato e métodos pseudo-espectrais nas demais direções. Estes autores objetivaram estudar a dinâmica dos vórtices de jatos bifurcados, tendo como foco as análises da influência da frequência de forçagem e do número de Reynolds sobre a eficiência de controle. Foram estudados diferentes métodos de forçagem utilizando excitação “flapping”, excitação “flapping” à frequência subharmônica, e o denominado “variflap”, o qual combina o modo de excitação vorticoso à frequência preferencial do jato e o modo “flapping”. Foi verificado através da análise detalhada da dinâmica dos vórtices coerentes que o método que combina excitação axi-simétrica à frequência preferencial e uma excitação “flapping” à frequência subharmônica é a estratégia de controle mais eficiente para jatos bifurcados mesmo a elevados números de Reynolds. A riqueza de detalhes com relação à dinâmica do escoamento de jatos, apresentada por Silva e Métais (2002), torna este trabalho uma importante referência para realização de demais estudos, sejam estes focados na aplicação direta no controle de jatos, sejam focados apenas na melhor compreensão das estruturas coerentes que compõem o escoamento.

O estudo da dinâmica das estruturas do escoamento para controle de jatos encontra importante aplicação na redução de ruídos. A literatura apresenta muitos trabalhos relacionados ao estudo dos mecanismos geradores de ruídos aplicando metodologias SND e SGE. Os resultados SGE são encorajadores e mostram potencial promissor para compreensão de ruídos em jatos. Embora a compreensão dos ruídos não seja o assunto de interesse do presente trabalho, estudiosos, como Freund (2001) e Uzun (2003), apresentam resultados e conclusões interessantes, as quais merecem ser ressaltadas.

Freund (2001) estudou um jato com interesse nos mecanismos de geração de som a Mach 0,9, número de Reynolds 3600 através de simulação numérica direta (SND). Embora a representação teórica da fonte acústica em escoamento turbulento exista há aproximadamente 50 anos (Lighthill, 1952), medidas precisas de qualquer fonte teórica em jato turbulento real têm sido impossíveis devido às dificuldades experimentais. Este trabalho apresenta tensores de Reynolds comparados aos dados de Panchapakesan e Lumley (1993). Segundo Freund (2001) os tensores de Reynolds são insensíveis ao número de Reynolds, o que possibilitou a comparação e uma boa concordância pode ser observada. A visualização da vorticidade é apresentada na Figura 2.15, e os tensores de Reynolds experimentais e teóricos são apresentados na Fig. 2.16.

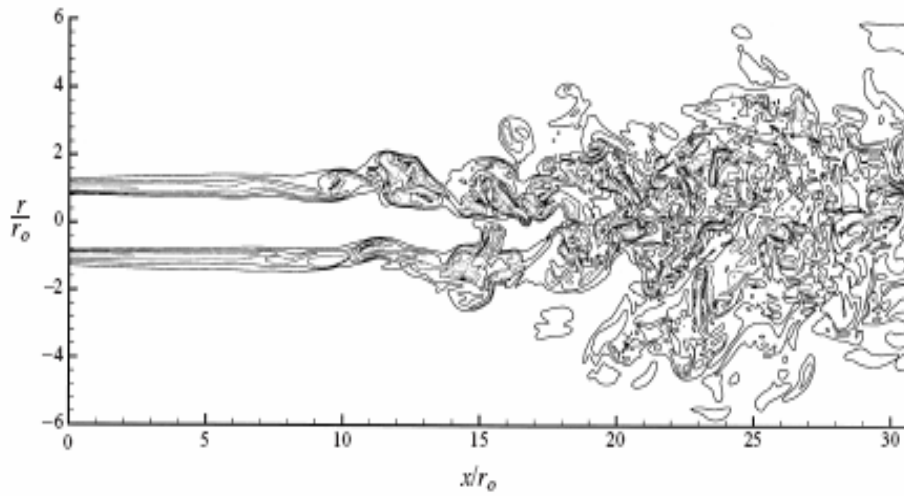


Figura 2.15 - Contorno instantâneo da vorticidade (Freund, 2001).

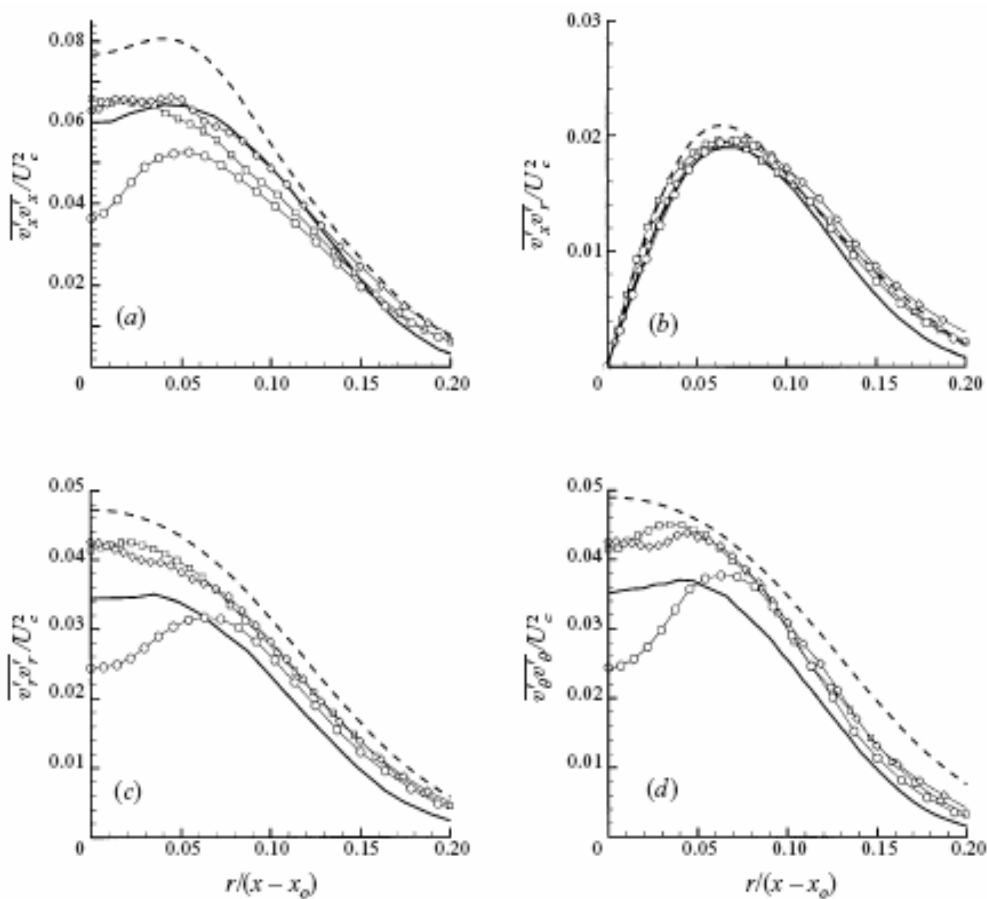


Figura 2.16 - Tensores de Reynolds: \circ , $x=20r_0$; \diamond , $x=25r_0$; \square , $x=30r_0$; —, dados de Panchapakesan e Lumley (1993) a baixo número de Mach; ----, dados experimentais de Hussein et al. (1994) a baixo número de Mach (Freund, 2001).

Uzun (2003) realizou um estudo de jatos compressíveis com interesse em aerodinâmica e acústica. Este autor desenvolveu e testou uma metodologia CAA (Computational Aero Acoustics) para predição de ruído do jato, a qual contém um código 3D SGE com uma diferenciação finita compacta de alta ordem de precisão e o modelo submalha de Smagorinsky dinâmico para modelar o efeito das escalas não resolvidas.

O trabalho de Uzun (2003) apresenta resultados da simulação de jatos a número de Mach 0,9 e número de Reynolds 100.000, utilizando uma malha de discretização de 12 milhões de pontos. A Figura 2.17 mostra o esquema da superfície de controle na vizinhança do escoamento do jato. A taxa de espalhamento do jato encontrada pelo autor mostrou-se dentro da faixa experimental encontrada para jatos incompressíveis (Hussein et al., 1994; Panchapakesan e Lumley, 1993 e Wignansky e Fidler, 1969). Os perfis de velocidade média na direção do escoamento a três localizações longitudinais coincidem muito bem entre si e apresentam auto-similaridade consistente com observações experimentais em jatos incompressíveis de Hussein et al. (1994) e Panchapakesan e Lumley (1993), conforme apresenta a Fig. 2.18. Segundo Uzun, o número de Mach é baixo e assim os efeitos compressíveis são desprezíveis, o que torna segura a comparação com os perfis com dados experimentais de jatos incompressíveis.

Uzun (2003) observou que os perfis a $x=45 r_0$, $x=50 r_0$ e $x=55 r_0$ coincidem entre si, exibem auto-similaridade e apresentam, em geral, boa concordância com os dados experimentais de Hussein et al. (1994) e Panchapakesan e Lumley (1993). Os perfis dos tensores de Reynolds são apresentados na Fig. 2.19. Apesar da boa concordância entre dados experimentais e simulados, Uzun ressalta algumas justificativas para as possíveis diferenças entre os dados. Primeiramente, o autor lembra que os tensores de Reynolds calculados por SGE são baseados em velocidades filtradas. Ele menciona também a diferença entre as condições iniciais impostas na simulação (flutuações aleatórias de velocidade) e as condições iniciais do experimento. Além disso, Uzun argumenta que os tensores de Reynolds experimentais têm sido medidos a distantes regiões longitudinais, usualmente 100 raios do bocal ou mais. Tem sido observado experimentalmente que os tensores atingem auto-similaridade assintótica a diferentes localizações longitudinais, dependendo das condições iniciais e do número de Reynolds. Os experimentos de Wignansky e Fidler (1969) sugerem uma distância de cerca de 100 raios de jato downstream do bocal para iniciar a região de auto-similaridade a elevados números de Reynolds, enquanto a SND de Freund mostra que região de auto-similaridade começa a cerca de $x=25 r_0$ a baixos números de Reynolds. Desta forma, segundo, Uzun, como o domínio de 60 raios do bocal de saída do jato é ainda relativamente curto comparado com os sugeridos pelos experimentos e o número de Reynolds é relativamente alto, os tensores σ_{xx} podem não ter atingido valores assintóticos verdadeiros.

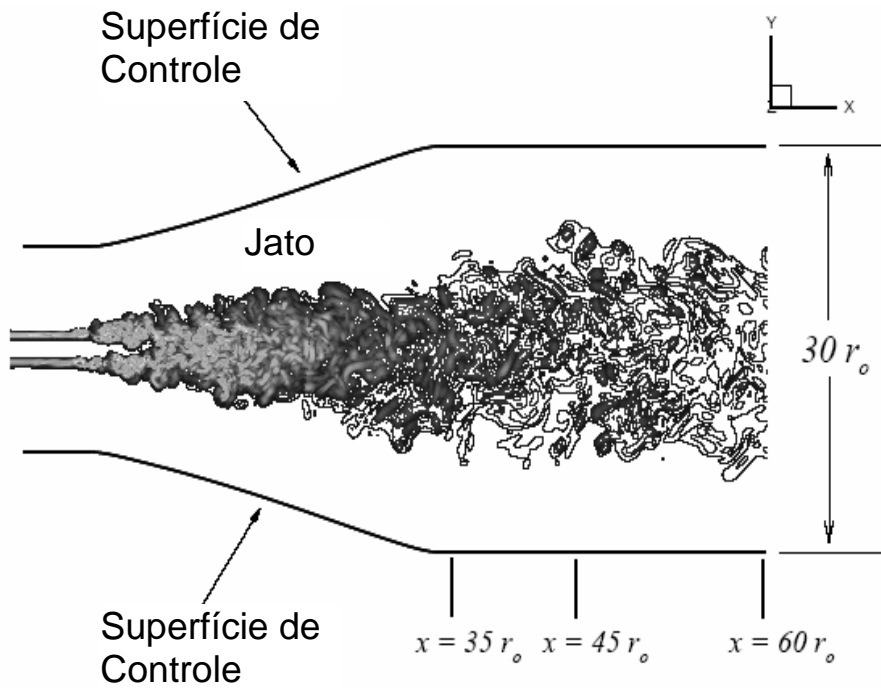


Figura 2.17 - Esquema da superfície de controle na vizinhança do escoamento do jato. (Uzun, 2003)

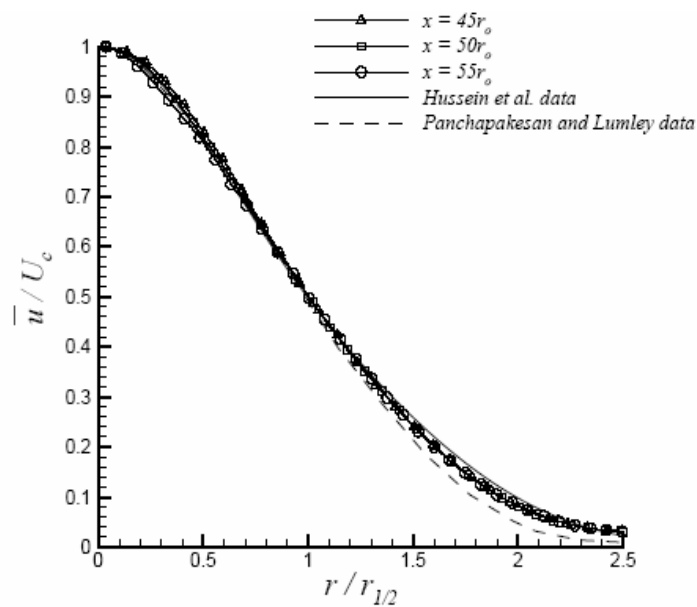


Figura 2.18 - Perfil de velocidade axial média e comparação com dados experimentais. (Uzun, 2003).

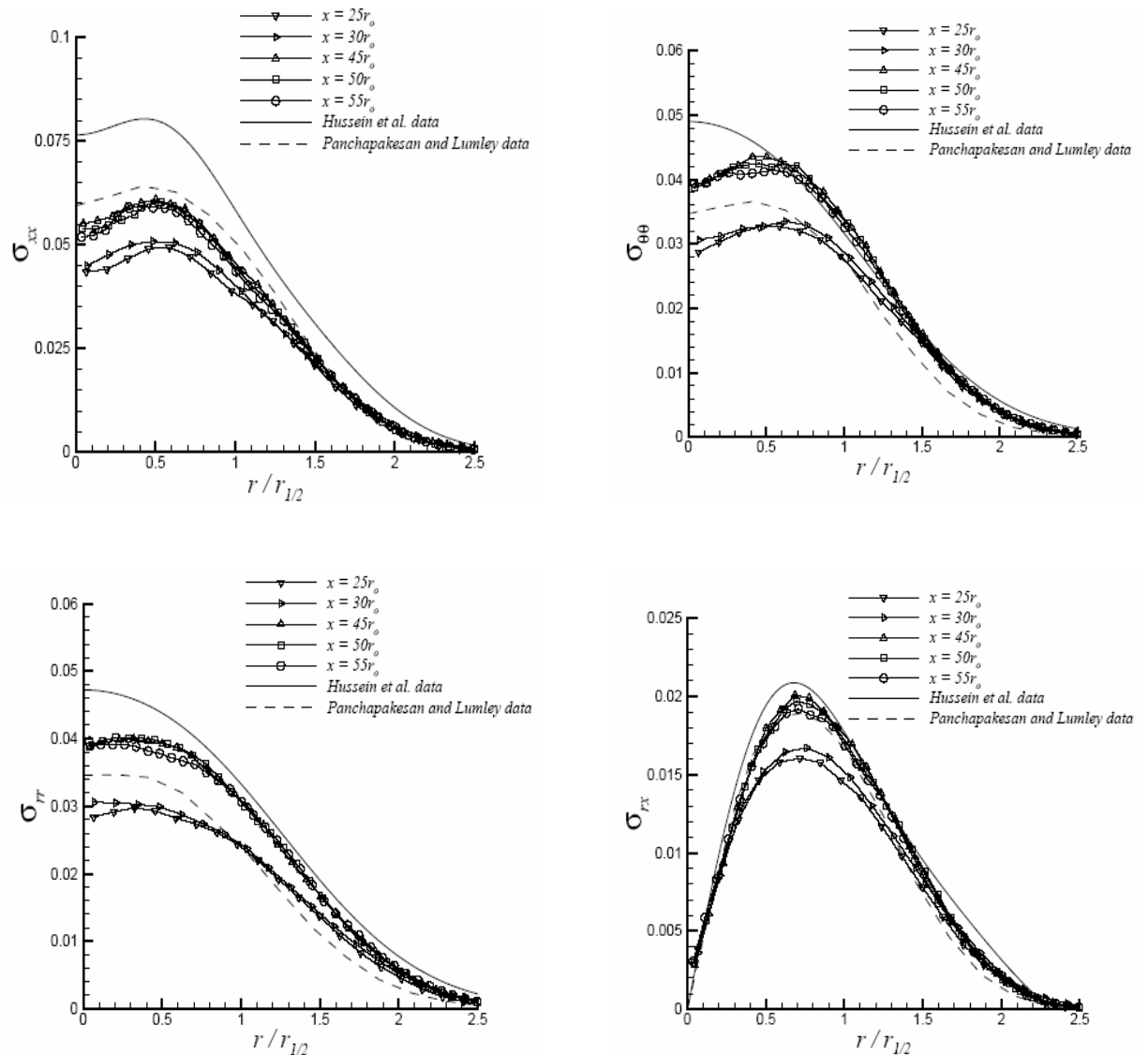


Figura 2.19 - Perfis dos tensores de Reynolds e comparação com experimentais. (Uzun, 2003)

Muitos dos estudos não-periódicos de SND e SGE encontrados na literatura tratam de escoamentos transicionais. Tal fato deve-se provavelmente devido a uma melhor definição e maior facilidade de implementação das condições de entrada para o regime de transição do que para os escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos. A esta provável justificativa soma-se a maior facilidade em realizar simulações a números de Reynolds do regime de transição, os quais são inferiores àqueles característicos dos escoamentos completamente desenvolvidos. Forçagens harmônicas com superposição de flutuações aleatórias de velocidade são comumente usadas para suprir as frequências de excitação necessárias para iniciar a instabilidade da camada cisalhante e a transição à turbulência. Entretanto, este tipo de tratamento não é muito adequado para simular um escoamento

completamente turbulento, uma vez que medidas experimentais e resultados numéricos apresentam alta sensibilidade às condições de entrada. Esta é, inclusive, uma das justificativas ressaltadas por Uzun (2003) para as possíveis diferenças entre os resultados de suas simulações e dados experimentais. Glaze e Frankel (2003) objetivaram seu estudo na comparação do comportamento de duas diferentes metodologias de condições de entrada, as quais são destinadas a simular uma entrada turbulenta para um jato circular a Reynolds 21000, utilizando SGE e um esquema de discretização espacial finita compacto de sexta ordem. Esse trabalho apresenta interessantes resultados em termos de visualização de vórtices. Foram obtidas detalhadas estruturas instantâneas, conforme mostra a Fig. 2.20, através da qual é possível observar em detalhes a formação de estruturas toroidais, interação entre filamentos secundários e evolução para turbulência completamente desenvolvida.

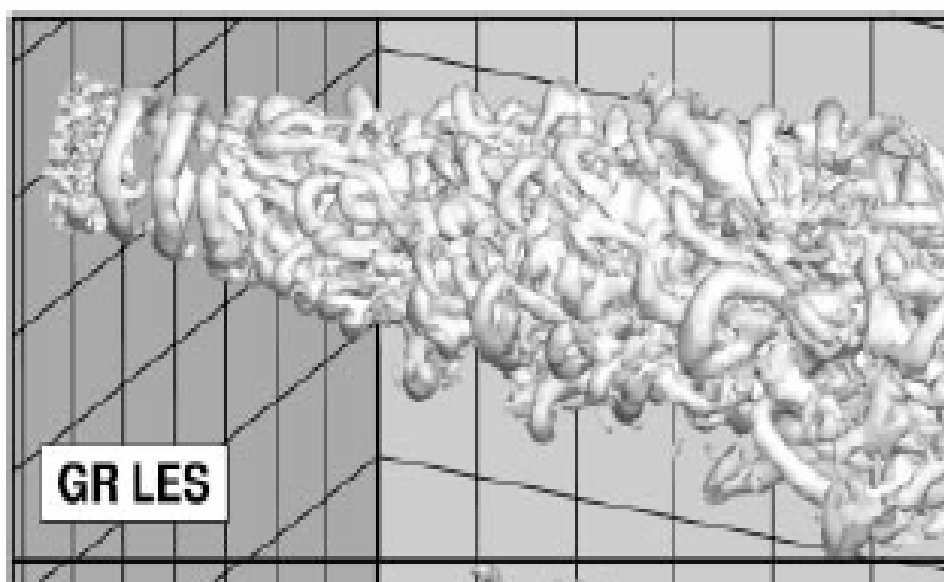


Figura 2.20 - Estruturas de Vórtice instantâneas visualizadas por isosuperfícies negativas λ_2 . (Glaze e Frankel, 2003).

Muitas das análises da dinâmica do escoamento de jatos espaciais encontradas na literatura, especialmente as mais recentes, empregam esquemas de discretização espacial de alta ordem de resolução. Alguns autores, tais como Freund (2001), Silva e Metais (2002), Uzun (2003), Silva, Balarac e Metais (2003), obtiveram resultados bem sucedidos ao associar um esquema de discretização compacto de sexta ordem na direção do escoamento a métodos espectrais nas demais direções. As vantagens da associação destes métodos são justificadas pela alta precisão e relativa rapidez computacional apresentadas pelos métodos espectrais.

Basu e Narasimha (1998) realizaram SND para estudar o aquecimento volumétrico sem fonte em escoamentos incompressíveis. Como a simulação de escoamentos com alta precisão consiste em capturar todas as escalas relevantes de espaço e tempo, há extrema demanda de tempo e memória computacionais. Os autores decidiram então calcular uma analogia temporal do problema, onde a evolução temporal de uma camada de mistura cilíndrica foi analisada em um domínio computacional periódico nas três direções do escoamento. Segundo os autores, a vantagem do uso de um domínio periódico é a facilidade com que os métodos espectrais, os quais se baseiam nas transformadas rápidas de Fourier (FFT), podem ser usados para cálculos razoavelmente rápidos e com elevada precisão. A desvantagem é que comparações quantitativas rigorosas com dados experimentais não podem ser realizadas. Basu e Narasimha (1998) ressaltam, entretanto, que as estruturas tridimensionais identificadas em um jato experimental podem ser identificadas em evolução temporal do escoamento e não em uma região particular do espaço. Assim, os cálculos não são estritamente representativos da evolução de um jato ou esteira axissimétricos, mas o são para uma camada de mistura cilíndrica.

Ling et al. (1998) também verificou que condições de contorno periódicas podem fornecer bons resultados para configurações simples como camadas de mistura em desenvolvimento temporal ou turbulência completamente desenvolvida em escoamentos em tubos ou canais. Mathew e Basu (2001) mostraram que o uso de periodicidade não afetou os resultados obtidos em suas simulações. Estas simulações foram realizadas utilizando um método pseudo-espectral baseado em expansões de séries de Fourier em um sistema de coordenadas cartesianas. Os autores comprovaram que o método é econômico para estudo da simulação de jatos circulares em SND, apresenta facilidade computacional e não requer qualquer tratamento especial próximo ao eixo do jato.

Capítulo III

Modelo Matemático e Metodologia Numérica

No presente trabalho foram empregados três códigos computacionais diferentes para estudos de escoamentos do tipo jatos. O primeiro código utilizado, denominado *LAYER2*, foi desenvolvido por Chernousov (2001). Embora este código seja aplicado na resolução de problemas compressíveis, foram utilizados baixos números de Mach de forma a permitir uma comparação entre os resultados obtidos e aqueles encontrados na literatura para escoamentos incompressíveis (procedimento também empregado por Uzun (2003)). O segundo código, *CIL3D*, é uma versão atualizada do código desenvolvido por Souza (2003). O terceiro e último código, desenvolvido no contexto da presente tese, utiliza o método pseudo-espectral para resolução das equações que compõem o modelo matemático, sendo aqui denominado *SPECTRAL*. Os três códigos aplicados à resolução das equações que compõem o modelo matemático para escoamentos de jatos livres são apresentados a seguir de forma detalhada.

3.1 Código *LAYER2*

O código computacional *LAYER2* (Chernousov, 2001) emprega a metodologia de volumes-finitos em uma malha cartesiana tridimensional para escoamentos não estacionários compressíveis. As equações que compõem o modelo matemático, bem como o esquema numérico aplicado para resolução das mesmas, são descritos a seguir.

3.1.1 Modelagem Matemática

As equações de Navier-Stokes e da energia podem ser apresentadas na seguinte forma pseudoconservativa compacta:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

onde:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

sendo ρe a energia total, definida, para um gás ideal, por:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2). \quad (3.3)$$

Os fluxos F_i , $\forall i \in \{1, 2, 3\}$, são:

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 - \sigma_{i1} \\ \rho u_i u_2 - \sigma_{i2} \\ \rho u_i u_3 - \sigma_{i3} \\ \rho e u_i - u_j \sigma_{ij} - q_i \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

O fluxo de calor q_i é dado, por :

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (3.5)$$

Os componentes σ_{ij} do tensor cisalhante são dados pela Lei de Newton:

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + S_{ij}, \quad (3.6)$$

onde:

$$S_{ij} = \mu \left[\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right] \quad (3.7)$$

denota o tensor taxa de deformação. A viscosidade “bulk” é negligenciada (hipótese de Stokes), como normalmente aceita, exceto em condições termodinâmicas extremas. Assim:

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - \mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - \mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - \mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - u_j S_{ij} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Para fechar o sistema, utiliza-se a equação de estado :

$$p = R \rho T. \quad (3.9)$$

3.1.2 Procedimento de filtragem em Simulação de Grandes Escalas

Para escoamentos compressíveis, em simulação de grandes escalas, pode-se aplicar a filtragem ponderada pela densidade, introduzida por Favre (1965):

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho \phi}}{\bar{\rho}}. \quad (3.10)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade filtrada.

Aplicando o filtro às equações de Navier-Stokes e da energia, obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.11)$$

com

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \overline{\rho u_1} \\ \overline{\rho u_2} \\ \overline{\rho u_3} \\ \overline{\rho e} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

a energia total resolvida $\overline{\rho e} = \overline{\rho \tilde{e}}$ é dada por:

$$\overline{\rho \tilde{e}} = \overline{\rho C_v \tilde{T}} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)}. \quad (3.13)$$

Os fluxos \bar{F}_i filtrados podem ser reescritos:

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - \mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - \mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - \mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i - \mu u_j S_{ij} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}} \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

com a equação de estado filtrada:

$$\bar{p} = R \overline{\rho \tilde{T}}. \quad (3.15)$$

O tensor de Reynolds sub-malha $\overline{\tau}$ generalizado é definido:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}, \quad (3.16)$$

sendo introduzido e separado em partes isotrópicas e deviatóricas:

$$\tau_{ij} = \underbrace{\tau_{ij}}_{\tau_{ij}} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}. \quad (3.17)$$

Assim, a Equação (3.14) pode ser reescrita:

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + (\overline{p} - \frac{1}{3} \tau_{kk}) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + (\overline{p} - \frac{1}{3} \tau_{kk}) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + (\overline{p} - \frac{1}{3} \tau_{kk}) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{\mu u_j S_{ij}} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

e

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho C_v \tilde{T}} + \frac{1}{2} \overline{\rho (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2)} - \frac{1}{2} \tau_{kk} \quad (3.19)$$

O termo submalha τ_{kk} foi incorporado à pressão, como em Normand e Lesier (1992), trazendo outro argumento: no formalismo de SGE incompressível (veja Lilly, 1992), é frequente introduzir a macro-pressão:

$$\varpi = \overline{p} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \quad (3.20)$$

A Equação (3.19) pode ser re-escrita:

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho C_v} \left(\tilde{T} - \frac{1}{2 C_v \rho} \tau_{kk} \right) + \frac{1}{2} \overline{\rho (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2)} \quad (3.21)$$

uma macro-temperatura pode ser introduzida:

$$\mathcal{g} = \tilde{T} - \frac{1}{2 C_v \rho} \tau_{kk}, \quad (3.22)$$

computável fora de \overline{U} graças à equação (3.21). A equação de estado filtrada (3.15) pode ser reescrita:

$$\varpi = \bar{\rho}R\vartheta + \left(\frac{R}{2C_v} - \frac{1}{3} \right) \tau_{kk} = \bar{\rho}R\vartheta + \left(\frac{3\gamma - 5}{6} \right) \tau_{kk}. \quad (3.23)$$

Assim, para gases como argônio ou hélio (para os quais $\gamma \approx 5/3$ a $T = 298K$), a contribuição de τ_{kk} na equação (3.23) é inteiramente desprezível para qualquer número de Mach, o qual torna ϖ calculável em todos os casos. É extremamente desejável generalizar isto para o ar (para o qual $\gamma \approx 1,4$), considerando:

$$\varpi = \bar{\rho}R\vartheta. \quad (3.24)$$

Considerando a partir de agora um ϖ calculável, este pode ser envolvido na definição de um vetor fluxo de calor, denominado Q :

$$Q_i = -\overline{(\rho e + p)u_i} + (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi)\tilde{u}_i. \quad (3.25)$$

Desde que modelos aceitáveis sejam propostos para $\tilde{\tau}$ e Q , os fluxos resolvidos já aparecem de forma tratável:

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_1} + \varpi\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_1} + \varpi\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_1} + \varpi\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{\mu S_{i3}} \\ (\bar{\rho}\tilde{e} + \varpi)\tilde{u}_i - Q_i - \overline{\mu S_{ij}u_j} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Os termos não calculáveis são os termos viscosos, os quais podem ser considerados menos importantes. Entretanto, simplesmente repassando a Equação (3.26) tem-se:

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + \overline{\varpi} \delta_{i1} - \tau_{i1} - \mu_{ef} \tilde{S}_{i1} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + \overline{\varpi} \delta_{i2} - \tau_{i2} - \mu_{ef} \tilde{S}_{i2} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + \overline{\varpi} \delta_{i3} - \tau_{i3} - \mu_{ef} \tilde{S}_{i3} \\ (\overline{\rho \tilde{e}} + \overline{\varpi}) \tilde{u}_i - Q_i - \mu_{ef} \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \lambda_{ef} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

As equações acima descrevem o transporte de quantidade de movimento e energia filtradas, correspondentes às escalas resolvidas, e contém a contribuição do tensor sub-malha (τ_{ij}), o qual modela as interações entre as escalas da turbulência resolvidas e as não-resolvidas. Pela hipótese de Bousinesq, a parte anisotrópica deste tensor pode ser relacionada com a taxa de deformação pela seguinte equação.

$$\tau_{ij} \approx \overline{\rho} \mu_t \tilde{S}_{ij}, \quad (3.28)$$

onde

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \delta_{ij} \right). \quad (3.29)$$

O modelo sub-malha de difusividade pode ser escrito:

$$Q_i \approx \overline{\rho} \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i}. \quad (3.30)$$

Os coeficientes de transporte escalar são representados simplesmente por:

$$\mu_{ef} = \mu_{mol} + \mu_t, \quad (3.31)$$

$$\lambda_{ef} = \lambda_{mol} + \lambda_t = \frac{\mu_{mol} C_p}{Pr_{mol}} + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t}. \quad (3.32)$$

onde Pr_t é considerado ser constante igual a 0,8 (Chernousov, 2001).

O tensor submalha foi modelado usando o modelo de Smagorinsky (1963). O termo μ_t , que representa a viscosidade turbulenta, é então formulado como se segue:

$$\mu_t = 2C_s^2 \rho \Delta^2 \sqrt{2\overline{S_{ij}}\overline{S_{ij}}}. \quad (3.33)$$

onde, C_s é uma constante e pode variar entre 0,1 e 1/3, relacionada à transferência de energia das grandes escalas para as menores escalas e Δ representa o comprimento característico das escalas sub-malhas, normalmente dado por:

$$\Delta = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3}. \quad (3.34)$$

3.1.3 Esquema Numérico

Retornando ao sistema de equações em notação vetorial e três dimensões:

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{F}_3}{\partial x_3} = 0. \quad (3.35)$$

Os cálculos avançam no tempo através de um esquema de Runge-Kutta de 2ª ordem:

$$\overline{U}_{i,j,k}^{(1)} = \overline{U}_{i,j,k}^n + \Delta t L_h \left(\overline{U}_{i,j,k}^n \right). \quad (3.36)$$

$$\overline{U}_{i,j,k}^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left[\overline{U}_{i,j,k}^n + \overline{U}_{i,j,k}^{(1)} + \Delta t L_h \left(\overline{U}_{i,j,k}^{(1)} \right) \right]. \quad (3.37)$$

onde, L_h é operador diferença-finita espacial que retém a propriedade de conservação:

$$L_h \left(\overline{U}_{i,j,k}^n \right) = \frac{\overline{F}_{1i-1/2,j,k}^n - \overline{F}_{1i+1/2,j,k}^n}{\Delta x_1} + \frac{\overline{F}_{2i,j-1/2,k}^n - \overline{F}_{2i,j+1/2,k}^n}{\Delta x_2} + \frac{\overline{F}_{3i,j,k-1/2}^n - \overline{F}_{3i,j,k+1/2}^n}{\Delta x_3} \quad (3.38)$$

Os fluxos viscosos são calculados a partir de diferenças finitas, utilizando um esquema centrado de 2ª ordem no espaço. A Figura 3.1 mostra a discretização espacial da equação de transporte unidimensional estacionária. O procedimento para as equações bi e tridimensionais é uma extensão natural do esquema aqui mostrado.

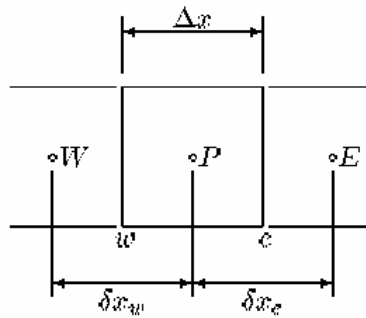


Figura 3.1 - Volume de controle unidimensional.

A parte difusiva do fluxo é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + S. \quad (3.39)$$

onde S representa todos os termos-fonte e φ a propriedade transportada. A discretização desta equação por diferenças finitas no volume de controle mostrado na Figura 3.1 fica:

$$\frac{v_e \frac{\varphi_E - \varphi_P}{\delta x_e} - v_w \frac{\varphi_P - \varphi_W}{\delta x_w}}{\Delta x} + S_P. \quad (3.40)$$

Os fluxos advectivos são calculados usando uma aproximação parabólica “piecewise” uniforme e o solucionador de Riemann baseado em características linearizadas.

O solucionador de Riemann consiste em um procedimento especial de resolução, usado para calcular o vetor fluxo na interface da célula de acordo com os dados iniciais descontínuos e a natureza hiperbólica das equações governantes. Este procedimento é usualmente interpretado como uma técnica para obtenção da solução do problema de valor inicial (em evolução temporal), o qual pode ser dado na forma de uma equação de fluxo conservativo:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} = 0 \quad (3.41)$$

Chernousov desenvolveu este procedimento de solução aproximada inspirando-se em trabalhos da literatura, os quais propunham combinar relações características para os parâmetros e o solucionador de Riemann exato de Gudonov (Toro, 1991). O solucionador proposto tem se mostrado muito rápido e o esquema resultante pode produzir soluções numéricas satisfatórias para problemas sub e supersônicos governados pelas leis de conservação hiperbólicas da dinâmica de fluidos, de acordo com problemas teste realizados pelo próprio autor. Além disto, este solver é essencialmente não-iterativo e não requer multiplicação de vetor/matriz. Segundo Chernousov (2001), o procedimento não apresenta dificuldades para problemas de diferentes dimensões e para cálculos de grandes escalas este solucionador pode ajudar a economizar tempo considerável.

3.2 Código CIL3D

O código *CIL3D* (Souza, 2003) resolve as equações de Navier-Stokes na forma incompressível e isotérmica, utilizando um algoritmo do tipo passo fracionário (Kim e Moin, 1985). Há muitas variantes deste método, mas a característica principal da metodologia é um algoritmo não-iterativo para o acoplamento pressão-velocidade, sendo o problema da incompressibilidade desvinculado do avanço no tempo. A maior parte dos algoritmos de passo fracionário trata as equações governantes de forma explícita ou semi-implícita (apenas os termos viscosos são implicitados) e a cada passo de tempo, a restrição da incompressibilidade deve ser satisfeita. Quando se realiza uma Simulação de Grandes Escalas ou uma Simulação Numérica Direta, o comportamento dinâmico do escoamento é obtido, diferentemente do que se obtém ao realizar-se uma média de Reynolds sobre as equações governantes. Neste último caso, o resultado é o comportamento médio do escoamento, sendo as instabilidades amortecidas pelo modelo de turbulência ou esquema advectivo. Consequentemente, os algoritmos de passo fracionário apresentam-se naturalmente mais apropriados para metodologias do tipo SGE e SND.

Para SGE e SND, recomenda-se que a discretização temporal seja pelo menos de 2ª a 4ª ordem, para que as estruturas do escoamento sejam capturadas. Neste código, optou-se pelo esquema de Adams-Bashforth de 2ª ordem para ambos os termos advectivo e difusivo das equações de momento por ser um método explícito e de baixo custo computacional.

As equações governantes na forma tensorial, para um escoamento incompressível, isotérmico são dadas pelas Equações (3.42) e (3.43):

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + H_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.43)$$

onde H_i representa o termo advectivo.

Estas equações são resolvidas em dois passos: preditor e corretor.

Passo preditor:

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} \left[-H_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^n - \frac{1}{2} \left[-H_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^{n-1} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i}. \quad (3.44)$$

No passo preditor, as velocidades são estimadas com base no campo de pressão do instante anterior (n denota o instante de tempo). Os coeficientes $3/2$ e $-1/2$ são devidos ao esquema de Adams-Bashforth, que é totalmente explícito e requer a avaliação dos termos advectivo e difusivo nos dois instantes de tempo precedentes.

Passo corretor:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i}. \quad (3.45)$$

A variável auxiliar p' mantém a seguinte relação com as pressões no instante atual e no instante anterior:

$$p^{n+1} = p^n + p'. \quad (3.46)$$

Assim, se as equações de predição e correção forem somadas, obter-se-á a equação original de momento com 2ª ordem no tempo para os termos advectivo e difusivo. Como pode se observar, fraciona-se a solução da equação original de momento em dois estágios temporais, daí o nome do algoritmo.

É possível demonstrar analiticamente que a função da pressão no cálculo de escoamentos incompressíveis é satisfazer a conservação da massa (Ferziger e Peric, 1999). Para obter um campo de pressão que satisfaça a continuidade, aplica-se a seguinte operação à Equação (3.45):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right]^{n+1}. \quad (3.47)$$

Deseja-se que o campo final de velocidade u_i^{n+1} satisfaça a continuidade:

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0. \quad (3.48)$$

Assim, a Equação (3.47) fica:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (3.49)$$

Resolvendo a equação de Poisson acima, obtém-se a variável p' que, por sua vez, produzirá um campo de velocidades cujo divergente é nulo. As velocidades estimadas são então corrigidas pelo gradiente da variável p' , de forma que o campo no instante atual satisfaz a restrição de continuidade.

Para uma malha deslocada, as etapas do algoritmo de resolução podem então ser sintetizadas:

1. estimar velocidades com a Equação 3.44;
2. com as velocidades estimadas, calcular o termo-fonte da Equação 3.49 e resolver o sistema linear para a variável auxiliar p' ;
3. corrigir as velocidades estimadas com a Equação 3.45 e a pressão com a Equação 3.46;
4. verificar se a continuidade é satisfeita em todo o domínio com a Equação 3.48;
5. avançar para o próximo passo de tempo.

Assim, há apenas um sistema linear a ser resolvido, e esta etapa do cálculo demanda o maior esforço computacional. Para o caso de escoamentos complexos e turbulentos, a

experiência dos autores indica que aproximadamente 80 % do tempo de CPU é devido à resolução da equação de Poisson para a variável auxiliar p' . É fundamental, portanto, o emprego de solucionadores que resolvam a equação de Poisson para p' de forma eficaz. Neste trabalho, inovou-se em relação ao trabalho de Souza (2003), que utilizou o método MSI (Modified Strongly Implicit Procedure), através da aplicação da transformada rápida de Fourier (FFT) na direção azimutal de um jato redondo, que é periódica em coordenadas cilíndricas. Este procedimento transforma o sistema de equações algébricas lineares heptadiagonal para p' em sistemas de equações algébricas lineares pentadiagonais, reduzindo significativamente o custo da solução por passo de tempo. A seguir, esta metodologia é detalhada.

3.2.1 Solução da equação de Poisson via FFT

O desenvolvimento mostrado a seguir é derivado de Numerical Recipes in Fortran 77 (Press et al., 1992).

A equação de Poisson tridimensional para uma variável f discretizada por diferenças finitas de segunda ordem pode ser escrita na seguinte forma:

$$a_w \cdot f_{i-1jk} + a_e \cdot f_{i+1jk} + a_s \cdot f_{ij-1k} + a_n \cdot f_{ij+1k} + a_b \cdot f_{ijk-1} + a_t \cdot f_{ijk+1} + a_p \cdot f_{ijk} = b_{ijk}, \quad (3.50)$$

onde a_w , a_e , a_s , a_n , a_b , a_t e a_p representam os coeficientes do sistema linear e b o termo-fonte. Neste exemplo, supõe-se que as condições de contorno para f sejam periódicas na direção y e que seus coeficientes sejam constantes nesta direção:

$$f_{iN_y k} = f_{i1k}, \quad (3.51)$$

$$f_{i0k} = f_{iN_y-1k}, \quad (3.52)$$

$$a_s = a_n = \text{constante}. \quad (3.53)$$

As equações (3.51) e (3.52) representam a condição de periodicidade.

A transformada rápida de Fourier (FFT) da função f na direção y é dada por (Numerical Recipes):

$$\hat{f}_{imk} = \frac{1}{N_y} \sum_{j=0}^{N_y-1} f_{ijk} e^{-2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} \quad (3.54)$$

e sua inversa por:

$$f_{ijk} = \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} \quad (3.55)$$

Substituindo a última equação na equação de Poisson e fazendo a FFT inversa do termo-fonte, tem-se:

$$\begin{aligned} & a_w \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{i-1mk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_e \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{i+1mk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_s \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}m(j-1)/N_y} + \\ & a_n \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}m(j+1)/N_y} + a_b \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk-1} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_t \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk+1} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + \\ & a_p \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} = \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{b}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

que pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & a_w \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{i-1mk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_e \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{i+1mk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_b \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk-1} e^{-2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + \\ & a_t \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk+1} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_p \sum_{j=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + a_s \cdot e^{-2\pi\sqrt{-1}m/N_y} \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} \cdot e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} + \\ & a_n e^{-2\pi\sqrt{-1}m/N_y} \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y} = \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{b}_{imk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Pelas propriedades de séries, tem-se que:

$$\begin{aligned} & a_w \cdot \hat{f}_{i-1mk} + a_e \cdot \hat{f}_{i+1mk} + a_b \cdot \hat{f}_{imk-1} + a_t \cdot \hat{f}_{imk+1} + \\ & \left(a_p + a_s \cdot e^{-2\pi\sqrt{-1}m/N_y} + a_n e^{2\pi\sqrt{-1}m/N_y} \right) \cdot \hat{f}_{imk} = \hat{b}_{imk}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Lembrando que $a_s = a_n$ e utilizando a seguinte identidade:

$$\frac{e^{\sqrt{-1}\alpha} + e^{-\sqrt{-1}\alpha}}{2} = \cos(\alpha), \quad (3.59)$$

chega-se à seguinte equação:

$$a_w \cdot \hat{f}_{i-1mk} + a_e \cdot \hat{f}_{i+1mk} + a_b \cdot \hat{f}_{imk-1} + a_t \cdot \hat{f}_{imk+1} + \left[a_p + 2a_n \cos\left(\frac{2\pi m}{N_y}\right) \right] \cdot \hat{f}_{imk} = \hat{b}_{imk}, \quad (3.60)$$

com m variando de $0, N_y-1$.

Como mostrado, através da aplicação da FFT na direção periódica do sistema de equações lineares original, tem-se agora um sistema linear de dimensões $N_x \times N_z$ para cada modo m de Fourier. É importante ressaltar que como os coeficientes de Fourier \hat{f}_{imk} são variáveis complexas, é necessário resolver a parte real e a parte imaginária de cada sistema.

A estratégia de resolução da equação de Poisson 3D via FFT pode então ser sintetizada:

- calcular a FFT do termo-fonte: $\hat{b}_{imk} = \frac{1}{N_y} \sum_{j=0}^{N_y-1} b_{ijk} e^{2\pi\sqrt{-1}mj/N_y}$,
- resolver os N_y sistemas lineares dados pela Equação (3.60) utilizando *solvers* como SIP para obter \hat{f}_{imk} ,
- fazer a FFT inversa de \hat{f}_{imk} , $f_{ijk} = \sum_{m=0}^{N_y-1} \hat{f}_{imk} e^{-2\pi\sqrt{-1}mj/N_y}$ para obter a solução no espaço físico.

Para o cálculo das FFT direta e inversa, podem ser utilizadas as rotinas disponíveis no Numerical Recipes (Press et al., 1992). Entretanto, estas operam apenas com N_y igual a uma potência de 2 (2^n). Há várias rotinas gratuitas disponíveis na Internet, dentre as quais o pacote FFTPACK (<http://www.netlib.org/fftpack/>, 2004), que calculam as FFT sem esta restrição para N_y de forma bastante eficiente. As subrotinas de FFTPACK foram utilizadas neste trabalho.

3.2.2 Discretização espacial

Concentra-se agora a atenção sobre a discretização espacial das equações filtradas de Navier-Stokes. De acordo com o que foi exposto no item 3.2.1, os termos advectivos e difusivos foram discretizados via diferenças finitas centradas de 2ª ordem sobre os volumes de controle mostrados na Fig. 3.2. Os termos advectivos foram discretizados na forma divergente. Optou-se pelo arranjo deslocado para as variáveis pelo fato de este esquema ser conservativo quando os termos advectivos são tratados na forma divergente, conforme discutido no item 3.2.

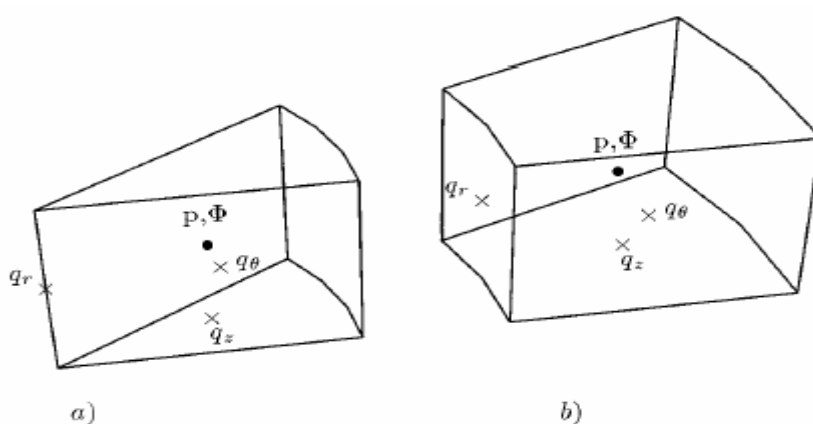


Figura 3.2 – Volumes de controle em coordenadas cilíndricas: a) no eixo b) no resto do domínio (Verzicco e Orlandi, 1996) – q_r , q_z e q_θ representam as componentes radial, axial e tangencial da velocidade, respectivamente.

Por questões de clareza e simplicidade, apenas a discretização espacial da equação de transporte unidimensional estacionária será mostrada. O procedimento para as equações bi e tridimensionais é uma extensão natural daquele aqui mostrado. Para o caso particular de coordenadas cilíndricas, os termos na direção radial são ponderados pelo raio e há termos-fonte adicionais nas equações para velocidades radial e tangencial (força centrífuga e força de Coriolis).

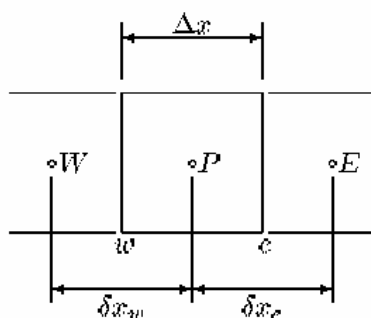


Figura 3.3 – Volume de controle unidimensional.

$$\frac{\partial(\rho u \varphi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + S, \quad (3.61)$$

onde S representa todos os termos-fonte e φ a propriedade transportada. A discretização desta equação por diferenças finitas no volume de controle mostrado na Fig. 3.3 fica:

$$\frac{(\rho u)_e \frac{\varphi_E + \varphi_P}{2} - (\rho u)_w \frac{\varphi_P + \varphi_W}{2}}{\Delta x} = \frac{v_e \frac{\varphi_E - \varphi_P}{\delta x_e} - v_w \frac{\varphi_P - \varphi_W}{\delta x_w}}{\Delta x} + S_P. \quad (3.62)$$

Na discretização do termo advectivo pode-se verificar que a propriedade φ foi avaliada nas interfaces leste e oeste por meio da média aritmética dos pontos nodais vizinhos. Este é o esquema centrado de 2ª ordem. Os fluxos ρu em cada interface podem ser calculados de forma análoga:

$$(\rho u)_e = \frac{(\rho u)_E + (\rho u)_P}{2} \quad \text{e} \quad (\rho u)_w = \frac{(\rho u)_P + (\rho u)_W}{2} \quad (3.63)$$

Uma questão relevante quando coordenadas cilíndricas são empregadas é o tratamento da singularidade em $r=0$. O uso de malhas deslocadas oferece uma solução simples e eficaz para este inconveniente. Como mostra a Fig. 3.2, apenas a componente radial da velocidade é avaliada em $r=0$, e como os fluxos são ponderados pelo raio, as contribuições desta face degenerada são nulas, por definição. Para as demais variáveis, o processo é similar: as contribuições para os transportes advectivo e difusivo da face $r=0$ são nulas nesta célula, pois são multiplicadas pela coordenada radial. Na verdade, não se conhecem os valores das variáveis ao longo do eixo $r=0$, mas evita-se a necessidade de avaliá-las para o cálculo das demais variáveis.

3.2.3 Geração da malha

O emprego de um sistema ortogonal para a resolução das equações de conservação oferece vantagens interessantes, tais como não exigir a adaptação do código computacional a um sistema de coordenadas generalizadas e nem o cálculo de termos adicionais nas equações

governantes. Optou-se neste trabalho pelo sistema de coordenadas cilíndricas, no qual é possível representar genericamente a geometria de um jato circular.

3.2.4 Equações governantes em coordenadas cilíndricas

As equações da continuidade e de Navier-Stokes para escoamento incompressível em coordenadas cilíndricas podem ser escritas como segue (Bird et al., 1962):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vu)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial(rvS_{rr})}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial(vS_{r\theta})}{\partial \theta} + \\ & 2 \frac{\partial(vS_{rz})}{\partial z} - \frac{2vS_{\theta\theta}}{r} + \frac{v^2}{r}, \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vv)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial(r^2vS_{r\theta})}{\partial r} + \\ & \frac{2}{r} \frac{\partial(vS_{\theta\theta})}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial(vS_{\theta z})}{\partial z} - \frac{uv}{r}, \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vw)}{\partial \theta} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{r} \frac{\partial(rvS_{rz})}{\partial r} + \\ & \frac{2}{r} \frac{\partial(vS_{\theta z})}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial(vS_{zz})}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3.67)$$

onde S_{ij} representa as taxas de deformação, dadas em coordenadas cilíndricas por Bird et al (1962):

$$S_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (3.68)$$

$$S_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}, \quad (3.69)$$

$$S_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (3.70)$$

$$S_{r\theta} = S_{\theta r} = \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right], \quad (3.71)$$

$$S_{z\theta} = S_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right], \quad (3.72)$$

$$S_{zr} = S_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right]. \quad (3.73)$$

3.2.5 Implementação do modelo de turbulência submalha

O modelo de turbulência submalha utilizado neste trabalho foi o de Smagorinsky (1963), dado pela Equação (3.74). Este modelo é baseado na hipótese de equilíbrio, em que a produção de energia submalha está em equilíbrio instantâneo com a dissipação viscosa desta energia. As taxas de deformação foram calculadas através de diferenças finitas de 2ª ordem no volume de controle representado na Figura 3.2. As velocidades utilizadas no cálculo destas taxas de deformação são as do campo filtrado.

$$\nu_t = C_s^2 \Delta^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad (3.74)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.75)$$

3.3 Método Pseudo-Espectral

3.3.1 Introdução

Em métodos espectrais, as derivadas espaciais são avaliadas com a adição de séries de Fourier ou alguma de suas generalizações. Um método espectral simples trata de funções periódicas especificadas pelos seus valores a um conjunto de pontos uniformemente espaçados:

$$f(x_j) = \sum_{q=-N/2}^{N/2-1} \hat{f}(k_q) e^{\sqrt{-1}k_q x_j}, \quad (3.76)$$

onde $x_j = j\Delta x$, $j = 1, 2, \dots, N$, sendo N o número de pontos de colocação e $k_q = 2\pi q / \Delta x N$ os números de ondas para $q = -N/2, -N/2+1, \dots$ até $N/2-2, N/2-1$.

A inversa da equação acima é dada por:

$$\hat{f}(k_q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_j) e^{-\sqrt{-1}k_q x_j}. \quad (3.77)$$

Assim, a derivada da função f na direção x é dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_j) = \sum_{q=-N/2}^{N/2-1} \sqrt{-1}k_q \hat{f}(k_q) e^{\sqrt{-1}k_q x_j}, \quad (3.78)$$

a qual mostra que o coeficiente de Fourier de $\partial f / \partial x$ é $\sqrt{-1}k_q \hat{f}(k_q)$. Esta propriedade oferece um método eficiente e preciso de avaliação da derivada:

- Dada $f(x_j)$, use a Equação (3.77) para calcular seus coeficientes de Fourier $\hat{f}(k_q)$;
- Calcule os coeficientes de Fourier de $g = \partial f / \partial x$: $\hat{g}(k_q) = ik_q \hat{f}(k_q)$;
- Avalie as séries (3.78) para obter $g = \partial f / \partial x$ em todos os modos de Fourier.

Aspectos importantes:

- O método é facilmente generalizado para altas derivadas, por exemplo:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_j) = \sum_{q=-N/2}^{N/2-1} -k_q^2 \hat{f}(k_q) e^{\sqrt{-1}k_q x_j}; \quad (3.79)$$

- O erro no cálculo da derivada diminui exponencialmente com N , quando o número de pontos de colocação N é suficientemente grande e se $f(x)$ é periódico em x . Isto faz o método espectral muito mais preciso que o método de diferenças finitas para grandes

valores de N . Para pequenos valores de N , este pode não ser o caso. A definição de “grande” depende da função.

- O custo computacional dos coeficientes de Fourier usando a Equação (3.76) e/ou a inversa usando a Equação (3.77), se feita da maneira mais óbvia, é da ordem de N^2 . Isto seria extremamente caro; o método prático consiste em um método mais rápido de cálculo da transformada rápida de Fourier (FFT) para a qual o custo é proporcional a $N \log_2 N$.
- O método pode ser facilmente estendido a funções bi e tridimensionais. No caso tridimensional a função $f(\vec{x})$ e sua inversa $\hat{f}(\vec{k})$ podem ser escritas de acordo com as Eq. (3.80) e (3.81), respectivamente:

$$f(\vec{x}) = f(x_i, y_j, z_k) = \sum_{q_x=-N_x/2}^{N_x/2-1} \sum_{q_y=-N_y/2}^{N_y/2-1} \sum_{q_z=-N_z/2}^{N_z/2-1} \hat{f}(k_x, k_y, k_z) e^{\sqrt{-1}k_x x_i} e^{\sqrt{-1}k_y y_j} e^{\sqrt{-1}k_z z_k}, \quad (3.80)$$

$$\hat{f}(\vec{k}) = \hat{f}(k_x, k_y, k_z) = \frac{1}{N_x N_y N_z} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_z} f(x_i, y_j, z_k) e^{-\sqrt{-1}k_x x_i} e^{-\sqrt{-1}k_y y_j} e^{-\sqrt{-1}k_z z_k}, \quad (3.81)$$

sendo $x_i = i\Delta x$, $i = 1, 2, \dots, N_x$ e $k_x = 2\pi q_x / \Delta x N_x$,
 $y_j = j\Delta y$, $j = 1, 2, \dots, N_y$ e $k_y = 2\pi q_y / \Delta y N_y$,
 $z_k = k\Delta z$, $k = 1, 2, \dots, N_z$ e $k_z = 2\pi q_z / \Delta z N_z$.

É importante ressaltar que para obter as vantagens deste método espectral, em particular, a função deve ser periódica em todas as direções e os modos de Fourier uniformemente espaçados. Mudanças na geometria ou condições de contorno requerem considerável mudança do método, tornando-o relativamente inflexível.

3.3.2 Transformada de Fourier

Sendo $f(\vec{x}, t)$ uma função periódica qualquer, define-se a sua transformada de Fourier como segue:

$$\hat{f}(\vec{k}, t) \equiv \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_V e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} f(\vec{x}, t) d\vec{x}, \quad (3.82)$$

onde $\vec{k} = 2\pi\vec{\ell} / \ell$, é o número de onda, ou freqüência espacial e $\vec{\ell}$ é o vetor comprimento de onda ou período espacial, conforme ilustrado na Figura 3.4. O vetor número de onda tem três componentes correspondentes às três direções coordenadas: $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$.

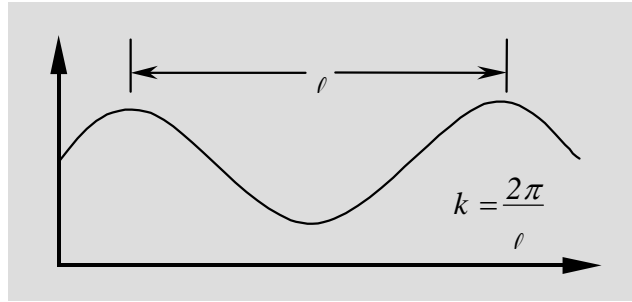


Figura 3.4 - Sinal periódico, comprimento de onda ℓ e número de onda k_i .

A transformada inversa é definida como:

$$f(\vec{x}, t) \equiv \int_{\hat{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{f}(\vec{k}, t) d\vec{k}. \quad (3.83)$$

a) Operadores de interesse para transformação das equações de Navier-Stokes

Para obter as equações de Navier-Stokes no espaço de Fourier, necessita-se conhecer os operadores fundamentais transformados.

- Transformada da derivada de uma função

Seja

$$g(\vec{x}, t) = \frac{\partial f(\vec{x}, t)}{\partial x_\ell} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left(\int_{\hat{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{f}(\vec{k}, t) d\vec{k} \right) = \int_{\hat{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} i k_\ell \hat{f}(\vec{k}, t) d\vec{k} = i k_\ell f(\vec{x}, t). \quad (3.84)$$

Logo,

$$\hat{g}(\vec{k}, t) = TF \left[\frac{\partial f}{\partial x_\ell} \right] = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \int_{\hat{V}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \frac{\partial f}{\partial x_\ell} d\vec{x} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 i k_\ell \int_{\hat{V}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} f(\vec{x}, t) d\vec{x} = i k_\ell \hat{f}(\vec{k}, t) \quad (3.85)$$

- Transformada do gradiente de f

$$TF[\vec{\nabla}f] = TF\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)\right] = i(k_x, k_y, k_z)\hat{f}(\vec{k}, t) = i\vec{k}\hat{f}(\vec{k}, t). \quad (3.86)$$

- Transformada do divergente de um vetor

$$TF[\vec{\nabla}\cdot\vec{V}] = i\vec{k}\cdot\hat{\vec{V}}. \quad (3.87)$$

- Transformada do laplaciano de um vetor

$$TF[\nabla^2\vec{V}] = -k^2\hat{\vec{V}}. \quad (3.88)$$

- A transformada do produto de duas funções

$$TF[f(\vec{x}, t)g(\vec{x}, t)] = [\hat{f} * \hat{g}](\vec{k}, t) = \int_{\vec{p}} \hat{f}(\vec{p}, t)\hat{g}(\vec{k} - \vec{p}, t)d\vec{p}, \quad (3.89)$$

onde $[\hat{f} * \hat{g}]$ denota o produto de convolução das duas funções transformadas. Os parâmetros de transformação de f e g são \vec{p} e \vec{q} , onde $\vec{k} = \vec{p} + \vec{q}$. Esta integral de convolução representa as interações triádicas entre os três números de onda relativos às transformadas das duas funções separadamente e à transformada do produto das duas funções.

3.3.3 Equações de Navier-Stokes no espaço espectral

Considerem-se as equações que modelam os escoamentos incompressíveis no espaço físico, com propriedades físicas unitárias:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad (3.90)$$

- a) Transformada da equação da continuidade

$$TF \left[\frac{\partial u_\ell}{\partial x_\ell} \right] = ik_\ell \hat{u}_\ell \Rightarrow TF \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right] = i\vec{k} \cdot \hat{\vec{u}} = 0. \quad (3.91)$$

Define-se, no espaço de Fourier, um plano π , perpendicular ao vetor número de onda \vec{k} , como esquematizado na Fig. 3.5:

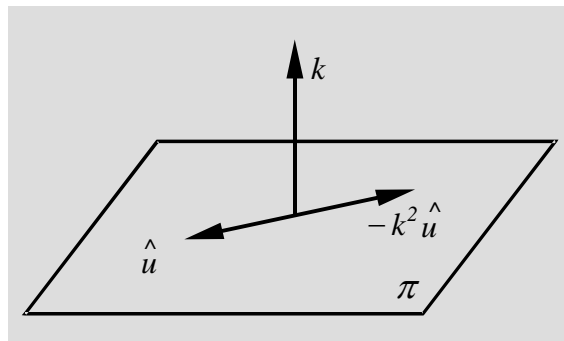


Figura 3.5 - Plano de ortogonalidade no espaço de Fourier.

Logo, pela Eq. (3.91) o vetor número de onda é ortogonal ao vetor velocidade transformado. A Figura 3.5 ilustra este fato.

b) Transformada de Fourier das Equações de Navier-Stokes

Tomam-se as equações de Navier-Stokes e busca-se transformar cada termo individualmente.

- Termo da taxa de variação da quantidade de movimento

$$TF \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right] = \frac{\partial \hat{\vec{u}}}{\partial t}. \quad (3.92)$$

Observa-se que, sendo

$$\vec{k} \cdot \hat{\vec{u}} = 0, \quad (3.93)$$

então,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{k} \cdot \hat{\vec{u}} \right) = \vec{k} \cdot \frac{\partial \hat{\vec{u}}}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \hat{\vec{u}}}{\partial t} \in \text{ao plano } \pi. \quad (3.94)$$

- Termo da difusão da quantidade de movimento

$$TF \left[\nabla^2 \vec{u} \right] = -k^2 \hat{\vec{u}}. \quad (3.95)$$

Este termo transformado também pertence ao plano π .

- Gradiente da pressão

$$TF \left[\vec{\nabla} p \right] = i k \hat{p}. \quad (3.96)$$

Nota-se, então, que a transformada da pressão é colinear com o vetor número de onda, sendo portanto, perpendicular ao plano π .

- Termo não linear

Com os resultados acima, tem-se que:

$$\underbrace{TF \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \nabla^2 \vec{u} \right]}_{\in \pi} \stackrel{+}{\Rightarrow} \underbrace{TF \left[\vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \vec{u}) + \nabla p \right]}_{\in \pi} = 0. \quad (3.97)$$

O primeiro colchete desta soma pertence ao plano π , pelos resultados já apresentados. O segundo colchete deve também pertencer, uma vez que a soma dos dois é nula. Para se transformar o termo não linear em conjunto com o gradiente da pressão será definido um operado de projeção P_{ij} como segue:

$$P_{ij}(\vec{k}) = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}, \quad (3.98)$$

onde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}, \quad (3.99)$$

é o delta de Kronecker.

Para verificar a função deste operador P_{ij} , toma-se um vetor \vec{a} qualquer, e faz-se a projeção de \vec{a} através de P_{ij} , obtendo-se o seguinte:

$$P_{ij} \cdot \vec{a} = P_{ij} a_j = a_j \delta_{ij} - a_j \frac{k_i k_j}{k^2} = a_i - a_j k_j \frac{k_i}{k^2} = a_\pi. \quad (3.100)$$

Fazendo o produto escalar da projeção a_π pelo vetor número de onda \vec{k} , tem-se que:

$$a_\pi k_i = a_i k_i - a_j k_j \frac{k_i k_j}{k^2} = 0. \quad (3.101)$$

Assim, verifica-se que o operador P_{ij} projeta um vetor \vec{a} qualquer no plano π .

Retornando à transformada do termo não linear, tem-se que

$$TF \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (u_\ell u_j) \right] = ik_j \int_{\vec{p}+\vec{q}=\vec{k}} \hat{u}_\ell \hat{u}_j d\vec{p}. \quad (3.102)$$

Como já tinha sido visto,

$$\hat{\vec{R}} = \left[ik_\ell \hat{p} + ik_j \int_{\vec{p}+\vec{q}=\vec{k}} \hat{u}_\ell \hat{u}_j d\vec{p} \right] \in \pi. \quad (3.103)$$

Esquematizando esta soma sobre o plano π , tem-se a Fig. 3.6, da qual conclui-se que a soma dos vetores transformadas do gradiente da pressão e do termo não linear, ou seja o vetor $\hat{\vec{R}}$, é igual à projeção da transformada do termo não linear sobre o plano π . Assim, a transformada de Navier-Stokes é:

$$\frac{\partial \hat{u}_\ell}{\partial t} + \nu k^2 \hat{u}_\ell = -ik_m P_{jm}(\vec{k}) \int_{\vec{p}+\vec{q}=\vec{k}} \hat{u}_\ell(\vec{p}) \hat{u}_j(\vec{q}) d\vec{p}. \quad (3.104)$$

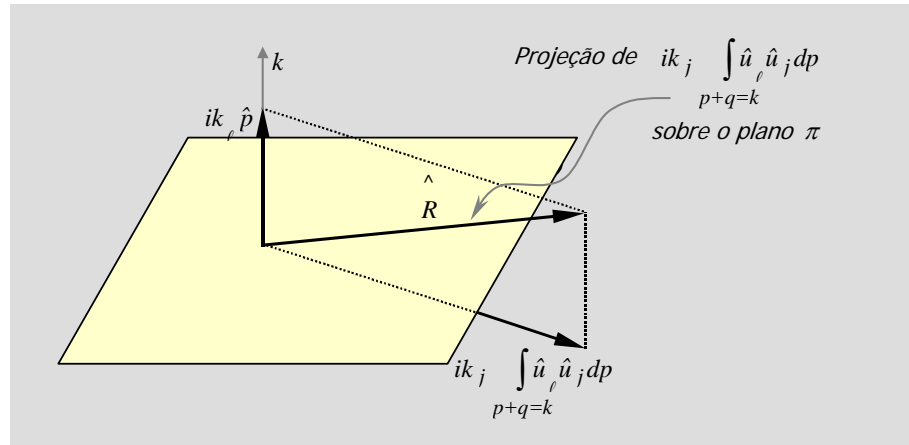


Figura 3.6 - Esquema de projeções das transformadas no espaço de Fourier.

Desta forma, observa-se que Navier-Stokes no espaço de Fourier não depende do conceito de pressão, como acontece no espaço físico.

A resolução da integral de convolução não-linear, a qual faz parte da Eq. (3.104) é inviável devido seu elevado custo computacional. Por isso os métodos denominados pseudo-espectrais têm sido muito utilizados. Estes métodos consistem em resolver o produto das velocidades no espaço físico, transformando-os em seguida para o espaço de Fourier, onde se efetua o cálculo das derivadas. Assim, o campo de velocidade transformado é calculado, com o qual efetua-se a transformada inversa e determina-se o campo de velocidade no espaço físico.

Conforme demonstrado acima, no método pseudo-espectral utilizado neste trabalho, a função da pressão, que era simplesmente assegurar que $\hat{u} \perp \vec{k}$, é substituída pela operação de projeção. Não é necessário, portanto, calculá-la, mas se seu valor é de interesse, basta somar a componente do termo não-linear perpendicular ao plano π , que é igual ao termo não-linear original (\hat{H}_ℓ) a menos de sua projeção no plano π ($\hat{H}_{\ell\pi}$):

$$\hat{H}_\ell - \hat{H}_{\ell\pi} = \hat{H}_\ell - \left(\hat{H}_\ell - \hat{H}_j k_j \frac{k_\ell}{k^2} \right) = \hat{H}_j k_j \frac{k_\ell}{k^2}, \quad (3.105)$$

à transformada da pressão, dada pela Eq.(3.96) e igualar esta soma a zero, já que ambos os termos são colineares com o vetor número de onda. Assim, a pressão pode ser obtida de:

$$ik_\ell \hat{p} + \hat{H}_j k_j \frac{k_\ell}{k^2} = 0, \quad (3.106)$$

que em coordenadas cartesianas, pode ser reescrita como:

$$\hat{p} = \frac{\hat{H}_u k_x + \hat{H}_v k_y + \hat{H}_w k_z}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)} i \quad (3.107)$$

Assim, a equação de Navier-Stokes no espaço espectral pode ser escrita da seguinte forma para as componentes de velocidade:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} = -\hat{H}_{u_\pi} + \nu(-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2) \hat{u}, \quad (3.108)$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} = -\hat{H}_{v_\pi} + \nu(-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2) \hat{v}, \quad (3.109)$$

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial t} = -\hat{H}_{w_\pi} + \nu(-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2) \hat{w}, \quad (3.110)$$

onde \hat{u} , \hat{v} e \hat{w} são os coeficientes de Fourier para u , v e w , respectivamente e \hat{H}_{u_π} , \hat{H}_{v_π} e \hat{H}_{w_π} representam os termos advectivos de cada equação projetados no plano π .

Os termos não-lineares \hat{H}_u , \hat{H}_v e \hat{H}_w merecem atenção especial, pois podem receber diferentes formas de tratamento nos métodos pseudo-espectrais, conforme será discutido no item a seguir.

3.3.4 Tratamento do termo não-linear

As diferentes formas de se tratar o termo não linear nas equações de Navier-Stokes são matematicamente idênticas, mas apresentam diferentes propriedades quando discretizadas. Estas são:

$$\text{Forma advectiva: } \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \quad (3.111)$$

$$\text{Forma divergente: } \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) \quad (3.112)$$

$$\text{Forma "skew"-simétrica: } \frac{1}{2}(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} + \frac{1}{2}\nabla(\vec{u} \cdot \vec{u}) \quad (3.113)$$

$$\text{Forma rotacional: } \frac{1}{2}\vec{\nabla}(\vec{u} \cdot \vec{u}) + \vec{\omega} \times \vec{u} \quad (3.114)$$

onde $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}$.

Estas expressões são algebricamente iguais, assumindo $\nabla \cdot u = 0$. Quando discretizada, a forma rotacional é a menos cara para se calcular, mas introduz erros nas altas freqüências espaciais, a menos que o processo de "dealias" (Canuto et al., 1988) seja usado. No entanto, este processo aumenta o custo do cálculo dos coeficientes de Fourier consideravelmente. A forma skew-simétrica é a mais estável e apresenta os melhores resultados, mas é cerca duas vezes mais cara computacionalmente que a rotacional. No entanto, este inconveniente pode ser resolvido. Observando as expressões acima, conclui-se que a forma "skew"-simétrica é a média entre as formas advectiva e divergente. Portanto, a forma "skew"-simétrica pode ser simulada pela alternância entre as formas advectiva e divergente em sucessivos passos de tempo. Na prática a alternância entre as formas divergente e "skew"-simétrica é tão bem comportada quanto a forma "skew"-simétrica e quase tão rápida quanto a rotacional. Zang (Canuto et al, 1988) recomenda usar as formas "skew"-simétrica ou alternada sem "dealiasing" ou a forma rotacional com o processo de "dealiasing".

Para a escolha da melhor forma a ser utilizada neste trabalho, investigaram-se trabalhos da literatura. Krist e Zang (1987) estudaram os efeitos de "aliasing" sobre simulações da transição do escoamento em um canal. Os resultados obtidos pelos autores demonstraram que cálculos "dealiased" são mais estáveis que para cálculos "aliased" em uma resolução espacial correspondente. No entanto, ambos sofrem de problemas de estabilidade se a resolução não é suficiente para garantir precisão. Portanto, é fundamental que uma resolução espacial adequada ao problema, mesmo que a operação de "dealiasing" seja feita. Os espectros de energia mostrados na Fig. 3.7, extraídos de Canuto et al. (1988), indicam que a diferença entre os resultados com a operação de 'dealiasing' diferem daqueles com erros de 'alias' apenas nas altas freqüências e tendem a desaparecer com aumento dos modos de Fourier.

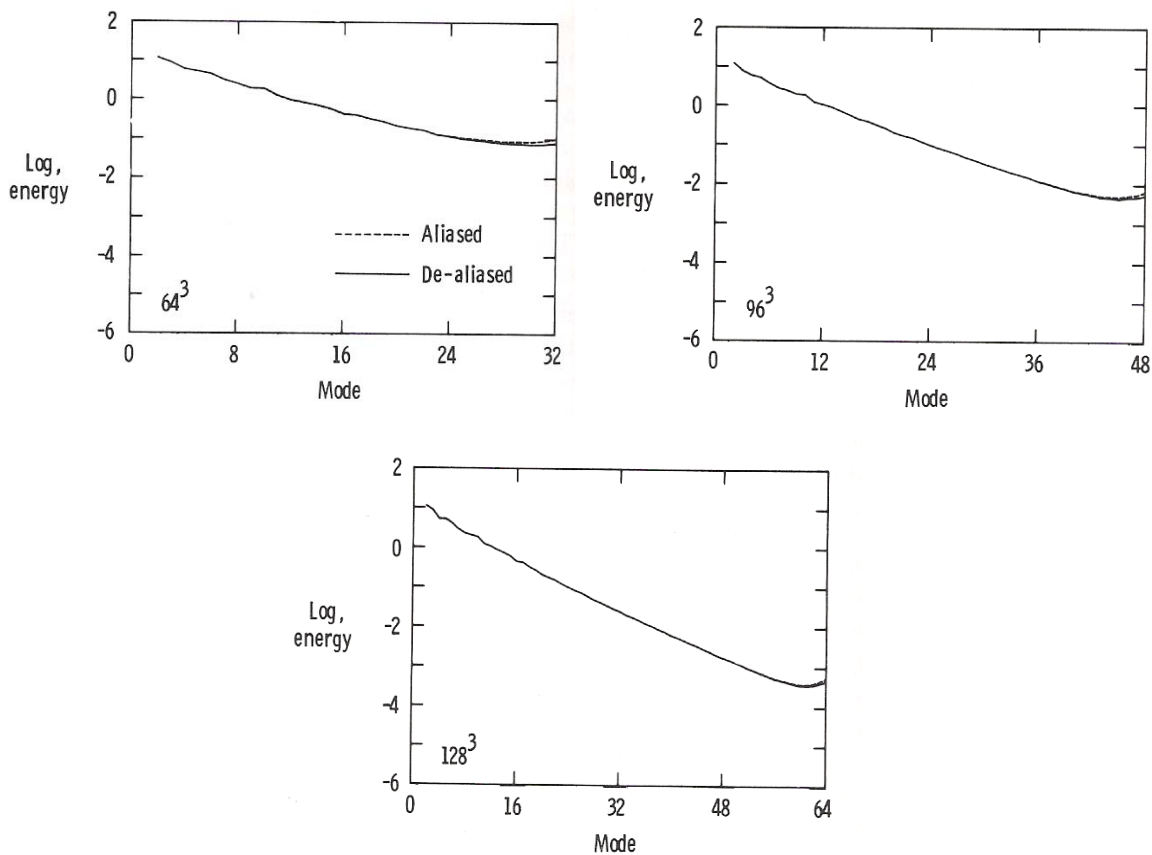


Figura 3.7. Espectro de Energia para simulações “aliased” e “dealisead” de turbulência isotrópica incompressível com 64^3 , 96^3 e 128^3 modos de Fourier. O logaritmo da energia é plotado como função do número de onda k . (Canuto et al., 1988).

Diante dos resultados apresentados por Krist e Zang (1987), o processo de “dealising” parece ser mais importante para promover mais estabilidade do que precisão, além de apresentar-se cerca de 50% mais caro em relação aos cálculos “aliased”. Portanto, optou-se por utilizar no presente código a forma alternada entre convergente e divergente sem “dealising”.

3.3.5 Algoritmos de evolução temporal

Para o avanço temporal das equações no código SPECTRAL foram utilizados os esquemas de Adams-Bashforth e Runge Kutta, ambos de 3ª ordem. O esquema de Runge

Kutta envolve três sub-passos para cada passo de tempo Δt , com diferentes coeficientes γ_i e ζ_i :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t [\gamma_i f(t_n, \phi^n) + \zeta_i f(t_{n-1}, \phi_{n-1})] \quad (3.115)$$

onde os coeficientes γ_i e ζ_i são definidos conforme apresentado na Tabela 3.1 para cada sub-passo de tempo i .

Tabela 3.1 - Coeficientes do método de Runge-Kutta de 3ª ordem

i	γ_i	ζ_i
0	8,0/15,0	0,0
1	5,0/12,0	-17,0/60,0
2	3,0/4,0	-5,0/12,0

O método de Runge Kutta de 3ª ordem é um esquema de avanço temporal particularmente conveniente porque $\zeta_0 = 0$ elimina o passo de tempo anterior. Consequentemente o passo de tempo pode ser iniciado a partir de um campo de velocidade instantâneo simples.

Após os dois passos de tempo iniciais utilizando o esquema de Runge Kutta de 3ª ordem (RK3), o avanço temporal segue o esquema de Adams Bashforth de 3ª ordem (AB3):

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{\Delta t}{12} [23f(t_n, \phi^n) - 16f(t_{n-1}, \phi^{n-1}) + 5f(t_{n-2}, \phi^{n-2})] \quad (3.116)$$

A cada passo ou subpasso de tempo a equação de Navier Stokes transformada é resolvida.

O método de Adams-Bashforth é bem mais barato computacionalmente que o método de Runge-Kutta, mas requer o conhecimento dos três passos de tempo precedentes. Portanto, o cálculo para os dois primeiros passos de tempo é sempre feito via o método de Runge-Kutta, e conhecidos os campos para estes dois passos de tempo, o cálculo procede com o método de Adams-Bashforth. Assim dispondo apenas do último passo de tempo, pode-se reiniciar o cálculo a qualquer momento.

3.3.6 Algoritmo do código SPECTRAL

O algoritmo do código *SPECTRAL* para condições de contorno periódicas é relativamente simples, sendo seus passos básicos apresentados a seguir:

- 1- Fornece-se o campo inicial de velocidades no domínio físico;
- 2- Calcula-se a FFT direta das condições iniciais através do pacote FFTPACK (<http://www.netlib.org/fftpack/>, 2004) para converter estas condições para o espaço espectral;
- 3- Para que este campo inicial no domínio espectral tenha divergência nula, ele é projetado no plano ortogonal ao vetor número de onda. Para isto, utiliza-se a Equação (3.100);
- 4- Calcula-se o lado direito das equações de Navier-Stokes no domínio espectral para o campo inicial, expresso pelas Equações (3.108) a (3.110);
- 5- Avançam-se os coeficientes de Fourier no tempo através do RK3 nos dois primeiros passos de tempo, Equação (3.115);
- 6- O avanço no tempo prossegue via o método de AB3, Eq. (3.116). A cada passo de tempo, os coeficientes de Fourier são atualizados e o campo de velocidades no domínio físico é obtido via aplicação das FFT inversas a \hat{u} , \hat{v} e \hat{w} . O campo físico é necessário para o cômputo dos termos advectivos;
- 7- Calcula-se o lado direito das equações de Navier-Stokes no domínio espectral, Eqs. (3.108) a (3.110), e retorna-se ao passo 6;
- 8- O avanço temporal procede, intercalando entre os passos 6 e 7.

Para os passos 4 e 7, é necessário avaliar os termos não-lineares \hat{H}_i . Conforme explicado anteriormente, este termo é calculado alternando-se entre as formas advectiva e divergente. Abaixo, o algoritmo para cada uma destas formas é detalhado.

Para a forma advectiva, o cálculo de \hat{H}_u , por exemplo, é feito da seguinte forma:

- Conhecidos \hat{u} , \hat{v} e \hat{w} no instante de tempo anterior, calculam-se as derivadas de \hat{u} no espaço espectral:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = ik_x \hat{u}, \quad (3.117)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} = ik_y \hat{u}, \quad (3.118)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial z} = ik_z \hat{u}; \quad (3.119)$$

- Calculam-se as derivadas de u no espaço físico via aplicação da FFT inversa às Eqs. (3.117), (3.118) e (3.119);

- Calculam-se os produtos $u \frac{\partial u}{\partial x}$, $v \frac{\partial u}{\partial y}$ e $w \frac{\partial u}{\partial z}$ no espaço físico. Os campos de velocidade u ,

v e w no espaço físico foram obtidos no passo 6 via FFT inversa de \hat{u} , \hat{v} e \hat{w} ;

- Somam-se os três produtos $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$ e converte-se o resultado para o domínio

espectral via FFT direta;

- Aplica-se então a projeção definida na Eq.(3.100) para calcular a componente deste termo no plano π , obtendo-se então $\hat{H}_{u\pi}$:

$$\hat{H}_{u\pi} = \hat{H}_u - \frac{(\hat{H}_u k_x + \hat{H}_v k_y + \hat{H}_w k_z)}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)} k_x. \quad (3.120)$$

Analogamente, tem-se que:

$$\hat{H}_{v\pi} = \hat{H}_v - \frac{(\hat{H}_u k_x + \hat{H}_v k_y + \hat{H}_w k_z)}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)} k_y, \quad (3.121)$$

$$\hat{H}_{w\pi} = \hat{H}_w - \frac{(\hat{H}_u k_x + \hat{H}_v k_y + \hat{H}_w k_z)}{(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)} k_z. \quad (3.122)$$

Para a forma convectiva, o procedimento para cálculo de \hat{H}_u é o seguinte:

- Conhecidas as velocidades u , v e w no plano físico, calculam-se os produtos $u.u$, $u.v$ e $u.w$ no plano físico;

- Via FFT direta, obtêm-se os produtos acima no domínio espectral;

- As derivadas dos produtos podem então ser calculadas no domínio espectral:

$$\frac{\partial(\widehat{uu})}{\partial x} = ik_x \widehat{uu}, \quad (3.120)$$

$$\frac{\partial(\widehat{uv})}{\partial y} = ik_y \widehat{uv}, \quad (3.121)$$

$$\frac{\partial(\widehat{uw})}{\partial z} = ik_z \widehat{uw}; \quad (3.122)$$

- Os produtos acima são somados para gerar \widehat{H}_u ;
- Novamente, é necessário aplicar o operador projeção a \widehat{H}_u , Eq.(3.100), para obter o termo $\widehat{H}_{u\pi}$. O procedimento é similar para os outros termos advectivos.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS PRELIMINARES

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas utilizando os códigos *LAYER2* e *CIL3D*. Embora estes resultados não tenham sido bem sucedidos, possibilitaram análises importantes, as quais forneceram oportunidades de aprendizado e suas conclusões orientaram o estudo para a conquista dos objetivos almejados.

4.1 Simulações utilizando o código *LAYER2*

Utilizando o código computacional *LAYER2*, foram realizadas quatro diferentes simulações de jatos circulares tridimensionais de diâmetro D . O esquema do domínio de cálculo é apresentado pela Fig. 4.1. O número de Mach adotado foi de 0,3, de forma a aproximar o comportamento do jato compressível ao do jato incompressível. Foram utilizados também dois diferentes passos de tempo: 0,0004 e 0,0007s. A constante de Smagorinsky utilizada na modelagem de turbulência foi de 0,1. As condições de contorno impostas em todas as simulações, bem como os detalhes de cada simulação são apresentadas nos itens a seguir.

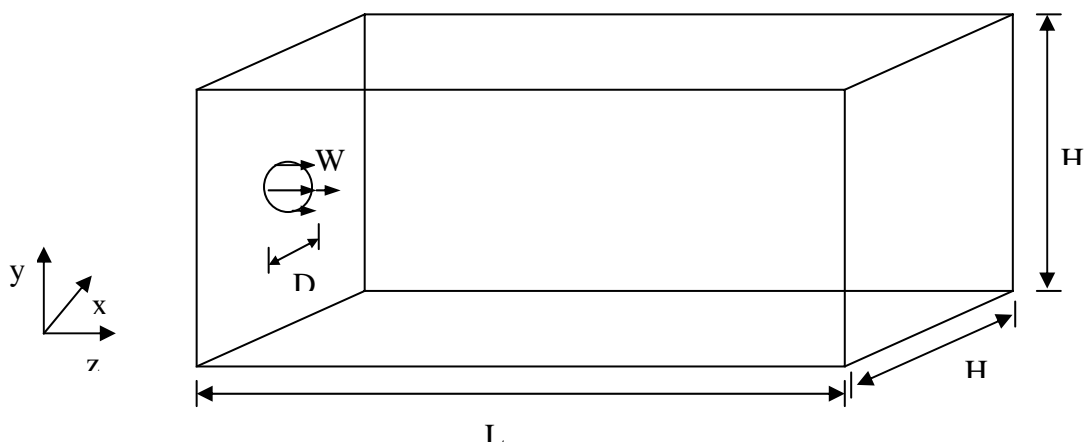


Figura 4.1 - Esquema do domínio de cálculo.

4.1.1 Condições de contorno

Nas quatro simulações realizadas, as condições de contorno foram idênticas e definidas conforme apresentado a seguir:

a) Condições de contorno para a entrada do jato (direção axial, z):

Foi definido um perfil plano de velocidade para entrada, desconsiderando, portanto, qualquer influência do bocal de origem do escoamento.

$$u(x, y, z = 0) = 0 \quad (4.1)$$

$$v(x, y, z = 0) = 0 \quad (4.2)$$

$$w(x, y, z = 0) = W \quad \text{para } \sqrt{x^2 + y^2} \leq D/2 \quad (\text{interior do jato}) \quad (4.3)$$

$$w(x, y, z = 0) = 0 \quad \text{para } \sqrt{x^2 + y^2} > D/2 \quad (\text{exterior do jato}) \quad (4.4)$$

$$p(x, y, z = 0) = P_{atm} \quad (4.5)$$

Uma perturbação aleatória do tipo “ruído branco” é imposta na entrada para as velocidades transversais u e v . Assim:

$$u(x, y, z = 0) = U \quad \text{para } \sqrt{x^2 + y^2} \leq D/2 \quad (4.6)$$

$$v(x, y, z = 0) = V \quad \text{para } \sqrt{x^2 + y^2} \leq D/2 \quad (4.7)$$

sendo, U e V as velocidade perturbadas, respectivamente, por $U = a \cdot U_a$ e $V = a \cdot V_a$, onde a é um número entre 0 e 1 aleatoriamente gerado e U_a e V_a são as amplitudes das perturbações definidas inicialmente como sendo $U_a = V_a = 0,10 \text{ W}$.

b) Condições de contorno para a saída do jato (direção axial z):

$$\frac{\partial u(x, y, z = L)}{\partial z} = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial v(x, y, z = L)}{\partial z} = 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial w(x, y, z = L)}{\partial z} = 0 \quad (4.10)$$

$$p(x, y, z = L) = Patm \quad (4.11)$$

c) Condições de contorno aplicadas na direção transversal x:

$$\frac{\partial u(x = -H/2, y, z)}{\partial x} = \frac{\partial u(x = H/2, y, z)}{\partial x} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial v(x = -H/2, y, z)}{\partial x} = \frac{\partial v(x = H/2, y, z)}{\partial x} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial w(x = -H/2, y, z)}{\partial x} = \frac{\partial w(x = H/2, y, z)}{\partial x} = 0 \quad (4.14)$$

$$p(x, y = -H/2, z) = p(x, y = H/2, z) = Patm \quad (4.15)$$

c) Condições de contorno aplicadas na direção transversal y:

$$\frac{\partial u(x, y = -H/2, z)}{\partial y} = \frac{\partial u(x, y = H/2, z)}{\partial y} = 0,0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial v(x, y = -H/2, z)}{\partial y} = \frac{\partial v(x, y = H/2, z)}{\partial y} = 0,0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial w(x, y = -H/2, z)}{\partial y} = \frac{\partial w(x, y = H/2, z)}{\partial y} = 0,0 \quad (4.18)$$

$$p(x, y = -H/2, z) = p(x, y = H/2, z) = Patm \quad (4.19)$$

4.1.2 Simulação 1LAYER2

A primeira simulação denominada 1LAYER2 foi realizada a número de Reynolds 25.000, utilizando uma malha de discretização de 900.000 pontos (90x100x100). O passo de tempo foi de 0,0004 s. O domínio de cálculo foi definido em função do diâmetro do jato, como sendo $L = 16D$ e $H = 10D$.

As estruturas do escoamento foram visualizadas através de isosuperfícies da componente axial de velocidade e da vorticidade e cortes de vorticidade em diferentes planos do escoamento.

Esta simulação recebeu um tratamento estatístico com detalhada amostragem de informações.

a) Visualização das estruturas do escoamento

A seguir são apresentados os resultados referentes à visualização das estruturas que compõem o escoamento, bem como a formação e evolução das mesmas.

Nas Figuras 4.2 e 4.3 mostram-se as isosuperfícies de velocidade axial em dois diferentes níveis (98 m/s e 99 m/s) para um tempo físico de 36 segundos.

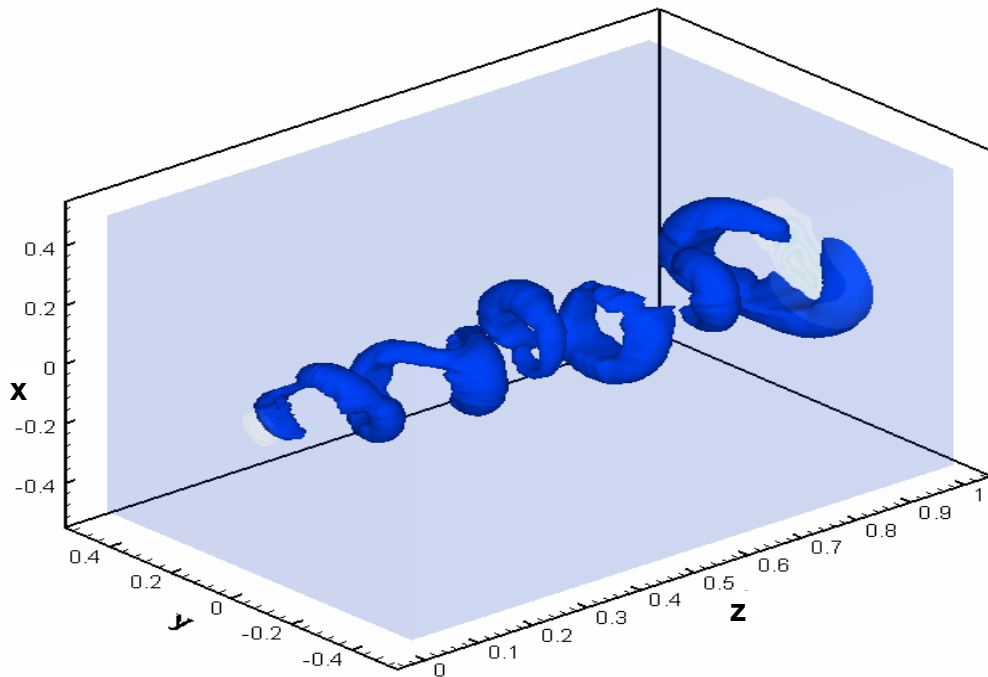


Figura 4.2- Isosuperfícies da componente axial da velocidade ($w= 98\text{m/s}$).

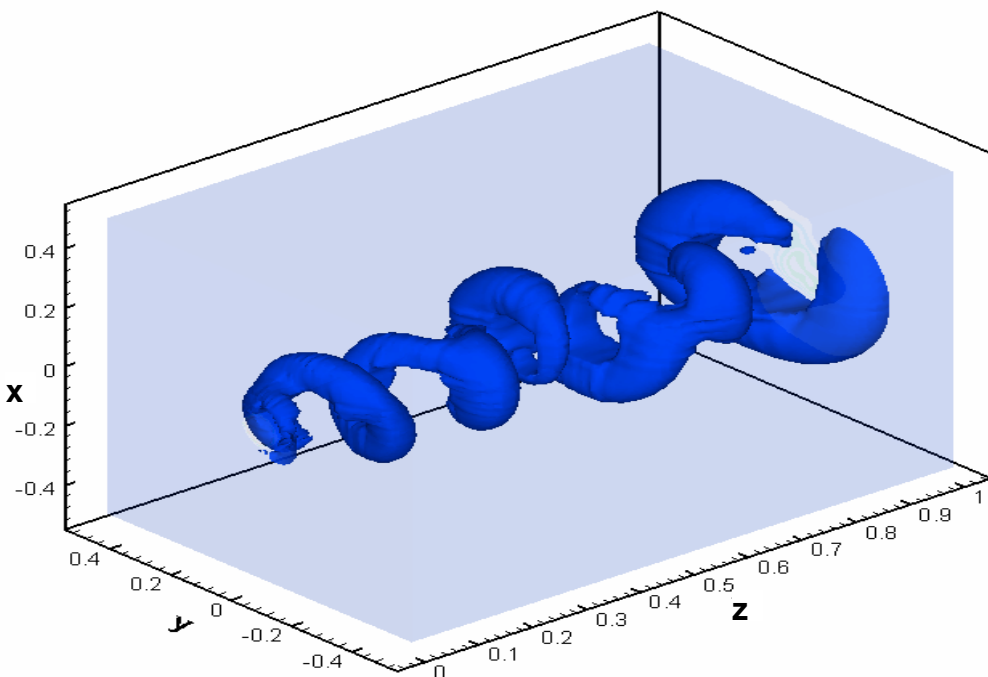


Figura 4.3 - Isosuperfícies da componente axial da velocidade ($w= 99 \text{ m/s}$).

Estruturas turbilhonares de vórtices helicoidais, já observadas em jatos, bem como toróides axisimétricos podem ser visualizadas nas Figs. 4.2 e 4.3. Estes toróides são estruturas turbilhonares do tipo Kelvin-Helmholtz, formadas graças aos perfis inflexionais médios de velocidade. Seu aparecimento é o resultado da amplificação das perturbações injetadas na

entrada do domínio. Os termos não-lineares das equações de Navier-Stokes são encarregados de modelar este processo físico. Daí a importância da sua solução apropriada.

As Figuras 4.4 e 4.5 apresentam dois diferentes níveis do módulo da vorticidade ($\|\vec{\omega}\|$).

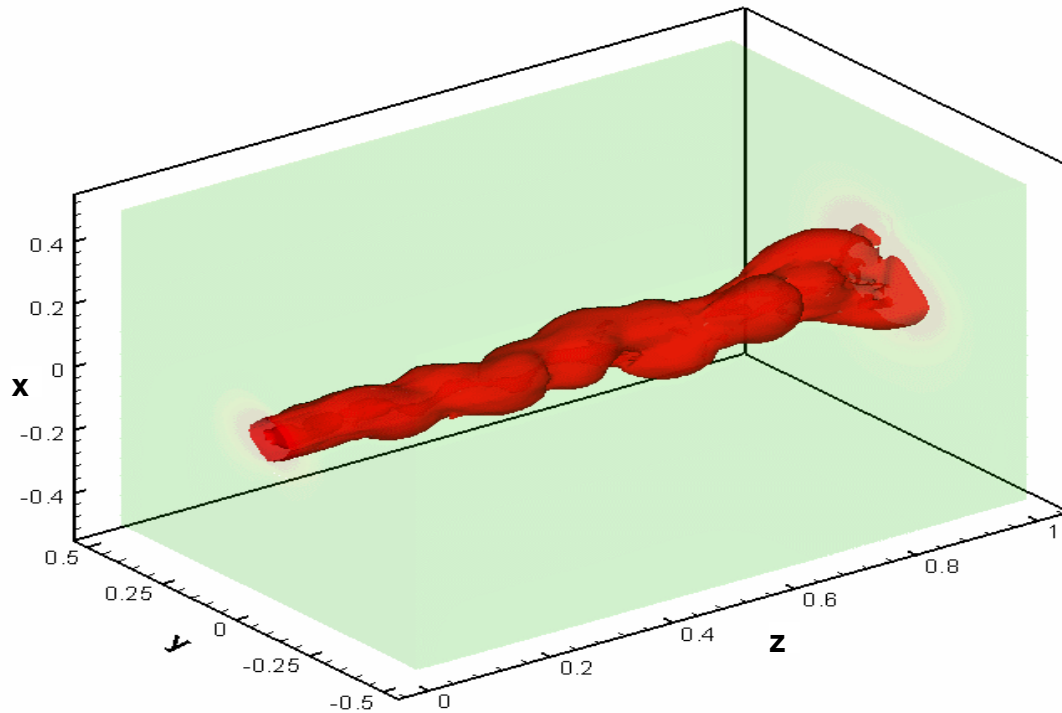


Figura 4.4 - Isosuperfícies do módulo de vorticidade ($\|\vec{\omega}\| = 500 \text{ s}^{-1}$).

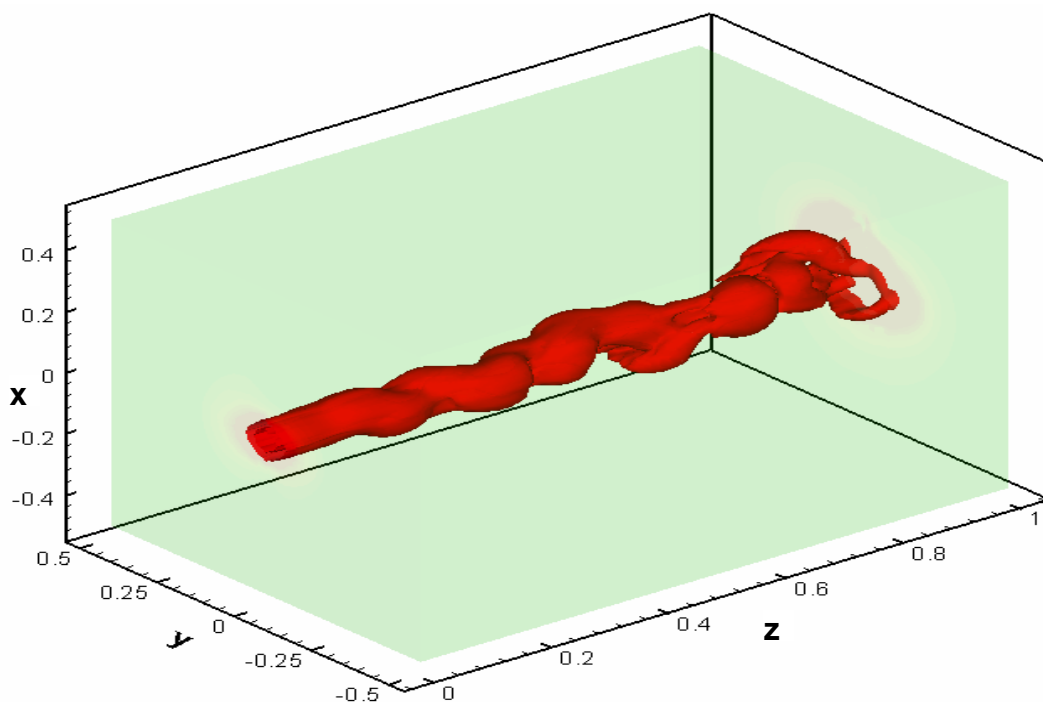


Figura 4.5 - Isosuperfícies do módulo de vorticidade ($\|\vec{\omega}\| = 1000 \text{ s}^{-1}$).

Com o intuito de melhor evidenciar as estruturas do escoamento, o módulo da vorticidade é também apresentado através de cortes nos planos yx , xz e yz . A Figura 4.6 o módulo da vorticidade em vários planos xy .

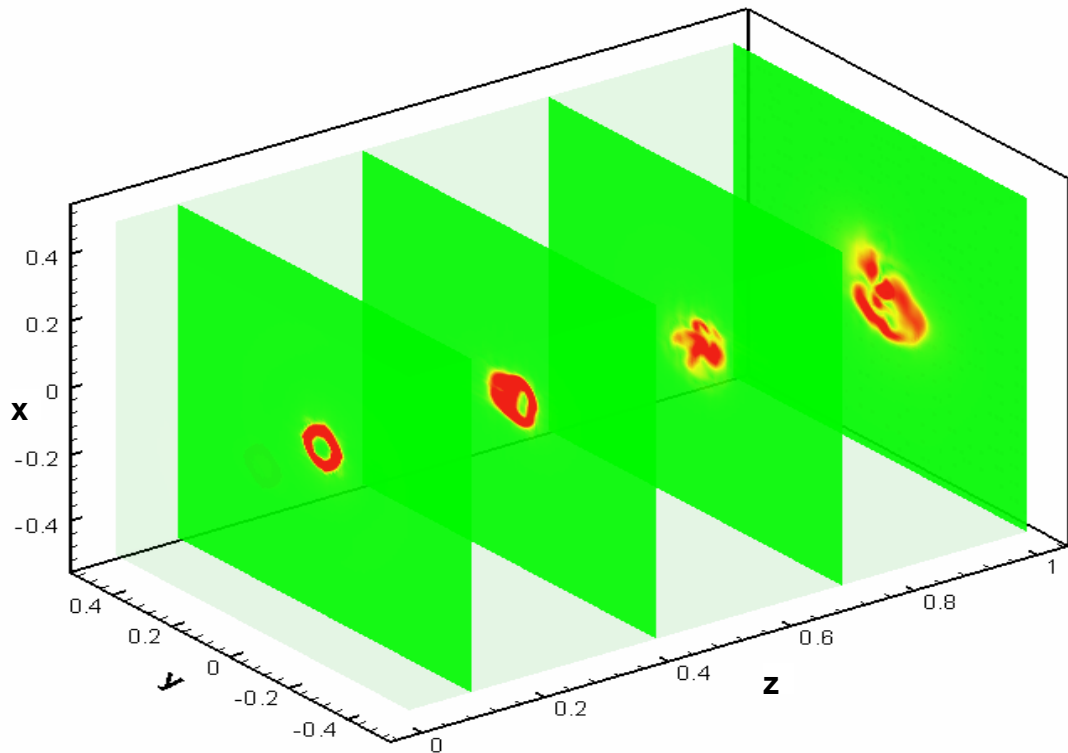


Figura 4.6 - Módulo de Vorticidade em planos yx .

Os planos apresentados na Fig. 4.6 permitem identificar as fases de evolução do escoamento. No primeiro plano xy (em $z=0,2$) identifica-se um toróide bidimensional com alta concentração de vorticidade. No segundo plano xy ($z=0,4$), nota-se uma deformação do toróide, indiciando o início da tridimensionalização dos vórtices toroidais bidimensionais. No terceiro plano yx ($z=0,7$) já pode ser identificada a tridimensionalização do escoamento, enquanto no quarto plano yx ($z=1,0$) já se verificam sinais de turbulência desenvolvida.

As Figuras 4.7 e 4.8 apresentam o módulo da vorticidade nos planos xz e yz , respectivamente.

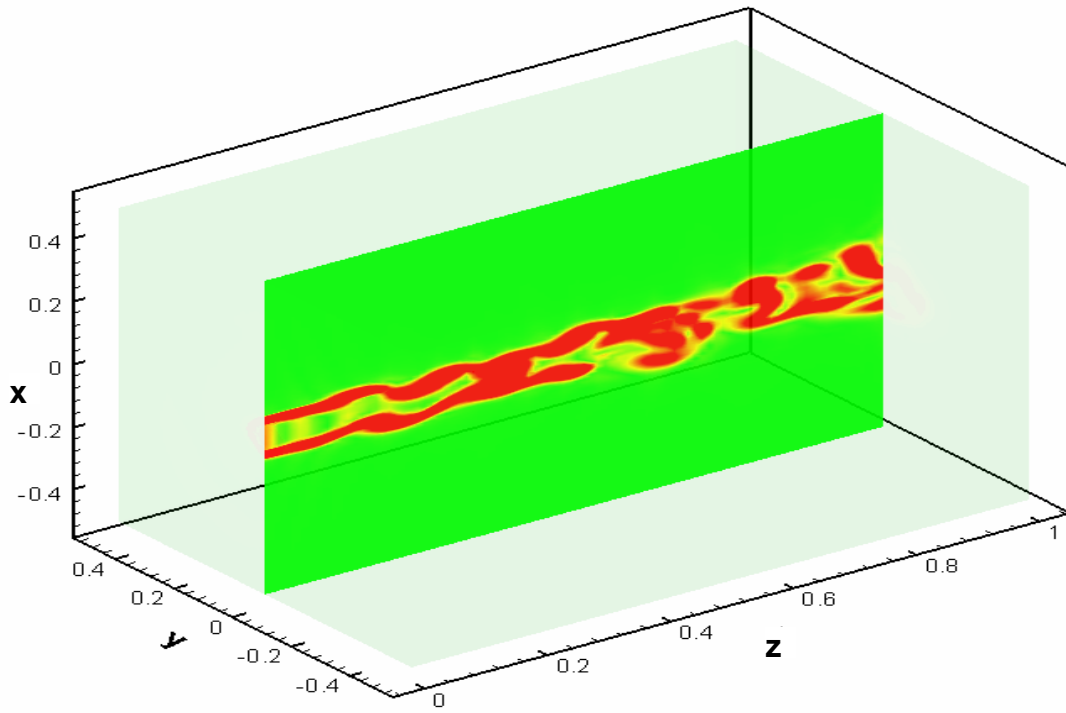


Figura 4.7 - Módulo de Vorticidade no plano xz

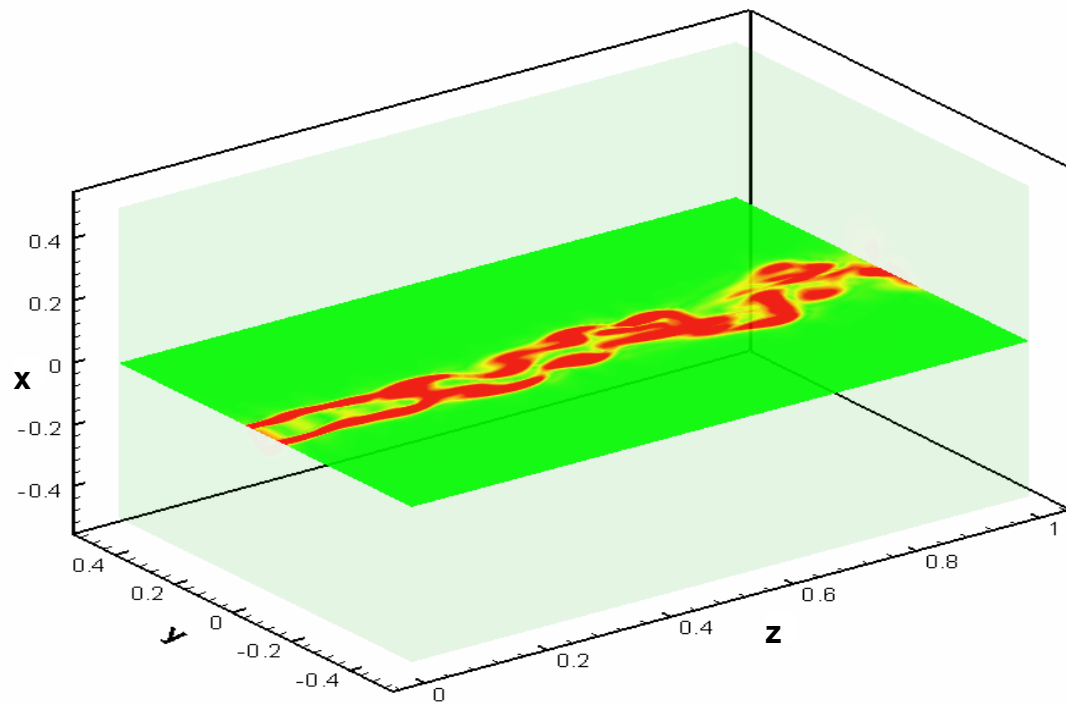


Figura 4.8 - Módulo de vorticidade no plano yz.

O módulo de vorticidade nos plano xz e yz não permite evidenciar claramente as estruturas primárias do tipo Kelvin-Helmholtz, embora se perceba certo emparelhamento dos vórtices. As Figuras. 4.7 e 4.8 referem-se ao módulo da vorticidade, apresentando, portanto interações entre os três componentes. Os emparelhamentos dos vórtices são mais nítidos nos planos referentes a cada componente da vorticidade, os quais são apresentados a seguir.

A Figura 4.9 mostra a isosuperfície da componente transversal x da vorticidade em dois níveis ($\omega_x = \pm 20 \text{ s}^{-1}$).

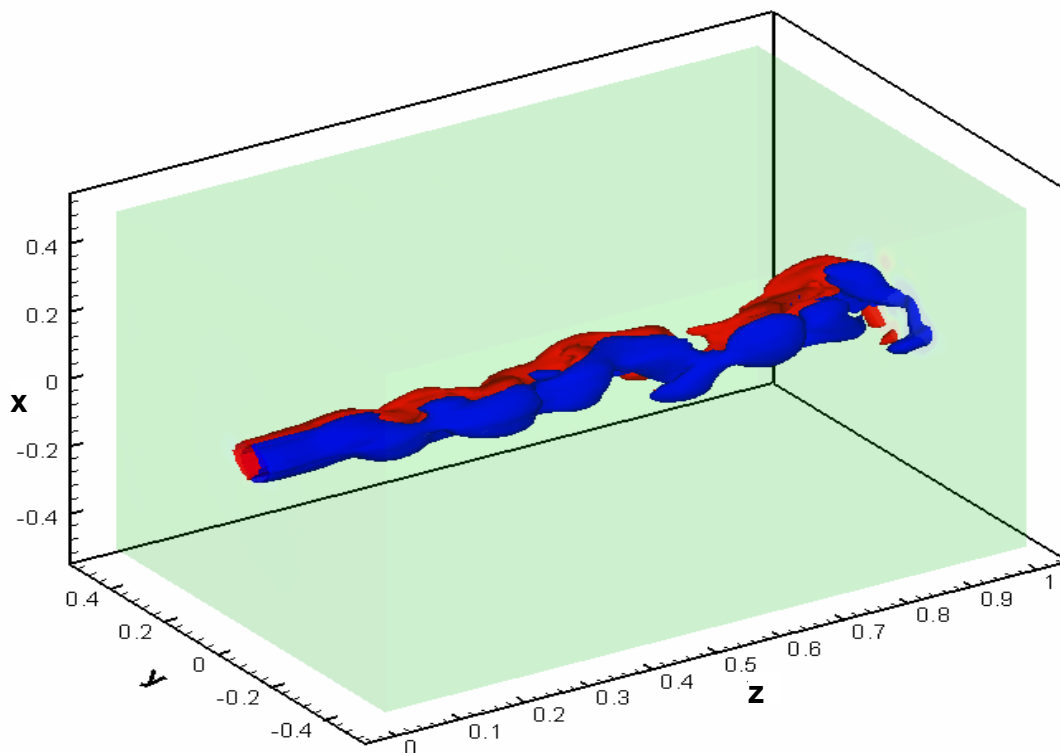


Figura 4.9 - Isosuperfície da componente da vorticidade na direção z (níveis: $\omega_z = -20 \text{ s}^{-1}$ e $\omega_z = 20 \text{ s}^{-1}$).

Não é possível evidenciar as instabilidades primárias do tipo Kelvin-Helmholtz através da Fig. 4.9. O cálculo parece muito difusivo para permitir capturar as mesmas. No entanto, a Fig. 4.10 apresenta a mesma componente da vorticidade no plano yz , permitindo uma melhor visualização destas estruturas. No plano yz verifica-se melhor comportamento de emparelhamento dos vórtices. Observa-se que a cor vermelha representa rotação anti-horária (positiva) e a cor azul representa a notação horária (negativa). No entanto o grau de detalhamento é pequeno. O início da tridimensionalização do escoamento pode ser verificado em, aproximadamente, $z=0,5$.

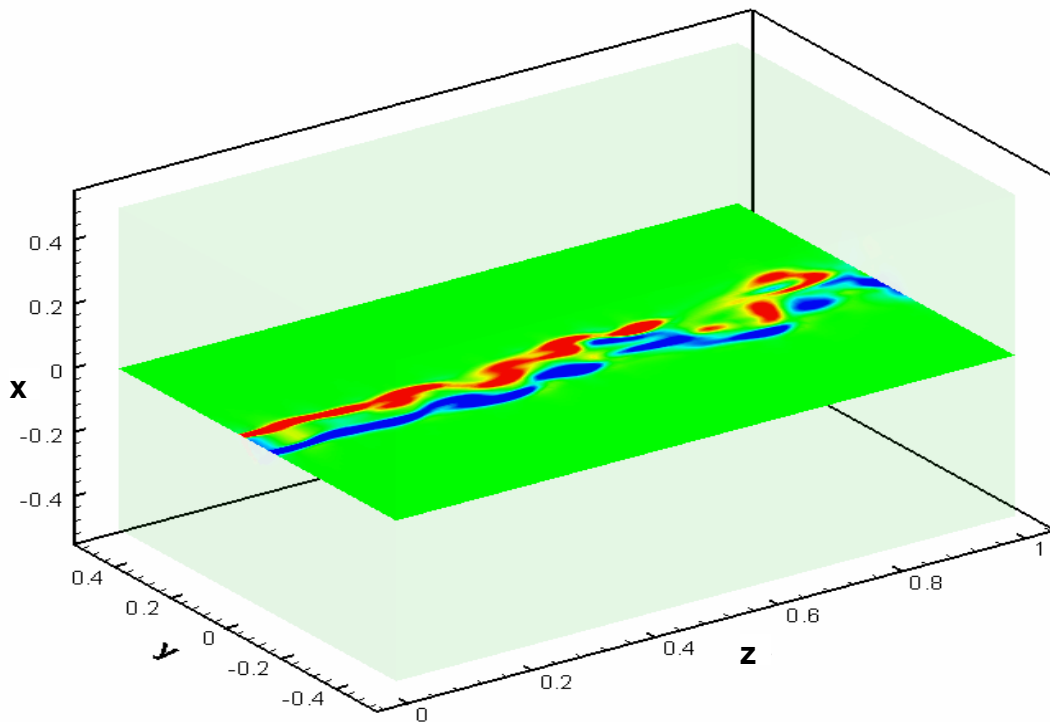


Figura 4.10 - Componente da vorticidade na direção x no plano yz.

A Figura 4.11 mostra a isosuperfície da componente transversal y da vorticidade em dois diferentes níveis ($\omega_y = \pm 300 \text{ s}^{-1}$) enquanto a Fig. 4.12 apresenta o plano xz da mesma componente, nos mesmos níveis de vorticidade.

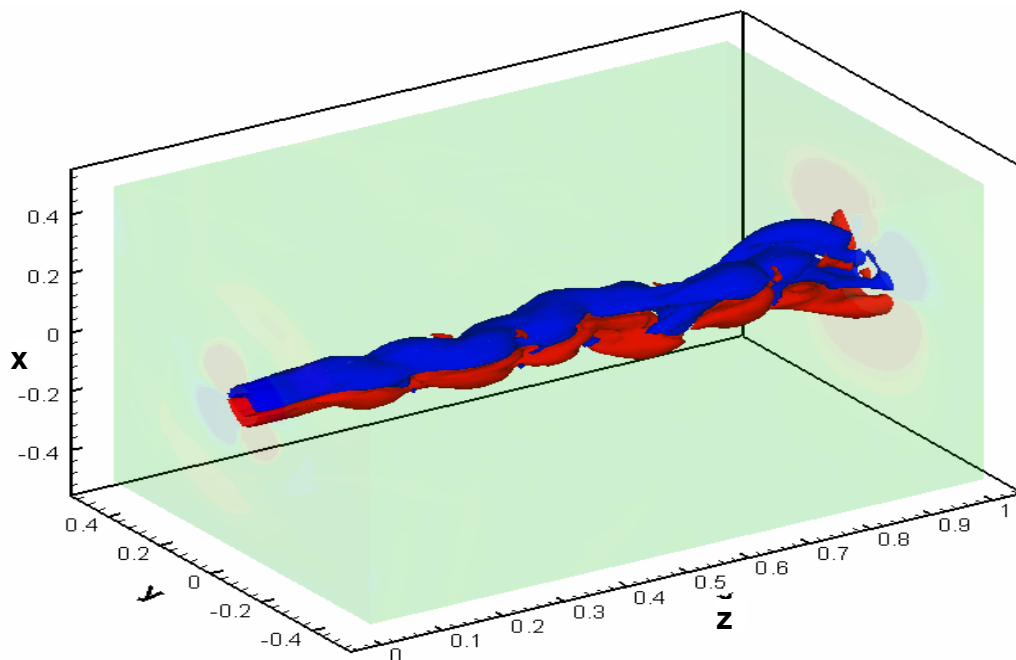


Figura 4.11 - Isosuperfície da componente transversal y da vorticidade ($\omega_y = \pm 300 \text{ s}^{-1}$).

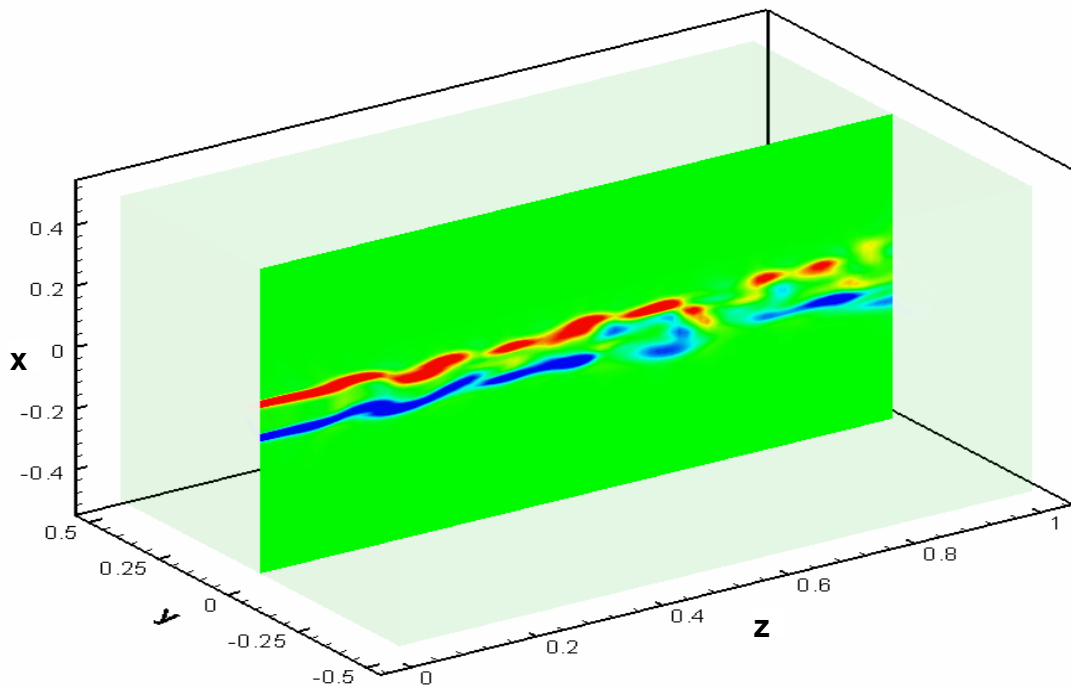


Figura 4.12 - Componente transversal y da vorticidade no plano xz ($\omega_y = \pm 300 \text{ s}^{-1}$).

b) Amostragem de informações

Quando se realiza um experimento em laboratório uma das formas de se extrair informações do mesmo é através de amostragens temporais e espaciais. Assim é comum a obtenção de séries temporais de variáveis ligadas aos escoamentos, tais como as componentes de velocidade, a pressão, e a temperatura. Normalmente os sensores são colocados em posições estratégicas já que não é possível realizar as amostragens em todos os pontos do domínio de trabalho.

De forma análoga, em simulação numérica, quando se utilizam as metodologias de SGE ou SND, faz-se necessário o mesmo procedimento de amostragem de informações. A experimentação numérica é uma ferramenta fundamental, tanto para obtenção de informações instantâneas, quanto para o posterior tratamento estatístico dos resultados. A análise da evolução do escoamento, identificação e comprovação de fenômenos físicos, comparação a resultados experimentais tornam-se possíveis através da utilização da experimentação numérica, enriquecendo o estudo e contribuindo para identificação de possíveis problemas.

Desta forma, no presente caso estudado, foram estabelecidas quatro estações de amostragem contendo 50 sondas numéricas distribuídas sobre a direção transversal y ($-5D < y < 5D$, $x=0$) em $z/D = 0$ (estação $E1$), $z/D = 3$ (estação $E2$), $z/D = 5$ (estação $E3$) e $z/D = 12$ (estação $E4$) e uma estação de amostragem ($E5$) contendo 100 sondas numéricas distribuídas sobre o eixo axial z ($0 < z < 16D$, $y=0$ e $x=0$). As amostragens foram feitas

arquivando-se os valores das variáveis nas posições de instalação das sondas a cada passo de tempo. A Figura 4.13 ilustra as estações de amostragem ($E1$, $E2$, $E3$, $E4$, $E5$) sobre o domínio de cálculo e as diversas sondas numéricas distribuídas ao longo das mesmas.

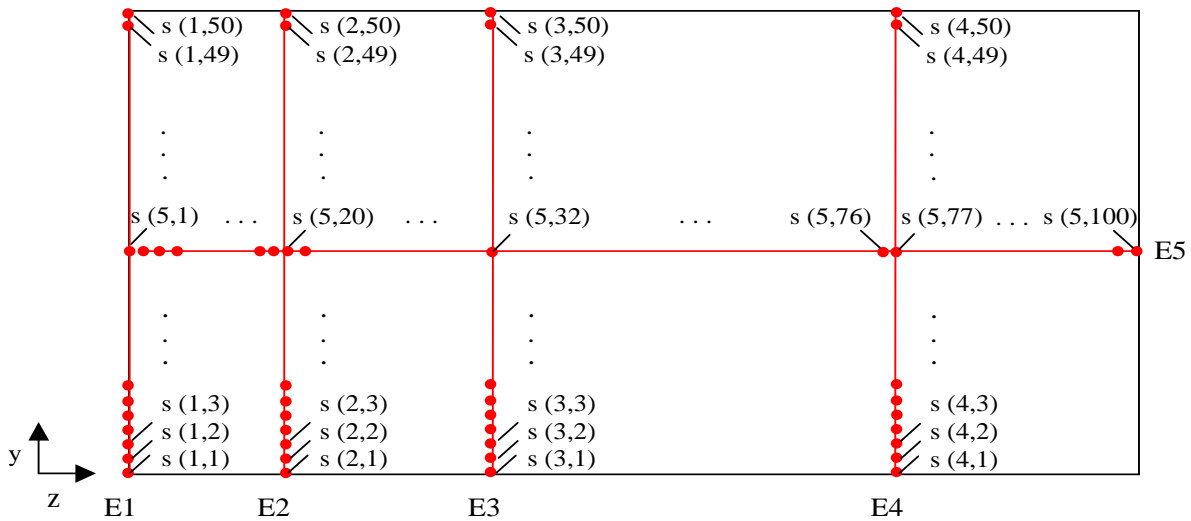


Figura 4.13 - Esquema ilustrativo das estações de amostragem e das sondas numéricas inseridas no domínio.

As estações de amostragem são muito úteis para o pós-tratamento, permitindo a construção de perfis médios bem definidos para velocidades axial e transversal, intensidade turbulenta, energia cinética turbulenta, além de uma comparação mais precisa com dados experimentais.

A partir da amostragem realizada através de algumas sondas instaladas na linha central $s(5,1)$, $s(5,20)$, $s(5,32)$ e $s(5,77)$, referentes às posições $z/D=0$, $z/D=3$, $z/D=5$ e $z/D=12$, respectivamente, foi possível plotar as variações de velocidade axial w em função do tempo. A Figura 4.14 mostra estas variações de velocidade axial para as diferentes posições z/D do domínio.

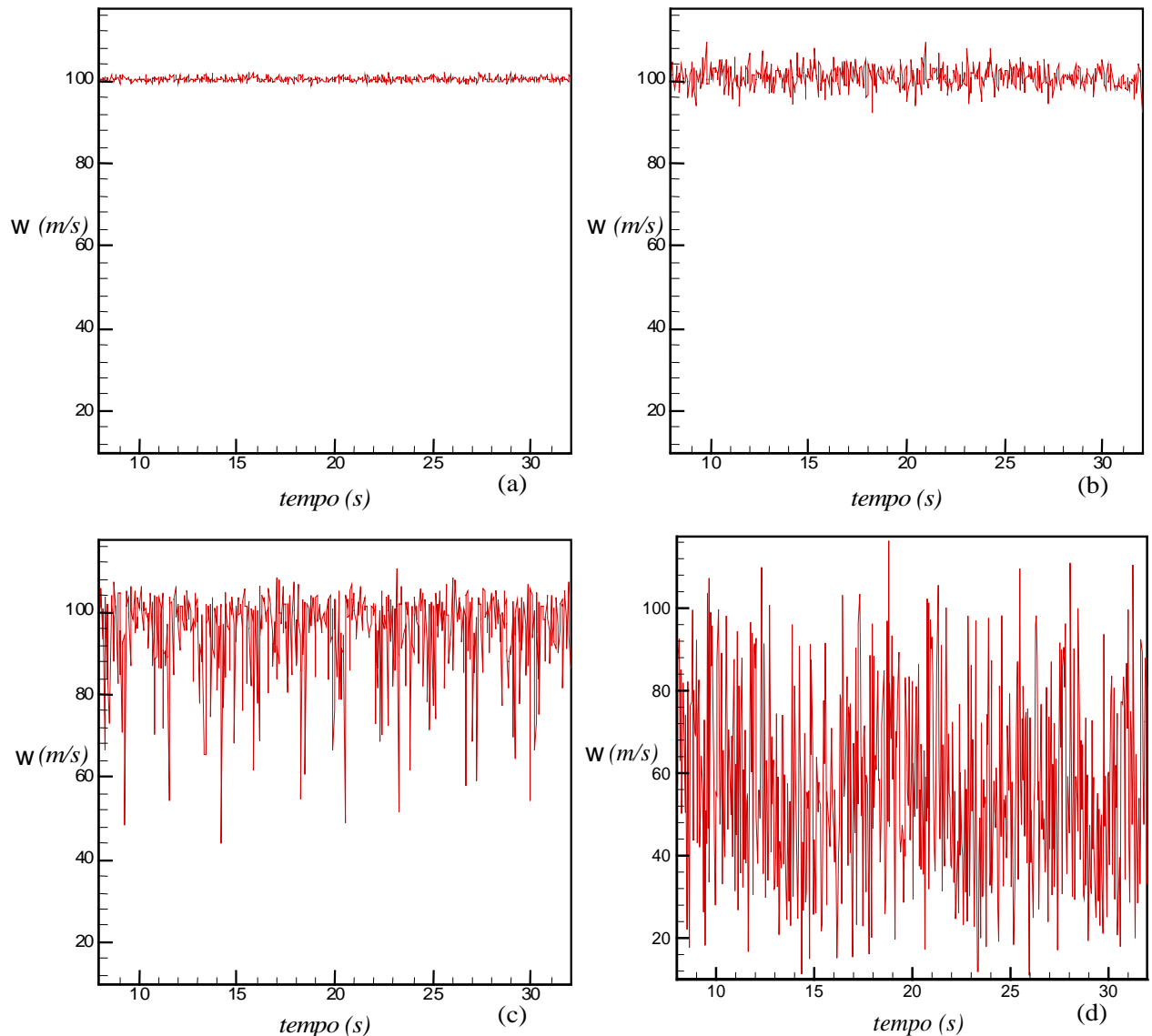


Figura 4.14 - Variações temporais da velocidade axial w para diferentes posições do domínio: (a) $z/D=0$, (b) $z/D=3$, (c) $z/D=5$, (d) $z/D=12$.

Através das variações temporais de velocidade axial apresentadas na Fig. 4.14 (a) verifica-se que os valores de velocidade axial encontram-se em torno da velocidade inicial W (100 m/s) e apresentam pequena amplitude. Observa-se, através da Fig. 4.14 (b), uma ligeira amplificação dos sinais de velocidade, enquanto o valor médio de velocidade mantém-se muito próximo à velocidade média da posição $z/D=0$. Já para posição $z/D=5$ (Fig. 4.14 (c)), uma maior amplitude dos valores de velocidade é observada. Estes valores oscilam em torno de um valor médio (95,0 m/s) ligeiramente inferior àqueles das posições $z/D=0$ e $z/D=3$. A amplitude do sinal de velocidade continua aumentando à medida que se avança para o final do domínio. Em $z/D=12$ a amplitude da velocidade é bem maior, apresentando mínimos próximos a 10 m/s

e máximos próximos a 110 m/s. Nesta posição, a velocidade média também cai para aproximadamente 50m/s. Assim como a amplitude do sinal é continuamente aumentada à medida que se avança para o final do domínio, comportamento semelhante pode ser notado na evolução da frequência do sinal.

A partir das velocidades instantâneas apresentadas anteriormente, foi possível calcular a velocidade média \bar{w} e as flutuações de velocidade (w'). Na Figura 4.15 são mostradas as variações da flutuação de velocidade axial w' em função do tempo para diferentes posições z/D do domínio.

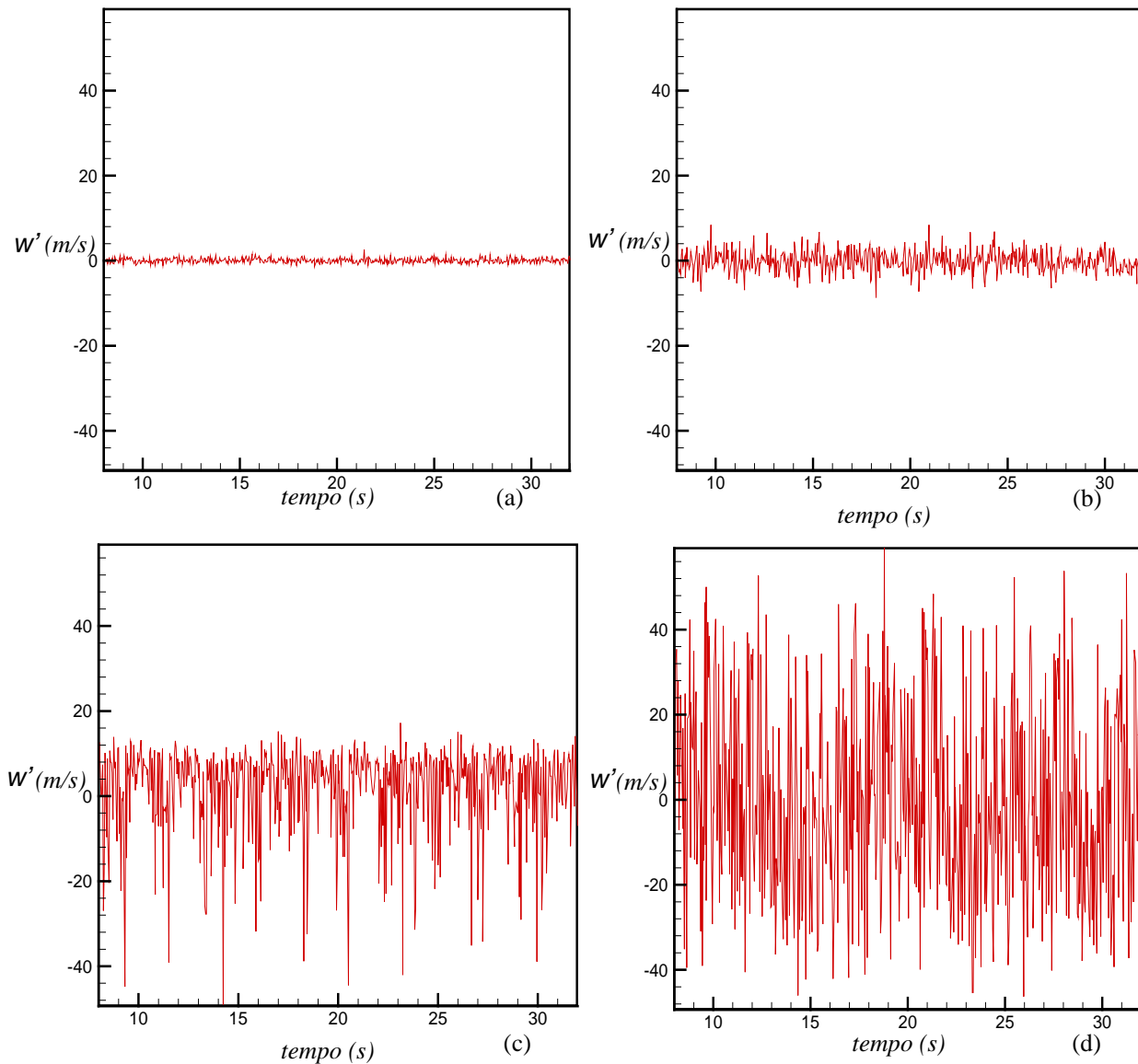


Figura 4.15 - Variações temporais da flutuação de velocidade axial w' para diferentes posições do domínio: (a) $z/D=0$, (b) $z/D=3$, (c) $z/D=5$, (d) $z/D=12$.

Comportamento semelhante ao da Fig. 4.14 é verificado na Fig. 4.15. No entanto, há uma diferença de escalas, uma vez que as oscilações de velocidade distribuem-se positiva e negativamente em torno de zero. Observando a evolução do sinal através das Figs. 4.15 (a), (b), (c) e (d), verifica-se que as flutuações de velocidade se amplificam continuamente à medida que se avança na direção axial. Esta amplificação dos sinais, tanto de velocidade (Fig. 4.14) quanto das flutuações de velocidade (Fig 4.15), deve-se à evolução do escoamento, caracterizado pela formação de instabilidades iniciais, as quais se desenvolvem e atingem a turbulência tridimensional.

c) Resultados do tratamento estatístico

Realizada a experimentação numérica, procede-se ao tratamento estatístico dos resultados obtidos.

Utilizando-se as variações temporais de flutuação de velocidade apresentadas no item anterior, realizou-se o cálculo da Transformada de Fourier para construção do espectro de potência. A Figura 4.16 mostra o espectro de potência das flutuações de velocidade axial na linha central em diferentes localizações z/D .

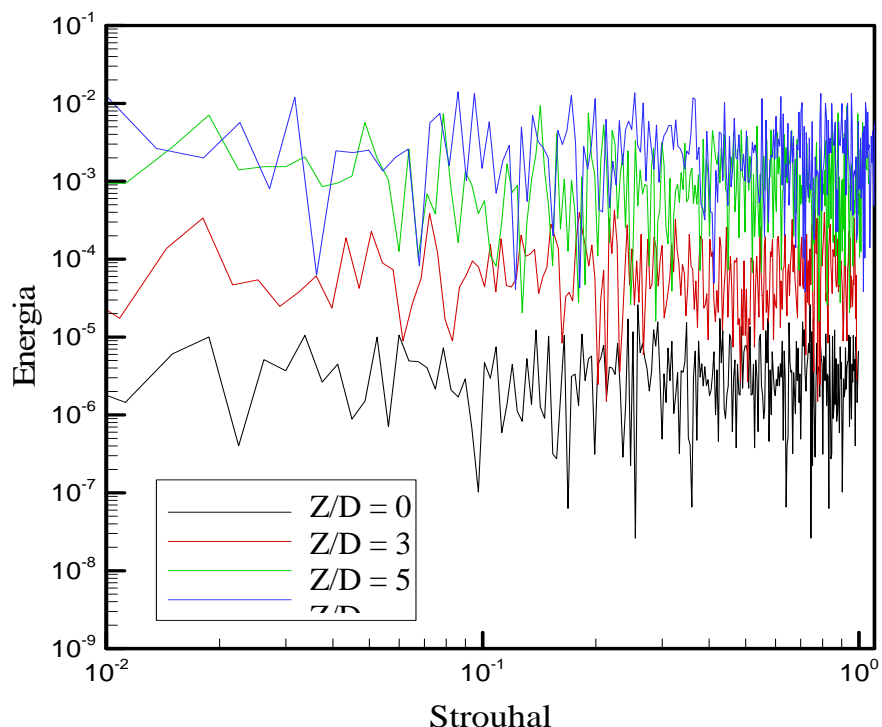


Figura 4.16 - Espectro de Potência da flutuação de velocidade axial a diferentes posições z/D , sobre a linha central.

Através da Fig. 4.16, observa-se que os níveis de energia são maiores à medida que se aproxima do final do domínio. Isto se justifica, uma vez que as flutuações de velocidade apresentam maiores amplitudes (Fig. 4.15). Os níveis de energia para cada posição z/D praticamente se mantêm dentro de uma determinada faixa ao longo das variações do número de Strouhal. Desta forma, nenhum processo de decaimento foi observado, contrário ao esperado para um jato livre. Tal comportamento conduziu a questionamentos quanto ao refinamento da malha e quanto ao valor da constante de Smagorisky utilizada no modelo de turbulência. Em princípio, a malha utilizada (aproximadamente 900.000 pontos) poderia não ter sido fina o suficiente para descrever as pequenas estruturas de um escoamento a Reynolds 25.000. O valor da contante de Smagorinsky utilizado neste trabalho (0,1) pode também não estar sendo um valor suficiente para modelar a turbulência do escoamento. Novos testes foram então realizados para avaliar estas hipóteses.

Os resultados numéricos obtidos através das amostragens das estações $E1$, $E2$, $E3$ e $E4$ foram utilizados para cálculo das médias das componentes de velocidade, das intensidades turbulentas associadas às componentes de velocidade e da energia cinética turbulenta do escoamento. As equações utilizadas para os cálculos são apresentadas a seguir.

A média de velocidade é dada por:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u_i(t_j). \quad (4.20)$$

A intensidade da turbulência ($\overline{u_i'^2}$) é calculada por:

$$\overline{u_i'^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [u_i(t_j) - \bar{u}_i]^2, \quad (4.21)$$

onde, "i" varia de 1 a 3, indicando as três componentes da velocidade u , v , w .

A energia cinética turbulenta é definida em função do traço do tensor de Reynolds, ou seja:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \overline{(u'_i u'_i)}. \quad (4.22)$$

Escrevendo esta expressão de forma estendida, tem-se que:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) . \quad (4.23)$$

Esta expressão pode ser normalizada em relação à energia cinética média do escoamento, fornecendo:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}{W^2} . \quad (4.24)$$

Foram construídos os perfis de velocidade, intensidade e energia cinética turbulenta em função da direção transversal y . A Figura 4.17 mostra o perfil da velocidade axial média (\overline{w}/W) para diferentes posições (z/D) do domínio.

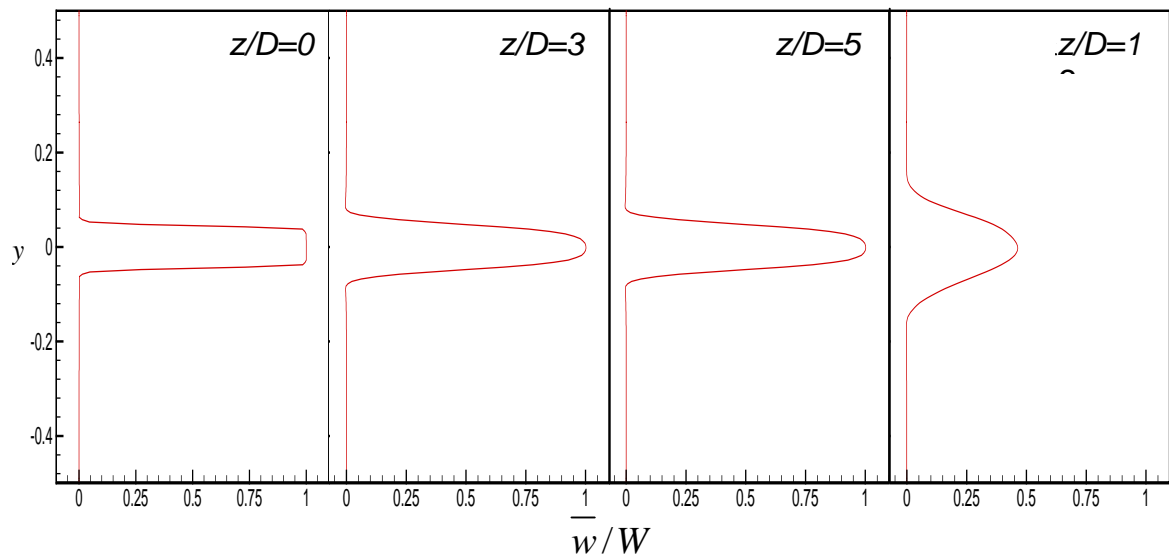


Figura 4.17 - Perfil da velocidade média \overline{w}/W (componente horizontal) para diferentes posições (z/D) do domínio.

Observando a evolução do perfil na direção transversal y para as diferentes posições z/D , na Fig. 4.17, pode-se verificar o comportamento clássico de espalhamento médio do jato. O valor máximo de velocidade reduz progressivamente de 1,0 (em $z/D=0$) para aproximadamente 0,5 (em $z/D=12$). Tal comportamento deve-se ao crescimento dos vórtices por meio de emparelhamentos sucessivos que transportam a quantidade de movimento do interior para o exterior do jato. Este processo de transporte de quantidade de movimento fica

ainda mais evidente ao analisar a evolução da componente transversal de velocidade de velocidade média \bar{v}/W , apresentada a seguir.

A Figura 4.18 mostra o perfil da componente transversal de velocidade média \bar{v}/W para diferentes posições (z/D) do domínio em função da direção transversal y .

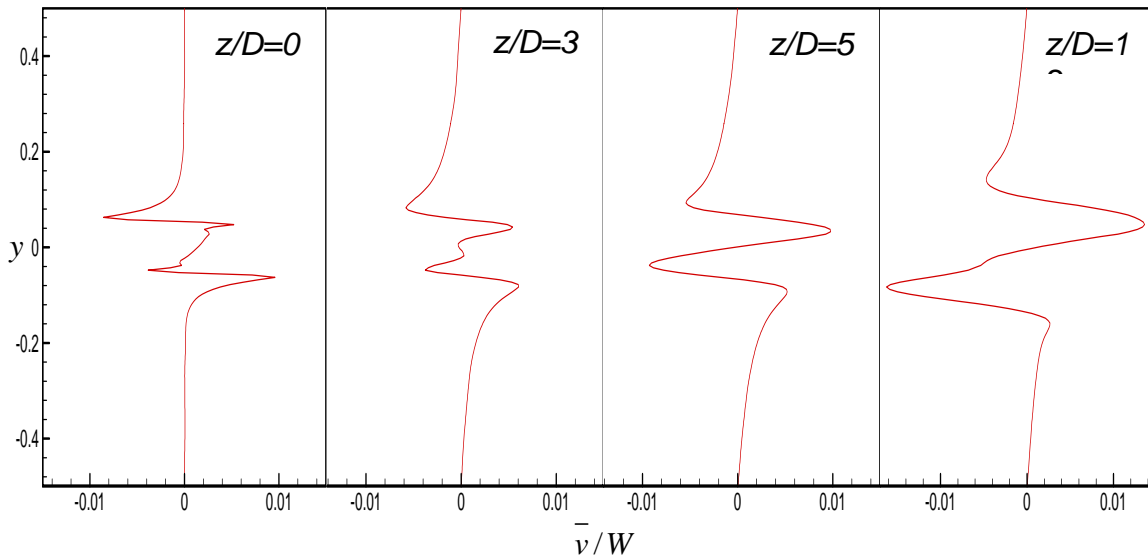


Figura 4.18 - Perfil da velocidade média \bar{v}/W para diferentes posições (z/D) do domínio.

O perfil da componente de velocidade média mostrado na Fig. 4.18 para $z/D = 0$ refere-se à perturbação do tipo “ruído branco” imposta na direção y . Observa-se um pico positivo e um negativo com valores modulares bem próximos entre si. Em $z/D=3$ há uma diminuição no valor destes picos, os quais voltam a crescer em $z/D=5$; no entanto, com os picos positivo e negativo invertidos. Em $z/D=12$, os picos de velocidade média positiva e negativa, identificados em $z/D=5$, apresentam valores modulares ainda maiores. Observa-se também um pequeno aumento da amplitude em y das perturbação do primeiro para o último perfil apresentados, comprovando a contribuição da componente de velocidade v no comportamento de alargamento do jato.

A evolução da intensidade da turbulência associada à componente axial w em função da direção transversal y é mostrada na Figura 4.19.

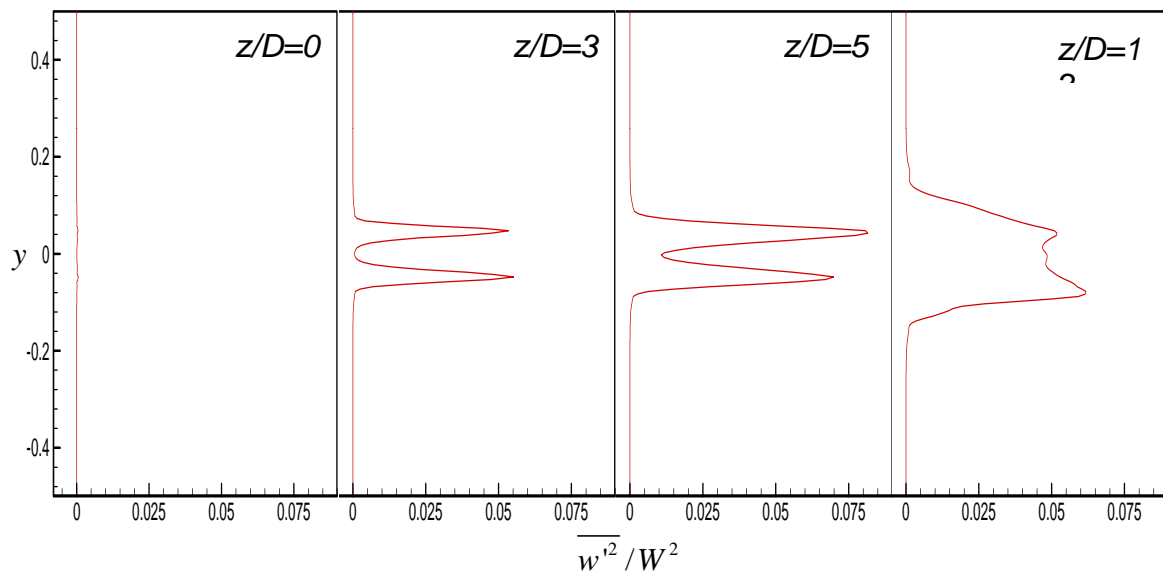


Figura 4.19 - Perfil da intensidade turbulenta associada à componente axial de velocidade para diferentes posições (z/D) do domínio.

Observando a Figura 4.19, verifica-se que em $z/D=0$, praticamente não há intensidade, o que já era esperado, uma vez que não foi imposta perturbação nesta componente de velocidade. No entanto, a partir de $z/D=3$, dois picos de mesma intensidade podem ser identificados, equivalendo à formação das primeiras instabilidades, uma vez que coincidem com as zonas de cisalhamento máximo no jato. Em $z/D=5$, estes picos já não apresentam valores de intensidades próximos entre si, no entanto, apresentam-se ligeiramente maiores, devido à amplificação das perturbações e à tridimensionalização do escoamento. Em $z/D=12$, verifica-se que os picos não se apresentam bem definidos, e que há um pequeno decaimento da intensidade, o que é esperado para um jato livre.

A evolução da intensidade da turbulência associada à componente transversal v em função da direção transversal y é mostrada na Figura 4.20.

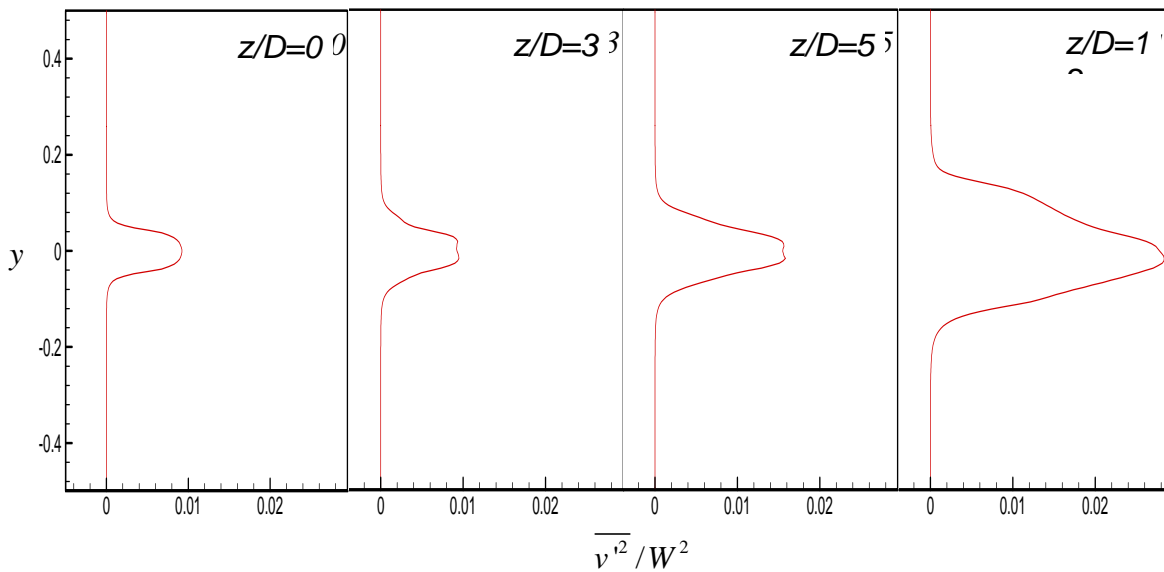


Figura 4.20 - Perfil da intensidade turbulenta associada à componente v de velocidade para diferentes posições (z/D) do domínio.

A observação dos perfis mostrados na Fig. 4.20 permite verificar um crescimento gradual da Intensidade turbulenta associada à componente v da velocidade à medida que se avança na direção axial z . O avanço nesta direção permite verificar também uma ligeira expansão na direção transversal y .

A Figura 4.21 mostra a evolução da energia cinética turbulenta do escoamento na direção axial z .

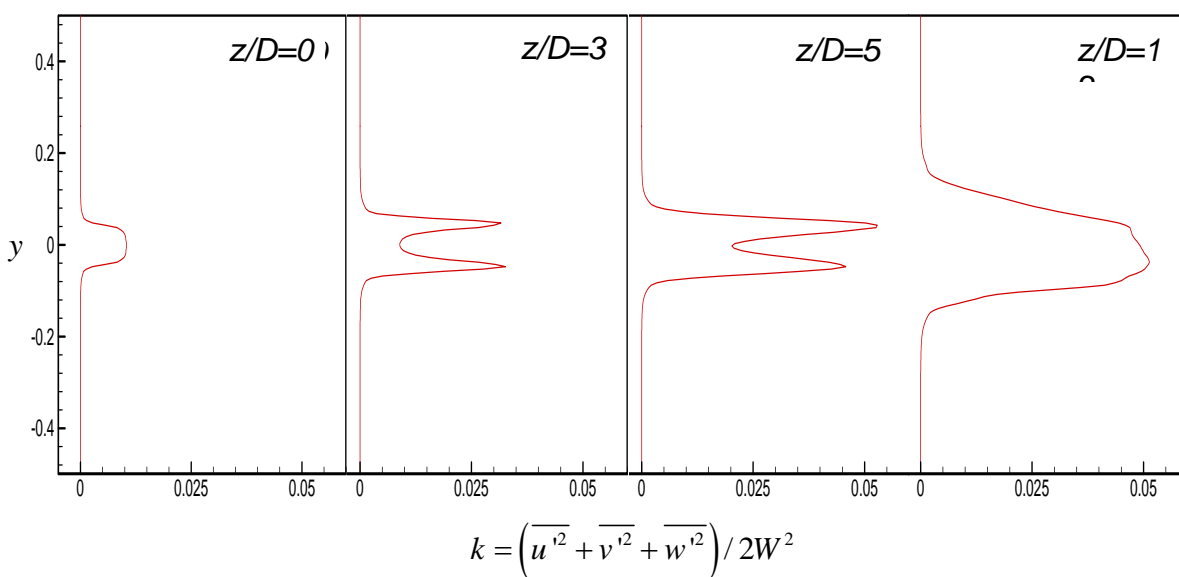


Figura 4.21 - Perfil da energia cinética turbulenta para diferentes posições (z/D) do domínio.

Observando a Fig 4.21, podemos notar que em $z/D=0$, já temos um pequeno perfil parabólico de energia cinética turbulenta, o que se deve à contribuição das perturbações impostas nas componentes de velocidade v e u , uma vez que não há contribuição da componente w . A energia cinética cresce gradualmente em $z/D=3$ e $z/D=5$, onde se apresentam dois picos de valores mais elevados. Nestes dois perfis percebe-se uma influência mais forte da componente axial de velocidade, a qual também apresenta picos em seu perfil de intensidade turbulenta. No entanto, pode-se notar que estes picos apresentam valores inferiores àqueles apresentados no perfil de intensidade, o que era esperado devido às contribuições das flutuações das componentes de velocidade u e v . Em $x/D=12$, o perfil torna-se parabólico, sem a presença de picos, tendo sido a energia redistribuída, promovendo um pequeno alargamento na direção transversal y . É possível notar que o valor máximo do perfil de energia em $z/D=12$ encontra-se próximo a 0,05, sendo, portanto, ligeiramente inferior ao maior pico de energia apresentado em $z/D=5$. Este provavelmente é o indício do provável decaimento de energia cinética turbulenta. No entanto, este processo, esperado para um jato livre, não pôde ser evidenciado no presente trabalho, conforme já comentado anteriormente diante da observação da Fig. 4.16.

Os resultados numéricos obtidos através da amostragem da estação *E5* permitiram um tratamento estatístico adequado para comparação com dados experimentais encontrados na literatura. Inicialmente, a média da velocidade axial foi calculada para os diversos pontos da estação de amostragem, segundo Eq. (4.20) já apresentada, e em seguida, dividida pela velocidade de entrada W do jato. Estes resultados foram comparados aos dados experimentais de Crow e Champagne (1971), Zaman & Hussain (1980) e Woolderidge, Wooten e Amaro (1971). A Figura 4.22 mostra evolução da velocidade axial média sobre a linha central do jato para o presente trabalho e dados experimentais.

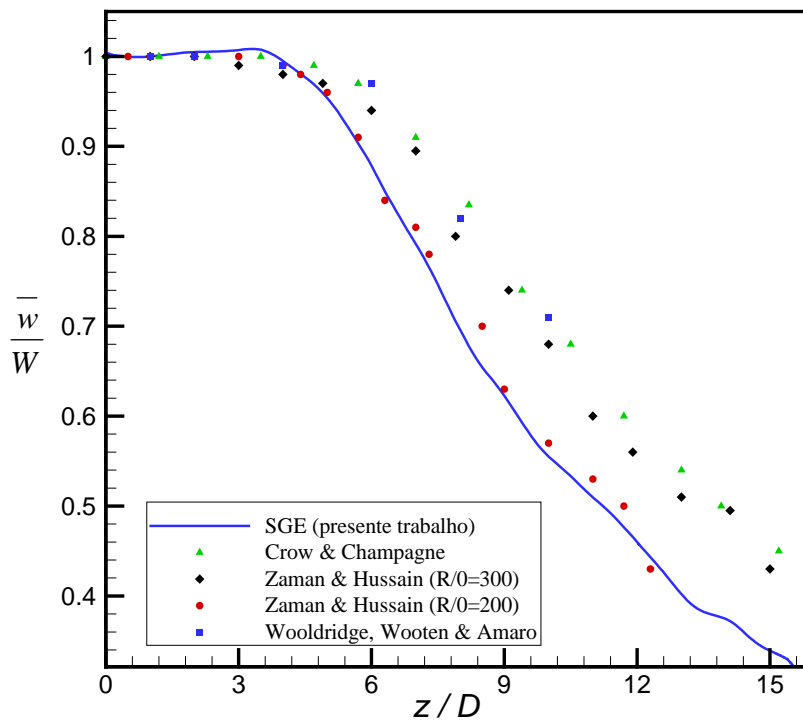


Figura 4.22 - Velocidade axial média na linha central: comparação entre resultados numéricos do presente trabalho e dados experimentais.

Os resultados numéricos de velocidade axial média obtidos no presente trabalho apresentaram boa concordância com os valores experimentais, apresentando-se bastante próximos numericamente aos dados de Zaman e Hussain (1980). Qualitativamente, comportamento semelhante pode ser notado para a curva obtida através da simulação e os demais dados experimentais apresentados.

Procedendo ao tratamento estatístico dos resultados da estação de amostragem *E5*, foi calculada a raiz da média quadrática r.m.s (root mean square) da flutuação de velocidade axial da linha central, em seguida, dividida pela velocidade de entrada W . A Figura 4.23 mostra a evolução da r.m.s. da flutuação de velocidade axial sobre a linha central para o presente trabalho e dados experimentais.

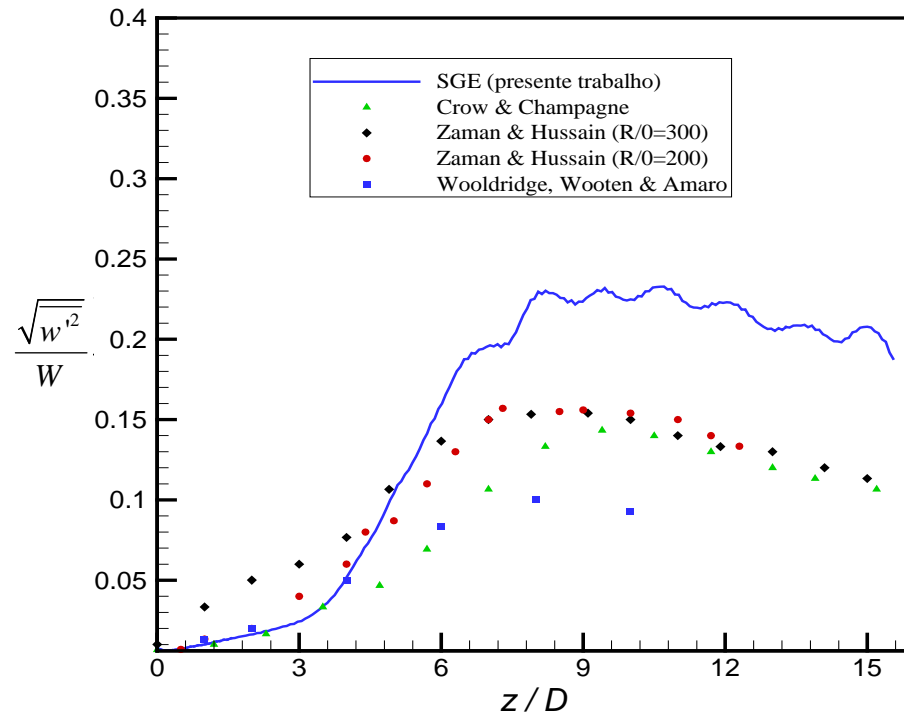


Figura 4.23 - Comparação entre r.m.s das flutuações de velocidade axial experimental e numérica.

Na Figura 4.23, verifica-se que os resultados numéricos da r.m.s apresentam-se consideravelmente superiores à faixa experimental, embora os comportamentos apresentados para ambos os resultados, experimental e numérico, sejam semelhantes. É importante ressaltar, que neste trabalho o perfil de entrada foi considerado um perfil plano, desconsiderando a influência do bocal de origem do jato. Segundo alguns autores (Morris, 1976, Michalke e Hermann, 1982; Cohen e Wygnanski, 1987) a natureza das instabilidades é condicionada principalmente pela forma do perfil médio de velocidade no bocal..

Os dados experimentais de Wygnanski e Fiedler (1969) são dados clássicos para comparação de jatos turbulentos circulares axisimétricos. Para realização desta comparação faz-se necessário determinar o início do regime de auto-similaridade. Segundo White (1991), na linha central, W_{\max} decresce proporcional a z^{-1} se o escoamento começa a partir de uma origem virtual definida em aproximadamente sete diâmetros à frente da origem real. Portanto para comparação aos dados experimentais, a origem virtual foi estabelecida em $z_0=7D$, para cálculo do adimensional $y/(z-z_0)$. Estabelecido o início do regime de auto-similaridade em $z/D=7$, os resultados numéricos da estação de amostragem *E4* ($z/D=12$) foram utilizados para cálculo da velocidade axial média, a qual foi normalizada através de sua respectiva velocidade

axial máxima W_{\max} . A Figura 4.24 mostra a comparação entre o perfil de velocidade média axial experimental e calculado no presente trabalho.

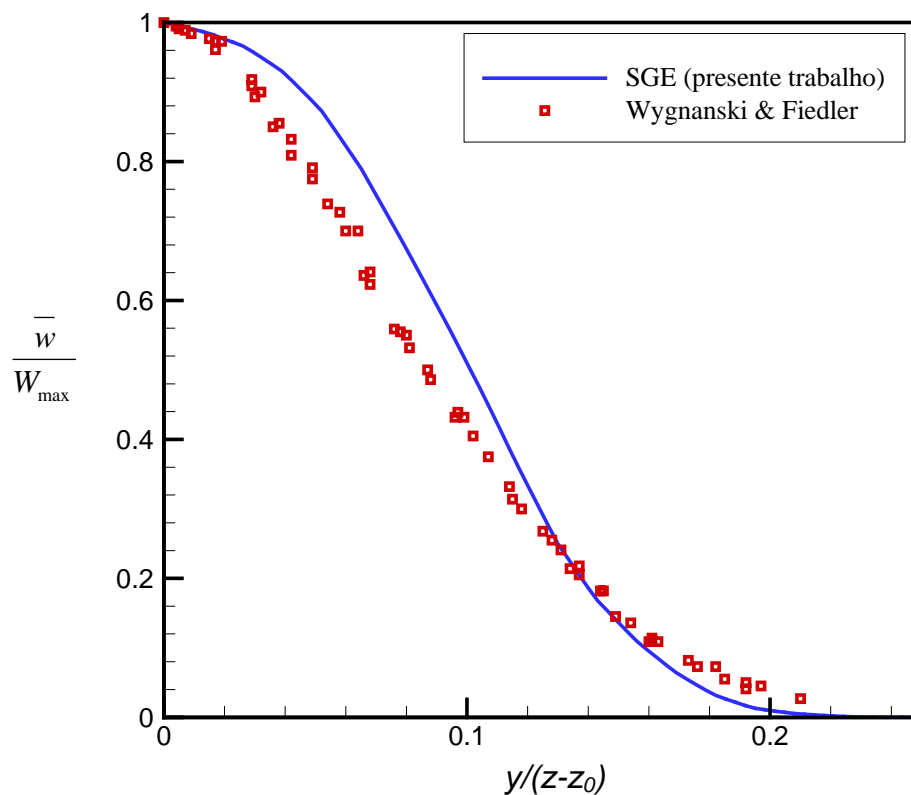


Figura 4.24 - Perfis de velocidade axial média experimental e calculada no presente trabalho, considerando o regime de auto-similaridade.

O perfil de velocidade axial média calculado no presente trabalho apresentou boa concordância com o perfil experimental de Wygnanski e Fiedler (1969).

Um importante parâmetro de comparação entre resultados experimentais e numéricos é a taxa de espalhamento do jato. Uma das várias definições de taxa de espalhamento proposta e utilizada no presente trabalho é de que ela seja o valor do raio adimensional, $S=y/(z-z_0)$, onde a velocidade média é metade de seu valor na linha central. A Tabela 4.1 apresenta o valor calculado no presente trabalho, juntamente à faixa experimental e resultados obtidos através de diferentes modelos de turbulência utilizados em trabalhos apresentados na literatura (Bardina et al.1997).

Tabela 4.1 - Taxa de Espalhamento do Jato Circular

Jato Circular	Taxa de Espalhamento do Jato
Presente Trabalho (SGE)	0,107
Experimental	0,086-0,095
Launder-Sharma modelo k- ϵ	0,120
Wilcox modelo k- ω	0,169-0,356
Menter modelo SST	0,127
Modelo de Sparlat-Allmaras	0,253

Todos os modelos de turbulência utilizados, tanto neste trabalho quanto em outros encontrados na literatura, apresentaram uma taxa de espalhamento superestimada em relação à faixa experimental. No entanto, a taxa de espalhamento encontrada no presente trabalho apresentou-se mais próxima aos dados experimentais do que os demais modelos apresentados.

4.1.3 Simulações 2LAYER2, 3LAYER2, 4LAYER2

Com o intuito de investigar o efeito de refinamento da malha sobre os resultados da seção 4.1.2, novas simulações foram realizadas com o código *LAYER2*. Estas simulações denominadas *2LAYER2*, *3LAYER2* e *4LAYER2* foram realizadas a número de Reynolds 100.000, com passo de tempo de 0,0007 s e com malhas não-uniformes de 112.000 (40x40x70), 490.000 (70x70x100) e 2.050.000 (105x105x186) pontos, respectivamente. O domínio de cálculo foi definido em função do diâmetro D do jato pelas dimensões: $L=30D$ e $H=15D$.

As visualizações das estruturas das simulações bem como os tratamentos estatísticos realizados são apresentados a seguir.

a) Visualizações das estruturas do escoamento

A visualização das estruturas do escoamento foi feita através do módulo de vorticidade no plano yz em diferentes instantes de tempo.

a1) Simulação 2LAYER2

A Figura 4.25 apresenta o plano yz do módulo de vorticidade para a simulação *2LAYER2*.

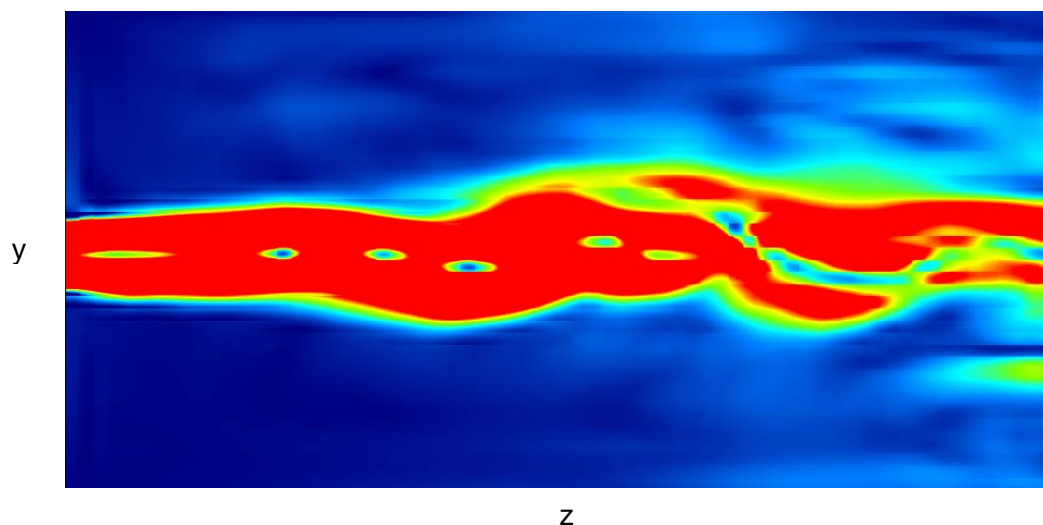


Figura 4.25 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) no instante de tempo igual a 58,0 s.

Através da Fig. 4.25 é possível notar a transição do escoamento, no entanto, não se podem evidenciar as estruturas típicas da transição de um jato circular. Vale lembrar que esta simulação utiliza uma malha de apenas 112.000 pontos, a qual certamente não é suficiente para capturar as estruturas do escoamento, especialmente a elevado número de Reynolds, como é o caso da simulação em questão.

a2) Simulação *3LAYER2*

As Figuras 4.26, 4.27 e 4.28 apresentam os planos yz do módulo de vorticidade para a simulação *3LAYER2* em três diferentes instantes de tempo.

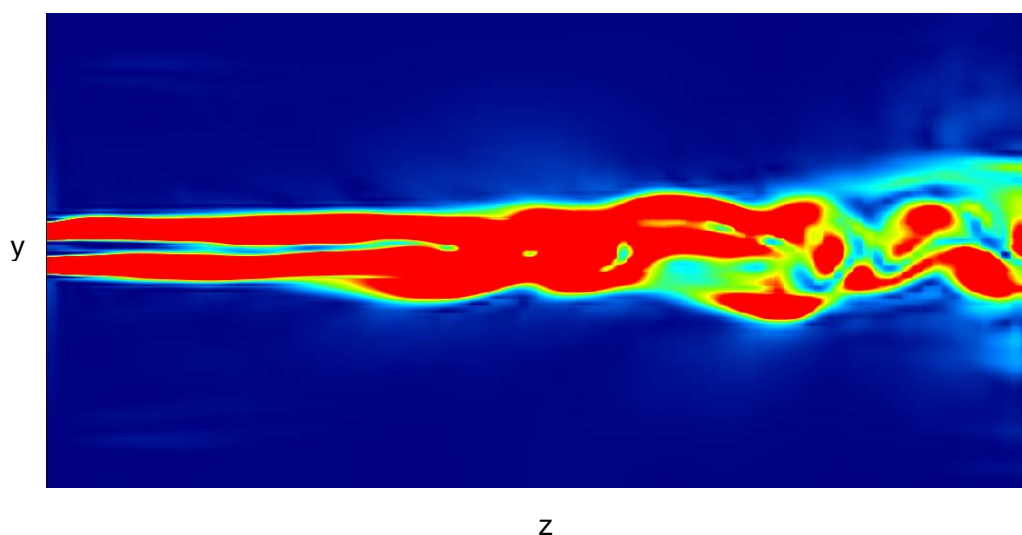


Figura 4.26 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) no instante igual a 28,0 s físicos

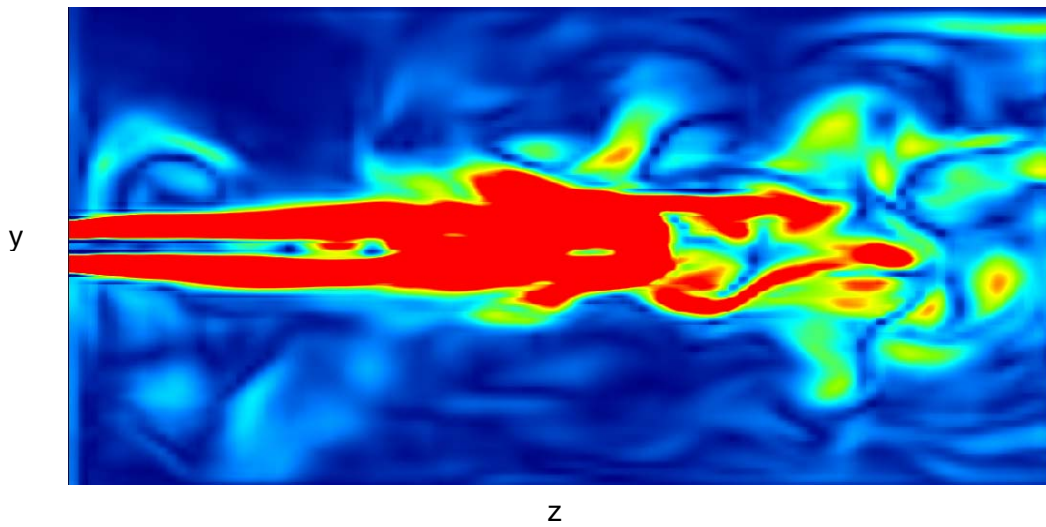


Figura 4.27 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) no instante de tempo igual a 35,0 s.

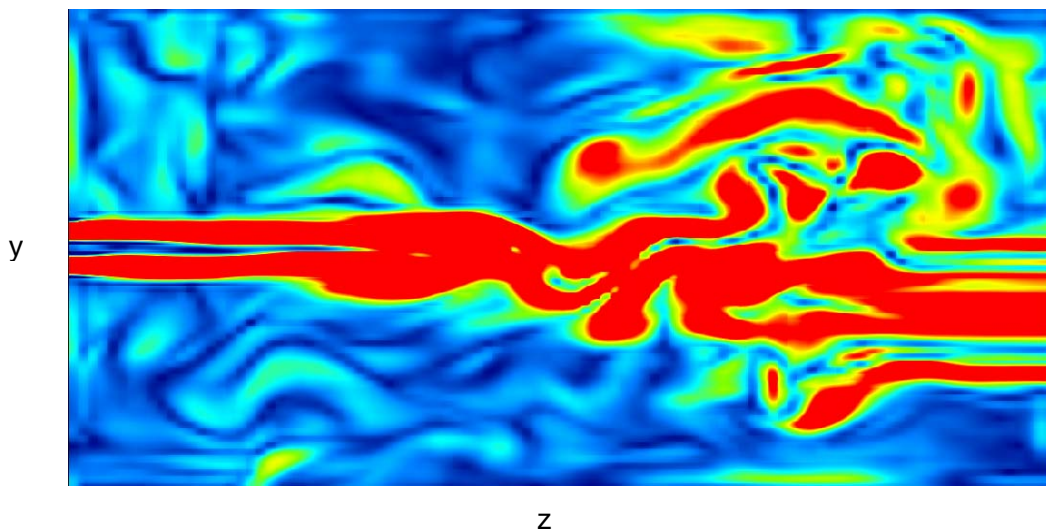


Figura 4.28 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) no instante de tempo igual a 58,0 s.

Comparando as Figs. 4.25 e 4.28, é possível verificar uma maior quantidade de estruturas turbulentas para um mesmo instante de tempo. A Fig. 4.28 se refere à simulação *3LAYER2*, a qual utiliza uma malha mais refinada. É possível verificar também que o módulo de vorticidade da simulação *3LAYER2* no instante de tempo de 28 s físicos (Fig. 4.26) já apresenta maior quantidade de estruturas do que o referente à simulação *2LAYER2* em 58 s (Fig. 4.25). Assim, pode-se verificar claramente a influência do refinamento da malha, a qual se

torna ainda mais evidente ao se visualizar o resultado da simulação 4LAYER2 apresentado a seguir.

a3) Simulação 4LAYER2

As Figuras 4.29, 4.30 e 4.31 apresentam os planos yz do módulo de vorticidade para a simulação 4LAYER2 em três diferentes instantes de tempo.

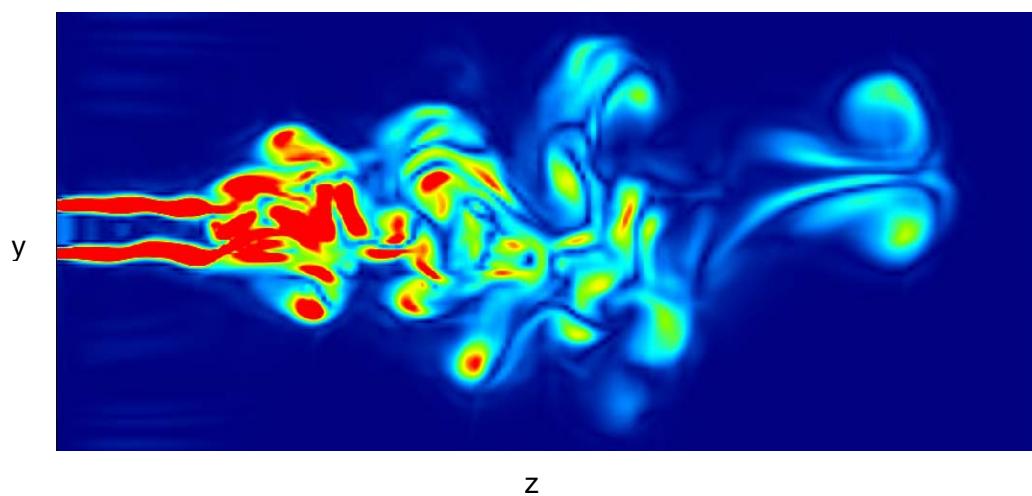


Figura 4.29 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) num instante de tempo igual a 7,0 s.

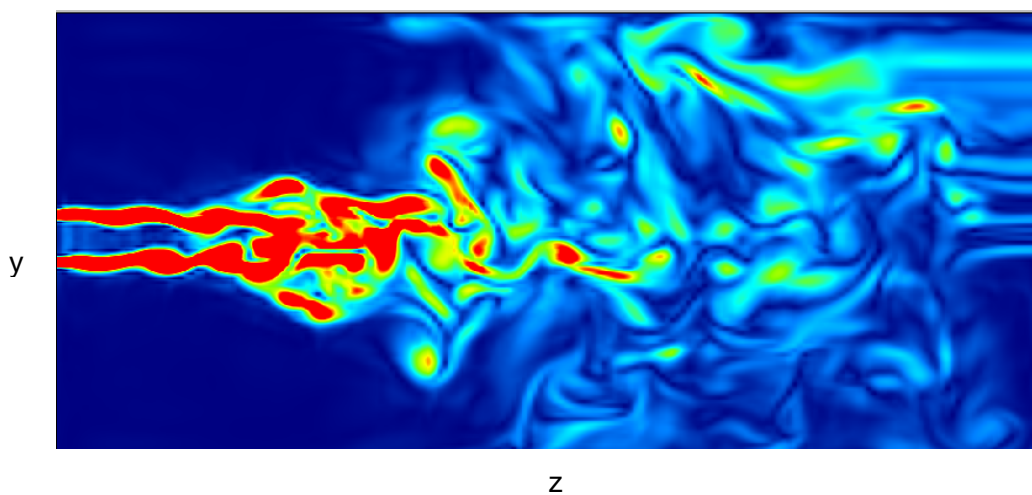


Figura 4.30 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) num instante de tempo igual a 28,0 s.

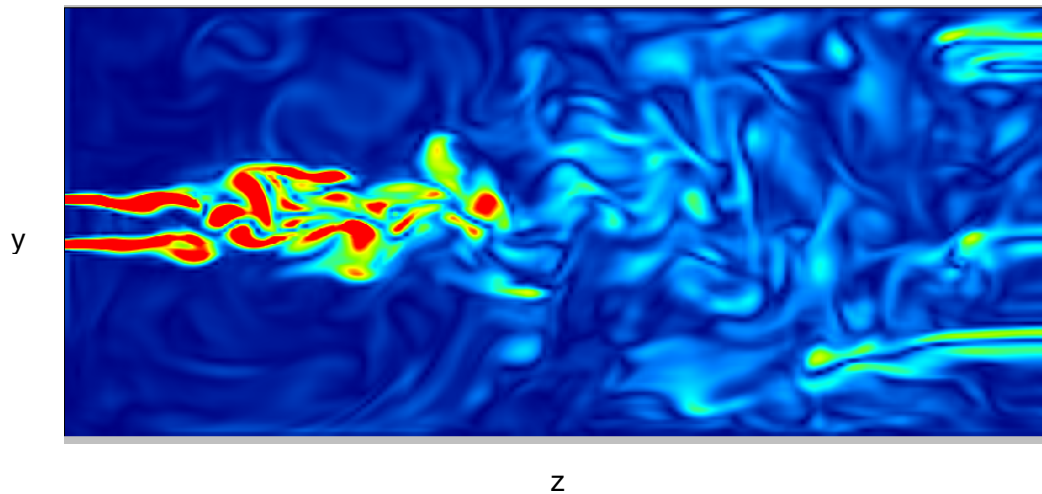


Figura 4.31 - Módulo de Vorticidade no plano yz ($x=0$) num instante de tempo igual a 58,0 s.

Observando-se a Fig. 4.29 verifica-se que com 7 segundos já é possível observar a formação de vórtices no escoamento. Uma comparação com as outras simulações a um mesmo instante de tempo pode ser feita através da observação das Figs. 4.29, 4.30 e 4.31. Maior detalhamento com relação às estruturas da turbulência na Fig 4.31 referente à simulação *4LAYER2*, que utiliza uma malha de discretização de 2.050.000 pontos, é claramente observado. Embora seja verificado um maior nível de detalhamento em uma simulação com malha mais refinada, a visualização ainda é considerada pobre com relação às inúmeras escalas que fazem parte do escoamento a número de Reynolds 100.000. Estruturas primárias do tipo Kelvin-Helmholtz, emparelhamento de vórtices, interação entre filamentos longitudinais não puderam ser identificados com clareza.

De forma geral, os resultados não se apresentaram satisfatórios, pois não permitiram atingir o objetivo de evidenciar com clareza as estruturas e fenômenos típicos do escoamento, mesmo utilizando uma malha consideravelmente fina. Observa-se nas visualizações um comportamento difusivo, cuja origem acredita-se estar relacionada ao esquema numérico utilizado no código computacional.

b) Tratamento estatístico das simulações 2LAYER2, 3LAYER2, 4LAYER2

Para realização do tratamento estatístico foram instaladas diversas sondas na direção transversal y em $x=0$ em três diferentes posições do eixo do jato: $z=4D$, $z=15D$ e $z=23D$. Os resultados numéricos referentes às posições das sondas eram armazenados em arquivos a cada passo de tempo. Em seguida estes resultados eram processados, sendo calculados a velocidade axial média \bar{w} e os tensores de Reynolds ($\overline{w^2}$ e \overline{wv}) para cada posição domínio.

A velocidade axial média foi calculada através da equação:

$$\bar{w} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N w(t_j) \quad (4.25)$$

Os momentos centrais de segunda ordem foram ser calculados pelas equações:

$$\overline{w^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (w(t_j) - \bar{w})^2 \quad (4.26)$$

Similarmente, o tensor \overline{wv} foi calculado através da equação:

$$\overline{wv} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (w(t_j) - \bar{w})(v(t_j) - \bar{v}) \quad (4.27)$$

Os perfis de velocidade axial média e dos tensores de Reynolds resultantes da simulação foram normalizados através da velocidade central máxima ($W_{máx}$) e comparados aos resultados experimentais Hussein et al (1994). Os dados de Hussein et al. (1994) são apresentados em forma de curvas ajustadas através do método dos mínimos quadrados pelos próprios autores:

$$p(\eta) = [C_0 + C_1\eta + C_2\eta^2 + C_3\eta^3 + \dots + C_n\eta^n] \exp(-A\eta^2), \quad (4.28)$$

onde p é variável avaliada (velocidade axial, tensores de Reynolds, etc), os valores das constantes C_0, C_1, \dots, C_n dependem da grandeza p e η é o adimensional, que no caso da malha cartesiana é definido como:

$$\eta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z - z_0} \quad (4.29)$$

Os dados de Hussein et al. (1994) foram utilizados para comparações por serem mais atuais e apresentarem medidas que satisfazem as equações de momento diferencial e integral em um meio infinito. Além disso, aos trabalhos experimentais realizados anteriormente foram atribuídos problemas de confinamento. Por esta razão, os perfis de Hussein et al (1994) distanciam-se dos mesmos tanto na forma quanto no nível dos perfis.

Os resultados do tratamento estatístico efetuado sobre as simulações *2LAYER2*, *3LAYER2*, *4LAYER2* são apresentados a seguir.

Os perfis de velocidade axial média experimental e resultante das simulações *2LAYER2*, *3LAYER2* e *4LAYER2* são apresentados pelas Figuras 4.32, 4.33 e 4.34, respectivamente.

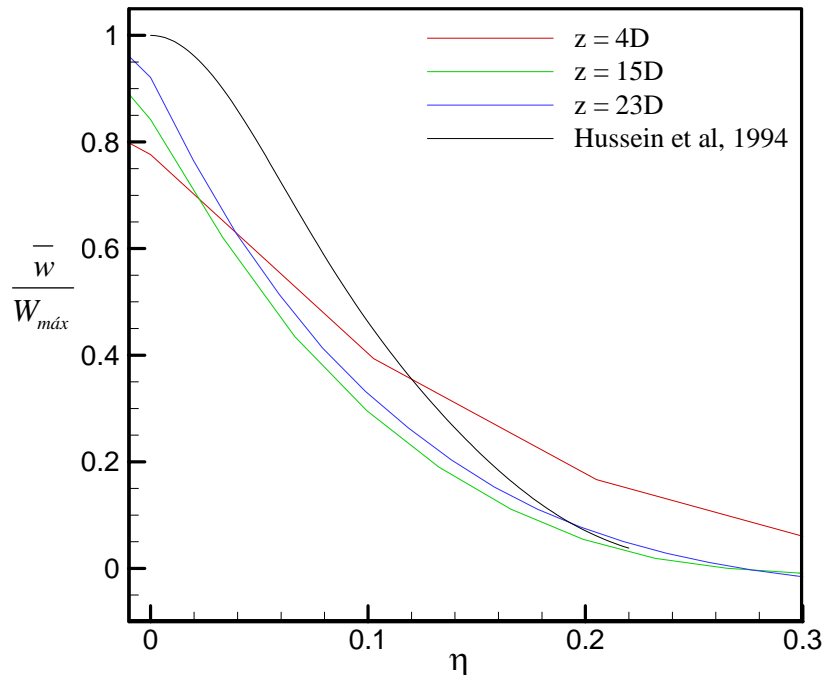


Figura 4.32 - Perfil de Velocidade Axial média simulado (Simulação *2LAYER2*) e experimental.

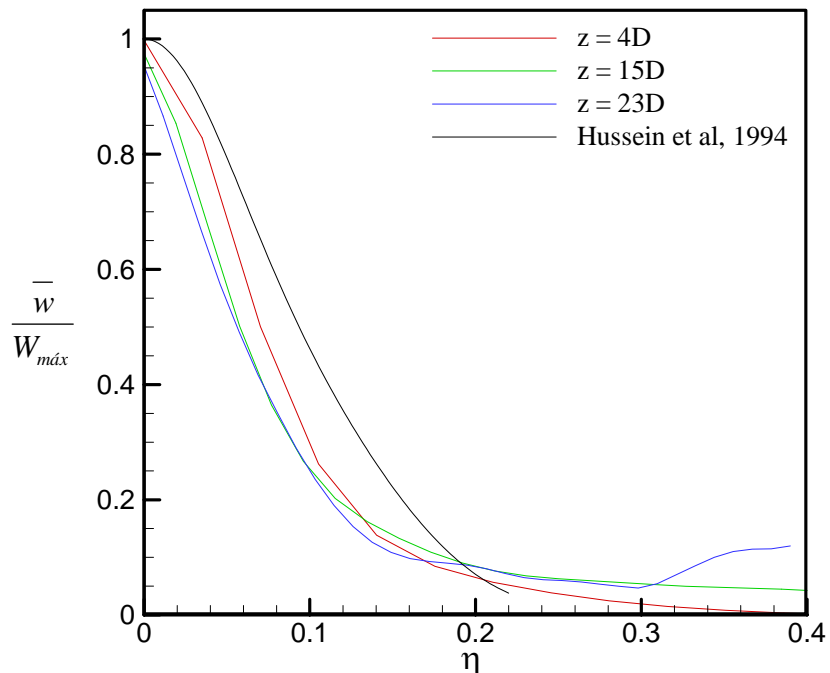


Figura 4.33 - Perfil de Velocidade Axial média simulado (Simulação *3LAYER2*) e experimental.

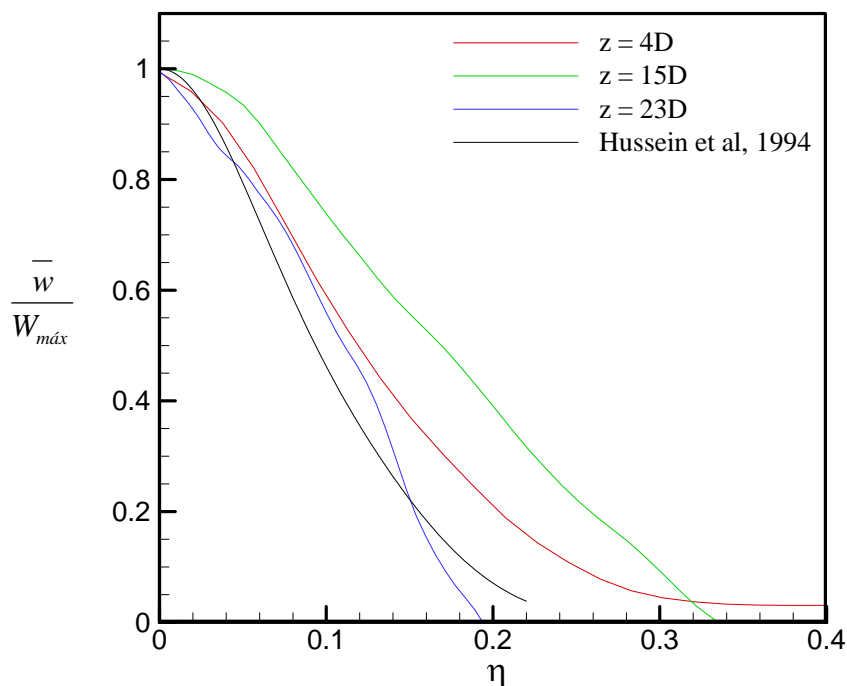


Figura 4.34 - Perfil de Velocidade Axial média simulado (Simulação 4LAYER2) e experimental.

Na Fig. 4.32 os perfis referentes às posições $z=15D$ e $z=23D$ encontram próximos entre si, sugerindo auto-similaridade. Com relação ao perfil experimental, estes perfis apresentam comportamento muito próximo, mas encontram-se em níveis um pouco inferiores. O perfil referente à posição $z=4D$ apresenta comportamento distinto dos demais. Já na Fig. 4.33, os perfis referentes às três diferentes posições do domínio apresentam-se mais próximos entre si, com comportamento semelhante ao experimental, mas em nível inferior. Na Figura 4.34, os perfis apresentam comportamentos um pouco distintos, não sendo possível notar auto-similaridade entre os mesmos. Na realização desta última simulação (4LAYER2) foi possível verificar que o tempo de avaliação da estatística não foi suficiente para calcular valores médios representativos. Devido à captura de maior quantidade de estruturas do escoamento, graças ao refinamento da malha (2.050.000 pontos), o regime estabelecido provavelmente não foi atingido dentro dos 70 s físicos de simulação. Entretanto, maior tempo de cálculo seria inviável, devido ao tempo de máquina necessário para a execução das simulações. O tempo de máquina foi de aproximadamente 120 horas para resolução de 70s físicos de simulação em uma máquina Pentium 4 com processador de 2.8 Ghz.

Os perfis do componente do tensor de Reynolds normalizado $\overline{w^2} / W_{máx}^2$ experimental e resultantes das simulações 2LAYER2, 3LAYER2 e 4LAYER2 são apresentados pelas Figuras 4.35, 4.36 e 4.37, respectivamente.

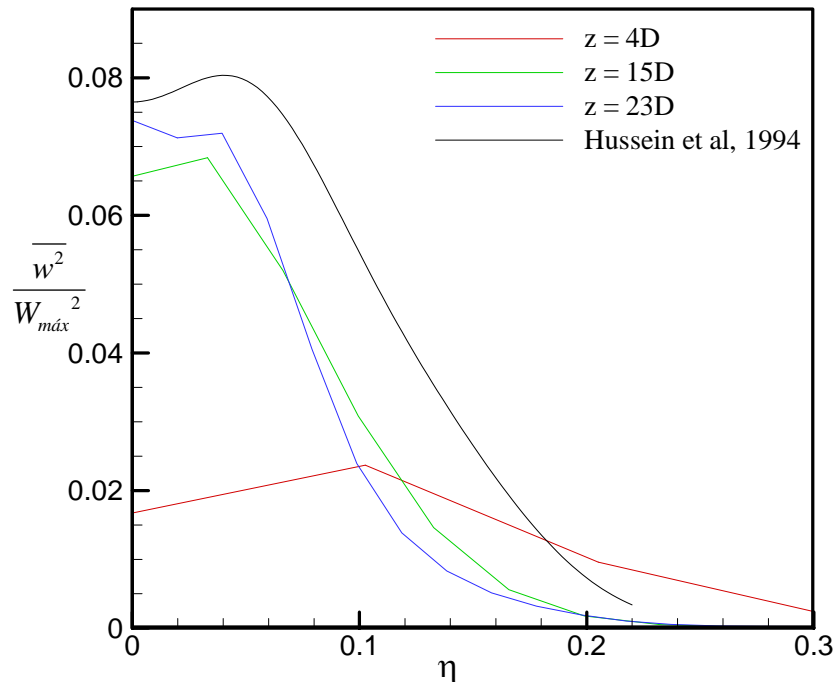


Figura 4.35 - Perfis da componente do tensor $\overline{w^2}/W_{m\acute{a}x}^2$ simulado (Simulação 2LAYER2) e experimental.

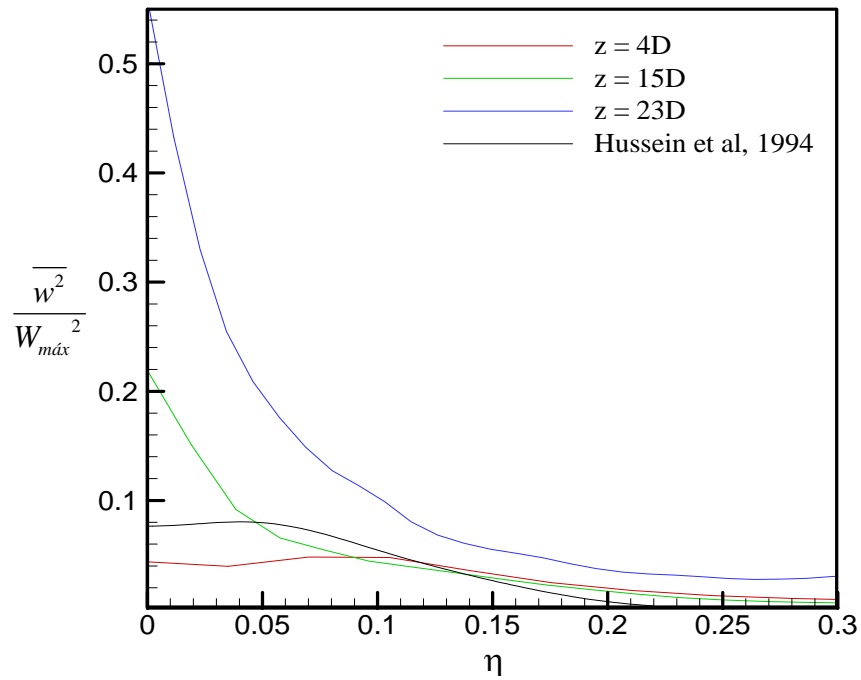


Figura 4.36 - Perfis da componente do tensor $\overline{w^2}/W_{m\acute{a}x}^2$ simulados (Simulação 3LAYER2) e experimental.

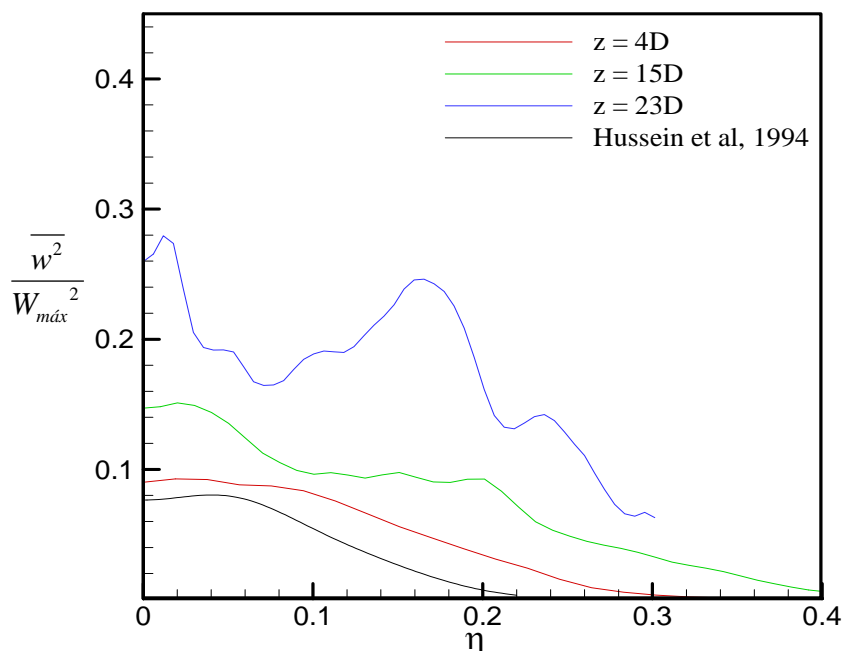


Figura 4.37 - Perfis do componente do tensor $\overline{w^2}/W_{máx}^2$ simulados (Simulação 4LAYER2) e experimental.

Os perfis da componente normalizada $\overline{wv}/W_{máx}^2$ do tensor de Reynolds experimental e resultantes das simulações 2LAYER2, 3LAYER2 e 4LAYER2 são apresentados pelas Figuras 4.38, 4.39 e 4.40, respectivamente.

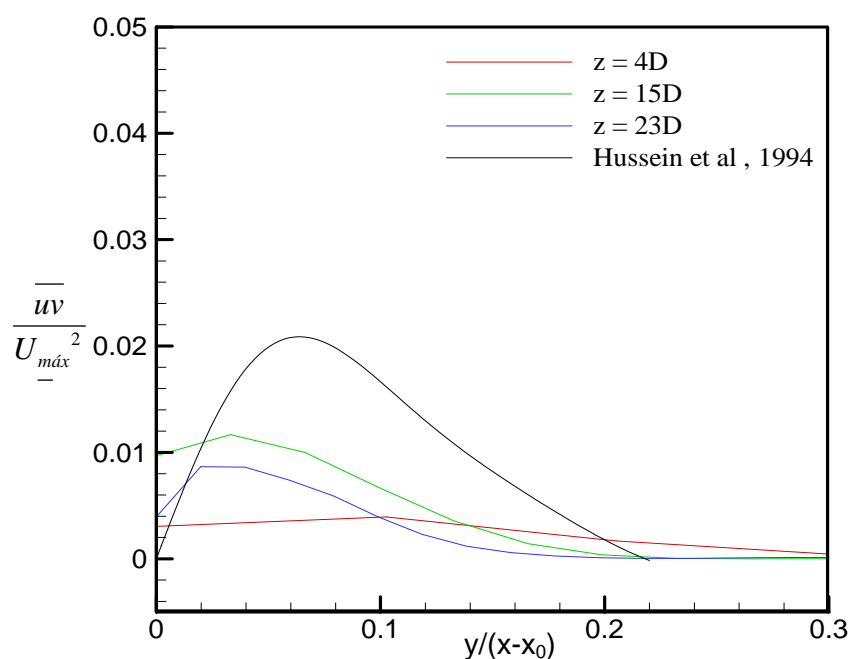


Figura 4.38 - Perfis da componente normalizada $\overline{wv}/W_{máx}^2$ do tensor de Reynolds simulados (Simulação 2LAYER2) e experimental.

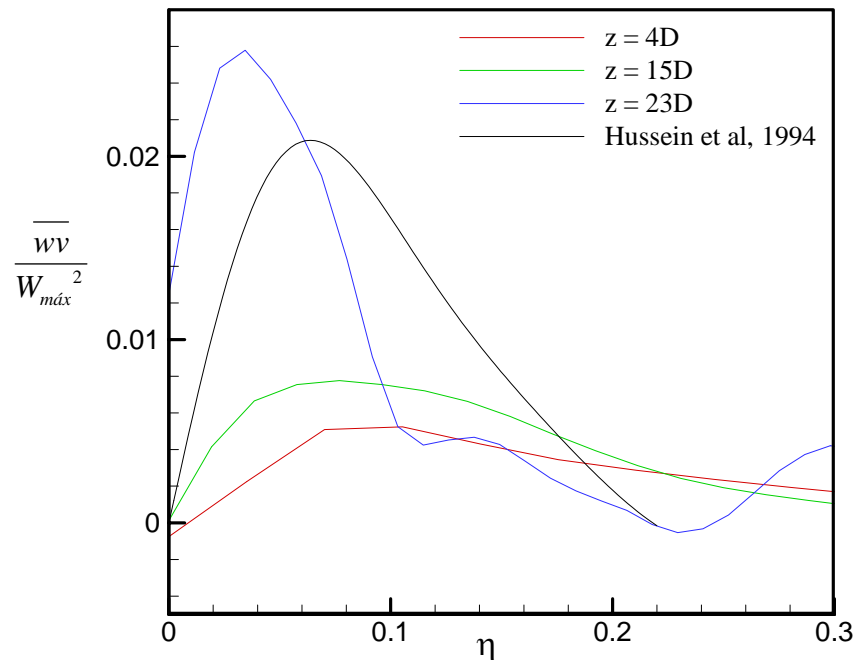


Figura 4.39 - Perfis da componente normalizada $\overline{wv}/W_{m\acute{a}x}^2$ o tensor de Reynolds simulado (Simulação 3LAYER2) e experimental.

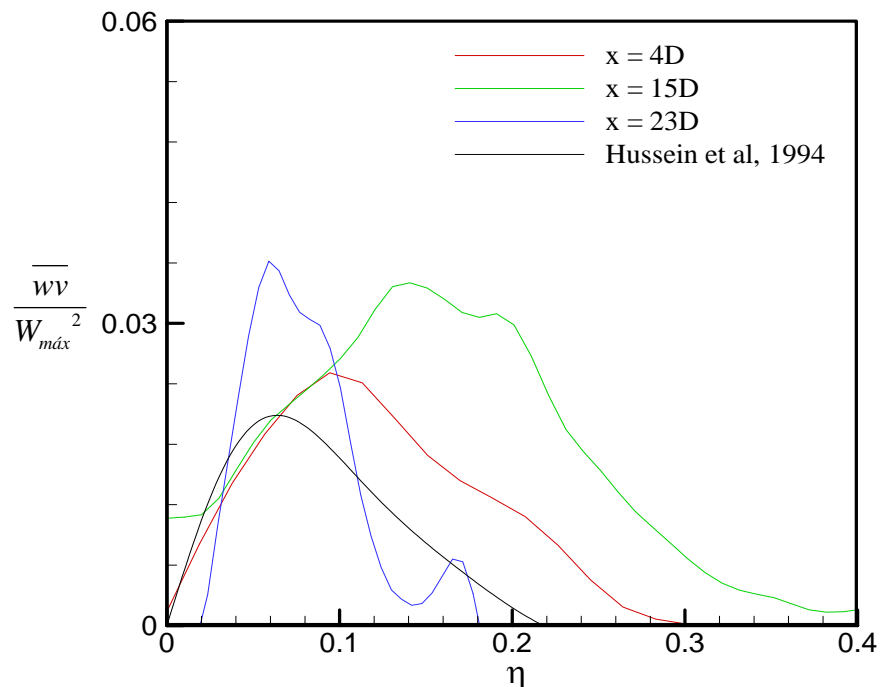


Figura 4.40 - Perfis da componente normalizada $\overline{wv}/W_{m\acute{a}x}^2$ do tensor de Reynolds simulado (Simulação 4LAYER2) e experimental.

É possível verificar através das figuras apresentadas que as discrepâncias entre os perfis experimentais e resultantes de simulações são maiores para os momentos de 2ª ordem

do que para os perfis de velocidade média. Este fato foi também verificado em outros trabalhos, como o de Freund (2001) e Uzun (2003), embora os mesmos apresentem boa concordância entre seus perfis das componentes dos tensores resultantes de simulações e os experimentais. Mesmo diante de bons resultados, Uzun (2003) apresenta justificativas para as possíveis diferenças, as quais foram apresentadas no Cap. 2 do presente trabalho. Entre tais justificativas, o autor cita o fato de que o domínio de 60 raios do bocal de saída do jato ser relativamente curto comparado aos experimentos. Este foi exatamente o tamanho do domínio utilizado nas simulações com código Layer, sendo que um domínio maior seria inviável, devido à necessidade de maior tempo de cálculo exigido para manutenção de uma malha suficientemente fina. Entretanto, as divergências encontradas entre resultados experimentais e simulados no presente trabalho foram muito maiores que as encontradas por Uzun, que usou um mesmo tamanho de domínio, de forma que esta justificativa de Uzun não se aplica ao estudo em questão. No entanto, vale lembrar que Uzun (2003) utiliza em suas simulações LES com esquemas de diferenças finitas compactas de alta ordem de resolução e malha de discretização de 12 milhões de pontos.

É importante lembrar que o solucionador de Riemann utilizado no código *LAYER2* contém alguma difusividade numérica, a qual lhe confere estabilidade; conforme observado nas Figs. 4.25 a 4.31. Esta é uma possível justificativa para a visualização de poucas estruturas nas simulações mesmo com alta resolução.

Diante dos resultados insatisfatórios obtidos, com relação tanto à visualização de estruturas quanto à comparação dos resultados a dados experimentais, optou-se pela utilização de um outro código computacional. Acreditando-se que a alta difusividade gerada pelo esquema numérico do código *LAYER2* possa ter sido a responsável pelos resultados obtidos, o código *CIL3D*, o qual utiliza esquema numérico centrado de 2ª ordem foi utilizado para simular o escoamento do jato. Os resultados obtidos são apresentados no tópico a seguir.

4.2. Simulações utilizando o código *CIL3D*

Foram realizadas duas simulações utilizando o código *CIL3D*. Ambas utilizando malha de discretização de 340.000 pontos (100x34x100) e passo de tempo 0,001s. Lembrando que código é em coordenadas cilíndricas, as dimensões axiais (L) e radiais (R) do domínio foram definidas em função do diâmetro do jato. A primeira simulação, denominada *1CIL3D*, tem como dimensões $L=16D$ e $R=5,5D$ e foi realizada a número de Reynolds 1.600. A segunda simulação, denominada *2CIL3D*, apresenta um domínio de $24D$ na direção axial e $5,5$ diâmetros na direção radial e foi realizada a Reynolds 11.000. As condições de contorno utilizadas e os detalhes referentes a cada uma das simulações são apresentados a seguir.

4.2.1. Condições de contorno

a) Condições de contorno para a entrada:

Foi imposto um perfil de entrada utilizado em simulações numéricas por Martin e Meiburg (1991), Abid e Brachet (1992), Brancher (1996) e Urbin e Metais (1997):

$$u(r, \theta, z = 0) = 0, \quad (4.30)$$

$$v(r, \theta, z = 0) = 0, \quad (4.31)$$

$$w(r, \theta, z = 0) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \tanh \left(\frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left(\frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right) \right], \quad (4.32)$$

onde R/θ é um parâmetro que depende das condições experimentais (alongamento do bocal, número de Reynolds, rugosidade...) e pode variar de 10 a 300 (Zaman e Hussein, 1980). Foram testados diferentes valores deste parâmetro e ele foi fixado em $R/\theta=28$.

$$\frac{\partial p}{\partial z}(r, \theta, z = 0) = 0. \quad (4.33)$$

b) Condições de contorno para a saída:

$$\frac{\partial u(r, \theta, z = L)}{\partial z} = 0, \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial v(r, \theta, z = L)}{\partial z} = 0,0, \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial w(r, \theta, z = L)}{\partial z} = 0,0, \quad (4.36)$$

$$p(r, \theta, z = L) = 0. \quad (4.37)$$

Um dos principais problemas em escoamentos do tipo jato é a recirculação causada pelo transporte de vórtices na saída do domínio, a qual prejudica todo o escoamento. Inicialmente, no intuito de dissipar estes vórtices, aumentou-se o comprimento do domínio na direção axial. No entanto, este procedimento não foi bem sucedido para os valores de comprimento testados. A solução encontrada para este problema foi através da relaminarização do escoamento na saída do domínio. Para tanto foi implementado um esquema *upwind* de 1ª ordem nas 10 últimas células do domínio de cálculo. Este procedimento assegurou a dissipação dos vórtices que provocam a reentrada de fluido para o interior do domínio computacional.

c) Condições de contorno aplicadas na direção azimutal:

Como é natural em coordenadas cilíndricas, condições de contorno periódicas foram aplicadas na direção azimutal do escoamento.

4.2.2 Simulações *1CIL3D* e *2CIL3D*

a) Visualização das estruturas do escoamento

Para visualização das estruturas do escoamento são apresentados os campos de velocidade e dos módulos de vorticidade no plano xz em diferentes instantes de tempo.

As Figura 4.41 e 4.42 mostram respectivamente o campo de componente axial de velocidade e o módulo da vorticidade para a simulação *1CIL3D* em dois diferentes instantes de tempo.

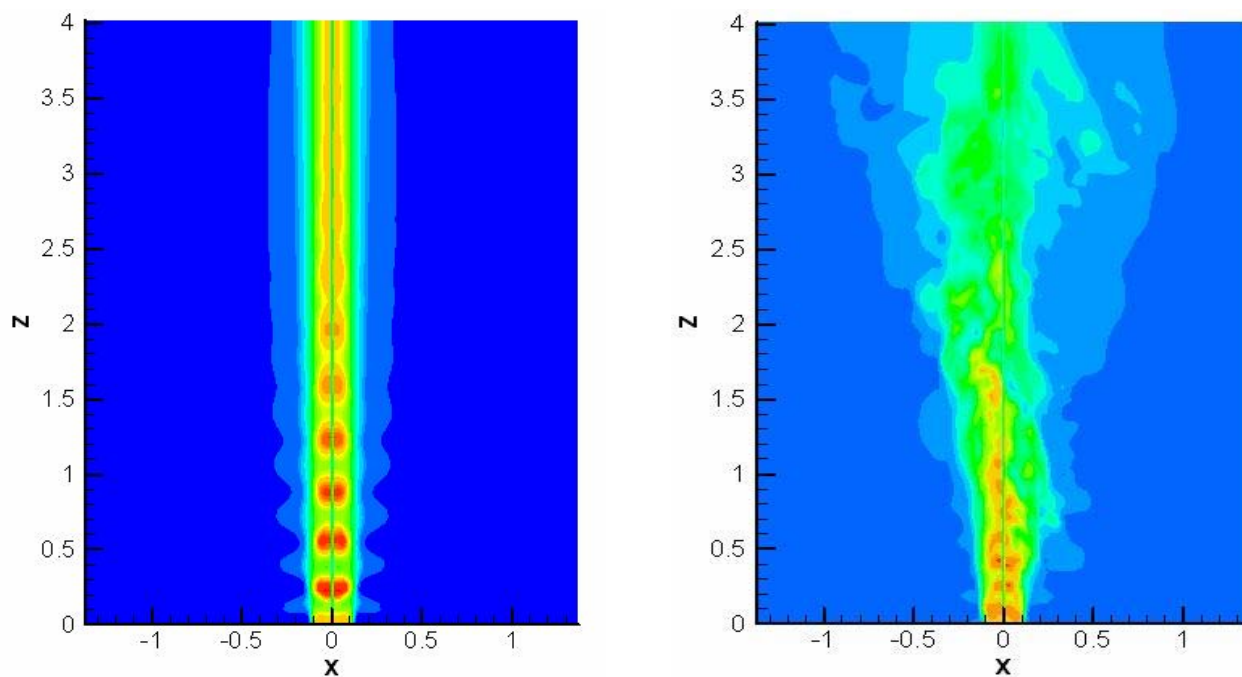


Figura 4.41 - Campo de Velocidade axial no plano xz ($x=0$): (a) $t=40,0$ s e (b) $t= 100,0$ s físicos – $Re=1600$.

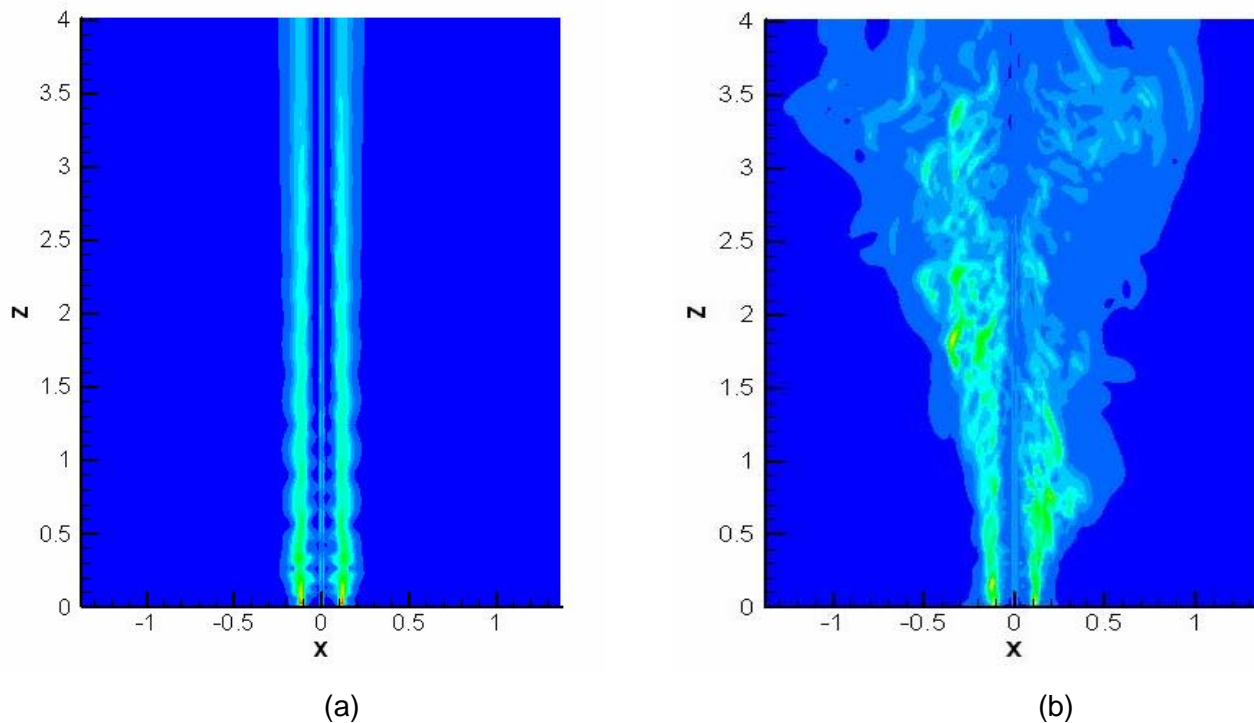


Figura 4.42 - Módulo de Vorticidade no plano xz ($x=0$): (a) $t=40,0$ s e (b) $t= 100,0$ s físicos – $Re=1600$.

Observando-se as Figs. 4.41 (a) e 4.42 (a) pode-se notar que o escoamento é ainda bem comportado no instante igual a 40,0 segundos. No entanto, algumas instabilidades já podem ser notadas, especialmente nas proximidades do bocal do jato, indicando o início da transição. Na saída do domínio o escoamento ainda apresenta-se laminar. Em 100 segundos de simulação, conforme apresenta as Figs. 4.41 (b) e 4.42 (b) nota-se espalhamento do jato na direção transversal ao escoamento, com presença de maior quantidade de estruturas turbulentas geradas pelo desenvolvimento das instabilidades iniciais. No entanto, não se pode evidenciar através da visualização destas figuras as estruturas típicas de um jato.

Vale lembrar que estas simulações foram realizadas a número de Reynolds relativamente baixo ($Re=1600$). Embora os resultados tenham permitido verificar que a este número de Reynolds já ocorre a transição à turbulência, as estruturas primárias do tipo Kelvin-Helmholtz não puderam ser evidenciadas.

As Figuras 4.43 e 4.44 mostram respectivamente o campo de componente axial de velocidade e o módulo da vorticidade para a simulação *2CIL3D* em dois diferentes instantes de tempo.

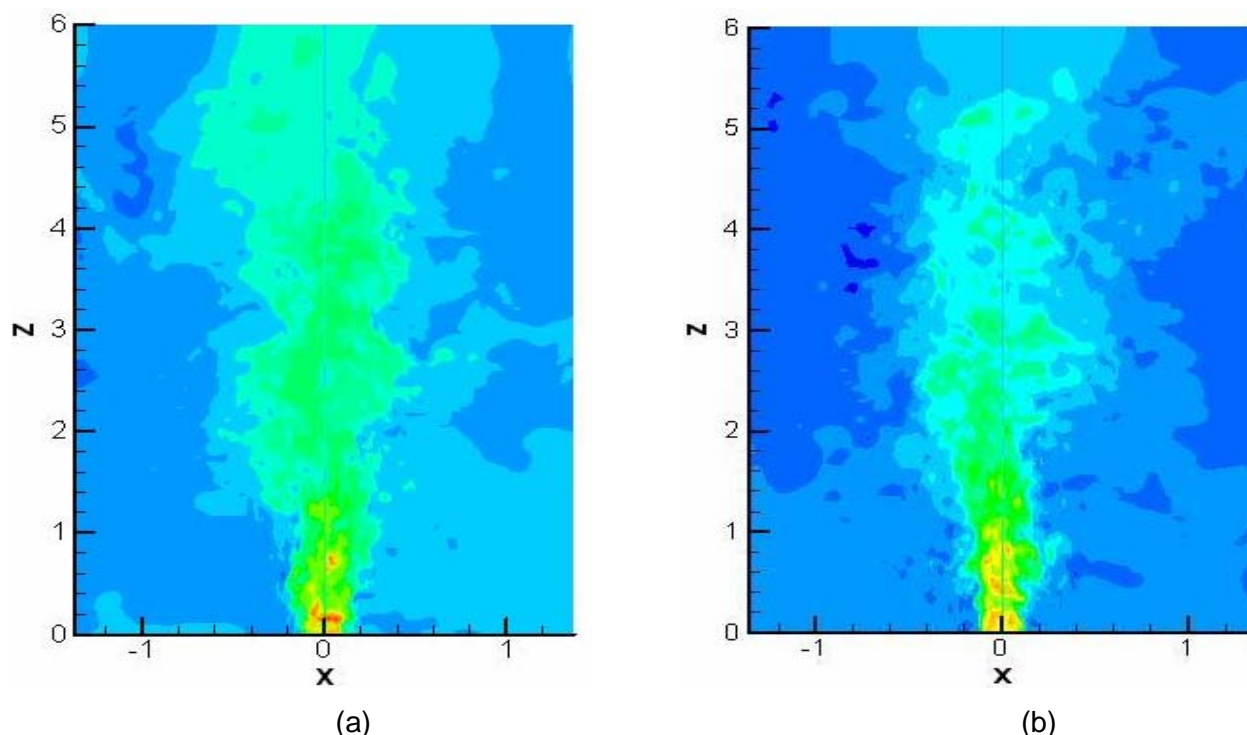


Figura 4.43 - Campo de Velocidade no plano xz ($x=0$): (a) $t=11,0$ s; (b) $t= 40,0$ s físicos – $Re=11000$.

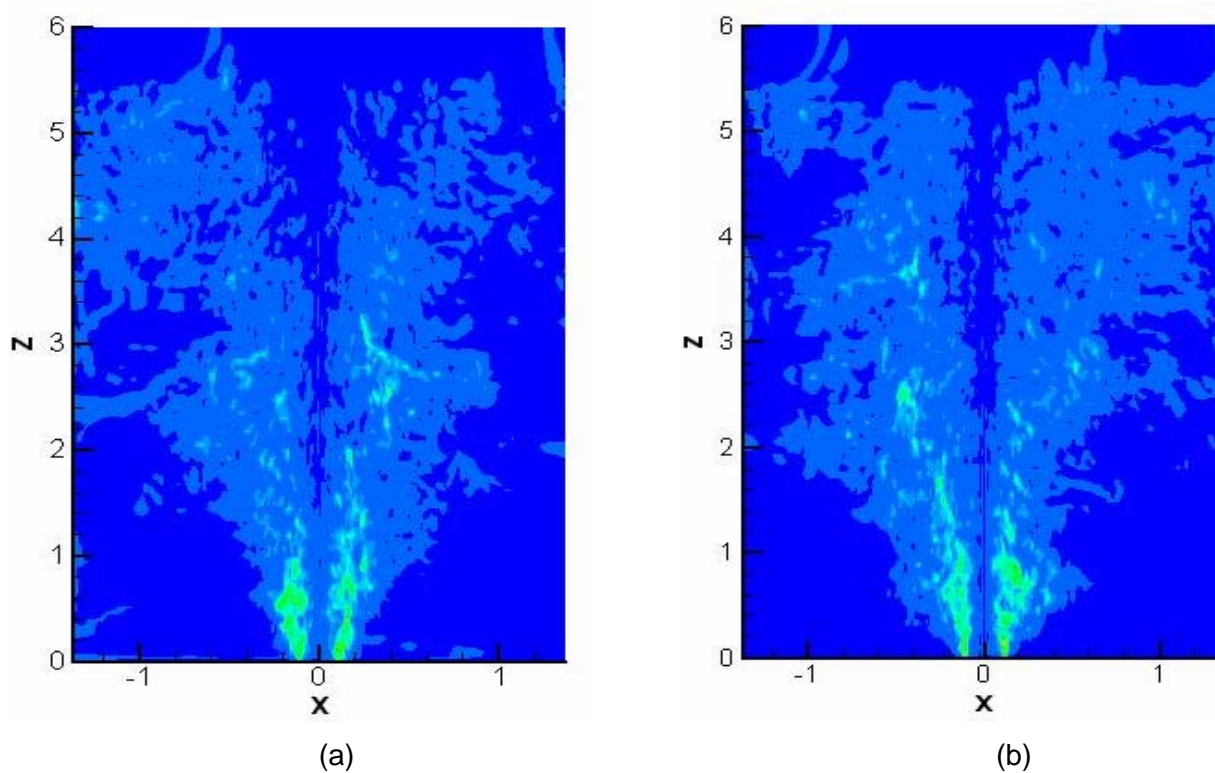


Figura 4.44 - Visualização da Vorticidade no plano xz ($x=0$): $t=11,0$ s e (b) $t= 40,0$ s físicos - $Re=11000$.

Na simulação *2CIL3D*, a qual se diferencia da simulação *1CIL3D* pelo número de Reynolds utilizado, é possível verificar através do campo de velocidade (Fig 4.43 a) e do módulo de vorticidade (Fig 4.44 a) que o escoamento já apresenta turbulência tridimensional desenvolvida no instante igual a 11 segundos. Comparando os resultados da simulação *2CIL3D* nos dois diferentes instantes de tempo (11,0 e 40,0 segundos) não é possível notar diferenças significativas.

Novamente, a observação das Figs 4.43 e 4.44 não permite identificar as estruturas turbulentas típicas do escoamento em estudo.

b) Tratamento estatístico das simulações 1CIL3D e 2CIL3D

O tratamento estatístico foi efetuado através dos resultados das sondas instaladas na direção transversal y em $x=0$ em quatro diferentes posições do domínio. Como o domínio apresenta $16D$ na direção axial da simulação *1CIL3D* as sondas foram instaladas nas posições: $z=8D$, $z=11,2D$, $z=12,8D$ e $14,4 D$. Já para a simulação *2CIL3D*, cujo domínio é de $24D$ na direção axial, as sondas foram posicionadas em $z=12D$, $z=16,8D$, $z=19,2D$ e $z=21,6D$. Foram construídos os perfis de velocidade axial média e das componentes dos tensores de Reynolds para cada uma das posições do domínio, através das equações apresentadas no item 4.1.3 b. Estes perfis foram comparados às curvas ajustadas através dos dados experimentais de Hussein et al. (1994), conforme já mencionado no mesmo item.

Os resultados do tratamento estatístico realizado sobre as simulações *1CIL3D* e *2CIL3D* são apresentados a seguir.

Os perfis de velocidade axial média experimental e resultante das simulações *1CIL3D* e *2CIL3D* são apresentados pelas Figuras 4.45 e 4.46, respectivamente.

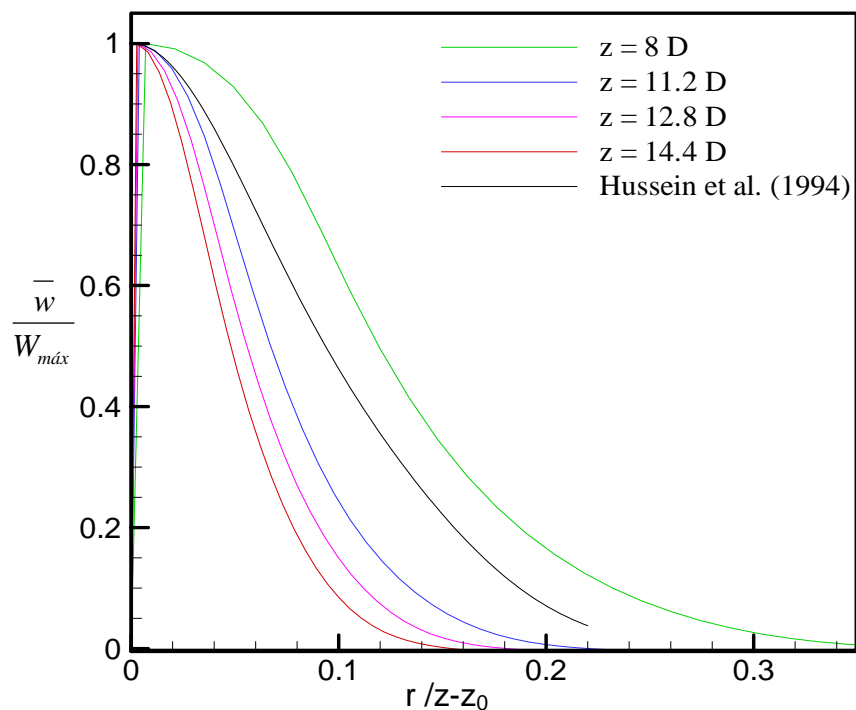


Figura 4.45 - Perfis de Velocidade axial média simulados (Simulação *1CIL3D*) e experimental.

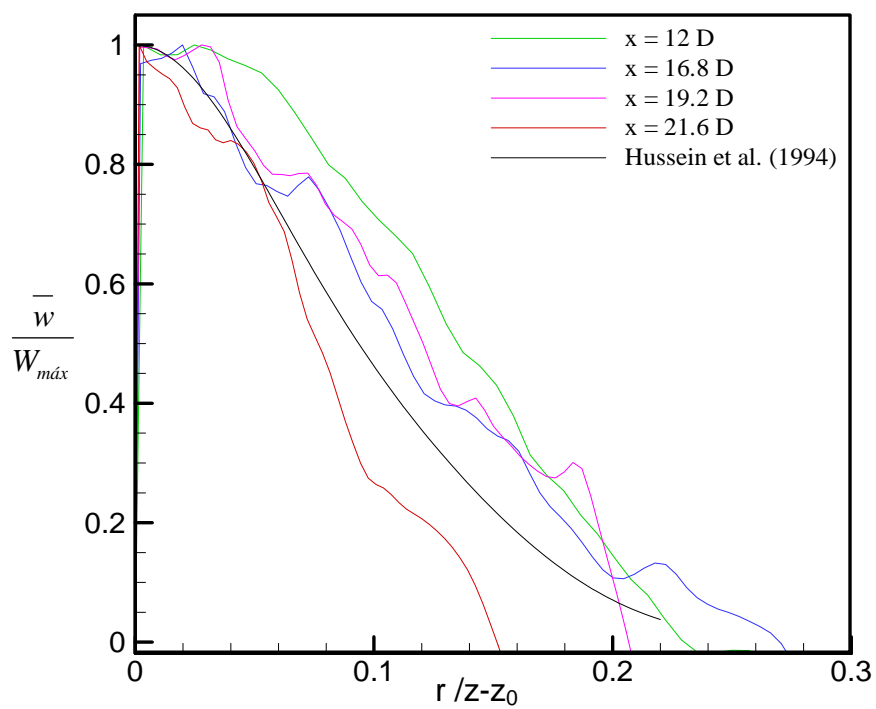


Figura 4.46 - Perfis de Velocidade axial média simulados (Simulação *2CIL3D*) e experimental.

Na Fig. 4.45 os perfis de velocidade média resultantes da simulação *1CIL3D* apresentaram comportamento semelhante ao do perfil experimental. Os perfis referentes às posições $z=16,8D$, $19,2D$ e $21,6D$ apresentaram-se próximos entre si e em nível um pouco inferior ao perfil experimental. Os perfis resultantes da simulação *2CIL3D* apresentaram-se oscilatórios em torno do perfil experimental (Fig.4.46).

Os perfis da componente normalizada $\overline{w^2}/W_{\max}^2$ do tensor de Reynolds experimental e resultantes das simulações *1CIL3D* e *2CIL3D* são apresentados nas Figuras 4.47 e 4.48, respectivamente.

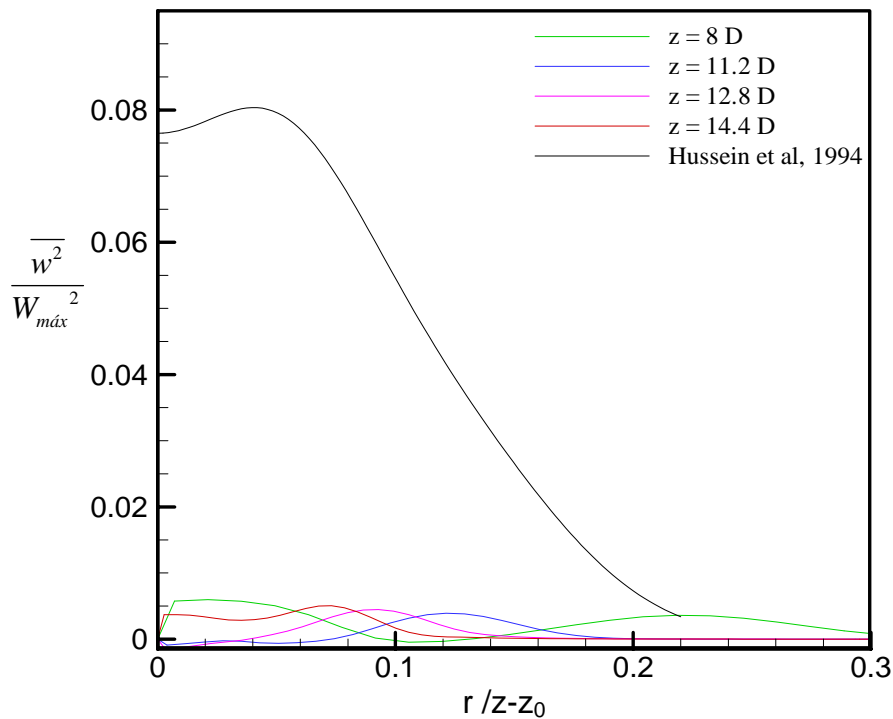


Figura 4.47 - Perfis da componente normalizada $\overline{w^2}/W_{\max}^2$ do tensor de Reynolds simulados (Simulação *1CIL3D*) e experimental.

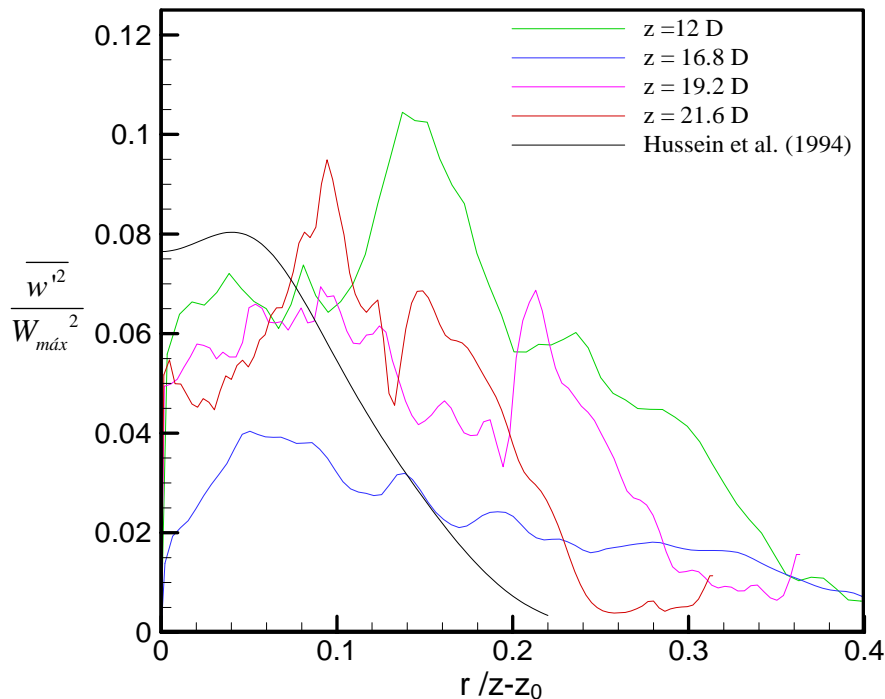


Figura 4.48 - Perfis da componente normalizada $\overline{w'^2} / W_{máx}^2$ do tensor de Reynolds simulados (Simulação *2CIL3D*) e experimental.

Na Fig. 4.47 os perfis das componentes dos tensores resultantes da simulação *1CIL3D* apresentaram-se muito distantes do perfil experimental. Na Fig. 4.48, embora os perfis resultantes da simulação *2CIL3D* apresentem a mesma ordem de grandeza do perfil experimental, os mesmos apresentam-se muito oscilatórios, não possibilitando uma boa comparação.

Mais uma vez os resultados obtidos não foram satisfatórios ao estudo do escoamento do jato. A suspeita inicial com relação à difusividade ocasionada pelo esquema numérico utilizado pôde ser investigada ao substituir um código que se apresentou altamente difusivo (*LAYER2*) por um outro código (*CIL3D*), com um esquema numérico menos difusivo. No entanto, novamente os objetivos almejados não foram alcançados. Além de não se conseguir verificar a formação e a evolução das estruturas que compõem o escoamento, também não foi obtida boa concordância com dados experimentais. Iniciou-se uma nova investigação da literatura, em busca de informações que pudessem contribuir para justificar porque os códigos utilizados não permitiram simular adequadamente o escoamento do jato, já que as metodologias dos códigos foram bem sucedidas em estudos de outros tipos de escoamento (Chernousov, 2001 e Souza, 2003).

Uma observação minuciosa sobre trabalhos da literatura envolvendo escoamentos de jatos livres, permitiu verificar que muitos não apresentam comparações de resultados para as tensões de Reynolds, no entanto apresentam boa concordância para velocidade axial média. Um trabalho especialmente interessante é o trabalho de Glaze e Frankel (2003). Embora o objetivo deste autor seja relacionado às condições de entrada turbulenta, seus resultados permitem constatar diferenças na simulação ao se utilizar um esquema numérico de 2ª ou 6ª ordem. A Figura 4.49 apresenta as estruturas de vórtices instantâneas obtidas através da simulação utilizando um esquema compacto de alta ordem (GR LES) e utilizando um esquema de 2ª ordem (Fluent LES)

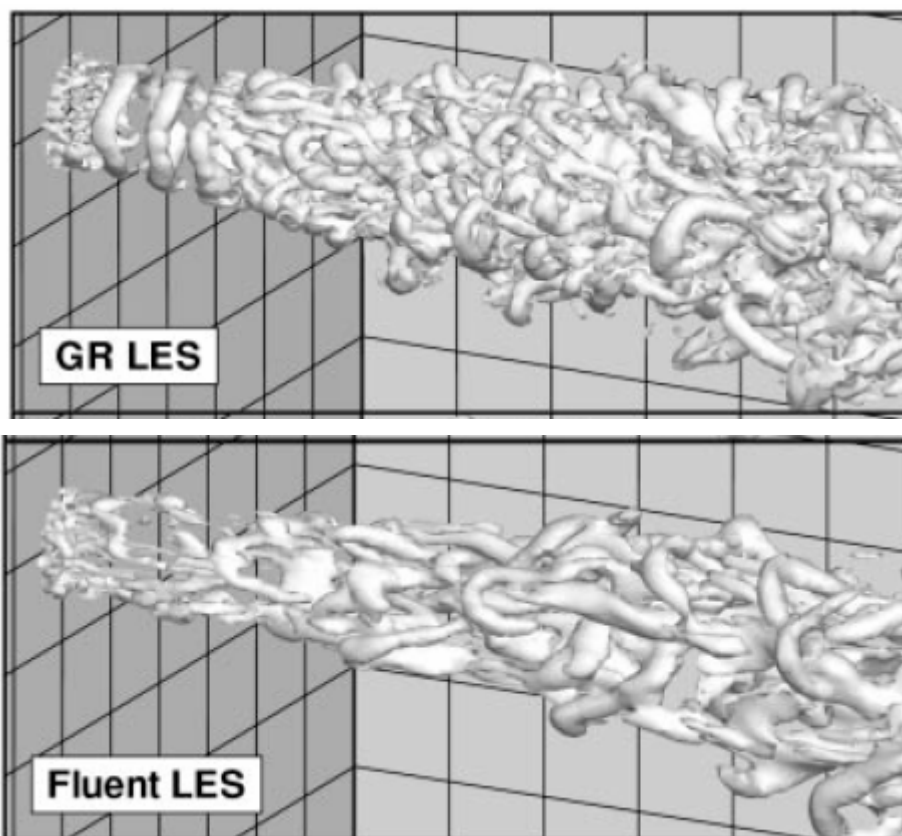


Figura 4.49 - Estruturas de Vórtice instantâneas visualizadas por isosuperfícies negativas de λ_2 . (Glaze e Frankel, 2003).

Através da Fig. 4.49 pode-se perceber facilmente maior riqueza de detalhes com relação às estruturas do escoamento para a solução GR LES em comparação à solução Fluent LES.

Outro resultado interessante que pode ser observado no trabalho de Glaze e Frankel (2003) é com relação à comparação dos resultados simulados a dados experimentais. Verifica-se uma superpredição da Intensidade turbulenta pelo resultado Fluent LES, enquanto boa concordância é obtida através da solução GR LES, conforme pode ser visualizado na Fig. 4.50.

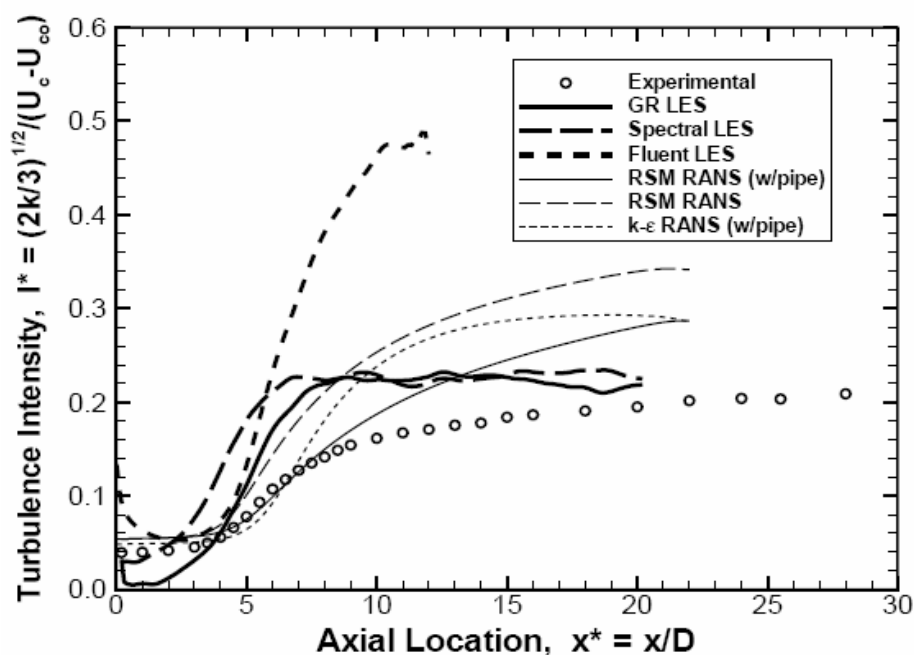


Figura 4.50 - Intensidade turbulenta na linha central. (Glaze e Frankel, 2003).

Já para a velocidade média axial não são notadas discrepâncias com relação aos resultados obtidos pelas resoluções utilizando esquemas de diferentes ordem numéricas, conforme apresenta a Figura 4.51.

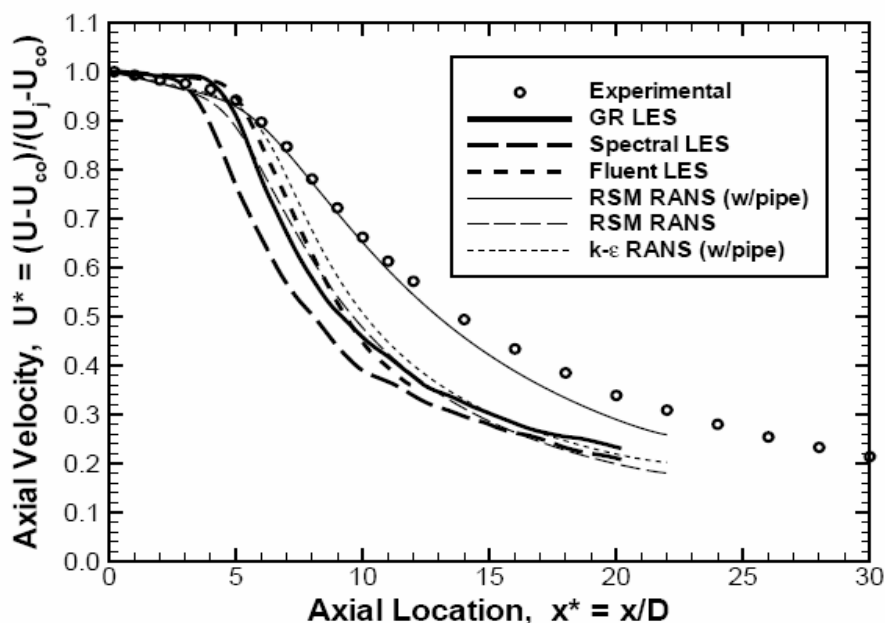


Figura 4.51 - Velocidade axial média ao longo da linha central do jato. (Glaze e Frankel, 2003).

Os resultados apresentados levantaram um questionamento a respeito da relevância da ordem do esquema numérico utilizado para realização das simulações do escoamento do jato livre. Além do trabalho de Glaze e Frankel (2003), vale lembrar que Uzun (2003), cujo trabalho apresenta boa concordância com resultados experimentais a elevado número de Reynolds, também utilizou esquemas compactos de 6ª ordem. O mesmo pôde ser observado no trabalho de Freund (2001) que utiliza diferenças finitas de 6ª ordem nas direções axial e radial e método espectral na direção azimutal.

Assim, a ordem do esquema numérico utilizado para simular o escoamento de jatos parece ser crucial para melhor compreender a formação e evolução das estruturas presentes no escoamento do tipo jato, principal objetivo do presente trabalho. É importante ressaltar ainda que a utilização do modelo de Smagorisky certamente afeta os resultados na região de transição, dissipando a energia das perturbações iniciais originadas da instabilidade do escoamento laminar.

Diante deste contexto, optou-se por utilizar um método de alta precisão numérica (método pseudo-espectral) para realização das simulações. Os resultados obtidos com o método pseudo-espectral serão apresentados no capítulo 5.

CAPÍTULO V

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através do código *SPECTRAL*. Inicialmente é apresentada a validação do código, realizada através da solução da Equação de Burgers (Canuto et al., 1988) e da simulação dos vórtices de Green-Taylor (Layzet e Lamballais, 2004). Em seguida são apresentadas as análises temporais de decaimento de jatos livres simulados a partir de diferentes perturbações impostas sobre os campos iniciais de velocidade. As visualizações da formação e evolução das estruturas do escoamento para os diferentes casos estudados são apresentadas seguidas de análises sobre a dinâmica do escoamento. As influências da resolução no espaço de Fourier e da precisão utilizadas no código também são analisadas. São apresentados ainda tratamentos estatísticos simplificados utilizando conceitos de similaridade (Townsend, 1976; Narasimha, 1990).

5.1 Validação do Código *SPECTRAL*

5.1.1 Equação de Burgers

Para validação do código *SPECTRAL* foi resolvida a Equação de Burgers (Canuto et al., 1988), apresentada abaixo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (5.1)$$

A equação de Burgers tem sido de grande interesse físico devido a suas propriedades estatísticas e por causa de sua função na hierarquia de aproximações das equações de Navier-Stokes. A equação de Burgers modela com sucesso a dinâmica de gases para situações particulares (Lightill, 1956); acústica (Blackstock, 1966), e os fenômenos de difusão e advecção (Burgers, 1948). Soluções da Eq (5.1) exibem um delicado balanço entre advecção e difusão. Além disso, ela é uma das poucas EDPs não-lineares para as quais a solução exata e

completa é conhecida em termos de valores iniciais (Cole, 1951; Hopf, 1950). A equação de Burgers constitui um problema teste conveniente e usual para esquemas numéricos.

A solução para condições de contorno periódicas (Whitiam, 1974) é:

$$u(x, t) = -2\nu \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x}(x - ct, t + 1)}{\phi(x - ct, t + 1)}, \quad (5.2)$$

sendo:

$$\phi(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x - (2n+1)\rho)^2}{4\nu t}}. \quad (5.3)$$

Esta solução teórica com o valor da constante $c=8$ foi utilizada para comparação com os resultados do código *SPECTRAL*. Foram realizadas simulações do instante $t=0$ até $t = \pi/8$ s, utilizando um passo de tempo de $\pi/12800$ s e 16, 32, 64 e 128 pontos de colocação. Os resultados obtidos destas simulações foram comparados com a solução teórica. O erro máximo absoluto foi determinado através da diferença entre os resultados das simulações e a solução teórica. A Figura 5.1 apresenta a comparação gráfica dos resultados, enquanto a Tabela 5.1 apresenta os erros máximos obtidos pelo código *SPECTRAL* e apresentados por Canuto et al. (1988) para diferentes níveis de refinamento.

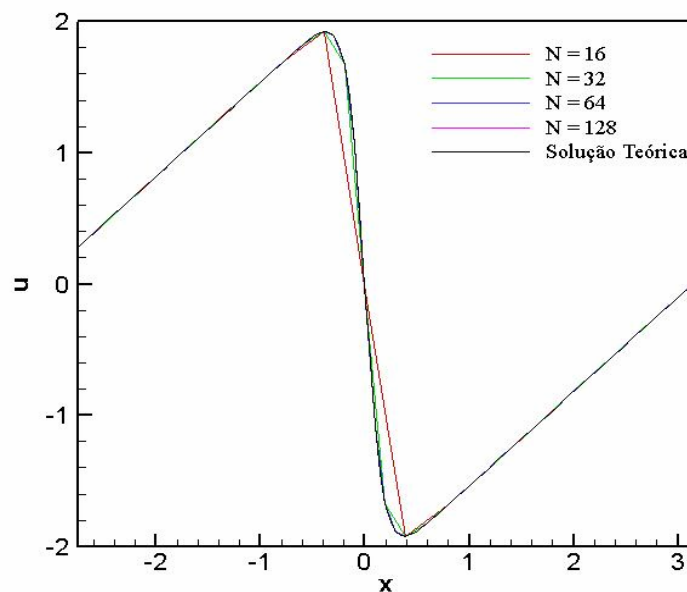


Figura 5.1 - Resultados simulados através do código *SPECTRAL* para Equação de Burgers e sua solução analítica.

Tabela 5.1 - Erros Máximos para Equação periódica de Burgers.

N	Código SPECTRAL	Solução Método Espectral (Canuto et al., 1988)
16	$1,29 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
32	$9,74 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-2}$
64	$3,26 \times 10^{-5}$	$3,6 \times 10^{-4}$
128	$1,99 \times 10^{-9}$	$6,1 \times 10^{-8}$

A Figura 5.1 permite verificar o quanto os resultados das simulações coincidem bem com a solução teórica da equação de Burgers a partir de 32 modos de Fourier. A Tabela 5.1 permite observar que o erro máximo diminui à medida em que se aumenta a resolução no espaço de Fourier. Os erros máximos obtidos através do código *SPECTRAL* foram inferiores aos erros máximos apresentados pela solução obtida por Canuto et al. (1988).

5.1.2 Vórtices de Green Taylor

A validação do código *SPECTRAL* também foi realizada para o caso bidimensional do decaimento temporal dos vórtices de Green Taylor (Layzet e Lamballais, 2004).

Em um domínio retangular $L_x \times L_y$ com condições periódicas nos contornos $x=0$, $x=L_x$, $y=0$, e $y=L_y$, partindo das condições iniciais:

$$u(x, y, 0) = U \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right), \quad (5.4)$$

$$v(x, y, 0) = -U \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right), \quad (5.5)$$

a solução analítica das equações incompressíveis de Navier-Stokes é dada por:

$$u(x, y, t) = U \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right) e^{-\left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2}\right) 4\pi^2 \nu t}, \quad (5.6)$$

$$v(x, y, t) = -U \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right) e^{-\left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2}\right) 4\pi^2 \nu t}. \quad (5.7)$$

Esta solução exata foi utilizada para comparações aos resultados obtidos através do código *SPECTRAL*. Foi realizada uma simulação considerando um domínio quadrado com $L_x = L_y$ discretizado em $n_x \times n_y$ modos de Fourier com $n_x = n_y$. Foram utilizados 8^2 , 16^2 , 32^2 , 64^2 e 128^2 modos de Fourier. O passo de tempo foi de 0,0005 s de forma que o erro do tempo de discretização possa ser considerado desprezível em relação ao erro espacial. O número de Reynolds definido por $Re = U L_x / \nu$ é igual a 1000. O erro foi calculado através do desvio padrão da componente de velocidade calculada u_c a partir de sua solução exata u_e :

$$Erro = \sqrt{\frac{1}{n_x} \frac{1}{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \left(u_c(x_i, y_j, t_1) - u_e(x_i, y_j, t_1) \right)^2}, \quad (5.8)$$

com $x_i = (i-1)L_x / n_x$ e $y_j = (j-1)L_y / n_y$.

A Figura 5.2 apresenta o campo de velocidade resultante da simulação dos vórtices de Green-Taylor, e a Figura 5.3 mostra as respectivas linhas de corrente.

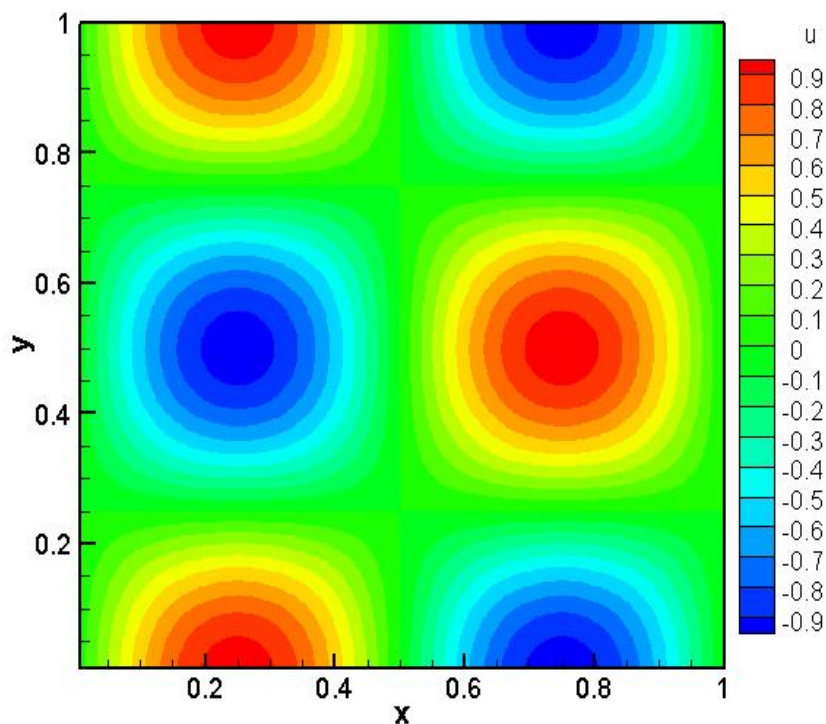


Figura 5.2 - Campo de velocidade u para os vórtices de Green-Taylor.

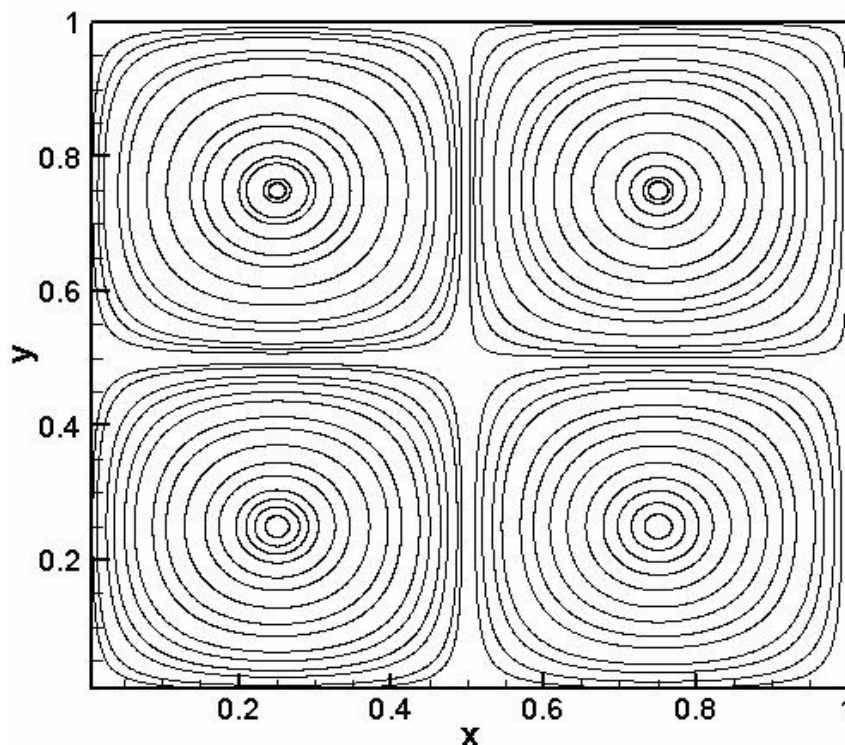


Figura 5.3 - Vórtices de Green-Taylor representados por linhas de corrente.

As Figuras 5.2 e 5.3 permitem verificar que os vórtices de Green-Taylor foram simulados de forma consistente. O erro calculado através da Equação (5.8) foi de $2,36 \times 10^{-15}$ ao utilizar 128^2 modos de Fourier. É importante ressaltar que resultados com a mesma precisão já haviam sido obtidos com 8^2 pontos de colocação, com o erro também da ordem de 10^{-15} , confirmando a alta precisão do código SPECTRAL.

5.2 Análise do Jato Circular Tridimensional em decaimento temporal

Realizada a validação do código SPECTRAL, objetivou-se o estudo da evolução temporal do jato circular livre. Este estudo consta de análises qualitativas e quantitativas de cinco casos, os quais se diferenciam pelo tipo de perturbação imposta ao perfil de velocidade inicial. As condições de simulação destes casos são semelhantes em alguns aspectos, sendo detalhadas a seguir.

Condições de contorno periódicas são aplicadas nas três direções do escoamento, sendo esta uma exigência do método pseudo-espectral utilizado neste trabalho, conforme já apresentado no capítulo 3. Devido à condição de contorno periódica na direção do escoamento, esta é uma simulação temporal do jato, e, portanto diferente das realizadas nos estudos preliminares. As simulações foram conduzidas com o número de Reynolds 1600,

passo de tempo de 0,0025 s, em um domínio cúbico de dimensões $8R \times 8R \times 8R$, onde R é o raio inicial do jato, conforme mostra a Figura 5.4.

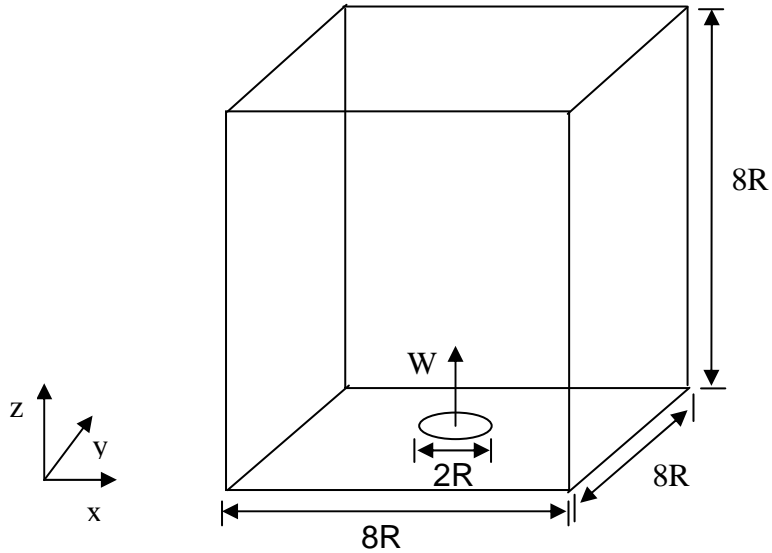


Figura 5.4 - Esquema do domínio de cálculo.

O perfil inicial da componente axial de velocidade é o mesmo em todas as simulações realizadas:

$$w_0(r, \theta, z, 0) = \begin{cases} 1 & (r \leq R - \delta) \\ \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \tanh\left(\frac{r - R}{2\delta}\right) \right] & (R - \delta < r < R + \delta), \\ 0 & (r \geq R + \delta) \end{cases} \quad (5.9)$$

sendo r dado por $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, tendo como referência o sistema de coordenadas cartesianas e δ a metade da espessura da camada cisalhante, considerada igual a 2,5/16 m.

A Figura 5.5 mostra esquematicamente o perfil $w_0(x, y, z)$, o raio inicial do jato e a camada cisalhante de espessura 2δ .

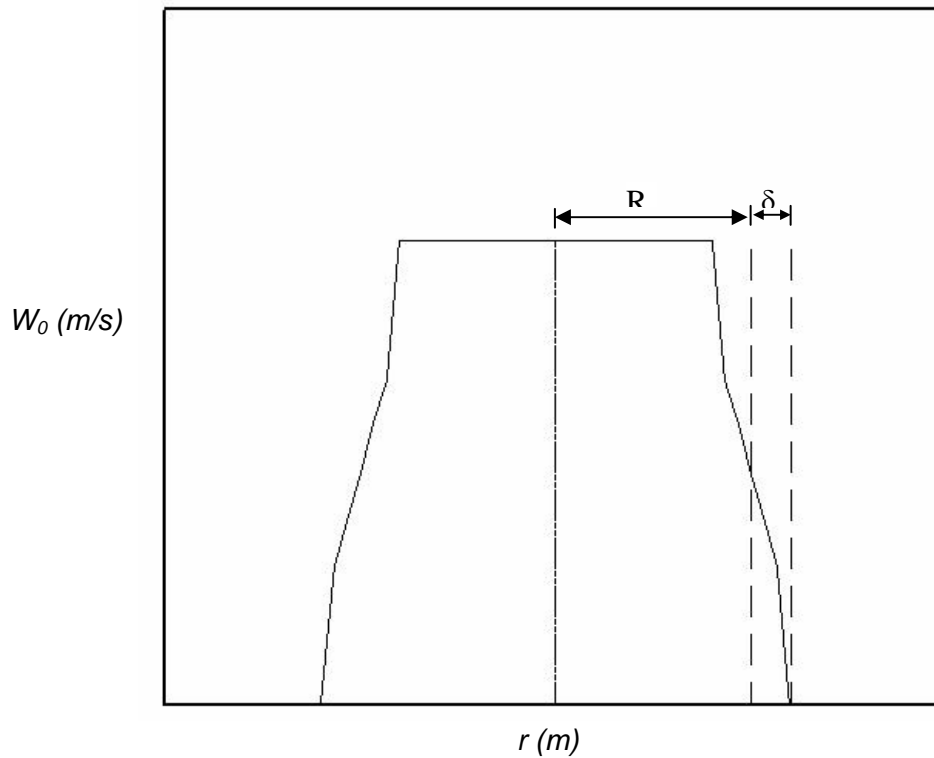


Figura 5.5 - Perfil de velocidade axial inicial $w_0(x, y, z)$, apresentando o raio R do jato e a camada cisalhante de espessura 2δ .

É importante lembrar aqui que o código *SPECTRAL* adota sistema de coordenadas cartesianas e como o jato é circular, torna-se necessária a transformação das coordenadas polares do jato para coordenadas cartesianas. A componente radial do jato gera, portanto, duas componentes cartesianas de velocidade, como apresentado a seguir.

Escrevendo as velocidades u e v em termos de derivadas parciais de r e θ , tem-se:

$$\begin{cases} u = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial r}{\partial t} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ v = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial r}{\partial t} \cdot \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{cases} \quad (5.10)$$

que podem ser escritas como:

$$\begin{cases} u = u_r \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + u_\theta \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ v = u_r \cdot \frac{\partial y}{\partial r} + v_\theta \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{cases} \quad (5.11)$$

Como não é imposta qualquer perturbação na componente azimutal de velocidade, $u_\theta = 0$. Assim, as Equações (5.11) reduzem-se a:

$$\begin{cases} u = u_r \cdot \frac{\partial x}{\partial r} \\ v = u_r \cdot \frac{\partial y}{\partial r} \end{cases} \quad (5.12)$$

Como $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$, tem-se que:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial r} = \cos \theta \\ \frac{\partial y}{\partial r} = \sin \theta \end{cases} \quad (5.13)$$

Finalmente tem-se a equação de conversão da componente de velocidade radial em componentes de velocidade cartesianas, conforme mostra a equação (5.14):

$$\begin{cases} u = u_r \cos \theta, \\ v = u_r \sin \theta. \end{cases} \quad (5.14)$$

Em algumas simulações estas componentes são perturbadas, em outras não, sendo assim apresentadas na descrição de cada caso estudado.

Na maioria das simulações foram utilizados 120^3 modos de Fourier. No entanto, foram também utilizadas diferentes resoluções (64^3 e 96^3 pontos de colocação) para realização de análises comparativas com relação ao refinamento da mesma e precisão utilizada no código.

As análises qualitativas do escoamento em cada caso estudado foram feitas através de visualizações do módulo de vorticidade e do denominado critério Q (Hunt et al., 1988) em diferentes instantes de tempo. O critério Q é baseado no segundo invariante dos tensores rotação e taxa de deformação:

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}), \quad (5.15)$$

onde Ω_{ij} é a parte anti-simétrica e S_{ij} é a parte simétrica do tensor gradiente de velocidade:

$$\Omega_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (5.16)$$

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (5.17)$$

Além de análises qualitativas, foram também construídos os espectros de energia dos escoamentos em diferentes instantes de tempo, bem como realizado o tratamento estatístico adequado à análise de decaimento do jato livre.

O espectro de energia para diferentes instantes de tempo foi obtido a partir dos campos de velocidade no espaço físico a cada diferente instante. O campo de velocidade no espaço físico foi convertido para o espaço de Fourier via FFT direta (FFTPACK). Em seguida foi calculada a energia através da soma do produto de cada componente da velocidade pelo seu respectivo conjugado, dividida por 2. Assim, pôde-se representar em escalas logarítmicas a energia em função do número de onda k na direção axial.

É importante lembrar que as condições de periodicidade impostas produzem um escoamento que, embora não seja idêntico ao desenvolvimento espacial do jato, assemelha-se a ele. Estruturas tridimensionais, fenômenos como formação de instabilidades de Kelvin-Helmholtz toroidais e emparelhamentos são identificados em evolução temporal e não em uma região particular do espaço. Assim sendo, este tratamento estatístico difere-se do tratamento realizado com escoamentos em desenvolvimento espacial.

O tratamento estatístico, no presente estudo, fundamenta-se nos princípios de auto-similaridade em escoamentos turbulentos (Townsend, 1976; Narasimha, 1990) e no procedimento realizado por Basu e Narasimha (1999), conforme apresentado a seguir.

Para obtenção dos perfis de velocidade axial média foi inicialmente superposta uma malha cilíndrica sobre a malha cartesiana utilizada. Os valores das diferentes variáveis nos pontos da malha cilíndrica foram obtidos via interpolação bilinear simples usando os valores da malha cartesiana. Os perfis radiais de velocidade média foram calculados pela média ao longo das direções azimutal e axial (direção do escoamento). A média na direção axial é consistente

com a simulação temporal (Basu e Narasimha, 1998). Em experimentos, é usual tomar a velocidade da linha central a uma localização qualquer na direção do escoamento como a velocidade característica local, e a ‘meia-largura’ (onde a velocidade média cai para metade do valor na linha central) como a escala de comprimento local. Estas quantidades não podem ser precisamente estimadas próximo ao eixo do jato nas presentes simulações, porque o número de pontos para obtenção da média é pequeno. Como os invariantes no jato temporal são diferentes daqueles no jato espacial, as escalas de velocidade e comprimento são também diferentes. Na simulação temporal sujeita a condições de contorno periódicas, o fluxo de massa no escoamento (integrado sobre o domínio computacional) permanece constante no tempo, mas o fluxo de momento cai. As escalas de velocidade e comprimento calculadas neste caso (usando $\bar{w}(r, t)$ para a média de velocidade) foram:

$$\tilde{w}(t) = \frac{\int \bar{w}^2 r dr}{\int \bar{w} r dr}, \quad (5.18)$$

$$\tilde{b}(t) = \frac{\int \bar{w} r dr}{\left[\int \bar{w}^2 r dr \right]^{1/2}}, \quad (5.19)$$

as quais superam a desvantagem das escalas locais convencionais neste tipo de simulação (Basu e Narasimha, 1999).

Os argumentos conhecidos de auto-similaridade em escoamento turbulentos (Townsend, 1976; Narasimha, 1990) podem ser utilizados para encontrar soluções assintóticas adequadas para simulação temporal. Pelo “princípio de similaridade do número de Reynolds” pode-se desconsiderar a viscosidade como um parâmetro relevante. Dos argumentos dimensionais a única quantidade que envolve as escalas locais e tem a dimensão de tempo é \tilde{b} / \tilde{w} . Então segue que $\tilde{b} = c\tilde{w}t$, onde c é uma constante. Como o fluxo de massa é um invariante devido à periodicidade das condições de contorno, conclui-se que $\tilde{b}^2 \tilde{w}$ é uma constante independente do tempo, denominada M . Assim, têm-se as seguintes leis de similaridade para a simulação temporal,

$$\tilde{b} = (Mc)^{1/3} t^{1/3}, \quad (5.20)$$

$$\tilde{w} = (M / c^2)^{1/3} t^{-2/3}. \quad (5.21)$$

Baseado nos conceitos e procedimentos descritos foram plotadas as seguintes grandezas, envolvendo as medidas integrais de comprimento e escala de velocidade local: \tilde{b}^3 , $\tilde{w}^{-3/2}$, \tilde{b} e $1/\tilde{w}$ em função do tempo para alguns dos casos estudados.

A descrição mais detalhada de cada caso é apresentada a seguir, juntamente com os resultados qualitativos e quantitativos obtidos.

5.2.1 Caso 1: Jato Natural

O denominado jato “natural” caracteriza-se pela imposição de uma perturbação randômica tipo “ruído branco” à componente axial de velocidade w nas três direções do escoamento:

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, z, 0) + \left(\frac{0,5 - a}{100,0} \right), \quad (5.22)$$

sendo a um número aleatoriamente gerado entre 0 e 1.

O perfil da componente axial de velocidade w_0 é o mesmo anteriormente apresentado pela Equação (5.9) e não há perturbação nas componentes radial e azimutal de velocidade.

a) Visualização das estruturas do escoamento

Os resultados da simulação do jato natural são apresentados a seguir. Na Figura 5.6 é apresentada a evolução temporal através de isosuperfícies do critério Q ao nível 0,1, enquanto na Figura 5.7. é apresentada a evolução temporal através do módulo de vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ ao nível $1,0 \text{ s}^{-1}$.

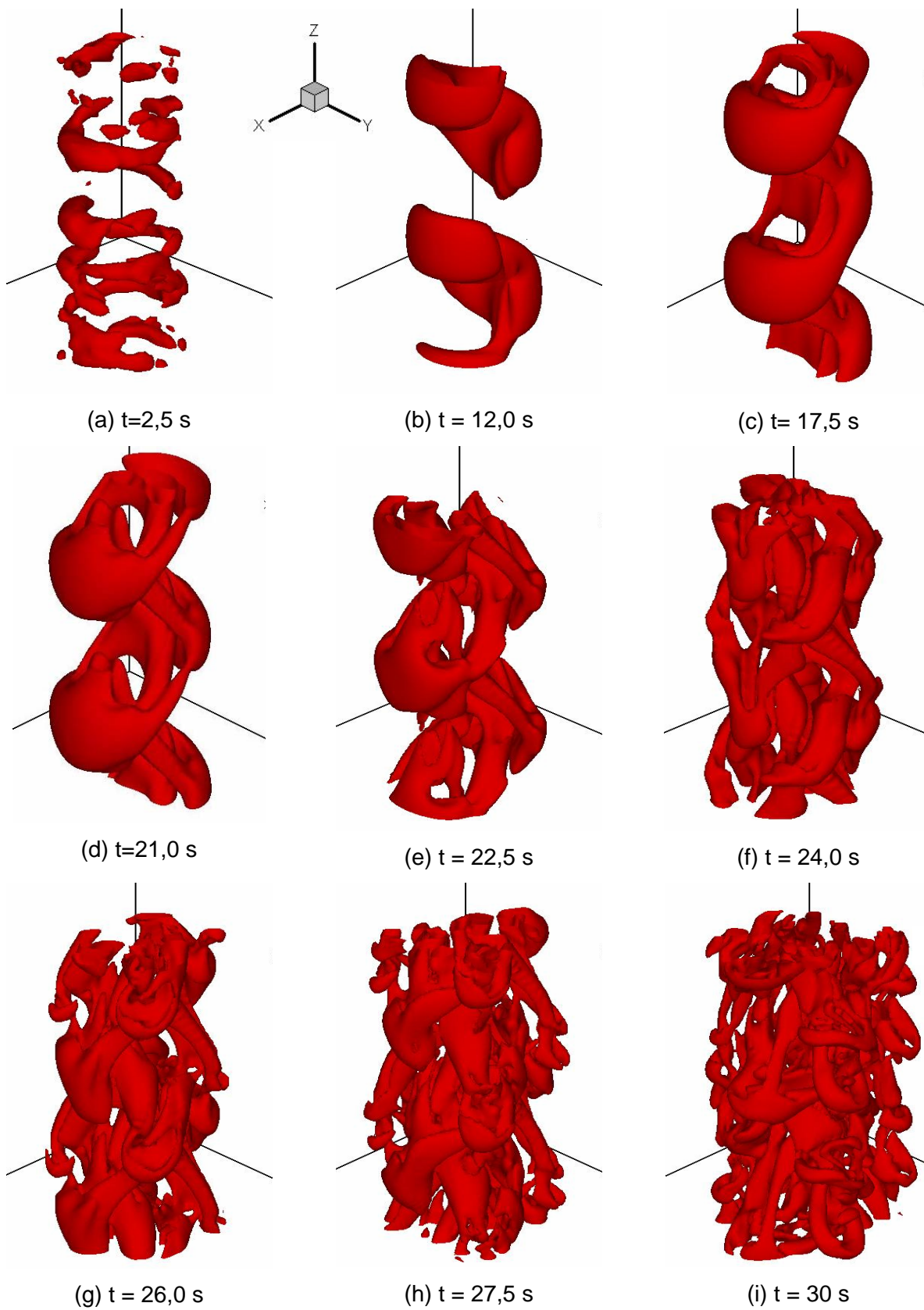


Figura 5.6 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível $0,01 \text{ s}^{-2}$) – jato natural.

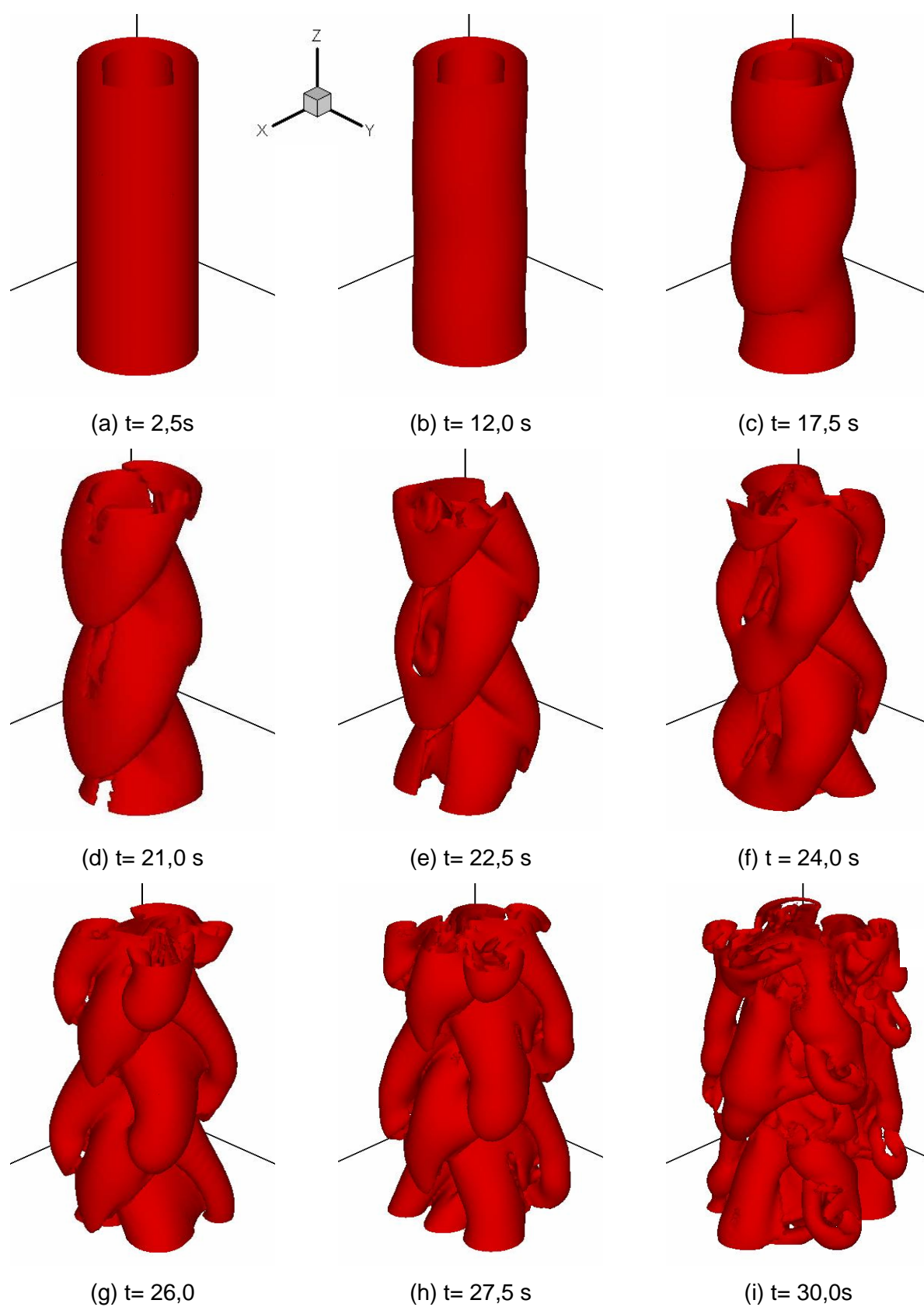


Figura 5.7 - Evolução Temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ (Isosuperfície Nível $1,0 \text{ s}^{-1}$) – jato natural.

Na Fig 5.6 (a), observam-se os resquícios da perturbação aleatória imposta à velocidade axial w . Ao observar a Fig 5.7 (a), a qual representa a vorticidade no mesmo instante de tempo, percebe-se a presença da camada cisalhante inicial. Logo em seguida, na Fig. 5.6 (b) é possível verificar o surgimento das primeiras instabilidades. Na Fig 5.6(c) e (d) podem-se verificar dois anéis consecutivos que se conectam formando uma estrutura de vórtice em zig-zag: o denominado emparelhamento alternado (“alternated pairing” Urbin e Metais, 1997). Estas estruturas continuam evoluindo nos instantes posteriores (Fig 5.6 (c), (d) e (e)). Na Fig 5.6 (e) é possível notar a presença de filamentos longitudinais, formados pelo estiramento dos vórtices. Estes filamentos interagem com as instabilidades anteriormente formadas, e maior interação entre as estruturas primárias e secundárias pode ser visualizada a partir de então. A partir do instante $t=26,0$ s (Fig. 5.6(f)) pode ser verificada a evolução de estruturas turbulentas tridimensionais e já não se observa um comportamento determinístico em relação à posição espacial das estruturas coerentes, embora as mesmas continuem sendo identificadas no escoamento.

Os vórtices em emparelhamento alternado, claramente evidenciados na Fig 5.6 (b), são estruturas típicas do jato natural, cujo mecanismo de formação foi explicado por Silva e Metais (2002). A Figura 5.8 mostra o esquema do arranjo de anéis de vórtice que conduzem ao fenômeno do emparelhamento alternado, apresentado pelos citados autores. Os de vórtices toroidais primários, os quais são periodicamente deixados a uma distância do bocal de origem, apresentam entre si uma distância L (Fig. 5.8 (a)). A velocidade de advecção W_c destes anéis e sua frequência preferencial f_p são relacionadas por $f_p=W_c/L$. A perturbação imposta gera diferentes frequências longitudinais associadas ao comprimento de onda $2L$ na direção do escoamento. Eles então induzem um deslocamento radial alternado dos anéis de vórtices para fora do eixo central do jato (Fig. 5.8 (b)). Devido ao perfil de velocidade médio do jato, a lateral do anel que fica fora do eixo do jato é advectada a uma velocidade inferior a W_c , enquanto a lateral do anel que se encontra no eixo do jato, é advectada a uma velocidade maior que W_c (Fig. 5.8 c). Assim, a lateral do anel advectada com maior velocidade tende a se unir a lateral advectada com menor velocidade do anel posterior, gerando assim um emparelhamento localizado de dois anéis consecutivos (Fig. 5.8. (d)) e conforme verificado na Fig 5.6. (b) e (c).

Naturalmente, a análise acima foi feita para o jato em desenvolvimento espacial, mas muitos mecanismos são válidos também para o jato em desenvolvimento temporal. De uma forma simples, pode-se conceber o jato temporal como um referencial lagrangiano acompanhando o jato em desenvolvimento espacial.

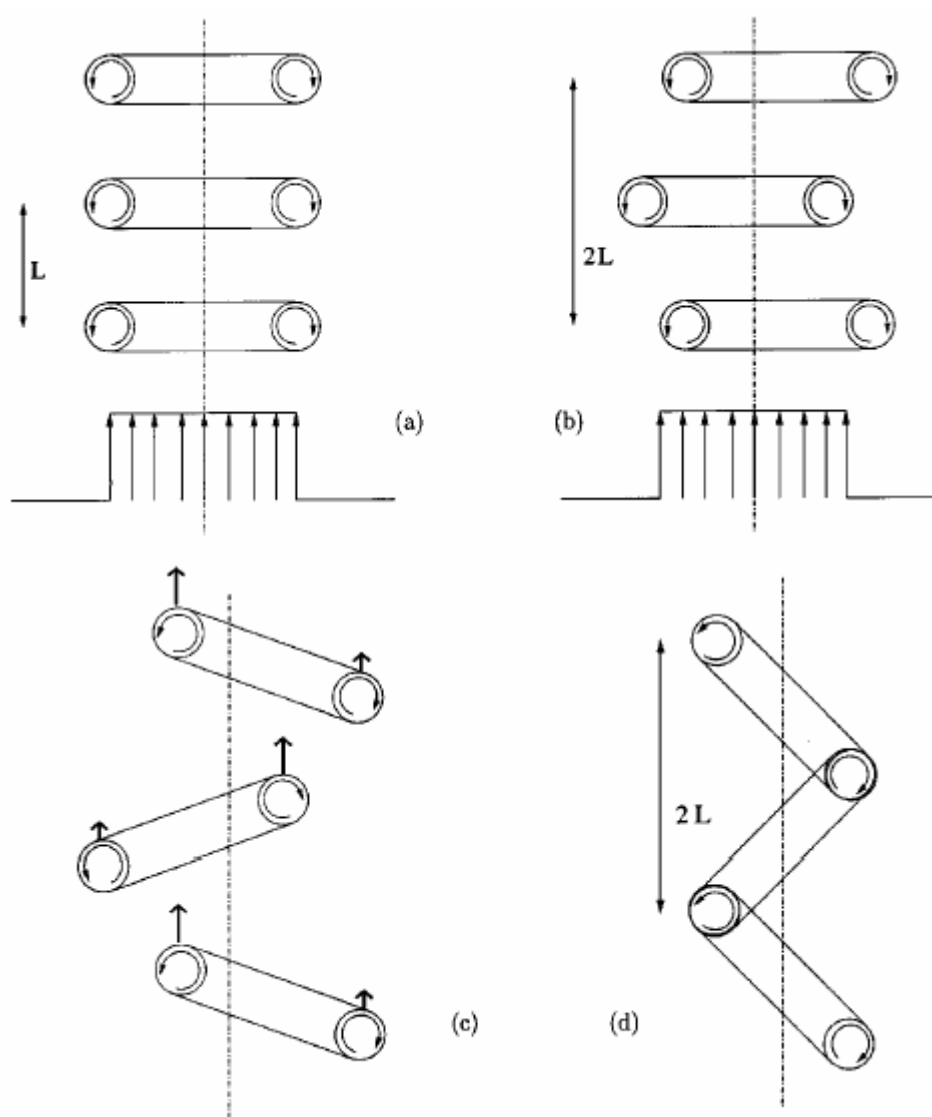


Figura 5.8 - Esquema do arranjo de anéis de vórtice conduzindo à ocorrência de emparelhamento alternado. (Silva e Métails, 2002).

Comparando as visualizações apresentadas nas Figs. 5.6 e 5.7, verifica-se que maior nível de detalhamento das estruturas tridimensionais pode ser visualizado através do critério Q (Figura 5.6). No entanto, o módulo de vorticidade permite verificar muito bem as etapas do desenvolvimento do escoamento através de planos xz e xy . As Figuras 5.9 e 5.10 mostram a evolução temporal do jato utilizando o módulo de vorticidade no plano xz e xy , respectivamente.

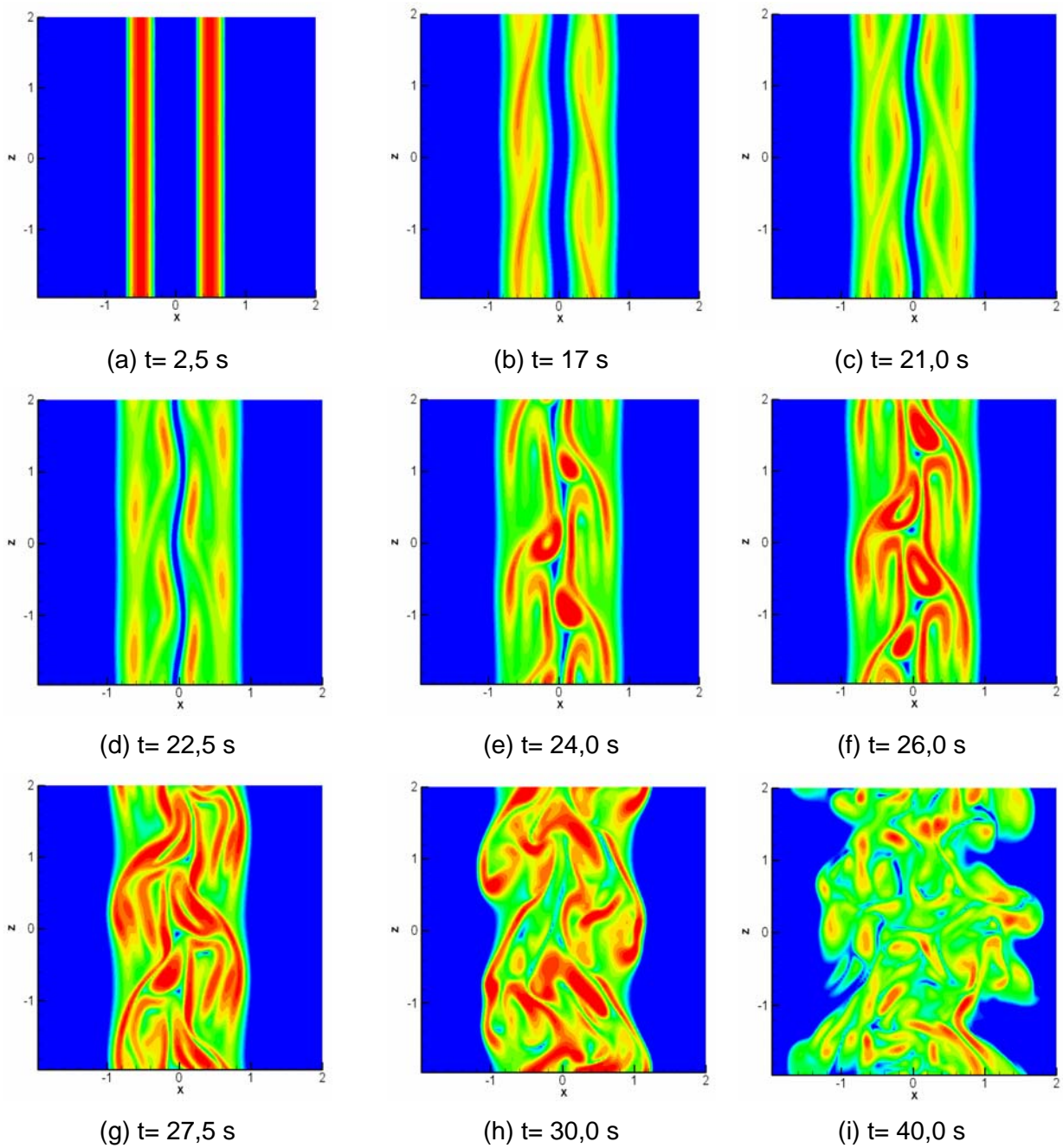


Figura 5.9 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) - jato natural.

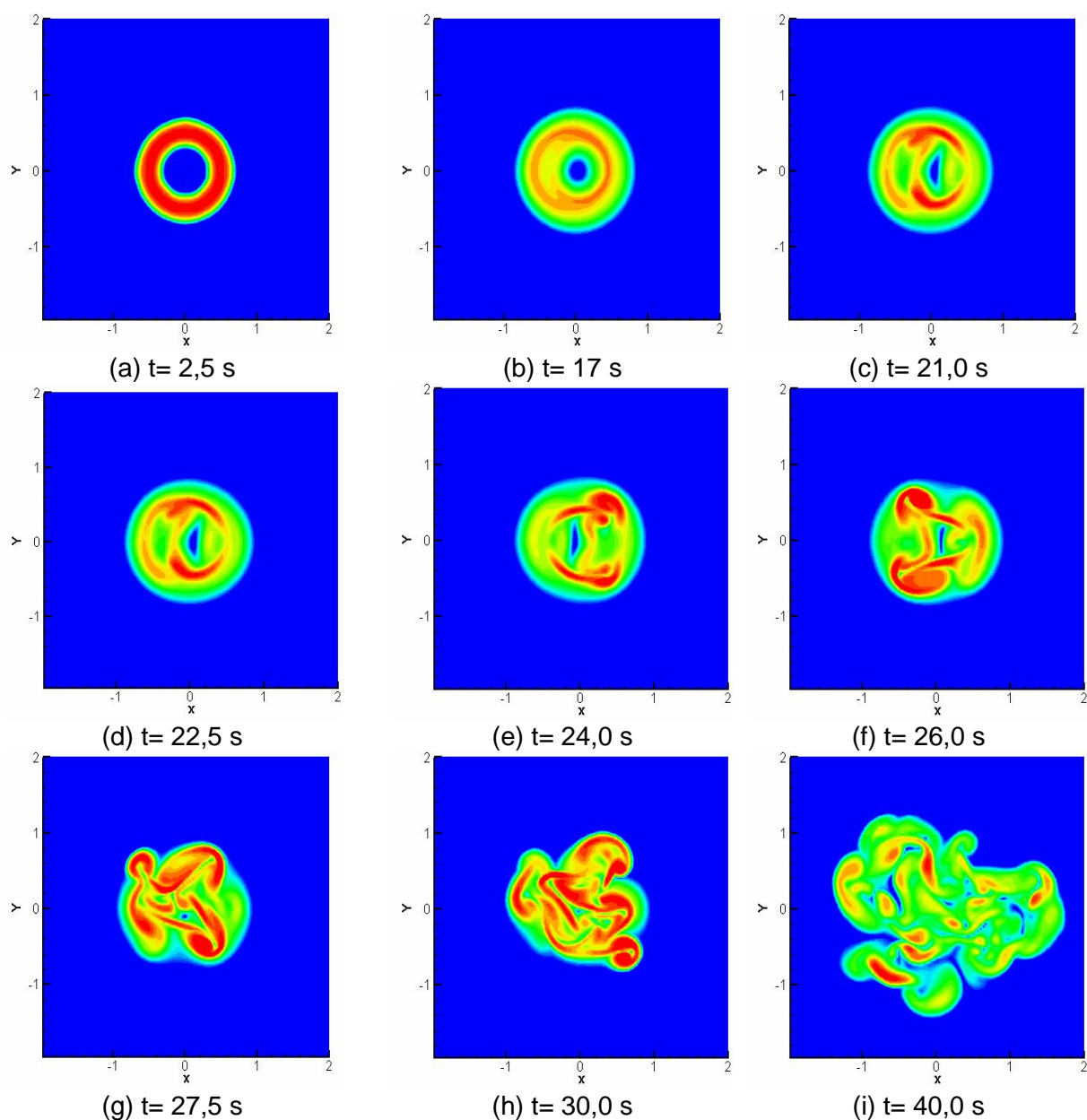


Figura 5.10 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) para jato natural.

A observação da Fig. 5.9 (a) permite verificar que em 2,5 s o escoamento ainda não apresenta qualquer instabilidade. Em 17,0 s podem-se identificar as instabilidades primárias de “Kelvin-Helmholtz” (Fig. 5.9.(b)), no plano xy (Fig 5.10(b)), verifica-se o início da deformação do toróide. Estas primeiras instabilidades se desenvolvem nos instantes seguintes (Fig.5.9 (c) e (d) e Fig 5.10 (c) e (d)), e começam a interagir entre si formando novos filamentos de vórtices que podem ser observados nas Figs 5.9 (d) e (e) e na Fig 5.10 (d) e (e). Através das Figuras 5.10 (e) e (f) podem ser identificados os vórtices contrarrotativos no escoamento. A evolução do

escoamento nos instantes $t= 26,0$ s (Figs 5.9 (f) e 5.10(f)) a $t= 40,0$ s (Figs 5.9 (i) e 5.10(i)) é marcada por uma maior interação entre as estruturas formadas, com crescente aumento do grau de desordem do sistema e a expansão do jato nas direções transversais x e y .

A Figura 5.11 apresenta o espectro de energia do jato natural em escala log-log para diferentes instantes de tempo.

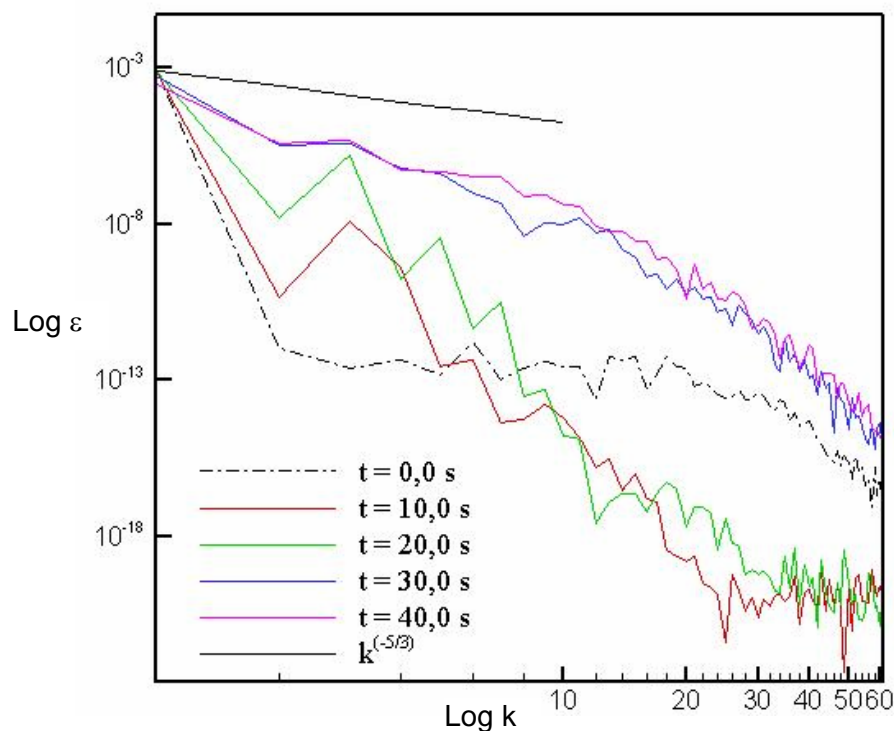


Figura 5.11 - Espectro de energia cinética turbulenta do jato natural.

É possível verificar que o espectro de energia, na faixa $\log(k)=3$ até $\log(k)=10$ aproxima-se da inclinação $-5/3$, à medida que o tempo evolui. Assim, verifica-se que o escoamento turbulento completamente desenvolvido é atingido na faixa de tempo estudada. A partir de $\log(k)= 10$ identifica-se o decaimento da energia cinética turbulenta, esperado para o jato livre em desenvolvimento temporal.

b) Resultados do tratamento estatístico

A Figura 5.12 (a) apresenta a medida integral do jato \tilde{b}^3 e a escala de velocidade local $\tilde{w}^{-3/2}$ em função do tempo, e a Figura 5.13 a evolução temporal das escalas clássicas $2\tilde{b}$ e $1/\tilde{w}$.

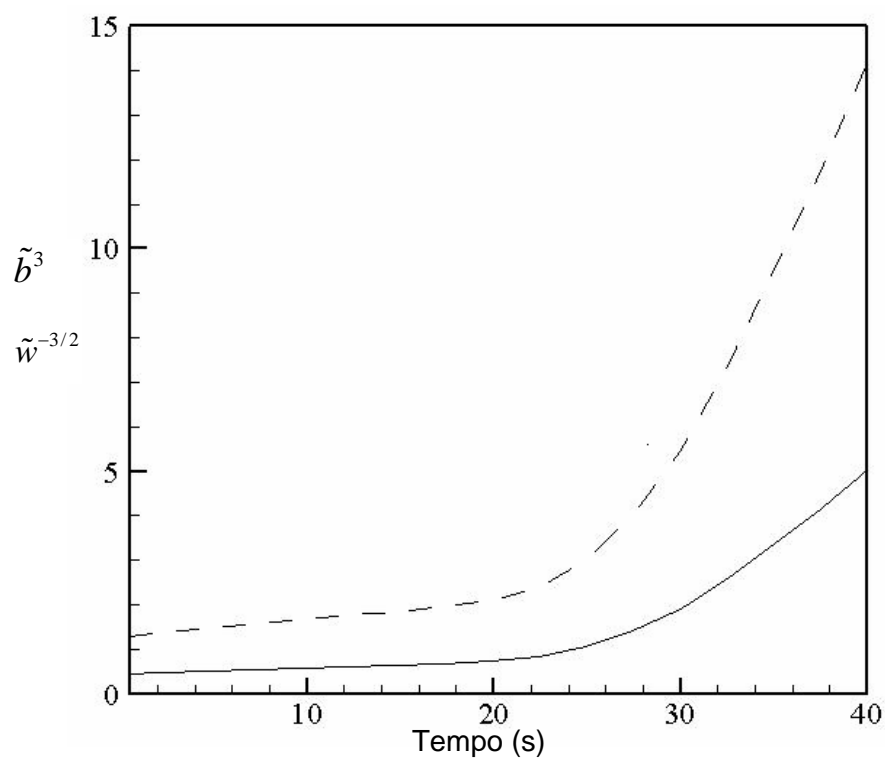


Figura 5.12 - Evolução das escalas de velocidade e comprimento em função do tempo:

Escalas —, \tilde{b}^3 ; - - - - - , $\tilde{w}^{-3/2}$.

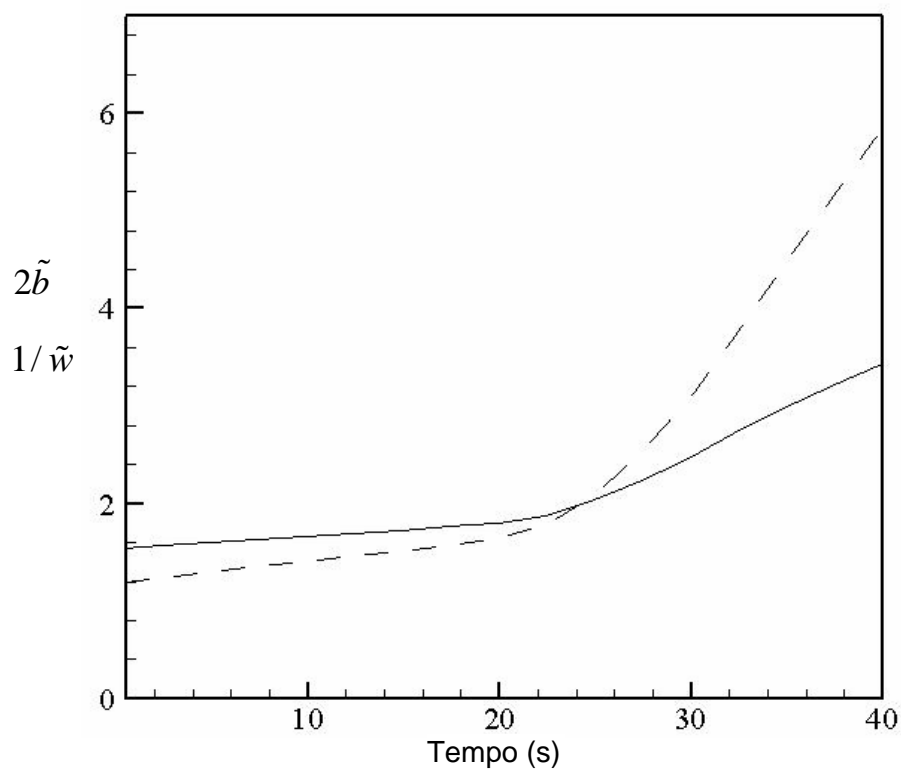


Figura 5.13 - Evolução das escalas clássicas de velocidade e comprimento em função do

tempo: —, $2\tilde{b}$; - - - - - , $1/\tilde{w}$.

É possível verificar através da Fig. 5.12 que a partir do instante $t=25$ s, ambos \tilde{b}^3 e $\tilde{w}^{-3/2}$ apresentam crescimento aproximadamente linear, como predito pelos argumentos de similaridade apresentados (Equações 5.19 e 5.20). Através da Fig. 5.13 verifica-se o crescimento das escalas $2\tilde{b}$ e $1/\tilde{w}$ com o tempo. Após $t=25,0$ s não há desvios consideráveis da linearidade, mostrando que comparações qualitativas com jatos de laboratório são justificáveis.

c) Comparação qualitativa com dados experimentais

Os resultados obtidos através da simulação do jato natural foram comparados a dados experimentais obtidos via PIV. Estas medidas foram feitas para o escoamento de um jato a Reynolds 1000 (Sakakibara, 2004). Estreita semelhança entre os resultados pode ser observada pela Figura 5.14, que apresenta a comparação das visualizações da isosuperfície de vorticidade resultante da simulação realizada no presente trabalho e a visualização experimental de Sakakibara (2004). Embora não se disponha das condições exatas sob as quais o experimento foi realizado ou mesmo o valor da isosuperfície experimental apresentada, a presença de filamentos e outras estruturas típicas no experimento aumenta a confiabilidade dos resultados numéricos.

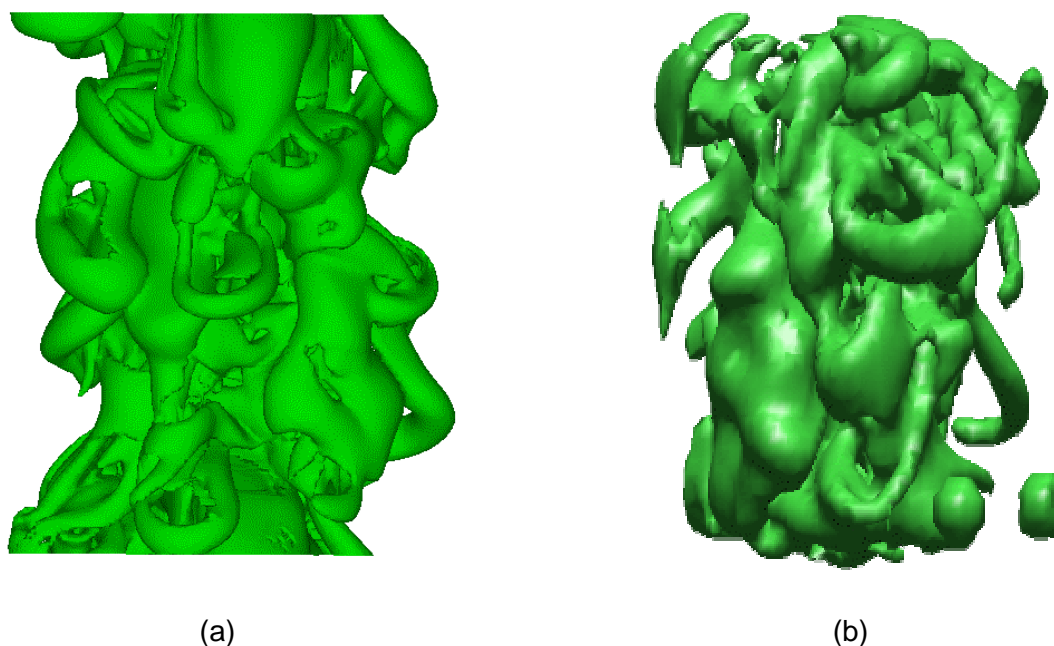


Figura 5.14 - Visualizações da vorticidade no jato natural: (a) Isosuperfície de vorticidade= $1,3s^{-1}$ (presente trabalho), (b) visualização experimental via PIV (Sakakibara, 2004).

5.2.2 Caso 2: Jato Forçado 1

No caso 2 foi simulado o escoamento de um jato forçado através de uma perturbação na direção axial das componentes radiais de velocidade. A perturbação é apresentada pela Equação (5.23) e as componentes radiais de velocidade através da Eq. (5.24).

$$U_r = 0,01 \cdot \text{sen}\left(2\pi \frac{z}{4,0}\right) + 0,02 \cdot \text{sen}\left(2\pi \frac{z}{2,0}\right) + 0,03 \cdot \text{sen}\left(2\pi \frac{z}{1,0}\right) \quad (5.23)$$

$$u = U_r \cos \theta \cdot e^{\left[-2,0\left(\frac{r-R}{2\delta}\right)^2\right]} \quad \text{e} \quad v = U_r \sin \theta \cdot e^{\left[-2,0\left(\frac{r-R}{2\delta}\right)^2\right]} \quad (5.24)$$

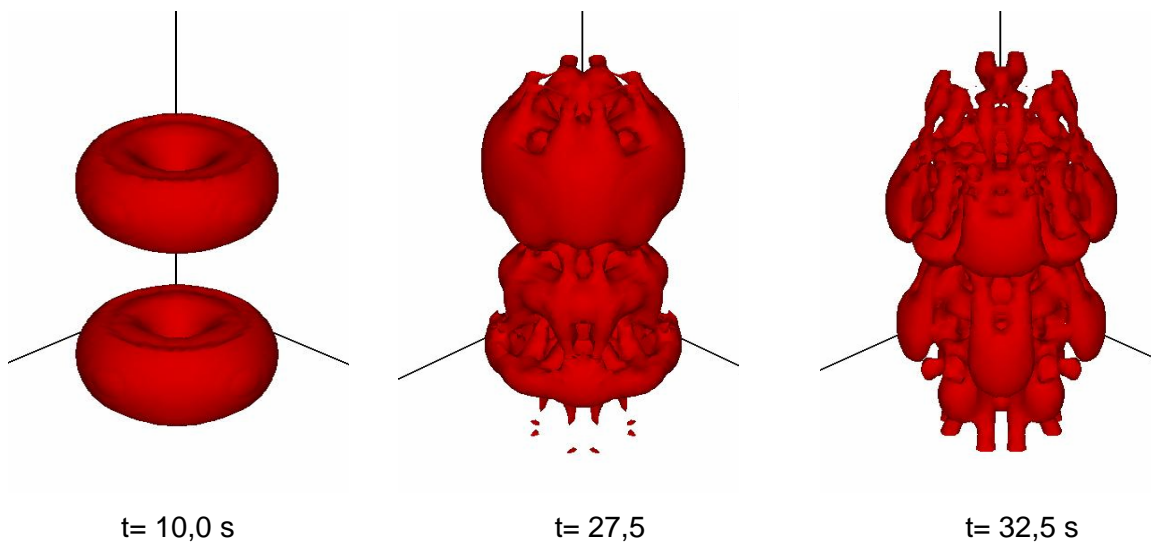
Diferentemente do jato natural, anteriormente estudado, não foi imposta qualquer perturbação à componente axial de velocidade.

É importante ressaltar que o jato simulado neste caso não é um jato comumente encontrado em aplicações práticas. Como o desenvolvimento das estruturas é “bem comportado”, o presente caso foi estudado com o objetivo de analisar a influência do refinamento dos modos de Fourier e da precisão utilizada no código computacional. Para tanto, foram realizadas três simulações utilizando precisão simples e três níveis de resolução de 64^3 , 96^3 e 120^3 modos de Fourier. Para análise da influência da precisão do código, foi realizada uma simulação utilizando precisão dupla e 96^3 modos de Fourier, a qual foi comparada àquela realizada empregando precisão simples.

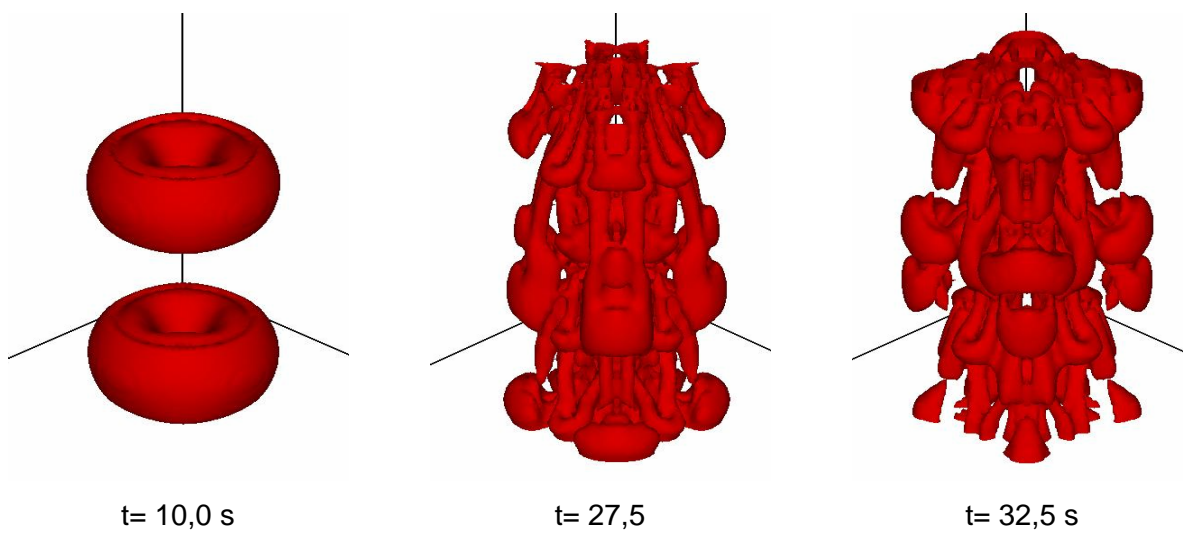
a) Análise da influência da resolução no espaço de Fourier

A análise da influência do número de modos de Fourier utilizados foi realizada através de avaliações qualitativas. As isosuperfícies do critério Q e o módulo de vorticidade nos planos xy e xz permitiram visualizar diferenças significativas nas estruturas formadas ao compará-las em instantes de tempo correspondentes.

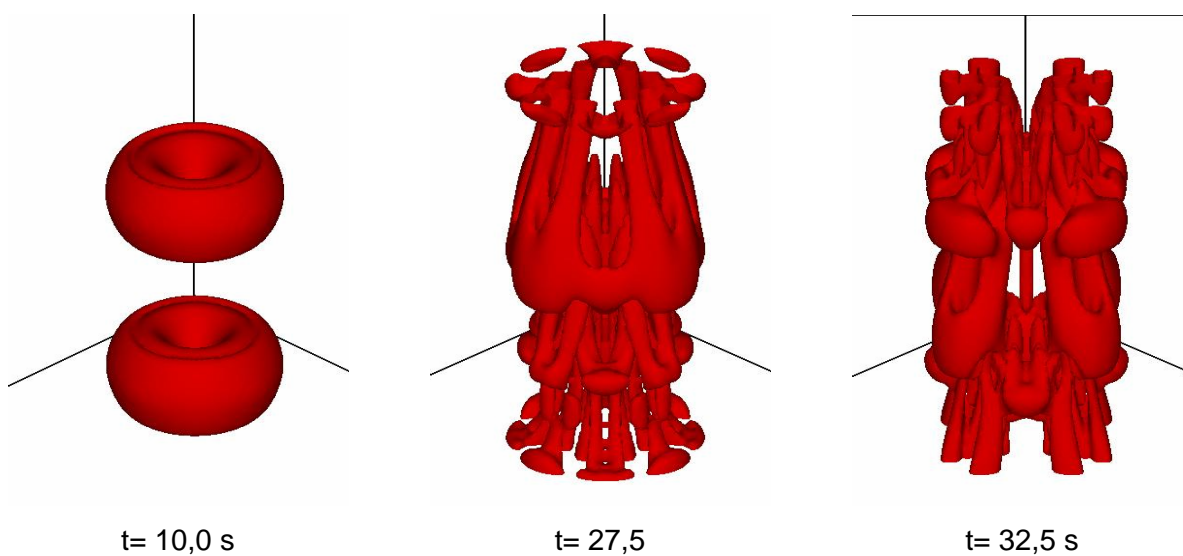
A Figura 5.15 mostra as isosuperfícies do critério Q resultantes das simulações realizadas utilizando 64^3 , 96^3 e 120^3 pontos de colocação, para três diferentes instantes de tempo. As Figuras 5.16 e 5.17 mostram o módulo de vorticidade em planos xz e xy , respectivamente, resultantes das mesmas simulações e nos mesmos instantes de tempo.



a) Simulação Caso 2 com 64^3 pontos de colocação.

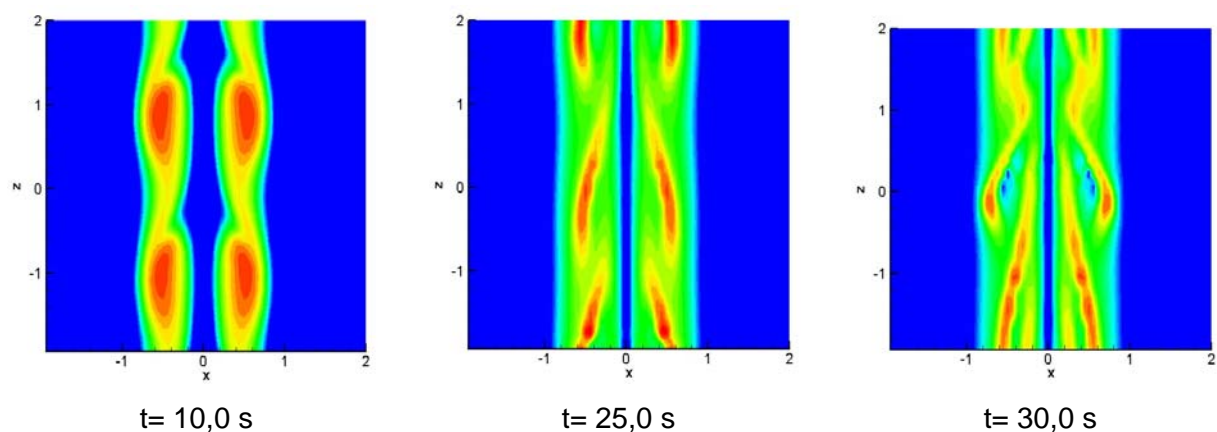


b) Simulação Caso 2 com 96^3 pontos de colocação.

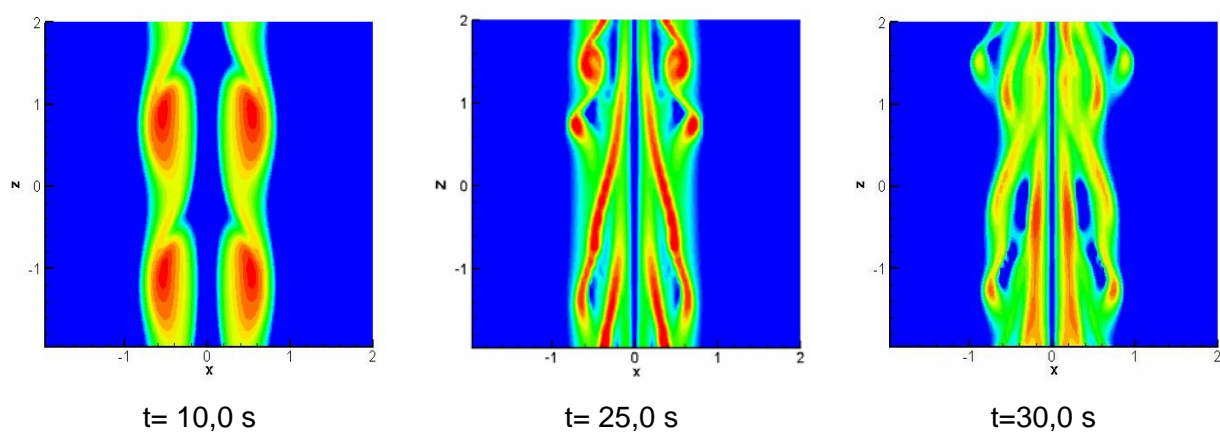


c) Simulação Caso 2 com 120^3 pontos de colocação.

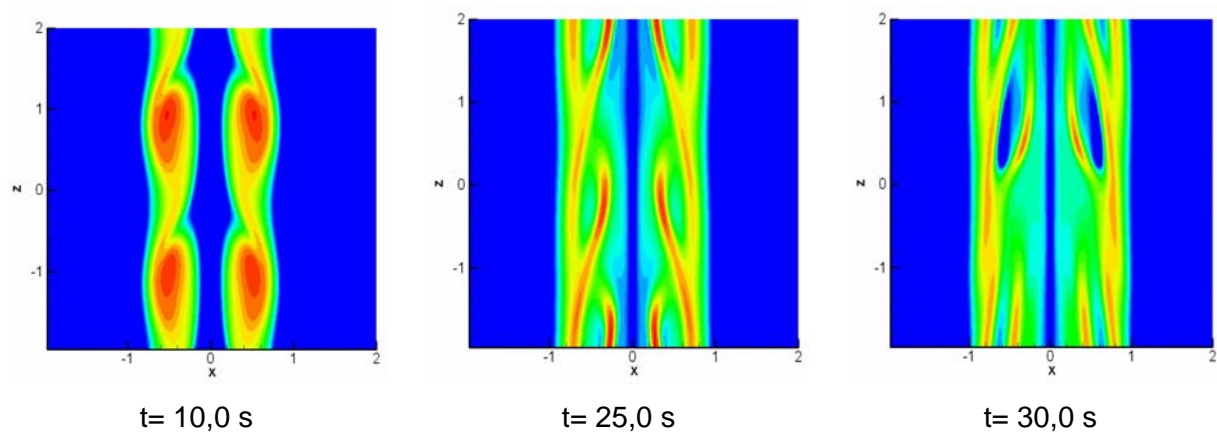
Figura 5.15 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfícies Nível $0,01 \text{ s}^{-2}$) - Caso 2.



a) Simulação Caso 2 com 64^3 pontos de colocação.

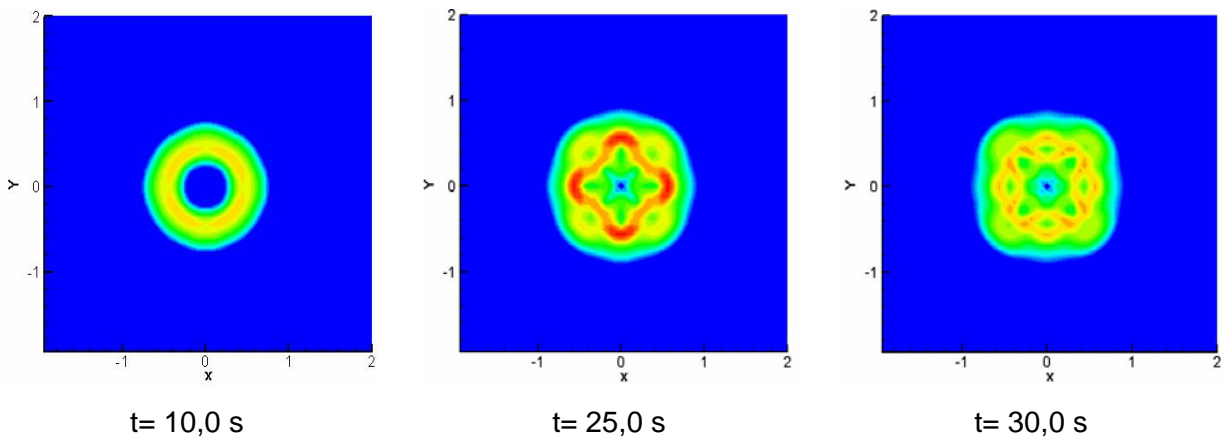


b) Simulação Caso 2 com 96^3 pontos de colocação.

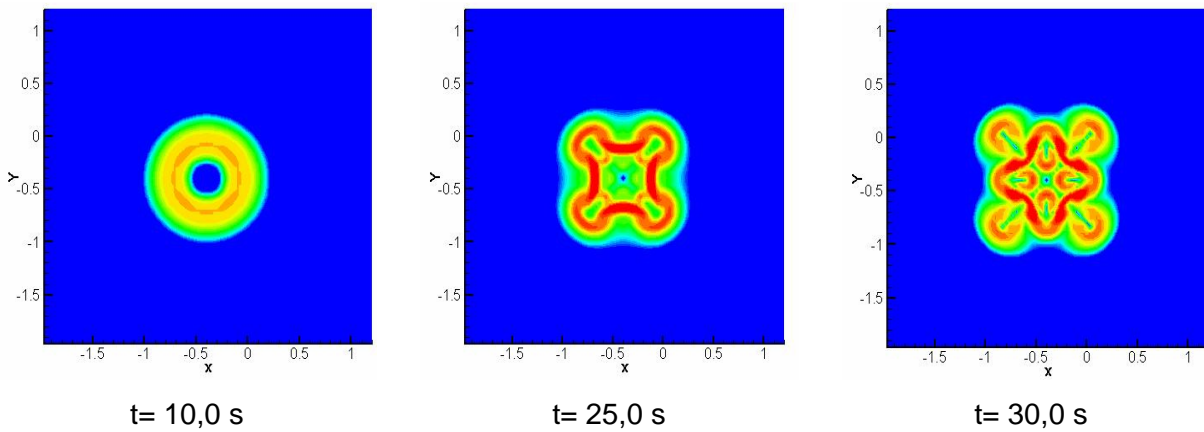


c) Simulação Caso 2 com 120^3 pontos de colocação.

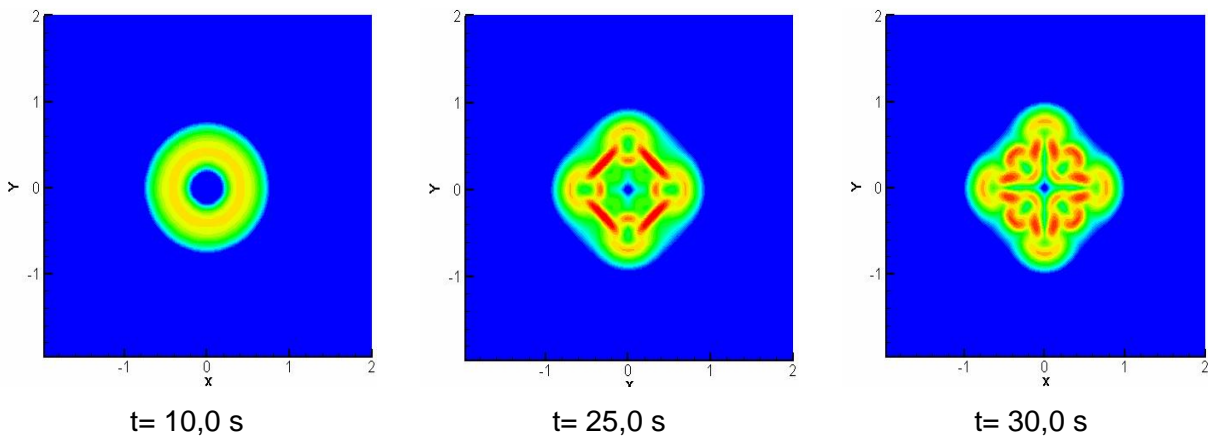
Figura 5.16 - Evolução Temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) - Caso 2.



a) Simulação Caso 2 com 64^3 pontos de colocação.



b) Simulação Caso 2 com 96^3 pontos de colocação.



b) Simulação Caso 2 com 20^3 pontos de colocação.

Figura 5.17 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) - Caso 2.

Ao se comparar a Fig 5.15(a) e (b), referentes às simulações utilizando 64^3 e 96^3 pontos respectivamente, verifica-se que as estruturas apresentadas em (b) mostram-se mais bem definidas e com maior nível de detalhamento. A comparação entre as grandezas apresentadas nas Figs 5.15 (a) e (b), no instante $t=27,5$, por exemplo, mostra claramente que muitas

estruturas visualizadas em (b), não foram capturadas em (a) (64^3 pontos). Ao comparar os resultados das simulações utilizando resoluções de 96^3 (b) e 120^3 (c), verifica-se que as estruturas ficam mais bem definidas, apresentando menor dissipação.

A comparação do módulo de vorticidade em um mesmo instante de tempo para os resultados das diferentes simulações também possibilita verificar a maior definição das estruturas para maior resolução. Verifica-se que os resultados da Fig 5.16 (b) apresentam maior detalhamento que em (a), no entanto, ainda apresentam alguma dissipação. Na Fig 5.16 (c) verifica-se um comportamento claramente definido em todos os instantes de tempo. Na Fig. 5.17 a influência do refinamento da malha pode ser verificada, especialmente no instante $t=10,0$ s, onde se pode verificar em (c) a diminuição da dissipação apresentada em (a) e (b).

É interessante observar, comparando as Figuras 5.17 (b) e (c), que as fases são diferentes para um mesmo tempo físico. Claramente os modos que aparecem são diferentes.

A influência da resolução no espaço de Fourier também pode ser verificada através da comparação dos espectros de energia das simulações realizadas utilizando diferentes quantidades de modos de Fourier. A Figura 5.18 apresenta os espectros de energia em escala log-log do escoamento simulado com resoluções de 64^3 , 96^3 e 120^3 modos de Fourier. A comparação dos espectros de energia demonstra que o processo de decaimento de energia é maior para o escoamento simulado com resolução mais refinada. No espectro da simulação que utiliza 64^3 modos de Fourier, pode-se identificar certo acúmulo de energia no final da escala ($\log(k) > 15$), o que ocorre devido ao fato de a resolução no espaço de Fourier não ser suficiente para representar o escoamento naquela faixa de número de onda e, em conseqüência permite a troca não linear de energia entre as escalas do escoamento. Este acúmulo de energia pode ser visto também para 96^3 pontos de colocação para $\log(k) > 20$, mostrando que mais escalas foram resolvidas quando se compara com a resolução 64^3 pontos de colocação. Para a resolução de 120^3 pontos de colocação não é apresentado acúmulo de energia e observa-se um decaimento até $\log(k)=30$. É interessante observar que em nenhuma das simulações realizadas o espectro de energia aproxima-se da inclinação de $-5/3$, conforme esperado. Este comportamento indica que a turbulência não se desenvolveu para o jato estudado, em função do tipo de perturbação imposta.

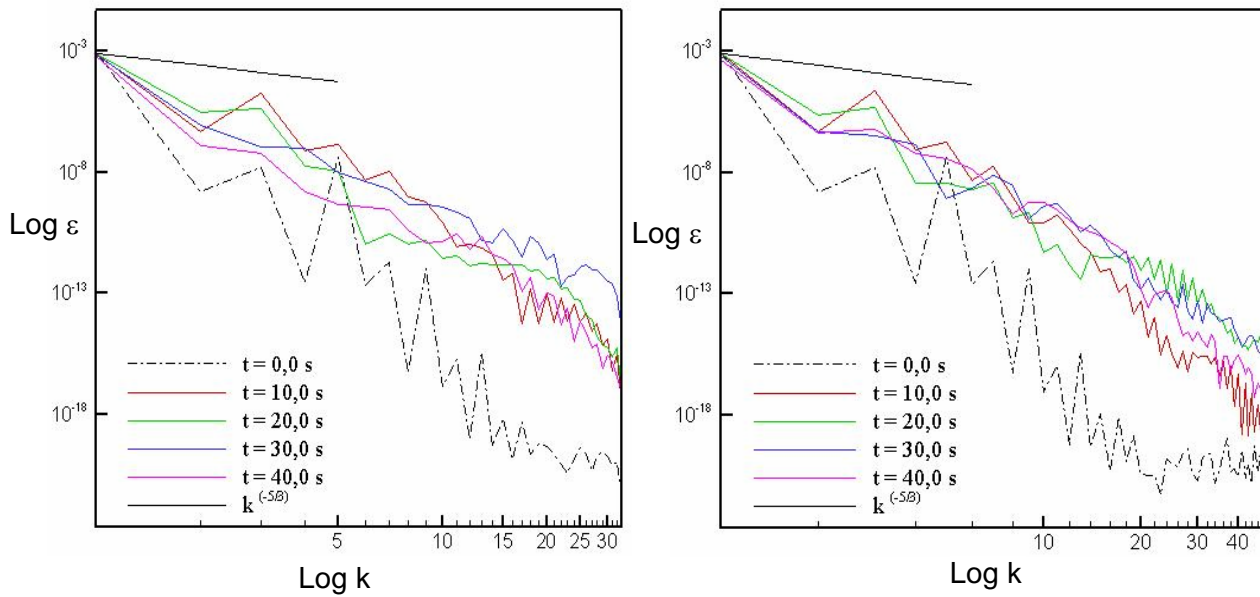
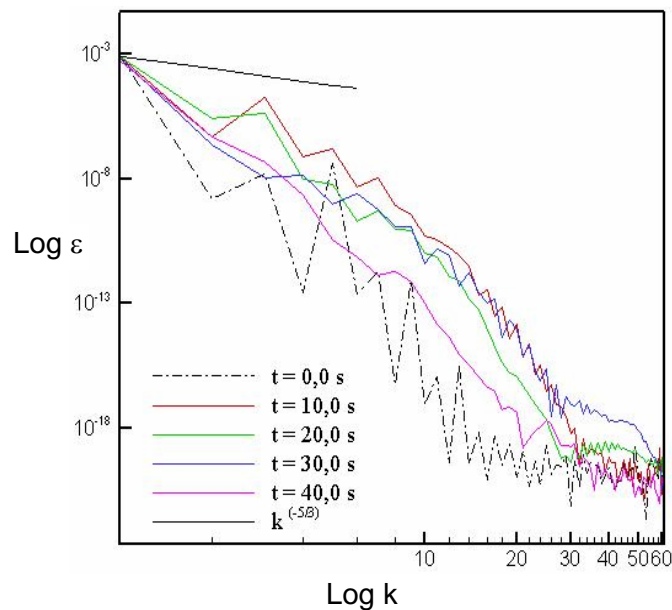
a) Simulação Caso 2 - 64^3 modos de Fourier.b) Simulação Caso 2 - 96^3 modos de Fourierc) Simulação Caso 2 - 120^3 modos de Fourier.

Figura 5.18 - Espectros de energia cinética turbulenta - Caso 2.

b) Análise da influência da simples e dupla precisão

Para esta análise são comparados os resultados das simulações utilizando 96^3 pontos de colocação com precisão simples e dupla. A Figura 5.19 apresenta as isosuperfícies do critério Q em três diferentes instante de tempo. As Figuras 5.20 e 5.21 mostram o módulo de vorticidade nos plano xz e xy, respectivamente para as simulações realizadas com diferente precisão.

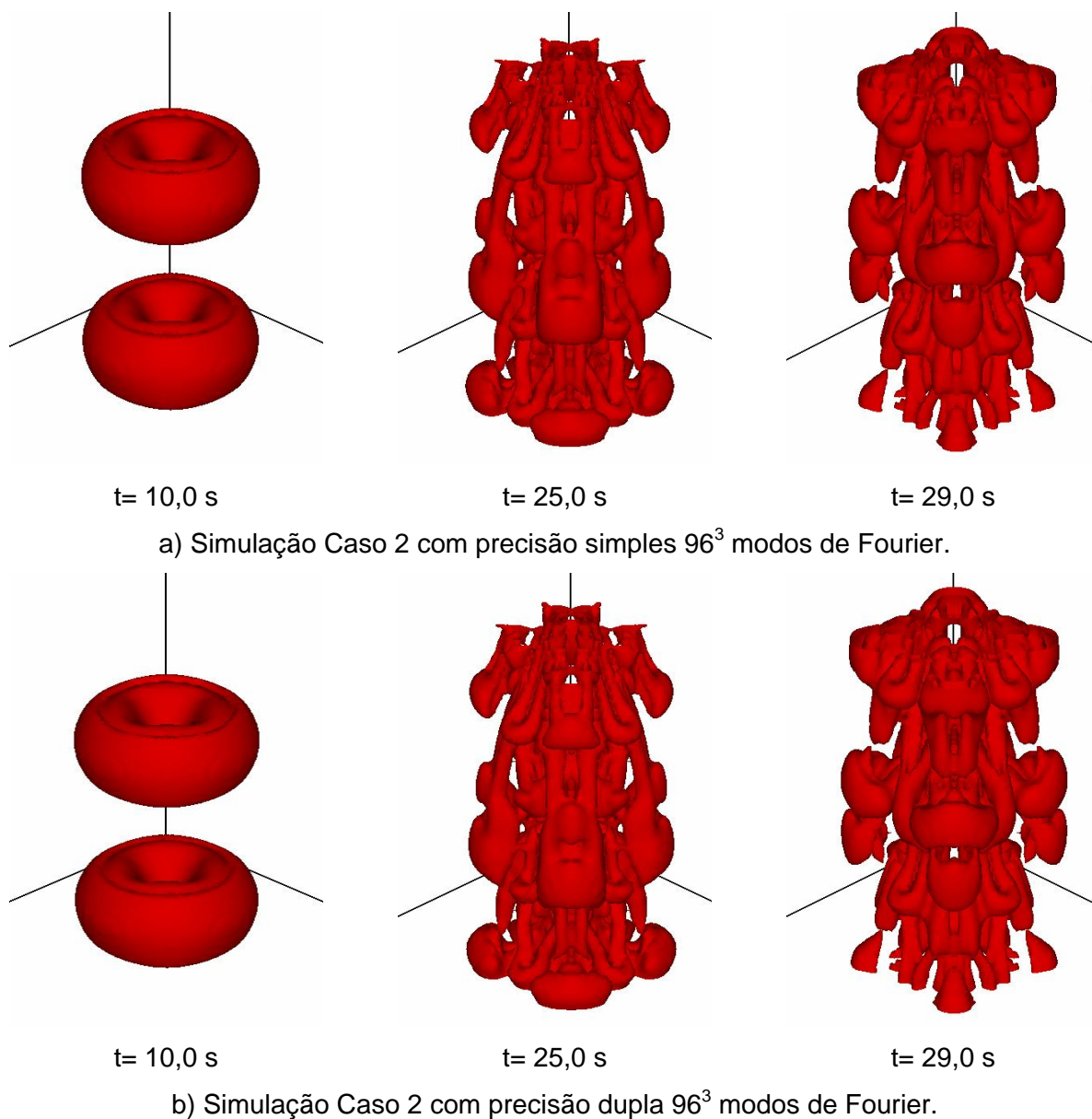
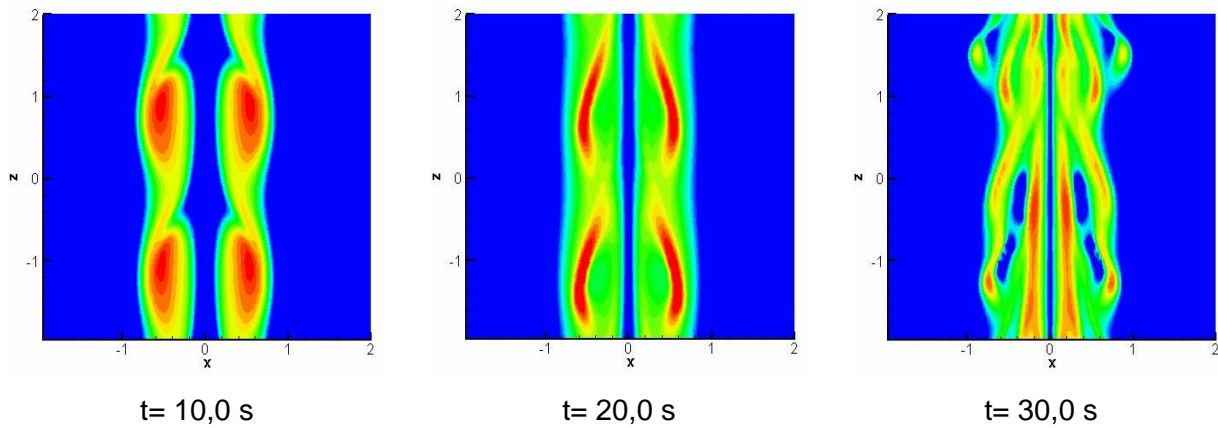


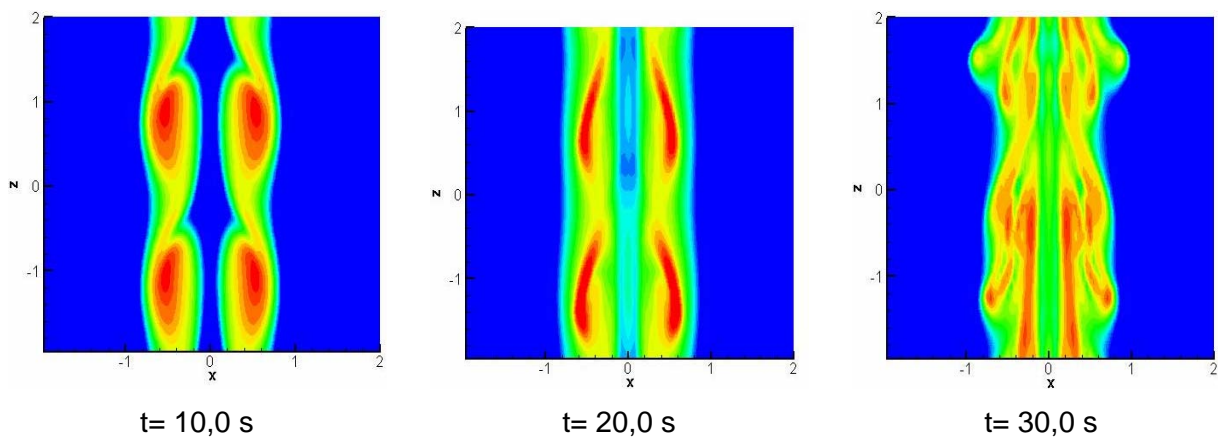
Figura 5.19 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível $0,1 \text{ s}^{-2}$) - Caso 2.

Ao se comparar os resultados apresentados pelo critério Q (Fig. 5.19), não são verificadas diferenças significativas entre os resultados das simulações realizadas com precisão simples e dupla. O mesmo pode ser observado nos resultados do módulo de vorticidade no plano xy mostrados a seguir na Fig. 5.21. Já nos resultados do módulo de vorticidade no plano xz apresentados na Fig. 5.20, algumas diferenças podem ser observadas ao se comparar (a) e (b) a partir do instante $t=20,0 \text{ s}$. Os resultados com precisão dupla não apresentam as mesmas oscilações observadas nos resultados com precisão simples, o que se torna bem evidente no instante $t=30,0 \text{ s}$. Antes deste instante $t=20,0 \text{ s}$, não são observadas diferenças significativas entre os resultados de módulo de vorticidade para as duas simulações.

Observa-se na Figura 5.21 que nem mesmo as fases de evolução são diferentes para as simulações realizadas com precisão simples ou dupla.

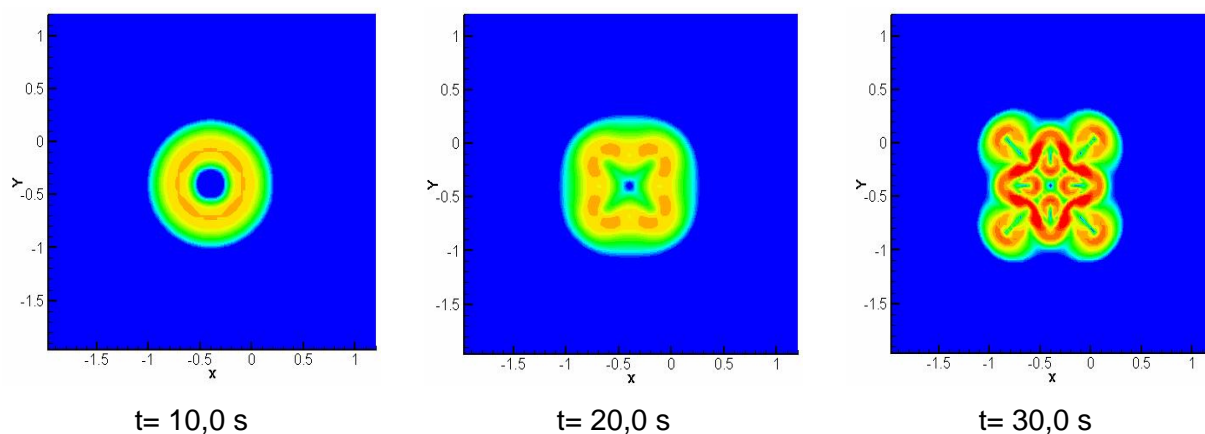


a) Simulação Caso 2 com precisão simples 96^3 modos de Fourier.

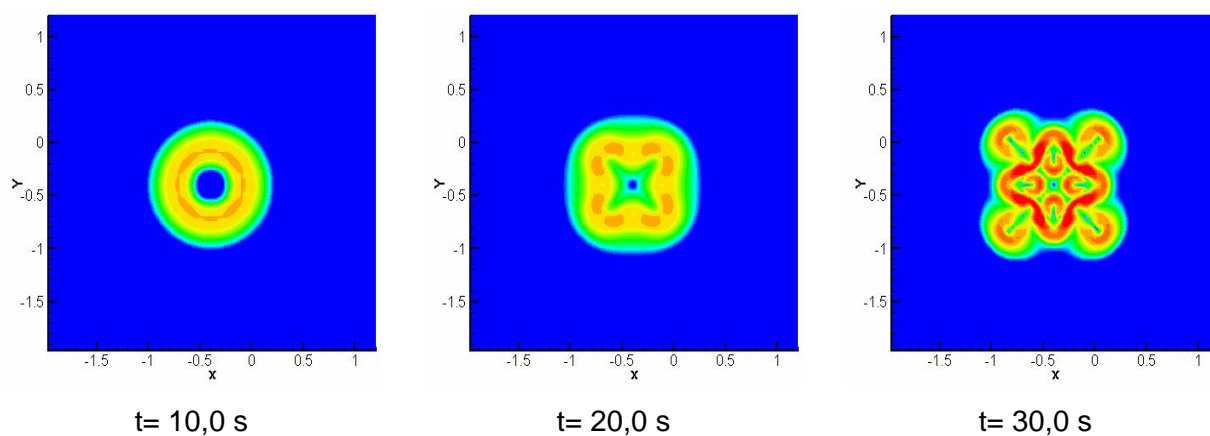


b) Simulação Caso 2 com precisão dupla 96^3 modos de Fourier.

Figura 5.20 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) - Caso 2.



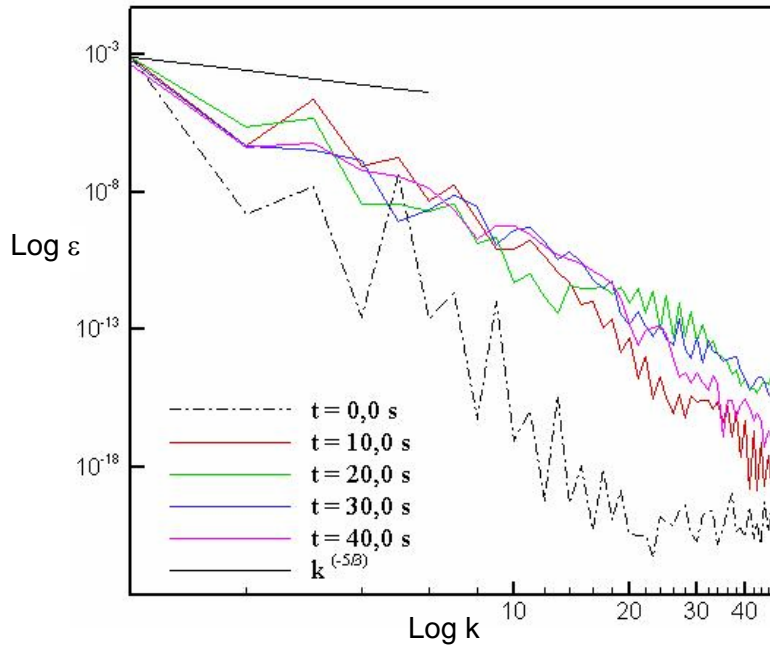
a) Simulação Caso 2 com precisão simples 96^3 modos de Fourier.



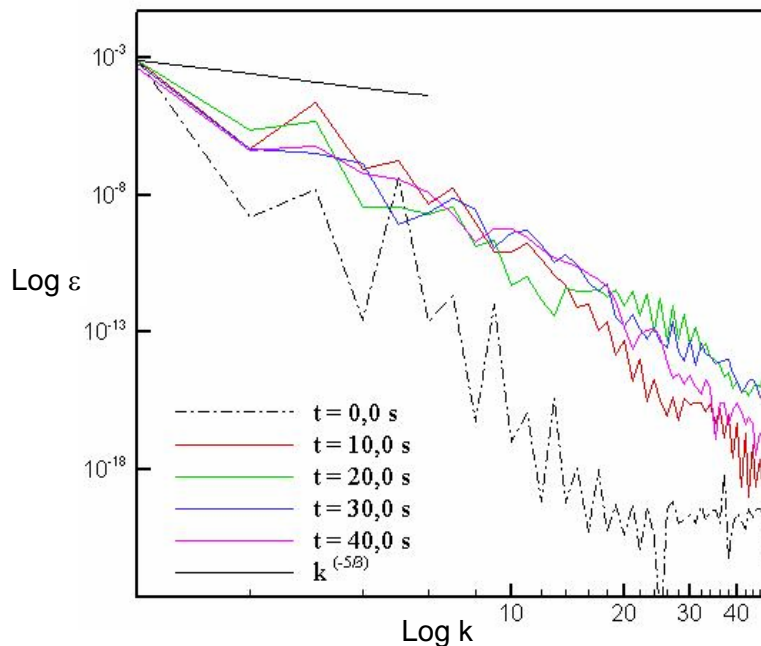
b) Simulação Caso 2 com precisão dupla 96^3 modos de Fourier.

Figura 5.21 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) - Caso 2.

A observação dos espectros de energia apresentados na Figura 5.22 não permite identificar diferenças significativas entre as simulações realizadas empregando precisão simples e dupla.



a) Simulação Caso 2 com precisão simples e resolução 96^3 modos de Fourier.



b) Simulação Caso 2 com precisão dupla e resolução 96^3 modos de Fourier.

Figura 5.22 - Espectro de Energia Cinética Turbulenta - Caso 2.

De uma forma geral, as visualizações através do critério Q e dos módulos de vorticidade permitiram verificar que o tipo de perturbação imposta conduziu a um escoamento simétrico em relação ao eixo do jato durante todo o tempo e com pequena expansão nas direções transversais. Assim sendo, este jato não apresenta o comportamento assimétrico que conduz à transição, não despertando interesse com relação à compreensão de sua dinâmica e topologia. No entanto, foi possível realizar com sucesso as análises sobre o aumento da resolução no

espaço de Fourier e precisão utilizada no código, ficando clara a importância da escolha adequada do número de modos de Fourier.

5.2.3 Caso 3: Jato Forçado 2

No caso 3, foi simulado o escoamento de um jato forçado cujas perturbações são as mesmas apresentadas no caso 2 somadas àquelas apresentadas no caso 1, conforme apresentado a seguir.

Perturbação aleatória imposta ao perfil de velocidade axial:

$$w(x, y, z) = w_0(x, y, z) + \left(\frac{0,5 - a}{100,0} \right). \quad (5.25)$$

Perturbação imposta na direção axial na componente radial de velocidade:

$$U_r = 0,01 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{4,0} \right) + 0,02 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{2,0} \right) + 0,03 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{1,0} \right). \quad (5.26)$$

Componentes radiais de velocidade:

$$u = U_r \cos \theta \cdot e^{\left[-2,0 \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]} \quad \text{e} \quad v = U_r \sin \theta \cdot e^{\left[-2,0 \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]}. \quad (5.27)$$

Para o estudo deste caso foi realizada uma simulação utilizando precisão simples e 120^3 modos de Fourier. Os resultados referentes à visualização de estruturas são apresentados a seguir.

a) Visualização das estruturas do escoamento

A Figura 5.23 apresenta a evolução temporal através de isosuperfícies do critério Q. As Figuras 5.24 e 5.25 mostram a evolução temporal do jato através do módulo de vorticidade no plano xz e xy, respectivamente.

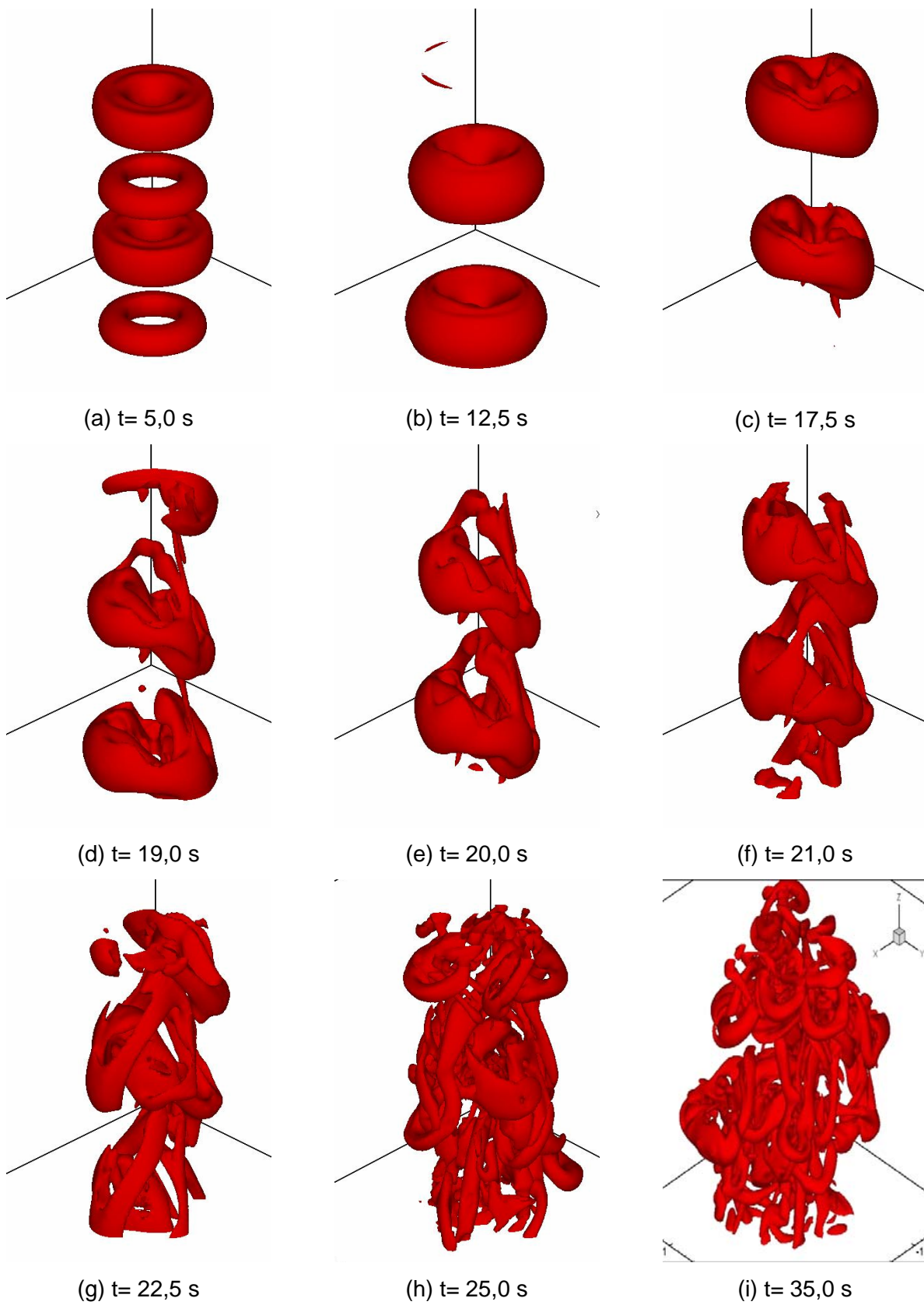


Figura 5.23 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível $0,1 \text{ s}^{-2}$) - Caso 3.

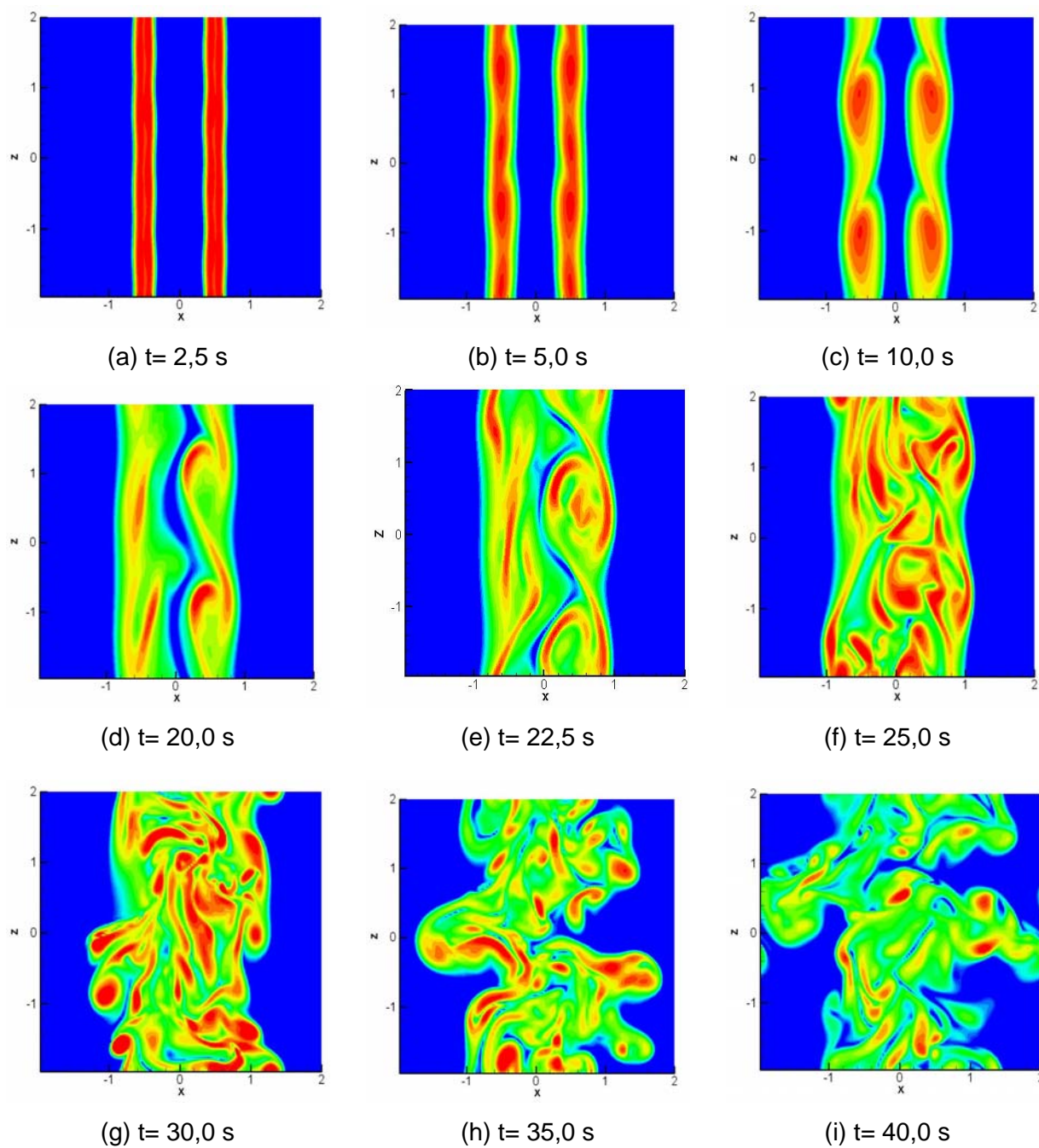


Figura 5.24 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) - Caso 3.

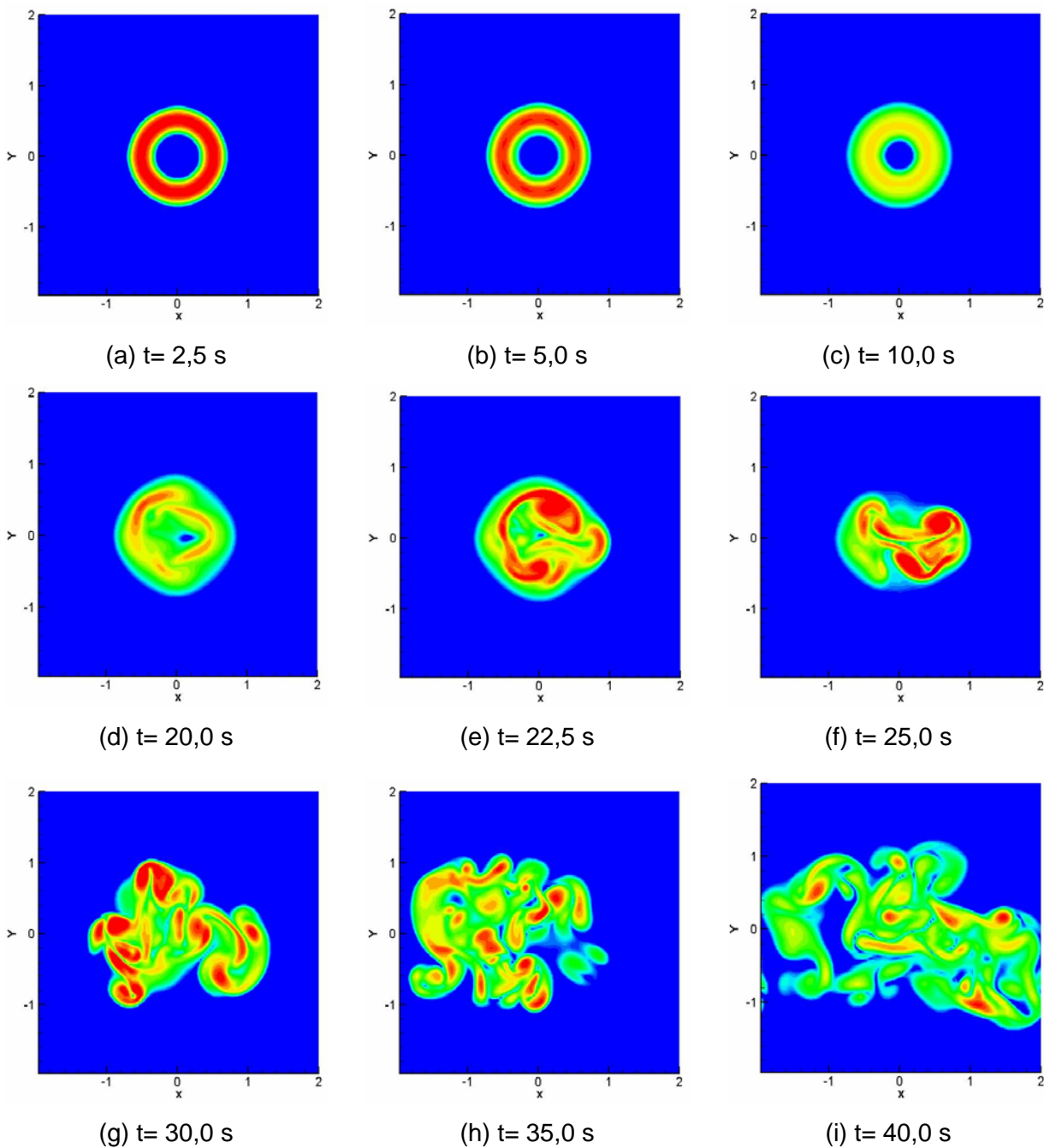


Figura 5.25 - Evolução do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) - Caso 3.

O mecanismo de formação das estruturas é similar aquele apresentado para o jato natural. No entanto, além da perturbação aleatória é imposta uma perturbação na componente radial de velocidade, a qual gera um modo assimétrico na direção transversal do domínio.

O módulo de vorticidade no plano xz (Fig. 5.24 (b)) permite verificar no instante $t=5,0$ s as primeiras instabilidades Kelvin-Helmholtz. Estas instabilidades, correspondentes ao rápido crescimento do modo linear devido ao perfil de velocidade imposto, acumulam-se em 4 anéis também verificados na Fig 5.23. Devido à presença de perturbação na componente radial de

velocidade, pares de anéis surgem em $t=10,0s$ (Fig 5.23 (c) e Fig 5.24 (c)), mas terminam antes que um segundo emparelhamento possa ocorrer, em função do desenvolvimento de um modo transversal assimétrico. O crescimento deste modo transversal pode ser observado através das Figs. 5.23 (d) e (e) e 5.25 (d) e (e), bem como através da assimetria mostrada nas Figuras 5.24 (d) e (e). A região irrotacional do jato já é praticamente inexistente no instante $t=19,0 s$ (Fig 5.24 (d)). Nos instantes seguintes observa-se a evolução das instabilidades, a presença de filamentos longitudinais, uma maior interação entre as diferentes estruturas, a expansão nas direções transversais e a degeneração em turbulência desenvolvida. É interessante observar a maior expansão na direção transversal x do escoamento (Fig. 5.25 (i)), indicando a possibilidade de controle da dinâmica do jato.

A Figura 5.26 apresenta o espectro de energia do jato forçado simulado no presente caso estudado em escala log-log para diferentes instantes de tempo.

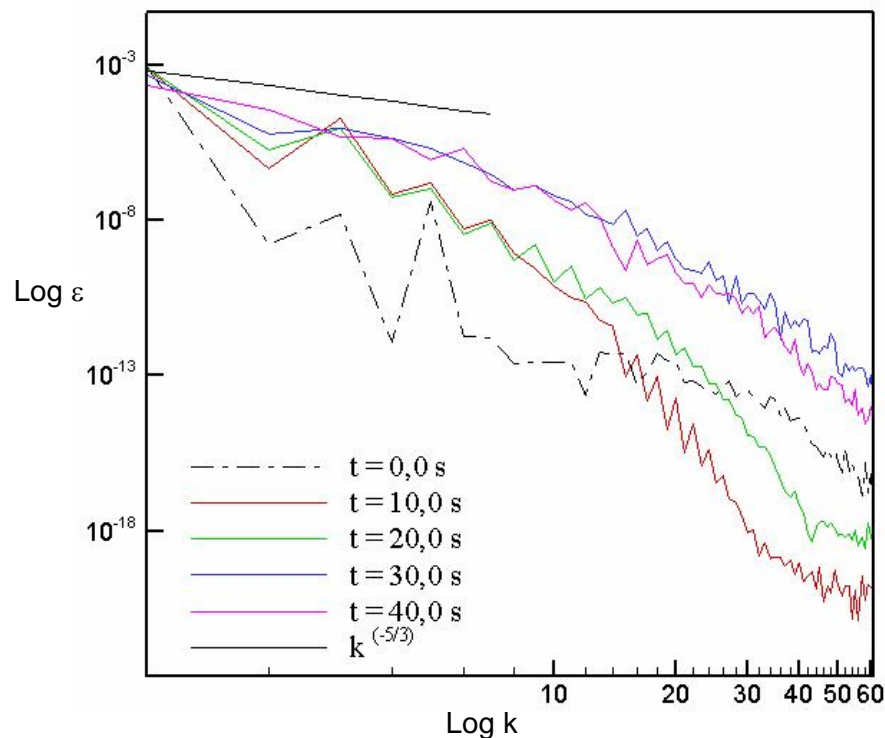


Figura 5.26 - Espectro de Energia Cinética Turbulenta – Caso 3.

O espectro de energia permite verificar que à medida que o tempo evolui, o espectro aproxima-se da inclinação $-5/3$ na faixa $\log k= 1$ a 7 . Após esta faixa a energia decai com maior inclinação.

5.2.4 Caso 4: Jato Forçado 3

No caso 4, foi simulado o escoamento de um jato forçado, onde a perturbação difere daquela apresentada no caso 3, apenas com relação à componente axial de velocidade. A perturbação aleatória imposta nas três direções da componente w é:

$$w(x, y, z) = w_0(x, y, z) + \left(\frac{0,5 - a}{100,0} \right) \cdot e^{\left[-2 \cdot \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]}. \quad (5.28)$$

Neste caso, a perturbação foi confinada ao núcleo potencial e ao limite da camada cisalhante.

A perturbação na direção axial imposta à componente radial de velocidade é:

$$U_r = 0,01 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{4,0} \right) + 0,02 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{2,0} \right) + 0,03 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{1,0} \right). \quad (5.29)$$

Assim, as componentes radiais de velocidade são definidas como:

$$u = U_r \cos \theta \cdot e^{\left[-2,0 \cdot \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]} \quad \text{e} \quad v = U_r \sin \theta \cdot e^{\left[-2,0 \cdot \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]}. \quad (5.30)$$

Para o estudo deste caso, foram realizadas três simulações utilizando precisão simples, 120^3 pontos de colocação e três diferentes números de Reynolds 1600, 5000 e 10000.

a) Evolução temporal do jato simulado a número de Reynolds 1600

A Figura 5.27 apresenta a evolução temporal através de isosuperfícies pelo critério Q da simulação realizada a número de Reynolds 1600.

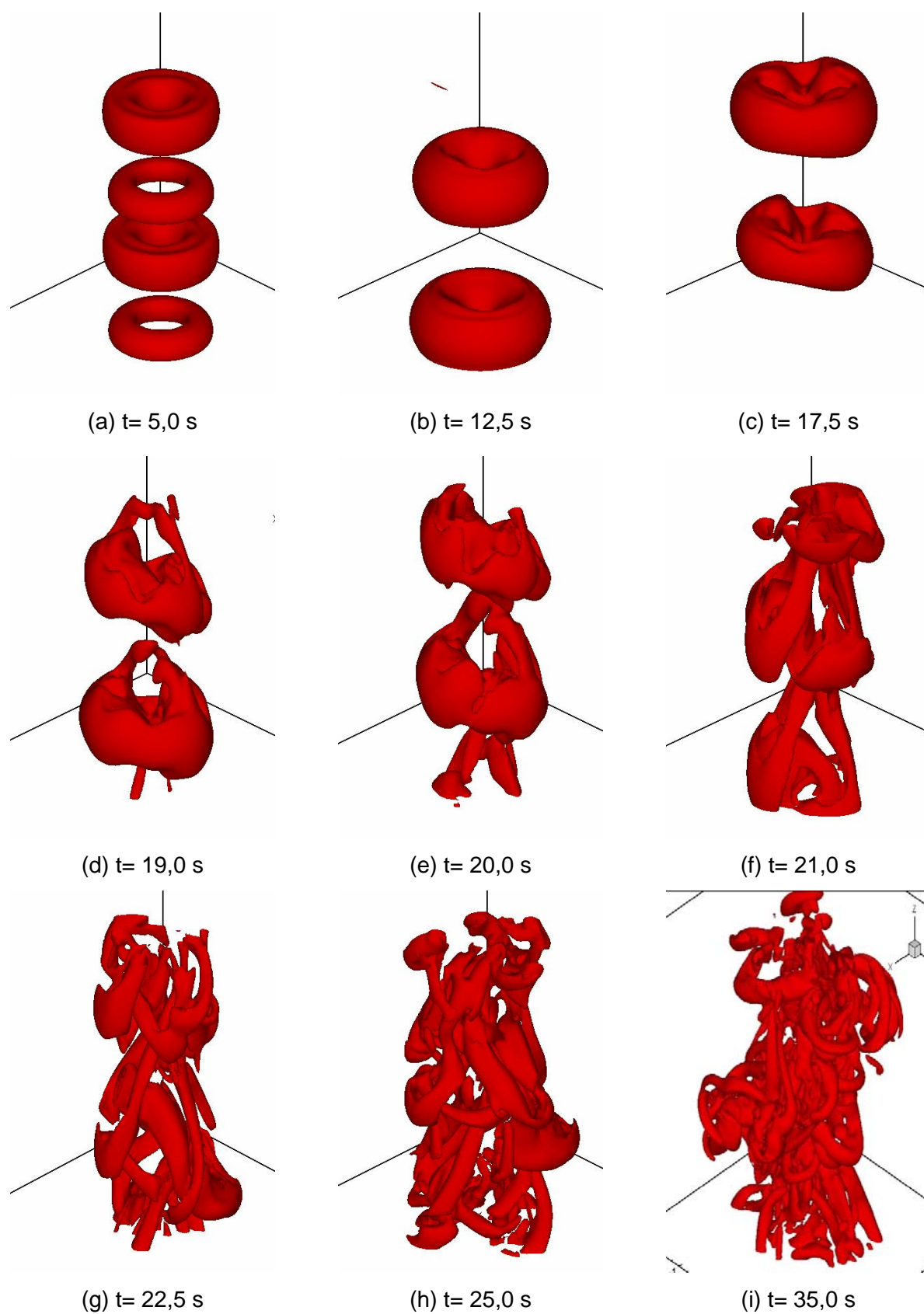


Figura 5.27 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível $1,0 \text{ s}^{-2}$) para simulação a número de Reynolds 1600 - Caso 4.

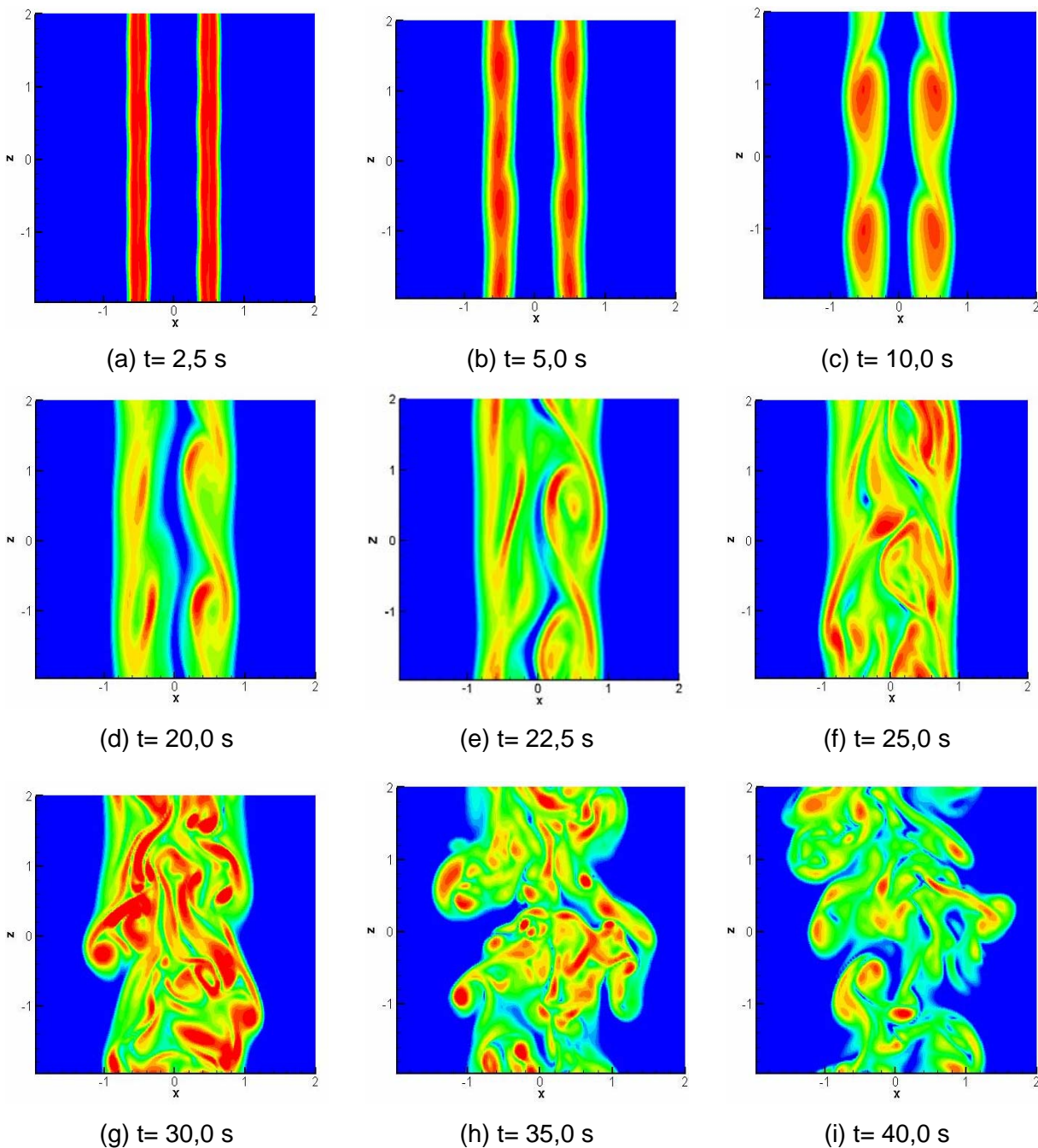


Figura 5.28 - Evolução do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) para simulação a número de Reynolds 1600 - Caso 4.

Comparando a evolução temporal do jato simulado no presente caso com aquele estudado no caso 3, verifica-se um desenvolvimento similar com relação à formação de anéis, ao emparelhamento e surgimento de um modo transversal assimétrico. No entanto, verifica-se diferença com relação à taxa de espalhamento nas direções transversais do jato. Observa-se menor expansão na direção transversal x no caso 4 (Figs. 5.28 (i)) em relação ao mesmo instante $t=40,0$ s no caso 3 (Figs 5.24 (i)), o que ocorre devido à modificação efetuada na

perturbação da componente axial da velocidade. Esta menor expansão na direção x pode também ser verificada através da observação da evolução temporal do módulo de vorticidade no plano xy mostrada na Figura 5.29.

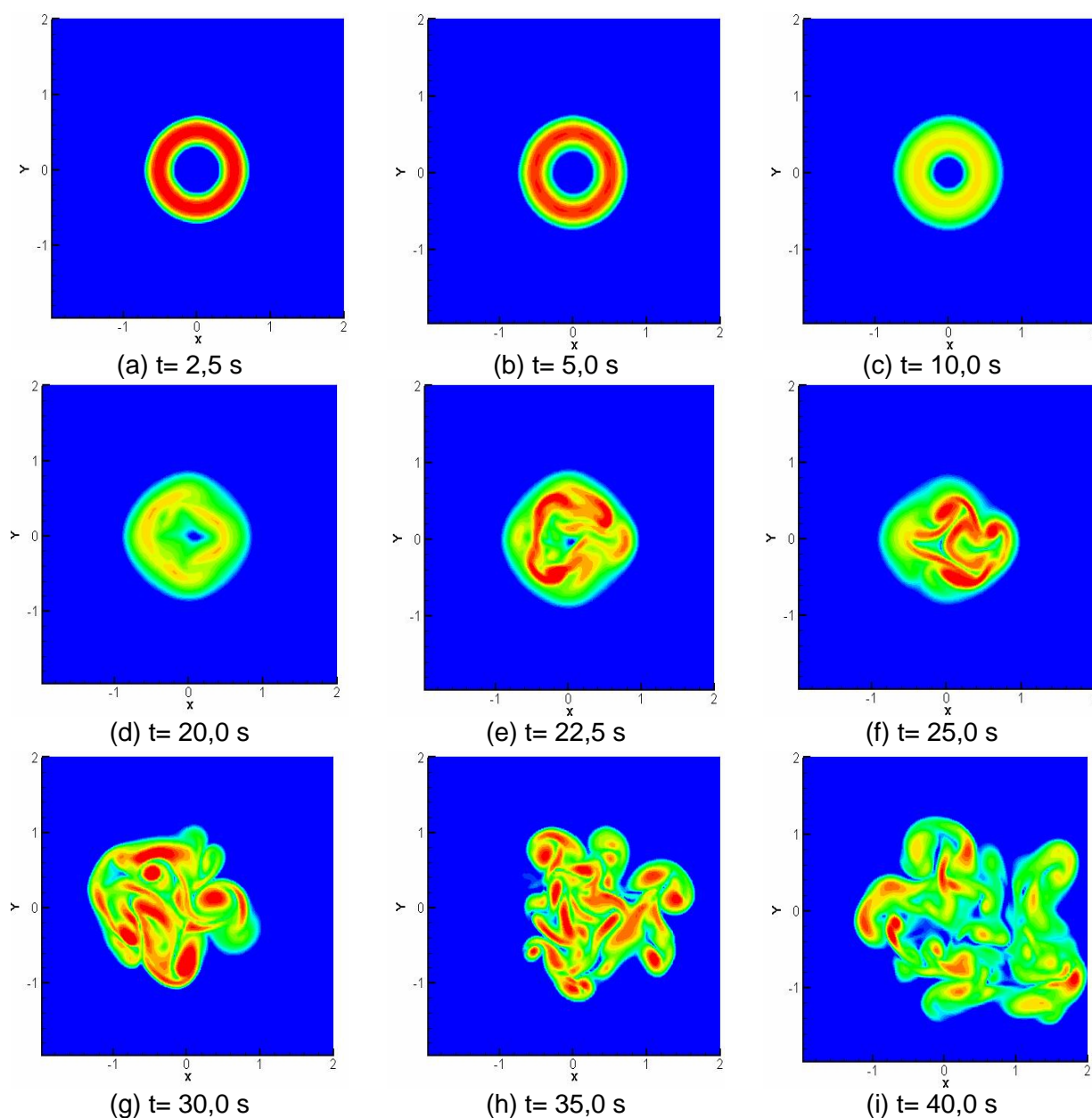


Figura 5.29 - Evolução do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) para simulação a número de Reynolds 1600 - Caso 4.

b) Evolução temporal do jato simulado a número de Reynolds 5000

A Figura 5.30 apresenta a evolução temporal através de isosuperfícies pelo critério Q da simulação realizada a número de Reynolds 5000.

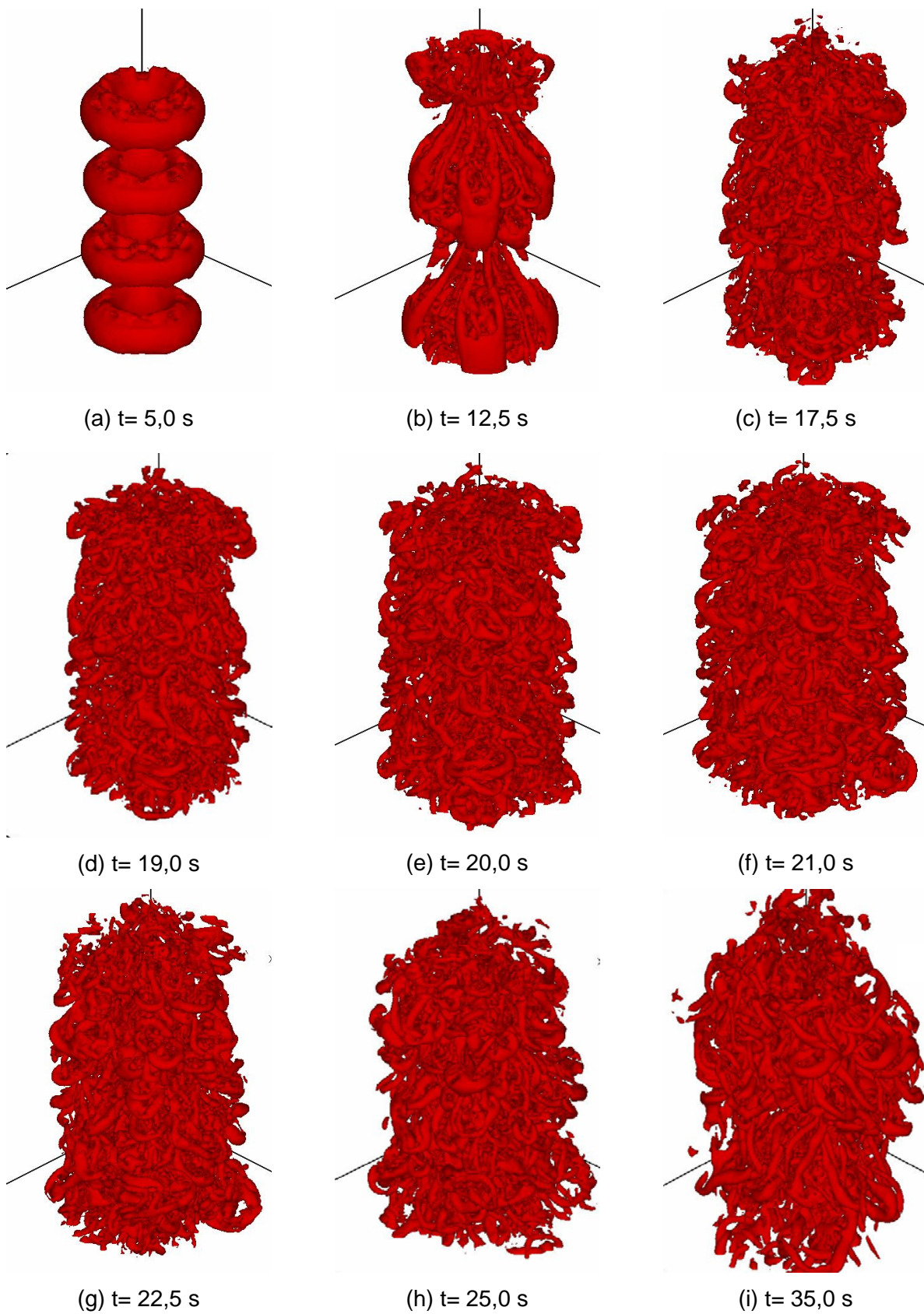


Figura 5.30 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível 0,1) para simulação a número de Reynolds 5000 - Caso 4.

A evolução do módulo de vorticidade do jato simulado a número de Reynolds 5000 pode ser observada através dos planos xz e xy através das Figuras 5.31 e 5.32, respectivamente.

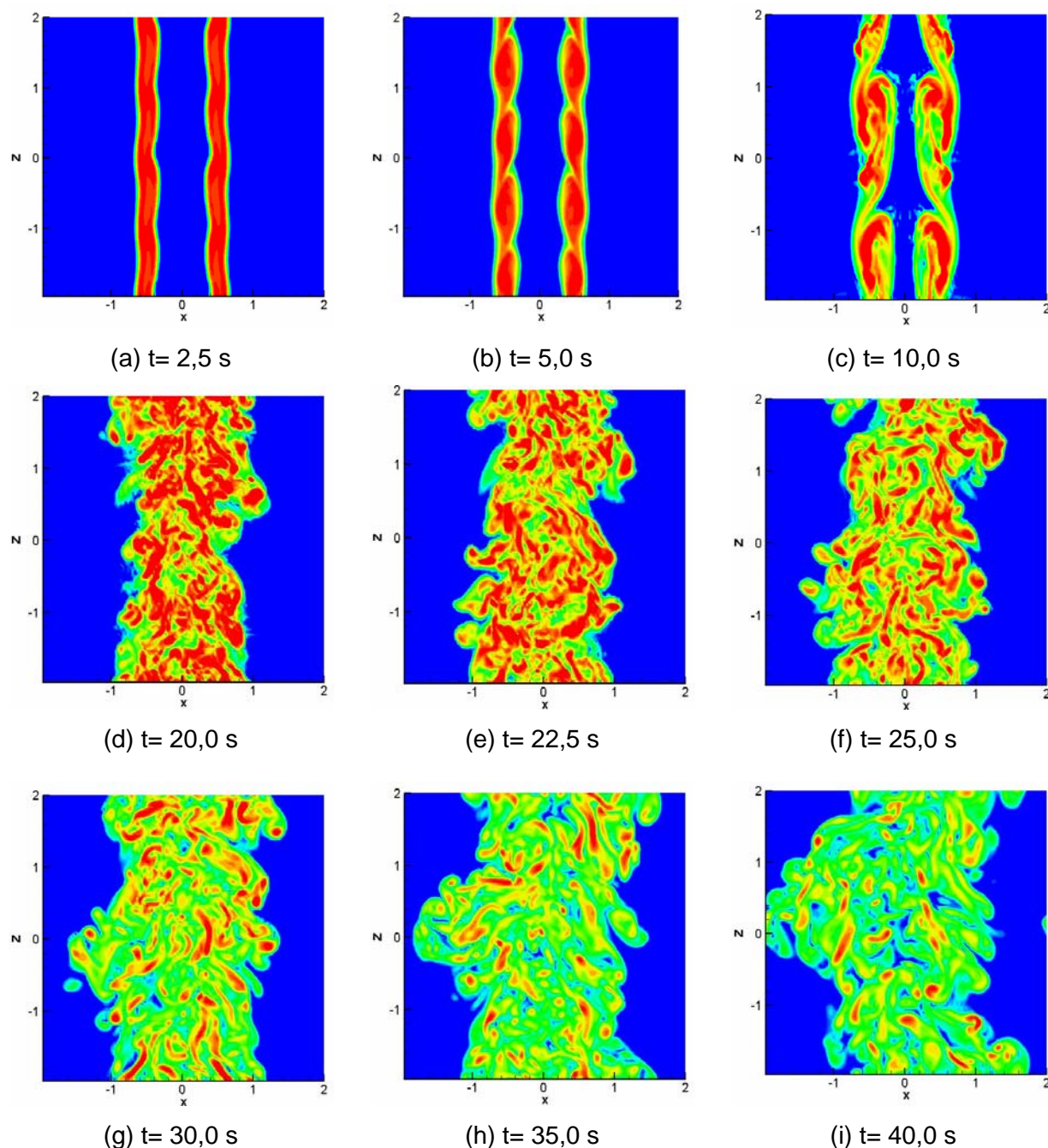


Figura 5.31 - Evolução do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) para Simulação a número de Reynolds 5000 - Caso 4.

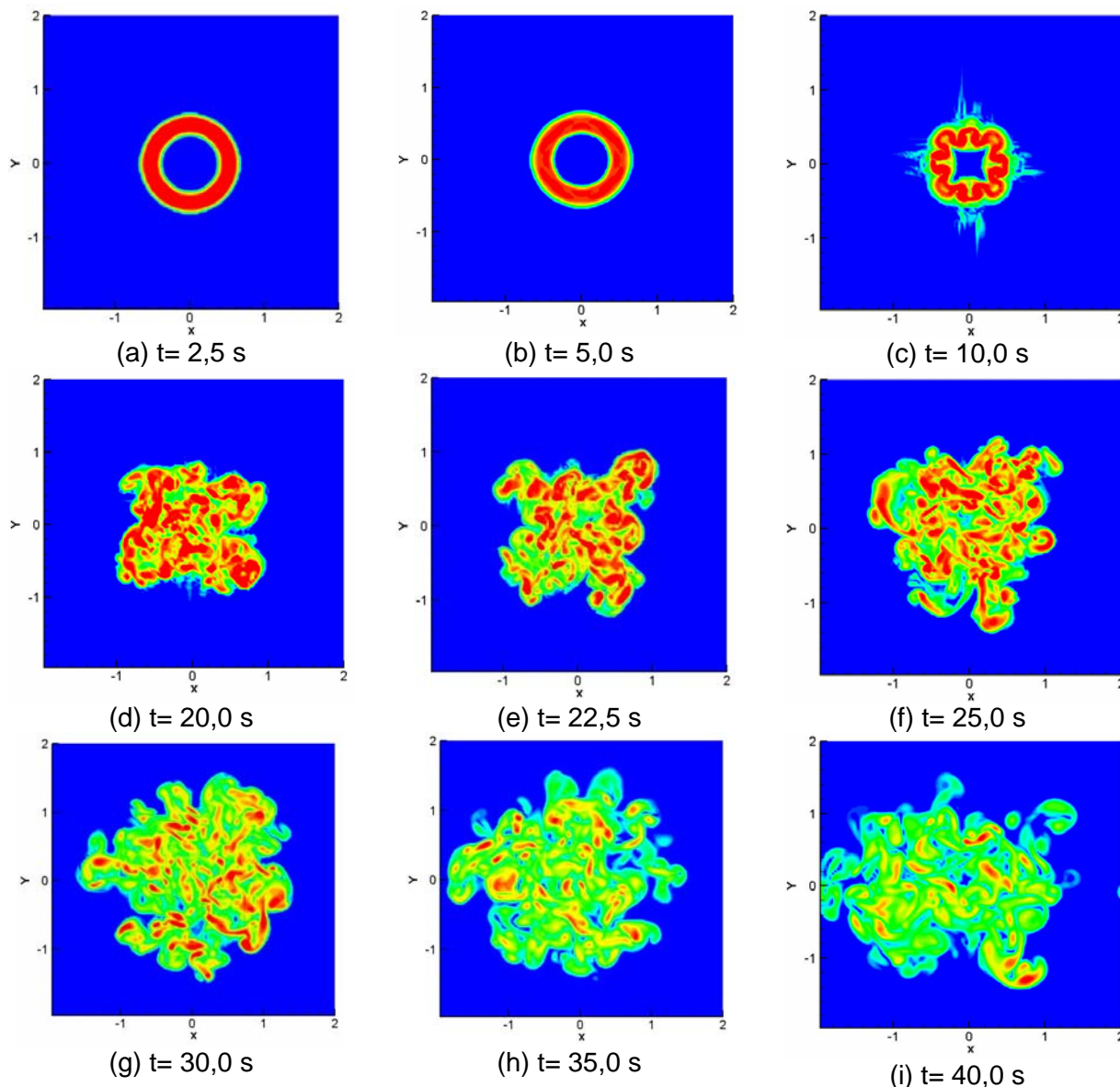


Figura 5.32 - Evolução do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) para simulação a número de Reynolds 5000 – Caso 4.

Os resultados apresentados pelas Figuras 5.30, 5.31 e 5.32 permitem verificar que 120^3 modos de Fourier não são suficientes para resolver bem as escalas apresentadas pelo escoamento simulado a número de Reynolds 5000. Apesar da captura de maior quantidade de estruturas turbilhonares, identificam-se oscilações a partir de $t=10,0$ s (Fig. 5.31(c) e Fig. 5.32 (c)) e comportamento caótico a partir de $t= 17,5$ s (Fig 5.30 (c)).

c) Comparação entre as simulações realizadas a números de Reynolds 1600, 5000 e 10000

A Figura 5.33 apresenta as isosuperfícies pelo critério Q em três diferentes instantes de evolução das simulações realizadas a número de Reynolds 1600, 5000 e 10000.

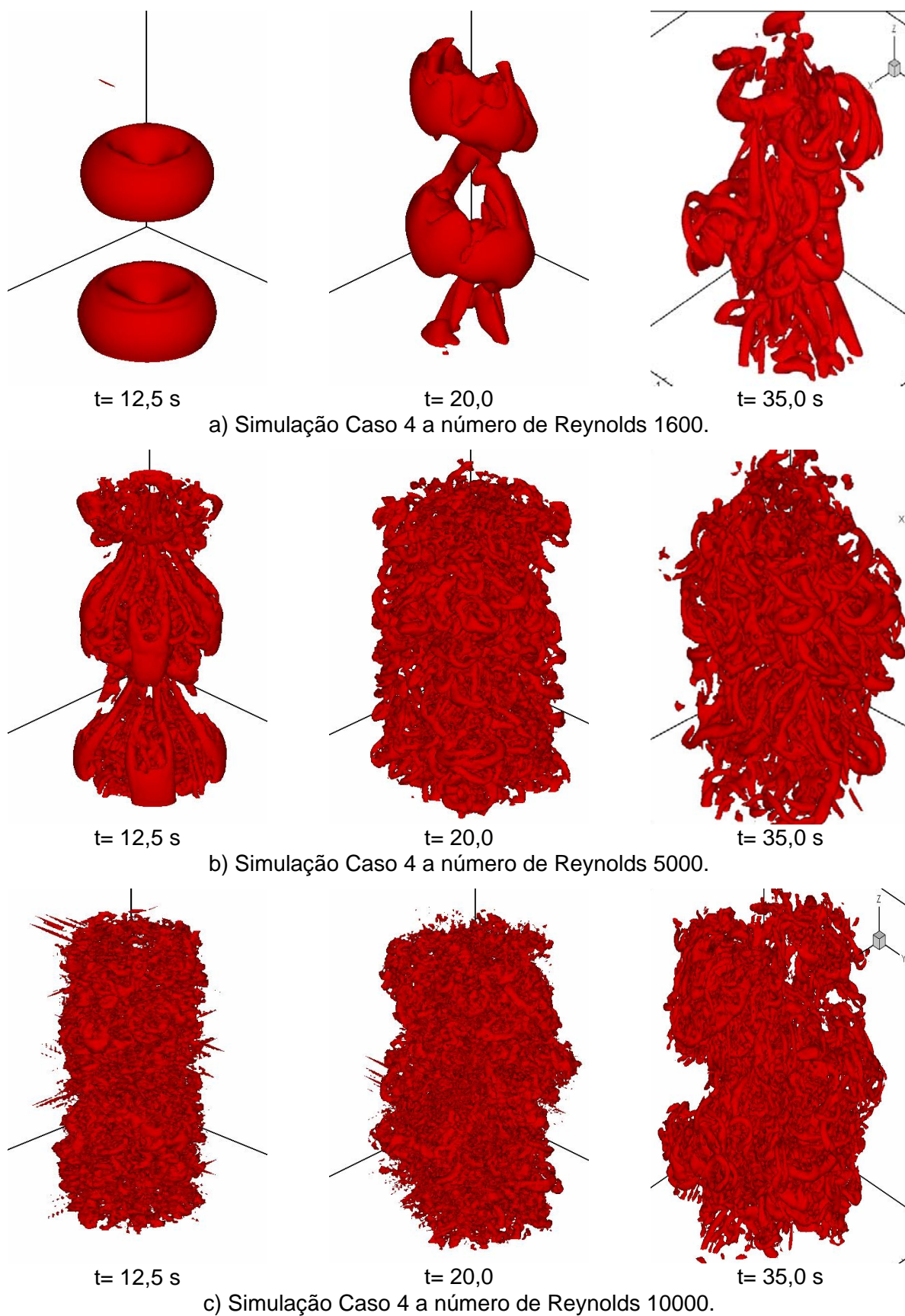
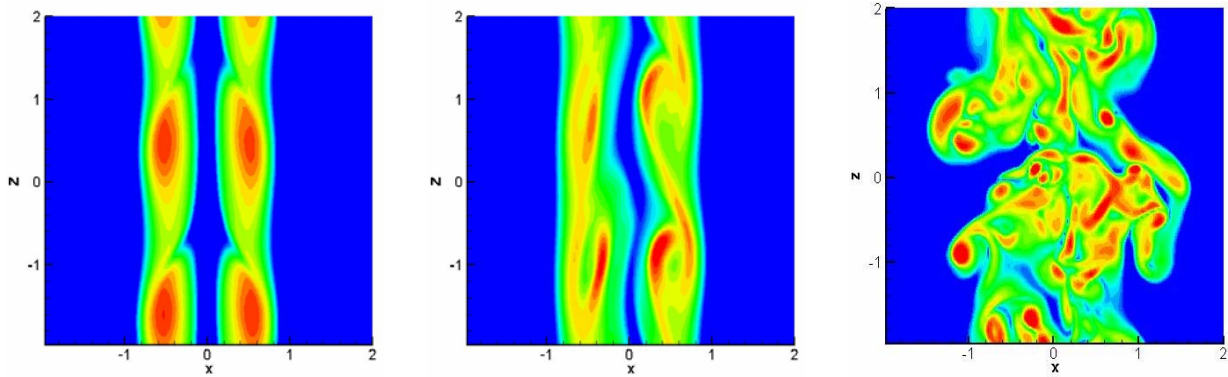


Figura 5.33 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfícies Nível $1,0 \text{ s}^{-2}$) – Simulação Caso 4 a diferentes números de Reynolds

As Figuras 5.34 e 5.35 apresentam respectivamente os módulos de vorticidade nos planos xz e xy, referentes à evolução das simulações realizadas a número de Reynolds 1600, 5000 e 10000.

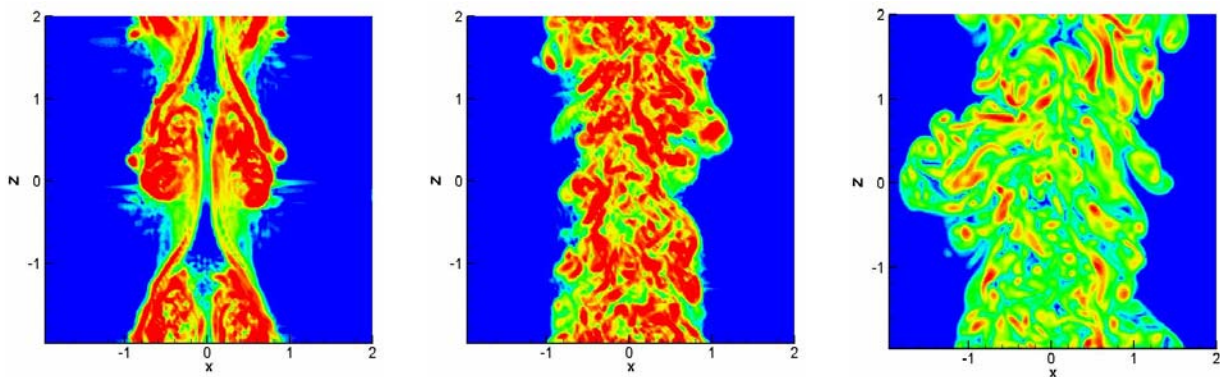


t= 12,5 s

t= 20,0 s

t= 35,0 s

a) Simulação Caso 4 a número de Reynolds 1600.

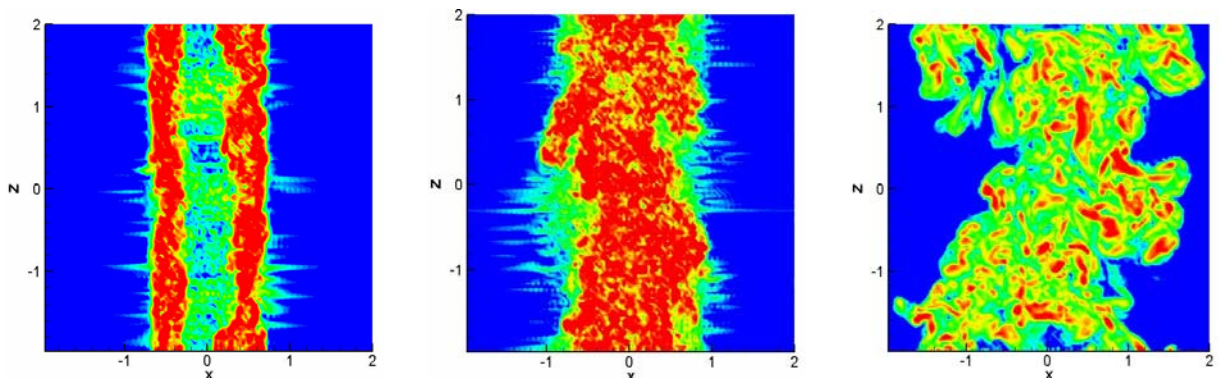


t= 12,5 s

t= 20,0 s

t= 35,0 s

b) Simulação Caso 4 a número de Reynolds 5000.



t= 12,5 s

t= 20,0 s

t= 35,0 s

c) Simulação Caso 4 a número de Reynolds 10000.

Figura 5.34 - Evolução Temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) – Simulação Caso 4 a diferentes números de Reynolds.

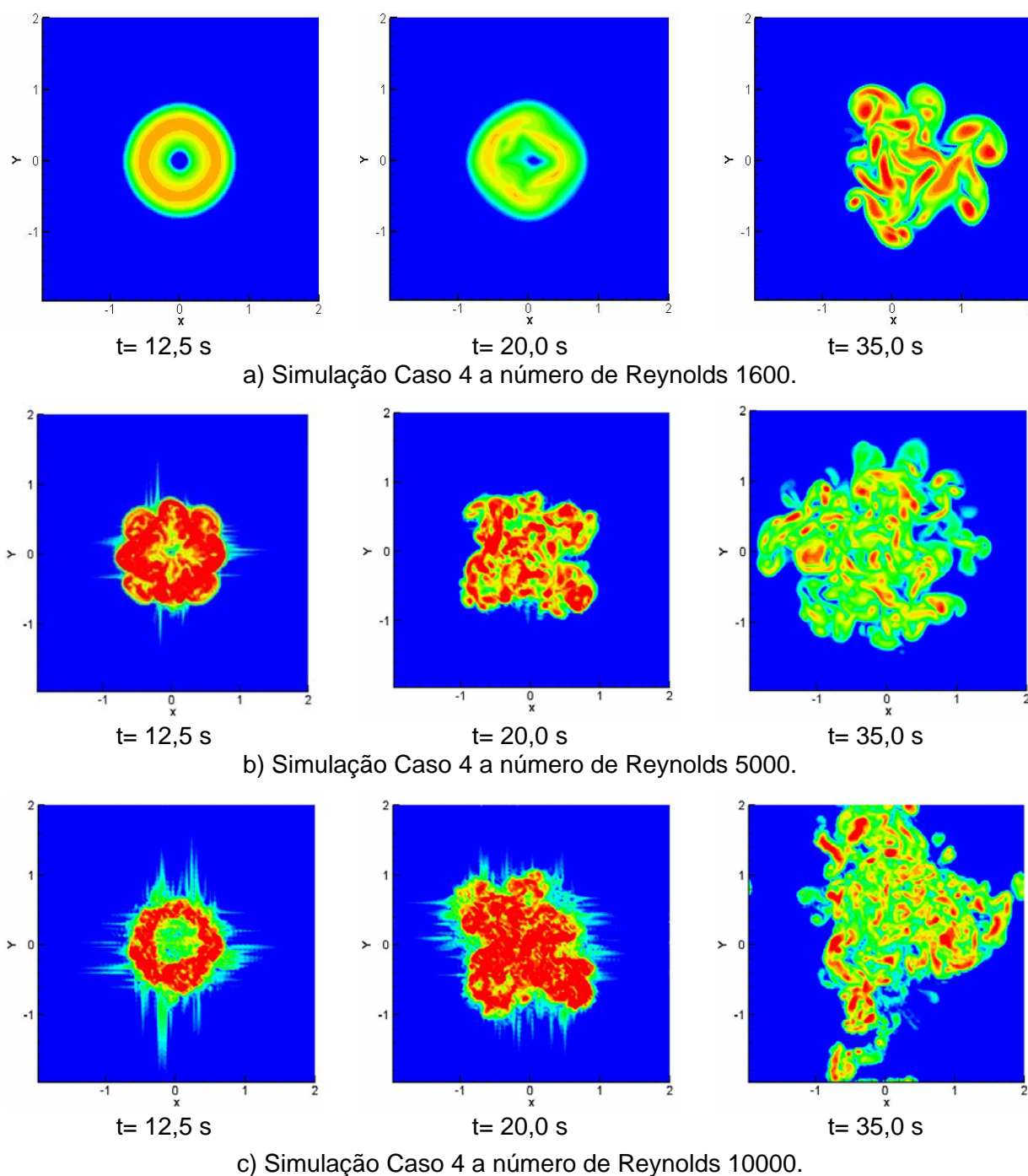


Figura 5.35 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) para simulação a diferentes números de Reynolds - Caso 4.

A comparação entre a evolução dos campos do critério Q, bem como dos módulos de vorticidade permitiram verificar, que à medida que o número de Reynolds é aumentado, maior quantidade de estruturas é capturada e maior é o nível de desorganização local é verificado. Estruturas coerentes podem ser observadas nas simulações a Reynolds 1600 nos instantes $t=12,5$ s e $t=20$ s, o que não é possível nas simulações a número de Reynolds 5000 e 10000.

As Figuras 5.33 a 5.35 permitem verificar que a resolução das estruturas é minimizada ao elevar o número de Reynolds, uma vez que a resolução no espaço de Fourier não foi suficiente para resolver as menores escalas do escoamento, além do fato de o código não apresentar um modelo de turbulência.

A Figura 5.36 apresenta os espectros de energia em escala log-log para as simulações do jato forçado a números de Reynolds 1600, 5000 e 10000.

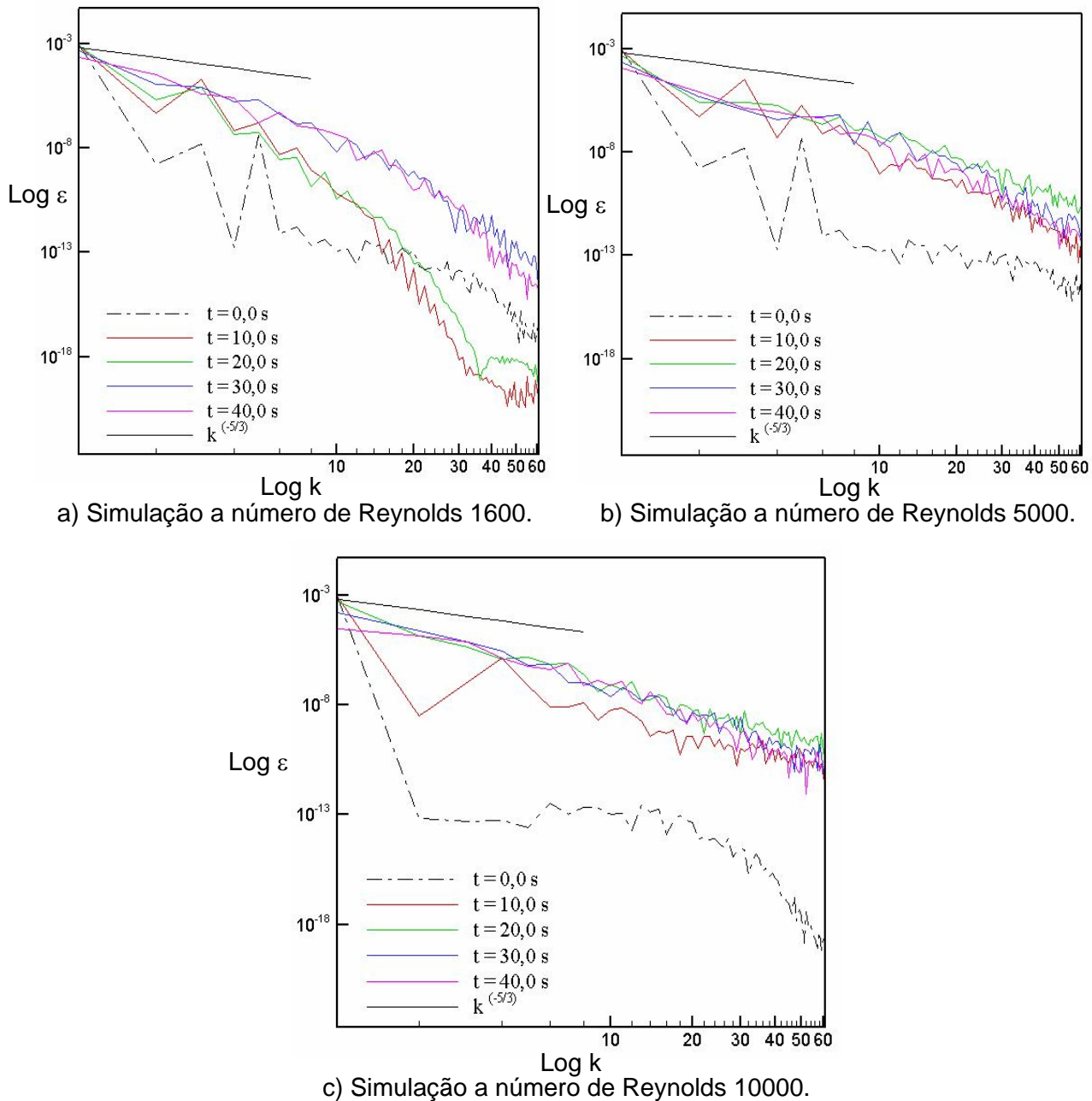


Figura 5.36 - Espectros de Energia Cinética Turbulenta para simulações a diferentes números de Reynolds – Caso 4.

A comparação entre os espectros de energia resultantes dos jatos simulados a diferentes números de Reynolds permite verificar que quanto maior o Reynolds, mais próximo da inclinação $-5/3$ torna-se o espectro na faixa $\log(k)=3$ a $\log(k)=8$. Este fato é justificado pela existência de um espectro mais largo para as simulações a números de Reynolds 5000 e 10000, sendo ainda mais largo para este último. No entanto, é importante observar maior acúmulo de energia após $\log k = 8$ nas Figs 5.36 (b) e 5.36 (c), o que se deve ao fato de a resolução (120^3 modos de Fourier) não ser suficiente para resolver todas as escalas do escoamento a esses números de Reynolds (5.000 e 10.000).

d) Resultados do tratamento estatístico para a simulação a número de Reynolds 1600

A Figura 5.37 apresenta a medida integral do jato \tilde{b}^3 e a escala de velocidade local $\tilde{w}^{-3/2}$ em função do tempo, e a Figura 5.38 a evolução temporal das escalas clássicas $2\tilde{b}$ e $1/\tilde{w}$ para o escoamento a Reynolds 1600.

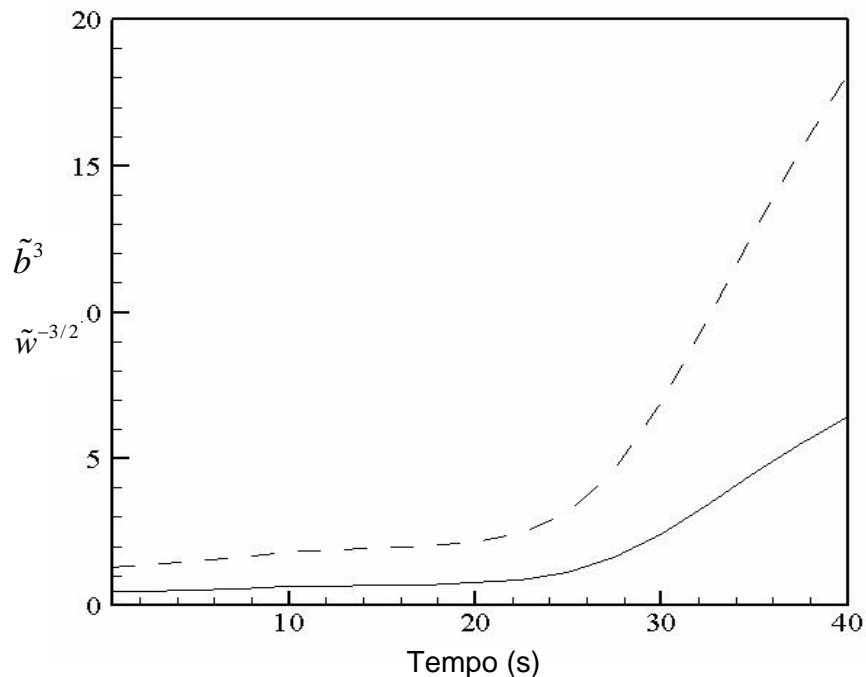


Figura 5.37 - Evolução das escalas clássicas de velocidade e comprimento em função do tempo: —, $2\tilde{b}$; - - - - -, $1/\tilde{w}$.

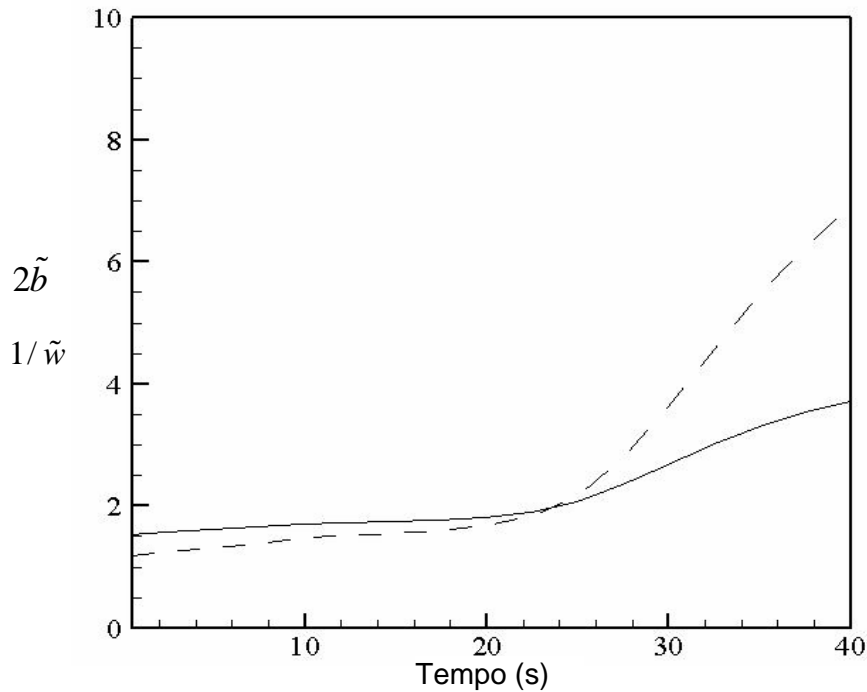


Figura 5.38 - Evolução das escalas de velocidade e comprimento em função do tempo:

Escalas ———, \tilde{b}^3 ; - - - - - , $\tilde{w}^{-3/2}$.

As Figs. 5.37 e 5.38 possibilitam verificar o crescimento linear das escalas apresentadas, mostrando que a auto-similaridade foi atingida aproximadamente a partir de $t=22$ s.

5.2.5. Caso 5: Jato Bifurcado

O jato bifurcado assemelha-se ao jato estudado no caso 4, no qual foi imposta a mesma perturbação aleatória na componente axial de velocidade w (Eq 5.31). No entanto, a perturbação imposta às componentes radial de velocidade é modificada pela multiplicação do sinal do $\cos \theta$ conforme apresenta a Equação (5.32).

$$w(x, y, z) = w_0(x, y, z) + \left(\frac{0,5 - a}{100,0} \right) \cdot e^{\left[-2 \cdot \left(\frac{r-R}{2\delta} \right)^2 \right]} \quad (5.31)$$

$$U_r = \left[0,01 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{4,0} \right) + 0,02 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{2,0} \right) + 0,03 \cdot \text{sen} \left(2\pi \frac{z}{1,0} \right) \right] \cdot \text{sinal}(\cos \theta) \quad (5.32)$$

As componentes radiais de velocidade são dadas por:

$$u = U_r \cos \theta \cdot e^{\left[-2,0 \left(\frac{r-R}{2\delta}\right)^2\right]} \quad \text{e} \quad v = U_r \sin \theta \cdot e^{\left[-2,0 \left(\frac{r-R}{2\delta}\right)^2\right]} \quad (5.33)$$

Foi realizada uma simulação com precisão simples e 120^3 modos de Fourier, cujos resultados são apresentados a seguir.

a) Evolução temporal do Jato Bifurcado

A Figura 5.39 apresenta a evolução temporal do jato bifurcado através de isosuperfícies do critério Q . Os anéis de vórtices primários mostrados em $t=5,0$ s são dobrados em seu meio ao longo do eixo perpendicular ao plano de bifurcação. Além disso, fortes vórtices na direção do escoamento são vistos surgir do topo da deformação azimutal. Aparentemente a forçagem imposta aos anéis e os vórtices longitudinais associados conduzem a uma rápida evolução das estruturas primárias. Além disso, os anéis de vórtices primários são deformados pela excitação imposta no plano transversal, e as duas partes do anel tendem a ser transportadas em direções opostas. Isto explica o aumento significativo da taxa de espalhamento ao longo de uma direção transversal.

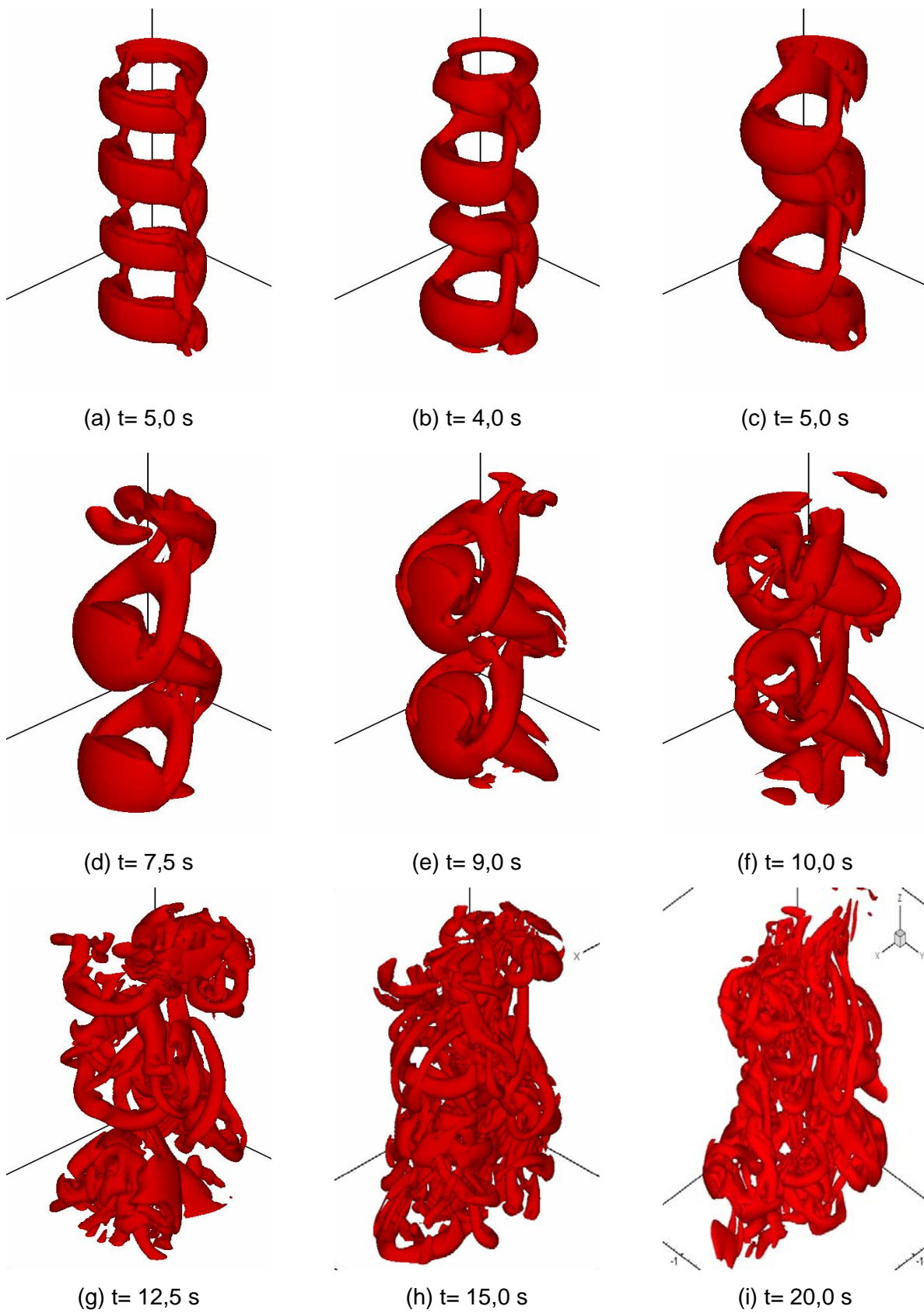


Figura 5.39 - Evolução temporal do campo do critério Q (Isosuperfície Nível $0,1 \text{ s}^{-2}$) – Jato Bifurcado.

As Figuras 5.40 e 5.41 mostram a evolução temporal do jato do módulo de vorticidade nos planos xz e xy , respectivamente.

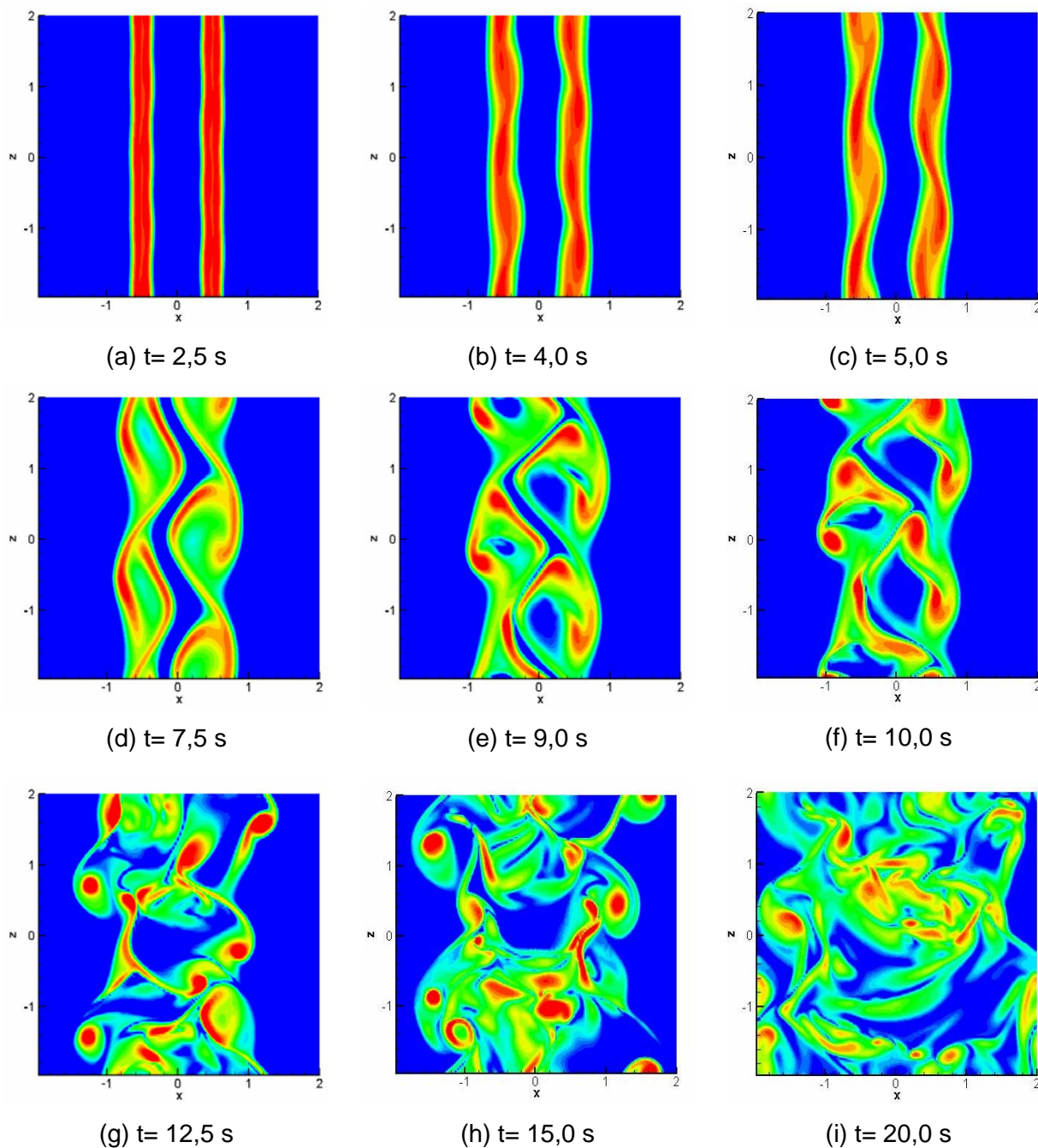


Figura 5.40 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xz ($y=0$) - Jato Bifurcado.

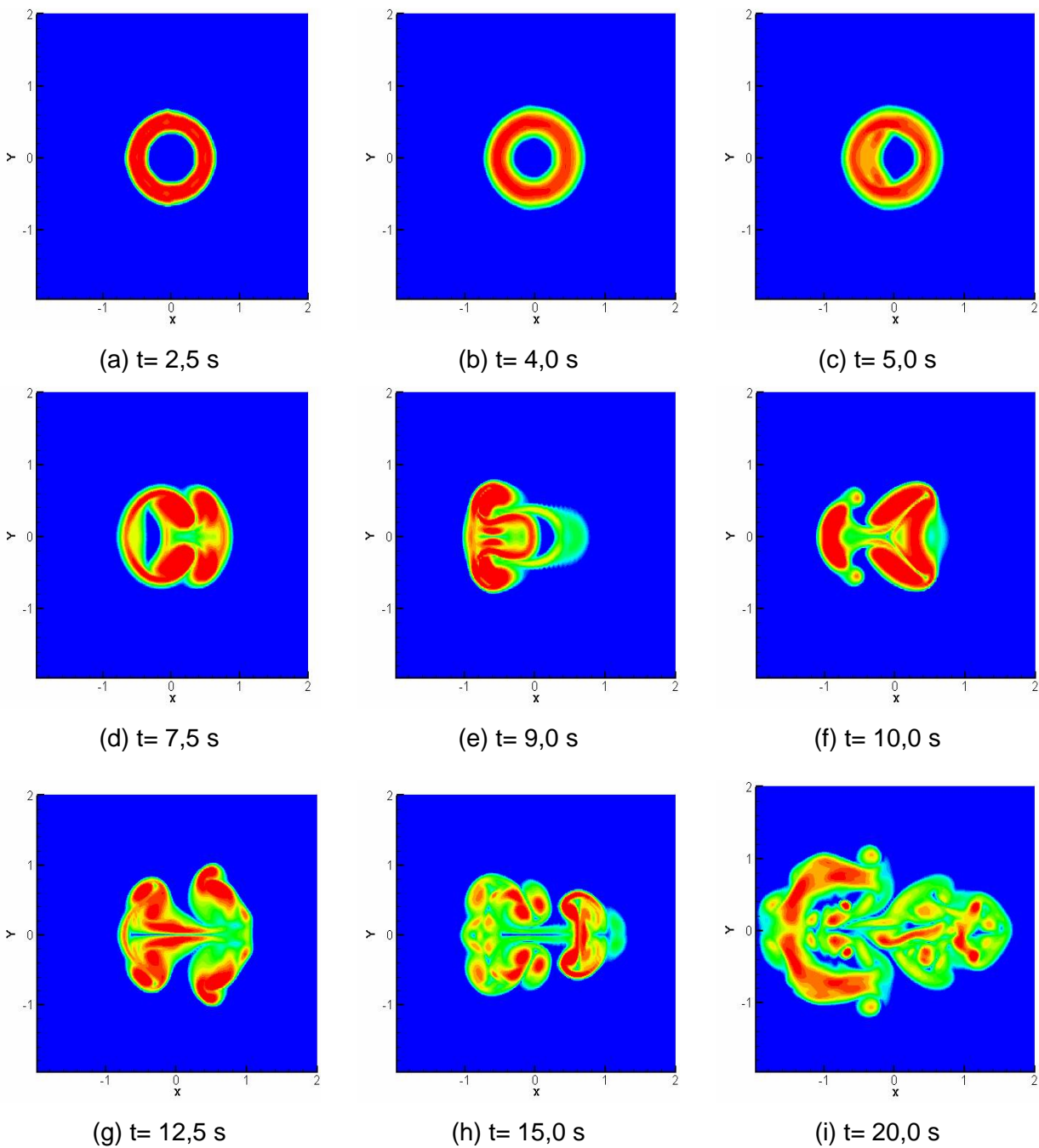


Figura 5.41 - Evolução temporal do Módulo de Vorticidade $\|\vec{\omega}\|$ no plano xy ($z=0$) - Jato Bifurcado.

As Figuras 5.40 e 5.41 permitem verificar a rápida evolução das estruturas do escoamento, bem como o grande espalhamento na direção transversal x , o qual pode ser observado principalmente através da Fig 5.41 (i). A expansão preferencial do jato na direção transversal x é consequência da multiplicação do sinal do $\cos \theta$ à perturbação radial, o qual promove a alternância do deslocamento das estruturas iniciais em direções opostas (bifurcação do jato). A influência do sinal do $\cos \theta$ presente na perturbação radial também pode ser notada

inicialmente através das instabilidades primárias (Fig. 5.40 (c)), as quais apresentam nitidamente uma formação diferente daquelas verificadas no caso 4, por exemplo.

O espectro de energia cinética turbulenta para o jato bifurcado em diferentes instantes de tempo é mostrado na Fig. 5.42. Identifica-se uma região inercial próxima da inclinação de $-5/3$ na faixa $\log k=3$ a 5. A partir de $\log k=5$ observa-se o início do decaimento da energia.

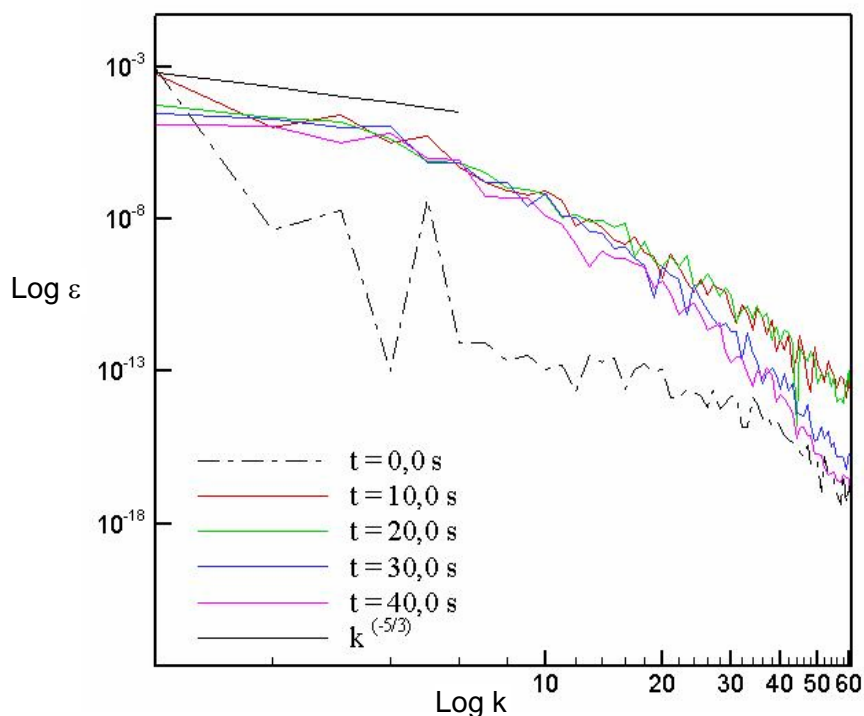
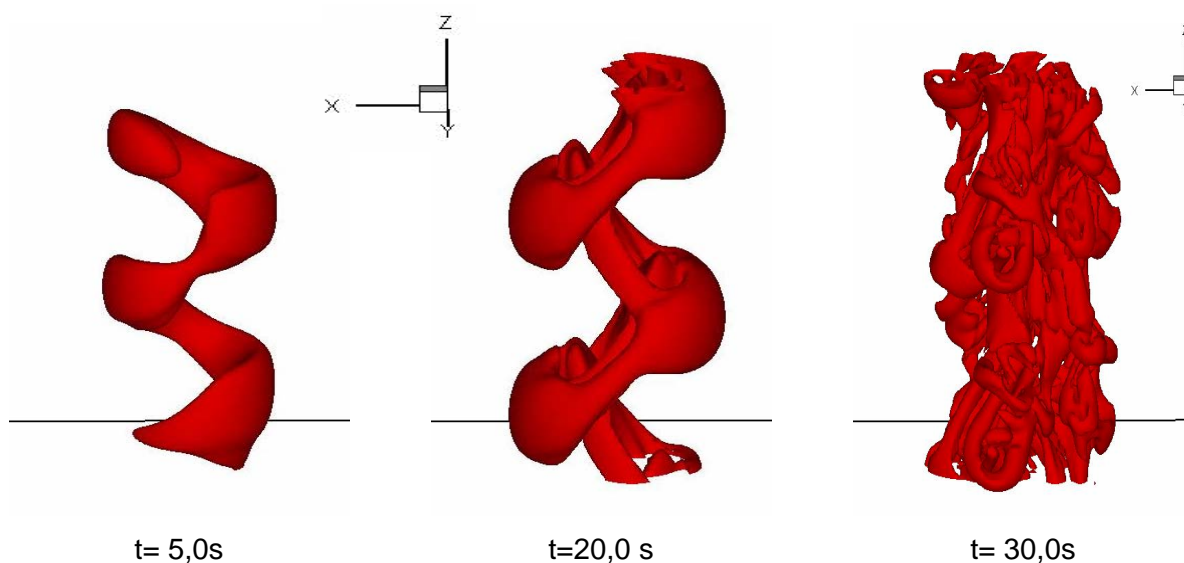


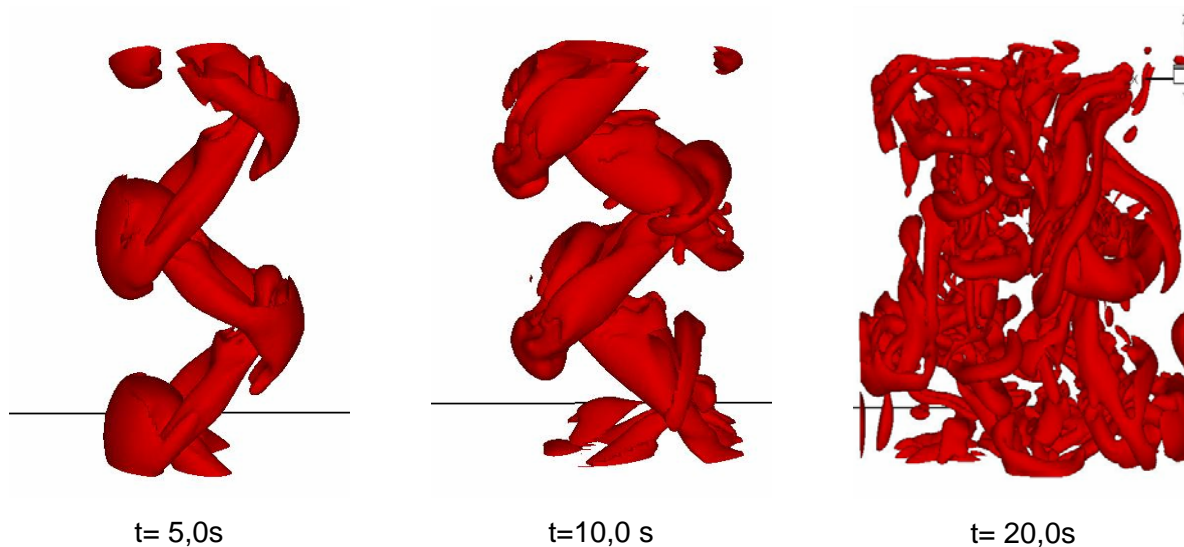
Figura 5.42 - Espectro de Energia Cinética Turbulenta – Jato Bifurcado.

5.2.6 Comparação entre os Jatos Natural e Bifurcado

A Figura 5.43 permite comparar a evolução dos jatos natural e bifurcado estudados no presente trabalho. É possível notar que a transição à turbulência é realmente mais rápida no jato bifurcado, como já comentado. No jato bifurcado, os anéis formam-se mais rapidamente e se expandem mais na direção transversal x . A expansão do jato bifurcado na direção x é considerável no instante $t=20,0$ s, enquanto o jato natural apresenta uma expansão bem menos expressiva, mesmo em $t=30,0$ s. Esta comparação sugere a possibilidade de controle do jato em desenvolvimento espacial através da imposição de diferentes tipos de perturbação nas condições iniciais.



a) Isosuperfícies do critério Q ao nível $0,01 \text{ s}^{-2}$ para Jato Natural (Caso 1)

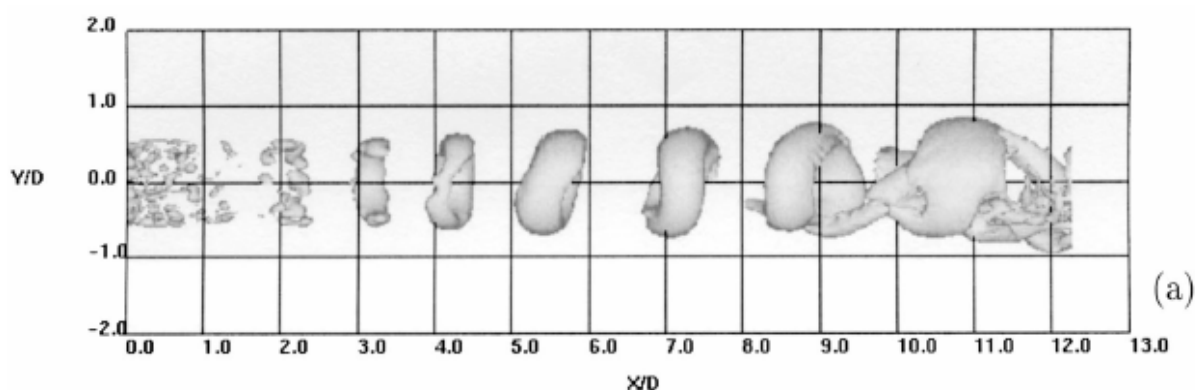


b) Isosuperfícies do critério Q ao nível $0,1 \text{ s}^{-2}$, para Jato Bifurcado (Caso 5)

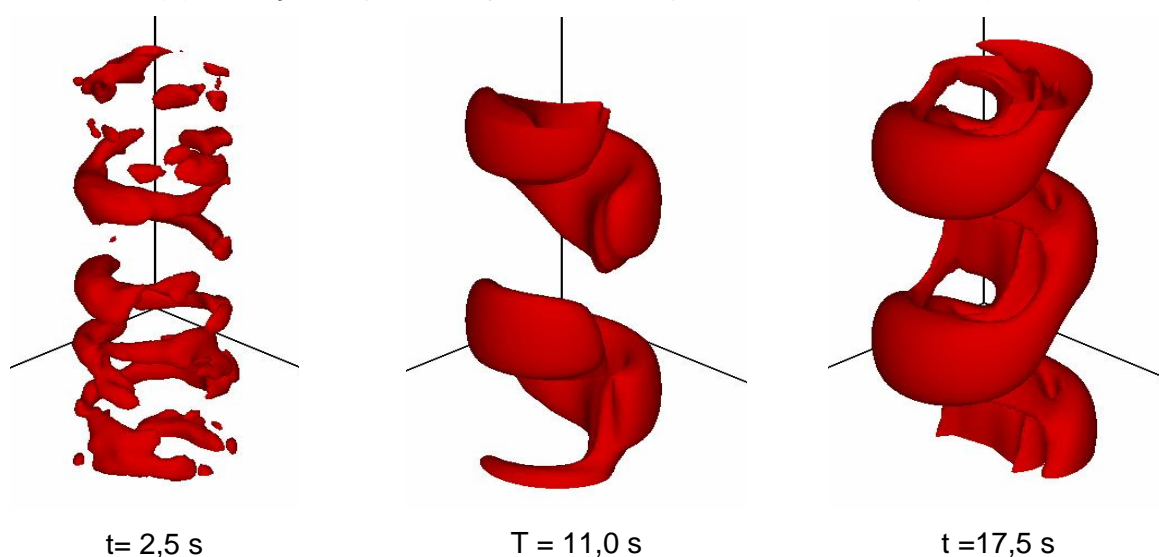
Figura 5.43 - Comparação da evolução temporal através de isosuperfícies pelo critério Q para os Jatos Natural e Bifurcado.

5.2.7 Analogias entre as evoluções temporal e espacial

As simulações do jato em evolução temporal não possibilitam uma comparação precisa com dados experimentais. Entretanto, analogias entre as análises temporais e espaciais do escoamento do jato permitem inferências sobre a evolução espacial do jato circular livre com base em sua evolução temporal. A Figura 5.44 apresenta a visualização do jato espacial simulado a número de Reynolds 1500 (Silva e Métails, 2002) e a evolução temporal do jato natural simulado também a Reynolds 1600 no presente estudo.



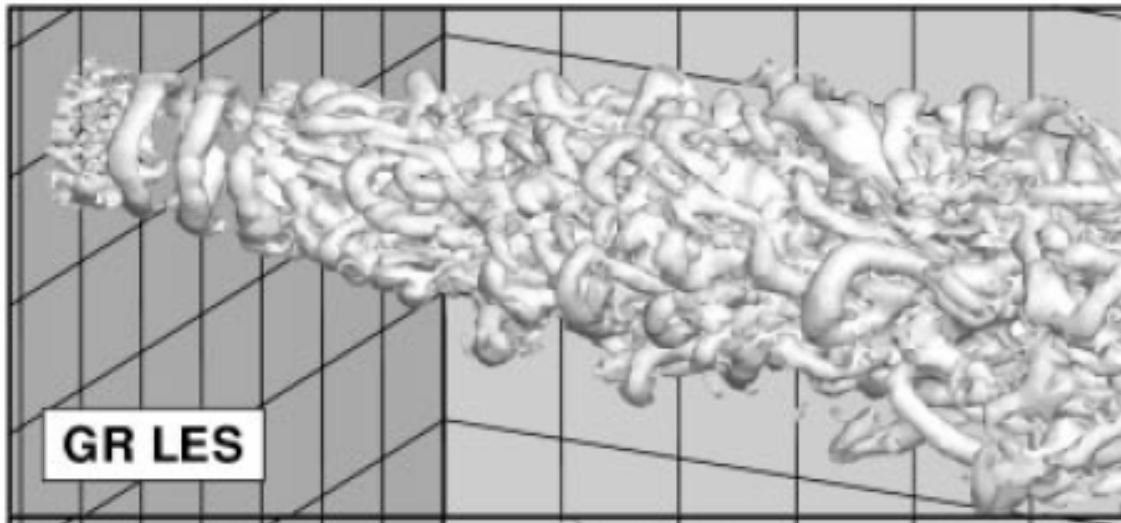
(a) Evolução Espacial do jato simulado por Silva e Métails (2002)



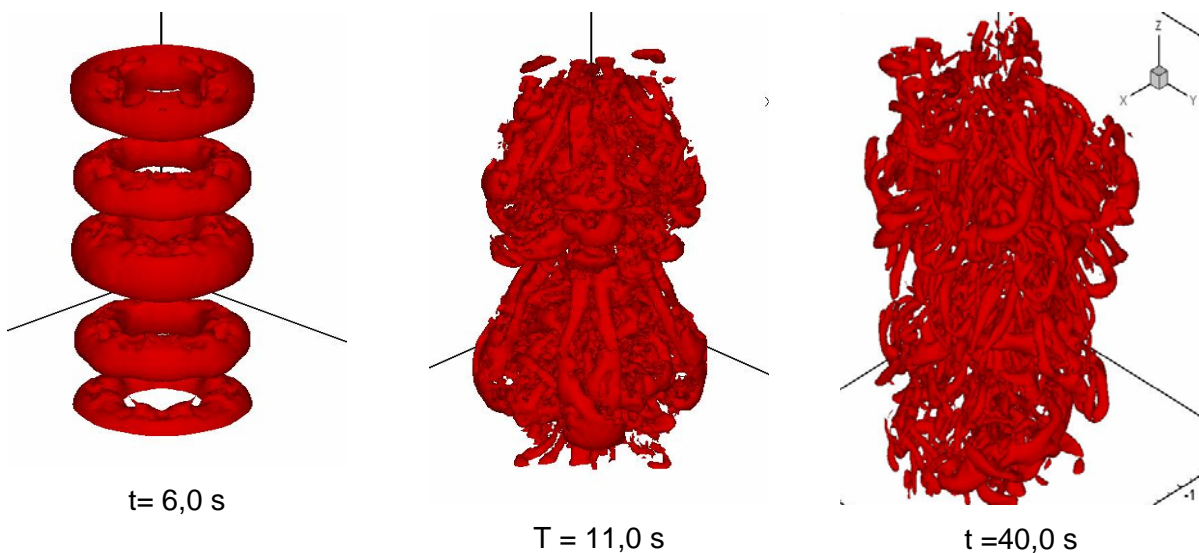
(b) Evolução temporal do jato simulado no presente trabalho

Figura 5.44 - Isosuperfícies pelo critério Q para escoamento do jato em desenvolvimento espacial (Silva e Metais, 2002) e em desenvolvimento temporal (presente trabalho).

A observação da Figura 5.44 mostra a boa similaridade entre as estruturas apresentadas para os jatos em desenvolvimento espacial e temporal. As mesmas fases de evolução identificadas no desenvolvimento espacial do jato podem ser identificadas nos diferentes instantes do desenvolvimento temporal. Este comportamento também pode ser verificado na Figura 5.45. Mesmo diante da resolução insuficiente das escalas do escoamento a Reynolds 5000 (caso 4), semelhanças podem ser identificadas em relação ao jato em desenvolvimento espacial simulado por Glaze e Frankel (2003).



(a) Evolução Espacial do jato simulado por Glaze e Frankel (2003)



(b) Evolução temporal do jato simulado no presente trabalho

Figura 5.45 - Isosuperfícies pelo critério Q para escoamento do jato em desenvolvimento espacial (Glaze e Frankel, 2003) e em desenvolvimento temporal (Caso 4 - presente trabalho).

De uma forma geral, o estudo do escoamento em evolução temporal permitiu a melhor compreensão da dinâmica e topologia do jato. Foi possível verificar a possibilidade de controle do jato através da imposição de perturbação às condições iniciais do escoamento. Formação de diferentes estruturas, maior taxa de espalhamento, expansão preferencial em uma direção transversal, velocidade de evolução das estruturas puderam ser verificadas em função do tipo de perturbação imposta. Fisicamente, estas perturbações são introduzidas através do uso de alto-falantes ou atuadores, responsáveis por criar modos subharmônicos e ou modos azimutais assimétricos similares aos observados nas simulações.

O tempo de máquina foi de aproximadamente 16 horas para resolução de 60s físicos de simulação do jato temporal (Figura 5.45 b - Caso 4) em uma máquina Pentium 4 com processador de 2.8 Ghz. Vale lembrar a informação de que foram gastas aproximadamente 120 horas para resolução de 70s físicos de simulação do jato espacial a Reynolds 1000.000 na mesma máquina, conforme reportado no Capítulo 4 (item 4.1.3 b) do presente trabalho. A comparação dos tempos de máquina não possibilita conclusões quanto à eficiência dos métodos utilizados, uma vez que as simulações são bastante distintas no que diz respeito à solução das equações (avanços temporal ou temporal/espacial), condições de escoamento e domínio de cálculo. No entanto, tais informações mostram o quanto as simulações de escoamentos em decaimento temporal podem ser vantajosas em determinados casos de interesse, especialmente em casos cujo objetivo sejam análises físicas do escoamento.

Vale ressaltar que, em aplicações práticas, os números de Reynolds utilizados são superiores ao valor empregado nas simulações realizadas nesta etapa. No entanto, a metodologia do código *SPECTRAL* permitiu a melhor compreensão dos mecanismos geradores de instabilidades e a evolução das mesmas durante o escoamento. Conseqüentemente, o presente trabalho apresenta um caráter didático, o qual pode ser estendido a estudos de cunho prático, com interesse em aplicações industriais, desde que o código *SPECTRAL* seja otimizado, por exemplo, com a utilização de esquemas compactos de alta ordem na direção do escoamento, o que permitirá simular jatos em desenvolvimento espacial.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

As primeiras simulações realizadas utilizando os códigos *LAYER2* e *CIL3D* não foram bem-sucedidas diante do objetivo de analisar fisicamente escoamentos do tipo jato livre. Entretanto, estas simulações foram essenciais como forma de aprendizado, fornecendo conclusões importantes para orientação da continuidade do trabalho. A conclusão fundamental foi com relação à ordem do esquema numérico utilizada no código computacional. Os resultados obtidos através dos dois códigos *LAYER2* e *CIL3D*, os quais empregam esquemas numéricos de 2ª ordem, não permitiram a identificação de *estruturas coerentes* e apresentaram tensores de Reynolds super-preditos com relação a dados experimentais. Foi constatado desta forma, que esquemas de 2ª ordem não são suficientes para SGE e SND de jatos livres, comprovando o que pôde ser verificado em outros trabalhos (Glaze e Frankel, 2003; Uzun, 2003; Freund, 2001). Vale ressaltar também que o modelo de Smarogisky certamente promove a dissipação das instabilidades no regime de transição, prejudicando a visualização das estruturas.

Diante do insucesso da utilização de códigos com esquemas de 2ª ordem para simulação do jato, optou-se pelo desenvolvimento de um código pseudo-espectral para realização deste estudo. Embora tal método permita apenas a análise temporal do jato, foi possível verificar que esta análise é similar aos estágios apresentados pelos jatos espaciais, conforme verificado também por outros autores (Basu e Narasimha, 1999; Mathew e Basu, 2000). Embora não haja possibilidade de uma comparação quantitativa com dados experimentais, foi possível verificar a semelhança entre as estruturas presentes em jatos temporais e experimentais e identificar as fases de evolução do jato espacial em diferentes instantes da evolução do jato temporal.

Estruturas típicas do escoamento do jato puderam ser evidenciadas: instabilidades primárias do tipo Kelvin-Helmholtz, vórtices toroidais, vórtices helicoidais, filamentos longitudinais, e ainda fenômenos tais como emparelhamento, transição, espalhamento em direções transversais, e degeneração em turbulência desenvolvida. Os espectros de energia permitiram verificar a proximidade da região inercial do jato à inclinação de $-5/3$, conforme

apresentado pela literatura. A região de decaimento do jato também pôde ser identificada, apresentando acúmulo de energia nos casos em que a resolução espacial não foi suficiente para resolver todas as escalas do escoamento. A relevância do número de modos de Fourier para obtenção de resultados satisfatórios foi também comprovada.

A possibilidade de controle do jato, de grande interesse prático, foi constatada ao se verificar a formação de diferentes estruturas, diferentes taxas de espalhamento com expansão preferencial em determinada direção, transição mais rápida à turbulência em função do tipo de perturbação sugerida. O estudo realizado possibilitou ainda associar o surgimento de modos lineares, sub-harmônicos e azimutais assimétricos ao tipo de perturbação imposta. Este conhecimento é extremamente importante para que tais resultados possam ser obtidos na prática de controle de jatos, ao utilizar-se alto-falantes e atuadores para gerar aqueles mesmos modos fisicamente.

Desta forma, o método pseudo-espectral utilizado mostrou-se eficiente para a análise física do escoamento do jato livre a Reynolds 1600. Embora, os escoamentos com aplicações práticas apresentem números de Reynolds superiores aos estudados, a mesma metodologia pode ser aplicada. Entretanto, faz-se necessária a otimização do código *SPECTRAL* através da implementação de modelos de turbulência e uso de esquemas compactos de alta ordem na direção do escoamento, o que permitirá a simulação de jatos em desenvolvimento espacial e a comparação mais exata com dados experimentais.

A seguir, algumas perspectivas para a continuidade do trabalho serão enumeradas:

- Implementação de modelagem sub-malha da turbulência;
- Utilização de esquemas compactos de alta-ordem na direção do escoamento, para simulação de jatos em desenvolvimento espacial;
- Inserção de modelos de combustão.

CAPÍTULO VII

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abid, M. e Brachet, M.E., 1992., "Mécanisme de génération des jets latéraux dans les jets axisymétriques forces", C.R.Acad.Sci.Paris.

Abramovich, G.N., 1954. "The turbulent jet in a moving fluid", Library translation n° 28.

Action, E., 1980, "A modelling of large eddies in an axisymmetric jet", Journal of Fluid Mechanics, 1-31.

Antonia, R.A., Browne, L.W.A., Rajagopalan, S. e Chambers, A. J., 1983, "On the organised motion of a turbulent plane jet", Journal of Fluid Mechanics, 134, 49-66.

Baker, C.B., 1980, "An analysis of the turbulent buoyant jet", PhD dissertation, Pennsylvania State University. University Park, PA.

Bardina et al., J.E., Huang, P.G., e Coakley, T.J., 1997, "Turbulence Modeling Validation, Testing and NASA Technical Memorandum 110446 Development NASA", Ames Research Center, Moffett Field, California.

Bastin, F., Lafon, P. e Candel, S., 1997, "Computation of jet mixing noise due to coherent structures: the plane jet case", Journal of Fluid Mechanics, 335, 261-304.

Basu, A.J. e Narasimha, R., 1999, "Direct numerical simulation of flows with cloud-like off-source heating", Journal of Fluid Mechanics, 385, pp 199-228.

Bernal, L. P. e Roshko, A., 1986, "Streamwise vortex in plane mixing layers", Journal of Fluid Mechanics, 170, 499-525.

Bird, R.B.; Stuart, W.E. and Lightfoot, E.N., 1962, "Transport Phenomena", Wiley, New York.

Blackstock, D.T., 1966, "Convergence of the Kick-Boyer perturbation solution for plane waves of finite amplitude in a viscous fluid." J. Acoust. Soc. Am. 39, 411-413.

Boersma, B.J., Brethouwer, G. e Nieuwstadt, F.T.M., 1998."A numerical investigation on the effect of the inflow conditions on the self-similar region of a round jet", Physics of Fluids, 10, 4, 899-909.

Brancher, P., 1996, "Etude numérique des instabilités secondaires de jets". Thèse de l'École polytechnique", Paris, France.

Breidenthal, R. E., 1981, "Structure in turbulent plane mixing layer". Journal of Fluid Mechanics, 116, 1- 42.

Brown, B.G., 1935. "On vortex motion in gaseous jets and the origin of their sensitivity to sound", Physical Society, 47, part 4, pp. 703-733.

Brown, G.L. e Rosho, A. 1974, "Large scales in the developing mixing layer. Journal of Fluid Mechanics, 64, pp. 775-816.

Burgers, J.M., 1948, "A mathematical model illustrating the theory of turbulence", Adv. Appl. Mech. 1, 171-199.

Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A. e Zang, T.A., 1988, "Spectral Methods in Fluid Dynamics", Springer, New York.

Capp e George, 1982, "Measurements in an axisymmetric jet using a two-color LDA and burst processing", International Symposium on Applications of Laser-Doppler Anemometry to Fluid Mechanics, Lisboa, Portugal, pp. 1.2.1-1.1.12.

Capp, S.P., 1983, "Experimental investigation of the turbulent axisymmetric jet. PhD dissertation, University at Buffalo SUNY.

Capp, S.P., Hussein, H.J. e George, W.K., 1990. "Velocity measurements in a high Reynolds number momentum conserving, axisymmetric, turbulent jet". Tech. Rep. 123. Turbulence Research Laboratory. University at Buffalo, SUNY.

Cimbala, J. M., Nagib, H. M. e Roskko, A., 1988, "Large structure in the wakes of two-dimensional bluff bodies". *Journal of Fluid Mech.*, 190, 265-298.

Chernousov, A.A., 2001, "A Characteristic-Based Approximate Riemann Solver", (<http://www.geocities.com/MotorCity/Pit/9939>).

Chernousov, A.A., 2001, "Les of Mixing Layer and Flow in Square Duct by the Second-Order Explicit Scheme", (<http://www.geocities.com/MotorCity/Pit/9939>).

Cohen, J. e Wygnanski, I., 1987, "The evolution of instabilities in the axisymmetric jet, part1: the linear growth of disturbances near the nozzle". *Journal of Fluid Mechanics*, 176, pp.191-219.

Cole, J.D., 1951, "On a quasi-linear parabolic equation occurring in aerodynamics". *Q. Appl. Math.* 9, 225-236.

Comte, P., Lesieur, M. e Lamballais, E., 1992, "Large-eddy and small-scale stirring of vorticity and passive scalar in a 3-D temporal mixing layer". *Physics in Fluids A*, 4 (12), 2761-2778.

Corrsin, S., 1943, "Investigation of flow in an axially symmetrical heated jet of air", NACA, Wash. Wartime Report, W-94.

Corrsin, S e Klister, A.L., 1955. National Advisory Committee Aeronaut. Tech. Notes 3133.

Corrsin, S. e Uberoi, M.S., 1950, "Further experiments of the flow and heat transfer in a heated jet." NACA Rep. 998.

Corrsin, S. e Uberoi, M.S., 1951, "Spectra and diffusion in a round turbulent jet", NACA Rep. 1940.

Crow, S.C. e Champagne, F.H., 1971, "Orderly structure in jet turbulence", *Journal Fluid Mechanics*, 48, 547.

Danaila, I. e Boersma, J., 1998, "Mode interaction in a forced homogeneous jet at low Reynolds numbers", Center for Turbulent Research, Proceedings of the Summer Program 1998, Stanford University, Stanford.

Danaila, I. e Boersma, J., 2000, "Direct numerical simulation of bifurcating jets", *Phys. Fluids* 12, 1255.

Deardorff, J. M., 1970, "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 453-480.

Djeridante, T., Amielh, M. e Fulachier, L., (1996), "Velocity turbulence properties in the near-field region of axisymmetric variable density jets." *Physics of Fluids*, 8 (6): 1614-1630.

Duncan, B.S., Lumley, J.L., Shin, T.H. e To, W.M., 1992, "A new model for the turbulent dissipation". In *Proc. Intl Conf. Of Fluid Mechanics and Theoretical Physics*, Beijing, PRC Chinese Society for Theoretical and Applied Mechanics.

Ferziger, J. e Peric, M., 1999, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer Verlag, 2ª edição.

Frave, A., 1965, "Equations des gaz turbulents compressibles-Forme générale", *J. Méc.*4, 361.

Freund, J.B., 2001. "Noise sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9", *Journal of Fluid Mechanics*", vol. 438, pp 277-305.

Gamet, L. e Estivelezes, J.L., 1995, "Simulation numérique de jets isotherms et chaufflés en régime transonique". Société française des thermiciens. Journée d'études du 15 mars.

George, W.K., Capp, S.P., Seif, A.A., Baker, C.B. e Taulbee, D.B., 1988. "A study of the turbulent axisymmetric jet". *J. Eng Sci. King Saud Univ.* 14, 85-93.

George, W.K., Seif, A.A. e Baker, C.B., 1982, "Momentum balance considerations in axisymmetric turbulent jets". SUNY/Buffalo, Turbulence Research Laboratory Report TRL 115.

George, W.K., 1990, "Governing equations, experiments and the experimentalist". *Exp Thermal Fluid Sci.* 3, 557-566.

Glaze, D.J. e Frankel, S.H., 2003, "Stochastic inlet conditions for large-eddy simulation of a fully turbulent jet", *AIAA Journal*, 41 (6), pp.164-1073.

Grand, D., Coulon, N., Nagnaud, J.P., Villand, M., 1988, "Computational of flow with distributed resistance and heat source". In *Proceedings of Third Intl. Symposium on Refined Flow Modeling an Turbulence Measurements*, Nipon Toshi Center Tokyo (ed. Iwasa), pp.487-494.

Grant, A.J., 1974, "A numerical model of instability in axisymmetric jets". *Journal of Fluid Mechanics*, 66, 707-724.

Gutmark, E.J. e Grinstein, F.F., 1999, "Flow control with noncircular jets", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 31, 239.

Jacobsen, C.B., 1997, "Large Eddy Simulation of Confined Swirling Flow", Doctor thesis, Institute of Energy Tecnology, Aalborg, Denmark.

Hayakawa, M. e Hussain, F. 1989, "Three-dimensionality of organised structures in a plane turbulent wake". *Journal of Fluid Mechanics*, 206, 375-404.

Hilgers, A., 1999, "Parameter optimizations in jet flow control", *Annual Research Briefs (Center for Turbulence Research, Stanford University, Stanford*.

Hilgers, A. e Boersma, B., 2001, "Optimization of turbulent jet mixing". *Fluid Dyn. Res.* 29, 345.

Hinze, J.O. e Van der Hegge Zinen, B.G., 1949, "Transfer of heat and matter in the turbulent mixing zone of axially symmetrical jet". *Appl. Sci. Res. A* 1, 435-461.

Hinze, J.O., 1975. "Turbulence". McGraw-Hill, New York.

Hopf, E., 1950, "The partial differential equation $u_t + uu_x = \mu u_{xx}$ ", *Commun. Pure Appl. Math.* 3, 201-230.

Hunt, J.C.R., Wray, A.A. e Moin, P., 1988. "Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows", *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research, Stanford University, Stanford*.

Hussein, H.J., Capp, S.P. e George, W.K., 1994, "Velocity measurements in a high-Reynolds-number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet", *Journal of Fluid Mechanics* 258, 31.

Kim, J., Moin, O., 1985, "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 59, pp 308.

Koumoutsakos, P., Freund, J. e Parekh, D., 1998, "Evolution strategies for parameter optimization in jet flow control", Center for Turbulent Research, Proceedings of the Summer Program. Stanford University, Stanford.

Krist, S., Zang, T.A., 1987, "Numerical Simulation of Channel Flow Transition: Resolution Requirements and the Structure of the Hairpin Vortex", NASA TP-2667.

Lasheras, J.C., Lecuona, A., Meiburg, E., Martin, J.E. e Rodriguez-Aumentet, P. 1991, "Vorticity Dynamics in the Near Field of Three-Dimensional Coflowing Forced Jets", *Bull. Am. Phys. Soc.* **36**, p. 2717.

Layzet, S. e Lamballais, E., 2004, "Compact Schemes for the DNS of Incompressible Flows: In what context is the Quasi-Spectral accuracy really useful?", Escola de Primavera de Transição and Turbulência-ETT 2004, Porto Alegre –Rio Grande do Sul, Brasil.

Lee, M. e Reynolds, W.C., 1985, "Bifurcating and blooming jets at high Reynolds number", 5th Symposium on Turbulent Shear Flows, New York, 1992.

Lesieur, M., 1997. "Turbulence in Fluids", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Lesier, M. e Métais, O., 1996. "New trends in large-eddy simulations of turbulence". *Annu. Ver. Fluid Mechanics*, 28, pp.45-82.

Liepmann, D. e M. Gharib, (1992) "The role of streamwise vorticity in the near-field entrainment of round jets," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 245, pp. 643-668.

Ling, W., Chung, J.N., Troutt, T.R., e Crowe, C.T., 1998, "Direct numerical simulation of a three-dimensional temporal mixing layer with particle dispersion", *Journal of Fluid Mechanics*, 358, pp. 61-85.

Lighthill, M.J., 1952, "On sound generated aerodynamically". Proc. R. Soc. Of London Ser. A. 211, 564-587.

Lilly, D.K., 1966, "On the Application of the Eddy Viscosity Concept in the Inertial Subrange of Turbulence". NCAR Manuscript 123.

Lilly, D.K., 1992: "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", American Institute of Physics, Phys. Fluids A, 4, pp. 633-635.

List, E.J., 1979. "Mixing in Inland and Coastal Waters, Chap 9 (ed. H.B. Fisher et al). Academic Press.

Lo, S.H., 1994. "Eddy structures in a simulated plane jet deduced by pattern recognition analysis, Direct and Large-Eddy Simulation I," Kluwer Academic, Dordrecht, 25-36.

Lo, S.H., Voke, P.R. e Rockliff, N.J., 2000, "Three-Dimensional Vortices of a Spatially Developing Plane Jet", International Journal of Fluid Dynamics, Vol.4, Article 1.

Martin, J.E. e Meiburg, E., 1991, "Numerical investigation of three-dimensionally evolving jets subject to axisymmetric and azimuthal perturbations", Journal of Fluid Mechanics, 230, pp. 271-318.

Mathew, J. e Basu, A.J., 2001, "An economical method for direct numerical simulation studies of transitional round jets", Computers & Fluids, 543-554.

Mattos, B. S., 2001, "Vórtices, Arrasto and Winglets", SAE Brasil Revista Eng. Automotiva e Aeroespacial. Ano 2, Nº: 7. EMBRAER.

Metcalf, R. W., Orszag, S. A., Brachet, M. E., Menon, S. e Riley, J., 1987. "Secondary instability of a temporally growing mixing layer". Journal of Fluid Mechanics, 184, 207-243.

Melander, M.V., Hussain, F. e Basu, A.J., 1991, "Breakdown of a circular jet into turbulence". In Proc. Eight Symp. On Turbulent Shear Flows, pp. 15-51.

Michalke, A. e Hermann, G., 1982, "On the inviscid instability of a circular jet with external flow", Journal of Fluid Mechanics, 114, 343-359.

Mitchell, B. E., Lele, S.K. e Moin, P., 1999. "Direct computation of the sound generated by vortex pairing in an axisymmetric jet". *Journal of Fluid Mechanics*, 383, 113-142.

Monin, A.S. e Yaglom, A.M., 1971, "Statistical Fluid Mechanics", *Mechanics of Turbulence*, vol.1, MIT Press, Cambridge, MA.

Monkewitz, P.A. e Pfizenmaier, E. 1991. "Mixing by 'side jets' in strongly forced and self-excited round jets", *Phys. Fluids* 3, 2, p. 1356-1361.

Morris, P. J., 1976, "Turbulence measurements in subsonic and supersonic axisymmetric jets in a parallel stream". *AIAA J.* 14, 1468–1475.

Moser, R.D. e Rogers, M.M., 1993. "The three-dimensional evolution of a plane mixing layer: pairing and transition to turbulence." *J. Fluid Mech.*, 247, 275-320.

Mumford, J.C., 1982. "The structures of large eddies in fully developed shear flows. Part 1. The plane jet". *Journal of Fluid Mechanics*, 118, 241-268.

Narashima, R.1990, "The utilities and drawbacks of traditional approaches". In *Whither Turbulence. Turbulence at the crossroads* (ed. J.L.Lumley), pp.12-48. Springer.

Normand, X. e Lesier, M., 1992, "Direct and large-eddy simulation of transition in the compressible boundary layer", *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 3:231-252.

Norris, S. E., 1996, "An Investigation into the Comparative Speeds of Linear Solvers in the Solution of PDE's", Ph.D. thesis, School of Mechanical Engineering, University of South Wales, Australia.

Oler, J.W. e Goldschmidt, V.W., 1982. "A vortex-street model of the flow in the similarity region of a two-dimensional, free turbulent jet" *Journal of Fluid Mechanics*, 118, 241-268.

Panchapakesan, N.R. e Lumley, J.L., 1993, "Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part2. Helium jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 246, pp. 225-247.

Press, W.H., Teukolsky, S.A. e Vetterling, W.T.; Flannery, B.P., 1992. "Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press.

Reeder, M.F. e Samimy, M., 1996, "The evolution of a jet with vortex-generation tabs: real-time visualization and quantitative measurements", *Journal of Fluid Mechanics*, 311, pp. 73-118.

Reichardt, H., 1941, "Gesetzmassigkeit der freien Turbulenz", *Z. angew. Math Mech.* 36, 526-529.

Reynier, P., Kourta, A. e Ha-Minh, H., 1995, "Simulation numérique de jets ronds turbulents, compressibles et instationnaires. Société française des termiciens. Journée d'études du 15 mars.

Reynolds, O. 1883. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philos. Trans. R. Soc., London* 174, pp. 935-982.

Reynolds, O., 1894, "On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 186, Part I, pp. 122-164.

Rodi, W., 1975, "A new method of analyzing hot-wire signals in highly turbulent flow and its evaluation in a round jet". *DISA Information* 17, Feb, 1975.

Rogers, M.M. e Moser, R.D., 1992. "The three-dimensional evolution of a plane mixing layer: the Kelvin-Helmholtz rollup". *Journal of Fluid Mechanics*, 243, 183-226.

Sakakibara, J., Hishida, K. e Phillips, W.R.C., 2000. "On the vortical structure in an impinging jet", *Journal of Fluid Mechanics*, *Journal of Fluid Mechanics*, 434, pp.273-300.

Sakakibara, J., 2004, "Scanning Stereoscopic PIV", <http://www.kz.tsukuba.ac.jp/~sakakiba/sspiv/sspiv-e.html>.

Schneider, W. 1985, "Decay of momentum flux in submerged jets". *Journal of Fluid Mechanics* 154, 91-110.

Seif, A.A., 1981, "Higher order closure model for turbulent jets", PhD Dissertation University at Buffalo, SUNY.

Silva, C.B. e Métais, O., 2002. "Vortex control of bifurcating jets: A numerical study." *Physics of Fluids*, 2002, Vol. 14. , n. 11, pp. 3798-3818.

Silveira-Neto, 2002." *Turbulência nos Fluidos Aplicada*", Apostila da Disciplina Mecânica dos Fluidos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia.

Silveira-Neto, A., Grand, D., Metais, O. e Lesier, M., 1993, "A numerical investigation of the coherent structures of turbulence behind a backward-facing step", *Int. Journal of Fluid Mechanics*, 256, pp. 1-25.

Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with Primitive Equations", *Mon. Weath Rev.*, 91 (3), pp. 99-164.

Souza, F.J., 2003, "Simulação de Grandes-Escalas de Escoamentos em um Hidrociclone", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.

Stone, H. L., 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of multidimensional Partial Differential Equations", *SIAM J. Numer. Anal.*, 5, n. 3, pp. 530-558.

Suzuki, H., Kasagi, N, e Suzuki, Y., 2000. "Active control of an axisymmetric jet with an intelligent nozzle", 1st Symposium on Turbulent Shear Flow Phenomena.

Taulbee, D.B., 1988, "Engineering turbulence models". In *Advances in Turbulence* (ed. W.K. George and R.E.A. Arndt). Hemisphere.

Thomas, F. O. e Goldschmidt, V. W., 1986. "Structural characteristics of developing turbulent plane jets", *Journal of Fluid Mechanics*, 163, 227-256.

Tollmien, W. 1926, "Berechnung Turbulenter Ausbreitungsvorgänge", *Z. angew Math Mech.* 6.

Toro, E.F., 1991, "A linearised Riemann solver for Godunov-type methods", College of Aeronautics Report: 9116 – CIT/CoA, 9116.

Townsend, A.A., 1976, "The Structure of Turbulent Shear Flow" Cambridge University Press.

Urbain, G. e Métais, O., 1997, "Large-eddy simulations of three-dimensional spatially-developing round jets", in Direct and Large-Eddy Simulations 11, edited by Chollet, J.P.; Voke, P.R.; and Kleiser, L. (Kluwer Academic, New York).

Uzun, A. 2003, "3-D Large-Eddy Simulation for Jet Aeroacoustics", Doctor Thesis Purdue University.

Van Dyke, M., 1982, "An album of fluid motion", Parabolic Press, Stanford.

Verzicco, R. e Orlandi, P., 1996, "A Finite-Difference Scheme for Three-Dimensional Incompressible Flows in Cylindrical Coordinates", Journal of Computational Physics, Vol. 123, pp 402-414.

Villermaux, E., Hopfinger, E., 1994, "Self-sustained oscillations on a confined jet: a case study for the non-linear delayed saturation model", Physical D, 72.

Zaman, K.B.M.Q., Reeder, M.F. e Samimy, M., 1994, "Control of an axisymmetric jet using vortex actuators", Physics Fluids 6, 778.

Zaman, K.B.M.Q. e Hussain, A.K.M.F., 1980, "Vortex pairing in circular jet under controlled excitation. Part 1. General jet response", Journal of Fluid Mechanics 101, 449.

White, F.M., 1991, "Viscous Fluid Flow". McGraw-Hill.

Whitiam, G.B., 1974, "Linear and Nonlinear Waves" (John Wiley and Sons, New York).

Wilcox, D.C., 1998, "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, California.

Wynnganski, I. e Fedler, H.E., 1969, "The Structure of Turbulent Shear Flows", 2nd ed. Cambridge University Press.

Woolderidge, C.E., Wooten, D.C. e Amaro, A.J., 1971, "The structure of jet turbulence producing noise", NASA contractor Rep number: 126483.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)