



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**MEDIÇÃO DO ARCO MEDIAL PLANTAR USANDO**  
**SHADOW MOIRÉ COM DESLOCAMENTO DE FASE**

**RODRIGO FRANCO CORRÊA DA COSTA**

**Belo Horizonte, 06 de março de 2006**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Rodrigo Franco Corrêa da Costa

## **MEDIÇÃO DO ARCO MEDIAL PLANTAR USANDO SHADOW MOIRÉ COM DESLOCAMENTO DE FASE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de “Mestre em Engenharia Mecânica”.

Área de concentração: Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Meinhard Sesselmann – UFMG

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2005



**Universidade Federal de Minas Gerais**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

Av. Antônio Carlos, 6627 – Pampulha – 31.270 – 901 – Belo Horizonte – MG

Tel.: +55 31 3499-5145 – Fax: +55 31 3443-3783

[www.demec.ufmg.br](http://www.demec.ufmg.br) - E – mail: [cpgmec@demec.ufmg.br](mailto:cpgmec@demec.ufmg.br)

## **MEDIÇÃO DO ARCO MEDIAL PLANTAR USANDO SHADOW MOIRE COM DESLOCAMENTO DE FASE**

**RODRIGO FRANCO CORRÊA DA COSTA**

Dissertação defendida e aprovada em 06 de março de 2006, pela Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “**Mestre em Engenharia Mecânica**”, na área de concentração de “**Projeto Mecânico**”.

---

**Prof. Dr. Meinhard Sesselmann - Orientador**

---

**Prof. Dr. Juan Campos Rúbio - Examinador**

---

**Prof. Dr. Carlos Barreira Martinez - Examinador**

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar saúde.

A minha família, em especial à minha mãe por proporcionar condições para essa realização, e oferecer apoio incondicional.

A Elaine, companheira em todo o processo, que teve paciência e força, me apoiando e acreditando desde o início.

Ao meu amigo e orientador Meinhard, por sua dedicação, paciência, sabedoria e amizade.

Aos amigos Flávia, Marcos, José Pedro, Sara, Inácio e aos demais colegas da engenharia, que me receberam de braços abertos, sempre dispostos a ajudar, sem nunca terem demonstrado o menor problema pela diferença de nossas áreas.

Ao Professor Juan por sua grande ajuda durante todo o processo.

A amiga Sandra da secretaria, que sempre teve paciência e disposição para ajudar.

Meus sinceros agradecimentos.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE EQUAÇÕES	9
RESUMO	10
1) INTRODUÇÃO	11
1.1) Motivação	11
1.2) Objetivos	12
1.3) Apresentação e divisão do trabalho	12
2) ESTADO DA ARTE NA MEDIÇÃO DO ARCO MEDIAL PLANTAR	14
3) O SISTEMA PROPOSTO DE SHADOW MOIRÉ	21
3.1) O mensurando	23
3.1.1) Confeção do molde de gesso	26
3.2) Os componentes do sistema	27
3.2.1) Confeção da grade	27
3.2.1.1) Escolha do pitch	27
3.2.1.2) Orientação da grade	28
3.2.2) Escolha da câmera	29
3.2.2.1) Controle da câmera	29
3.2.2.2) Parâmetros utilizados	29
3.2.3) Implementação do deslocamento de fase	30
3.2.3.1) Deslocamento XZ	30
3.2.4) Fonte de luz	30
3.2.5) Arranjo geométrico	31
3.3) Captura das imagens	32
3.4) O sistema de processamento	33
3.4.1) Fases do processamento	33
4) RESULTADOS OBTIDOS	42
4.1) Estimativa do erro de medição do sistema proposto	42
4.2) Resultado do sistema de medição moiré	43

4.3) Resultado do sistema de medição por contato (cnc)	44
5) ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
6) CONCLUSÃO	54
ABSTRACT	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
ANEXO (LISTA DE TERMOS E VARIÁVEIS)	59

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – Podograma base para cálculo do ICII	15
FIGURA 2.2 – Medição do arco através de raios-x	16
FIGURA 2.3 – Padrão moiré	18
FIGURA 2.4a – Molde gessado	19
FIGURA 2.4b – Padrão moiré do pé	19
FIGURA 3.1 – Princípio geométrico	21
FIGURA 3.2 A – Estrutura óssea do arco medial plantar	24
FIGURA 3.2 B – Estrutura óssea do arco plantar anterior	24
FIGURA 3.2 C – Estrutura óssea do arco lateral plantar	25
FIGURA 3.3 – Molde positivo do pé	26
FIGURA 3.4 – Tela do programa para cálculo do pitch	28
FIGURA 3.5 – Câmera Sony p-72	29
FIGURA 3.6 – Guia para deslocamento XZ	30
FIGURA 3.7 – Fonte de luz	31
FIGURA 3.8 – Arranjo geométrico utilizado	31
FIGURA 3.9 – Marcação de pontos para base de referência em XYZ	32
FIGURA 3.10 – Organograma da fase de processamento	34
FIGURA 3.11a – Grade normal	35
FIGURA 3.11b – Grade após filtragem	35
FIGURA 3.12 – Tela do programa para cálculo de médias	36
FIGURA 3.13a – Foto a 90° antes da filtragem por média	36
FIGURA 3.13b – Foto a 90° com deslocamento lateral antes da filtragem por média	37
FIGURA 3.13c – Média das fotos a 90° após o processamento de filtragem	37
FIGURA 3.14 – Imagem que representa a média das fotografias a 0°	37
FIGURA 3.15 – Imagem que representa a média das fotografias a 90°	38
FIGURA 3.16 – Imagem que representa a média das fotografias a 180°	38
FIGURA 3.17 – Imagem que representa a média das fotografias a 270°	38
FIGURA 3.18 – Imagem da componente senoidal	39

FIGURA 3.19 – Imagem da componente co-senoidal	39
FIGURA 3.20 – Presença dos saltos de fase	40
FIGURA 4.1 – Mapa de fase em tons de cinza com saltos de fase	43
FIGURA 4.2 – Mapa de fase em tons de cinza sem saltos de fase	43
FIGURA 4.3 – Perfil conseguido pelo sistema shadow moiré	44
FIGURA 4.4 – Perfil conseguido por máquina CNC	44
FIGURA 5.1 – Perfil 3D adquirido por máquina CNC	46
FIGURA 5.2 – Perfil 3D adquirido por shadow moiré	46
FIGURA 5.3 – Perfil 3D da diferença das medições entre os dois sistemas	47
FIGURA 5.4 – Profundidades obtidas por máquina CNC	48
FIGURA 5.5 – Profundidades obtidas por shadow moiré	48
FIGURA 5.6 – Diferença das profundidades obtidas pelos dois sistemas	49

## LISTA DE EQUAÇÕES

EQUAÇÃO 2.1 – Índice de contato II	15
EQUAÇÃO 3.1 – Equação base	22
EQUAÇÃO 3.2 – Intensidade das fotografias	23
EQUAÇÃO 3.3 – Resolução do salto de fase	23
EQUAÇÃO 3.4 – Base para escolha do pitch	27
EQUAÇÃO 4.1 – Aplicação da série de Taylor para análise de incertezas combinadas	42

## RESUMO

O arco medial plantar é uma região de extrema importância no estudo da postura e do equilíbrio muscular, havendo hoje diversos métodos para a avaliação desta região. Porém, a maioria desses métodos tradicionais não quantifica, ou seja, não mede a região plantar, mas serve apenas para sua qualificação, com uma margem de erro ainda consideravelmente grande. Por outro lado, quando realmente se mede essa região, os resultados são apresentados, na grande maioria, sem a incerteza de medição correspondente, o que inviabiliza monitorar a evolução dos resultados durante um tratamento ou dar diagnósticos seguros.

Portanto, o objetivo desse trabalho é aplicar o método de shadow moiré combinado como deslocamento de fase e criar um protótipo de sistema de medição do arco plantar com margem de erro suficientemente pequena para diagnósticos seguros.

O sistema de medição proposto utiliza uma grade de vidro com franjas, uma câmera fotográfica digital, um projetor de luz, e uma guia para deslocamentos equipada com um micrômetro. No lugar do mensurando é utilizado um molde gessado de um pé adulto.

Neste trabalho são descritos o fenômeno físico da técnica de shadow moiré, o posicionamento de todos os componentes do sistema, a calibração do mesmo no intuito de se descobrir o deslocamento correto de fase, a aquisição das imagens necessárias, assim como o processamento dessas imagens para se retirar as informações de profundidade da região do arco plantar.

Além disso, é realizada uma análise de incerteza do sistema de medição proposto. Os resultados de medição deste sistema são imagens do perfil do pé, onde cada pixel representa uma profundidade específica, obtendo-se uma incerteza de medição da ordem de 5% do valor medido, significativamente menor se comparado aos sistemas mais comumente usados.

Conclui-se que a técnica pode ser usada para a medição do arco medial plantar, visto que é um método sem contato e com índice de incerteza adequado. No final do trabalho são apresentadas algumas melhorias que podem ser feitas em projetos futuros.

**Palavras Chave:** Arco medial plantar, shadow moiré, medição 3D

# 1) INTRODUÇÃO

## 1.1) Motivação

Uma avaliação física completa e bem executada pode ser determinante para o sucesso no diagnóstico e tratamento de lesões, interferir significativamente no desempenho de um atleta ou ainda prevenir problemas posturais e ocupacionais.

Dentro da avaliação física, a região plantar vêm sendo estudada cada vez mais em função da sua alta complexidade, podendo alterações na mesma refletir ou ser a causa de distúrbios posturais ou de marcha, e por guardar consigo informações individuais de cada pessoa.

Para avaliação ou durante o tratamento, diversos métodos são utilizados hoje para a medição da região plantar, como a análise de impressões plantares, raios-x, e freqüentemente a avaliação clínica.

Entretanto a maioria dos métodos apresenta limitações em relação ao preço, praticidade, podem causar malefícios à saúde como, por exemplo, exposições repetitivas aos raios-x. A maioria dos métodos apresenta ainda significantes margens de erro no processo de medição, o que muitas vezes torna difícil realizar análises comparativas durante o tratamento, impossibilitando a avaliação quantitativa dos resultados.

A técnica de moiré já tem sido utilizada há muito tempo na medição de profundidade e na quantificação de formas 3D, por ser uma técnica relativamente simples, sem contato e que apresenta bons resultados. Takasaki (1970) foi o primeiro a utilizar a técnica de moiré na medição de corpos vivos.

Recentemente Hanra et al. (1995) realizaram um trabalho utilizando a técnica de shadow moiré na medição do arco medial plantar obtendo bons resultados qualitativos. Porém nenhuma margem de incerteza do sistema proposto é dada, tornando os resultados quantitativos questionáveis com a falta de uma análise metrológica. Por outro lado, alguns trabalhos recentes como o de Yeras (2003), mostram que uma combinação de shadow moiré com deslocamento de fase, melhora sensivelmente a aplicabilidade desta técnica em questões como facilidade de automação, nível de incerteza, entre outras.

## 1.2) Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver, implementar e testar um protótipo de sistema usando o método de shadow moiré para a medição da região plantar, em especial do arco medial. Este trabalho visa aprimorar o sistema de medição proposto por Hanra et al. (1995) através da combinação da técnica do shadow moiré com o deslocamento de fase.

Pretende-se ainda, ao final da medição, fazer uma comparação do sistema aqui proposto com um medidor de perfil por contato. Uma análise quantitativa das possíveis fontes de erros do sistema é realizada. As características básicas do sistema, buscadas durante o desenvolvimento do protótipo, são:

- baixo custo;
- facilidade de montagem;
- facilidade de uso, medição automatizada;
- boa faixa de medição (FM: 0 a 35 mm de profundidade)
- boa resolução ( $R = 0,1$  mm)
- alta velocidade de medição (Cerca de 2 minutos para todo o processo)
- incerteza adequada de medição ( $U = \pm 3$  mm)
- robustez.

## 1.3) Apresentação e divisão do trabalho

O trabalho se trata da utilização da técnica de shadow moiré com o uso do deslocamento de fase na medição do arco medial plantar.

No capítulo 2, “estado da arte na medição do arco medial plantar”, diversos métodos para a medição do arco medial são abordados com uma atenção especial para as medições feitas através dos raios-x e medições realizadas através de impressões plantares. Algumas medições que utilizam o shadow moiré já são abordadas através de um breve histórico, e os objetivos deste trabalho são apresentados ao final do capítulo.

O capítulo 3, “o sistema proposto de shadow moiré”, apresenta de forma detalhada a técnica aqui empregada. A descrição do fenômeno físico, e as equações principais do método se encontram no início desse capítulo. Uma descrição da composição do arco medial é abordada,

assim como os diversos componentes que compõem o sistema de medição, e seu arranjo geométrico. Ao final do capítulo 3, uma descrição detalhada da fase de processamento das imagens capturadas é realizada.

No capítulo 4 “resultados obtidos”, uma visualização inicial do perfil obtido com o uso da técnica de shadow moiré com deslocamento de fase é ilustrada através de uma figura em 3D. Outra figura ilustra também uma medição realizada por contato através de uma máquina cnc.

No capítulo 5 “análise dos resultados e discussão”, uma comparação entre os dados conseguidos pelo sistema de shadow moiré e pela máquina de medição por contato (cnc) é realizada. Neste capítulo alguns desenhos em 3D ajudam a visualizar os dados obtidos em cada sistema, e a diferença encontrada entre eles. Encontra-se ainda neste capítulo um levantamento geral dos problemas encontrados durante a trajetória do trabalho. Ainda, algumas vantagens e desvantagens do sistema são abordadas e temas para futuros trabalhos são sugeridos.

Uma conclusão deste trabalho se encontra no capítulo 6.

## 2) ESTADO DA ARTE NA MEDIÇÃO DO ARCO MEDIAL PLANTAR

O arco medial plantar tem sido medido por diversos métodos visto sua importância na análise postural e como auxílio no diagnóstico a diversas patologias e quadros algicos.

Diversas técnicas têm sido usadas para a medição do arco medial plantar. Métodos diretos como radiografias e indiretos como impressões plantares podem ser usados, entretanto segundo Kanatli et al.(2001), essas medidas muitas vezes não refletem a real altura do arco medial plantar, por serem medidas muitas vezes subjetivas e passíveis de vários erros.

Volpon (1993) já fazia estudos com o arco medial plantar, relacionando o tipo e a evolução do arco com a faixa etária em crianças, onde encontrou uma diminuição da incidência do pé plano com o aumento da idade.

A técnica mais comum e frequentemente utilizada para a avaliação do arco medial plantar, é através da retirada de impressões plantares. Essa técnica consiste na aplicação de tinta na face plantar do pé a ser medido, solicitando posteriormente que o indivíduo pise sobre uma folha de papel. A impressão da região plantar do pé fica marcado na folha, e a partir dessa impressão, uma série de relações geométricas é feita. Os índices, assim como os pontos e distâncias utilizados para se correlacionar o comprimento e largura da região plantar para determinação do tipo e algumas vezes da profundidade do arco, varia muito de autor para autor.

Em 1967 Wertheimer et al. através da relação de impressões plantares, distâncias entre maléolos tibiais e ângulos do joelho e tornozelo, realizaram um cálculo para se descobrir o tipo do arco medial plantar, e posteriormente dividiu-se em grupos os arcos encontrados. A divisão foi feita como: Pés planos tipos I, II, ou III, e pés cavos tipo I, II ou III. Nesse estudo os autores ainda citam outros trabalhos onde se utilizou a impressão plantar para avaliação do arco medial de formas diferentes.

Um estudo onde se calculou o tipo do arco plantar (plano, normal ou cavo), e sua relação com a idade dos pacientes através do uso de índices foi demonstrada por Volpon (1993), que utilizou uma relação geométrica baseada na equação 1, conhecida como ICII ou índice de contato II:

$$ICII = \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}} \cdot 100$$

EQUAÇÃO 2.1 - Índice de contato II (IC II)

Fonte - Volpon, (1993)

Onde três linhas são traçadas, sendo a primeira uma linha tangencial à borda lateral do pé, outra linha à borda medial e uma terceira linha indo da região mais posterior do calcanhar até o terceiro artelho. Foi escolhido o ponto mais avançado do arco plantar (D) e, nesse ponto, traçada uma reta perpendicular à linha mediana do pé. Dessa forma ficaram definidos os pontos C e E. As distâncias  $\overline{CE}$  e  $\overline{DE}$  foram medidas com régua.

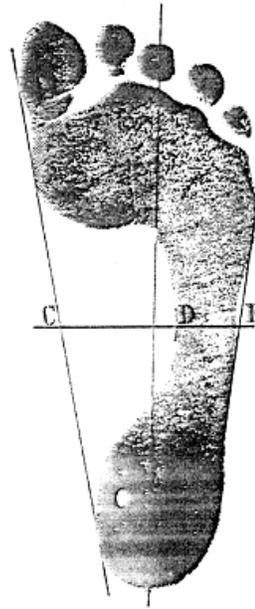


FIGURA 2.1 - Podograma base para cálculo do *ICII*

Volpon, (1993)

Os resultados foram então analisados, e o autor relacionou as idades dos indivíduos com a incidência de pés planos, normais ou cavos, porém admite a pouca fidedignidade do método para se encontrar as profundidades reais do arco através de índices plantares, pois os mesmos fornecem apenas uma aproximação da altura real, e por isso guardam consigo muitos erros.

Em Louwerens et al. (1996), onde os autores tentam estabelecer uma relação entre a instabilidade do pé através de sua geometria, fica evidente a dificuldade para se estabelecer uma padronização confiável no posicionamento do membro para a realização dos raios-X.

Já no trabalho realizado por McCrory et al. (1997) foi feita uma comparação entre o arco encontrado através de índices de impressão plantar com medições conseguidas através de raios-X. Considerou-se na análise por raios-X a altura máxima do arco, como a menor distância entre o osso navicular ao solo.



FIGURA 2.2 - Medição do arco medial através do raio-x  
McCrory et al. (1997)

Os autores acreditam ter encontrado uma boa relação entre os métodos, e discutem as diferenças encontradas por Hawes et al (1992), os quais realizaram a mesma comparação (altura do osso navicular com impressões plantares), porém não conseguiram uma boa relação entre os métodos. Hawes et al (1992) utilizaram a altura do osso navicular, medindo-a posteriormente de forma manual com o uso de um paquímetro, o que segundo McCrory et al. (1997), acrescenta um erro significativo ao trabalho. McCrory justifica essa colocação afirmando que uma medição do arco através do osso navicular a qual depende da palpação dessa estrutura, estará sempre sujeita a imperfeições, resultado de interpretação incorreta da tuberosidade do osso navicular, e de outros erros comuns em avaliações clínicas, como movimento da pele e flexibilidade dos tecidos.

Diversos autores como Kanatli et al. (2001) utilizam ainda a medição do arco medial através dos raios-x, associado a mensuração de diversos ângulos dos ossos do pé, entretanto este provou ser um processo lento e mais trabalhoso.

Plataformas de pressão, que embora sejam mais utilizadas para estudos de análise de descarga de peso, também se aproveitam dos índices plantares para estimar o valor do arco medial plantar.

Urry et al. (2005), fazem um estudo de um sistema de análise plantar através de uma plataforma de pressão. Os autores chegaram à conclusão que a área limitada dos sensores, produz uma significativa margem de erro quando se pretende medir a altura do arco, e acreditam que para efetuarem medidas com mais precisão e confiabilidade, os sistemas deste tipo devem ter uma quantidade muito grande de sensores de pressão por área do aparelho, o que encareceria muito o sistema.

Em 2005 Urry et al. comparam também os índices usados para definição do arco medial através de impressões plantares e que são usados também como parâmetro para as plataformas de pressão. Após a utilização de alguns índices para os dois sistemas, os autores mostram que não deve ser utilizado um mesmo índice para o cálculo sendo os sistemas diferentes, e por isso, a análise comparativa da profundidade do arco entre os dois sistemas torna-se pouco segura.

Uma técnica ótica amplamente utilizada para medição de diversas grandezas, incluindo medições de profundidade e formas 3D é o moiré. Moiré foi o nome dado pelos franceses para a formação de imagens, conseguidas através da sobreposição de tecidos nas fábricas.

O moiré faz uso da sobreposição de duas ou mais grades físicas (geralmente de franjas pretas) na frente da peça a ser medida. Essas grades são iluminadas por uma fonte de luz estando esta em posição específica. Observando essa luz projetada sobre essas grades também por uma posição pré-definida, o que se vê, é um terceiro padrão de franjas (em forma de curvas de nível). Esse padrão guarda consigo a informação 3D do objeto medido. Através de equações, aplicadas às distâncias pré-determinadas de fonte de luz, posição do observador e padrão de grades utilizadas, consegue-se a informação da profundidade desejada.

Dentre as várias formas de se trabalhar com o moiré, encontra-se o shadow moiré.

Diferente de outras formas de moiré onde se faz uso de duas grades físicas, a segunda grade do shadow moiré é conseguida através da sombra da primeira grade. Isso justifica o seu nome.

Um dos primeiros autores a utilizar shadow moiré na medição de corpos vivos foi Takasaki (1970). Ele fez uso da técnica na medição de diversas partes do corpo, tendo como principal alvo a medição do formato das costas humanas (Figura 2.3). No trabalho o autor faz várias relações quanto a qualidade e quantidade das franjas de moiré com diferentes arranjos geométricos, tipos de grade e fontes de iluminação e ainda demonstra a versatilidade da técnica para se medir objetos de diferentes tamanhos. Faz ainda algumas comparações com outras técnicas levantando pontos positivos e negativos.

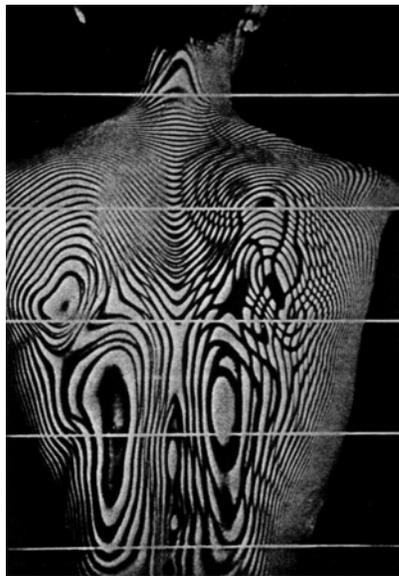


FIGURA 2.3 - Padrão moiré  
Takasaki (1970)

Em 1973, Takasaki percebendo o crescente interesse de pesquisadores em relação a técnica de moiré principalmente no campo médico, realizou um novo trabalho. Visando a melhora do contraste do padrão moiré na medição de corpos vivos, o autor fez um levantamento de diversos fatores que influenciam na medição. Nesse trabalho, características como tonalidade de pele, tipos e ângulos de iluminação, tipos de grade e formas de reconhecimento de regiões altas e baixas são amplamente discutidas.

Desde então vários outros trabalhos para se medir formas humanas através de moiré foram realizados por diferentes arranjos e técnicas, como nas áreas área odontológica com Yeras (2003), Keprt (1998), ortopédica e postural com Yeras et al. (2003), Sahlstrand (1986), Hanra et al. (1995), Frobin & Herholtzer (1982), Yoshino et al. (1976), Andonian (1984), Batouche et al. (1996), Alan et al. (1988), Theofilos et al. (1999) e respiratória com Alexandrov et al. (1996) etc.

Em 1995, Hanra et al. realizaram uma avaliação do arco medial plantar utilizando a técnica de shadow moiré. Nesse trabalho os autores utilizaram como objeto de medição um molde de gesso do pé humano. Nesse molde foi traçada uma linha longitudinal na face plantar correspondendo ao segundo artelho (reta A), e na região de altura máxima do arco plantar, foi marcado um ponto “x” (Figura 2.4 A).

O sistema de shadow moiré foi montado de forma a se conseguir o perfil do molde de gesso. Uma fotografia foi retirada, na qual pode-se observar cerca de oito ordens de franja (Figura 2.4 B).

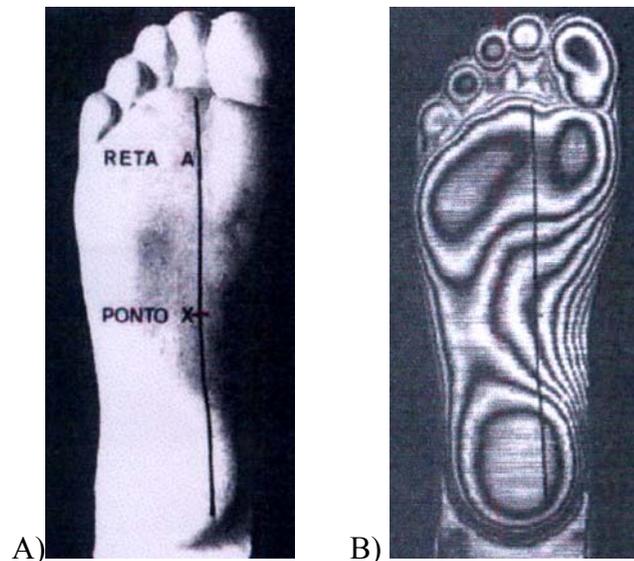


FIGURA 2.4 – A) Molde de gesso B) Padrão moiré do pé  
Hanra et al. (1995)

Através de uma equação matemática a profundidade de cada ordem de franja foi calculada. Como parâmetro de comparação a realização de uma medição direta foi feita com o uso de um régua. Os valores obtidos para cada ordem de franja que cruzava a reta A foram comparados com os valores desses mesmos pontos conseguidos por medição direta.

Os autores encontraram uma boa correlação nos valores obtidos pelas duas técnicas, porém com um discreto aumento nos valores conseguidos pela técnica de shadow moiré.

É bom ressaltar que utilizando apenas uma fotografia, os autores conseguiram os valores de profundidade somente nas regiões onde se tem a localização exata das ordens de franja, perdendo qualquer informação intermediária entre elas. Essas regiões são importantes para uma correta determinação do comportamento do perfil.

Um outro ponto importante para ser levantado quanto ao trabalho de Hanra et al. (1995), é que a quantificação da fase foi realizada de forma manual. Esse aspecto torna difícil a automatização do sistema.

O trabalho aqui realizado visa aprimorar o sistema de medição proposto por Hanra et al. (1995) através da combinação da técnica do shadow moiré com o deslocamento de fase.

Desta forma, espera-se um aumento significativo da confiabilidade dos resultados obtidos.

Pretende-se ainda ao final da medição fazer uma comparação do sistema aqui proposto com um medidor de perfil por contato. Uma análise quantitativa das possíveis fontes de erros do sistema é realizada.

### 3) O SISTEMA PROPOSTO DE SHADOW MOIRE

A figura 3.1 ilustra o princípio de shadow moiré. Se um objeto  $O$  é iluminado de uma fonte de luz  $S$  através de uma grade  $G$ , as sombras das linhas da grade serão projetadas sobre a superfície a ser estudada.

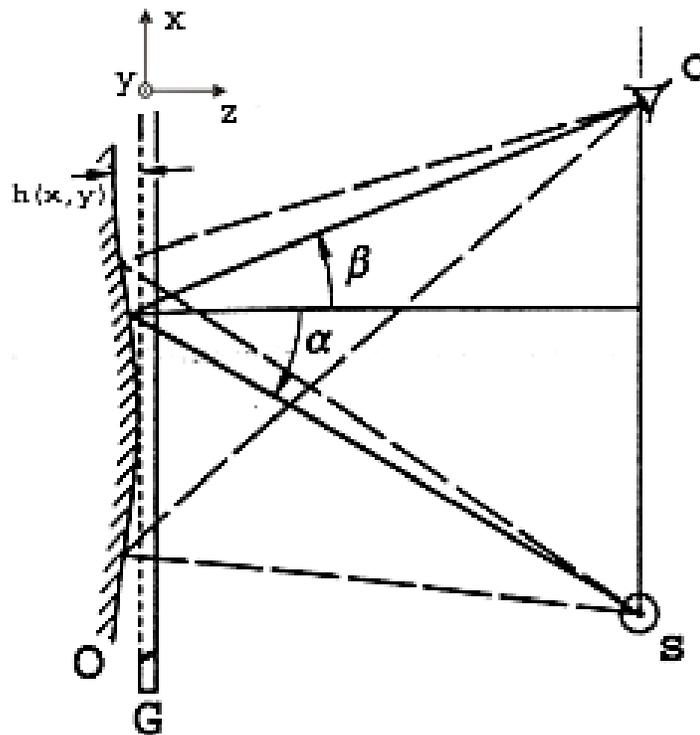


FIGURA 3.1 - Princípio geométrico

Dependendo do perfil  $h(x,y)$  da superfície do objeto e do ângulo  $\alpha$  de iluminação, as sombras das linhas se distorcem na superfície. Considerando que  $G$  é a grade e  $S$  é a fonte de luz, se uma câmera  $C$  observa o objeto por um ângulo  $\beta$  através da mesma grade, franjas de moiré são formadas, as quais representam níveis constantes de profundidade ou altura da superfície do objeto. Em outras palavras a informação 3D do objeto permanece embutida no mapa do padrão moiré. A equação 3.1 descreve o formato  $h(x,y)$  como uma função do pitch  $p$ , ordem de franja  $n$ , ângulo de iluminação  $\alpha$  e ângulo de observação  $\beta$ .

$$h(x, y) = \frac{n.p}{\tan \alpha + \tan \beta} = \frac{\theta.p.A}{2\pi(B + D)}$$

EQUAÇÃO 3.1 - Equação base

Gasvik, (1995)

Na equação 3.1, o ângulo  $\theta$  representa a fase sem saltos,  $A$  representa a distância entre a câmera e o objeto,  $B$  representa a distância entre a câmera e a normal e  $D$  representa a distância entre a câmera e a fonte de luz.

É bom destacar que as franjas de moiré são por natureza ambíguas. Se captarmos apenas uma fotografia as informações a cerca do sinal da profundidade são perdidas. Por exemplo, regiões côncavas e convexas podem formar o mesmo padrão de franjas de moiré. Uma das formas de se resolver isto é combinar a técnica de shadow moiré com o deslocamento de fase. Post et al (1994) demonstraram a praticidade dessa combinação ao se mover o objeto perpendicularmente em relação à grade ou vice-versa. Para a medição do arco medial plantar de um paciente é mais fácil movimentar a grade. Com isso as franjas de moiré se movimentam também.

Um deslocamento de fase de  $\theta = 360^\circ$ , ou seja, uma fase completa, é considerado como o movimento perpendicular necessário da grade em relação ao objeto (arco plantar) para que uma franja cubra exatamente o espaço da franja vizinha.

Nesse estudo foi utilizado o algoritmo de quatro passos por ser particularmente simples e, ao mesmo tempo, robusto em relação a pequenos erros no deslocamento de fase. As intensidades de cada uma das quatro fotografias, seguidamente deslocadas em  $90^\circ$ , pode ser descrita como a equação 3.2 (Robinson et al., 2003). Vale salientar que todas as variáveis na equação 3.2 são dependentes da posição  $(x, y)$ .

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_0 + I_m \cos(\theta) \\
 I_2 &= I_0 + I_m \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 - I_m \text{sen}(\theta) \\
 I_3 &= I_0 + I_m \cos(\theta + \pi) = I_0 - I_m \cos(\theta) \\
 I_4 &= I_0 + I_m \cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) = I_0 + I_m \text{sen}(\theta)
 \end{aligned}$$

EQUAÇÃO 3.2 - Intensidades das fotografias.

Robinson et al., (2003)

$I$  é a intensidade capturada por cada pixel no plano de imagem do CCD da câmera,  $I_0$  é a média de intensidade e  $I_m$  é a modulação de intensidade de cada pixel. Em outras palavras, as intensidades de cada pixel, capturadas nas fotografias digitais, guardam a informação 3D do perfil medido. Simplificando a equação 2 para a fase obtemos:

$$\theta = \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right)$$

EQUAÇÃO 3.3 - Resolução do salto de fase

Gasvik, (1995)

o qual se encontra dentro do intervalo  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ . Com isso obtemos saltos de fase  $2\pi$  que devem ser calculados e removidos com algoritmos apropriados, os quais serão discutidos no capítulo 3.3.3. Uma vez que a fase é obtida sem os saltos de fase, o perfil  $h(x,y)$  pode ser calculado, aplicando-se a equação 3.1.

### 3.1) O Mensurando

A superfície plantar apresenta três importantes arcos (medial anterior e lateral), delimitados pelos três principais pontos de apoio do pé: cabeça do primeiro osso metatarso, cabeça do quinto osso metatarso e as tuberosidades posteriores calcâneas.

O arco plantar anterior é delimitado pelo primeiro e pelo quinto osso metatarso, o que pode ser visto na figura 3.2 A. Já o arco lateral plantar tem como base os ossos calcâneo e quinto metatarso (figura 3.2 B).



FIGURA 3.2 A – Estrutura óssea do arco plantar anterior  
(Kapandji, 2000)

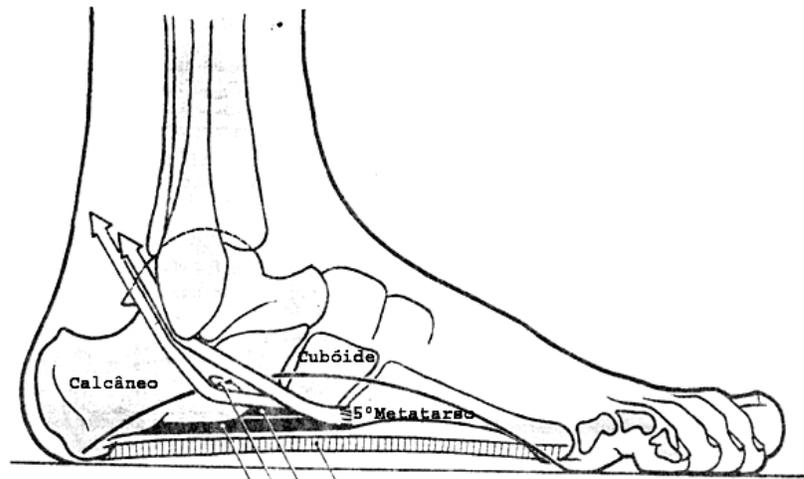


FIGURA 3.2 B – Estrutura óssea do arco lateral plantar  
(Kapandji, 2000)

Destes arcos, o principal é o arco interno, ou arco medial plantar.

Uma vista medial dos ossos do pé está ilustrada na figura 3.2 C. Os ossos que delimitam o arco medial plantar são o primeiro osso metatarso (A), e o osso calcâneo (B). A conservação deste arco é feita pela presença de ligamentos e músculos. (Kapandji, 2000)

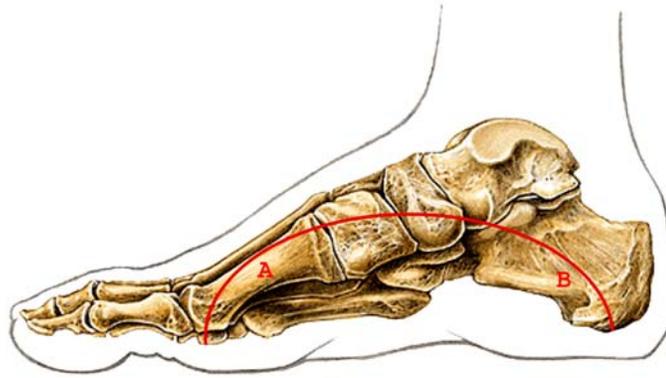


FIGURA 3.2 C – Estrutura óssea do arco medial plantar  
(Kapandji, 2000)

Alterações na região plantar do pé podem refletir ou ser a causa de distúrbios posturais e de marcha. Isso se deve por essa região guardar consigo informações individuais de cada pessoa.

Segundo Hanra et al. (1995), alterações na região plantar do pé demonstram alterações funcionais, sendo o arco medial o que apresenta mais alterações individuais.

As alterações mais comuns no arco medial plantar são o aumento ou a diminuição do mesmo, sendo chamado de pé cavo o aumento do arco, e pé plano a diminuição ou ausência do arco.

O pé cavo pode ser extremamente difícil de se tratar, pois não é rara a presença de acometimentos neurológicos. O pé pode apresentar-se cavo em função de diferentes ajustes (desigualdades), sendo comum se fazer o diagnóstico de pé cavo através de testes musculares clínicos e exames de raios x. (Marcinko, 1992)

O pé plano em crianças e adultos, geralmente é flexível, e quando não há sustentação de peso o arco forma-se normalmente. Quando o arco não se forma sem a sustentação de peso ele é chamado de pé plano rígido. (Crenshaw, 1997)

O tratamento desta região varia muito de autor para autor. Kottke et al. (1984), sugere o uso de salto de Thomas ou de suportes de polietileno moldado individualmente para casos de pé plano, principalmente em casos de pé plano flexível. Já outros autores defendem apenas a realização de exercícios de fortalecimento muscular a fim de restabelecer a arquitetura do arco. Nos casos de pé cavo, dependendo da gravidade, cirurgias corretivas podem ser feitas. Marcinko

(1992) e Crenshaw (1997) abordam algumas técnicas cirúrgicas para o tratamento de pé cavo e em alguns casos de pé plano.

### 3.1.1) Confecção do molde de gesso

Visando a medição do arco medial plantar utilizando-se da técnica de shadow moiré, porém com o intuito de comparar os dados adquiridos com outras formas de medição, foi necessária a construção de um modelo de gesso do pé. O molde foi conseguido de um indivíduo que não apresentava qualquer anomalia em relação à região estudada.

O molde positivo de gesso foi feito obtendo-se inicialmente um molde negativo do pé, através do uso de material plástico (Jeltrade®), utilizado na confecção de moldes dentários, substância essa disponível em pó. (Hanra et al. 1995)

O pó foi misturado em água corrente na proporção de 30g de pó para cada 50ml de água, em uma cuba metálica até se conseguir uma mistura homogênea, para então o indivíduo (estando devidamente assentado), introduzir o pé direito na mistura, até que se cobrisse toda a região do arco medial plantar. O indivíduo permaneceu sentado, fazendo leve pressão com o pé para baixo e permaneceu imóvel até que a mistura endurecesse (por volta de 5 minutos), para então ser retirado vagarosamente do molde.

A partir do molde negativo conseguido anteriormente, foi extraído o molde positivo do pé, com o uso de gesso de granulação fina.



FIGURA 3.3 - Molde positivo do pé

### 3.2) Os componentes do sistema

#### 3.2.1) Confecção da grade

A grade de franjas foi feita com o uso de uma transparência afixada a uma placa de vidro. A placa de vidro tem 3 mm de espessura, com 34,0 cm de comprimento e 14,0 cm de altura. O vidro foi cuidadosamente limpo deixando-o sem arranhados ou trincas.

Foi utilizada uma impressora de jato de tinta para a impressão da grade na transparência. O padrão de impressão utilizado foi o fotográfico, com uma resolução equivalente a 5760 x 1440 dpi.

A transparência foi então cortada no tamanho da placa de vidro, de forma que as franjas cobrissem todo o vidro. Posteriormente, a transparência com o padrão de franjas foi afixado na placa de vidro evitando ao máximo a formação de bolhas de ar entre a placa e a transparência. A fixação da transparência à placa de vidro foi feita através de papel contact transparente colado nas laterais da transparência.

##### 3.2.1.1) Escolha do pitch

O pitch de uma grade de moiré é a distância entre os pontos correspondentes nas barras (ou franjas) adjacentes, e a frequência de uma grade é o número de barras por unidade de medida (Post et al. 1994), sendo no nosso caso utilizado como unidade de medida o milímetro.

Post et al. (1994) descreve uma relação entre a profundidade máxima a ser medida, o pitch da grade de moiré e o comprimento de onda da luz utilizada, dada na equação 3.4. Através dessa equação foi calculado o pitch da grade de moiré, sendo ainda realizados cálculos para diversos arranjos diferentes através de um programa criado para essa finalidade (Fig. 3.4).

$$W = 5\% \frac{G^2}{\lambda}$$

EQUAÇÃO 3.4 - Base para escolha do pitch

Post et al., (1994)

onde:

$W$  = Profundidade máxima a ser medida.

$G$  = Pitch da grade física em mm.

$\lambda$  = Comprimento de onda da luz utilizada nm.

The screenshot shows a software window titled "Cálculo do Deslocamento". At the top left is a "Sair" button. Below it is a "Parâmetro do Cálculo" section with two radio buttons: "Descobrir profundidade" (selected) and "Descobrir tamanho do passo". To the right of these buttons is a box containing the formula  $W = 5\% \frac{G^2}{\lambda}$ . Below the formula are several input fields: "Profundidade máxima" with a text box labeled  $W$ , "Percentual considerado" with a text box labeled % and the value 1, "Comprimento da Luz" with a text box labeled  $\lambda$  and the value 0.00040, "Tamanho do Passo" with an empty text box, and "Deslocamento Total" with a text box labeled  $G$ . At the bottom are two buttons: "Calcule" and "Reset".

FIGURA 3.4 - Tela do programa de cálculo do pitch

Utilizando uma média para o comprimento de onda da luz branca igual a 0,55 nm, e uma profundidade máxima para o arco de 40 mm, chegou-se a um pitch de 0,66 mm. Entretanto estudos realizados a priori mostravam que este valor de pitch deixava a região mais profunda do arco com uma frequência muito alta de franjas de moiré, o que causará constante fonte de erros no cálculo da fase. Foi então escolhido um pitch de 0,8 mm para a realização da medição. Esse valor foi escolhido baseado em diversas medições realizadas anteriormente e com diversos padrões de franjas diferentes. Com esse valor conseguiu-se melhor qualidade das imagens.

### 3.2.1.2) Orientação da grade

As barras da grade foram orientadas de forma vertical em função do arranjo geométrico do experimento, que utiliza a fonte de luz ao lado da câmera fotográfica.

### 3.2.2) Escolha da câmera

Para escolha da câmera foram analisados os seguintes critérios: Custo, resolução, facilidade de controle e automação.

A câmera escolhida foi a cyber-shot DSC P72 da fabricante Sony, tendo apresentado uma boa relação custo benefício.

#### 3.2.2.1) Controle da câmera

A câmera escolhida apresenta resolução satisfatória (3200000 pixels), com fácil controle de suas funções como zoom, controle de foco e acesso às fotos. Entretanto, essa máquina não é suficientemente adequada para uma integração num sistema automatizado de medição, já que sua única forma de conexão com o computador é via USB 2.0 usando padrão TWAIN, que embora seja satisfatório para transferência das fotografias de forma fácil e rápida, não permite o controle de suas funções via pc. Este assunto será retomado na discussão.



FIGURA 3.5 - Câmera Sony p-72

#### 3.2.2.2) Parâmetros utilizados

Segundo o fabricante a câmera apresenta um CCD de 6,67 mm, com um número total de 3.340.000 pixels dos quais 3.210.000 pixels são efetivos. Possui zoom ótico máximo de 3x, comprimento de foco de  $f = 6\text{mm}$  a  $18\text{mm}$ , e f number de  $F 2.8 - 5.6$ .

A primeira fotografia foi feita a 1,0 m de distância da grade, com zoom ótico máximo de 3x ( $f = 18\text{mm}$ ), com flash desativado. Todas as fotos foram tiradas utilizando a função timer habilitada. O formato de armazenamento das fotografias utilizado pela Sony P72 é o JPEG (Joint Photographic Experts Group).

### 3.2.3) Implementação do deslocamento de fase

Para o deslocamento de fase foi utilizada uma guia de microscópio que permitia movimentos nos eixos  $x$  e  $z$ . A placa de vidro foi adaptada à guia através de um suporte de alumínio especialmente confeccionado para essa finalidade.



Figura 3.6 – Guia para deslocamento XZ

#### 3.2.3.1) Deslocamento XZ

Além dos quatro deslocamentos em  $z$  necessários para a medição da fase, foram realizados em função do arranjo geométrico escolhido, para cada ângulo de fase um deslocamento em  $x$  com valor igual à metade do pitch (0,4 mm). Através destes deslocamentos foram obtidas fotografias para serem utilizadas na primeira fase de filtragem da grade física. A escolha desses valores assim como o processo de filtragem é explicado detalhadamente na segunda etapa do item 2.4.1.

#### 3.2.4) Fonte de luz

A escolha da fonte de luz para aplicações onde se fará utilização de moiré, envolve três principais variáveis:

O comprimento de onda da luz, a área da região de emissão da fonte de luz e a potência utilizada.

Foi utilizado um projetor da marca Sony, modelo VPL –ES1 SVGA, como fonte de luz. O aparelho produz brilho de até 1500 ANSI lumens, com consumo de energia de 250 W, e possui zoom digital de 4x (Figura 3.7).



Figura 3.7 – Fonte de luz

### 3.2.5) Arranjo geométrico

Inicialmente o posicionamento do sistema escolhido foi de  $L = 1,0$  metro,  $D = 0,5$  metro, onde  $L$  é a distância entre câmera e plano de referência, e  $D$  é distância entre câmera e fonte de luz.

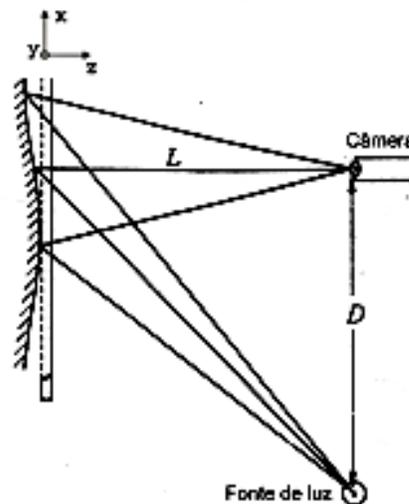


FIGURA 3.8 - Arranjo geométrico utilizado

Com a escolha do arranjo mostrado na figura 3.8., a câmera observa o objeto sem distorções. Cuidado deve ser tomado para posicionar a fonte de luz na mesma distância  $L$  do plano de objeto como a câmera. Só então serão evitadas não-linearidades, sendo válida a equação 3.1.

Sugere-se ainda a utilização de  $D = L$ , o que facilitaria o cálculo da fase e, conseqüentemente também, facilitaria o cálculo para os deslocamentos da grade. Entretanto, foi decidido desensibilizar o sistema com a adoção de  $D = \frac{L}{2}$ , diminuindo, assim, a densidade das franjas observadas. Isto possibilitou uma melhora significativa da qualidade das franjas de moiré observadas nos pontos mais profundos do arco medial plantar. Vale salientar aqui, que a qualidade de franjas nessa região já havia sido melhorada consideravelmente com um aumento do pitch da grade de 0,66mm para 0,8 mm.

### 3.3)Captura das imagens

Um pouco antes da aquisição das imagens se iniciar, três pequenos pontos foram marcados na região plantar do pé. Estes pontos delimitarão um plano em XYZ em uma fase mais avançada do processo, que servirá como base para comparação entre o sistema de shadow moiré proposto e um sistema de análise de perfil por contato. A análise comparativa será abordada no capítulo 5.



FIGURA 3.9 - Marcação dos pontos para base de referência em XYZ

Após a montagem de todo o sistema, iniciou-se a fase de aquisição das imagens. Na posição  $z$  inicial da grade foram tiradas duas fotografias. Entre essas duas fotografias, a grade foi deslocada metade do pitch na direção do vetor  $x$ . Como resultado disso, onde se enxergava uma

franja negra da grade principal na primeira foto, se observou uma franja clara na mesma localização na segunda foto.

Calculando a média das duas imagens, consegue-se diminuir o contraste das franjas primárias da grade, aumentando a visibilidade das franjas secundárias (de moiré), detentores da informação a cerca do perfil do objeto. Este processo será mais bem detalhado no item 3.4.1 na 2ª etapa.

Esse procedimento foi repetido para cada passo de fase (deslocamento na direção do vetor  $z$  da grade) originando, assim, os mapas de franjas de moiré, deslocados de fase  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ , respectivamente.

### **3.4)O sistema de processamento**

Após a aquisição das imagens todo o trabalho de processamento das mesmas foi realizado a partir de um software criado sob a plataforma Visual Basic versão 6.0 especificamente para o propósito do trabalho.

#### **3.4.1)Fases do processamento**

Após as fotos adquiridas já terem sido descarregadas no computador, podemos dividir esta fase em 7 etapas:

- 1- Transformação das fotos em tons de cinza
- 2- Média das fotos de mesmo ângulo de fase (1ª filtragem)
- 3- Cálculo da componente senoidal e co-senoidal da fase
- 4- Filtragem das componentes senoidal e co-senoidal da fase através de Fourier (2ª filtragem)
- 5- Cálculo da fase (com saltos  $2\pi$ )
- 6 - Remoção do salto de fase
- 7- Cálculo do perfil e visualização em 3D.

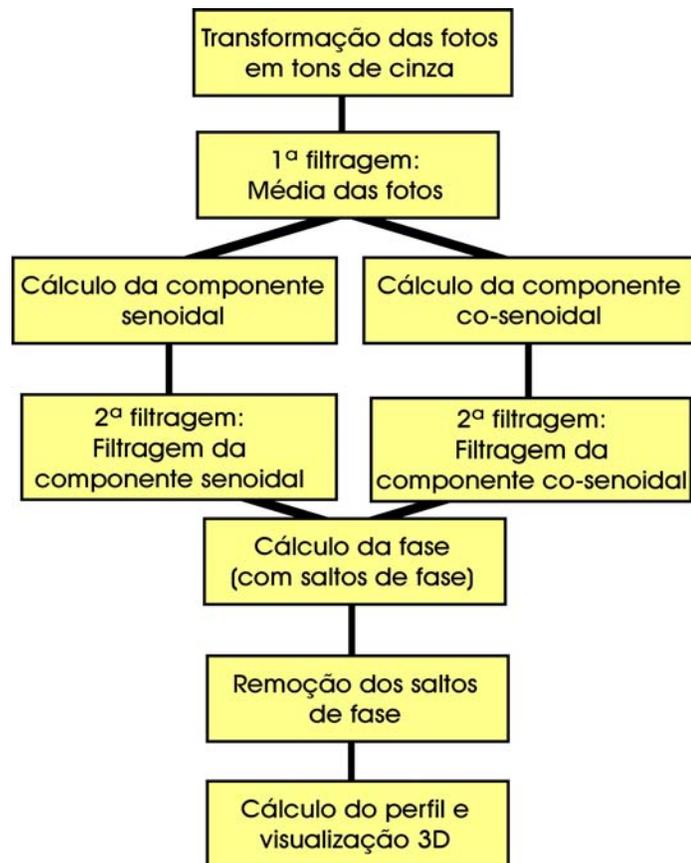


FIGURA 3.10 -: Organograma da fase de processamento

### 1ª Etapa

As 8 fotografias que foram capturadas de forma colorida foram agora transformadas em 256 níveis de cinza (8bits).

As fotografias quando em tons de cinza apresentam valores de pixels que variam de 0 (preto) a 255 (branco). A ideia de transformar as imagens em tons de cinza ajuda a economizar tempo de processamento sem prejudicar a qualidade do resultado de medição.

### 2ª Etapa

Nesta etapa foram calculadas as médias entre as duas fotografias para cada passo de fase, ou seja, as médias entre  $0^\circ A$  e  $0^\circ B$ ,  $90^\circ A$  e  $90^\circ B$ ,  $180^\circ A$  e  $180^\circ B$  e  $270^\circ A$  e  $270^\circ B$ . As

médias foram calculadas pelo programa somando-se o nível de cinza de cada pixel da fotografia A, com o seu equivalente em posição  $x y$  na fotografia B, dividindo o resultado por dois.

O objetivo desse processamento de filtragem é suavizar a presença da grade primária nas fotografias, porém sem interferir na qualidade das franjas de moiré. O que o programa faz é simples, ele simplesmente soma os valores dos pixels de cada ponto correspondente nas duas imagens e divide esse valor por dois, conseguindo assim a média do valor desse pixel.

Como resultado, observa-se uma maior visibilidade das franjas de moiré, o que facilita seu processamento a seguir. A figura 3.11a ilustra a fotografia de um ponto na região do calcanhar antes da realização de filtragem, e a figura 3.11b ilustra a fotografia do mesmo ponto após a realização da filtragem.

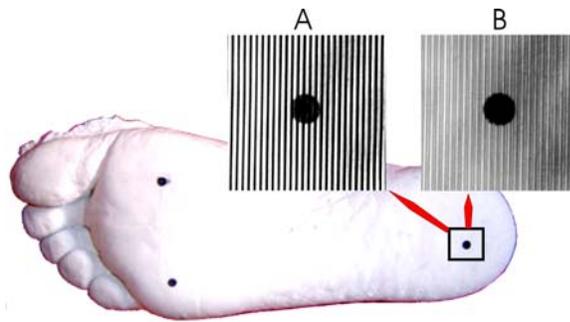


FIGURA 3.11 - a- Grade normal. b- Grade após filtragem.

A figura 3.12 apresenta uma imagem da tela do programa utilizado para cálculo das médias de cada ângulo de deslocamento.

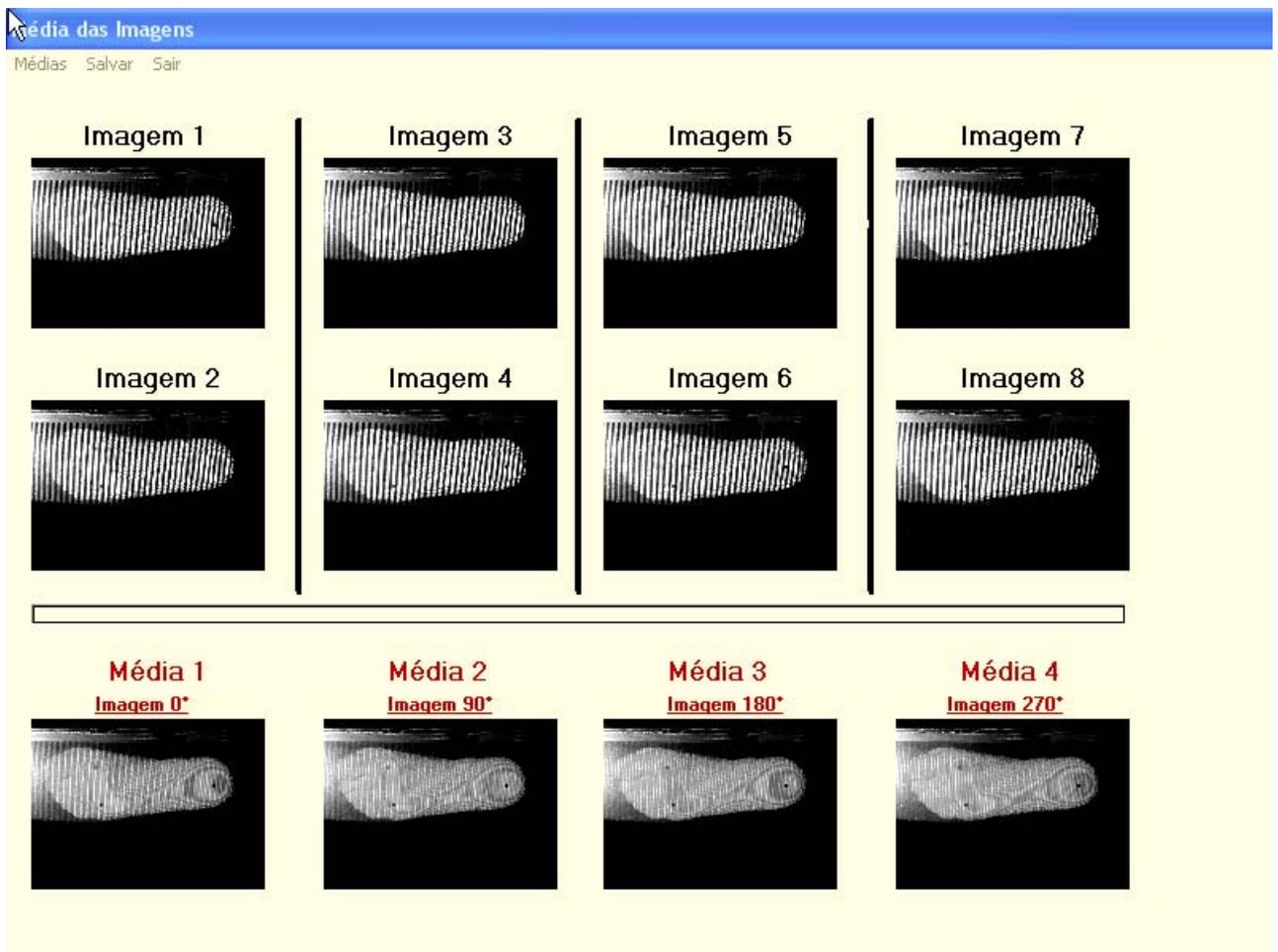
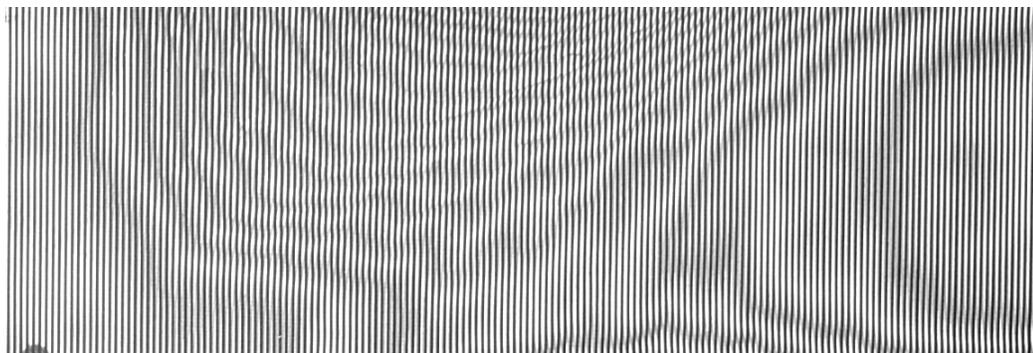
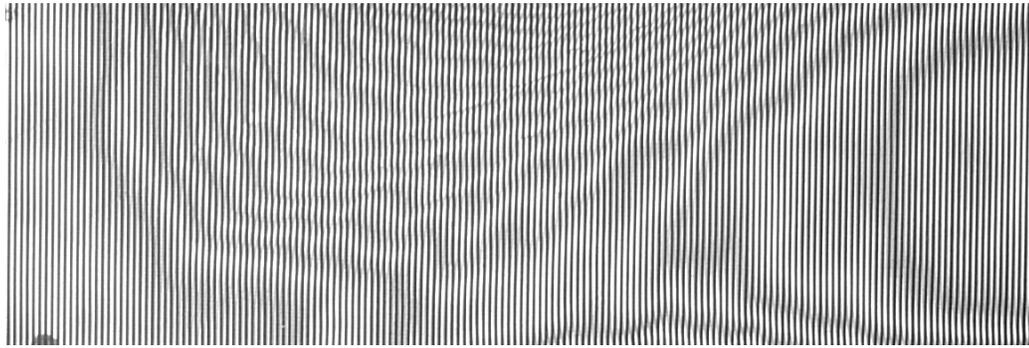


FIGURA 3.12 - Tela do programa para cálculo de médias

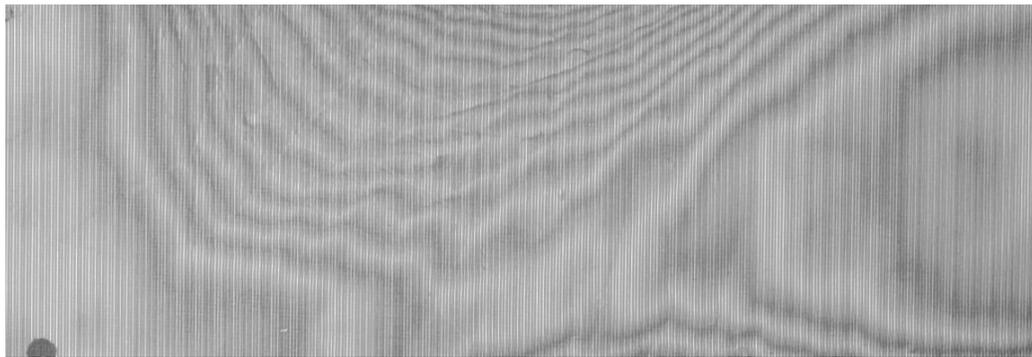
A figura 3.13c ilustra a capacidade de filtragem conseguida através do processamento de filtragem da grade primária através da retirada de médias entre as imagens figura 3.13a e figura 3.13b.



a)Foto a 90° antes da filtragem por média



b)Foto a  $90^\circ$  com deslocamento lateral antes da filtragem por média



c) Média das fotos a  $90^\circ$  após o processo de filtragem

FIGURA 3.13 – Comparação entre fotos antes e após a filtragem por média de imagens

Abaixo se encontram as imagens (Fig. 3.14 a 3.17) conseguidas como médias das fotografias de cada deslocamento do pé em z em relação à grade primária.

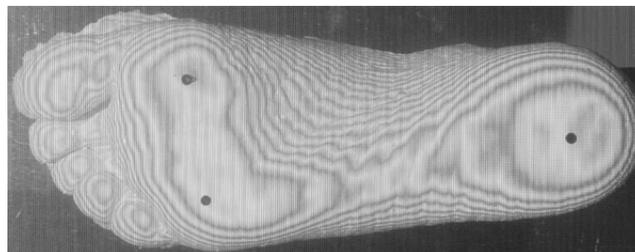


FIGURA 3.14 - Imagem que representa a média das fotografias a  $0^\circ$

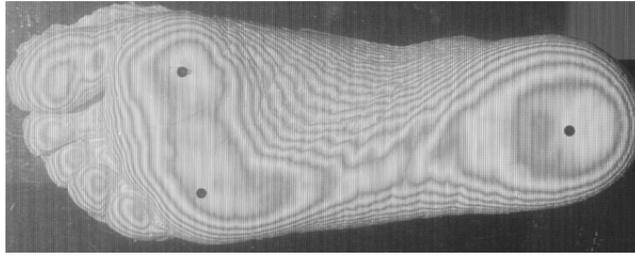


FIGURA 3.15 - Imagem que representa a média das fotografias a  $90^\circ$

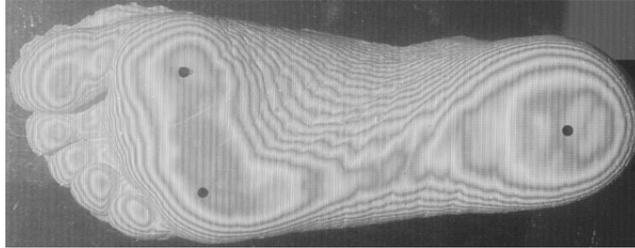


FIGURA 3.16 - Imagem que representa a média das fotografias a  $180^\circ$

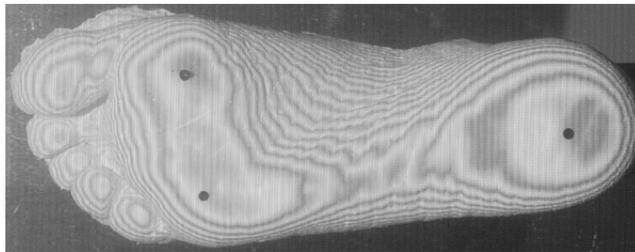


FIGURA 3.17 - Imagem que representa a média das fotografias a  $270^\circ$

### 3ª Etapa

A componente senoidal da fase foi conseguida através da subtração de todos os pixels da imagem que representa a média de  $270^\circ$  da imagem que representa a média de  $90^\circ$ . Cada pixel de uma imagem foi subtraído pelo seu equivalente na outra imagem. Com isso, obteve-se como resultado uma imagem (Fig. 3.18) que guarda a informação da componente senoidal da fase representada em níveis de cinza de 0 a 255.

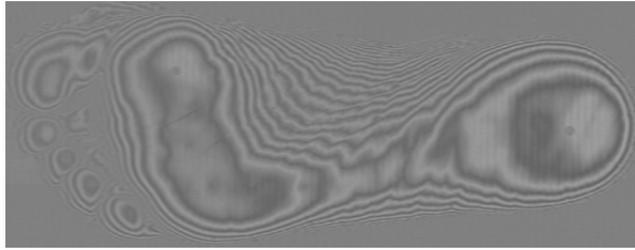


FIGURA 3.18 - Imagem da componente senoidal

A componente co-senoidal da fase foi conseguida através da subtração de imagens. Todos os pixels da imagem que representa a média de  $0^\circ$  subtraíram o seu equivalente na imagem que representa a média de  $180^\circ$ . Com isso, obteve-se como resultado uma imagem (Fig. 3.19) que guarda a informação da componente co-senoidal da fase representada em níveis de cinza de 0 a 256.

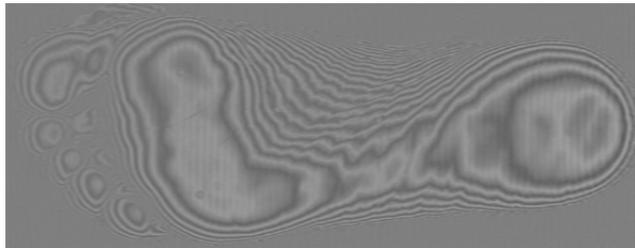


FIGURA 3.19 - Imagem co-senoidal

#### 4ª Etapa

Olhando atentamente as figuras 3.18 e 3.19, ainda podem-se observar restos da grade primária em forma de franjas verticais ruidosas e de alta frequência espacial. Portanto, nesta etapa é realizada uma última filtragem, na qual o objetivo é separar ao máximo o sinal de medição do ruído, ou seja, separar a fase através de suas componentes senoidal e co-senoidal do sinal prejudicial gerado pela grade. Como ferramenta foi utilizado um filtro de Fourier, aplicado separadamente nas imagens senoidal e co-senoidal da fase. Esse tipo de filtragem foi escolhido por oferecer maior facilidade em definir a frequência de corte mais adequada em  $x$  e  $y$ , já que essa definição se mostra crucial para uma filtragem eficaz da alta frequência espacial causada pela grade do sinal de medição de frequência mais baixa.

Como a maior frequência espacial do sinal de medição ocorre justamente na região do arco plantar, optou-se em orientá-lo em relação à grade de tal forma a facilitar ao máximo o processo de filtragem. Necessita-se com isso, que o sinal da região do arco medial plantar se mostre no espectro em direção perpendicular do sinal gerado pela grade. Esta é a razão porque se optou em fotografar o pé deitado (sinal do arco plantar pronunciado em direção  $y$ ) usando uma grade vertical (sinal unicamente em  $x$ ). Para a filtragem das componentes senoidal e co-senoidal utilizam-se as mesmas especificações para as frequências de corte

### 5ª Etapa

Após a última filtragem das componentes senoidal e co-senoidal da fase, é calculado o mapa de fase. Todos os pixels da imagem que representa a componente senoidal foram divididos pelos seus equivalentes na imagem que representa a componente co-senoidal. O resultado dessa operação serve como argumento na função arctan, também pixel por pixel. Russ (1994), mostra que a função  $\arctan\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$  resolve para o argumento apenas num intervalo de  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ , já considerados os sinais do numerador e denominador. Ou seja, a cada  $2\pi$  (correspondente a  $z = 1,6$  mm no perfil) são introduzidas descontinuidades, chamadas também de saltos de fase. Esses saltos de fase podem ser observados no mapa de fase mostrado na figura 3.20.

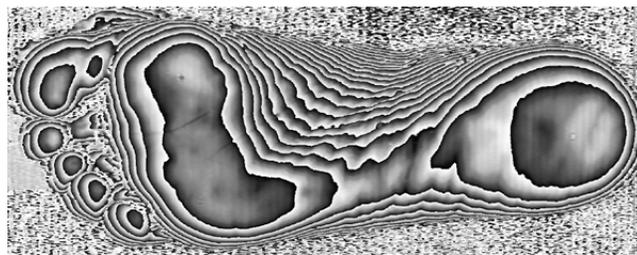


FIGURA 3.20 - Presença de saltos de fase

Neste mapa de fase, os valores de  $\theta$ , obtidos num intervalo de  $0 \dots 2\pi$  pelo software, foram transformados linearmente em 256 níveis de cinza de preto a branco. Quando um ciclo de fase se completa, ou seja, a cada múltiplo inteiro de  $2\pi$ , um salto de fase aparece na imagem. Desta forma, uma transição abrupta de branco para preto representa um aumento de fase

(correspondente a um aumento no perfil), enquanto uma transição de preto para branco representa uma diminuição.

### 6ª Etapa

Esta etapa do processo de medição tem como objetivo a remoção do “salto de fase”. Isto se consegue através de um algoritmo dedicado que automaticamente detecta os lugares de salto de fase, o tipo de transição encontrado. Caso o algoritmo encontra uma transição abrupta de branco para preto ele soma os pixels aumentando a fase, caso contrário a diminui. Desta forma um mapa completo de fase sem saltos é formado, proporcional à profundidade do perfil. (Robinson & Reid, 2003).

### 7ª Etapa

A fase sem saltos pode, agora, servir como entrada na equação 3.1. para calcular a profundidade do perfil em mm.

## 4) RESULTADOS OBTIDOS

### 4.1) Estimativa do erro de medição do sistema proposto

Visando estimar os erros de medição do sistema proposto de shadow moiré, a expansão de Taylor foi aplicada assumindo uma distribuição normal e estatisticamente independente de cada variável do sistema.

Considerando os valores de incerteza abaixo para todos os parâmetros da medição:

$$\frac{u(\phi)}{\phi} = 5\% \text{ (incerteza no cálculo do } \phi \text{)}$$

$$\frac{u(p)}{p} = 1\% \text{ (incerteza do pitch da grade)}$$

$$\frac{u(b)}{b} = 1\% \text{ (incerteza na distância entre a câmera e a normal)}$$

$$\frac{u(l)}{l} = 1\% \text{ (incerteza na distância entre câmera e objeto)}$$

$$\frac{u(d)}{d} = 1\% \text{ (incerteza na distância entre câmera e fonte de luz)}$$

Podemos expressar o valor da incerteza relativa como:

$$\frac{U_{95}(h)}{h} = \left\{ \left( \frac{U_{95}(\phi)}{\phi} \right)^2 + \left( \frac{U_{95}(p)}{p} \right)^2 + \left( \frac{U_{95}(L)}{L} \right)^2 + \left( \frac{U_{95}(B)}{B+D} \right)^2 + \left( \frac{U_{95}(D)}{B+D} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 5.4\%$$

Equação 4.1 – Aplicação da série de Taylor para análise de incertezas combinadas

O Valor da incerteza de medição combinada do sistema achado foi de 5.4%.

#### 4.2) Resultado do sistema de medição moiré

Após a passagem por todas as etapas conseguiram-se então os valores de profundidade do perfil transformados inicialmente em tons de cinza de forma separada (figura 4.1), e posteriormente de forma unificada, ou seja, sem saltos de fase com uma relação direta com a profundidade real do perfil (figura 4.2).

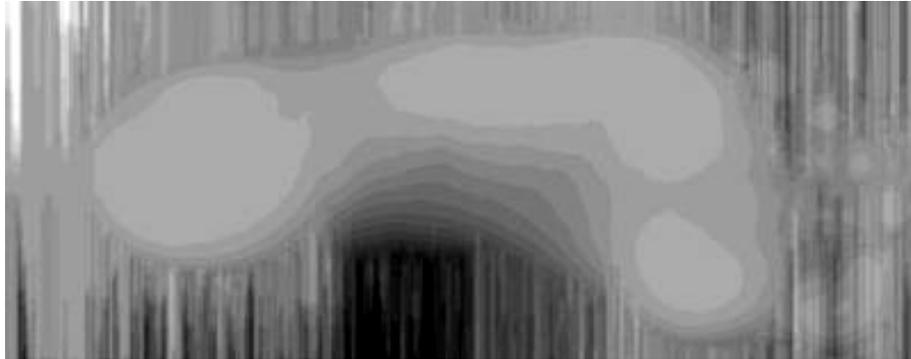


FIGURA 4.1- Mapa de fase em tons de cinza com saltos de fase

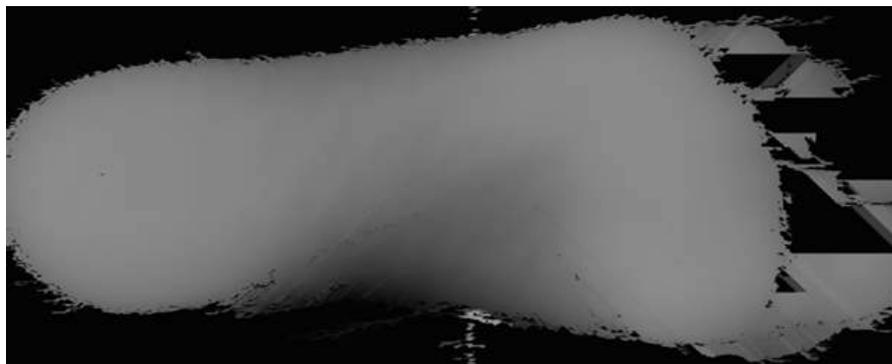


FIGURA 4.2 - Mapa de fase em tons de cinza sem saltos de fase

Com os valores de profundidade embutidos nos tons de cinza mostrados na imagem 4.2, um mapa de aproximadamente 36.000 pontos foi obtido pelo sistema shadow moiré, e uma figura em 3D foi criado a partir dos pontos (Figura 4.3).

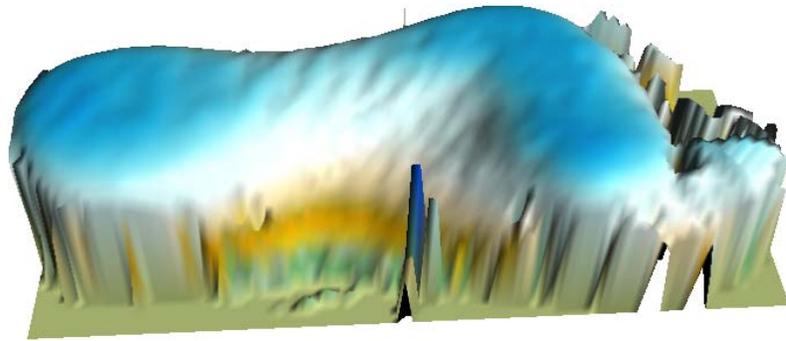


FIGURA 4.3 - Perfil conseguido pelo sistema shadow moiré

#### 4.3) Resultado do sistema de medição por contato (cnc)

Para efeito de comparação, o molde do o pé foi colocado em uma máquina de medição por coordenada CNC para medição do seu perfil. A coleta dos pontos demorou cerca de 24 horas, e um mapa de aproximadamente 7600 pontos foi obtido com um erro máximo de  $\pm 0.01mm$ .

A figura 4.4 ilustra o resultado obtido através da CNC que apresenta uma coloração azul escura nas regiões dos principais pontos de apoio do pé, responsáveis pela formação dos arcos plantares.

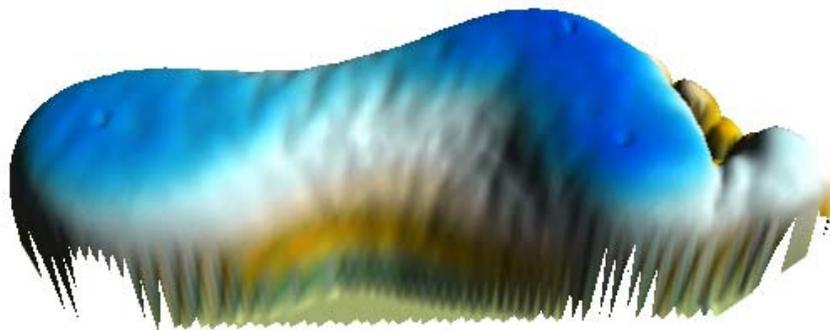


FIGURA 4.4 - Perfil conseguido por máquina CNC

## 5) ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados com os valores de z das profundidades de cada coordenada xy foram então comparados com o sistema shadow moiré através de um programa criado especificamente para este propósito, pela plataforma Matlab.

Um sistema comum de coordenadas foi criado através de um plano delimitado pelos três pontos pré-marcados na região plantar, a fim de possibilitar a comparação dos valores obtidos pelos dois sistemas. As figuras abaixo (figuras 5.1 e 5.2) demonstram separadamente e de forma 3D os resultados obtidos pelos dois sistemas, com as profundidades representadas em milímetros. Posteriormente é feita uma comparação em 3D entre as profundidades conseguidas pelos dois sistemas (figura 5.3)

A figura 5.1 ilustra de forma 3D o perfil conseguido pelo sistema por contato, e a figura 5.2 ilustra também de forma 3D o perfil conseguido pelo sistema moiré. A escala apresentada ao lado das figuras está em milímetros, e serve para os dois sistemas (figuras 5.1 e 5.2). A região de interesse para medição do arco medial plantar está destacada com uma elipse na cor preta em cada figura.

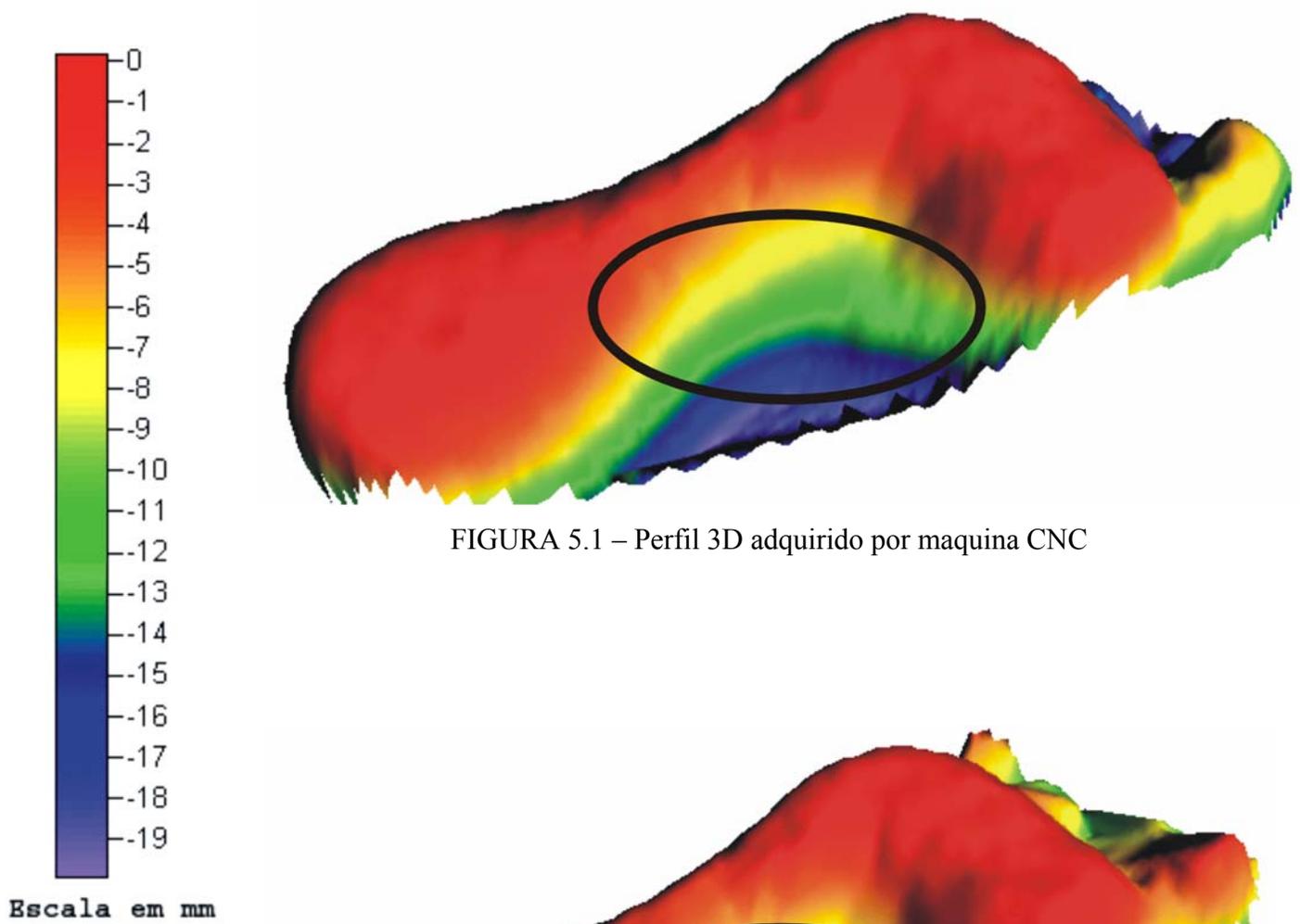


FIGURA 5.1 – Perfil 3D adquirido por maquina CNC

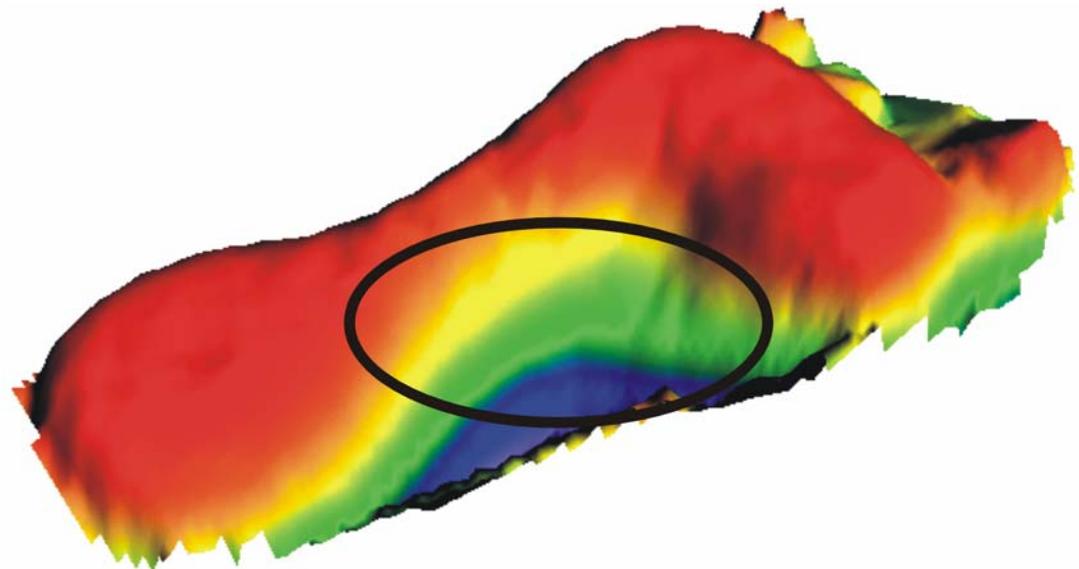


FIGURA 5.2 – Perfil 3D adquirido por shadow moiré

A figura 5.3 ilustra em forma 3D a diferença obtida pela subtração dos valores encontrados pelos dois sistemas.

Pode-se perceber que o valor obtido na diferença entre os dois sistemas é igual ou próximo a 0 mm nas regiões amarelas, e em torno de - 0,5mm nas regiões verdes até 1,0 nas regiões vermelhas. Isso demonstra que em praticamente toda a região plantar a diferença não ultrapassa 1,5 mm.

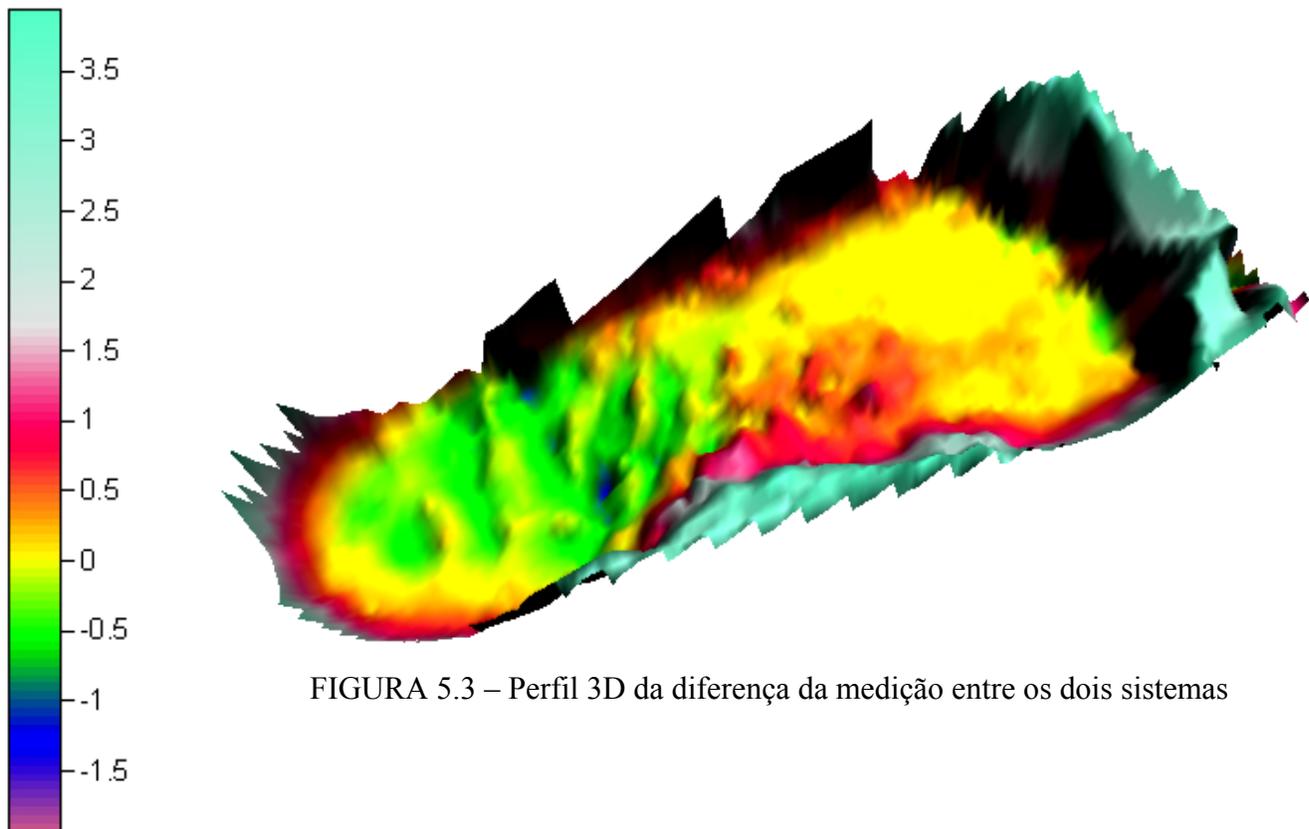
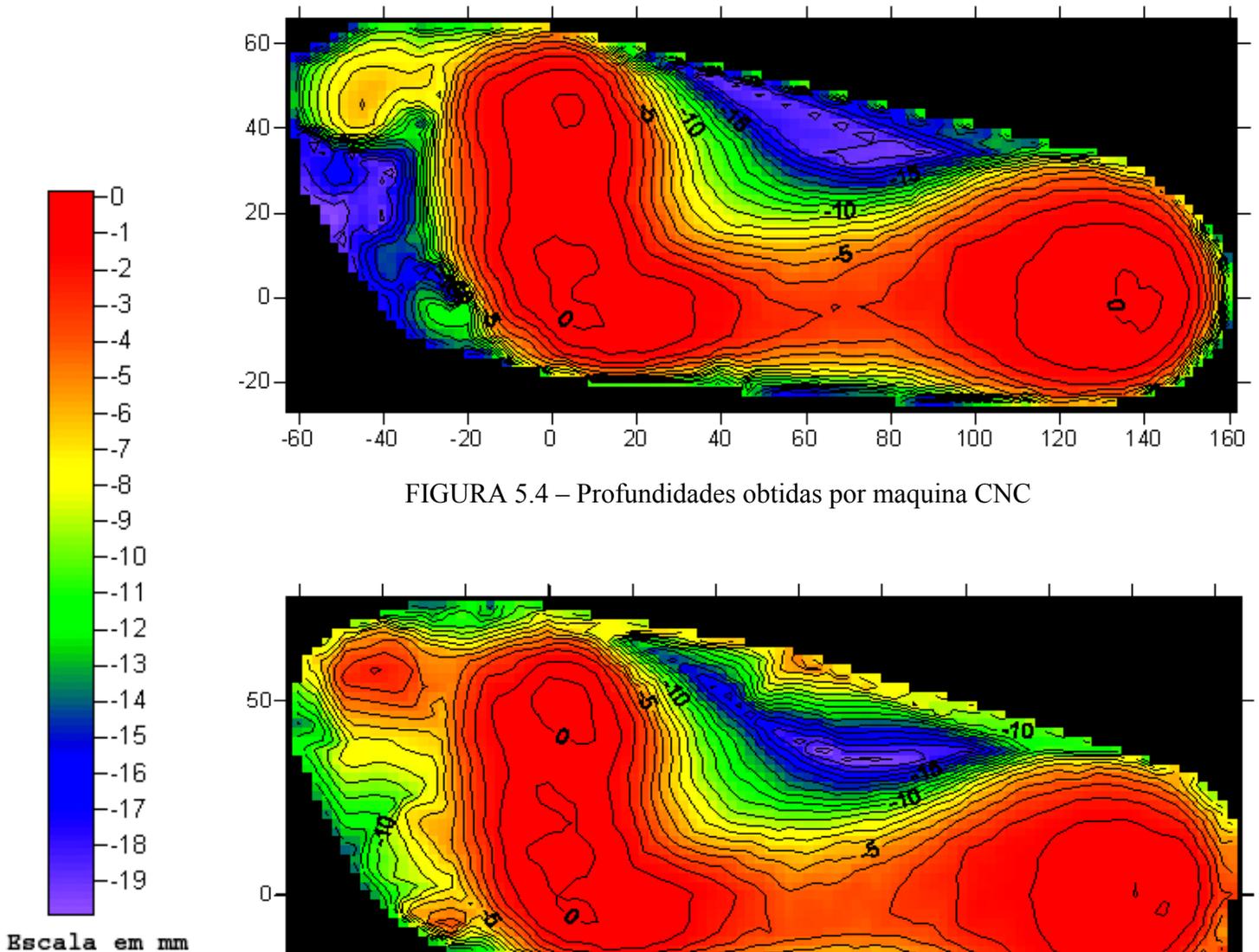


FIGURA 5.3 – Perfil 3D da diferença da medição entre os dois sistemas

Escala em mm

Abaixo é novamente demonstrado o resultado de medição do arco medial plantar conseguido através pelos dois sistemas, entretanto de forma bi-dimensional.

A figura 5.4 ilustra de forma 2D com curvas de nível o perfil conseguido pelo sistema por contato (cnc), e a figura 5.5 ilustra também de forma 2D com curvas de nível o perfil conseguido pelo sistema moiré. A escala apresentada ao lado das figuras está em milímetros, e serve para os dois sistemas (figuras 5.4 e 5.5).



A figura 5.6 ilustra em forma 2D a diferença obtida pela subtração dos valores encontrados pelos dois sistemas. Novamente pode-se perceber que em praticamente toda a região plantar a diferença não ultrapassa 1,5 mm. A borda do pé, onde a diferença aumenta, são regiões que já fogem do arco medial, e medi-las não é o propósito deste trabalho.

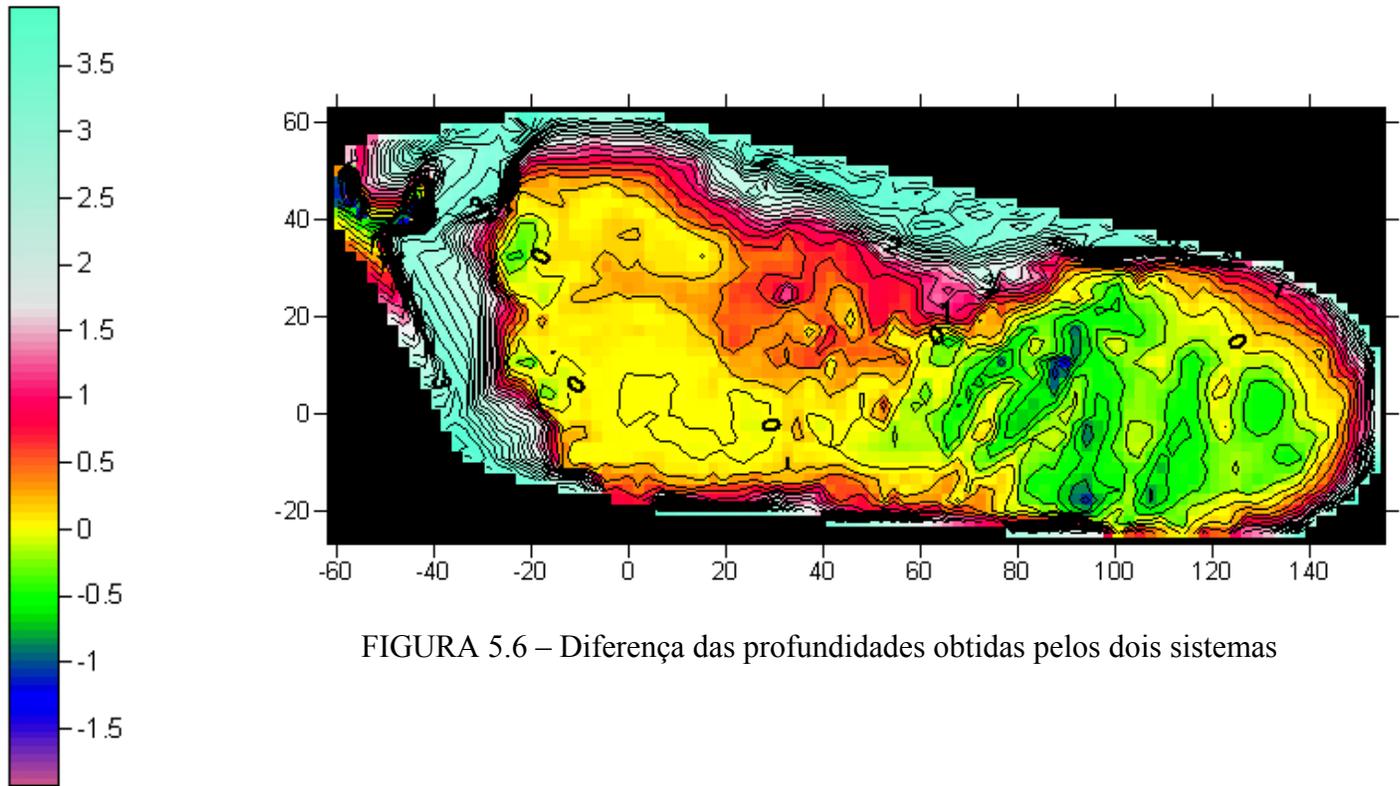


FIGURA 5.6 – Diferença das profundidades obtidas pelos dois sistemas

Escala em mm

Para o sistema proposto, um salto de fase equivale a 1,6 mm de profundidade. Esse valor foi conseguido substituindo os valores da equação principal pelos valores dos tons de cinza. Com isso, obtivemos então um erro final, menor que o valor de uma ordem de franja.

Além das possíveis fontes de erro no posicionamento do sistema para a medição do sistema de shadow moiré já mencionadas e quantificadas anteriormente, um outro fator pode ter contribuído para as diferenças encontradas entre os dois sistemas de medição. No processo de comparação de pontos obtidos por cada sistema, uma diminuição radical na quantidade de pontos conseguidos por shadow moiré teve de ser feita a fim de se igualar o número de pontos conseguidos pela técnica por contato. Isso pode ter aumentado um pouco a diferença entre os dois sistemas.

Assim como tratado no capítulo 2, nas realizações de medições mais comuns do arco medial plantar, que são a avaliação clínica e a utilização de índices para estimativa do valor do

arco, os erros de medição assim como a confiabilidade do processo dependem muito do avaliador, o que torna o processo de comparação de valores entre medições pouco confiável.

A medição com shadow moiré mostrou-se pouco dependente do avaliador, e muito mais dos componentes do sistema e do correto arranjo geométrico do mesmo. A velocidade da medição, assim como a confiabilidade do sistema shadow moiré mostraram que é possível a realização de medições rápidas do arco medial plantar com baixo índice de incerteza.

Uma outra característica a favor da técnica aqui estudada em comparação às demais formas de se medir o arco medial plantar, é que pelo shadow moiré não há qualquer tipo de interferência no mensurando durante o processo de medição, visto que a técnica não faz uso de contato. Técnicas de medição por contato podem interferir no objeto de estudo, principalmente se tratando de seres vivos.

Uma melhora evidente no sistema proposto por Hanra et al. (1995) se deve ao deslocamento de fase. No trabalho de Hanra et al. Só se consegue a profundidade no lugar exato onde se localizam as franjas, ou seja, o resto de informações contidas na imagem se perde pela falta de conhecimento do sinal. O deslocamento de fase aumenta sensivelmente a quantidade de dados conseguidos, além de aumentar também a confiabilidade nos mesmos.

Entretanto algumas dificuldades apareceram durante este estudo, sendo que diversas melhorias podem ser feitas em trabalhos futuros nas diversas etapas do processo.

O desenvolvimento de um filtro mais poderoso e seletivo pode ser uma das grandes contribuições para se conseguir a diminuição no tempo, no custo e na complexidade da medição. Isto se justifica na fase de captura das imagens (capítulo 3.3), onde a aquisição de oito fotografias só é necessária visando a realização de uma filtragem inicial da grade primária. Esse processo que utiliza o cálculo das médias entre imagens de mesmo ângulo de fase (mesma distância em relação ao perfil) aumenta o tempo do processo e o número de fotografias necessárias de forma considerável.

Com a criação de um filtro mais robusto para filtragem da imagem da grade física, o processo passará a não mais necessitar de oito fotografias e sim de apenas quatro, uma para cada ângulo de fase. Isso tornaria a fase de captura muito mais rápida, e ainda diminuiria o custo do experimento sensivelmente, pois não se faria necessário o uso de uma guia de movimento em  $y$ - $z$ , mas apenas em  $z$ .

Uma outra dificuldade encontrada durante o trabalho de filtragem foi a padronização do espectro do filtro em função do arranjo geométrico do sistema. A padronização do espectro do filtro utilizado em função do arranjo do sistema é uma sugestão para futuros trabalhos.

Outros filtros foram utilizados como teste na 3ª e 4ª etapa do processamento (item 3.4.1), como por exemplo, filtros de convolução de vários espectros, entretanto o que melhor se mostrou capaz de retirar ou diminuir o sinal deixado pela grade primária foi o de Fourier. Por isso sugerimos que a base para a criação de um novo filtro com esse propósito (limpeza da grade primária), deva seguir o mesmo princípio da análise de Fourier, a filtragem através do domínio de frequência espacial, tendo em vista a grande diferença de frequência entre as franjas da grade primária e as franjas de moiré.

Um cuidado especial em relação ao processo de filtragem das imagens deve ser tomado ainda em relação ao exagero na filtragem, pois mesmo com um algoritmo de filtragem robusto, a filtragem exagerada de dados pode levar consigo informações valiosas do padrão moiré, as quais podem interferir e inserir erros no processo de quantificação da fase.

Uma dificuldade comum e de grande importância nas medições que utilizam as diversas técnicas de moiré está em relação à remoção do salto de fase. A presença de ruídos no mapa de fase pode erroneamente ser interpretado como um salto de fase, o que insere erros na medição. A utilização de um algoritmo “inteligente”, o qual interprete não apenas o valor de pixel por pixel, mas sim a relação de valores entre um conjunto de pixels se faz necessária.

O algoritmo utilizado para a interpretação do salto de fase neste estudo se mostrou robusto para a medição do arco medial plantar para o arranjo geométrico proposto. Entretanto para diferentes arranjos geométricos ou para diferentes componentes do sistema de medição, algoritmos mais robustos se fazem necessários.

Uma das críticas desse estudo é em relação à proposta no item 3.2.1.1 de Post et al. (1994) para a utilização da equação 3.4 para se relacionar a profundidade máxima a ser medida com o pitch utilizado na grade primária. Utilizando-se o pitch dado através da equação, sempre as regiões mais profundas do arco apresentavam uma frequência muito alta de franjas de moiré. Por isso foi realizada uma dessensibilização do sistema ao se aproximar o projetor de luz da câmera a fim de se diminuir a frequência das franjas de moiré nas regiões mais profundas do arco. Essa equação foi sugerida primeiramente pelo autor para ser utilizada quando se faz uso de duas grades físicas em outras formas de moiré, onde a distância  $W$  seria a distância entre as duas grades, a qual o autor se refere por GAP. No shadow moiré, entretanto a distância máxima entre a

grade primária e a grade secundária (que é a própria sombra da grade primária) é a distância máxima do perfil. Com isso concluímos que esta equação pode ser aproveitada apenas para se ter uma base de qual pitch se utilizar, entretanto freqüentemente um pitch ligeiramente maior que o encontrado se fez necessário, visto que utilizando esta equação consegue-se um número excessivo de franjas de moiré, o que dificulta a realização dos cálculos. Através da utilização de vários pitches em medições realizadas a priori, chegamos a conclusão, que pode-se utilizar entre 12% a 15% a mais no valor encontrado para o pitch através da equação 3.4.

Na 1ª etapa do item 3.4.1, a decisão de se utilizar tons de cinza como forma de se trabalhar os dados foi sem dúvida um implemento importante no aumento da velocidade de cálculos durante o processo de medição. Entretanto é importante destacar que a fase  $\phi$  pode assumir qualquer valor. Por exemplo, ao invés de se utilizar imagens em tons de cinza pode-se optar por imagens coloridas. A escolha do valor de  $\phi$  vai depender unicamente da necessidade de velocidade para a aquisição do perfil 3D. Imagens coloridas carregam consigo um número muito maior de informação o que pode tornar o processo de cálculos lento. Utilizando-se tons de cinza foi obtido um resultado satisfatório através de um processo rápido.

Embora com os componentes utilizados e durante toda a fase experimental não tendo sido observado grandes problemas em relação à saturação de imagens, Takasaki (1970) sugere a utilização de uma câmera fotográfica que apresente controle manual de shutter, podendo com isso controlar o tempo de exposição do filme (ou captura).

Não foi possível a completa automatização do sistema, o que havia sido objetivado no início do trabalho. Isso ocorreu em função da câmera utilizada não permitir o controle de suas funções via computador. Para se evitar possíveis fontes de erros em função do contato manual com a máquina entre as capturas de imagens, foi utilizada a função timer para realização de cada fotografia, visando com isso diminuir quaisquer vibrações decorrentes do contato com a máquina.

A faixa de medição proposta no início do trabalho se mostrou possível. Entretanto mudanças principalmente no valor do pitch da grade primária podem se fazer necessárias dependendo do valor de profundidade que se deseja medir.

A velocidade de medição foi comprometida pela falta da automatização completa do sistema, entretanto ainda assim a técnica se mostrou rápida. Uma melhora significativa entretanto pode ser alcançada ao se unificar todo o sistema, inclusive com uma câmera controlada por computador.

Os valores de incerteza encontrados se mostraram dentro do valor desejado, apresentando incertezas em torno de 2 mm para uma profundidade de arco igual a 35 mm. Dificilmente uma outra técnica de medição do arco medial plantar apresenta hoje uma incerteza tão baixa.

Entretanto em trabalhos futuros deve ser dada uma maior atenção principalmente no que se refere ao cálculo de  $\phi$ , sendo este o principal contribuinte no resultado final da incerteza padrão combinada.

No item 3.1, quando se descreve a forma de aquisição do molde de gesso do pé medido, o indivíduo permanece assentado, realizando pressão contra o solo a fim de se aproximar ao máximo do comportamento real do arco com descarga de peso sobre o mesmo, entretanto algumas modificações em relação à medição de um arco real com o indivíduo em posição ortostática devem ser estudadas.

Uma das sugestões para trabalhos futuros é a preparação do sistema para realização da medição em um pé real, onde o indivíduo fique em pé para a realização da medição. A observação do comportamento do arco sob descarga de peso é de extrema importância na avaliação clínica, visto que o mesmo pode se modificar rigorosamente sob pressão. (Crenshaw, 1997).

## 6) CONCLUSÃO

Ao final do trabalho concluiu-se que o método de shadow moiré utilizando-se do deslocamento de fase pode ser usado para a medição do arco medial plantar, visto que é um método sem contato com baixo nível de incerteza se comparado aos demais métodos de medição utilizados para a mensuração desta área.

A maior parte dos objetivos propostos nesse trabalho foram alcançados, entretanto melhorias podem ser feitas em futuras medições.

Sugere-se a realização de futuros estudos visando uma diminuição na incerteza relativa de  $\phi$ , o desenvolvimento de um filtro de imagens mais adequado ao sistema, um aprimoramento no algoritmo de remoção dos saltos de fase além de um novo estudo mais detalhado sobre a influência de cada variável do sistema na incerteza final.

## ABSTRACT

The plantar medial arch is an area of extreme importance in the study of the posture and of the muscular balance, having several methods today for the evaluation of this area, however with a margin of error still considerably big.

Our objective with that work, was of developing the method shadow moiré associated to the displacement of phases seeking to accomplish the measurement of the area with a smaller margin of error.

The used material was a plaster mold of an adult foot, a glass grating with fringes, a digital photographic camera, a light projector, and a guide for displacements equipped with a micrometer.

The positioning of all the components of the system was accomplished, and later it was made the calibration of the same in the intention of discovering the phase displacement. For the acquisition of the images three displacements and retreats 4 pictures were accomplished. Through a computer program, these pictures were filtered, for later through specific mathematical formulas for the 4 displacements, the image to be removed with the information of depth of each area of the arch.

It was still accomplished an analysis of uncertainty of the experiment.

The result was an image with about 3,2 megapixels where each pixel represents a specific depth, being obtained a measurement uncertainty significantly smaller for that system, if compared to the more commonly used.

It is ended that the technique can be used for the measurement of the medial arch to plant, because it is a method without contact with low uncertainty index, however some improvements can be made in future projects mainly in the stage of acquisition of the images and in the use of a more appropriate filter to the system.

Key Words: Plantar Medial arch, shadow moiré, measurement 3D

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALAN, R.; SMITH, J. T.; HARRIS, D.; HOUGHTON, G. R.; JEFFERSON, R. J.. (1988) **A method for analysis of back shape in scoliosis.** Journal of Biomechanics – Vol. 21, nº 6 (pag. 497-509).

ALEXANDROV, S. A., LOYKO, M. M., ZABAROVSKY, V. K.. (1996) **Two-projection moiré technique in investigation of the respiratory function of the lungs.** Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. – Vol. 2628 (pag. 211-208)

ANDONIAN, A. T. (1984) **Detection of stimulated back muscle contractions by moiré topography.** Journal of Biomechanics – Vol. 17, nº 9 (pag. 653-661).

BATOUICHE, M.; BENLAMRI, R.; KHOLLADI, M. K.. (1996) **A computer vision system for diagnosing scoliosis using moiré images.** Comp. Biol. Med. – Vol. 26, nº 4 (pag. 339-353).

CRENSHAW, A. H.. (1997) “**Cirurgia ortopédica de Campbell.**” Vol. 4, 8ª edição, Ed. Manole, (pag. 2895).

FROBIN, W. & HERHOLTZER, E.. (1982) **Analysis if human back shape using surface curvatures.** Journal of Biomechanics – Vol. 15, nº 5 (pag. 379-390).

GASVIK, K. J.. (1995) “**Optical metrology**”. Ed. John Wiley & Sons. New York, USA, (pag. 250-273).

HANRA, A. & VOLPON, J. B.. (1995) **Fotopodometria Moiré quantitativa na avaliação do arco plantar longitudinal medial.** Rev. Bras. de Ortop. - Vol. 30, nº 8, agosto.

HAWES, M. R.; NACHBAUER, W.; SOVAK, D.;NIGG, B. M.. (1992) **Footprint parameters as a measure of arch height.** Foot Ankle -Vol. 13, (pag. 22-26).

KANATLI, U.; YETKIN, H.; CILA, E.. (2001) **Footprint and radiographic analysis of the feet**. Journal of pediatric orthopedics -Vol. 21, (pag. 225-228).

KAPANDJI, A. I. (2000) **“Fisiologia Articular – Esquemas comentados de mecânica humana”** – Vol. 2, 5ª edição, Ed. Guanabara Koogan, (pag. 228-251).

KEPRT, J.; VYHNÁNKOVÁ, R.; BARTONEK, L.. (1998) **Shadow moiré topography: Theory and application**. Physica. – Vol. 37 (pag. 137-159).

KOTTKE, F. J.; STILLWELL, G. K.; LEHMANN, J. F. (1984) **“Krusen: Tratado de medicina física e reabilitação”**. Ed. Manole, (pag. 900-908).

LOUWERENS, J. W. K.; GINAI, A. Z.; LINGE, B.; SNIJDERS, C. J.. (1996) **Chronic instability of the foot and foot geometry: a radiographic study**. The Foot – Vol. 6 (pag. 13-18).

MARCINKO, D. E.. (1992) **“Medical and surgical therapeutics of the foot and ankle”**. Ed. Williams & Wilkins, Baltimore, USA, (pag. 506).

MCCRORY, J. L.; YOUNG, M. J.; BOULTON, A. J. M.; CAVANAGH, P. R.. (1997) **Arch index as a predictor of arch height**. The Foot – Vol. 7 (pag. 79-81).

POST, D.; HAN, B.; IFJU, P..(1994) **“High Sensitivity Moiré”**. (pag. 117-129) Ed. Springer-Verlag. Nova York.

ROBINSON, D. W & REID G. T., (2003), **“Interferogram Analysis”**. Institute of Physics Publishing, Philadelphia, pp.

RUSS, J. C., (1994), **“The image Processing Handbook”**. CRC Press Inc, Flórida, 2ª edição, (pp.112-123)

SAHLSTRAND, T.. (1986) **The clinical value of topography in the management of scoliosis**. Spine. – Vol. 11 (pag. 409-417)

TAKASAKI, H.. (1970) **Moiré topography**. Applied Optics – Vol. 9, nº 6 (pag. 1457-1472).

TAKASAKI, H.. (1973) **Moiré topography**. Applied Optics – Vol. 12, nº 4 (pag. 845-850).

THEOFILOS, K.; JOHN, S.; NIKOLAUS, R.; GEORGE, S.; DIMITRIOS, K.; KONSTANTINOS, N.. (1999) **Ten-year follow-up evaluation of a school screening program for scoliosis: Is the forward-bending test na accurate diagnostic criterion for the screening of scoliosis**. Spine. – Vol. 24, nº 22 (pag. 2318).

URRY, S. R. & WEARING, S. C.. (2005) **Arch index from ink footprints and pressure platforms are different**. The Foot – Vol. 15 (pag. 68-73).

VOLPON, J. B.. (1993) **O pé em crescimento segundo as impressões plantares**. Rev. Bras. de Ortop. - Vol. 28, nº 4, abril.

WERTHEIMER, L. G.; MARTIN, I. V.. (1967) **Avaliação do arco do pé (Normal, plano e cavo)**. Rev. Bras. de Ortop. - Vol. 2, dezembro, (pag. 99-103).

YERAS, A. M., PEÑA, R. G., JUNCO, R.. (2003) **Moire topography: Alternative technique in health care**. Optical and lasers engineering – nº 40 (pag. 105 – 116)

YERAS, A. MORENO.. (2003) **Moire topography in odontology**. Optical and lasers engineering – nº 40 (pag. 143 – 152)

YOSHINO, Y.; TSUKIJI, M.; TAKASAKI, H.. (1976) **Moiré topography by means of grating hologram**. Applied Optics – Vol. 15, nº 10 (pag. 2414-2417).

## ANEXO

### LISTA DE TERMOS E VARIÁVEIS

Observador = Câmera

Linhas pretas = Franjas pretas

Sombras = Franjas secundárias

Grade primária = Grade física = Franjas primárias

$g = p = \text{pitch} = \text{distância entre as linhas da grade de referência}$

$\alpha = \text{ângulo entre a normal e o feixe de luz}$

$\beta = \text{ângulo entre a normal e o ponto de observação (observador)}$

$N = \frac{\phi}{2\pi} = \text{ordem de franja}$

S = ponto de iluminação (fonte de luz)

C = câmara e/ou observador

O = objeto medido

$\lambda = \text{comprimento de luz}$

h = profundidade máxima a ser medida = distância vertical da grade plana para o ponto do objeto

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)