

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

INSTITUTO DE FÍSICA

Programa de Pós Graduação em Ensino de Física

Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física

Maria Inês Castilho

## Uma introdução conceitual à Relatividade Especial no ensino médio

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Trieste Freire Ricci, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Porto Alegre

2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Trieste Freire Ricci, pela paciência e carinho com que sempre me acolheu.

Agradeço ao Colégio Marista Rosário por cederem suas dependências para a realização do curso.

Agradeço ao meu marido e filho pelo apoio e compreensão em tantos momentos que me fiz ausente.

Agradeço ao meu irmão João Eli Szewczynski pela ajuda na estatística dos dados coletados.

Agradeço à prof<sup>a</sup> Maria Helena Gravina pela criação de algumas imagens.

Agradeço aos professores e às colegas de estudo e companheirismo durante o curso.

E, não por último, agradeço a Deus, pela força vital que a mim destinou.

*“É evidente para mim que o paraíso religioso da juventude, assim perdido, foi a primeira tentativa para me libertar das cadeias do “mero individualismo”, de uma existência dominada por desejos, esperanças e sentimentos primários. Além de mim, fora de mim, estava o mundo imenso, que existe independente dos seres humanos e que se nos apresenta como um enorme e eterno enigma, em parte acessível à nossa observação e ao nosso pensamento”.*

*(Albert Einstein, 1879-1955)*

*Extraído do livro Notas Autobiográficas, 1982, p.15.*

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	1
1. REVISÃO DA LITERATURA .....	5
1.1. Pesquisa referente à introdução da Relatividade Especial no ensino médio..	6
1.2. Pesquisa referente ao uso das novas tecnologias no ensino da Física .....	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	14
3. METODOLOGIA .....	25
3.1. Levantamento preliminar de dados .....	26
3.2. Planejamento do curso .....	27
3.3. A elaboração do material didático .....	29
3.3.1. O texto de apoio .....	30
3.3.2. As animações em flash .....	31
3.3.3. A elaboração da página em html .....	61
3.3.4. A elaboração dos exercícios .....	62
3.4. Descrição do curso .....	63
3.4.1. Etapa 01: Histórico da Relatividade Especial e retomada de conhecimentos relativos a relatividade clássica.....	63
3.4.2. Etapa 02: Os postulados da relatividade Especial e as conseqüências da teoria. ....	67
3.4.3. Etapa 03: A relação massa - energia e o paradoxo dos gêmeos .....	73
3.4.4. Etapa 04: Avaliação de conhecimentos e do curso .....	78
4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....	80
4.1. Teste de interesse e conhecimento de Relatividade Especial .....	80
4.2. Teste de avaliação de conhecimentos de Relatividade Especial .....	93
4.3. Teste de avaliação do curso .....	94
CONCLUSÃO .....	102
REFERÊNCIAS .....	109
APÊNDICES .....	113

## RESUMO

Este trabalho apresenta a implementação da proposta, e os resultados obtidos com sua aplicação em sala de aula, de um curso introdutório à teoria da Relatividade Especial para alunos de ensino médio. Essa proposta tem como marco teórico a teoria cognitiva de Piaget. O curso desenvolvido faz uso sistemático de recursos computacionais, com destaque para animações originais desenvolvidas em *Flash*, para promover o aprendizado significativo de conceitos básicos da Relatividade Especial, bem como para a dedução de relações matemáticas fundamentais que são decorrência lógica dos postulados de Einstein. Como o assunto não é ensinado na escola onde a proposta foi aplicada e a maioria dos programas de provas de vestibular não inclui a teoria da Relatividade Especial, o curso foi oferecido na modalidade extraclasse. A proposta contempla as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, no sentido de uma progressiva inserção da Física do século XX no ensino médio. Na expectativa real de que, em futuro próximo, a Relatividade Especial passe a constar da maioria dos programas de concursos de vestibular de Física, o curso poderá ser de grande valia para professores de ensino médio que queiram abordar o assunto em suas aulas regulares, em escolas que disponham de recursos de informática.

**Palavras-chave:**

Física, Relatividade, Relatividade Especial, Ensino de Física, Novas Tecnologias de Comunicação.

## ABSTRACT

The present work presents the implementation, and its results after application in class, of an introductory course in Special Relativity theory for high school students. It is theoretically based on the cognitive theory of Piaget. The course was developed with the systematic use of computational resources, especially virtual Flash animations, to help the meaningful teaching of basic concepts of the theory and also to obtain fundamental mathematical relations that are logical consequences of the Einstein's postulates. Because the Special Theory of Relativity is a subject that is not taught in high school curriculum and that the majority of the universities exams in Brazil doesn't include this issue in their programs, the course was offered only to volunteer students and out of normal schedule of the school. The proposal reinforces the recommendations of the national educational documents (Parâmetros Curriculares Nacionais) for a progressive introduction of XX century Physics topics in Brazilian high schools level. If, as expected, in the near future, the Special Theory of Relativity becomes a regular part of programs of universities exams in Brazil, the present course will be very useful to those physics teachers that want to teach the issue as part of their regular didactical activities.

**Keywords:**

Physics; Relativity; Special Relativity; Teaching of Physics; Actual Technology of Communication.

## INTRODUÇÃO

A escola, como instituição, define os conhecimentos indispensáveis, considerados corretos, válidos quer seja para a cultura geral ou para os saberes especializados. Cabe ao professor, como parte da escola, ajudar a definir as prioridades dentro o universo dos conhecimentos e a forma de abordagem dos mesmos, sempre visando o crescimento intelectual do aluno. Este traz consigo uma gama de conhecimentos que o torna único perante a turma e o professor. Mas, ao mesmo tempo, existem convergências de conhecimentos e características em que todo o grande grupo se assemelha e, a partir deles, é que o professor, atrelado às diretrizes da escola, traça uma linha de ação.

Neste ano de 2005, quando se comemora o Ano Internacional da Física em homenagem a Albert Einstein e aos 100 anos de publicação de seus artigos seminais, nada mais oportuno que o professor venha sugerir e promover a inserção da Física Contemporânea como conhecimento indispensável a alunos de ensino médio.

A Relatividade Especial é um tema que sabidamente desperta grande interesse nos alunos, que freqüentemente já a conhecem superficialmente através de filmes, documentários feitos para a televisão, livros e revistas de divulgação científica e obras de ficção em geral. Trata-se, portanto, de um tópico especialmente oportuno para a introdução da Física Contemporânea no ensino médio. Esses alunos já trazem consigo, para a escola, várias concepções prévias acerca do assunto e, muito freqüentemente, essas noções são apresentadas de maneira incorreta ou imprecisa, induzindo o aluno a desenvolver concepções alternativas



sobre a Relatividade Especial. Há, portanto, necessidade de que sejam introduzidas, ou re-introduzidas, da maneira conceitualmente correta e nada mais natural, nos parece, realizar um trabalho de introdução à teoria da Relatividade Especial, pois tal fato não seria apenas importante, mas também coerente com a realidade atual.

A abordagem correta dos conceitos envolvidos é um aspecto de suma importância na questão da introdução da teoria da Relatividade Especial no ensino médio, pois chama atenção que se encontra com frequência, em obras de ficção e até mesmo em livros didáticos, conceitos básicos da Relatividade Especial, abordados ou interpretados de maneira conceitualmente incorreta.

Por outro lado, como pôde ser comprovado a partir da realização de uma revisão bibliográfica sobre o ensino da Relatividade Especial, tanto de artigos publicados nos últimos dez anos ou mais em revistas de pesquisa como na Internet, existe uma grande carência seja de estratégias de ensino ou de cursos propostos, assim como de material didaticamente relevante para o ensino do assunto.

A proposta de um curso introdutório à teoria da Relatividade Especial e, ao mesmo tempo, a produção de material didático de apoio, testado em sala de aula no ensino médio, conjuntamente com a definição da forma de uso e exploração dos mesmos, certamente contribuirão, pelo menos em parte, para suprir tal demanda. Descobrir caminhos pelos quais se possa promover a compreensão correta dos conceitos fundamentais da teoria foi nossa preocupação constante durante a elaboração do material que seria usado durante o curso a que nos propusemos.

Sob outro aspecto, temos nossos alunos de ensino médio situados na faixa etária dos 14 aos 18 anos - e, portanto, inteiramente dentro da adolescência, período este que o torna um indivíduo questionador – que não aceitam mais aqueles parâmetros que seus pais e professores se acostumaram a seguir. Este aluno está disposto a mudar a realidade em que vive e nessa etapa, que se caracteriza pela não aceitação de dogmas estabelecidos, é que floresce as condições necessárias para levantar um questionamento à veracidade “evidente” da Mecânica Clássica e, a partir daí, inserir conceitos referentes à mecânica

relativística. Esta foi uma das razões do curso ter sido elaborado de forma a, inicialmente, fazer uma retomada dos conceitos da relatividade clássica que balizam e servem como parâmetros para traçar os novos conceitos referentes à nova visão de mundo que trata a Física Contemporânea.

Uma primeira preocupação nossa foi a de levantar os condicionantes à tarefa proposta, impostos pela realidade de nossas escolas. Na maioria delas, a carga horária dedicada à disciplina de Física é muito pequena; os conhecimentos já trabalhados exigem uma carga horária maior que a disponível. Por outro lado, muitos tópicos e até mesmo áreas inteiras da Física Contemporânea não estão presentes em programas de concursos vestibulares, o que constitui uma dificuldade adicional a sua inserção no currículo regular da escola. Por essas razões sugerimos um curso extracurricular onde alunos interessados no tema pudessem usufruir, pelo menos em parte, dos conhecimentos da Física Contemporânea, tão importantes e que tanto beneficiam, científica e tecnologicamente, a sociedade em que vivemos e a visão que temos da natureza.

Em decorrência do acesso cada vez mais fácil aos computadores pessoais, e do surgimento e da difusão da Internet, nossos alunos de ensino médio apresentam hoje uma resistência cada vez maior aos métodos de ensino tradicionais (o trinômio ensino eminentemente teórico, giz e quadro-negro). Ao mesmo tempo, eles adquirem um interesse progressivamente maior pelo tipo de aprendizagem proporcionado pelas novas tecnologias da informática. A possibilidade, oferecida ao ensino pela informática, da realização de experimentos ou demonstrações virtuais torna extremamente oportuno usar o computador como ferramenta de aprendizado, compreensão e consolidação de conceitos. Dada a própria natureza do assunto e as dificuldades em realizar experimentos reais explorando aspectos da Relatividade Especial, a utilização do computador como ferramenta no ensino desse tópico em questão é de extrema utilidade. Com ele, por exemplo, a partir de simulações de experimentos e de atividade interativas, torna-se mais acessível – e porque não dizer, mais lúdico – o processo de compreensão e uso dos conceitos da Física relativística.

Assim, acreditamos ser de grande relevância o desenvolvimento de um trabalho que contemple todos esses aspectos, e que envolva, também, a produção de material didático adequado à realidade do ensino médio no Brasil.

No próximo capítulo relataremos a revisão feita da literatura pertinente ao assunto abordado nesta dissertação. Em seguida, serão apresentados o referencial teórico utilizado, a metodologia empregada, os resultados obtidos e a análise dos mesmos e, por fim, as conclusões a que chegamos.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Com o objetivo de identificar possíveis trabalhos realizados acerca do ensino da Relatividade Especial e de sua inserção no ensino médio, que nos ajudassem a elaborar uma proposta realista e nova para um curso introdutório ao assunto, durante o primeiro semestre de 2003 foi realizada uma revisão bibliográfica sistemática. A pesquisa envolveu artigos mais gerais sobre o ensino da Relatividade Especial publicados em revistas de ensino de Física nos últimos 10 anos a contar de então, bem como sobre o uso das novas tecnologias - em especial as simulações em computador - como recurso didático. Ela foi complementada por artigos que encontramos neste mesmo tipo de revista, mas que haviam sido publicados antes de 1993.

Essa revisão possibilitou diagnosticar quão limitada é a realização e/ou a divulgação científica de trabalhos sobre a introdução da Relatividade Especial no ensino médio. Não se conseguiu encontrar nenhum artigo realmente significativo deste tipo. Também não foi encontrada nenhuma publicação que envolvesse uma metodologia de trabalho aplicável para os alunos com os quais nos dispúnhamos a trabalhar.

A pesquisa foi feita em três etapas. Numa primeira, foram consultados artigos publicados em periódicos durante o período de 1998 a 2003, realizada nos *websites* de busca *Web of Science* e *Eric (Education Resources Information Center)* a partir da biblioteca do Instituto<sup>1</sup> de Física da Ufrgs. Como a busca se mostrou infrutífera, uma segunda etapa foi efetivada nos mesmos *websites*, envolvendo desta vez artigos publicados em revistas especializadas durante o período de 1993 a 1997. E,

---

<sup>1</sup> <http://www.if.ufrgs.br/>

por fim, a busca se estendeu até o ano 1969, nos mesmos *websites* e, agora, também procurando artigos relacionados ao uso do computador como recurso didático. Foram usadas palavras-chaves tais como *Special Relativity, Relatividade Especial, Relatividade Restrita, Informática na Educação e outras semelhantes*. Foram lidos os resumos de artigos publicados nos periódicos *American Journal of Physics, Annals of Physics, Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Caderno Catarinense de Ensino de Física, Czechoslovak Journal of Physics, European Journal of Physics, Foundations of Physics, International Journal of Modern Physics, Physics Education, Physics Essays, Physical Review A, Physics Letters, Revista Brasileira de Ensino de Física, Science and Education, The Physics Teacher, Ukrainskii Fizicheskii Zhurnal*.

Separados os artigos relacionados com nosso projeto de trabalho, foi feita uma leitura criteriosa de cada um, por inteiro, com o objetivo tanto de buscar subsídios para o desenvolvimento de nosso trabalho, como para verificar se não estaríamos propondo algo que já havia sido feito e que estava, simplesmente, disponível para uso educacional. O diagnóstico ao qual chegamos nos incentivou a continuar na linha de ação que delineáramos até então.

## **2.1 Pesquisa referente à introdução da Relatividade Especial no ensino médio**

Em todas as etapas da pesquisa na literatura, foram encontrados apenas alguns poucos artigos relatando investigações detalhadas das concepções de estudantes de graduação sobre as idéias básicas da Relatividade Especial, e as dificuldades de mudança de concepções cognitivas a respeito dos conceitos da Relatividade Especial após a aplicação de algum tipo de curso introdutório ao tema. Também foi encontrada uma análise crítica das formas de abordagem desse tópico da Física no ensino superior onde, ao mesmo tempo, era proposta uma nova forma de introdução à Relatividade Especial. Ficou evidenciado que existem muitos livros didáticos com abordagens errôneas, principalmente com relação à contração de

Lorentz-FitzGerald e à aparência visual de objetos relativísticos. Os artigos que, de alguma forma, abordavam o assunto da presente dissertação estão relacionados abaixo.

O artigo "*Student understanding of time in special relativity: Simultaneity and reference frames*" descreve uma investigação realizada acerca da compreensão dos estudantes sobre o conceito de tempo em Relatividade Especial, além de outros conceitos fundamentais no assunto. Os autores revelam que,

*[...] depois de uma instrução padrão, os estudantes de todos os níveis acadêmicos apresentam sérias dificuldades com a relatividade da simultaneidade e com o papel desempenhado pelos observadores que utilizam sistemas de referenciais inerciais (SHERR et. al., 2001).*

É comum que, na graduação, mesmo após as aulas referentes à Relatividade Especial os alunos permaneçam com os antigos conceitos da Mecânica Clássica no que se refere à simultaneidade de eventos. Ou seja, mesmo tendo lhes sido introduzida a relatividade einsteniana, os estudantes continuam tomando como tacitamente verdadeiras antigas concepções newtoniana no que se refere à noção de tempo.

Dos mesmos autores, o artigo, "*The challenge of changing deeply held student beliefs about the relativity of simultaneity*" relata que os estudantes freqüentemente constroem esquemas conceituais onde coexistem idéias de simultaneidade absoluta com simultaneidade relativa (SHERR et. al., 2002). Os autores enfatizam que as fundamentações incorretas persistem mesmo após o final de um curso introdutório sobre a Relatividade Especial em nível de graduação. Através de uma pesquisa utilizando testes preliminares e pós-testes sobre a Relatividade Especial, e também através de entrevistas e interações gravadas durante as aulas, foi possível diagnosticar o *conflito cognitivo intenso que se encontram os estudantes quando são conduzidos a confrontar o incompatibilidade de sua opinião, profundamente arraigada, sobre a simultaneidade com os resultados do relatividade especial* (SHERR et. al., 2002). Eles também descrevem o desenvolvimento e a avaliação de material didático produzido com a finalidade de melhorar a compreensão dos estudantes acerca do tempo, da relatividade da simultaneidade e do papel dos observadores em sistemas de referência inerciais.

O artigo “Uma comparação entre deduções da equação  $E = mc^2$ ” apresenta quatro diferentes deduções da relação de equivalência massa-energia, que relacionam os conceitos físicos envolvidos em cada dedução com a matemática exigida para tal. Os autores mencionam que três dessas deduções foram propostas pelo próprio Einstein e são acessíveis até mesmo a estudantes do ensino médio. As deduções são *simples e elegantes, usando conceitos físicos básicos e ferramentas matemáticas elementares* (VIEIRA, S. et al, 2004).

No artigo “*Teaching special relativity*” (ZIGGELAAR, 1975) se ressalta que nós normalmente pensamos sobre a mecânica partindo dos conceitos da Física Clássica, e somente em casos fisicamente “anormais” é que aceitamos alguns conceitos não-newtonianos. E que é inevitável os estudantes não pensem desta forma, mesmo com professor se empenhando em mostrar uma outra visão a partir da Relatividade Especial. O autor ministrou dois cursos de Relatividade Especial num intervalo de dois anos, para alunos que tinham alguma noção de Cálculo. No primeiro grupo, ele abordou a relatividade em seguida à mecânica newtoniana, e no segundo grupo ensinou relatividade enquanto um colega, simultaneamente, ensinava a mecânica clássica. No artigo, o autor faz um “passeio” pela cinemática relativística, pelas derivações das transformações de Lorentz, pela dinâmica relativística e chega até ondas, concluindo que a Relatividade Especial é uma importante extensão da Física para altas velocidades - ou seja, em que os movimentos relativos ocorrem a velocidades muito elevadas.

Um curso conceitual de introdução à Relatividade Especial foi programado e testado por um grupo de professores do IFUSP, e re-testado por outro grupo que não participou de sua elaboração. Uma análise desse curso é realizada por Alberto Villani num artigo com título de “Análise de um curso de introdução à relatividade”. Ele inicia abordando o fato, comum em aulas sobre a Relatividade Especial, de que os professores adotam um enfoque histórico, começando por volta de 1800 com os conceitos de éter e de espaço e de tempo absolutos, depois evoluindo pela fenomenologia dos experimentos clássicos - muitas vezes com destaque no experimento de Michelson-Morley - chegando finalmente aos postulados da teoria de Einstein.

*A partir desse ponto, as considerações de ordem experimental são abandonadas e a linguagem se torna muito abstrata e sofisticada, deixando, no leitor comum a impressão de que a teoria da Relatividade foi inventada para explicar alguns dados experimentais, mas cuja relevância atual está no nível das especulações e, eventualmente, da futurologia (VILLANI, 1980).*

A proposta do curso, dirigido a alunos de graduação que já tenham cursado um ano de Física básica, foi de oferecer seis encontros em que um deles era destinado à avaliação. A estratégia de ensino foi usar os recursos de um texto escrito, com aproximadamente 70 páginas, de vídeos e promover discussões em pequenos e grandes grupos onde a seqüência de procedimentos era sempre o de apresentação de um problema, questionamento, indicação para discussão e, finalmente, a solução.

*Os objetivos eram o de ajudar o aluno a perceber o desenvolvimento físico e a necessidade da introdução de conceitos novos, exercitar a habilidade de formular e julgar hipóteses através da análise conceitual de resultados inesperados e desenvolver o seu espírito crítico e prepará-los para situações inesperadas e mudanças de conceitos básicos (VILLANI, 1980).*

Apenas na fase final de redação desta dissertação tomamos conhecimento, através de um colega, do interessante trabalho de Janete Francisca Klein Köhnlein (2003). Em sua dissertação de mestrado pela Universidade Federal de Santa Catarina sob o título “Uma discussão sobre a natureza da Ciência no ensino médio: um exemplo com a teoria da Relatividade Restrita”, ela sugere uma alternativa ao método empirista-indutivista defendido pela maioria dos livros didáticos. Argumenta a autora ser esse método inadequado pela filosofia da Ciência Contemporânea, explicitando as suas limitações. A autora ressalta que o método empirista está presente até nas concepções espontâneas dos estudantes do ensino médio e, pretendendo mostrar que nem todo conhecimento na área da ciência pode ser tratado dessa forma, desenvolveu um módulo didático de 15 horas-aula sobre o tema da Relatividade Restrita enfatizando três momentos pedagógicos que correspondem à problematização inicial, à organização do conhecimento e à aplicação do conhecimento. O exemplo usado para confrontar o método empirista-indutivista foi a abordagem histórico-filosófica da teoria da Relatividade Especial, pelo fato da formulação dessa teoria não ter sido obtida através da experimentação; ou seja, as idéias de Einstein eram opostas a todo pensamento empirista e, portanto, contribuíram para a ampliação do conhecimento no que se refere à prática científica e ao nascimento de uma teoria. Nesse trabalho fica evidenciado que *não se pode reduzir a um método único e universal os diversos caminhos que se utilizam*



*os cientistas em suas investigações, na busca de respostas de respostas e explicações para os fenômenos de seu interesse (KÖHNLEIN 2003, p.140).*

Uma análise da abordagem da Relatividade Especial em livros didáticos, principalmente em relação à contração de Lorentz-FitzGerald e à aparência visual de objetos relativísticos, é encontrada no artigo “*Relatividade Restrita no ensino médio: contração de Lorentz-Fitzgerald e a aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de Física*” (OSTERMANN; RICCI, 2002). Os autores comprovaram a existência de muitas imprecisões conceituais em várias obras deste tipo, capazes de induzir nos estudantes concepções alternativas e errôneas sobre o assunto. Algumas sugestões são feitas, no sentido de evitar tais erros, mas nenhum material instrucional concreto é proposto. Os mesmos autores também comentam criticamente, em outro artigo cujo título é “*Relatividade Restrita no ensino médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de Física*”, a utilização do conceito de massa relativística que é feita em muitos livros didáticos editados no Brasil. Em relação ao significado da equação  $E=mc^2$  também é feita uma rigorosa discussão apontando problemas que levam a interpretações equivocadas. Os autores comentam que:

*A massa relativística é introduzida como sendo um conceito fundamental da Relatividade Restrita, quando, de fato, é uma noção inadequada e que, portanto não deveria ser abordada. [...] essas obras freqüentemente interpretam de forma errônea o significado da equivalência massa-energia(OSTERMANN; RICCI, 2004).*

O artigo “*Uma abordagem de Física Moderna visando à inserção no ensino médio*” (CAVALCANTE e TAVOLARO, 2001), como o título mesmo indica, traz uma proposta concreta de inserção da Física Moderna e Contemporânea no ensino médio, mas apenas no que se refere a alguns tópicos de Física Quântica, sem qualquer referência à Relatividade Especial.

É necessário enfatizar que em nenhum dos artigos mencionados acima se encontra uma proposta para o ensino da teoria da Relatividade Especial no ensino médio. Nos dois artigos de Sherr *et. al.* citados antes, a análise é feita a partir de um curso introdutório elaborado de forma tradicional, apenas usando giz, quadro negro e as explicações do professor, sem nenhum outro recurso pedagógico. Já na proposta apresentada por Villani, havia uma preocupação de inserção de novas

técnicas pedagógicas, em que foi usado um filme como motivador das questões-problema; a partir delas, ocorriam discussões em grupos. Apenas na dissertação de Köhnlein (2003) a dissertação foi a partir de uma aplicação junto de alunos do ensino médio. No entanto, o trabalho consistia na apreciação em grupos, por parte de alunos, de artigos existentes sobre a vida e obra de Albert Einstein no que se refere à teoria da Relatividade Especial sem uma inovação em relação a métodos de ensino dirigido a alunos da escola média como estamos propondo em nosso trabalho.

## **2.1 Pesquisa referente ao uso das novas tecnologias no ensino de Física.**

O computador como instrumento didático tem sido usado com parcimônia mesmo em escolas bem estruturadas, muito embora o acesso fácil a computadores exista já há vários anos. Conforme consta no artigo “O uso de computadores no ensino de Física” (ROSA, 1995), já em 1985 havia um crescente interesse pelo uso do computador no ensino. *O fator custo baixo aliado ao fator “convivência pacífica” entre usuário e máquina, leva à questão da utilização de computadores na Educação em geral e, em particular, no ensino de Física.* O autor analisa as possíveis utilizações no ensino de Física, discute as formas como os computadores estão sendo realmente utilizados e expõe quais os resultados que podem ser obtidos, do ponto de vista pedagógico, ao fazer um levantamento de artigos publicados entre os anos de 1980 e 1992 sobre o uso de computadores no ensino de Física.

*As potencialidades do uso de computadores no ensino de Física são grandes. Entre elas podemos citar: 1. Coleta e análise de dados em tempo real; 2. Simulação de fenômenos físicos; 3. Instrução assistida por computador; 4. Administração escolar; 5. Estudos de processos cognitivos (ROSA, 1995).*

O autor classifica as simulações de fenômenos físicos em duas grandes categorias: elas podem ser estáticas ou dinâmicas. No primeiro caso:

*[...] o modelo do fenômeno já se encontra pronto, cabendo ao aluno, simplesmente a manipulação de parâmetros e a observação do que acontece. No segundo caso, a simulação dinâmica, cabe ao aluno um modelo explicativo do fenômeno e sua implementação. Isso pode ser feito via programação ou pela escolha, dentre*

*situações já programadas, daquelas que ele (o aluno) julgue ser a mais correta a cada caso (ROSA, 1995).*

O autor também afirma que, entre todas as aplicações possíveis no ensino de Física, a mais utilizada é a simulação, seguida pelo uso do computador como ferramenta para coleta e/ou análise de dados em tempo real. Quanto ao aspecto pedagógico, o autor revela que apenas pouquíssimos artigos por ele analisados mostram a preocupação com a justificativa do uso do computador, em sala de aula ou laboratório, embasada por um referencial teórico que indique os processos pelo qual a aprendizagem ocorre. E quando o fazem, é para mencionar que há um ganho de aprendizagem quando se usa o computador em um curso de instrução assistido por computador.

No artigo “Simulações de experiências como ferramenta de demonstração virtual em aulas de teoria de Física”, os autores descrevem sobre a aplicação de simulações, criadas a partir de um software comercial, e usadas no ensino de Física em aulas teóricas com alunos iniciantes num curso de Engenharia. *Além do uso direto em sala de aula, a criação de um laboratório de demonstrações virtuais possibilita a disponibilização do material elaborado para as aulas, para acesso posterior pelos alunos (YAMAMOTO; BARBETA 2001, P.216).* Os autores ressaltam que as simulações devem ser desenvolvidas de forma a evitar uma sobrecarga informativa nos estudantes, de forma que botões, medidores, gráficos, etc., somente devem ser incluídos se forem realmente importantes para a discussão proposta e, ao mesmo tempo, evitar a apresentação de simulações que possam ser simples demais, o que poderia acarretar um desinteresse da turma pelo uso da ferramenta.

O artigo “Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino da Física” traz o importante aspecto da disciplina de Física trabalhar com alguns conceitos que envolvem altas doses de abstração e a Matemática tem sido a ferramenta essencial para o desenvolvimento da Física como Ciência e isso, para alguns alunos, pode ser fator determinante para a não compreensão do conceito físico propriamente dito.

*[...] a importância de não se concentrar o ensino da Física exclusivamente na veiculação da informação, mas de ter-se em mente a construção do conhecimento em um contexto mais amplo que englobe os conteúdos e seus processos de construção (MEDEIROS 2002, p.77)*

Para facilitar a percepção de fenômenos físicos que estão longe de afetar nossos sentidos, como o movimento de partículas subatômicas, de corpos em alta velocidade e de outros processos complexos, é comum a utilização de ilustrações mesmo para fenômenos dinâmicos. Estamos acostumados a essas imagens, mas sabemos que a interpretação das mesmas, a partir da articulação gestual pelo professor, faz-se necessário na maioria das vezes. Assim, a simulação por computador seria uma solução para esses casos.

*As simulações podem ser vistas como representações ou modelagens de objetos específicos reais ou imaginários, de sistemas ou fenômenos. Elas podem ser bastante úteis, particularmente quando a experiência original for impossível de ser realizada pelos estudantes (MEDEIROS apud RUSSEL, 2001).*

Experimentos perigosos ou de realizações muito caras, assim como aqueles que envolvem fenômenos muito lentos ou extremamente rápidos em comparação com nossas escalas de tempo cotidianas estão, também, dentro da classe de eventos que são alvos prioritários de simulações computacionais no ensino de Física. O autor defende o uso de animações como uma estratégia de:

*atender às necessidades individuais dos estudantes, e o do computador como uma ferramenta que possibilita retirar do professor a necessidade de ensinar aos seus estudantes os mesmos materiais, de um mesmo modo e ao mesmo tempo (MEDEIROS apud SMIDT, 1982).*

Em contrapartida, o entusiasmo decorrente das vantagens de utilização de simulações no ensino de Física poderia acarretar num menosprezo pelas outras formas de ensino, o que não é recomendável de forma alguma.

*Em muitos aspectos, essa mudança equivale à quebra de um antigo paradigma educacional baseado em aulas expositivas e laboratórios tradicionais. Há um grande risco na adoção acrítica das simulações no ensino de Física, pois elas apresentam certas desvantagens, algumas vezes negligenciadas. Seria primordial notar-se que um sistema real é freqüentemente muito complexo e as simulações que o descrevem são sempre baseadas em modelos, que contêm, necessariamente, simplificações e aproximações da realidade (MEDEIROS apud BERGQVIST, 2000).*

O uso do computador e, em especial as simulações de experimentos, são fatores importantes para a efetivação do aprendizado e a utilização dessa nova tecnologia deve ser feita de maneira equilibrada, reflexiva e nunca exclusiva.

A partir da pesquisa bibliográfica, pôde-se constatar que o enfoque do trabalho proposto é, de fato, original e oportuno; e que as novas tecnologias, principalmente o uso de simulações computacionais, quando bem empregadas são de auxílio extremamente eficaz na educação.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Tendo como fundamentação teórica a teoria cognitiva de Jean Piaget, classificada como construtivista pela maioria dos autores e tida como a teoria *pioneira do enfoque construtivista à cognição humana* (MOREIRA 1999, p.95), traçaremos as linhas de ação do presente trabalho. Muito embora não tenha sido elaborada originalmente como uma teoria de ensino, a teoria de Piaget adapta-se muito adequadamente como fundamentação ou marco teórico para a prática de ensino que um bom professor anseia para seus alunos.

Contemporâneo de Albert Einstein, Piaget pesquisou durante longos anos sobre a natureza do conhecimento humano e sobre a forma como se processa a aquisição desse conhecimento. A teoria piagetiana, embora ampla, é de fácil compreensão. Ela versa sobre o desenvolvimento intelectual do ser humano em geral, processo que, de forma direta, inclui o aprendizado, pois ao mesmo tempo em que o professor é influenciado pelo conhecimento do que se passa na mente dos alunos, os princípios da teoria mostram-se úteis para o ensino.

Nessa rápida apresentação da teoria de Piaget, daremos destaque apenas aos pontos mais preponderantes da mesma. Entre eles estão a caracterização dos *períodos de desenvolvimento mental* do indivíduo e a descrição pormenorizada dos conceitos fundamentais de *assimilação*, de *acomodação* e de *equilibração*. Esses conceitos são fundamentais para a compreensão das mudanças cognitivas originadas da interação do indivíduo com o meio. Através de uma descrição do encadeamento entre estes fatores, pretendemos apresentar os princípios fundamentais do que Piaget acreditava ser o processo das mudanças das estruturas cognitivas do indivíduo. Devido à importância da descrição do desenvolvimento

mental de uma pessoa, falaremos inicialmente sobre isso e somente no final abordaremos a questão dos períodos de desenvolvimento cognitivo como classificados por Piaget no que se refere as faixas etárias da criança, dando maior ênfase àquele período em que nossos alunos de ensino médio presumivelmente se encontram.

Piaget costumava chamar de “*aprendizagem no sentido restrito*” ao simples condicionamento do tipo estímulo-resposta, no qual o indivíduo apenas responde a estímulos, mas sem que ocorra mudança alguma na sua forma de pensar sobre o fato em questão. As mudanças na estrutura cognitiva foram classificadas por Piaget como parte do “*desenvolvimento*” do indivíduo, um termo que comporta um significado bem mais profundo do que uma mera resposta operante automática a um dado conjunto de estímulos. A teoria cognitiva piagetiana tem interesse pelo modo como se processa o conhecimento, e não pelo conhecimento em si. Ela trata das estruturas cognitivas do indivíduo, do modo como a mente funciona e do desenvolvimento mental referente a determinadas faixas etárias. Ela faz referência ao chamado inatismo e, também, à aquisição de conhecimento sem ser, contudo, uma teoria meramente inatista<sup>2</sup> ou empirista<sup>3</sup>.

Para Piaget, a cognição humana é também um processo biológico, e o indivíduo traz consigo, desde o nascimento, uma espécie de “programa genético” flexível capaz de sofrer evoluções graduais. Isso se dá através de um processo que ele chamou de *maturação*, em que as estruturas se modificam parcial e sucessivamente pela aquisição de conhecimento, seja através de experiências com o meio ambiente ou pela influência do meio social. Piaget caracterizava como “funções” *os modos biologicamente herdados da interação com o ambiente* (1975, p.28). O aprendizado que envolve a construção do conhecimento se origina do aperfeiçoamento das funções sensório-motoras do indivíduo. Por essa razão, a teoria piagetiana é também classificada como interacionista, pois é através da ação

---

<sup>2</sup> Uma teoria inatista sustenta que o conhecimento e a aquisição do mesmo são inatas em cada indivíduo normal, prevalecendo, entretanto, as características individuais de talentos e de hereditariedade.

<sup>3</sup> O empirismo é uma teoria oposta ao inatismo, em que todo o comportamento do indivíduo seria determinado pelo ambiente.

com os outros e com o ambiente que ocorrem as condições necessárias para as mudanças das estruturas.

Para Piaget, existem duas funções básicas: a adaptação e a organização. Todo organismo humano é capaz de adaptar-se a novas situações, ou seja, é capaz de aprender, de se desenvolver, de progredir. A adaptação e a organização do pensamento são funções biológicas. *À medida que a criança se desenvolve, as funções permanecem invariáveis, mas as estruturas mudam sistematicamente. A mudança nas estruturas é o desenvolvimento* (PHILLIPS Jr 1975, p.28). E esse desenvolvimento surge a partir da ação que é desencadeada por estímulos originados no meio exterior ou por uma necessidade interior de satisfazer seus próprios anseios. A busca pela satisfação dessas necessidades, que pode ser até mesmo uma resposta a um questionamento interior, gera a ação. Satisfeita essa necessidade, surgem outras,

[...] e a ação que gera um equilíbrio é *desequilibrada pelas transformações que aparecem no mundo, exterior ou interior, e cada nova conduta vai funcionar não só para restabelecer o equilíbrio, como também para tender a um equilíbrio mais estável que o do estágio anterior a esta perturbação* (PIAGET 2002, p.16).

Por outro lado, se espera do indivíduo que ele possua uma estrutura mental estável, ou melhor, que este mecanismo funcional seja dinamicamente equilibrado. Conforme Piaget (2002, p.16), *a ação humana consiste neste movimento contínuo e perpétuo de reajustamento e de equilibração*. O princípio fundamental da teoria é o processo da equilibração, pelo qual as estruturas cognitivas são revistas. *A equilibração é uma função existente em todos os seres vivos. É um processo para a obtenção de equilíbrio entre intrusões externas e as atividades do organismo.* (PHILLIPS Jr 1975, p.26). Este equilíbrio não tem nada de passivo. Ele é essencialmente ativo e portanto, neste sentido, podemos chamá-lo de equilíbrio dinâmico.

Mas para que ocorra a equilibração é necessário que o indivíduo passe pelos processos de assimilação e de acomodação, que são duas funções básicas da adaptação no processo de desenvolvimento cognitivo humano. Juntas, a assimilação e a acomodação constituem a adaptação, processo este que mantém as funções invariáveis e que modifica apenas as estruturas cognitivas. A assimilação

ocorre quando o organismo age sobre o ambiente a partir de esquemas elaborados por ele mesmo.

*A assimilação designa o fato de que a iniciativa na interação do sujeito com o objeto é do organismo. O indivíduo constrói esquemas mentais para abordar a realidade. Todo esquema de assimilação é construído e toda abordagem à realidade supõe um esquema de assimilação (MOREIRA 1999, p.100).*

Os esquemas mentais elaborados são peculiares a cada indivíduo e constituem a forma de “pensar” sobre os fatos sentidos ou observados. A realidade de um indivíduo pode diferir da realidade de outro indivíduo, por conta dos esquemas mentais por eles elaborados no processo de assimilação dessa realidade. No entanto, durante o processo de assimilação que constitui a forma de interação com o meio, a cognição humana não se modifica, não evolui, não ocorre o desenvolvimento. Isso somente irá ocorrer no processo chamado de acomodação. Se houver modificação na estrutura cognitiva do indivíduo, então podemos dizer que ocorreu o processo de acomodação. *É através das acomodações (que, por sua vez, levam à construção de novos esquemas de assimilação) que se dá o desenvolvimento cognitivo (MOREIRA 1999, p.100).*

A assimilação e a acomodação são chamadas de “invariantes funcionais” porque são características inerentes a todos os sistemas biológicos, apesar da diversidade existente entre tais sistemas. Elas dependem do particular organismo e oscilam temporariamente de acordo com seu comportamento em relação ao objeto de estudo. Às vezes, ocorre mais assimilação do que acomodação e, em outras vezes, mais acomodação do que assimilação. Quando o estudante está desvendando um conhecimento novo, ele está elaborando estruturas mentais que, naturalmente, implicam maior assimilação do que acomodação e, no momento em que realiza exercícios sobre um conhecimento já conhecido, ou reforça de outra maneira o que já foi visto anteriormente, ocorre maior acomodação do que assimilação. A partir da proposta pedagógica que apresentamos aos nossos alunos estamos estimulando-os a que elaborem seus próprios esquemas mentais; ou seja, a que abordem a realidade que lhes é oferecida da maneira como suas estruturas cognitivas estão organizadas. Esse processo de assimilação pode levá-los a incorporar um novo conhecimento, modificando suas estruturas prévias no processo de acomodação. Mas pode, também, não levar a uma acomodação do novo conhecimento por este não ter um significativo claro para os alunos. Isso dependerá



dos esquemas de assimilação por eles elaborados. *O organismo (mente) desiste ou se modifica. No caso de modificação, ocorre o que Piaget chama de “acomodação”* (MOREIRA 1999, p.100).

O desenvolvimento cognitivo consiste, assim, numa sucessão de mudanças e essas mudanças são estruturais, originadas por esquemas de assimilação criados pelas condições próprias do organismo.

*O cérebro não é um receptáculo passivo, mas um sistema ativo, organizado e dinâmico; constrói os próprios mecanismos com que capta as informações do meio ambiente. Cada padrão de entrada deve passar pelo filtro das estruturas existentes e, ao mesmo tempo, cada um desses encontros modifica essas estruturas – por vezes tornando-as até mais estáveis, mas, mais freqüentemente, provocando alterações qualitativas. Essas estruturas são, em si mesmas, propriedades sistemáticas de ações. No início, as ações, são quase inteiramente manifestas; mais tarde, são interiorizadas sob a forma de simples representações de objetos e acontecimentos concretos; finalmente, organizam-se em redes complexas que estão na base do raciocínio lógico do adulto. Dentro deste ponto de vista, a cognição é ação* (PHILLIPS Jr 1975, p.179).

Nesse processo dinâmico ocorre a equilibração, em que novas estruturas são formadas. Não tão novas a ponto de descartar todo o conhecimento adquirido em etapas anteriores, mas buscando uma equilibração na qual as estruturas são remodeladas, esculpidas sobre o conhecimento pré-existente e adaptadas ao que foi assimilado no momento presente, prevendo etapas posteriores em que novas características estruturais estarão sendo desenvolvidas no processo natural de organização do pensar e do agir. Piaget insistia que as estruturas mais avançadas, originadas de novos ensaios, embora possuindo traços novos, são fundadas e construídas sobre estruturas anteriores, as quais, de certa forma, permanecem mescladas e reestruturadas com o novo modo de ação.

*O essencial dessas construções sucessivas permanece no decorrer dos estágios ulteriores como subestruturas, sobre as quais se edificam as novas características. Segue-se que, no adulto, cada um dos estágios passados corresponde a um nível mais ou menos elementar ou elevado dessas condutas. Mas a cada estágio correspondem também características momentâneas e secundárias, que são modificadas pelo desenvolvimento ulterior, em função da necessidade de melhor organização. Cada estágio constitui então, pelas estruturas que o definem, uma forma particular de equilíbrio, efetuando-se a evolução mental no sentido de uma equilibração sempre mais completa* (PIAGET 2002, p.15).

A equilibração, conceito que pressupõe estabilidade, nada tem a ver com o sujeito passivo. Muito pelo contrário, sob influência de ações sobre o meio externo, o indivíduo está sempre elaborando reações internas que compensem o “bombardeio” de conhecimentos e as interações com o mundo externo a que ele está sujeito. O

desenvolvimento cognitivo se dá como resultado de uma re-conceitualização do problema, de maneira a dar um sentido aos fenômenos até então inassimiláveis: uma revisão contínua das estruturas existentes, visando mudanças qualitativas e quantitativas no modo de entender e de aceitar determinado fenômeno. Por isso se fala em equilíbrio dinâmico, com uma mobilidade uniforme, crescente e contínua que caracteriza esse processo de conflito cognitivo inerente a todo ser humano.

*Piaget levou-nos a aceitar a idéia de que as atividades das crianças são motivadas de uma maneira intrínseca, e não extrínseca. Mesmo que reforços sociais possam, em certa medida, influenciar sua curiosidade e suas explorações cognitivas, as crianças pensam e aprendem essencialmente porque é de sua natureza. Para Piaget a adaptação cognitiva ao ambiente por meio dos mecanismos de assimilação e acomodação é uma forma de adaptação biológica, sendo esta um resultado da evolução dos organismos (FLAVELL 2002, p.194).*

Com base nessa teoria, se aceita como fato que o desenvolvimento intelectual humano tem uma íntima relação com a estrutura biológica do indivíduo, e que é preciso respeitar - e também explorar - as características de cada etapa, que mais adiante descreveremos com detalhes. Consciente de que as funções com as quais o ser humano é capaz de se organizar e adaptar, um educador pode ser mais eficiente no que se propõe junto do aluno. É respeitando essas estruturas biológicas e fazendo uso de estratégias que melhor promovam o desenvolvimento intelectual e afetivo de nossos jovens que poderemos melhorar a capacidade de cognição dos mesmos.

O pensamento se processa de modo contínuo num sistema orgânico bastante complexo, onde a forma de “ação” sobre o objeto de estudo depende muito do modo como o indivíduo elabora seus esquemas mentais nos processos de assimilação e de acomodação do conhecimento. Uma vez que o processamento dessas ações é peculiar a cada indivíduo em particular, pensamos que a diversidade de formas de apresentação de um determinado conhecimento, por parte do professor, certamente atingirá de forma mais ampla um maior número de alunos, senão todos. *Procedimentos rigidamente estandardizados poderiam destruir o próprio propósito ao qual se destinam, porque os seus significados variam de sujeito para sujeito (PHILLIPS Jr 1975, p.24).* No momento em que o aluno age sobre um determinado conhecimento, ele está sendo influenciado pelo assunto e pelos seus próprios meios de percepção do que analisa. Por esta razão é que defendemos formas variadas de apresentação de um mesmo conhecimento, para que o aluno,

através de uma delas pelo menos, sinta-se motivado a agir e, a partir dela, desenvolva as mudanças cognitivas que desejamos sejam efetivadas. Cada ser humano tem suas próprias tendências a ser influenciado.

Tanto o modo como está organizado o pensamento como a forma com a qual o professor apresenta um novo conhecimento ao aluno são fatores preponderantes para que se efetivem mudanças nas estruturas cognitivas.

*Se as coordenações nervosas determinam o quadro de possibilidades e impossibilidades, no interior do qual se construirão as estruturas lógicas, essas coordenações não contém, antecipadamente, em estado preformado, estas estruturas enquanto lógicas, quer dizer, enquanto instrumentos de pensamento. Portanto, é necessária toda uma construção, para levar do sistema nervoso à lógica (PIAGET 2002, p.108).*

Piaget considerava haver uma necessidade de ação para o aprendizado, mas esta não tem que ser, necessariamente, uma ação motora. Uma ação lógico-matemática, um pensamento estruturado e o racionar sobre algo em que se está analisando são também ações. *A ação supõe sempre um interesse que a desencadeia, podendo se tratar de uma necessidade fisiológica, afetiva ou intelectual (a necessidade apresenta-se neste último caso sob a forma de uma pergunta ou de um problema) (PIAGET 2002, p.16).*

As estruturas sucessivamente construídas estabelecem períodos peculiares à faixa etária em que se encontra o indivíduo. Esses períodos são chamados de *sensorio-motor (de 0 a 24 meses), pré-operacional (de 2 a 7 anos), operacional-concreto (de 7 a 11 anos) e operacional-formal (de 11 a 15 anos)*. Eles se subdividem em estágios, sendo que cada um deles é caracterizado por estruturas peculiares que o distingue dos outros. No entanto, em todos eles há uma conduta que o caracteriza, que é a ação, e esta corresponde sempre a uma necessidade.

Esses períodos e estágios são descritos por Piaget com riquezas de detalhes, mas nosso interesse neste trabalho está focado no último período, correspondente à adolescência, em que se encontram nossos alunos de ensino médio. E mesmo dentro desse período, a abordagem se fará apenas em relação aos fatores que levam à compreensão da forma como ocorrem as mudanças das estruturas cognitivas.

Apenas para dar um embasamento, falaremos do período operacional concreto, dos 7 aos 11 ou 12 anos. Nesta etapa, a criança apresenta o pensamento organizado, podendo pensar no todo e nas partes simultaneamente, desde que lhes seja aplicado um assunto em que possa se recorrer a objetos e a acontecimentos concretos. Ela necessita muito de uma análise real do fato analisado.

*Somente de maneira limitada é que seu sistema operacional lhe leva em direção ao ausente. Para antecipar o ausente ela tem que partir do concreto, contrariamente ao que ocorre no período seguinte, quando o real é percebido como um caso particular do possível. (MOREIRA 1999, p.98).*

Já o período das operações formais abrange a faixa etária dos 11 aos 15 anos, podendo se prolongar um pouco mais; e se caracteriza pela capacidade do indivíduo de deduzir conclusões a partir de hipóteses, sem necessidade de uma observação real. *Já existe uma espécie de transcendência do imediato, pode elaborar hipóteses mentalmente e abandoná-las se necessidade alguma de realmente experimentá-las (PHILLIPS Jr 1975, p.168).* O indivíduo consegue transpor suas idéias para a linguagem verbal ou expressá-las através de modelos matemáticos sem o apoio *da percepção, da experiência, nem mesmo da crença (Piaget 2002, p.59).* Ele é capaz de realizar raciocínios elaborados a partir de hipóteses levantadas por eles mesmos ou por outrem e, por essa razão, diz-se que o pensamento formal é *hipotético-dedutivo. A característica básica desse período é a capacidade de manipular construtos mentais e reconhecer relações entre esses construtos (MOREIRA 1999, p.99).*

Nesse período da adolescência ocorre a passagem do pensamento concreto para o formal que também se caracteriza pela ampla socialização e onde o questionamento é foco principal. Ele constitui o período ideal para a introdução de novos conceitos, pois nessa faixa etária o aluno realiza uma reconstrução do mundo no âmbito do pensamento formal, compartilhando seus pensamentos e ideais com aqueles que se prontificam a ouvi-lo e a discutir com ele os seus pontos de vista. Segundo o autor:

*O que surpreende no adolescente é o seu interesse por problemas inatuais, sem relação com as realidades vividas no dia-a-dia, ou por aqueles que antecipam [...] as situações futuras do mundo, muitas vezes quiméricas. Observa também o autor que o que mais espanta, sobretudo, é a capacidade do adolescente de elaborar teorias abstratas. (PIAGET 2002, p.58)*

Logo, só existem boas razões para que seja feita nessa faixa etária a inserção de teorias. É o caso da teoria da Relatividade Especial, que se vale, quase sempre, do pensamento abstrato e que prioriza imagens mentais e experimentos de pensamento, pois o conhecimento é gerado a partir de relações estabelecidas no plano das idéias, das suposições, do levantamento de hipóteses. O aluno, através do pensamento formal, é *capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de uma observação real* (PIAGET 2002, p.59).

Piaget afirma que:

*As sociedades de adolescentes são sociedades de discussão: a dois, ou em pequenos cenáculos, o mundo é reconstruído em comum, sobretudo através de discursos sem fim, que combatem o mundo real. Às vezes, também, há uma crítica mútua das soluções, havendo, no entanto, acordo sobre a necessidade absoluta de reformas. [...] A verdadeira adaptação à sociedade vai-se fazer automaticamente, quando o adolescente, de reformador, transformar-se em realizador. Da mesma maneira que a experiência reconcilia o pensamento formal com a realidade das coisas, o trabalho efetivo e constante, desde que empreendido em situação concreta e bem definida, cura todos os devaneios* (PIAGET 2002, p.64).

Apesar dos alunos de ensino médio já estarem no período das operações formais - o nível mais elevado do pensamento abstrato - ainda se faz necessário um retorno às operações concretas a fim de facilitar os procedimentos do pensamento lógico. É preciso proporcionar ao aluno, condições de ações sobre o objeto de estudo. A manipulação de símbolos, seja por meio de materiais interativos, de imagens mentais ou de simulações num computador, auxilia no desenvolvimento das potencialidades do aluno, promovendo mudanças em sua estrutura no que tange àquele conhecimento, ocorrendo uma aprendizagem significativa pelas mudanças de comportamento, de ponto de vista, de aceitação e de ação acerca de um determinado assunto abordado.

Cabe ao professor estimular continuamente o aluno a ser um participante ativo nos processos de comunicação e de ação. Com objetivos claros que levem o aluno a pensar sobre, o professor deve encorajar a escolha de um determinado caminho, e estimular a curiosidade do aluno, levando-o a procurar e avançar além de suas próprias fronteiras de conhecimento. Com isso, o professor provocará um desequilíbrio na estrutura intelectual do aluno, instigando sua curiosidade e, ao mesmo tempo, permitindo que ele atue em busca de um novo equilíbrio, pois *cada nova conduta vai funcionar não só para restabelecer o equilíbrio, como também para tender a um equilíbrio mais estável que o estágio anterior a esta perturbação* (PIAGET 2002, p.16). A escolha autônoma na forma de ação deverá desencadear

uma maior assimilação e, conseqüentemente, uma acomodação bem significativa daquele tópico em questão, uma vez que a própria escolha tem uma íntima relação com a forma de pensar individual do sujeito, ou seja, com as estruturas de sua formação. *A ação supõe sempre um interesse que a desencadeia, podendo tratar-se de uma necessidade fisiológica, afetiva ou intelectual.* (PIAGET 2002, p. 14). Cada aluno tem o seu modo de pensar, sua própria maneira de ver o mundo, seu modo particular de assimilação. Interagir com o objeto de estudo, interagir com colegas que possuem outras estruturas elaboradas, interagir com o professor e, principalmente, interagir consigo mesmo, duvidando, re-avaliando e sistematizando ações com objetivos claros e intencionais poderá desencadear novos e mais profícuos esquemas mentais, possibilitando, assim, um maior desenvolvimento intelectual.

A elaboração de esquemas mentais que possibilitem a assimilação de um novo conhecimento, assim como a acomodação e, conseqüentemente, a adaptação ao meio, são funções biológicas e cada indivíduo possui seu próprio modo de relacionar o pensamento com os fatos. Defendemos aqui que a adaptação - que pressupõe a assimilação e a acomodação - depende tanto das estruturas particulares do aluno como da forma com a qual lhe é apresentado um determinado tema. Ele vai modificando suas estruturas num processo de evolução constante, sempre de acordo com o estágio em que se encontra. Cabe ao professor, conhecedor dessa organização peculiar à faixa etária em que seus alunos se encontram, proporcionar um ambiente onde as operações formais estejam inseridas no contexto do conhecimento, sem descuidar de motivá-los à ação, a operar com os conceitos, a formular proposições, a estabelecer relações, a levantar hipóteses e a deduzir resultados e conclusões a partir delas.

## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos a metodologia de trabalho que atende nossos objetivos, caracterizada pelas seguintes etapas:

- Realizar um levantamento prévio do número de alunos freqüentes, em 2003, nas 1<sup>as</sup> e 2<sup>as</sup> séries do Colégio Marista Rosário, que possuam conhecimentos prévios acerca da Relatividade Especial, do percentual de alunos interessados no assunto e das fontes de consulta desses alunos.
- Produzir material didático adequado para ser aplicado no ensino médio.
- Levar alunos de 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> série de ensino médio, do ano de 2004, que se mostrarem interessados, a conhecer os princípios básicos da Relatividade Especial, utilizando as novas tecnologias, em curso extraclasse;
- Apurar resultados, junto aos alunos que freqüentaram o curso, referentes ao envolvimento e ao aprendizado sobre o assunto, bem como acerca da metodologia usada, a partir de um novo levantamento de opiniões a respeito.

Trabalhamos sempre apoiados nas hipóteses que descrevemos abaixo:

- A primeira hipótese foi de que a maioria dos alunos entrevistados não tinha conhecimento prévio da Relatividade Especial.
- A segunda hipótese foi de que a maioria dos alunos entrevistados demonstraria interesse em adquirir conhecimento em Relatividade Especial;
- A terceira hipótese foi que, durante o curso, o uso do computador e de simulações na forma de animações em *flash* facilitaria a compreensão do tema;
- A quarta hipótese foi que, durante o curso, os alunos participariam intensamente, demonstrando interesse e questionamentos sobre o assunto.

- A quinta hipótese foi que, ao ser aplicada uma avaliação final, esta possibilitaria diagnosticar a validade da inserção da Física Moderna no ensino médio através da Relatividade Especial.

#### 4.1 Levantamento preliminar de dados

Para que pudéssemos implementar um curso introdutório à teoria da Relatividade Especial dirigido a alunos do ensino médio, se fazia necessário conhecer o que o público alvo já conhecia sobre o tema, o grau de seu interesse sobre o assunto, as fontes de onde os alunos adquiriram as informações que já possuíam, bem como seus anseios e expectativas a respeito. Foi elaborado, então, um questionário, aplicado a 744 alunos de 1ª e 2ª séries do ensino médio do Colégio Marista Rosário, no 2º semestre de 2003, com o objetivo de levantar dados referentes aos itens mencionados acima. A partir desse levantamento preliminar foram elaborados o material didático de apoio e as estratégias de ensino a serem usadas, de forma a contemplar da melhor maneira possível os anseios dos alunos e, ao mesmo tempo, promover a introdução correta dos conceitos fundamentais da Relatividade Especial, de uma forma sistematizada, atraente e não cansativa.

Como observado na revisão da literatura, os alunos que ingressam no ensino superior (apenas neste caso se tem um estudo sobre o tema) tendem a permanecer com dificuldades na compreensão de referenciais inerciais e também quanto ao papel desempenhado pelos observadores, parâmetros importantes no estudo da relatividade. Visando provocar mudanças cognitivas no aluno no que se refere a conceitos alternativos que eles porventura tenham adquirido previamente, a partir de informações incorretas ou erradamente, optamos por usar estratégias bastante convincentes, uma vez que apenas uma professora falando sobre o tema, ainda que com entusiasmo, e usando quadro-negro e giz, provavelmente não teria influência necessária para promover as mudanças cognitivas necessárias ao aprendizado. Os fatos relatados na literatura consultada permitem concluir que a Relatividade Clássica e a Relatividade Especial de Einstein permanecem coexistindo na mente dos alunos mesmo após eles terem tido algum curso introdutório sobre o assunto. Assim, da análise dos dados obtidos durante o questionamento preliminar realizado



junto aos alunos de ensino médio do Colégio Rosário, dentre os quais estaria o público-alvo para a aplicação de um curso sobre o tema, elaboramos os materiais didáticos a serem aplicados em um curso extra-classe e dedicado a alunos de 2<sup>a</sup> e de 3<sup>a</sup> série da mesma escola, a ser oferecido durante o segundo semestre no ano de 2004, subsequente àquele da coleta de dados.

O formulário (ver apêndice A) elaborado para a coleta de dados do levantamento preliminar a que nos propusemos é constituído de 15 questões, sendo 10 questões objetivas, e as demais questões abertas onde o aluno descrevia sua resposta ou opinião referente a uma dada pergunta. No formulário não havia necessidade do aluno se identificar pelo nome, dando-lhe a liberdade de ser bastante sincero em suas afirmações e evitando qualquer constrangimento que o desconhecimento do assunto pudesse lhe afligir. Era relevante, no entanto, que soubéssemos a idade, a série em que se encontrava na época, a área de conhecimento que mais o atraía para o estudo; se já possuía algumas informações acerca da Teoria da Relatividade, de onde eles obtinham as informações em questão, se havia interesse e qual o grau de interesse deles em aprender um pouco mais sobre a Relatividade Especial; se existiam idéias pré-concebidas em relação ao paradoxo dos gêmeos, se gostariam que a Teoria da Relatividade fosse abordada no ensino médio, se freqüentariam um curso introdutório gratuito se lhes fosse oferecido; e, finalmente, se gostariam de que o conhecimento a ser desenvolvido fosse abordado com recursos da informática.

A análise dos dados obtidos - que poderão ser observados mais adiante no capítulo referente a esse assunto - permitiu que o planejamento do curso fosse feito em bases concretas quando se referia às questões abordadas com os alunos, conforme descrito anteriormente.

## **4.2 Planejamento do Curso**

Com base na análise de dados obtidos no levantamento realizado junto dos alunos no ano anterior, e sabendo que se realizaria uma introdução conceitual da Relatividade Especial e, sempre que possível, em contraponto à Relatividade

Clássica, decidimos que, no curso, além das explicações do professor dadas em sala de aula, haveria um texto de apoio e uma página na *internet* disponibilizando o conteúdo todo abordado aula a aula. Dessa maneira acreditávamos poder proporcionar, de maneira mais tranqüila, uma assimilação e uma acomodação dos conceitos referentes ao assunto e também que as estruturas cognitivas do aluno pudessem sofrer uma equilibração significativa, e que o conhecimento da Física Contemporânea tivesse seu início pela Relatividade Especial.

Decidiu-se também que o desenvolvimento de cada tópico do curso deveria vir acompanhado de animações e de exercícios interativos, disponibilizados na *homepage* do curso, de maneira que o aluno pudesse repeti-los quantas vezes quisesse, durante a aula e também em casa, como retomada de conhecimento. Para tal, a escola dispunha de um projetor e de um “telão” onde podiam ser feitas as demonstrações das animações em sala de aula.

Nossa intenção, desde o início, foi a de usar o máximo possível os recursos da informática. Para isso, realizou-se uma busca por *websites* especializados em *Java applets* ou outros tipos de animações que pudessem ser usados como instrumento de ensino da Relatividade Especial. A pesquisa permitiu-nos concluir que as animações existentes estavam muito aquém do que se desejava. Apenas uma, que envolvia um exemplo<sup>4</sup> da dilatação do tempo acabou sendo utilizada durante o curso. Chegamos à conclusão de que deveríamos implementar as animações que planejávamos trabalhar com os alunos. Decidimos, então, criar novas animações a serem usadas durante o curso. A escolha de uma ferramenta de autoria para desenvolvimento de aplicativos para a *Internet* recaiu sobre o *Macromedia Flash Player*. Este programa permite criar animações e mídia interativas e é um poderoso instrumento de animação dotado de uma interface gráfica que possibilita implementar inúmeras formas de movimento sem conhecimento profundo de uma linguagem de programação. Com ele é também possível utilizar-se de ações, numa linguagem de programação mais avançada, e, com isso, o programa não apresenta mais limitações para se criar animações apenas expositivas ou de interação com o usuário.

Assim, as elaborações do texto de apoio e das animações em *flash* foram desenvolvidas quase que simultaneamente, embora o texto tenha sido efetivamente concluído somente após a elaboração de todas as animações. Ele foi disponibilizado aos alunos apenas na etapa final do curso, de forma a motivá-los a usarem a página na Internet como recurso primeiro de aprendizagem. Após a conclusão do texto, implementou-se a *homepage* do curso referente à inserção da Relatividade Especial no ensino médio, em linguagem *html*, onde foram inseridas as animações e as questões interativas propostas aos alunos. Estas questões constituíram a maior parte dos exercícios apresentados aos alunos e foram implementadas com o programa *Hot Potatoes*<sup>5</sup>, que possibilita criar diferentes modalidades de exercícios que podem ser adicionados a uma página na rede de computadores. A nossa opção foi sempre pelos exercícios de escolha simples, muito embora o programa *Hot Potatoes* possibilite criar até cinco estilos diferentes de exercícios. Também foram elaborados alguns problemas, que o aluno recebia impressos em folha com espaço suficiente para sua resolução. Esses problemas também foram disponibilizados na *homepage* do curso.

### 4.3 A elaboração do material didático

A etapa seguinte ao planejamento do curso foi a de busca e de elaboração de materiais que pudessem ser aplicados no curso, dimensionados para serem usados em nove (9) encontros semanais de dois períodos cada, em uma sala equipada com computadores e com projetor, durante o turno inverso àquele das aulas normais dos alunos.

O tempo dedicado à elaboração do material didático foi bastante grande, pois acreditávamos que a diversidade de formas de abordagem do assunto viria a contribuir na eficiência da construção do conhecimento do aluno. Os quatro recursos didáticos que descrevemos a seguir, além da tradicional explanação dialogada do tema em questão, foram os pilares da estratégia de ensino.

---

<sup>4</sup> O exemplo foi retirado do website criado por Walter Fendt e especializado em animações Java-applets, cujo endereço é [http://www.walter-fendt.de/ph14br/timedilation\\_br.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14br/timedilation_br.htm)

<sup>5</sup> O software HotPotatoes é uma criação do University of Victoria Humanities Computing and Media Centre, cujo endereço é <http://web.uvic.ca/hrd/hotpot/>.

### 4.3.1 O texto de apoio

Nossa preocupação foi a de que o texto de apoio constituísse uma abordagem conceitual à Relatividade Especial. Portanto, ele deveria primar pelos conceitos claros e precisos, apoiados em conhecimentos de alunos de 1ª série de ensino médio e sem ênfase em cálculos. Sempre que estes se fizeram necessário, foram utilizados de forma detalhada e sempre acompanhados de explicações conceituais paralelas, de forma a levar o aluno a refletir mais profundamente sobre o fenômeno físico em questão.

Os tópicos abordados no texto de apoio no curso estão estruturados na ordem abaixo:

- Um pouco de história;
- O Referencial ou Sistema de Coordenadas;
- A noção de Tempo;
- Espaço e Tempo na Mecânica Clássica;
- A velocidade da luz;
- O conceito de observador;
- A Relatividade Clássica e a incompatibilidade com a invariância da velocidade da luz; Os postulados da Relatividade Especial;
- A relatividade da simultaneidade;
- A dilatação do tempo;
- A contração do espaço;
- A equação  $E = mc^2$  e seu significado;
- O paradoxo dos gêmeos.
- Apêndices:
  - Apêndice 01 – Mudanças nos sistemas de coordenadas;
  - Apêndice 02 – A experiência de Michelson e Morley;
  - Apêndice 03 – Dilatação temporal a partir das transformações de Lorentz;
  - Apêndice 04 – A contração dos comprimentos deduzida a partir das transformações de Lorentz;
  - Apêndice 05 – Transformação de velocidades a partir das transformações de Lorentz.

O texto foi estruturado de forma a revisar inicialmente os conceitos de referencial ou sistema de coordenadas, espaço, tempo, observador, velocidade da luz (e sua medição) e a Relatividade Clássica. Somente após ter sido concluída essa parte inicial é que foram abordados os postulados da relatividade especial e, a partir daí, discutidas suas conseqüências.

#### **4.3.2 As animações em flash**

A realização de um curso com animações em *Flash MX*, desenvolvido pelo CINTED - Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação - do curso de pós-graduação do Instituto de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação da Prof<sup>a</sup> Dra Liane Margarida Rockenbach Tarouco<sup>6</sup>, durante os meses de janeiro e fevereiro de 2004, permitiu implementar grande parte das animações que fazem parte do curso elaborado por nós, as quais podem ser visualizadas no *CD-ROM* que acompanha a dissertação. Posteriormente, concluiu-se as animações utilizando uma versão *shareware* do programa *Flash MX*, disponível gratuitamente por 30 dias, cujo *download* foi realizado a partir do *website* da Macromedia<sup>7</sup>. Foram criadas e desenvolvidas um total de 21 animações.

Algumas das animações foram elaboradas de forma a levar o aluno a uma reflexão sobre o fenômeno físico apresentado, e a interagir com o programa optando por alternativas que o levassem a evoluir, passo a passo, em direção à dedução de algumas fórmulas básicas da Relatividade Especial. Exemplos dessas animações são aquelas em que se deduzem as fórmulas da contração de Lorentz e da muito popular relação de equivalência massa-energia.

A seguir estão impressas algumas figuras referentes às animações utilizadas durante o curso, numeradas na seqüência em que foram apresentadas aos alunos.

A melhor visualização delas é feita no *CD-ROM* que acompanha a dissertação. Aqui aparecem apenas alguns quadros de cada uma das animações.

---

<sup>6</sup> <http://www.cinted.ufrgs.br>

<sup>7</sup> O endereço do Macromédia Flash Player é <http://www.macromedia.com/br/software/>.

### Animação 01 – Referenciais e sistemas de coordenadas.

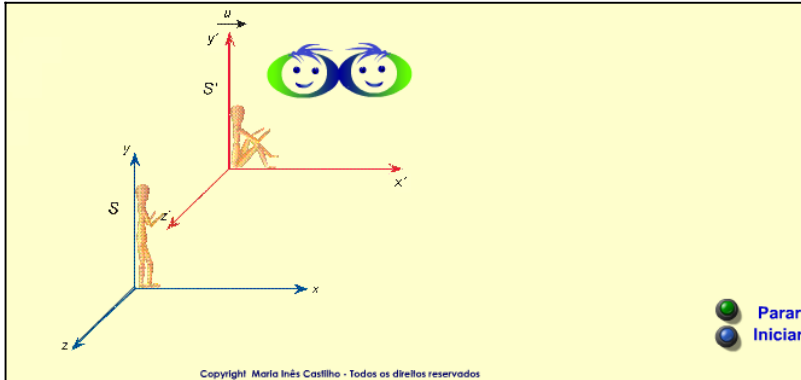


Figura 1

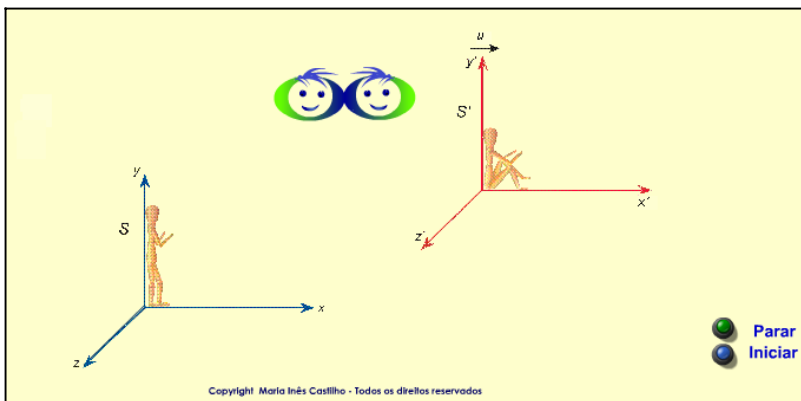


Figura 2

#### Comentário:

Num mesmo quadro, estão dois exemplos de referenciais inerciais. O sistema de coordenadas  $S$ , em azul, permanece sempre em repouso em relação ao monitor de vídeo, enquanto o sistema de  $S'$ , em vermelho, encontra-se em movimento retilíneo uniforme em relação à tela. Os botões “parar” e “iniciar” permitem ao usuário interagir no movimento do sistema  $S'$ .

### Animação 02 – Relógio e a noção de tempo.



Figura 3

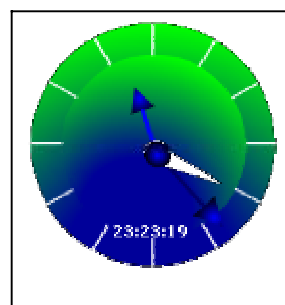


Figura 4

#### Comentário:

O relógio, além de informar hora, dia, mês e ano ao usuário da página, serve também para ilustrar a noção de *unidade de tempo* e o fato de que o tempo marcado por ele é sempre um múltiplo inteiro da sua unidade de tempo.

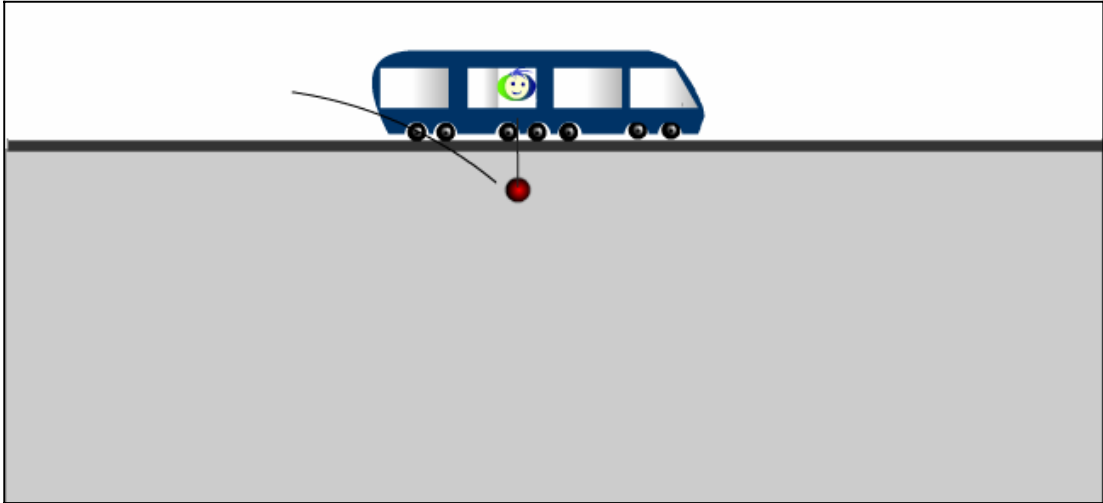
**Animação 03** – Espaço e tempo na Mecânica Clássica.

Figura 5

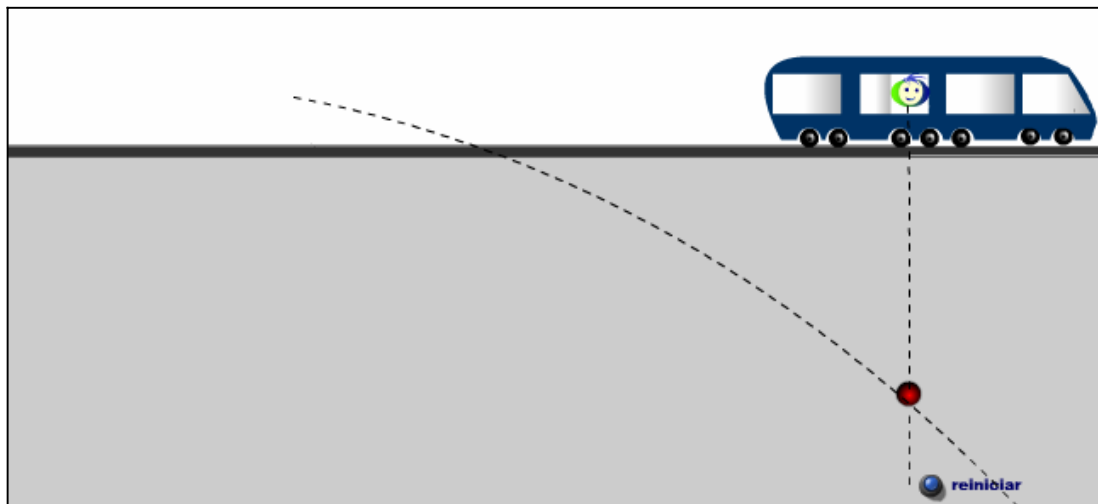


Figura 6

**Comentário:**

Esta animação ilustra o exemplo clássico da relatividade da trajetória de um corpo quando observadas em relação a diferentes sistemas de coordenadas.

### Animação 04 – A velocidade da luz e a experiência de Fizeau

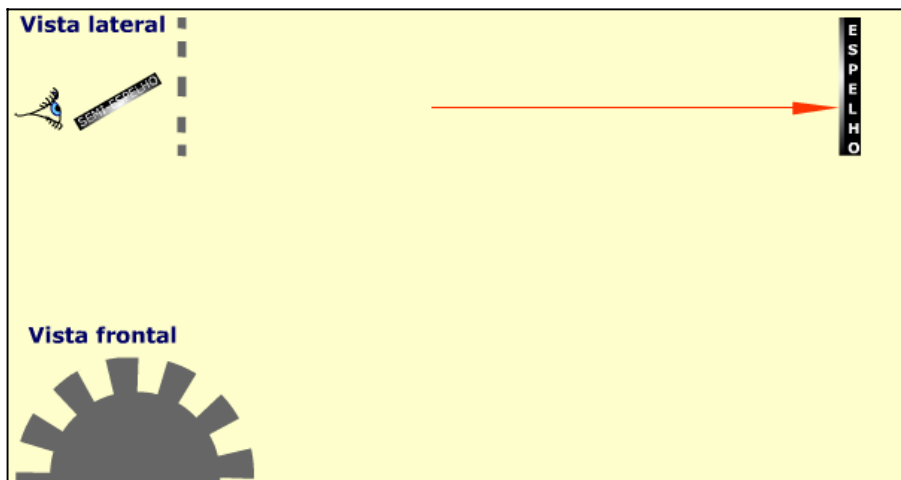


Figura 7

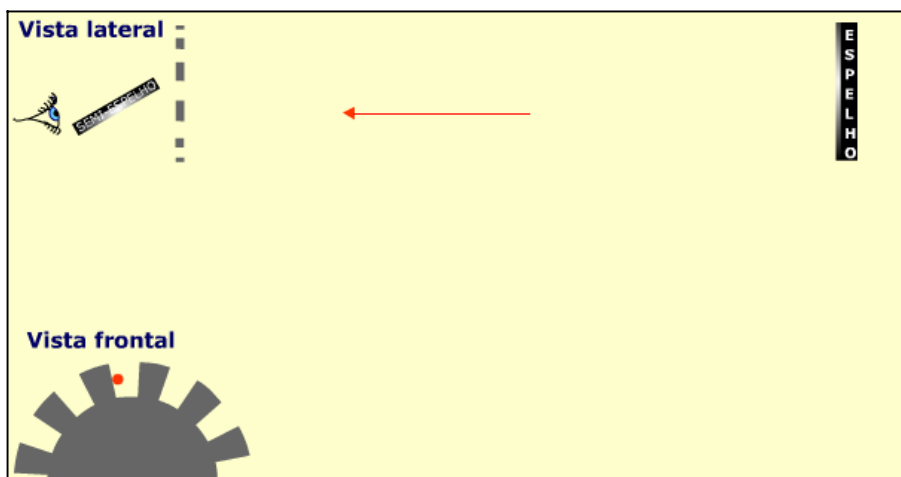


Figura 8

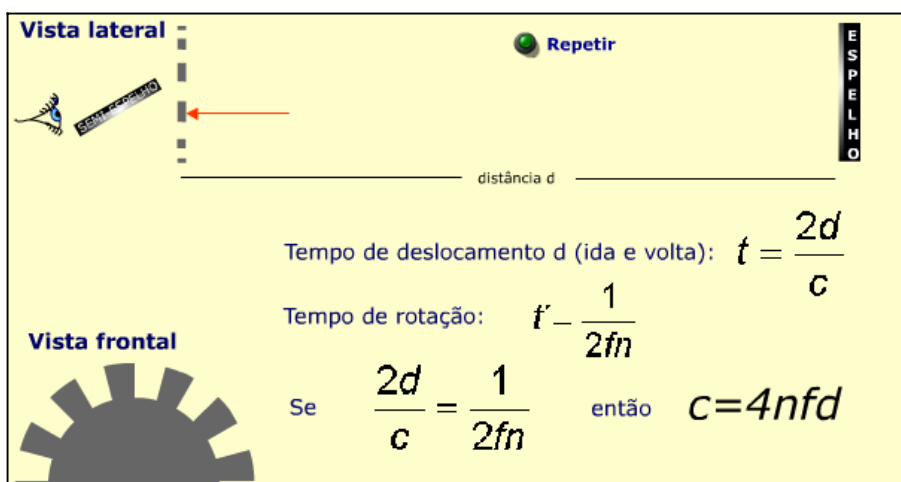


Figura 9

#### Comentário:

A animação mostra a trajetória de um feixe de luz que passa por uma roda dentada girante, cuja velocidade de rotação é conhecida, incide num espelho plano e retorna pelo mesmo caminho. Dispondo das visões lateral e frontal dos movimentos da roda dentada e do feixe de luz, o usuário pode compreender os fatores que influenciam na determinação da velocidade da luz através do experimento de Fizeau. No último quadro da animação, aparece também a estrutura do cálculo realizado para obter a velocidade “c” da luz com o arranjo de Fizeau.



O esquema do experimento de Fizeau.

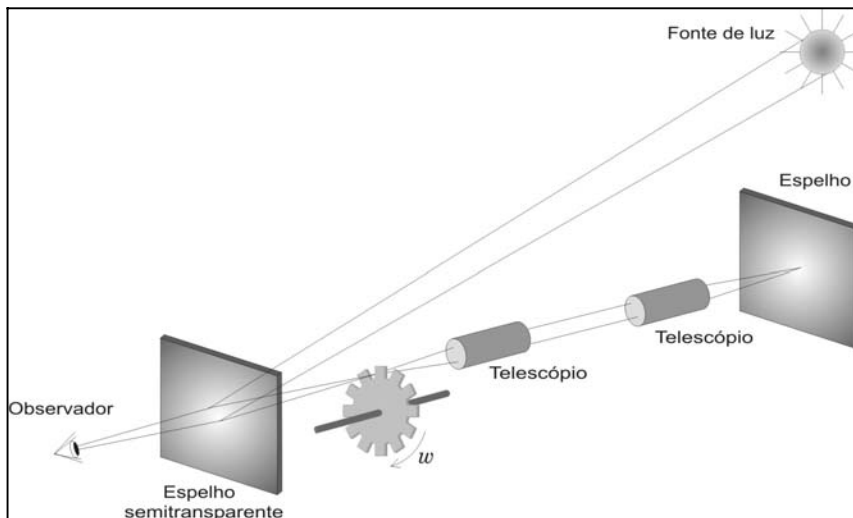


Figura 10

**Comentário:**

Figura que mostra mais detalhes do experimento de Fizeau.

**Animação 05** – Uma experiência de pensamento comparando a propagação da luz e a propagação do som.

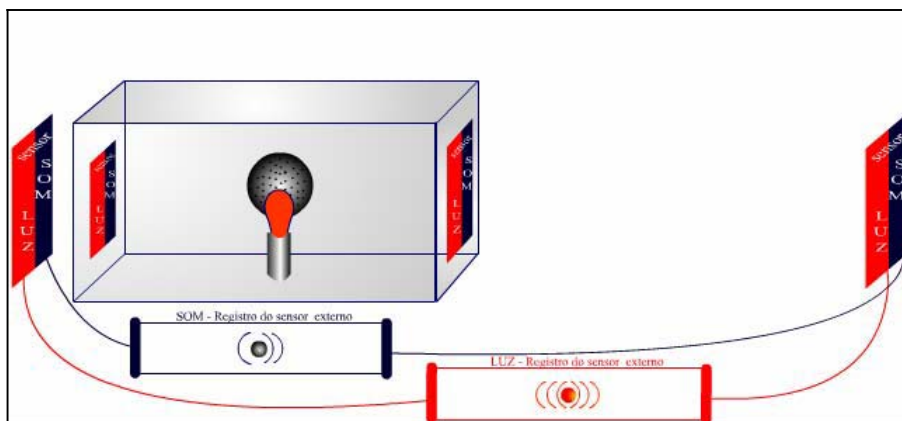


Figura 11

**Comentário:**

Esta animação ilustra uma experiência imaginária em que uma caixa transparente, equipada com emissores e sensores de luz e de som, desloca-se em movimento retilíneo uniforme. Os sinais das ondas sonoras e luminosas emitidas em seu interior são captados por sensores internos e externos à caixa, com mostradores dos registros de sinais que permitem ao usuário a observação de que a luz mantém sua velocidade inalterada, enquanto o som sofre a influência do movimento da caixa.

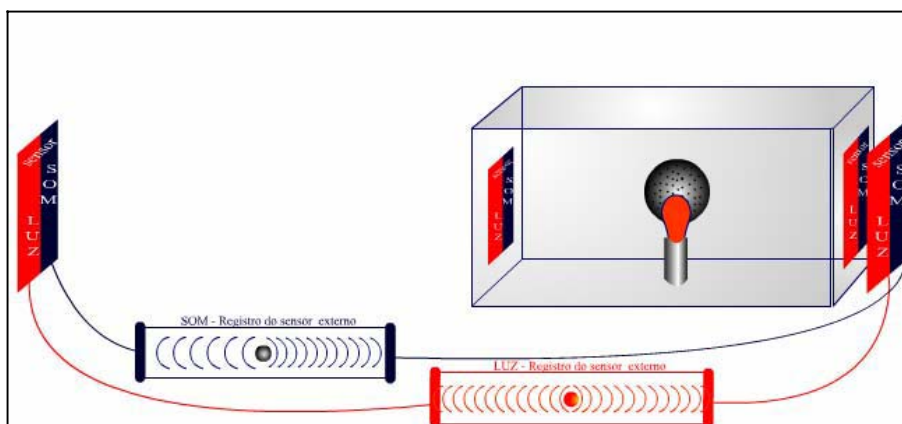


Figura 12


## Interferômetro de Michelson e Morley



**Figura 13:** Interferômetro (imagem cedida pela empresa de materiais de laboratório Cidepe - Canoas - RS)

## Animação 06 – O conceito de observador.

Nesta simulação você poderá ter uma idéia de como seria a sincronização de relógios a partir dos feixes de luz provenientes do Sol, caso este astro desse uma "apagada" providencial e, novamente, começasse a brilhar. A partir de então, os relógios seriam acertados no instante da chegada do primeiro feixe de luz, levando-se em consideração a distância percorrida pela luz do Sol até o planeta.

Clique no botão  para iniciar a simulação

OBS.: O desenho não está em escala e o tempo foi apressado para que você não se canse esperando um raio de luz chegar até cada planeta.

**Figura 14**

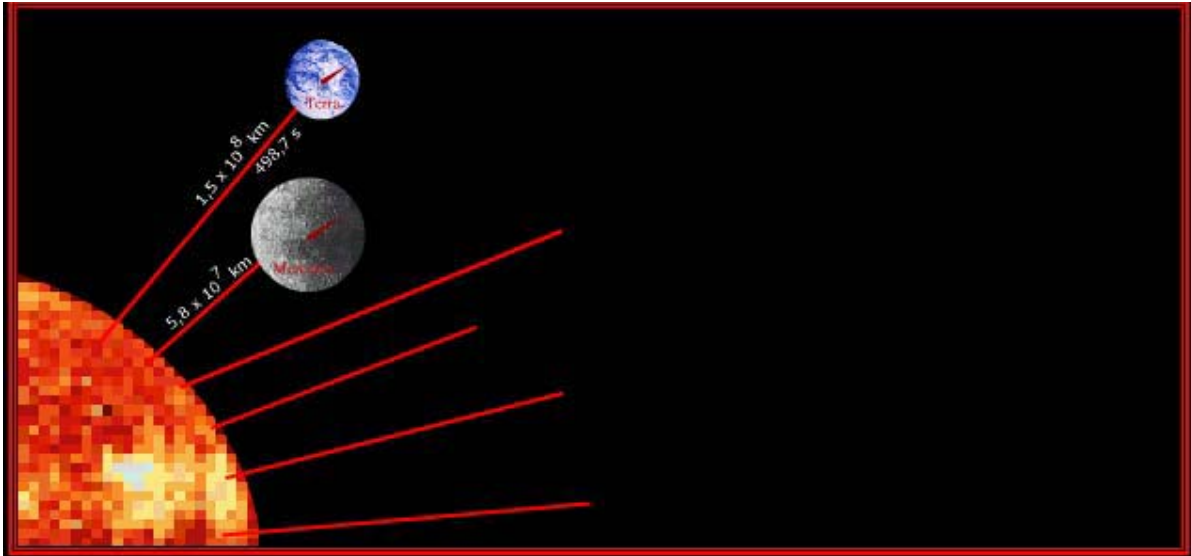


Figura 15

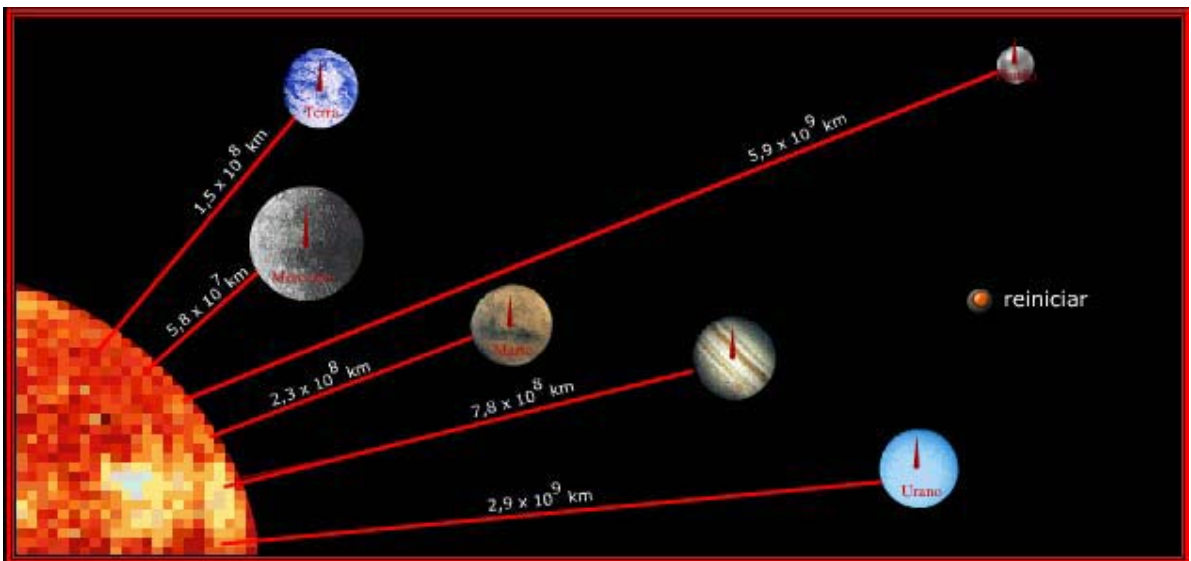


Figura 16

**Comentário:**

Esta animação ilustra uma experiência imaginária representando o deslocamento progressivo de raios luminosos emitidos pelo Sol num dado instante e que vão sucessivamente acionando cronômetros fixos (e previamente zerados) colocados nas superfícies de seis planetas do Sistema Solar. A cada iluminação de determinado planeta por um raio luminoso, aparece na tela a distância entre o planeta e o Sol, em quilômetros, e o tempo de viagem, em segundos.

**Animação 07** – A relatividade clássica e sua incompatibilidade com a invariância da velocidade da luz.

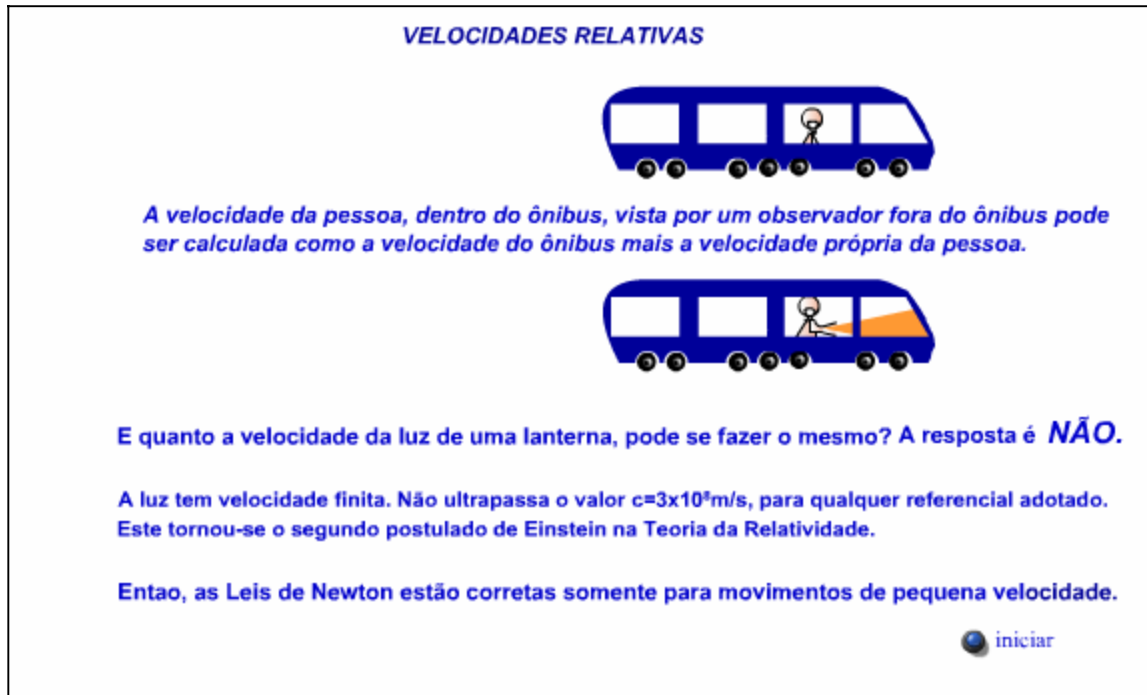


Figura 17

**Comentário:**

Esta animação vem acompanhada de um texto explicativo que permanece na tela durante todo o tempo de deslocamento dos dois ônibus. Eles se deslocam juntos, da esquerda para a direita.

A seguir, são mostradas quatro figuras referentes ao mesmo exemplo da relatividade clássica e de sua incompatibilidade com a invariância da velocidade da luz. Elas foram retiradas das animações 7a e 7b, e ilustram o mesmo experimento imaginário, porém aqui o aluno pode visualizar separadamente o deslocamento apenas do passageiro ou deste acompanhado de um feixe de luz.

**Animação 7a** – A relatividade clássica e sua incompatibilidade com a invariância da velocidade da luz.

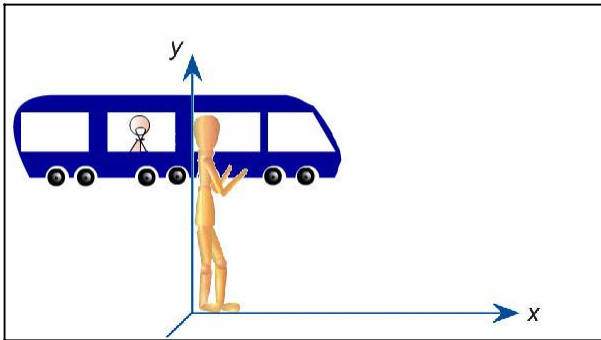


Figura 18

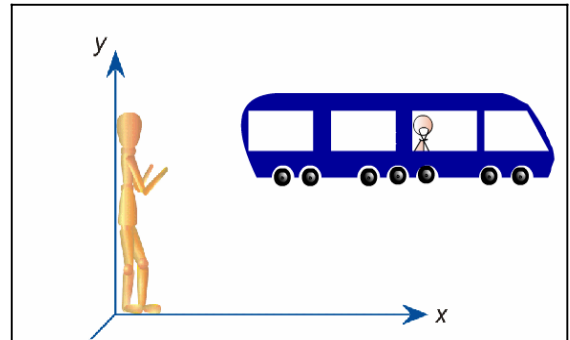


Figura 19

**Animação 7b** – A relatividade clássica e sua incompatibilidade com a invariância da velocidade da luz.

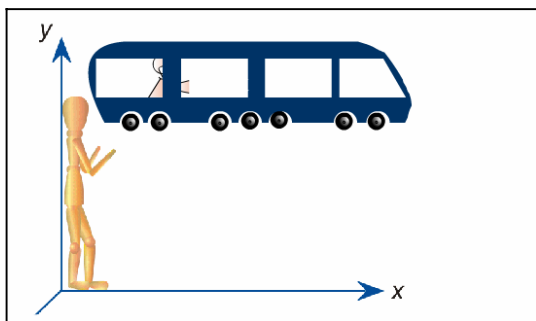


Figura 20

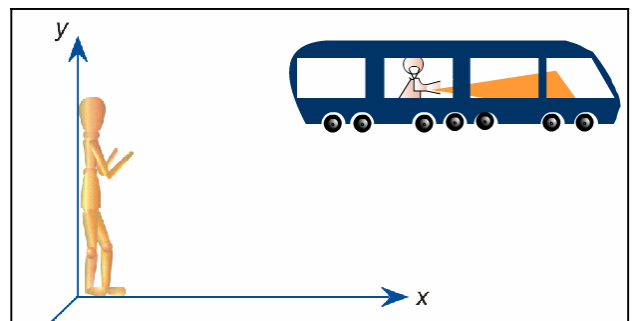


Figura 21

**Animação 08** – O trem relativístico.



Figura 22

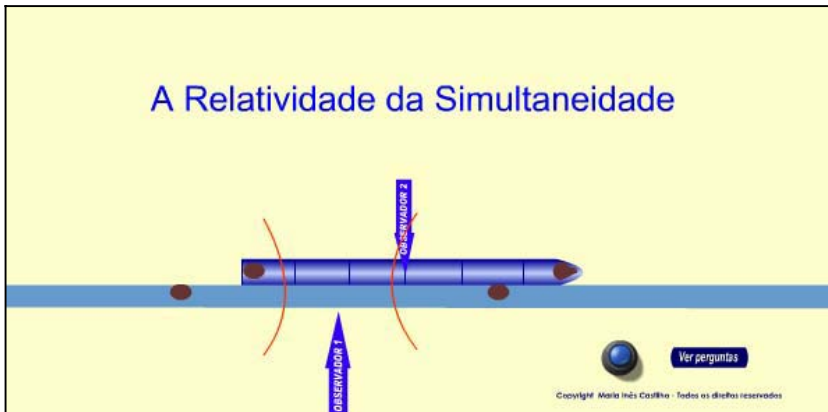


Figura 23

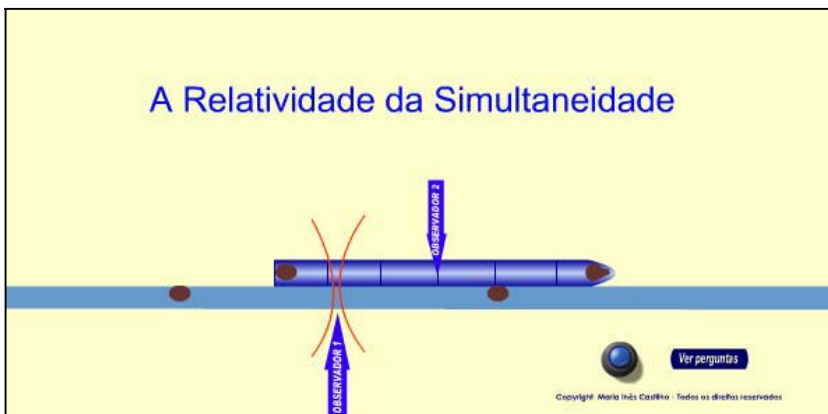


Figura 24

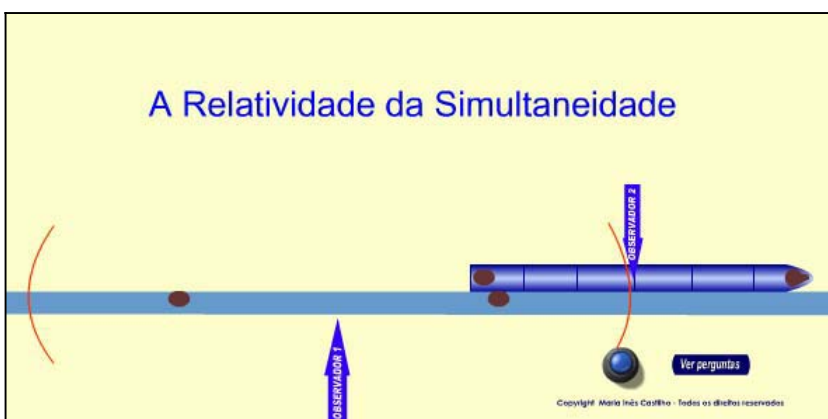


Figura 25

**Comentário:**

Animação de um trem que se desloca, imaginariamente, a uma velocidade relativística, e é atingido por duas descargas elétricas quando dois observadores estão juntos, frente a frente, um no trem e outro na plataforma por onde o trem passa.

Essa animação permite que o usuário visualize o instante em que cada um dos flashes de luz emitidos pelas descargas atinge cada um dos observadores; e também, através do acionamento da tecla de espaço do computador, permite que o usuário possa parar a animação ou reiniciá-la, através do acionamento do botão azul.

Além disso, na última tela da animação aparecem perguntas referentes à situação ilustrada.

**Animação 09** – Outro exemplo da relatividade da simultaneidade: Ponto de vista de um observador no interior da nave.

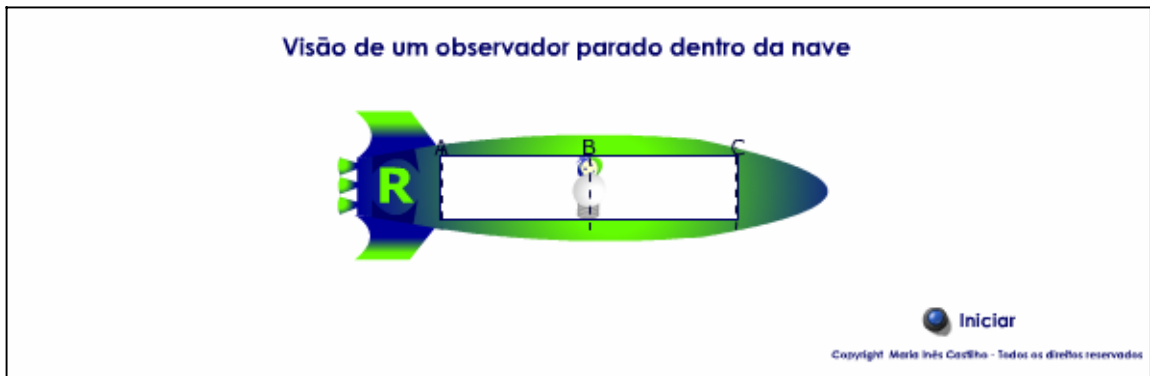


Figura 26

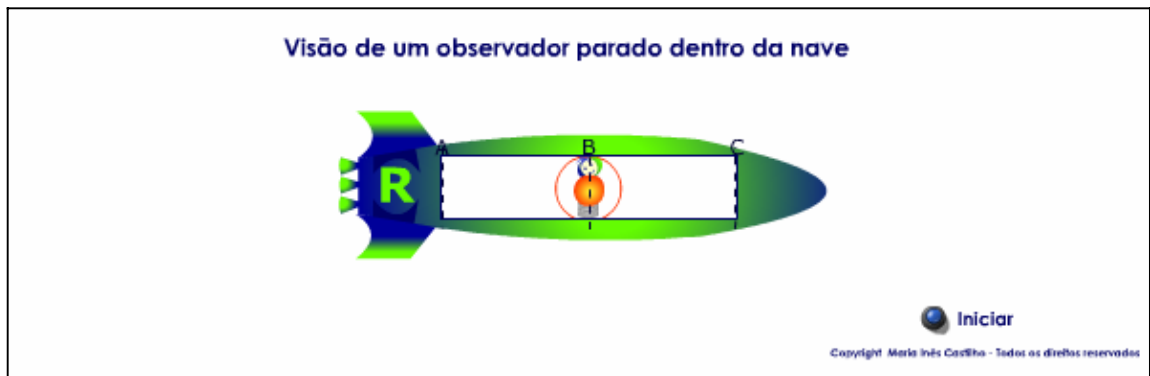


Figura 27

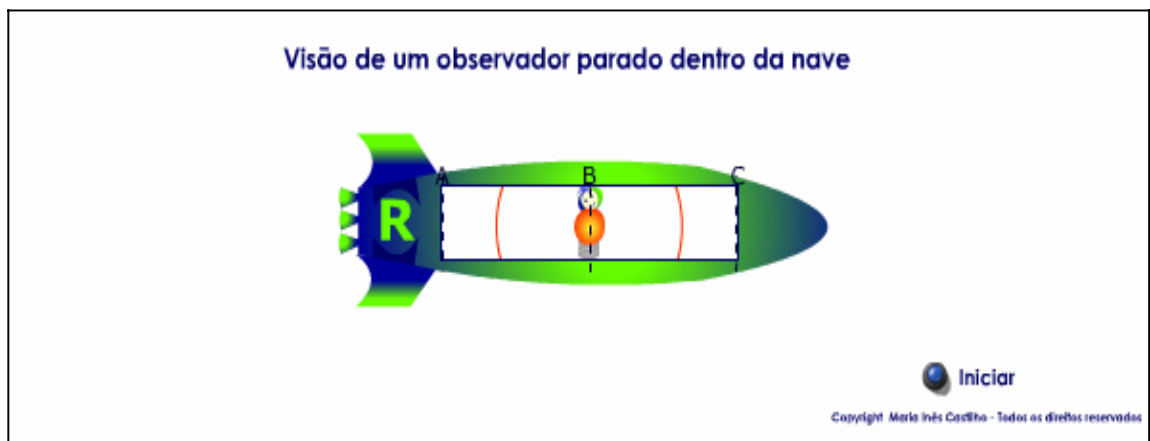


Figura 28

**Comentário:**

Esta animação ajuda a visualizar o deslocamento de uma frente de onda como registrado por um observador no interior da nave.

**Animação 10** – Outro exemplo da relatividade da simultaneidade: Ponto de vista de um observador situado fora da nave.

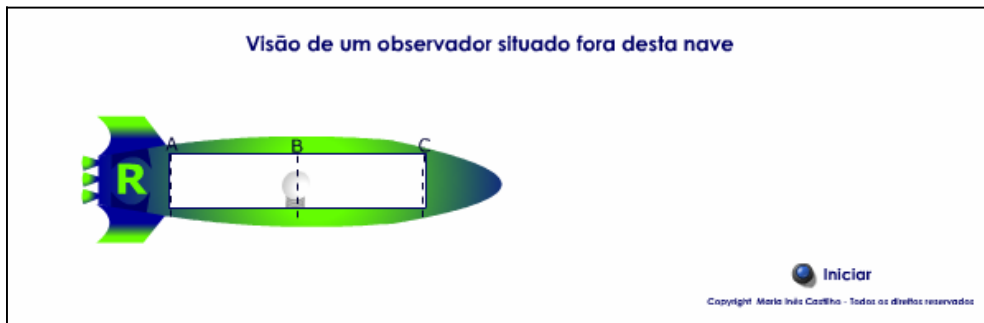


Figura 29

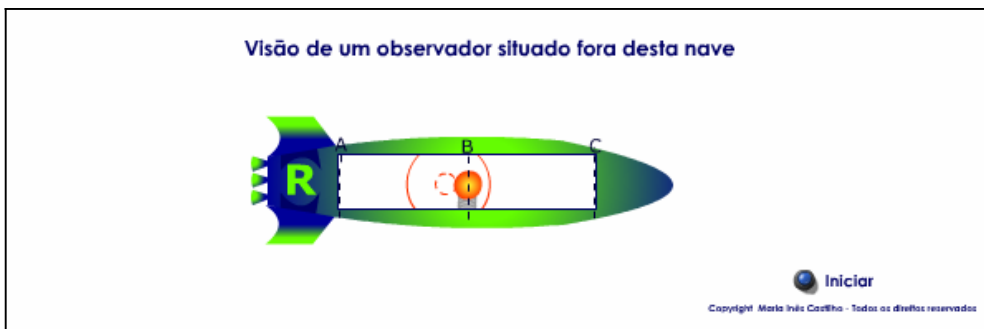


Figura 30

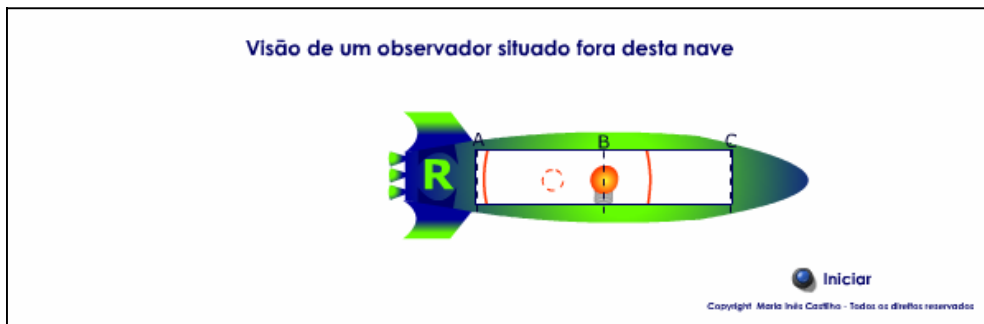


Figura 31

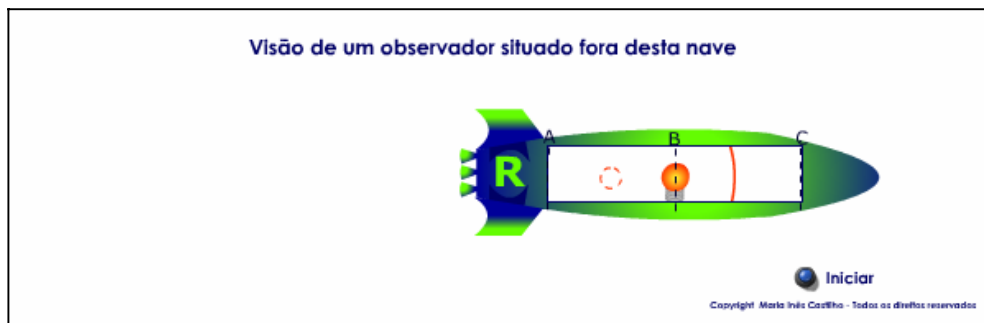


Figura 32

**Comentário:**

Esta animação ajuda a visualizar o deslocamento de uma frente de onda como registrado por um observador fora da nave.





Figura 33

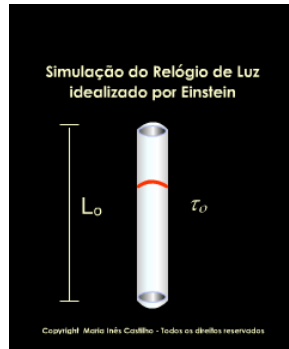


Figura 28



Figura 35



Figura 36

### Comentário:

Esta animação ilustra a propagação de um pulso de luz (*flash*) que se desloca dentro de um relógio de luz em repouso com relação ao monitor, e que incide alternadamente nos espelhos inferior e superior do relógio. Para facilitar o acompanhamento do processo, toda vez que o *flash* de luz alcança um dos espelhos, o som de um *tic - tac* é emitido.

### Animação 12 – Funcionamento de relógios de luz em repouso e em MRU.



Figura 29

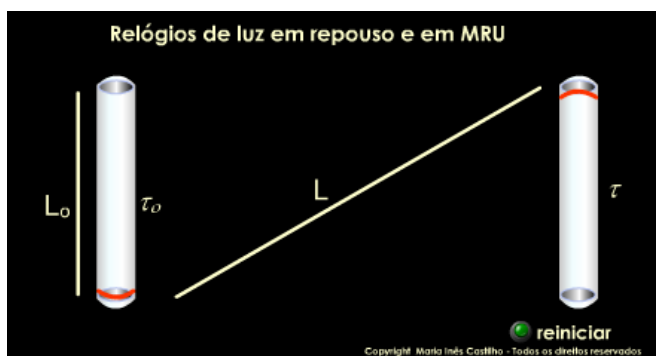
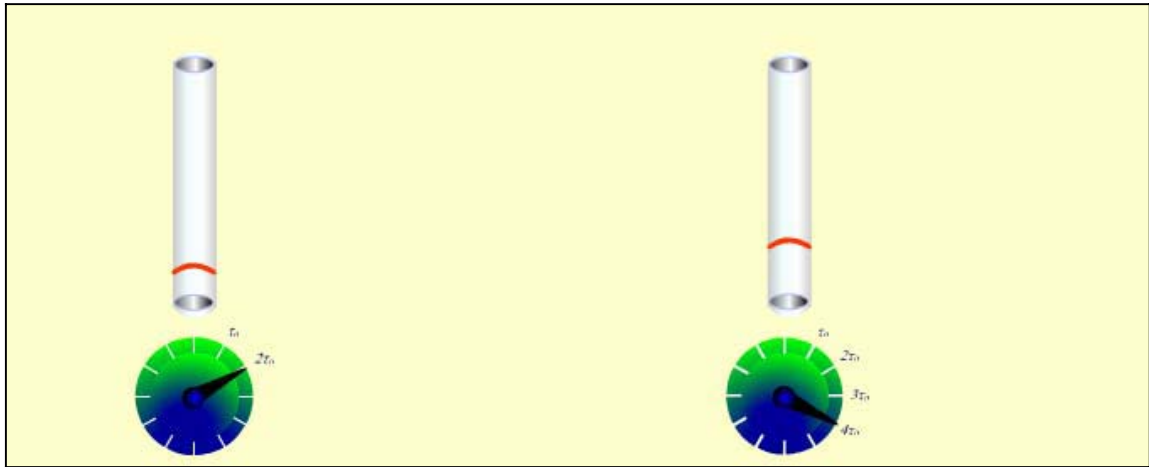


Figura 30

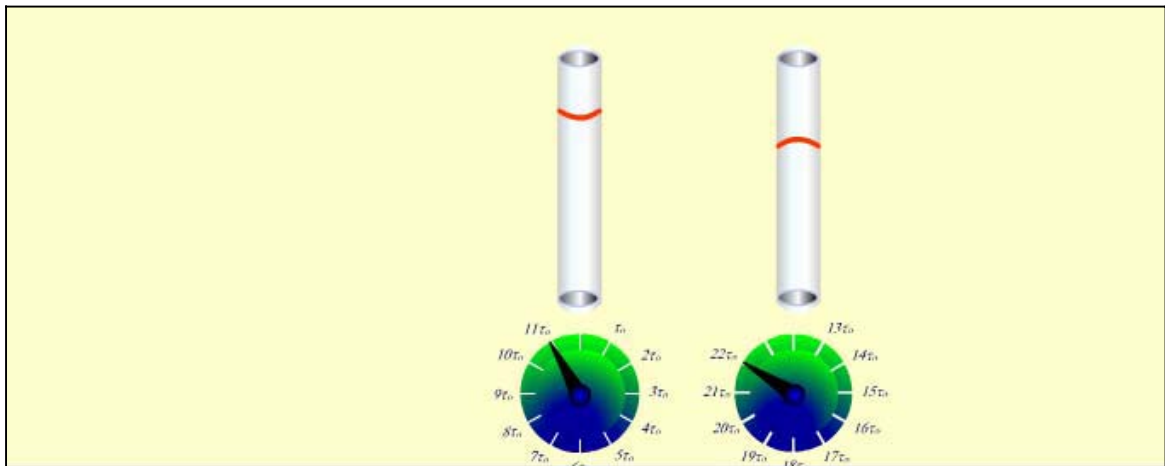
### Comentário:

Esta animação ilustra o funcionamento de dois relógios, um em repouso e outro em movimento retilíneo uniforme em relação ao monitor. Durante as propagações dos pulsos luminosos dentro dos dois relógios, aparecem na tela linhas que acompanham os deslocamentos das frentes de onda, evidenciando que as distâncias percorridas pelas mesmas são diferentes nos dois casos; e que, se o postulado da invariância da velocidade da luz é aceito como verdadeiro, logicamente os intervalos de tempo dos dois relógios não serão iguais.

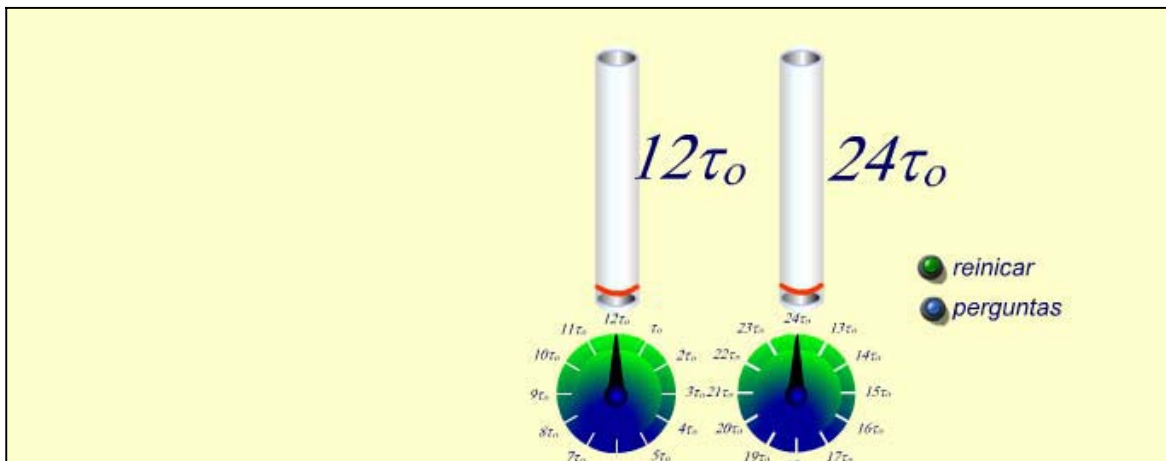
**Animação 13 – Dedução da fórmula da dilatação temporal.**



**Figura 39**



**Figura 40**



**Figura 41**

1. Em que situação o tempo é dilatado, no relógio em movimento ou naquele em repouso?

2. O que justifica ser o tempo dilatado?

3. Como é possível provar, matematicamente, que  $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$  ?

OBS: Para auxiliar nesta demonstração observe a animação na [página seguinte](#).

4. Com que velocidade deveria estar o veículo que transporta o relógio de luz, para que o tempo ficasse aumentado o dobro do outro (caso da animação anterior)?


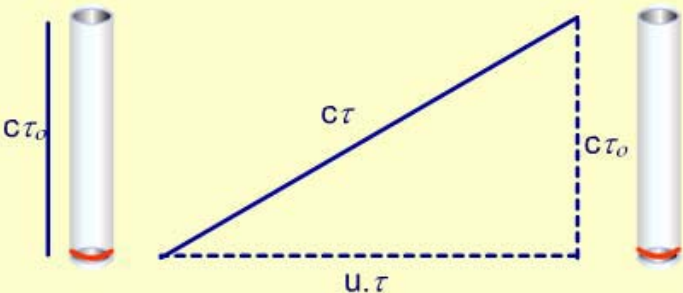

 animação anterior

Figura 42



Relacione o intervalo de tempo  $\tau$  com o intervalo de tempo próprio  $\tau_0$ , usando o Teorema de Pitágoras e determine a fórmula da dilatação do tempo.

 retornar

Copyright Maria Inês Castilho - Todos os direitos reservados

Figura 43

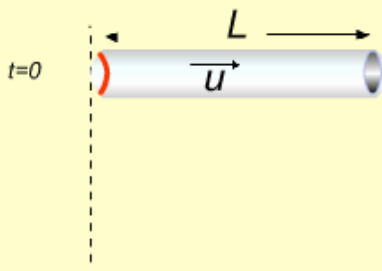
### Comentário:

Simulação do funcionamento de dois relógios de luz – um repouso e outro em movimento retilíneo uniforme com relação ao monitor. Cada relógio vai acompanhado de contador de tempo, que registra o tempo próprio decorrido em múltiplos inteiros da unidade de tempo  $\tau_0$ . O usuário pode acompanhar os deslocamentos dos pulsos de luz em seus respectivos relógios. Nos últimos quadros aparecem perguntas exploratórias do tema, representando etapas-desafios que devem ser vencidas por duplas de alunos, com ajuda do professor.

A animação conclui com uma retomada dos deslocamentos e a visualização das trajetórias dos pulsos de luz. O aluno, a partir de suas respostas em cada etapa-desafio e, usando o teorema de Pitágoras, deduz a fórmula da dilatação do tempo.

**Animação 14** – Dedução da fórmula da contração do comprimento a partir da fórmula da dilatação temporal e do postulado da invariância da velocidade da luz.

Abaixo são mostrados sucessivos quadros da animação referente à contração de Lorentz, que é mais longa que as demais.

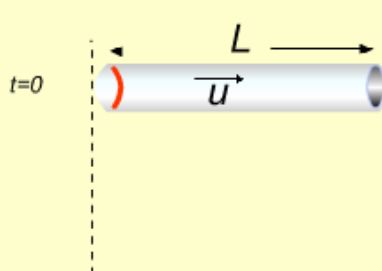


The diagram shows a horizontal rod of length  $L$  moving to the right with velocity  $u$ . A vertical dashed line on the left is labeled  $t=0$ , indicating the time when the left end of the rod is at that position.

**Por que o comprimento assinalado ao relógio de luz, da figura ao lado, não é  $L_0$  ?**

- Porque é o comprimento próprio do relógio de luz.
- Porque é o comprimento medido dentro do relógio de luz.
- Porque é o comprimento medido no referencial em movimento.
- Porque é o comprimento medido a partir do referencial fixo no laboratório, fora do relógio em movimento.

Figura 44



The diagram is identical to Figure 44, showing a rod of length  $L$  moving with velocity  $u$  at time  $t=0$ .

**Por que o comprimento assinalado ao relógio de luz, da figura ao lado, não é  $L_0$  ?**

- Porque é o comprimento próprio do relógio de luz.
- Porque é o comprimento medido dentro do relógio de luz.
- Porque é o comprimento medido no referencial em movimento.
- Porque é o comprimento medido a partir do referencial fixo no laboratório, fora do relógio em movimento.

*Correto!  $L$  corresponde ao comprimento medido a partir do laboratório, ou seja, num referencial fixo no solo, fora do relógio e, portanto, em movimento com relação ao mesmo.*



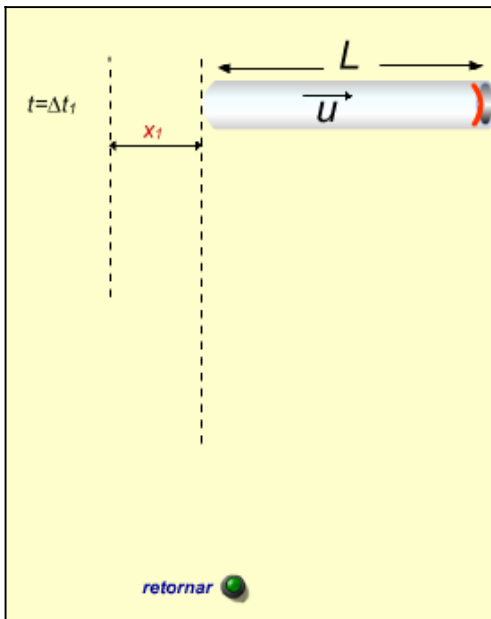
retornar   continuar

Figura 45

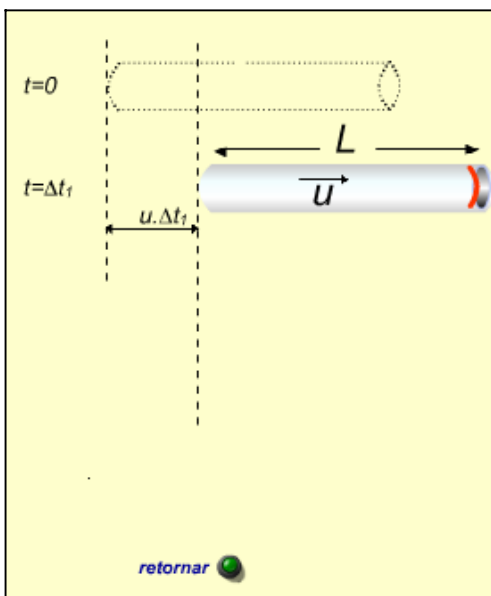


Sendo  $u$  a velocidade do relógio de luz, com relação ao laboratório, quanto vale  $x_1$ ?

- $L$
- $u \cdot \Delta t_0$
- $u \cdot \Delta t_1$
- $u \cdot \Delta t_2$
- $u \cdot t_1$
- $u \cdot t_2$
- $L - u \Delta t_1$
- $L + u \Delta t_1$

[retornar](#)

Figura 46



Correto! Se a velocidade do relógio de luz é dado por  $u$ , então esta velocidade multiplicada pelo intervalo de tempo decorrido corresponde ao deslocamento.

$$x_1 = u \cdot \Delta t_1$$

[retornar](#) [continuar](#)

Figura 47

$t=0$   
 $t=\Delta t_1$   
 $L$   
 $u$   
 $u \cdot \Delta t_1$   
 $x_1 = u \cdot \Delta t_1$

Correto! Se a velocidade do relógio de luz é dado por  $u$ , então esta velocidade multiplicada pelo intervalo de tempo decorrido corresponde ao deslocamento.

retornar continuar

Figura 48

$t=0$   
 $t=\Delta t_1$   
 $t=\Delta t_1+\Delta t_2$   
 $\tau=\Delta t_1+\Delta t_2$   
 $L$   
 $u$   
 $u \cdot \Delta t_1$   
 $L + u \cdot \Delta t_1$   
 $u \cdot \Delta t_2$   
 $x_4$

Quanto vale a distância  $x_4$ ?

- $L$
- $u \cdot t_0$
- $u \cdot \Delta t_1$
- $u \cdot \Delta t_2$
- $u \cdot t_2$
- $u \cdot t_1$
- $L - u \cdot \Delta t_2$
- $L + u \cdot \Delta t_2$

retornar

Figura 49

Usando o postulado da invariância da velocidade da luz, ou seja, a luz se move sempre com velocidade constante e igual a  $c$ , determine a fórmula para o cálculo do intervalo de tempo  $\Delta t_1$ , que a luz leva para se deslocar do espelho esquerdo até o espelho direito.

**DICAS:**

- 1º) Analise com que fórmula você calcularia a distância  $x_2$ , percorrida pelo feixe de luz, considerando ser um caso de movimento retilíneo uniforme;
- 2º) Analise como foi expressa anteriormente esta mesma distância percorrida  $x_2$ , considerando a velocidade e o deslocamento do relógio de luz;
- 3º) É possível comparar estas duas equações. Então, determine uma equação para  $\Delta t_1$ .
- 4º) Escreva a equação encontrada no espaço abaixo e clique no botão laranja para verificar se você acertou:

$\Delta t_1 = \frac{\text{[ ]}}{\text{[ ]}}$

retornar

Figura 31

Agora, da mesma forma, determine o intervalo de tempo  $\Delta t_2$  que a luz leva para retornar do espelho da direita para o espelho da esquerda.

**DICAS:**

- 1º) Analise com que fórmula você calcularia a distância  $x_4$ , percorrida pelo feixe de luz, considerando ser um caso de movimento retilíneo uniforme;
- 2º) Analise como foi expressa anteriormente esta mesma distância percorrida  $x_4$ , considerando a velocidade e o deslocamento do relógio de luz;
- 3º) Compare estas duas equações e determine uma equação para  $\Delta t_2$ .
- 4º) Escreva a equação encontrada no espaço abaixo e verifique a sua resposta clicando no botão laranja:

$\Delta t_2 = \frac{\text{[ ]}}{\text{[ ]}}$

retornar

Figura 51

Considerando as expressões encontradas para  $\Delta t_1$  e  $\Delta t_2$ , determine o valor de  $\tau$ , ou seja,  $\Delta t_1 + \Delta t_2$ . Após a dedução, preencha as lacunas abaixo, completando a fórmula:

$$\tau = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\quad \quad \quad x}{\quad \quad \quad 2}$$

**Incorreto!**



retornar  continuar 

Figura 52

# PARABÉNS!

**Você deduziu a fórmula que Einstein usou para provar a contração do espaço, quando medido de um referencial fixo, fora do móvel.**

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$



retornar  refazer 

Figura 532

**Comentário:**

Um relógio de luz percorre uma determinada distância, mas agora na mesma direção do deslocamento de seu pulso de luz. São visualizados os deslocamentos do corpo material do relógio e do pulso de luz. Como no caso da animação anterior, cada quadro representa uma etapa-desafio a ser vencida pelas duplas de alunos. A partir das respostas (corretas) obtidas nas etapas-desafio, eles são levados a determinar expressões para os intervalos de tempo  $\Delta t_1$  e  $\Delta t_2$ . A fórmula da dilatação temporal, obtida na animação anterior, é usada conjuntamente com estes intervalos de tempo calculados e os alunos conseguem obter a fórmula da contração de Lorentz.



### Animação 15 – Dedução da equação $E=mc^2$ .

De maneira análoga à usada nas duas animações anteriores, a dedução da relação de equivalência massa-energia é realizada através de etapas-desafio, com os alunos trabalhando em duplas e contando com a ajuda do professor.

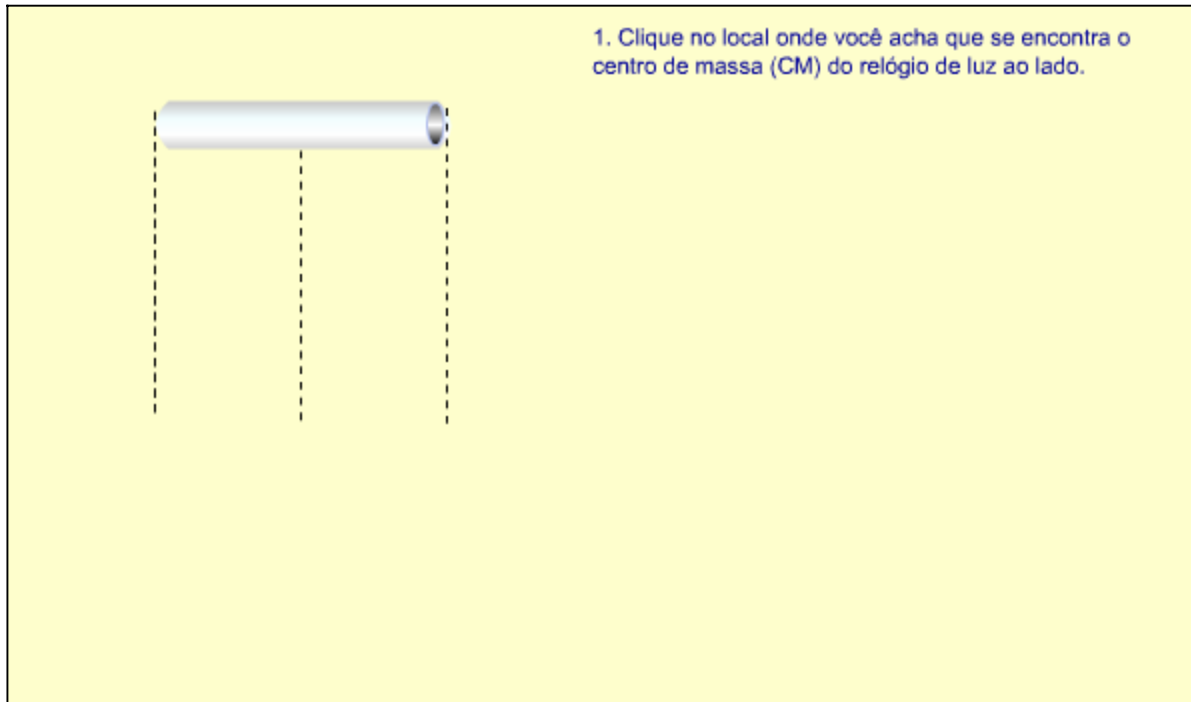


Figura 54

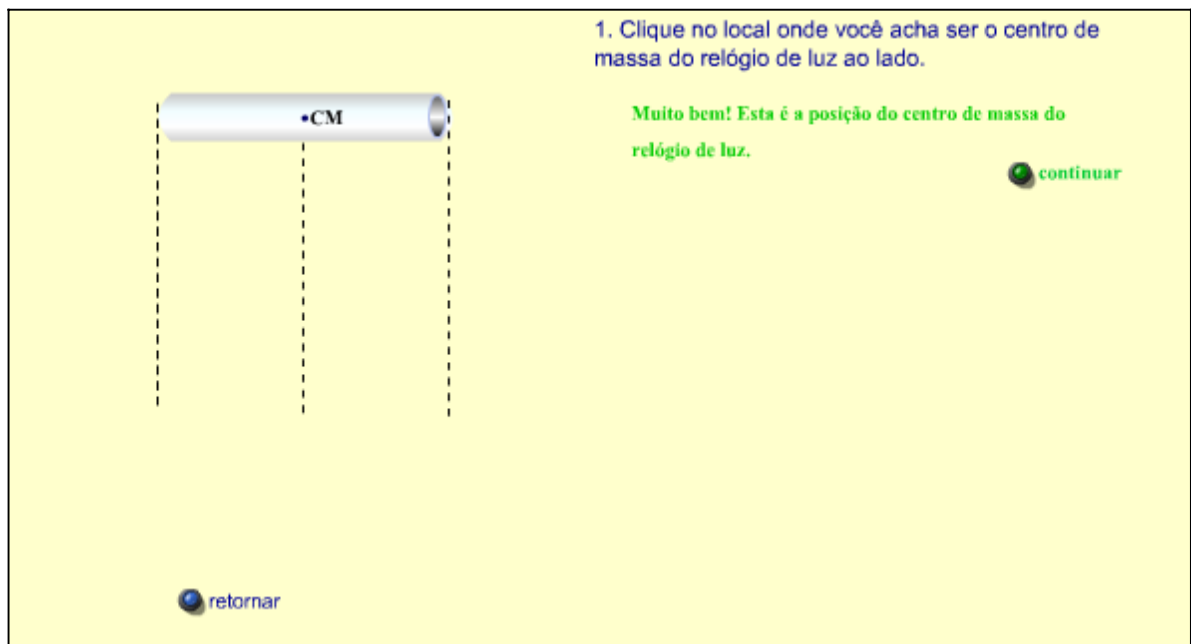


Figura 55

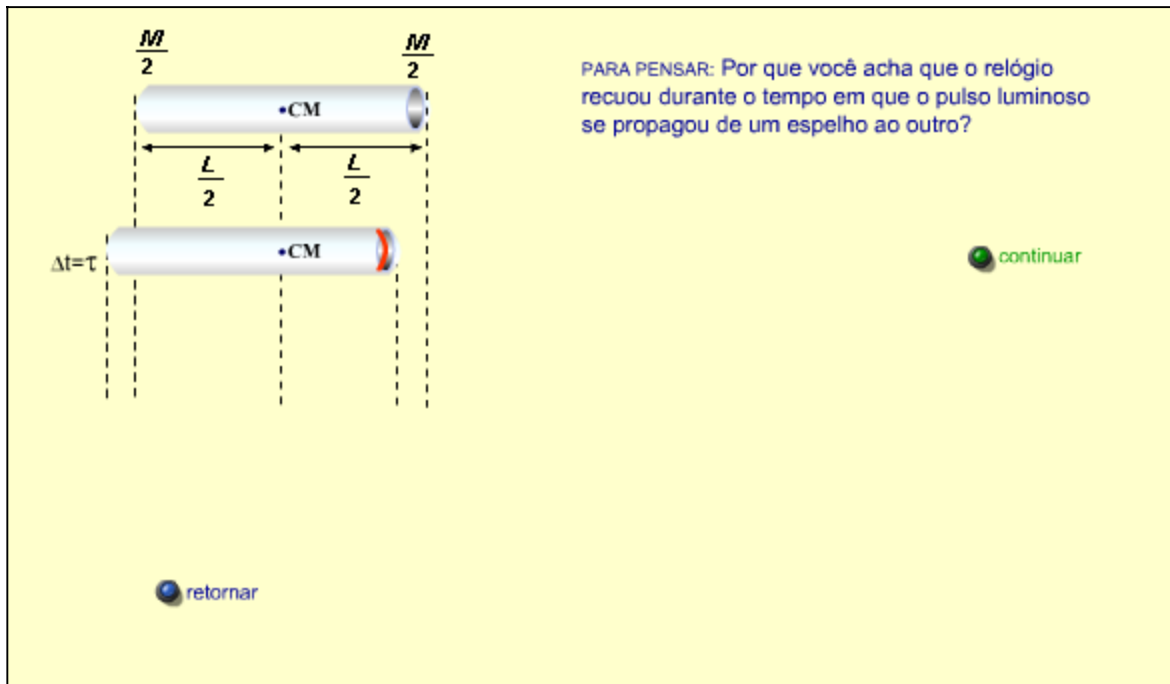


Figura 56

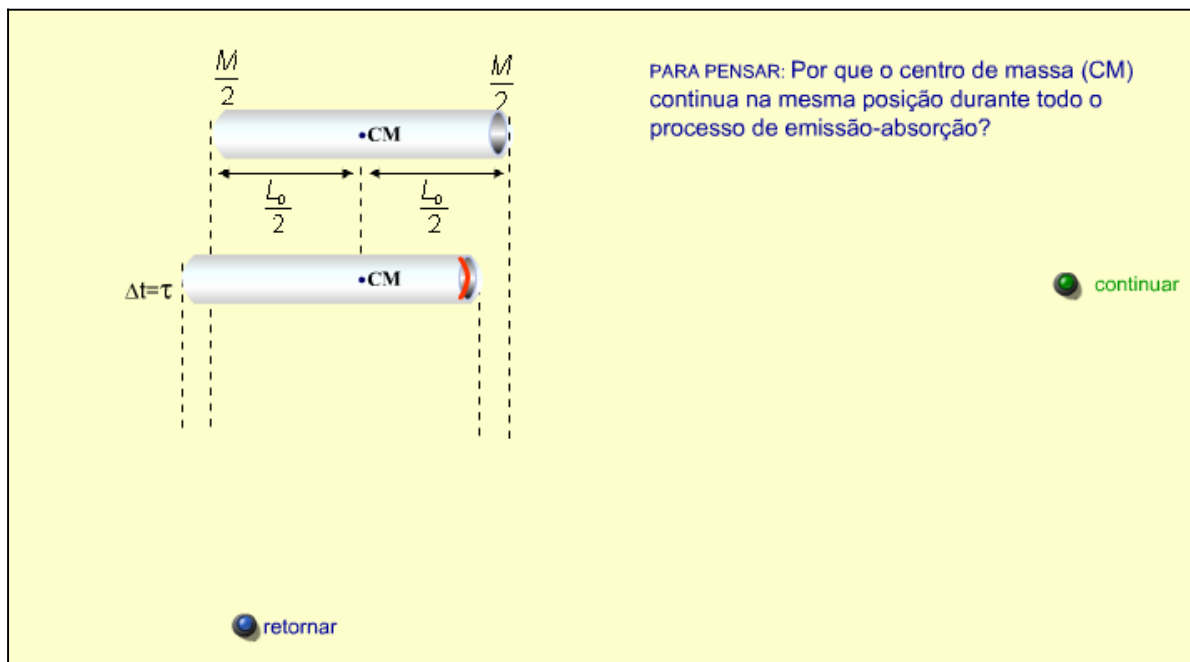
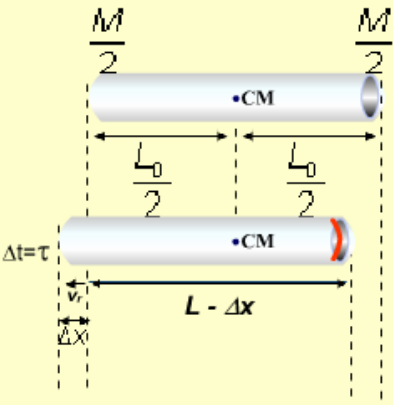


Figura 57



9. Relacionando as massas finais,  $m_1 = \frac{M}{2} - m$   
 $m_2 = \frac{M}{2} + m$

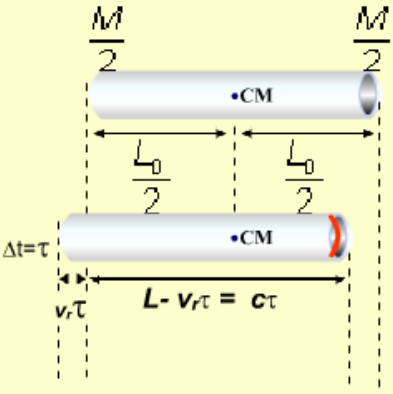
com suas posições finais,  $x_1 = -\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta x$ ,  
 $x_2 = +\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta x$ ,

pele princípio da conservação da quantidade de movimento, obtemos:

$$\left(\frac{M}{2} - m\right)\left(-\frac{L}{2} - \Delta x\right) + \left(\frac{M}{2} + m\right)\left(\frac{L}{2} - \Delta x\right) = 0$$

[retornar](#) [continuar](#)

Figura 58



A equação encontrada é:

$$M \Delta x = mL \Rightarrow M = \frac{mL}{\Delta x} \quad (\text{eq.01})$$

E, durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  a luz percorre certa distância, com velocidade constante e igual a  $c$ . Assim, podemos escrever:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{L - \Delta x}{c} \Rightarrow \Delta x = \frac{vL}{c + v} \quad (\text{eq.02})$$

Da quantidade de movimento do sistema, é fácil compreender que:

$$(M - m)v = \frac{E}{c}$$

Substitua (eq.01) e (eq.02) na equação acima e complete o espaço abaixo com a equação encontrada:

[retornar](#)  =  [verificar](#)  
[verificar](#)  $c^2$  [verificar](#)

Figura 59

A equação:


$$E = mc^2$$

nos diz que:

**" Energia tem inércia e  
massa equivale a energia "**

e:

**" Massa e energia estão relacionadas por um  
fator igual a velocidade da luz ao quadrado "**

 retornar

 reiniciar

Figura 60

**Comentário:**

Nesta animação, o relógio de luz se desloca na mesma direção do deslocamento de seu pulso de luz. As duplas de alunos são também desafiados e incentivados a deduzir a relação de equivalência massa-energia através da superação de sucessivas etapas-desafio. Mas como alguns dos conhecimentos intermediários exigidos não são ainda conhecidos dos alunos, o professor realiza intervenções expositivas para o grupo todo em certas etapas. Logo de início, o professor revisa o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento de um sistema isolado. Define o centro de massa de um sistema de corpos e trata de sua localização. A animação propriamente dita começa quando um pulso de luz é emitido de um dos espelhos, pela ação do próprio usuário, ao clicar sobre o correspondente espelho. O efeito de recuo do relógio, ao mesmo tempo em que o feixe se desloca em sentido oposto, é visualizado pelo usuário. Na tela, aparecem perguntas que, uma vez respondidas, levam os alunos a se convencerem da necessidade do recuo do relógio como consequência da conservação de quantidade de movimento.

Passo a passo, as duplas de alunos vão conseguindo determinar expressões matemáticas (intermediárias na dedução) para as massas dos espelhos e para as posições dos mesmos, antes e depois do deslocamento do pulso luminoso. Relacionando as massas finais e as posições finais pelo princípio da conservação da quantidade de movimento, e contando com a ajuda do professor, as duplas de alunos conseguem obter a relação de equivalência massa-energia.

### Animação 16 – A desintegração de *mésons*.

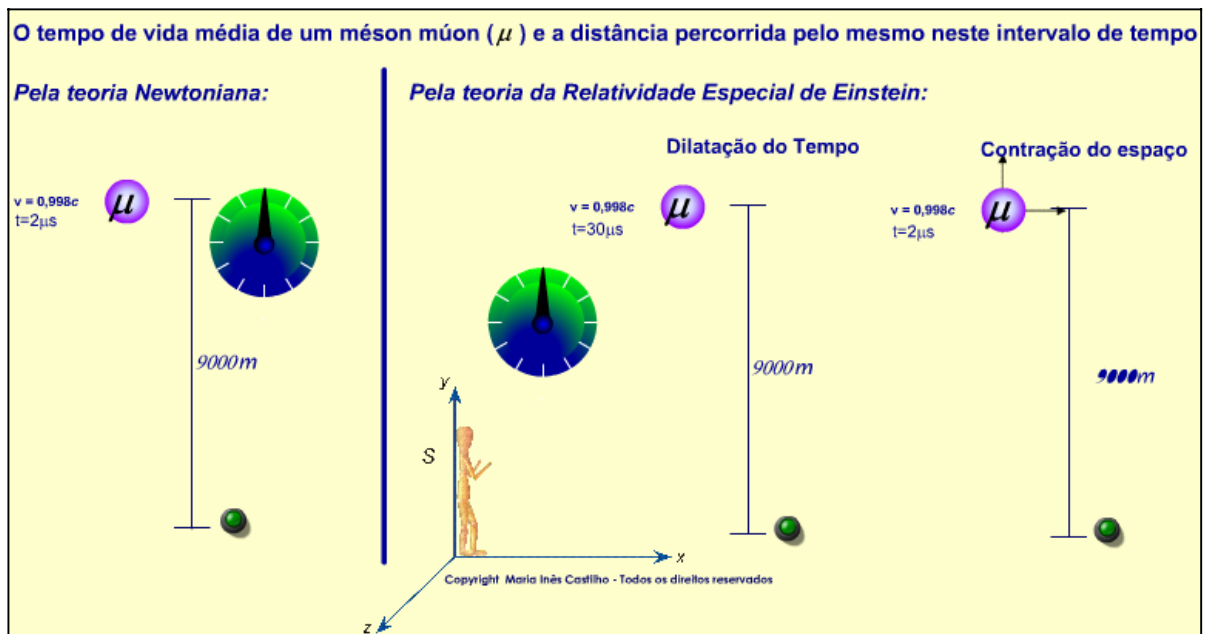


Figura 61

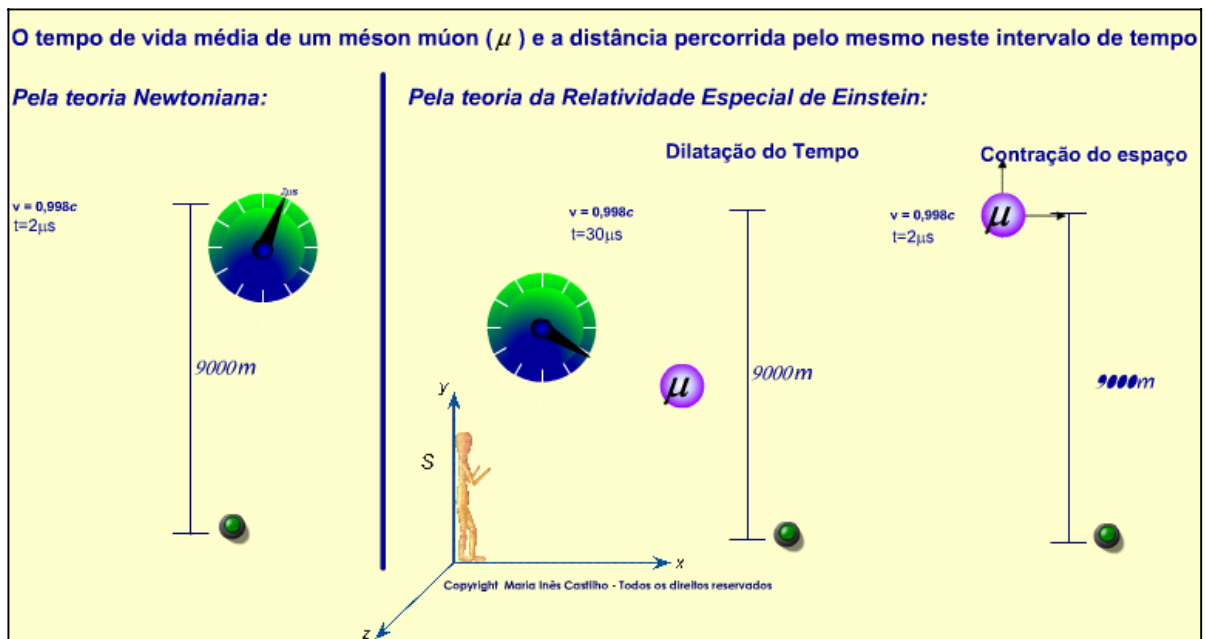


Figura 62

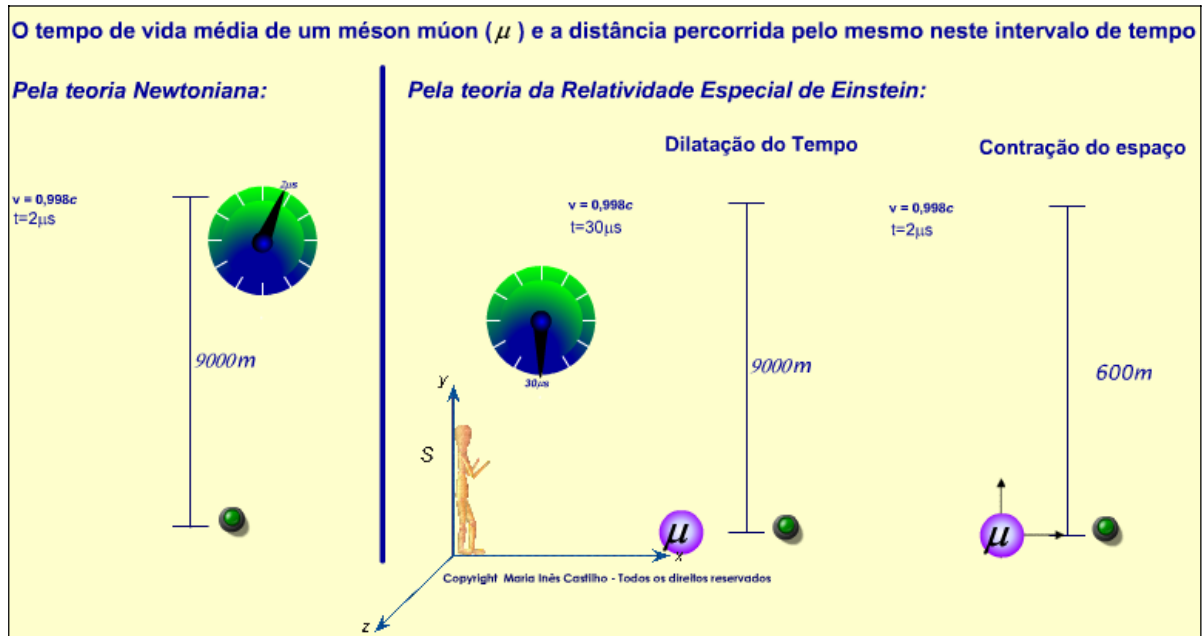


Figura 63

**Comentário:**

Esta animação simula a desintegração de um méson imaginário conjuntamente com o funcionamento de um relógio contador de tempo. São comparadas, lado a lado, as previsões da teoria newtoniana e da teoria da Relatividade Especial. Através desta última, com o uso da fórmula da dilatação temporal, podemos explicar o fato de que chegam na superfície muito mais mésons não-desintegrados do que o previsto pela Física clássica.

**Animação 17 – Os gêmeos ROGI e SEVI e as boas-vindas aos alunos do curso**

Figura 64

Figura 65

**Comentário:**

Esta animação serviu para dar as boas-vindas aos alunos, no primeiro dia do curso. Ela trás duas figuras animadas, criadas para representar os gêmeos que, durante o curso acompanham os alunos em muitas das animações. As denominações ROGI e SEVI foram escolhidas para que os gêmeos pudessem ter um nome a ser usado durante o curso.

### Animação 18 – Os gêmeos ROGI e SEVI e o anúncio da partida de um deles

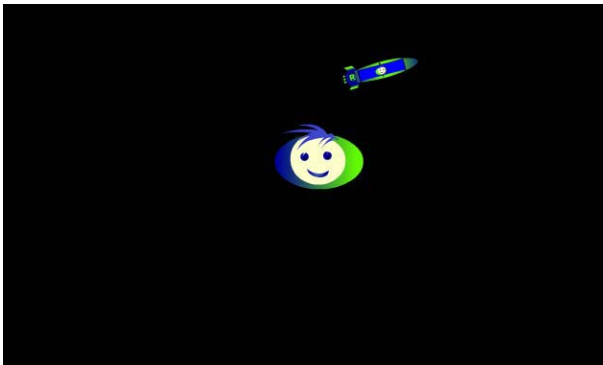


Figura 66



Figura 67

#### Comentário:

Esta animação foi elaborada para ser usada no segundo dia do curso. Os gêmeos ROGI e SEVI se despedem e um deles (ROGI) parte em uma viagem interplanetária.

É importante dizer que foi determinado pelo grupo de alunos, no primeiro dia do curso, qual dos gêmeos ficaria na Terra e qual viajaria numa espaçonave à velocidade igual a  $0,5 c$ . O objetivo era que, desde os primeiros instantes do curso, o aluno pudesse se surpreender fazendo experiências imaginárias.

### Animação 19 – O retorno de ROGI encontrando SEVI envelhecido em relação a ele.

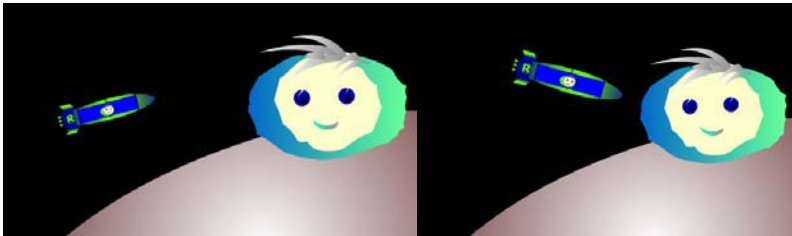


Figura 68

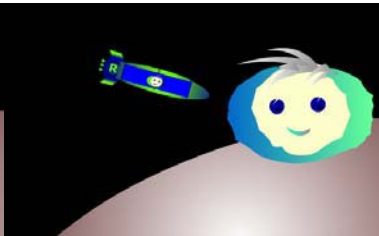


Figura 69



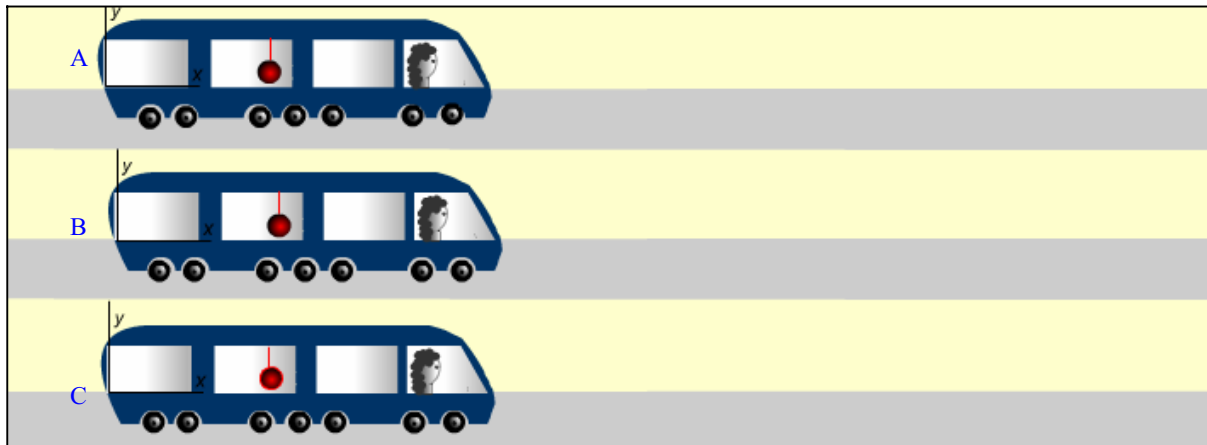
Figura 70

#### Comentário:

Esta animação retrata o retorno do gêmeo que permaneceu viajando e que encontra seu irmão, que permaneceu na Terra, envelhecido.

A partir dela o aluno tem a oportunidade de visualizar a imagem dos dois gêmeos, um deles com as características alteradas pelo longo tempo decorrido para ele, enquanto para o outro, o tempo foi dilatado e, portanto, menor. Essa animação também possibilita ao professor tecer comentários e, até mesmo, solicitar aos alunos que efetuem cálculos da dilatação temporal, desde que, proponha um intervalo de tempo terrestre, pois é mencionado que o gêmeo Rogi manteve velocidade de  $0,5 c$  durante a viagem.

### Animação 20 – Exercício 01: Referenciais inerciais.

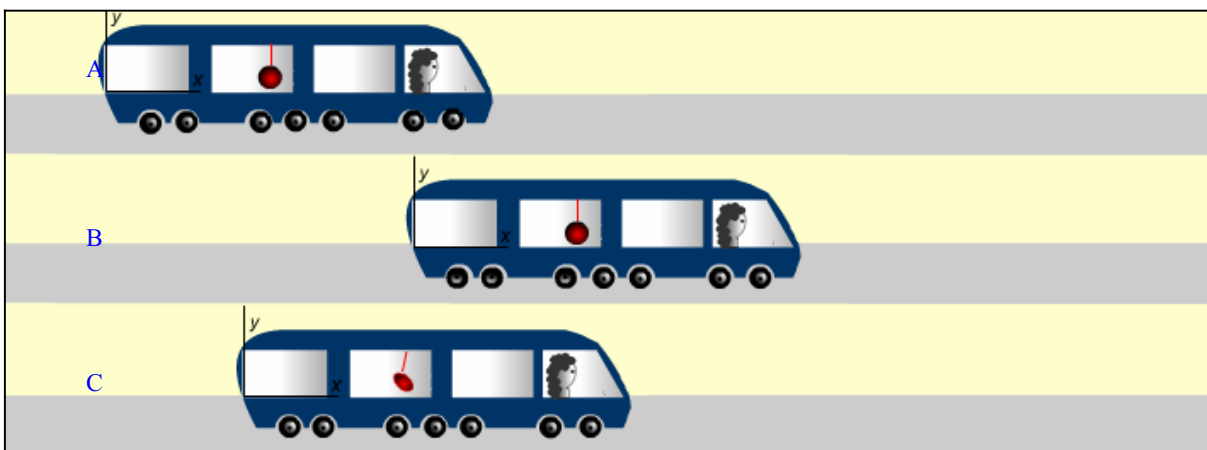


**Marque a alternativa correta:**

São exemplos de referenciais inerciais:

- somente o ônibus A
- somente o ônibus B
- somente o ônibus C
- somente os ônibus A e B
- somente os ônibus B e C

Figura 71



**Marque a alternativa correta:**

São exemplos de referenciais inerciais:

- somente o ônibus A
- somente o ônibus B
- somente o ônibus C
- somente os ônibus A e B
- somente os ônibus B e C

Figura 72



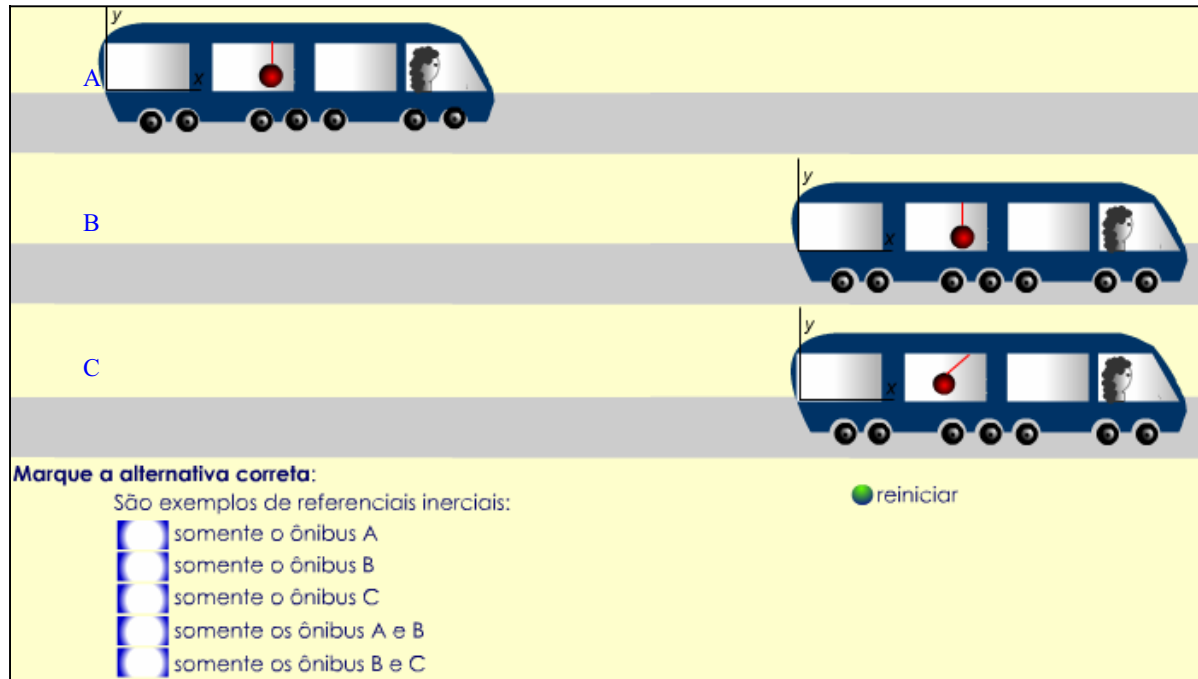


Figura 73

**Comentário:**

Esta animação simula o estado de repouso de um ônibus e os estados de movimento de dois outros. O ônibus B está dotado de movimento retilíneo uniforme e o ônibus C tem movimento acelerado, com relação à tela.

Aparecem alternativas na tela onde o aluno pode marcar a resposta correta referente ao seu conhecimento sobre referenciais inerciais.

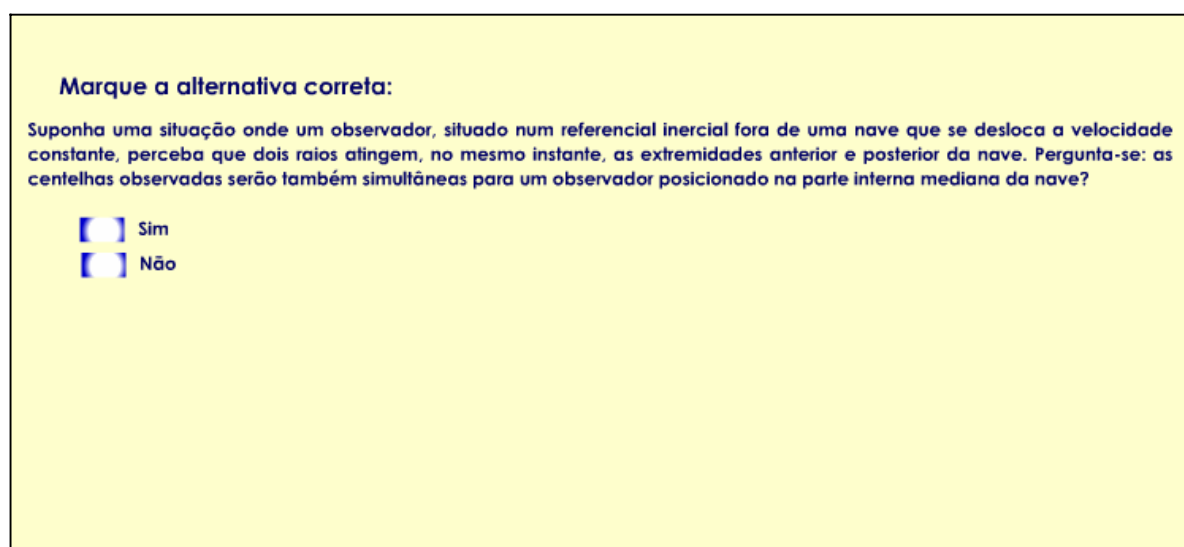
**Animação 21 – Exercício 07: A relatividade da simultaneidade**

Figura 74

**Marque a alternativa correta:**

Suponha uma situação onde um observador, situado num referencial inercial fora de uma nave que se desloca a velocidade constante, percebe que dois raios atingem, no mesmo instante, as extremidades anterior e posterior da nave. Pergunta-se: as centelhas observadas serão também simultâneas para um observador posicionado na parte interna mediana da nave?

Sim  
 Não

**Incorreto! As centelhas observadas não serão simultâneas para um observador situado no ponto médio do interior da nave.**

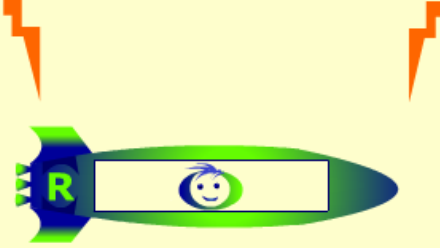
Figura 75

**Marque a alternativa correta:**

Suponha uma situação onde um observador, situado num referencial inercial fora de uma nave que se desloca a velocidade constante, percebe que dois raios atingem, no mesmo instante, as extremidades anterior e posterior da nave. A pergunta é: as centelhas observadas serão também simultâneas para um observador posicionado na parte interna mediana da nave?

Sim  
 Não

**Muito bem!**  
**Veja a animação abaixo.**



Reiniciar

Clique na barra de espaço para parar a animação

Figura 76

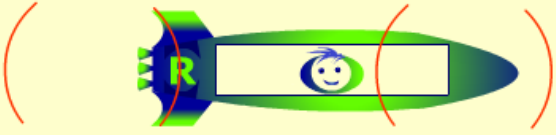
**Marque a alternativa correta:**

Suponha uma situação onde um observador, situado num referencial inercial fora de uma nave que se desloca a velocidade constante, percebe que dois raios atingem, no mesmo instante, as extremidades anterior e posterior da nave. A pergunta é: as centelhas observadas serão também simultâneas para um observador posicionado na parte interna mediana da nave?

Sim

Não

**Muito bem!**  
Veja a animação abaixo.



Clique na barra de espaço para parar a animação

Reiniciar

Figura 77

**Comentário:**

Esta animação ilustra um exercício interativo em que, apenas depois de ter assinalado a resposta correta, aparece a simulação da nave em movimento junto com os deslocamentos das frentes de onda da luz emitida.

**4.3.3 A elaboração da página em html**

A confecção de uma página para a Internet foi também realizada com o objetivo de proporcionar ao aluno mais um recurso de aprendizagem, em que ele pode visualizar, conjuntamente, as animações, o texto referente ao assunto e exercícios interativos. Na página inicial, como é usual, existe um menu contendo *links* para roteiros, exercícios, fontes de pesquisa e créditos. Os roteiros, que envolvem todos os tópicos abordados no curso, estão estruturados na mesma ordem em que os conhecimentos foram apresentados no texto de apoio. No entanto, por ser um hipertexto, o usuário tem ao seu dispor *links* que o levam a outra página. Se o aluno quiser evoluir na seqüência em que foi apresentada poderá fazê-lo, mas poderá navegar de outras formas, numa outra seqüência, sem prejuízo das informações. A *homepage* foi elaborada de maneira que o usuário sempre pudesse acessar cada item do roteiro, das animações e dos exercícios a partir de qualquer lugar em que ele estivesse. No desenvolvimento da seqüência de conhecimentos, são apresentadas as animações usadas no curso, com o objetivo, na maioria das vezes, de ilustrar a informação disponível na página. A *homepage*, com o título de

*Uma introdução conceitual a relatividade especial*, está hospedada no website do Colégio Marista Rosário<sup>8</sup> no *link* Educador / Maria Inês Castilho / Relatividade Especial.

#### **4.3.4 A elaboração dos exercícios**

Cientes de que usaríamos os exercícios como reforço de aprendizagem e de que os mesmos deveriam estar disponíveis *on-line* para que os alunos pudessem resolvê-los fora do período de aula do curso; e, ainda, de que esses exercícios deveriam ser um pouco interativos, de forma que, ao serem resolvidos, o aluno poderia ter acesso às respostas corretas ou a um indicativo de acerto ou erro no próprio exercício, optamos pela escolha de um programa que permitisse elaborar este tipo de exercício.

Como mencionado anteriormente, a escolha recaiu sobre o software *Hot Potatoes*, criado pela equipe de pesquisa da *University of Victoria Humanities Computing and Media Center*. O programa oferece a liberdade de uso gratuito para fins não-profissionais e educacionais que tenham suas páginas disponíveis na *web*.

Além dos interativos exercícios elaborados com o *Hot Potatoes* na forma de escolha simples, outros foram elaborados e entregues aos alunos na forma tradicional, impressos em papel e com espaço suficiente para o desenvolvimento de cálculos. Estes também ficavam disponíveis na página do curso, porém não eram do tipo interativo.

Ao todo, foram elaborados 52 exercícios. Ver o apêndice D.

---

<sup>8</sup> <http://www.maristas.org.br>,

#### **4.4 Descrição do Curso**

O curso foi aplicado em sala de aula especial no período de 27 de agosto a 12 de outubro de 2004, num total de 09 encontros, sempre às sextas-feiras no horário das 16h20min às 17h55min. O local usado foi o Laboratório de Informática do Colégio Marista Rosário. Iniciou-se, como mencionado, por uma retomada dos conceitos mais básicos da Relatividade Clássica e com um pouco da biografia de Albert Einstein no que se refere à concepção da teoria da Relatividade Especial – com ênfase, principalmente, na sua não aceitação de parte dos princípios da Física newtoniana. Em seguida foram desenvolvidos todos os tópicos da Relatividade Especial na ordem descrita antes. Em cada aula houve períodos de explanação do conteúdo, seguidos de uma exploração das animações sugeridas, de uma discussão dos conhecimentos abordados e da realização de exercícios correspondentes.

Dividimos o curso em etapas, cuja descrição mais detalhada está exposta a seguir, de maneira que o leitor possa ter uma visão mais pormenorizada de como transcorreu o curso de Relatividade Especial.

##### **4.4.1 Etapa 01: Histórico da Relatividade Especial e retomada de conhecimentos relativos a relatividade clássica**

Inicialmente, foram apresentados um pouco da história da concepção da Relatividade Especial e a razão do uso desta denominação. Tratou-se de alguns aspectos biográficos relevantes de Albert Einstein na idade com que estava na época, e do artigo seminal “*Sobre a eletrodinâmica dos Corpos em Movimento*” onde ele propõe idéias físicas aplicáveis tanto à Mecânica quanto ao Eletromagnetismo. Abordou-se a questão das incompatibilidades de tratamento de um mesmo fenômeno físico na visão de Isaac Newton e Maxwell. Mostrou-se rapidamente que essas duas teorias, apesar de satisfazerem cada caso em particular, eram incompatíveis entre si no caso de fenômenos eletromagnéticos.

Aproveitando essa retomada de conhecimentos, procuramos desestabilizar as estruturas cognitivas do aluno no que se refere à Relatividade Clássica, com a intenção de que, ao lhe ser apresentada a Física relativística, ocorresse uma assimilação mais significativa dos conceitos nela envolvidos, uma vez que a maioria deles não são perceptíveis diretamente a partir do nosso cotidiano. Era importante que as estruturas cognitivas dos alunos ficassem mais suscetíveis a mudanças, e que ao se depararem com os conceitos da relatividade einsteniana eles já tivessem se questionado sobre a validade “natural” da Física Clássica. A partir daí, esperava-se que surgisse nos alunos uma pré-disposição a mudanças estruturais de pensamento acerca do assunto, e que se efetivasse uma acomodação das novas estruturas cognitivas, uma nova forma de pensar a Física, sem deixar que esta re-significação do conhecimento recaísse sobre parâmetros já totalmente arraigados na forma de pensar do aluno. Segundo Piaget, a adaptação a uma nova forma de pensar é uma função biológica inata. Portanto, à medida que o aluno fosse evoluindo no conhecimento da Relatividade Especial, suas estruturas cognitivas deveriam ir mudando sistematicamente, mas as funções a que se destinam permanecem invariáveis. A mudança nas estruturas é o que se chama de desenvolvimento intelectual. Se não ocorre uma mudança na estrutura, não há aprendizado. Portanto, é indispensável que se proporcione este questionamento ao aluno para que, efetivamente, haja mudança na compreensão do fenômeno físico abordado.

Falou-se ainda sobre o papel desempenhado na Física por um referencial ou sistema de coordenadas, e da importância de estabelecer sempre um referencial inercial para o estudo e a descrição quantitativa de qualquer fenômeno. Os referenciais inerciais e os não-inerciais foram, então, discutidos, distinguidos e visualizados através de duas animações. A primeira delas mostrava apenas dois referenciais inerciais, num sistema  $S$  de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  em movimento não acelerado em relação ao monitor do computador e outro,  $S'$ , em movimento em relação ao monitor de vídeo, acompanhada de descrições detalhadas e da observação de que a Relatividade Especial se aplica apenas a referenciais inerciais. A segunda animação, que envolvia referenciais inerciais e não-inerciais, era na forma de um exercício em que o aluno, a partir da visualização de três ônibus (um em repouso, outro em movimento uniforme e o terceiro uniformemente acelerado

em relação ao monitor), era convidado a optar por uma dentre cinco alternativas oferecidas, aquela que identificassem quais dos referenciais eram do tipo inercial. Ao clicar na alternativa escolhida, o aluno tinha um retorno dizendo-lhe se acertou ou se errou, e fornecendo-lhe algum subsídio que justificasse a classificação por ele obtida na referida questão.

Também foi realizada uma discussão detalhada sobre a noção ordinária do que seja o tempo, do que cada um pensa a respeito e de como medi-lo corretamente. Abordou-se a visão que o próprio Isaac Newton tinha sobre o tempo, usando-se citações retiradas da obra de Stephen Hawking, “O universo numa casca de noz”; até se chegar à definição empregada por Einstein, onde a noção de tempo absoluto é rejeitada. Nesta parte do curso, propositalmente deixamos o aluno falar livremente e o incentivamos a discordar de suas próprias afirmações, numa tentativa de desestruturação de sua forma de pensar. Assim, ao lhe serem apresentados os postulados da Relatividade Especial, ele poderia melhor assimilá-los e acomodá-los, num processo de equilíbrio cognitiva.

Da mesma forma, discutiu-se a noção de espaço com o emprego de uma animação do exemplo clássico em que um ônibus se desloca em linha reta e um passageiro, dentro dele, deixa cair uma esfera pela janela do veículo. As trajetórias observadas pelo passageiro do ônibus e por um observador fora do ônibus e fixo no solo, são visualizadas simultaneamente na tela do computador, à medida que o movimento de queda vai se desenvolvendo. Enquanto isso, surgem na tela algumas perguntas pertinentes ao fato, tais como: Aquelas posições ocupadas pela esfera, em cada instante, estão situadas sobre uma reta ou sobre uma parábola? Qual é o significado da palavra espaço, neste caso? Qual é a melhor maneira de medir, com precisão, os instantes em que a esfera encontra-se em cada posição? A partir de que trajetória se faria esta medição? A idéia era levar o aluno a refletir sobre as definições de espaço e de tempo, a questionar sua veracidade e a fazê-lo tomar consciência da necessidade de mudança de alguns conceitos, permitindo ao mesmo uma retomada de questões talvez tidas como triviais e inquestionáveis por ele.

Quanto à questão da propagação da luz, fez-se uma retomada do tema a partir da história da Física, abordando-se as maneiras como foram realizadas as primeiras medições de sua velocidade e dando-se ênfase ao fato de que Galileu já havia sugerido experimentos para medir a velocidade da luz no vácuo. Neste sentido, descreveu-se com detalhes o experimento realizado pelo físico francês Armand Hippolyte Louis Fizeau em 1849, empregando um mecanismo que permitia medir o tempo de reflexão de um raio luminoso em um espelho devidamente instalado a uma grande distância da fonte luminosa usada. Um esquema e uma animação desse experimento foram mostrados aos alunos, que podiam observar, em câmara lenta, o deslocamento do feixe de luz e ao, mesmo tempo, o movimento da roda dentada utilizada para interceptar o feixe de luz no aparato experimental. Através de visões frontal e lateral do fenômeno, animadas, o aluno tinha uma noção de como foi feita a coleta de dados para a realização do cálculo que permitiu estabelecer, já naquela época, um valor muito próximo do hoje conhecido (299.792.458 m/s.) A estrutura do cálculo também aparecia na animação e, junto com ela, os dados obtidos na época pelo cientista.

Ainda nessa primeira etapa, foi realizada uma introdução à questão da invariância da velocidade da luz através de uma explicação qualitativa, mas detalhada, dos experimentos de Albert Michelson e Edward Morley, realizados durante a década de 1880. Através de uma analogia com um barco que se desloca a favor da correnteza, e outro perpendicularmente à mesma ao atravessar um rio - o que também era visualizado numa animação - realizou-se um breve relato de como foram preparados os experimentos de Michelson e Morley e do que os dois cientistas esperavam obter com ela - ou seja, a comprovação experimental da existência do éter luminífero. Tal comprovação, como se sabe, não ocorreu de fato, o que não podia ser explicado com base na Física então conhecida. O aluno pôde ainda comparar, através de uma experiência de pensamento, a propagação da luz no vácuo com a propagação do som através do ar. Para tal, usou-se uma animação em que, uma caixa transparente, imaginária, contendo em seu interior uma fonte sonora e uma fonte luminosa, desloca-se em movimento retilíneo uniforme. A caixa presumivelmente é dotada de sensores internos de som e de luz capazes de registrar a frequência das ondas emitidas de dentro da caixa. Da mesma forma, sensores instalados fora da caixa também realizam as mesmas medições e desta



maneira pode-se verificar que a propagação da onda sonora sofre influência do movimento da fonte emissora, e no caso da onda luminosa, não.

Com auxílio de uma animação, discutiu-se também o conceito de observador na Física. A animação empregada simulava uma experiência de pensamento que consistia na sincronização de cronômetros situados em planetas distantes a partir de um raio de luz emitido do Sol. Essa simulação serviu para enfatizar o fato de que não basta um observador humano para realizar os registros sobre fenômenos físicos; mas que ele deve estar acompanhado de auxiliares – outros seres humanos ou sensores – cada qual munido com seu próprio relógio devidamente sincronizado com os dos demais. Finalmente, fechando essa primeira etapa do curso, tratou-se do tema da incompatibilidade da Relatividade Clássica com o postulado da invariância da velocidade da luz no vácuo. Todos os alunos trabalharam com as animações em seus respectivos computadores e também, nos minutos finais de cada aula, foi-lhes proposto a realização dos exercícios constantes na *homepage* do curso. Houve também um incentivo para que os exercícios fossem realizados em duplas e para que os comentários fossem trocados no grande grupo. Nem todos os alunos conseguiram concluir a realização de todos os exercícios propostos no período de aula, ficando a sugestão para que os concluíssem em casa até a realização do próximo encontro.

#### **4.4.2 Etapa 02: Os postulados da Relatividade Especial e as conseqüências da teoria.**

A partir da retomada das questões desenvolvidas nos encontros anteriores e de um breve relato das três alternativas de que dispunham os cientistas da época, em relação à concordância das teorias da Mecânica Clássica de Newton e do Eletromagnetismo de Maxwell com a Relatividade Clássica, pretendemos criar um ambiente adequado a que os alunos elaborassem seus esquemas mentais num processo de assimilação, de forma a favorecer uma introdução correta dos postulados da Relatividade Especial. Mostrou-se que deveria haver algo de errado com a Relatividade Clássica se a teoria eletromagnética estivesse correta como formulada por Maxwell; e, depois de analisar as três alternativas possíveis e de

comentar a escolha feita pelo então jovem Einstein, foram apresentados aos alunos os dois postulados da Relatividade Especial propostos por Einstein e que constituem o ponto de partida desta teoria.

Considerando que a velocidade de propagação da luz no vácuo tem um valor finito, constante e igual para todos os observadores inerciais, independente da velocidade da fonte emissora e/ou receptora, iniciou-se a discussão das conseqüências advindas da aceitação dos postulados da Relatividade Especial. Começou-se pela questão da relatividade da noção de simultaneidade. Primeiro discutiu-se com algum detalhe a noção de simultaneidade, com ajuda de uma animação de um trem relativístico imaginado por Einstein quando propôs sua teoria. A noção de simultaneidade de dois eventos também foi ilustrada com outras duas animações de um experimento imaginário, envolvendo uma nave espacial com paredes transparentes. Nela se comparava as percepções de um mesmo fenômeno, obtidas por um viajante localizado dentro da nave com as de um outro observador do mesmo fenômeno, localizado fora na espaçonave.

A partir da simulação de um “relógio de luz” dotado de espelhos perfeitamente refletivos e idealizado pelo próprio Einstein, foi apresentada ao aluno a noção de unidade de tempo do relógio como sendo aquele intervalo de tempo que a luz gasta para se propagar de um espelho a outro do relógio, no interior de um tubo de vidro que constitui o corpo do relógio e onde é feito vácuo. O funcionamento de um relógio de luz foi ilustrado em uma primeira animação.

Em seguida, foi iniciada a discussão de outra conseqüência dos postulados de Einstein, qual seja, a dilatação temporal. Para tal, o relógio de luz concebido por Einstein foi utilizado em outras animações. Nelas, dois relógios de luz foram empregados, estando um deles em repouso com relação ao monitor do computador e outro em movimento retilíneo uniforme relativo. Este se deslocava numa direção perpendicular em relação ao corpo do próprio relógio, ou seja, ao tubo de vidro que imaginariamente fixa os dois espelhos paralelamente um ao outro. Através da análise das trajetórias descritas pelos raios de luz que se propagam nos dois relógios, e considerando como válida a invariância da velocidade da luz (segundo

postulado de Einstein), o aluno foi levado a concluir que, no caso do relógio em movimento, a trajetória descrita pela luz, ao ir de um espelho a outro, era necessariamente maior; e que, portanto, o tempo de percurso correspondente deveria também ser maior. A possibilidade de efetuar a simulação repetidas vezes permitiu que o aluno pudesse refletir com calma a respeito da situação apresentada e se convencesse da validade das afirmações de Albert Einstein quanto à dilatação do tempo. A fim de tornar a situação mais clara e familiar para os alunos, cada um dos relógios de luz usados na simulação era acompanhado de um “contador de tempo” analógico, dotado de ponteiro e parecido com um relógio ordinário de pulso. Percebia-se claramente que seus respectivos ponteiros giravam com velocidades diferentes, compatíveis, em cada caso, com a fórmula da dilatação temporal a ser obtida em aula. Após essa etapa de reconhecimento e de familiarização com o funcionamento dos relógios de luz, as duplas de alunos deveriam, com ajuda solicitada ao professor, conseguir obter a fórmula final da dilatação tempo que relaciona os intervalos de tempo registrados pelos dois relógios de luz. Para facilitar a compreensão dos alunos, na animação empregada havia a possibilidade do estudante, ao clicar, sobre determinado *link*, visualizar as trajetórias já descritas pelos raios de luz dos relógios até um instante de tempo qualquer. A partir de um cálculo simples usando o teorema de Pitágoras, os alunos foram capazes de determinar a fórmula requerida. No final da atividade foram propostas à turma algumas perguntas sobre ao assunto estudado, para que, novamente e de forma diferente, cada aluno refletisse um pouco mais sobre a situação apresentada.

O aspecto central dessa atividade, portanto, foi de que os alunos, trabalhando em duplas e podendo interagir livremente com a professora, fossem capazes de deduzir por si mesmos a fórmula da dilatação do tempo. Assim como na utilização das simulações, a professora desempenhou apenas a função de mediadora, deixando o aluno como agente ativo do processo. E foi muito satisfatório perceber que *todos* alunos, sem exceção, conseguiram chegar à mesma conclusão, embora levando tempos bastante diferentes. Tal fato foi bastante motivador para os alunos, no sentido deles perceberem que a teoria da Relatividade Especial podia ser desvendada sem mistérios.

Nessa mesma aula surgiram, espontaneamente, diversas perguntas a respeito do paradoxo dos gêmeos e viagens no tempo. E também alguns alunos ofereceram aos colegas explicações sobre a dilatação temporal que já conheciam a partir de leituras próprias anteriores ao curso. Essa etapa foi enriquecida pelo interesse bastante grande demonstrado pelos alunos e pela satisfação dos mesmos em relação à aquisição de uma aprendizagem significativa. Também lhes foi fornecida uma folha impressa com exercícios envolvendo cálculos numéricos. Alguns desses exercícios foram realizados ali mesmo e entregues ao professor para correção, ficando os demais para serem realizados individualmente em casa. Aqui se pôde perceber que as animações e as deduções realizadas a partir das mesmas despertaram mais interesse dos alunos do que a mera explanação teórica e a resolução de exercícios.

Ainda nesta etapa e sempre retomando os conhecimentos da aula anterior, um novo encontro foi realizado para discutir a questão da contração dos comprimentos, também conhecida como contração de Lorentz. A atividade teve início com a história da obtenção original da fórmula da contração do espaço, já conhecida antes do trabalho de Einstein, obtida independentemente por dois cientistas (o irlandês FitzGerald e o holandês Lorentz) por volta de 1890. Mostrou-se que a interpretação que eles davam à fórmula obtida era completamente diferente daquela que foi enunciada por Albert Einstein em 1905. Enquanto este, em sua teoria da Relatividade Especial, descrevia uma contração no espaço, ou seja, uma contração observada nas medições de comprimentos realizadas, aqueles imaginavam que se tratasse de uma contração do próprio material do corpo cujo comprimento se queria medir; ou seja, o resultado de uma modificação na estrutura da matéria que compõe um corpo. Essa discussão inicial foi concebida como uma espécie de “antídoto” ministrado aos alunos para que eles não adquirissem uma compreensão errônea do significado da fórmula a ser obtida na atividade, um erro conceitual que é bastante difundido, ou induzido, através de leituras superficiais do tema.

Neste momento, aproveitou-se para apresentar o conceito de comprimento próprio de um objeto. Seguiu-se uma discussão sobre como realizar uma medição

precisa do comprimento de um objeto em movimento *sem precisar pará-lo*. Foi preciso imaginar uma situação em que a medição do comprimento do objeto em movimento pudesse ser realizada a partir de uma posição exterior ao objeto e com ele mantendo-se em movimento relativo ao observador considerado. Propôs-se, então, uma experiência de pensamento em que se dotaria o objeto de emissores de raios *laser* localizados em suas extremidades, os quais ativariam sensores localizados em grande quantidade, lado a lado, numa plataforma fixa em relação ao observador. A medida obtida para a distância entre os dois sensores que são atingidos pela luminosidade, num mesmo instante qualquer, é, portanto, igual ao comprimento a ser medido do objeto em movimento. Essa experiência de pensamento foi também apresentada na forma de simulação. Gastou-se um certo tempo nesse procedimento até que os alunos entendessem bem as diferenças entre as interpretações fornecidas por Einstein e pelos outros dois cientistas ao apresentaram a fórmula da contração dos comprimentos para justificar o resultado obtido por Michelson e Morley quando da realização do experimento em que se tentava comprovar a existência do éter.

Em seguida, foi disponibilizada aos alunos uma animação do mesmo relógio de luz usado na dedução da fórmula da dilatação do tempo, mas agora considerando-se que ele estivesse deslocando-se com uma velocidade relativística em relação ao observador e numa direção *paralela* à trajetória do feixe de luz dentro do mesmo. Essa animação é também interativa, e permite que o aluno a visualize por etapas que podem ser interrompidas e/ou repetidas livremente. Ela foi estruturada numa seqüência lógica de etapas, cada qual constituindo uma parte da dedução e envolvendo perguntas seguidas de alternativas, em que o aluno deveria escolher aquela que entendesse como a correta. Ao clicar numa alternativa, ele recebia um retorno na própria tela dizendo-lhe se acertou ou não, ao mesmo tempo em que o relógio de luz se deslocava na tela com velocidade suficientemente baixa para que o aluno pudesse visualizar confortavelmente o desenrolar do fenômeno. Quando ele acertava a resposta, uma nova etapa lhe era apresentada, e imediatamente aparecia uma nova pergunta incentivando (e fornecendo-lhe pistas) o aluno a continuar por si mesmo a seqüência que resultaria finalmente na obtenção da fórmula da contração dos comprimentos. Ao final do processo, a fórmula da contração de Lorentz foi obtida pelos próprios alunos de uma forma dirigida - que os

induzia a raciocinar a partir da invariância da velocidade da luz, de seus conhecimentos prévios sobre a cinemática do Movimento Retilíneo Uniforme e do conceito já assimilado (na atividade anterior) da dilatação do tempo. Dessa forma, a proposta foi proporcionar ao aluno um ambiente onde o mesmo pudesse agir livremente e com independência para que, a partir de suas próprias ações, ele mesmo elaborasse as operações formais inseridas no contexto do conhecimento. O papel do professor nessa etapa foi o de motivar o aluno à ação, partindo da apresentação de uma animação interativa que possibilitava simular o fenômeno, a estabelecer relações, a operar com as equações que ele já conhece do M.R.U. e a deduzir a fórmula da contração de Lorentz a partir daquilo que ele obtinha como respostas de suas ações.

Nessa etapa do curso, os alunos já apresentavam sinais de mudança em suas estruturas cognitivas, pois, ao mesmo tempo em que novas equilibrações se sucediam, havia também um reforço daquelas estruturas que haviam sido anteriormente remodeladas, envolvendo o conhecimento pré-existente e adaptado ao que ele já conhecia a respeito da dilatação do tempo, da invariância da velocidade da luz, da não-existência do éter, do conceito de observador e da maneira proposta para se medir o comprimento de um objeto em movimento. Todo o conhecimento anterior foi usado agora de forma significativa e cada aluno, por ser único na forma de pensar e agir, elaborou as suas características estruturais do modo particular. Esse processo natural de organização, essencialmente individual, fez com que alguns alunos chegassem, antes dos outros, ao final da atividade interativa proposta. O tempo gasto por cada aluno foi livre e sem restrições. Em sala de aula, houve inclusive uma solicitação para que não fossem fornecidas respostas prontas pelo colega do lado, deixando que cada um chegasse por si só ao final, independentemente do tempo que isso levasse. Cabe ressaltar que todos usaram caneta e folhas de papel auxiliares para elaboração dos cálculos necessários ao desenvolvimento dos procedimentos solicitados na simulação. A partir de uma certa etapa da simulação não havia mais alternativas a escolher, e sim lacunas a espera de dados que deveriam ser fornecidos pelo próprio estudante, a partir da análise matemática do fenômeno. Todos os alunos conseguiram chegar ao final dessa atividade, ou seja, a dedução da fórmula da contração do espaço, ainda no período da aula. Para finalizar, foi realizada a projeção de uma animação onde se explicava

a desintegração de múons como uma comprovação experimental da veracidade da dilatação temporal.

Por diversas vezes houve uma retomada de conhecimentos abordados em aulas anteriores, por solicitação dos próprios alunos. É interessante ressaltar os comentários deles ao se referirem à facilidade com que chegavam à conclusão numa segunda explicação ou retomada da animação, quando não a haviam obtido corretamente em ocasião anterior. Aqui vale lembrar que a repetição de um procedimento leva a uma acomodação na estruturas cognitivas e que isso, com freqüência, se faz necessário.

#### **4.4.3 Etapa 03: A relação massa e energia e o paradoxo dos gêmeos**

Uma explosão de idéias surgiu no início do desenvolvimento desse conhecimento quando foi perguntado aos alunos sobre o que eles já conheciam a respeito da equação  $E = mc^2$ . Todos responderam que já a conheciam, mas nem todos tinham segurança para opinar sobre ela. Um dos comentários foi que “*É a equação mais importante da Física Moderna*”, ao que foi sugerido pela professora que talvez fosse mais adequado substituir a palavra importante da frase por conhecida, afirmando-se que, certamente com grande chance de estarmos certos, ela “*É a equação mais conhecida da Física Moderna*”. Denominamos a equação como “relação de equivalência massa-energia”. A seguir, passamos a falar sobre seu significado para a fusão nuclear e para a fissão nuclear, sem muito aprofundamento, mas enfatizando que esses processos físicos, tão amplamente estudados e aplicados, constituíam validações da equação acima.

Várias colocações foram feitas pela professora com respeito à relação de equivalência massa-energia, algumas remetendo a interpretações errôneas de seu significado físico. Foi possível perceber que, de um total de 15 alunos, no mínimo 3 deles estavam muito próximos de compreender o real significado físico desta equação. O comentário feito por um deles foi que “*Uma pequena quantidade de massa pode ser convertida numa quantidade de energia que é equivalente ao produto dessa massa pelo fator ‘velocidade da luz ao quadrado’.* E isso é uma

*quantidade de energia muito grande!*” O comentário fez com que a professora perguntasse: “*O que representa para você este fator “velocidade da luz ao quadrado”?*”. A resposta do aluno que conhecia o assunto foi rápida: “*É apenas um fator de conversão, não querendo dizer que o objeto deva andar a esta velocidade, pois, como já vimos, não há nada que possa viajar mais rápido que a luz*”. Essa foi uma resposta fantástica para um aluno, e que desencadeou uma discussão entre esta afirmação e o fato de que, à primeira vista, a equação sugere que o objeto estivesse dotado de uma velocidade tão alta. Foi preciso deixar aflorar essas opiniões livremente para que se promovesse um novo dimensionamento das interações cognitivas, e para que houvesse a possibilidade de que aquele aluno que já conhecia conceitos errôneos em relação à equação pudesse modificar sua estrutura cognitiva, assimilando uma nova forma de pensar sobre a relação massa – energia.

Foi com base nesse despertar de interesse oportunizado pela discussão inicial que se incluiu, propositalmente, a menção ao fato histórico de Einstein ter afirmado que a luz possui inércia, uma propriedade que, antes do surgimento da teoria da Relatividade Especial, era associada apenas a um corpo ou sistema material, ou seja, dotado de massa; e que a equação  $E = mc^2$  também possuía esse significado. Comentou-se também a respeito da vinda ao Brasil, no ano de 1919, de uma equipe de cientistas e técnicos para observar um eclipse do Sol a partir da cidade de Sobral, no Ceará, ocasião em que se pôde constatar que a luz é realmente desviada ao passar próxima a um astro de grande massa como nosso Sol. Esse desvio é atribuído, na teoria de Einstein, à atração gravitacional sofrida pelo feixe de luz, que mesmo não sendo dotado de massa, possui inércia por transportar consigo uma determinada quantidade de energia. Muito embora fenômenos gravitacionais devam ser tratados com a teoria relativística da gravitação - a teoria da Relatividade Geral, e não com a Relatividade Especial de que trata o presente curso - achamos oportuno mencionar o fato da luz possuir inércia, pois a simulação que seria usada a seguir no curso fora planejada para que os alunos conseguissem deduzir a equação  $E = mc^2$  e, em tal dedução, esse conceito seria utilizado como parte da argumentação.



Outro conhecimento que foi preciso rever com os alunos foi o do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento de um sistema isolado e suas conseqüências. Usando giz e quadro-negro, foi realizada uma rápida revisão do assunto. Inicialmente, foi exposto o princípio da quantidade de movimento de um sistema isolado. A seguir, o princípio foi usado para demonstrar que se um sistema isolado é formado por dois corpos inicialmente em repouso no sistema de coordenadas escolhido, então chegamos à conclusão de que o centro de massa deste sistema deve se manter no mesmo lugar o tempo todo no futuro. Claro que também foi necessário gastar um certo tempo explicando aos alunos, de uma maneira qualitativa, o que é o centro de massa de um sistema. Foi-lhes fornecida também a fórmula matemática para se calcular a posição do centro de massa de um sistema de dois corpos - desacompanhada de qualquer dedução.

Outro tópico que foi necessário abordar previamente foi a questão da quantidade de movimento associada à propagação de uma onda eletromagnética, relacionada intimamente com a quantidade de energia transportada com a onda pela relação  $E = pc$  (também fornecida aos alunos sem dedução). Este é um tópico avançado para alunos de ensino médio, não dedutível para eles por exigir conhecimentos avançados de eletromagnetismo e de matemática. Mas de fato ela não representou qualquer dificuldade de compreensão e de convencimento por parte dos estudantes.

Terminada a etapa introdutória, foi apresentada uma nova simulação em *flash* em que um sistema de dois corpos era constituído pelos dois espelhos do relógio de luz de Einstein (tomou-se como desprezível a massa das paredes do tubo de vidro, que junto com os espelhos constitui o relógio de luz, de modo que fosse plausível considerar o relógio de luz como um sistema de dois corpos; e também para que a simulação se processasse nos mesmos parâmetros de conhecimento revisitados momentos anteriores à exposição da simulação). A simulação é também interativa, com vários *layouts* de tela se sucedendo, um para cada etapa do processo de dedução da relação de equivalência massa-energia. Em cada etapa mostrada em tela, o aluno podia observar, com cuidado, detalhes importantes do experimento imaginário, tal como a localização do centro de massa do relógio de luz. Num certo

instante, tomado como  $t=0$ , um pulso de luz (um *flash*) é supostamente emitido por um dos espelhos. Considerou-se também que o outro espelho do relógio de luz tivesse sido pintado com uma tinta capaz de absorver totalmente a luz nela incidente. Dessa maneira, o relógio deveria estar novamente em repouso relativo ao monitor do computador quando o pulso luminoso tivesse sido absorvido pelo espelho pintado. O Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento de um sistema isolado foi utilizado, então, junto com o fato de que o pulso de luz transporta consigo uma determinada quantidade de energia e de movimento, para convencer o aluno de que o relógio de luz deverá necessariamente recuar uma certa distância, em linha reta, durante o intervalo de tempo gasto para a luz se propagar do espelho emissor até o espelho absorvedor. Isso é ilustrado na animação como uma de suas etapas.

Toda a seqüência da animação era desencadeada pela ação do próprio aluno, acessando botões que lhe permitiam visualizar os efeitos produzidos. Em cada etapa da animação, uma pergunta era feita aos alunos (que continuam trabalhando em duplas e contando com a ajuda do professor), sendo que, às vezes, lhes era pedido que obtivessem uma determinada equação ou relação relevante ao processo. Essas perguntas foram elaboradas com o objetivo de incentivar, e também de auxiliar, o raciocínio lógico do aluno, sempre fazendo uso dos conhecimentos prévios do mesmo (com as exceções, claro, do conceito e da fórmula do centro de massa e da informação sobre a quantidade de movimento associada à energia transportada por uma onda eletromagnética). Uma vez respondida a questão e/ou realizada a proposta feita numa dada etapa, a animação seguia para outra etapa a ser vencida de maneira análoga. O leitor poderá encontrar, no capítulo referente à elaboração do material didático, os detalhes gráficos e a seqüência correta de quadros da animação discutida nos últimos parágrafos.

Os alunos trabalharam na simulação por uns 15 minutos, no mínimo. O professor acompanhava o processo mediando o conhecimento, mas dando-lhes a liberdade de poder discutir entre si, ou mesmo a de uma dupla trocar informação com outra sua vizinha. Sempre que a ajuda solicitada não fosse suficiente para que etapa fosse vencida, o professor tratava de auxiliar nas deduções. Pôde-se perceber que essa atividade era mais complexa do que as outras anteriormente propostas aos

alunos. Ao final da atividade, projetamos a simulação inteira no telão e foi realizada uma explanação sobre a mesma enfatizando pontos importantes – como, por exemplo: se o centro de massa não mudou de localização, isso se devia ao fato de que a luz que incidiu no espelho da direita ser portadora de uma quantidade de inércia equivalente à da massa que aumentou no espelho da direita, e que diminuiu no espelho da esquerda. Todas as duplas, sem exceção, conseguiram completar a dedução da relação de equivalência massa-energia.

Nesta etapa foi entregue aos alunos uma versão impressa e completa do texto de apoio, e se fez uma retomada do conhecimento desenvolvido até o presente momento, através da revisão dos principais tópicos abordados, complementada pelas correções dos exercícios que ainda não haviam sido corrigidos. Quase no final do encontro estabelecido, alguns alunos manifestaram que se consideravam em condições de realização da avaliação de conhecimento, enquanto outros se disseram receosos em relação à mesma e que precisariam de mais tempo para poderem se preparar a contento. Ficou decidido, então, que no próximo encontro se abordaria inicialmente o paradoxo dos gêmeos; e que, em seguida, seria feita uma demonstração experimental do interferômetro de Michelson, para que se pudessem visualizar as franjas de interferência produzidas pelo equipamento na parede da sala de aula, como complemento ao que já haviam visto sobre o assunto. O restante dessa aula foi utilizado para que os alunos fizessem as perguntas que achassem necessárias a fim de obterem esclarecimentos adicionais do assunto em pauta ou mesmo de aulas passadas.

No dia combinado, como curiosidade, orientou-se os alunos para que, usando o interferômetro de Michelson, eles realizassem a medição do índice de refração no ar (que foi obtido com excelente precisão). A aula transcorreu com tranquilidade e os alunos manifestaram sinais claros de compreensão do assunto, de acordo com as explicações e com a argumentação usada. Pôde-se perceber que eles tinham consciência da validade da Relatividade Especial apenas para referenciais inerciais; e que, no caso do paradoxo dos gêmeos, a diferença de idade real entre os gêmeos se devia ao fato de que por muitos instantes o referencial do foguete era acelerado, enquanto o referencial fixo na Terra era, na prática, um referencial inercial.

#### **Etapa 04: Avaliação de conhecimentos e do curso.**

Inicialmente foi entregue aos alunos um teste de avaliação de conhecimentos (ver apêndice B), constituído de 10 (dez) questões envolvendo todos os conhecimentos da Relatividade Especial abordados no curso, sendo que 3 (três) delas foram retiradas de testes já aplicados em vestibulares de universidades brasileiras, 5 (cinco) foram extraídas de livros didáticos, e 2 (duas) foram elaboradas especialmente para este teste, sendo uma delas idêntica à pergunta constante no teste de conhecimentos prévio (ver apêndice A) aplicados um ano antes deste a que nos referimos agora.

As questões de nº 01 e de nº 02 referiam-se à dilatação temporal e ao paradoxo dos gêmeos, respectivamente. A questão nº 03 era sobre as diferenças substanciais entre as definições de espaço e de tempo na Física Newtoniana e na Relatividade Especial. A questão nº 04 tratava sobre observadores em referenciais inerciais. As questões de nº 05 e de nº 06 referiam-se à contração de Lorentz. A questão nº 07 versava sobre a dilatação temporal. A questão nº 08 tratava da contração de Lorentz, mais especificadamente, da direção em que ela ocorre. A questão de nº 09 envolvia um cálculo da contração de Lorentz e a questão nº 10 envolvia alternativas que englobavam quase todo o conhecimento referente à velocidade da luz, à dilatação do tempo, à contração do espaço e, principalmente, à relação de equivalência massa-energia.

Em seguida à avaliação de conhecimentos, os alunos avaliaram o curso através de um instrumento de um teste (ver apêndice C) que consistia de questões com alternativas e também de perguntas abertas, onde se esperava comentários escritos pelos alunos. Não foi solicitada a identificação do aluno para que a avaliação ficasse livre de qualquer omissão de opinião do aluno pelo constrangimento em ser identificado.

Através da aplicação desse instrumento foi possível saber se o aluno gostou do curso, se as animações disponibilizadas contribuíram para a sua aprendizagem, se a página disponibilizada na Internet, influiu positivamente na compreensão do

conhecimento, quantas vezes o aluno a acessou e o número aproximado de horas que ficou nela pesquisando e, ainda, se ele havia gostado da página apresentada. Também foram feitas perguntas referentes a aspectos que o aluno porventura não tenha gostado, tanto na *homepage* do curso como no texto de apoio distribuído. Ainda, foi questionado se as deduções das equações da dilatação temporal, da contração de Lorentz e da relação de equivalência massa-energia, facilitaram a compreensão do assunto desenvolvido, se as explicações da professora, feitas paralelas ao desenvolvimento das animações em sala de aula, contribuíram para a sua aprendizagem, se o tempo disponível foi adequado e se eles recomendariam o curso para que outros colegas o fizessem no futuro. Foi também solicitado que eles sugerissem alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso.

No capítulo seguinte faremos a apresentação e análise dos resultados a partir dos dados obtidos através dos instrumentos de avaliação apresentados anteriormente.

## 5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Foram realizadas três avaliações com as finalidades de, primeiramente, determinar o interesse dos alunos pelo assunto e seus conhecimentos prévios acerca da teoria da Relatividade Especial; e, depois de concluído o curso, de determinar se houve aprendizado significativo do assunto através da aplicação de um teste composto por dez(10) questões sobre o assunto desenvolvido. A última avaliação foi em relação ao curso em si, à metodologia usada e às opiniões dos alunos a respeito do mesmo.

### 5.1 Teste de interesse e conhecimento de Relatividade Especial

A análise do instrumento de avaliação na forma de teste de interesse e de conhecimentos sobre a Relatividade Especial (ver Apêndice A) permitiu levantar os dados sintetizados na tabela abaixo:

**Tabela 1: Tabela de dados referente ao teste de interesse e conhecimento de Relatividade Especial (total de 744 alunos)**

QUESTÃO	PERGUNTA FORMULADA	ALTERNATIVAS	NÚMERO DE ALUNOS
01	Idade	14 anos	76
		15 anos	342
		16 anos	295
		17 anos	29
		18 anos	2

(continuação da tabela 01)

02	Série	1ª série	364
		2ª série	380
03	Qual a área de conhecimento que mais o atrai para os estudos?	Área de linguagem, códigos e suas tecnologias (Língua Portuguesa Língua Estrangeira Moderna; Educação Física; Arte; Informática.)	89
		Área das Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias (Biologia, Física, Química e Matemática)	420
		Área das Ciências Humanas e suas tecnologias (História, Geografia, Sociologia, Antropologia e Política e Filosofia)	142
		Não soube responder	93
04	Já ouviu falar sobre a teoria da Relatividade Especial?	Sim	242
		Não	502
05	Já ouviu falar sobre a teoria da relatividade, de Albert Einstein?	Sim	647
		Não	97
06	Já conhece a equação $E = mc^2$ ?	Sim	249
		Não	491
		Não respondeu	4
07	Você tem interesse de aprender um pouco sobre a Relatividade Especial?	Muito interesse	53
		Um razoável interesse	135
		Um pouco de interesse	112
		Apenas curiosidade	312
		Nenhum interesse ou curiosidade	132

As perguntas seguintes foram respondidas apenas por quem respondeu afirmativamente às perguntas 04 ou 05, e também por quem respondeu à questão 07 com as afirmativas (a), (b), (c) ou (d). O número de alunos que responderam a partir da questão número 08 foi de 612 alunos. Os resultados obtidos estão sintetizados na tabela seguinte.

(continuação da tabela 01)

08	Você tem uma idéia mínima do que trata a Relatividade Especial?	Sim	79
		Não	533
		Em branco	132
09	Se você respondeu afirmativamente à pergunta anterior, explique, com suas próprias palavras, do que trata a Relatividade Especial.	Ver respostas após o final desta tabela.	
10	Qual(quais) sua(s) maior(es) curiosidade(s) a respeito da Relatividade Especial?	Ver respostas após o final desta tabela.	
11	Onde você obteve informação a respeito da teoria da Relatividade Especial?	Filmes de ficção científica. Quais?	43
		Filmes-documentários. Quais?	30
		Livros de divulgação científica.	22
		Revistas de divulgação científica.	32
		Jornais. Quais?	30
		Histórias em Quadrinhos. Quais?	9
		Outros. Quais?	50
		Não respondeu	406
12	Dois gêmeos A e B, despedem-se numa estação espacial, no ano de 2003. Um deles, o gêmeo A, fica na Terra e o outro (B) viaja numa nave espacial, completamente equipada e com suprimentos suficientes para ficar viajando, à velocidade da luz, durante muitos anos terrestres. Em 2023, quando o A for novamente na estação reencontrar o seu irmão B, eles terão a mesma idade?	Sim	220
		Não	339
		Não respondeu	53
13	Se a resposta anterior foi não, qual deles estará mais velho?	O gêmeo A	197
		O gêmeo B	139
		Não respondeu	3
14	Você gostaria que a teoria da Relatividade Especial fosse abordada	Sim	401
		Não	199
		Não respondeu	12
15	Você teria interesse em assistir um curso extraclasse introdutório, sem custo, no próximo ano, sobre a teoria da Relatividade Especial?	Sim	373
		Não	238
		Não respondeu	01
16	Você gostaria de ter aulas onde fossem empregados recursos de informática, como, por exemplo, animações ou programas de simulação, para ajudar o professor a ensinar melhor o conteúdo de um assunto da Física?	Sim	568
		Não	44



Referente a questão nº 09, onde se solicitava ao aluno que explicasse, com suas próprias palavras, do que trata a Relatividade Especial, foram poucos que responderam e, dentre eles, foram selecionados algumas das respostas que passamos a citar literalmente abaixo.

*“Acredito que seja aquela teoria dos dois gêmeos, em que um fica na Terra e outro vai para o espaço viajar na velocidade da luz. Quando os dois se reencontram, nota-se a diferença na aparência e na idade dos dois.”*

*“Teoria de Einstein baseada na idéia de que as leis da ciência devem parecer as mesmas para qualquer observador em movimento, não importando sua velocidade”.*

*“Que o tempo é relativo. Na Terra (planeta Terra) ele se passa de uma forma, e no espaço de outra. Uma pessoa que viajasse 30 anos no espaço vai envelhecer menos do que uma pessoa de mesma idade na Terra.”*

*“Alguma coisa como o desvio da luz pela gravidade solar. Diminuição de massa quando em grande velocidade. Tendência ao não envelhecimento quando em movimento.”*

*“A teoria da Relatividade Especial, pelo que suponho devido a minha falta de conhecimento, deve ser uma parte da teoria de Einstein que, na atualidade, se conseguiu especializá-la e aperfeiçoá-la.”*

*“Acho que se refere à alguma exceção da teoria de Einstein, que poderia provar que nem tudo é relativo”.*

*“Que se você viajar muito rápido pelo espaço tende a ir para o futuro.”*

*“Ela provavelmente prega que todas as atividades físicas são relativas e portanto, apesar de uma mesma situação, os nossos cálculos podem ser diferentes.”*

*“Não sei explicar, mas lembro de que trata sobre vencer as barreiras do tempo e viajar por ele na velocidade da luz sem sofrer os efeitos temporais”.*

*“Tudo no espaço é relativo”.*

*“A teoria da relatividade diz que, por exemplo, o tempo é relativo, pois às vezes, um segundo demora horas para passar e , às vezes, as horas passam num segundo.”*

*“Quando se viaja com a velocidade da luz, não se sente o efeito do tempo, logo as pessoas não envelhecem”.*

*“Einstein dizia que tudo é relativo. No espaço, viajando à uma velocidade muito grande, o tempo passa de forma diferente do tempo terrestre, podendo-se notar até diferenças entre indivíduos que estão na Terra e no espaço”.*

*“A teoria da Relatividade Especial diz que espaço e tempo são relativos e que o tempo não corre da mesma maneira em todas as situações.”*

*“A teoria da relatividade consiste, basicamente, na idéia de que mudando a posição do observador, mudam-se os dados do que é observado. Portanto, estes dados são relativos.”*

*“A teoria desenvolvida por Einstein, na qual devemos ter em mente sempre o espaço-tempo e não trabalhar com eles de forma separada.”*

*“Quando uma pessoa viaja em velocidade extrema, o tempo transcorre diferentemente de quando uma pessoa permanece parada. O espaço-tempo poderia alterar levemente o movimento dos astros, o que poderá ser comprovado por meio de um giroscópio. Em altas velocidades, o tempo passaria mais rápido.”*

*“Se viajarmos a velocidade da luz, o tempo não passará.”*

*“Não tenho certeza, mas acho que é  $E = mc^2$ , que significa, explicando de maneira medíocre, que energia é igual a qualquer tipo de massa elevada ao quadrado.”*

*“Esta lei de Albert Einstein fala que o tempo é muito relativo, isto é, um minuto pode ser rápido ou lento. Um exemplo é caso você ficar conversando com uma mulher bonita o tempo passa mais rápido (relativamente falando) do que você estivesse com a mão em água quente (mesmo sendo os tempos iguais).”*

*“A teoria citada prega que todo o fluxo de tempo e espaço é relativo a algo. Por exemplo, quando você segura uma panela quente, um segundo parece uma hora. Quando se segura uma linda mulher, uma hora parece um segundo.”*

*“A teoria da Relatividade Especial fala sobre a relação espaço-tempo, que é tratada no geral, e essa engloba a cinemática”.*

*“Quando mais rápido um corpo anda, mais devagar o tempo passa para ele.”*

*“Eu acho que é a teoria que afirma que o universo tem mais de três dimensões e que, inclusive, uma delas seria o tempo.”*

*“Ela diz que o tempo e o espaço são interligados e que o deslocamento no tempo seria relativamente ao deslocamento no espaço.”*

*“Seria uma teoria de Einstein que diz que se atingíssemos a velocidade da luz poderíamos viajar pelo tempo. Também que o tempo no espaço passa mais devagar.”*

Quando perguntados, na questão de nº 10, sobre que curiosidades eles possuem em relação à Relatividade Especial, alguns alunos responderam:

*“A representação matemática do assunto, assim como o conjunto de equações que provam esta teoria”.*

*“Tenho interesse nos conceitos, na parte teórica.”*

*“Saber do que se trata e para que serve no dia-a-dia.”*

*“Saber o que é, para que serve e em como vamos usar isso em nossas vidas.”*

*“Se ela, a teoria da Relatividade, pode realmente ocorrer”.*

*“É possível viajar no tempo?”*

*“Se há exemplos que a comprovem.”*

*“Como Einstein chegou a tudo isso naquela época.”*

*“É muito interessante. Gostaria de saber se o tempo existe, se podemos viajar no tempo e porque isso acontece.”*

*“Saber o que é. Sei que é uma teoria muito complexa e de difícil entendimento.”*

*“Saber como funciona, porque todos falam que a descoberta de Einstein foi muito importante, e só conhecendo-a é que vou saber se foi ou não.”*

*“Do que se trata e sua influência na vida cotidiana”.*

*“Se já foram feitas experiências da dilatação do tempo com seres humanos”.*

*“Tenho curiosidade porque gosto de Física. Nenhuma curiosidade específica por não conhecer o assunto.”*

*“A dilatação do tempo. Isto é muito interessante.”*

*“Adquirir conhecimento, entender seus princípios e saber mais sobre o espaço em que vivo”.*

*“Alguma coisa que comprovasse a teoria da Relatividade Especial. Aprender mais sobre ela e compreendê-la melhor”.*

*“É a vontade de viajar pelo tempo”.*

*“Se é , realmente, possível a dilatação do tempo e a contração do espaço.”*

*“Se realmente é especial ou se é apenas um nome para chamar a atenção.”*

*“É saber porque o tempo é relativo”.*

*“Como foi descoberta.”*

*“Tudo.”*

*“Se seria possível, caso alguém se candidatasse, realizar uma experiência dessas para comprovar a dilatação do tempo. Caso não, que é no que acredito, baseado em que eles têm tanta certeza disso?”*

*“Sua aplicação prática na vida cotidiana e nas “soluções” de problemas que a humanidade enfrenta, como o fim das fontes de energia não-renováveis.”*

*“Gostaria apenas de aprimorar meus conhecimentos e viajar na velocidade da luz para mudar a velocidade com que o tempo passa.”*

*“Não sei se tem a ver, mas como largam satélites no espaço?”*

*“O nosso corpo tem, digamos, um “relógio biológico”. Então, se fôssemos para o espaço viajar em alta velocidade, porque não envelheceríamos se as nossas células continuariam “trabalhando”?”*

*“Por que ela é tão importante para a Física e também por que ela é tão famosa.”*

A análise dos resultados, a partir dos dados obtidos, constantes na tabela exposta anteriormente, permitiu a construção de gráficos que são expostos a seguir:

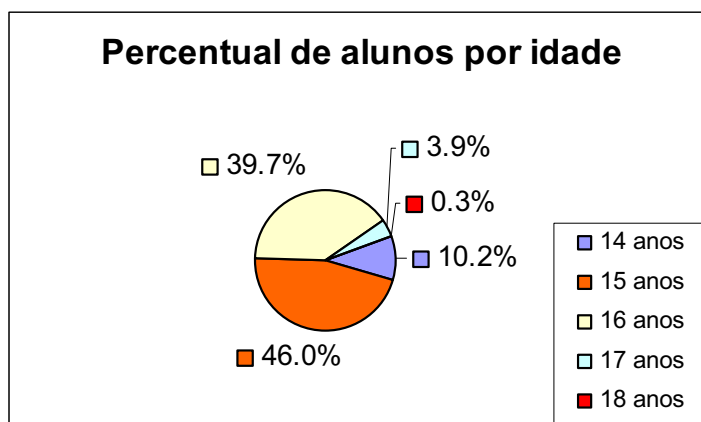


Gráfico 1

A maioria dos alunos encontra-se na faixa etária de 15 e 16 anos.

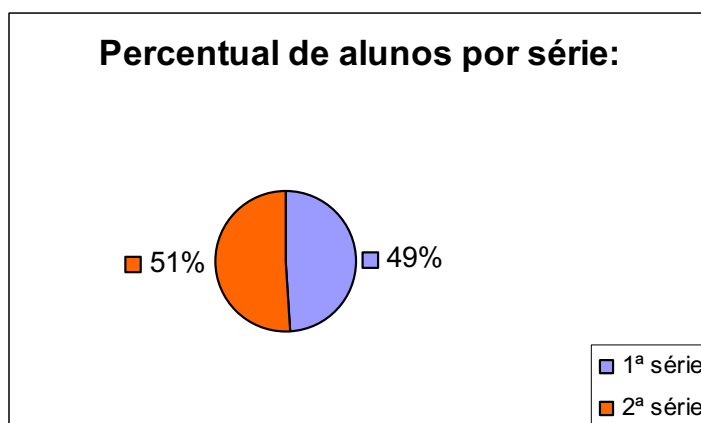


Gráfico 2

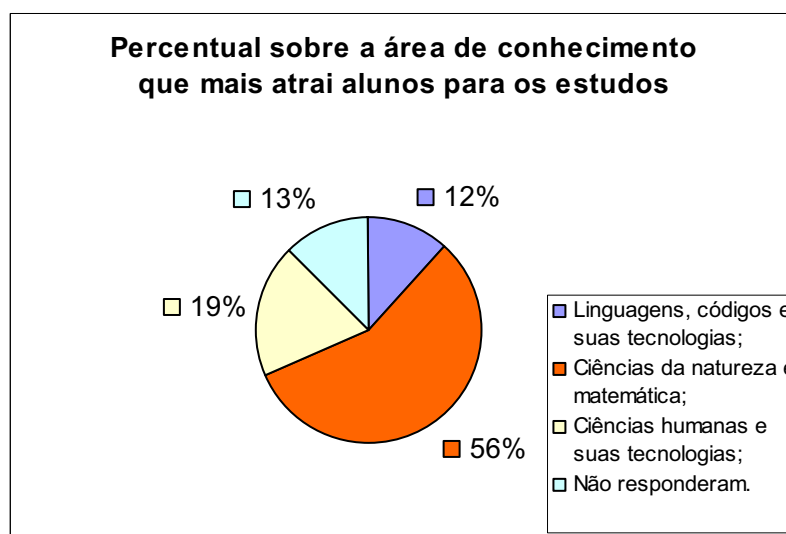


Gráfico 3

Oitenta e nove (89) alunos se identificam mais com estudos na área de linguagem, códigos e suas tecnologias (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Educação Física, Arte e Informática), quatrocentos e vinte (420) alunos preferem a área das Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias (Biologia, Física, Química e Matemática), cento e quarenta e dois (142) alunos escolheram a área das Ciências Humanas e suas tecnologias (História, Geografia, Sociologia, Antropologia e Política e Filosofia) e noventa e três (93) alunos não responderam à questão.



Gráfico 4

Quinhentos e dois (502) alunos nunca haviam ouvido falar sobre a teoria da Relatividade Especial e duzentos e quarenta e dois (242) já haviam ouvido sobre o assunto.

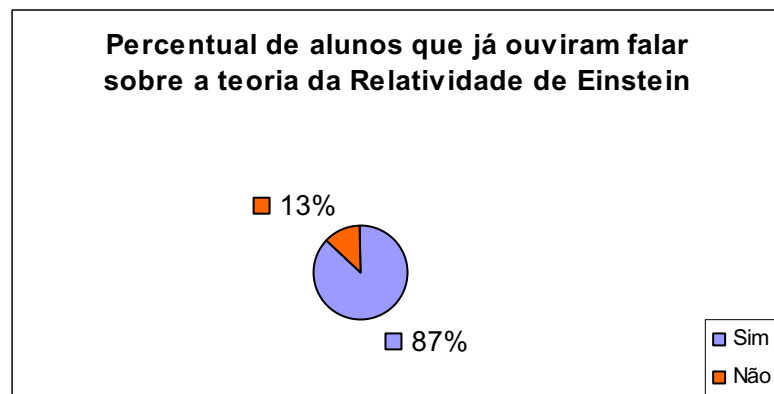


Gráfico 5

Seiscentos e quarenta e sete (647) alunos já haviam ouvido falar sobre a Teoria da Relatividade de Albert Einstein, e apenas noventa e sete (97) alunos nunca haviam ouvido falar dela.

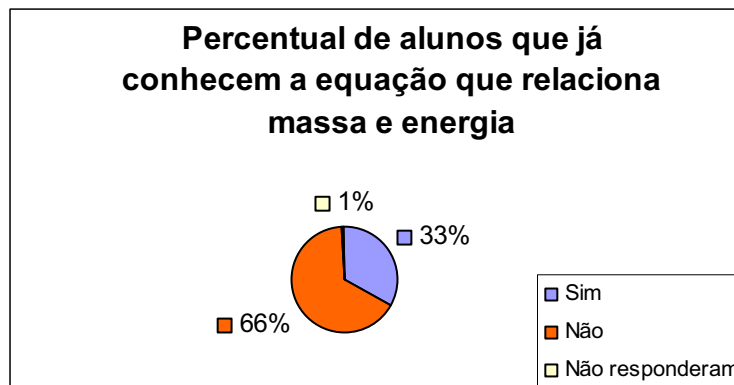


Gráfico 6

Duzentos e quarenta e nove (249) alunos já conheciam a equação  $E = mc^2$ , e quatrocentos e noventa e um (491) alunos, não. Quatro (4) alunos não responderam.

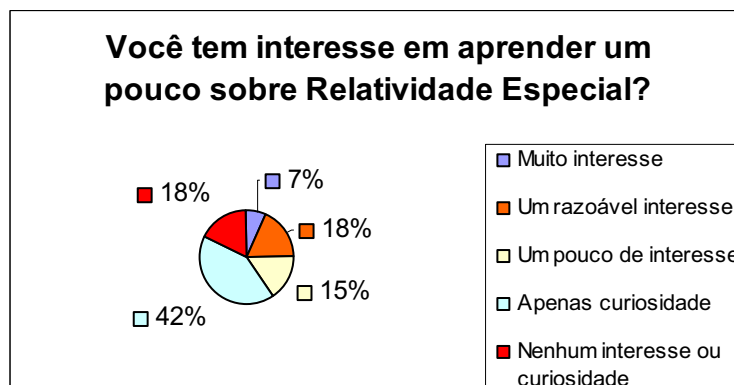


Gráfico 7

A maioria dos alunos, ou seja, trezentos e doze (312), têm apenas curiosidade em relação à teoria da Relatividade Especial. Apenas cinquenta e três (53) alunos disseram ter muito interesse em aprender um pouco sobre o assunto e cento e trinta e dois (132) alunos afirmaram não ter nenhum interesse ou curiosidade. Os restantes duzentos e quarenta e sete (247) afirmaram que têm um razoável interesse ou um pouco de interesse em aprender a teoria.



Gráfico 8



Quinhentos e trinta e três (533) alunos não têm idéia do que trata a Relatividade Especial, cento e trinta e dois (132) alunos não responderam e setenta e nove (79) deles dizem ter uma idéia mínima do que seja essa teoria. No entanto, quando lhes foi solicitado que expressassem com suas palavras do que se trata a Relatividade Especial, a quase totalidade deles desconhecia o assunto.

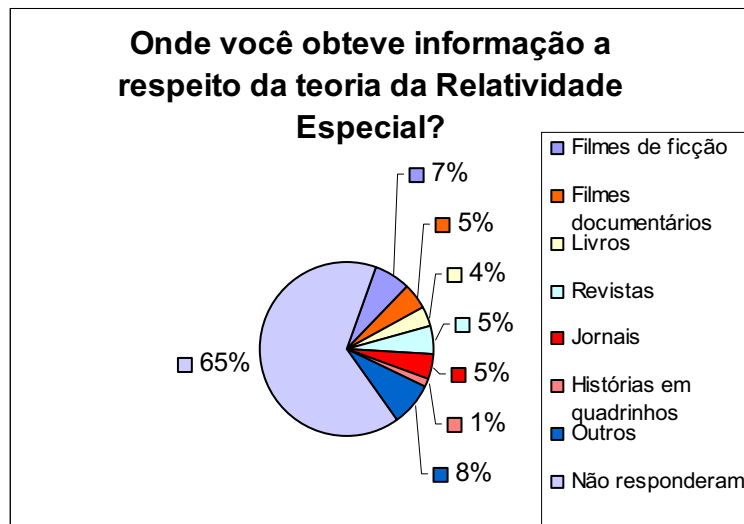


Gráfico 9

Entre os que conheciam alguma coisa sobre o assunto, a maioria disse que obtinha as informações em primeiro lugar com familiares e professores; em segundo lugar, em revistas (e citaram apenas as revistas Veja, SuperInteressante, Galileu e Isto É). Em terceiro lugar estão os filmes de ficção científica, seguidos de jornais e filmes documentários.

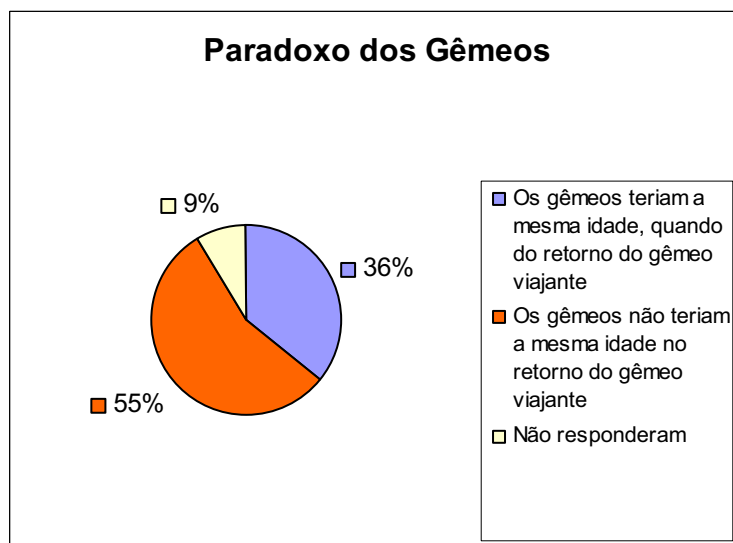


Gráfico 10

Com relação ao paradoxo dos gêmeos, trezentos e trinta e nove (339) alunos disseram acreditar que haverá o fenômeno da dilatação do tempo, enquanto duzentos e vinte (220) responderam que os dois irmãos estariam ainda com a mesma idade, quando se reencontrarem depois de passados 20 anos na Terra. Cinquenta e três alunos (53) não responderam à pergunta.

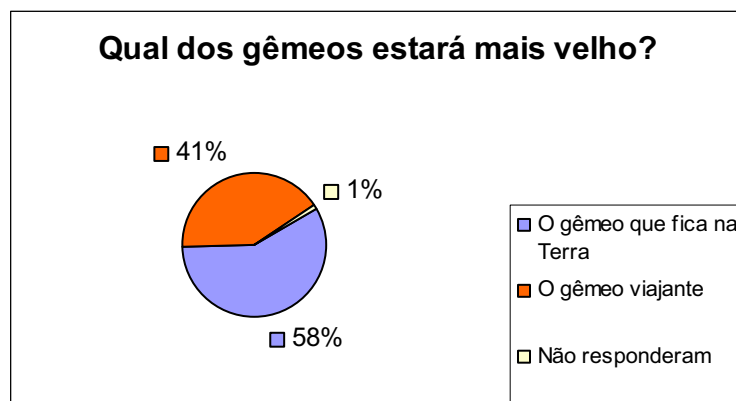


Gráfico 11

Daqueles alunos que disseram acreditar no efeito da dilatação temporal, cento e noventa e sete (197) responderam corretamente que o gêmeo que viaja a velocidade próxima a da luz envelhecerá menos que o seu irmão e cento e trinta e nove (139) alunos responderam que o gêmeo que permanece na Terra envelheceria menos. Três (3) alunos não responderam.

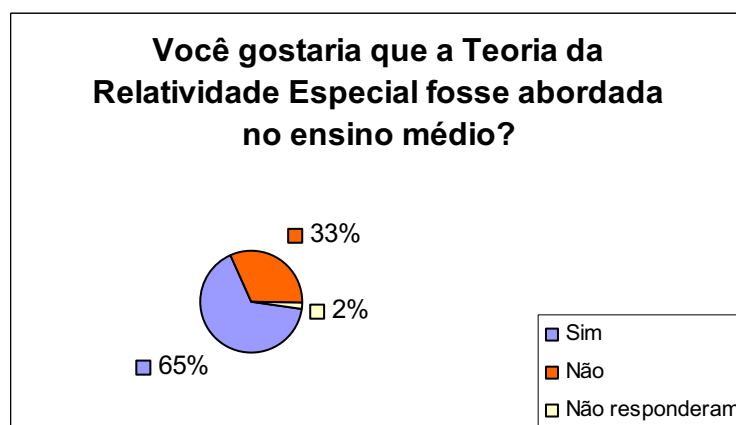


Gráfico 12

Quatrocentos e um (401) alunos disseram que gostariam que a teoria da Relatividade Especial fosse abordada no ensino médio, e cento e noventa e nove (199) responderam que não gostariam. Doze (12) alunos não opinaram.

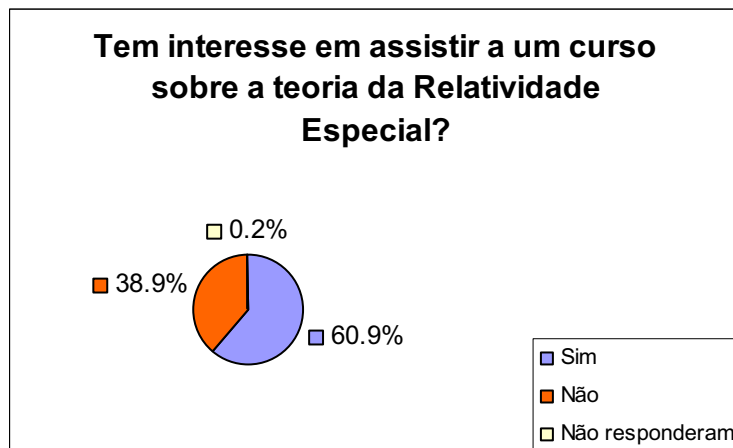


Gráfico 13

Trezentos e setenta e três (373) alunos disseram ter interesse em assistir a um curso extraclasse de introdução à Relatividade Especial, sem custo, no ano seguinte. Duzentos e trinta e oito alunos (238) responderam que não assistiriam ao curso e um (1) aluno não respondeu.



Gráfico 14

Quando perguntados se gostariam de ter aulas onde fossem empregados recursos de informática, como, por exemplo, animações ou programas de simulação, para ajudar o professor a ensinar melhor o conteúdo de um assunto da Física, 568 alunos disseram que sim. Apenas 44 alunos não ficaram motivados com a proposta.

A análise dos dados obtidos, constantes nos gráficos acima e, em comparação com as hipóteses levantadas ao iniciarmos esse trabalho, permitiu que chegássemos a alguns resultados. Estes fecham o levantamento prévio que serviu de parâmetro e embasamento à forma como veio a se concretizar o curso de introdução conceitual à Relatividade Especial no ensino médio. Assim, podemos

afirmar que o público alvo do curso, a ser ministrado um ano depois desta entrevista, teria idade compreendida entre 15 e 19 anos; estudariam nas 2ª e 3ª séries do ensino médio; apresentam maior interesse nos estudos na área das Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias onde estão incluídas a Biologia, a Física, a Química além da Matemática; ainda não têm conhecimento prévio da teoria da Relatividade Especial, muito embora, já ouviram falar da Teoria da Relatividade de Albert Einstein; a maioria dos alunos tem apenas curiosidade sobre o assunto mas gostariam de que a Teoria da Relatividade Especial fosse assunto abordado no ensino médio; assistiriam um curso sobre a teoria da Relatividade Especial e lhes agrada muito ter aulas onde são usados recursos da informática como, por exemplo, as simulações por computador.

## 5.2 Teste de avaliação de conhecimentos de Relatividade Especial

A tabela abaixo sintetiza os dados obtidos através do teste de avaliação do conhecimento:

**Tabela 2:** Tabela de acertos por questão da avaliação de conhecimento

ALUNOS \ QUESTÃO	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	NOTA
A	C	X	C	C	C	C	C	C	X	C	8,0
B	C	C	C	X	C	C	X	C	X	C	7,0
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	10,0
D	C	C	C	X	C	X	C	C	C	C	8,0
E	C	X	C	X	C	C	X	C	X	C	6,0
F	C	X	C	X	C	C	C	C	C	C	8,0
G	C	C	C	C	X	C	C	C	C	C	9,0
H	C	C	C	X	C	C	C	C	X	C	8,0
I	C	C	C	X	C	C	X	C	X	C	7,0
J	C	C	C	C	C	C	C	C	X	C	9,0
K	C	X	C	C	C	C	C	C	X	C	8,0
L	C	C	C	C	C	C	X	C	C	X	8,0
M	C	X	C	C	C	C	X	C	X	C	7,0
PERCENTUAL DE ACERTO POR QUESTÃO	100 %	64,5 %	100 %	53,8 %	92,3 %	92,3 %	61,5 %	100 %	38,36 %	92,3 %	

LEGENDA: C = Questão certa; X = Questão errada

Dos 15 (quinze) alunos inscritos no curso, apenas 13 (treze) fizeram o teste; e destes, 93,31% obtiveram nota igual ou superior a 7,0 (sete). Apenas um aluno ficou com nota igual a 6,0 (seis).

Referente às questões, o maior percentual de acerto (100%) recaiu sobre as questões de nº 01 e nº 03. Na questão nº 01 o aluno era perguntado sobre quem estaria mais velho, o gêmeo A que viajou durante todo o tempo à velocidade próxima à da luz ou o gêmeo B, que permaneceu na Terra, após terem se passado 20 anos terrestres. Todos os alunos acertaram a questão. E a questão de nº 03, com o mesmo percentual de acerto, versava sobre a questão do espaço e do tempo nas duas teorias estudadas.

Outras três questões, as de número 05, 06 e 10, tiveram alto percentual de acerto - 92,3 % dos alunos acertaram. As duas primeiras (05 e 06) implicavam um conhecimento muito bom sobre referenciais inerciais e observadores, enquanto a última (nº 10) fazia uma um “passeio” por vários tópicos da Relatividade Especial, com ênfase na relação massa-energia.

A questão de menor percentual de acerto foi a de nº 09. Essa questão envolvia um cálculo um pouco mais elaborado referente à contração de Lorentz. Como não se tratava de uma simples aplicação da fórmula, a maioria dos alunos não soube respondê-la corretamente, ficando o percentual de acerto em apenas 38,36%.

### **5.3 Teste de avaliação do curso**

Em relação à avaliação do curso, realizada a partir do instrumento de avaliação mencionado antes (ver Apêndice C), os 13 alunos presentes responderam às questões formuladas e os resultados são apresentados na tabela abaixo:

QUESTÃO	PERGUNTA	ALTERNATIVAS	NÚMERO DE ALUNOS
1	Qual a sua idade?	16 anos	8
		17 anos	5
2	Em que série você está?	2ª série	10
		3ª série	3
3	Você gostou do curso “Uma Introdução Conceitual à Teoria da Relatividade Especial no Ensino Médio”?	Sim, bastante.	13
		Mais ou menos.	-
		Gostei, mas podia ter sido melhor.	-
		Gostei, mas entendi pouco.	-
		Não gostei e não contribuiu para minha compreensão do assunto.	-
4	O uso de animações em <i>flash</i> contribuiu para a sua aprendizagem?	Muito	13
		Em parte	-
		Pouco	-
		Não contribuiu	-
5	A existência de uma página na Internet, com o conteúdo do curso e as animações em <i>flash</i> , contribuiu efetivamente para sua compreensão da teoria da Relatividade Especial?	Muito	7
		Em parte	6
		Pouco	-
		Não contribuiu	-
5.1.	Você consultou, aproximadamente, quantas vezes a página do curso na <i>Internet</i> ?	2 vezes	3
		4 vezes	2
		8 vezes	4
		9 vezes	1
		10 vezes	1
		12 vezes	1
		15 vezes	1
5.2.	Quanto tempo você estima que gastou consultando a <i>homepage</i> do curso, no total das vezes que a acessou?	Meia hora	3
		Uma hora	1
		Uma e meia hora	3
		Duas horas	3
		Quatro horas	1
		Seis horas	1
		Doze horas	1
5.3.	O que você mais gostou na página?	As animações	8
		O conteúdo e as explicações	1
		Exercícios disponíveis <i>online</i> com retorno se houve acerto ou erro	2
		A possibilidade de rever os exercícios com as animações	1
		As cores usadas	1
		Tudo esteve muito bem apresentado	1
		O desenho dos experimentos	1
5.4	Houve algum aspecto em que você não gostou no visual das animações?	Problema com atualização no Java applets	2
		Em vez de naves poderia usar sempre trens	1
		Nenhum	10

(continuação da tabela 03)

5.5	Houve algum aspecto em que você não gostou no visual da <i>homepage</i> ?		Às vezes era difícil a visualização de toda a tela	4
			Os exercícios	1
			Nenhum	8
5.6	Houve algum aspecto em que você não gostou no texto do curso?		Sim (sem especificar o que não gostou)	1
			O texto está bom	13
6	A aplicação de exercícios com alternativas e visualização imediata do acerto ou erro, contribuiu para a sua aprendizagem?		Muito	10
			Em parte	03
			Pouco	-
			Não contribuiu	-
7	As deduções das equações da dilatação temporal, da contração de Lorentz e da relação de equivalência massa-energia a partir de animações em <i>flash</i> do relógio de luz, facilitaram a compreensão do assunto? Responda individualmente quanto a cada uma das animações:	7.1. Dilatação temporal:	Muito	10
			Mais ou menos	3
			Pouco	-
			Não contribuiu	-
		7.2. Contração de Lorentz	Não assisti	-
			Muito	10
			Mais ou menos	3
			Pouco	-
		7.3. Equivalência massa-energia	Não contribuiu	-
			Não assisti	-
			Muito	4
			Mais ou menos	7
8	As explicações da professora, paralelas ao desenvolvimento das animações em sala de aula, contribuíram para a sua aprendizagem?		Pouco	2
			Não contribuiu	-
			Não assisti	-
			Muito	13
			Mais ou menos	-
9	O tempo disponível para o desenvolvimento do curso (9 encontros semanais) foi		Pouco	-
			Não contribuiu	-
			Não assisti	-
			Adequado.	4
			Longo	-
10	Você recomendaria o curso para que outros colegas o fizessem, no futuro		Muito longo	-
			Curto	9
			Muito curto	-
			Sim	11
11	O que você sugere de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso?		Não	-
			Talvez	2
			OBS. As sugestões estão listados logo abaixo desta tabela.	
12	Se sua resposta referente à pergunta nº 3 “Não gostei e não contribuiu para minha compreensão do assunto”, explique a razão:		-	

Em resposta a pergunta nº 11, sobre “O que você sugere de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso?”, houve alguns depoimentos significativos que transcrevemos abaixo:

- *“Poderíamos discutir temas trazidos pelo grupo.”*
- *“Deveria haver mais tempo disponível para seu desenvolvimento.”*
- *“Aperfeiçoamento de animação da página do curso (ajuste de botão).”*
- *“Aulas práticas em pelo menos 30% dos encontros.”*
- *“Mais tempo de curso para serem realizados em aula todos os exercícios e corrigidos no mesmo dia e uma última aula com revisão geral.”*
- *“Gostei muito do curso e acho que todas as técnicas necessárias para exercer a aprendizagem foram usadas corretamente. A única sugestão que eu deixo seria mais rigor com aqueles alunos que se comprometem a freqüentar o curso e depois faltam as aulas. Talvez tenham tirado a vaga de uma pessoa interessada no assunto.”*

Uma análise gráfica dos dados obtidos na tabela anteriormente exposta pode ser conferida a partir dos gráficos à seguir:

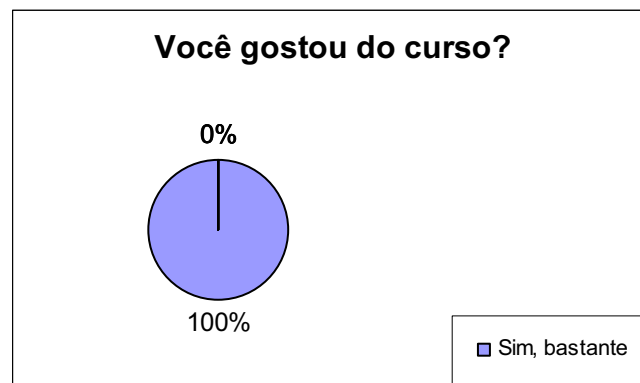


Gráfico 15

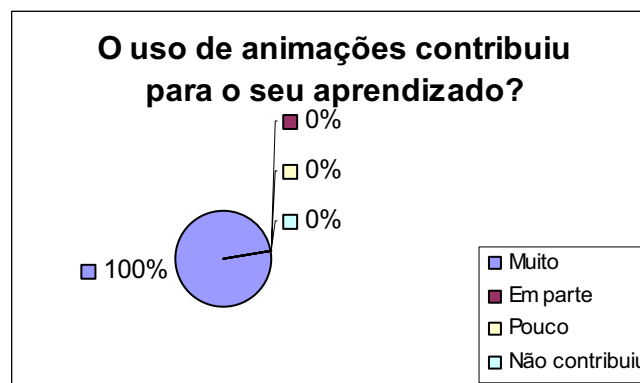


Gráfico 16



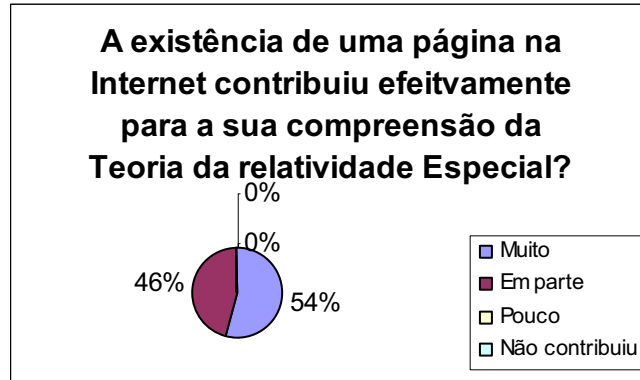


Gráfico 17

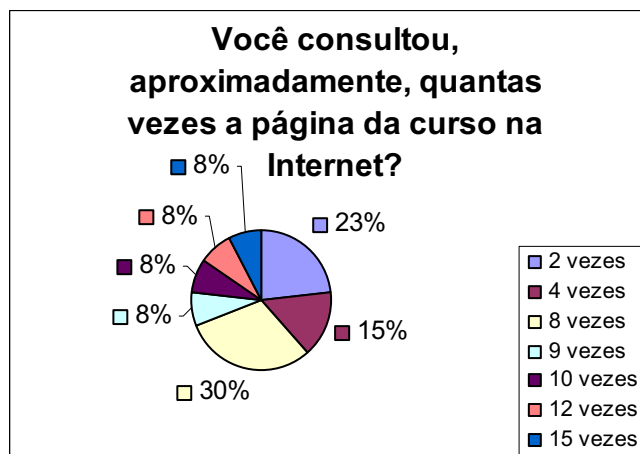


Gráfico 18

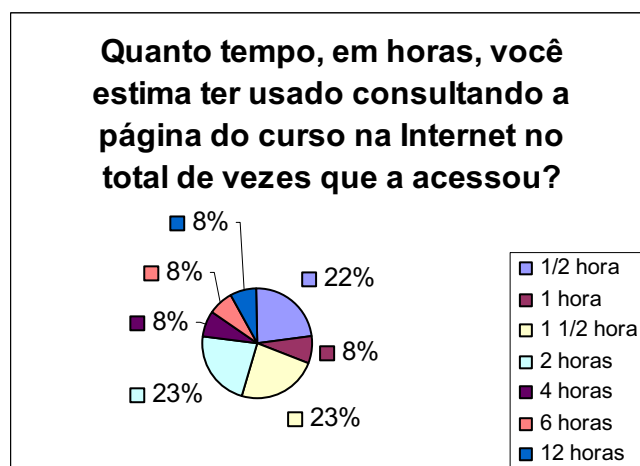


Gráfico 19

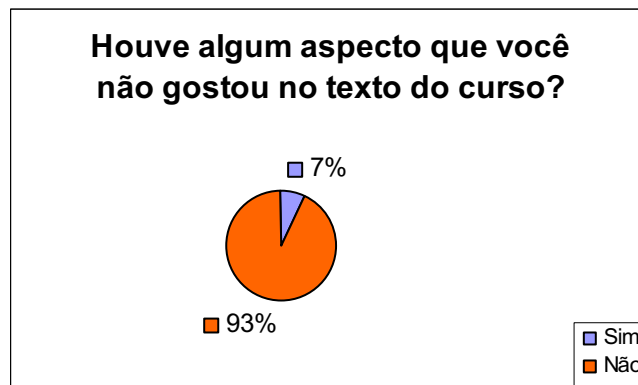


Gráfico 20

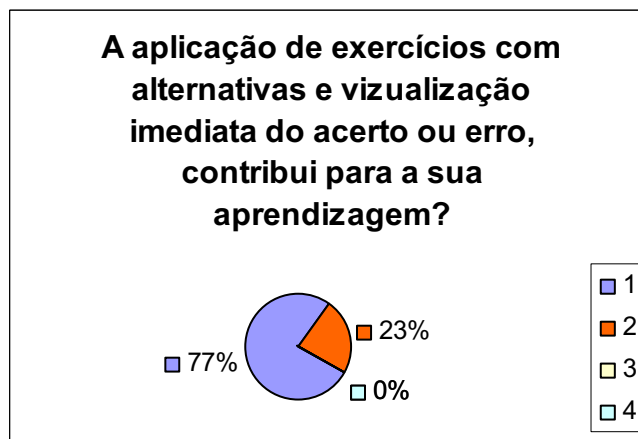


Gráfico 21

Referente a pergunta de nº 07 - “As deduções das equações da dilatação temporal, da contração de Lorentz e da relação de equivalência massa-energia a partir de animações em *flash* do relógio de luz, facilitaram a compreensão do assunto? - Responda individualmente quanto a cada uma das animações.” As respostas obtidas para cada caso foram:

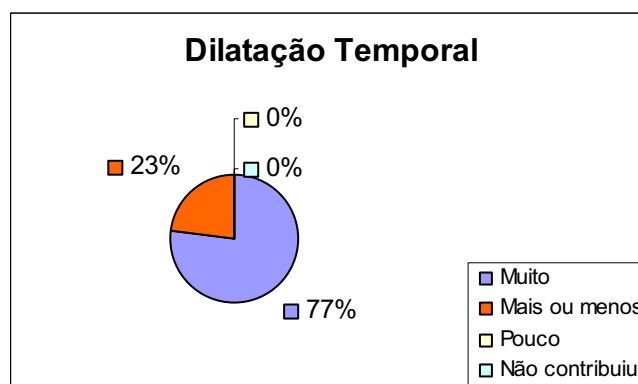


Gráfico 22

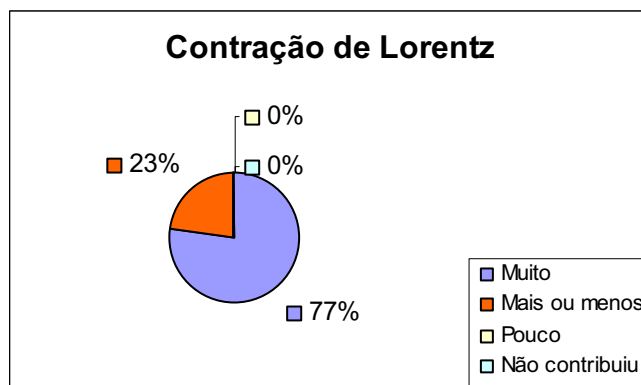


Gráfico 23

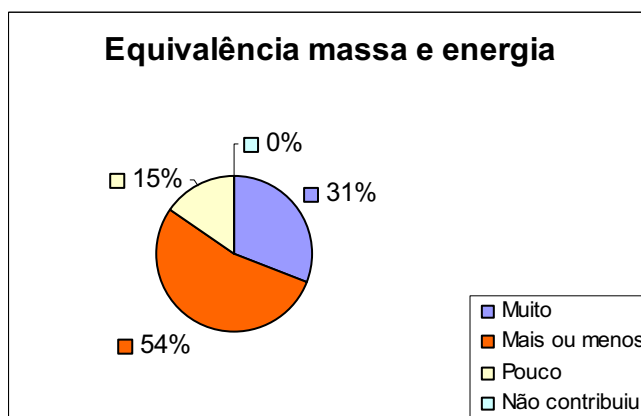


Gráfico 24

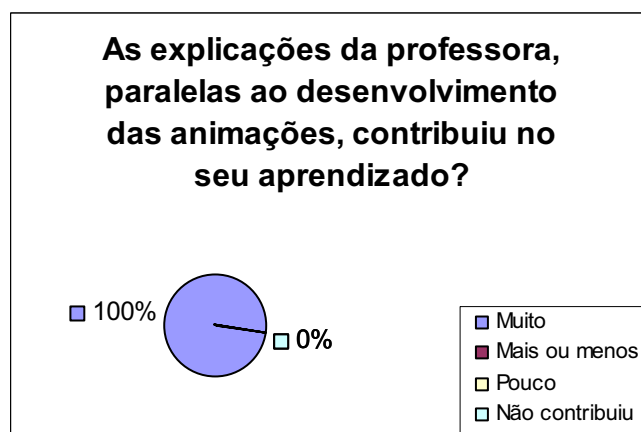


Gráfico 25

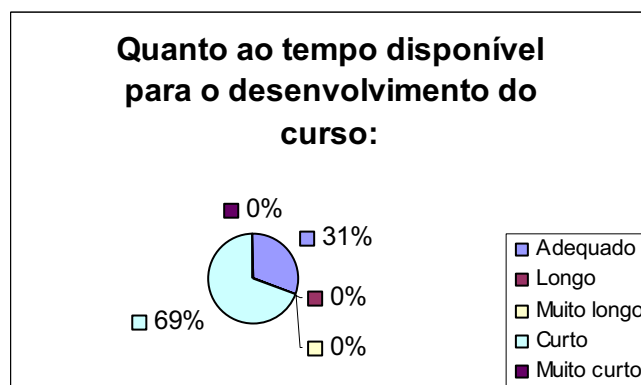


Gráfico 26

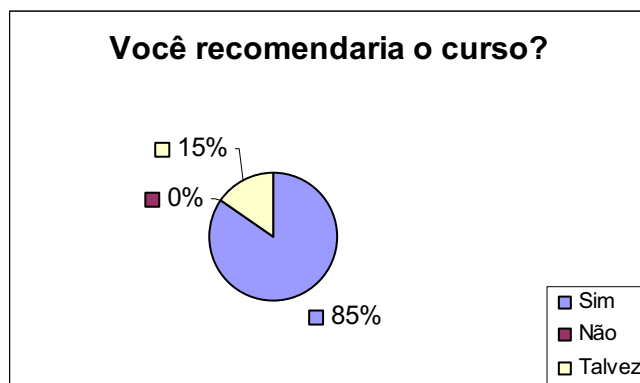


Gráfico 27

Analisando esses resultados pudemos verificar que 100% dos alunos disseram ter gostado do curso e que eles consideraram que as animações contribuíram na aprendizagem. Cinquenta e quatro por cento deles expressaram que a *homepage* do curso contribuiu muito para a efetiva compreensão da teoria da Relatividade Especial, e que 46% dos alunos considerou que houve contribuição apenas parcial. A maioria dos alunos consultou de 2 a 8 vezes a *homepage* na Internet, fora do horário do curso, o que corresponde a 68% dos alunos. Os restantes 32% consultaram mais vezes (entre 9 e 15 vezes). E o tempo total usado em consultas à *homepage* ficou entre  $\frac{1}{2}$  h e 2 h, o que correspondeu a 76% dos alunos. No entanto, houve um aluno que totalizou 12 horas nas 15 vezes que a consultou.

Referente ao texto do curso, 93% dos alunos disse ter aprovado o texto de apoio disponibilizado, e 77% dos estudantes concordaram em que os exercícios com alternativas e a visualização imediata do acerto ou erro contribuíram muito para a aprendizagem.

Quando analisadas as opiniões sobre as animações, ficou evidente a plena aprovação das mesmas no que se refere à dilatação temporal e à contração de Lorentz, facilitando em muito a compreensão do assunto; enquanto a animação em que se deduz a fórmula da relação massa-energia contribuiu muito ao aprendizado apenas para 54% dos alunos.

Os alunos, na sua totalidade, disseram considerar como muito importante as explicações dadas, pela professora, de forma paralela ao desenvolvimento das animações; e 85% deles disseram que certamente recomendariam o curso, enquanto o restante 15%, disseram apenas que talvez o recomendassem.

## CONCLUSÃO

Dentre o universo de informações que a escola média prioriza para seus alunos, consideramos importante abordar de maneira introdutória conhecimentos de Física Moderna, tais como os fundamentos da teoria da Relatividade Especial. Por ser tal tema considerado uma inovação no cenário educacional brasileiro, sua inclusão foi viabilizada na forma de um curso extracurricular opcional para aqueles estudantes que mostraram interesse pelo assunto e que tiveram disponibilidade em relação à data e ao horário escolhidos para o curso.

Para a implementação do curso, várias etapas foram cumpridas. A etapa inicial, uma pesquisa preliminar realizada com um grande contingente de alunos, de fato possibilitou comprovar que os alunos de ensino médio não têm praticamente qualquer conhecimento prévio de Relatividade Especial, embora boa parte deles já tenha ouvido falar da teoria de Albert Einstein. Mas pôde-se constatar também, como imagináramos desde o início, que os alunos possuem uma grande curiosidade a respeito da teoria de Einstein e que gostariam que o assunto fosse abordado no ensino médio. A pesquisa também revelou que a perspectiva do uso de animações por computador, para auxiliar as explicações do professor, constituiu efetivamente um atrativo extra para os estudantes.

A faixa etária em que se encontram nossos alunos de ensino médio revelou-se extremamente favorável ao trabalho proposto, pois os adolescentes se mostraram muito curiosos, gostaram de questionar fatos tidos como verdades absolutas e foram afetivos e receptivos às interpretações da Física relativística. A Física Moderna ainda pode ser considerada como algo “novo no ar”. Mesmo já tendo completado um

centenário, a teoria da Relatividade Especial ainda é considerada pela maioria dos nossos alunos de ensino médio como um “mistério” a ser desvendado, e isso veio se somar às estratégias de ensino usadas no decorrer do curso. E esse foi, certamente, um forte aliado da professora durante as aulas; ou seja, o aluno, por si mesmo, estava motivado ao aprendizado.

Em contrapartida, muitas vezes os alunos já traziam consigo conhecimentos equivocados sobre a teoria da Relatividade Especial. Esse fato deve constituir sempre um alerta ao professor que pretende iniciar alunos de ensino médio na teoria de Einstein, no sentido de que ele deve estar sempre atento para que não se perpetuem algumas falhas recorrentes no ensino da teoria da Relatividade Especial e cometidas até mesmo por autores consagrados de livros didáticos ou de divulgação científica.

Ao elaborar o curso extraclasse, tivemos sempre como meta principal o desenvolvimento de atividades que estimulassem os alunos a manter seu interesse pela teoria abordada, a motivação para a compreensão dos conceitos contra-intuitivos da Relatividade Especial. Para isso, foram desenvolvidas algumas estratégias que consideramos válidas no ensino do assunto. Neste sentido, as animações desenvolvidas permitiram, como esperado, uma aproximação reflexiva maior do aluno com o conhecimento apresentado. Por permitirem a visualização imediata de situações paradigmáticas da Relatividade Especial e a implementação de experimentos virtuais (que o próprio jovem Einstein então denominava “experiências de pensamento”), as simulações por computador tornaram possível algo que os alunos normalmente só vêem em desenhos estáticos, rabiscos no quadro-negro, descrições verbais, analogias muitas vezes vagas ou completas abstrações, quando têm contato com o tema.

Acreditamos e sustentamos que o uso de simulações por computador constitui realmente uma estratégia muito rica para tornar o tema de estudo interessante o suficiente para a maioria dos alunos de hoje. Dessa forma, eles compreendem melhor o que lhes é apresentado, se interessam mais pelo assunto e podem redimensionar com mais facilidade os seus esquemas mentais, contribuindo,

dessa forma, para a construção de seu próprio conhecimento. As simulações de experiências imaginárias estiveram presentes em todas as aulas do curso e foram sempre projetadas num telão, mas sempre o aluno poderia acessar cada animação e com ela interagir a partir do seu próprio computador, estimulando-o à ação e não apenas a ser um ouvinte mais ou menos passivo. Para isso foi essencial que o tempo que um particular aluno usava para analisar as simulações apresentadas pudesse ser diferente dos demais. Embora uns poucos apenas rodassem as animações mais simples uma única vez e as mais complexas no máximo duas vezes, a maioria as repetia inúmeras vezes e com freqüência afirmavam que, a cada novo acesso, sentia-se atraído por um detalhe que lhe tinha passado despercebido na interação anterior.

No que se refere às etapas-desafio de cada animação, onde o aluno somente passava à etapa seguinte se respondesse corretamente ao que lhe era proposto, elas possibilitaram ao aluno uma permanência maior junto daquele tópico em questão e, com isso, que fosse levado a refletir mais profundamente sobre o fato naquele imediato momento, não possibilitando que ele apenas “passeasse” pela animação sem com ela interagir. Era sempre necessário elaborar esquemas de pensamentos acerca do assunto apresentado e, a partir deles, resolver aquele impasse e seguir adiante na animação. Constatamos que isso não foi empecilho para que os mesmos explorassem as animações e ainda contribuíssem de forma efetiva no aprendizado. É importante ressaltar que 93% dos alunos entrevistados no teste preliminar foram a favor do uso de animações por computador como complemento às aulas expositivas. E esta preferência confirmou-se quando, no teste de avaliação realizado após a conclusão do curso, os alunos em sua totalidade responderam que as animações influenciaram positivamente no aprendizado do conhecimento da Relatividade Especial.

A elaboração de uma página interativa sob o título “Uma introdução conceitual à Relatividade Especial”, disponibilizada na Internet, realmente permitiu aos alunos se apossar de informações sobre a teoria da Relatividade Especial conjuntamente com a manipulação de simulações e os exercícios. Embora o tempo total de acesso fora das aulas do curso não tenha sido muito elevado (com exceção de um aluno

que disse tê-la acessado mais vezes que o número de encontros do curso), pôde-se comprovar que ela foi consultada por todos os alunos. Além de ter sido um veículo de informação sobre os conceitos da Relatividade Especial, a *homepage* é, talvez, o meio mais completo para o acesso as animações. Somente num ambiente de hipertexto que permite inserção de hipermídias é possível visualizar uma animação e isto, durante o curso, foi tornado possível através da página na Internet.

A página na Internet também abrigava os exercícios interativos em que o aluno podia optar por alternativas para responder a uma questão apresentada, ou visualizar uma animação que ora aparecia na própria introdução da questão, ora vinha acompanhada de um comentário de retorno à resposta assinalada. Esses exercícios serviram como reforço do conhecimento adquirido. Setenta e sete por cento (77%) dos alunos que responderam ao questionário de avaliação do curso consideraram que os exercícios com alternativas e visualização imediata do acerto ou erro contribuíram muito para sua aprendizagem e 23% dos alunos responderam que exercícios desse tipo contribuíram em parte no seu aprendizado. Esses números vêm ressaltar o fato, que todo professor já conhece, da importância do reforço através de exercícios referentes ao assunto, como importante recurso de fechamento da apresentação das informações a que se propôs e os exercícios interativos contribuem de igual forma no aprendizado.

Quando solicitada aos alunos sua opinião referente à página do curso disponibilizada na Internet, e sobre se ela teria contribuído efetivamente para sua compreensão da teoria da Relatividade Especial, 54% deles disseram que a existência de uma página na rede de computadores contribuiu muito no aprendizado e 46% disseram que contribuiu em parte. Concluímos que a página na Internet constituiu um importante veículo de informações a respeito da Relatividade Especial e, principalmente, um indispensável suporte às animações interativas.

Considerando que cada aluno é único e que, ao mesmo tempo, ele é parte de um grupo de pessoas com características semelhantes, ao realizar a inserção da Relatividade Especial no ensino médio procuramos contemplar a possibilidade de várias formas de contato com a teoria. Neste sentido foi elaborado um texto de



apoio, de forma que, além da *homepage* contendo textos, animações e exercícios, o aluno pudesse consultar o texto integral redigido nos mesmos moldes com que o assunto estava sendo desenvolvido em aula. Durante a avaliação do curso, 93% dos alunos aprovaram o texto de apoio, considerando-o válido porque nele tinham a oportunidade de aprofundar seu conhecimento do assunto, de rever conceitos abordados e, principalmente, de ter acesso à teoria da Relatividade Especial na forma tradicional de ensino, um fator a nosso ver importante e que nunca deve ser descartado.

A confecção de um CD-ROM onde foi inserido todo o curso apresentado, desde o texto de apoio até as animações, possibilita também que outros professores de ensino médio apliquem o curso desenvolvido para seus próprios alunos. Por isso decidimos que as animações seriam inseridas num programa executável capaz de rodar em qualquer computador pessoal. O executável somente foi entregue aos alunos como forma de agradecimento e recordação do curso realizado, muito embora seja uma fonte importante de pesquisa do assunto abordado.

Os nove encontros proporcionados aos alunos mostraram-se completamente suficientes para a realização do curso. Acreditamos até mesmo que o curso possa ser desenvolvido em apenas oito encontros semanais, se levarmos em conta que alguns fatores, de ordem prática, acabaram trazendo um pequeno prejuízo na realização desta primeira edição. Um deles foi o fato do curso ter sido realizado nos dois últimos períodos das tardes de sextas-feiras, e de que algumas foram vésperas de finais de semanas prolongados - dia de finados e dia do professor - por exemplo. Tal fato contribuiu para que ocorressem algumas ausências de alunos nas aulas dadas e foram necessárias retomadas constantes do assunto. Temos a convicção também de que o número de alunos inscritos para o curso teria sido significativamente maior se as atividades tivessem se desenvolvido em outro dia da semana e em horário mais favorável. No entanto, apesar desses fatos serem relevantes quando se apresenta um curso com horários condicionados pela escola, eles não tiveram uma influência crucial no desenvolvimento do mesmo.

O curso serviu como experiência-piloto e pode ser repetido, com certeza de sucesso, com alunos de ensino médio na forma de curso extraclasse. No entanto, nada impede que ele seja adaptado às condições normais de sala de aula, como parte do currículo normal estabelecido pela escola. É aconselhável, no entanto, que a clientela seja formada por alunos que já tenham cursado, no mínimo, a 1ª série do ensino médio; e, melhor ainda, por alunos que já estejam cursando a 2ª série, por possuírem conhecimento sobre quantidade de movimento e sobre o Princípio da Conservação da mesma para sistemas isolados, pois esses são pré-requisitos importantes para a construção do conhecimento da relação massa-energia a partir da animação correspondente.

O desenvolvimento desse trabalho possibilitou confirmar todas as hipóteses levantadas no início do mesmo. A esse respeito, podemos sintetizar nossos resultados no seguinte:

1. A maioria dos alunos de ensino médio não possui conhecimento prévio de Relatividade Especial, mas demonstram interesse e curiosidade em adquirir informações a respeito do assunto.
2. Os alunos de ensino médio estão perfeitamente aptos a adquirirem conhecimentos relativos a introduções conceituais de Física Contemporânea.
3. O uso das novas tecnologias de informação a serviço da educação, principalmente o uso de simulações computacionais, e a divulgação das mesmas através de uma página na Internet é significativamente benéfico para o aprendizado.
4. O assunto referente à Relatividade Especial, em conjunto com a metodologia usada permite aos alunos se manterem interessados, participativos e questionadores durante o desenvolvimento do curso.
5. O material didático produzido é adequado para ser aplicado no ensino médio.

Referente a este último item queremos ressaltar que o material didático que disponibilizamos junto com essa dissertação vem preencher uma lacuna com relação ao material de ensino do tema proposto. E, se considerarmos que os

exames de vestibular vêm dando mostras de que, a cada ano, se amplia o número de universidades que já incluem questões acerca da Relatividade Especial em seus vestibulares como forma de avaliação de conhecimento do aluno egresso do ensino médio, esse material será de grande valor àqueles professores de ensino médio que optarem em trabalhar esse assunto num curso regular.

O curso apresentado nessa dissertação deixou de fora alguns tópicos que poderiam ter sido abordados como pesquisa. Como, por exemplo, a questão das modificações que as Leis de Newton deveriam sofrer para se adequar à teoria relativística de Einstein, a aplicação das mesmas para tratar do Movimento Retilíneo Relativístico Uniformemente Acelerado e a fórmula da quantidade de movimento de um corpo em movimento relativístico. Acreditamos que estes sejam temas relevantes também passíveis de inclusão no ensino médio e ficam aqui como sugestão de pesquisa.

**REFERÊNCIAS:**

AMELINO, C. G. Doubly-special relativity: first results and key open problems. **International Journal of Modern Physics**, Singapore, v.11, n.10, p. 1643-1669, Dec. 2002.

BARASHENKOV, V. S.; KAPUSCIK, E.; WCISLO, D. Lie algebras of nonstandard relativity groups. **Czechoslovak Journal of Physics**, Prague, v.52, n.11, p.1177-1180, Nov. 2002.

BEISER, A. **Basic concepts of physics**. New York: Addison-Wesley, 1963.

BEM-DOV, Y. **Convite à física**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1996.

BOHM, D. **The special theory of relativity**. New York: W. A. Benjamin, 1965.

BOROWITZ, S.; BEISER, A. **Essentials of physics**. New York: Addison-Wesley, 1967.

BRENNAN, R. P. **Gigantes da física**: uma história da física moderna através de oito biografias. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

BROWN, S. Errors in "time dilation and the velocity of unstable particles." **Physics Essays**, Hull, v.14, n.3, p.255-256, Sept. 2001.

CAVALCANTE, M. A.; TAVOLARO, C. R. C. Uma oficina de física moderna que vise sua inserção no ensino médio. **Caderno Brasileiro do Ensino de Física**, São Paulo, v.18, n.3, dez. 2001.

CHAPMAN, B. R. Special relativity and the Michelson-Morley experiment. **Physics Education**, London, v.14, n.4, p.217-220, May 1979.

CLÉMENT, G. Does the Fizeau experiment really test special relativity? **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 48, n.12, p.1059-1062, Dec.1980.

COUDERC, P.; PERRIN, F. **A Relatividade**. São Paulo: Martins Fontes, 1981.

EINSTEIN, A.; INFELD, L.; REBUA, G. **A evolução da física**. Rio de Janeiro: Zahar, 1962.

EINSTEIN, A. **Notas autobiográficas**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1982.

EINSTEIN, A. **Como vejo o mundo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1981.

EINSTEIN, A. **Relativity**: the special and the general theory. New York: Crow Publisher, Inc, 1952.

FENDT, W. Java-Applets de física Disponível em:<<http://www.walter-fendt.de/ph14d/>>. Acesso em: 23 mar. 2004.

FLAVELL, J. Piaget e a Psicologia contemporânea do desenvolvimento cognitivo in **O Espírito Piagetiano**, Porto Alegre: Artemed, 2002.

GAMOW, G. **Biografia da física**. Rio de Janeiro: Zahar, 1963.

GEURDES, J. F. Observers in time-dilation experiments, **Physics Essays**, Hull, v.14, n.3, p.257-265, Sept. 2001.

GOLDSMITH, M. **Albert Einstein e seu universo inflável**. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.

GOTT, J. R. **Viagem no tempo no universo de Einstein**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2002.

GRIBBIN, J. **Fique por dentro da física moderna**. São Paulo: Cosac & Naify Edições, 2001.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. Porto Alegre, Bookman, 2002.

HOLTON, G. **Einstein, history, and other passions**: the rebellion against science at the end of the twentieth century. Reading: Addison-Waley, 1996.

HOUDÉ, O.; MELJAC, C. **O espírito piagetiano**: homenagem internacional à Jean Piaget. Porto Alegre: Artemed, 2002.

KÖHNLEIN, J. F. K. **Uma discussão sobre a natureza da ciência no ensino médio**: um exemplo com a teoria da relatividade restrita, 2003. 163p. Dissertação (Mestrado em Educação), Centro de Ciência em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003 .

MAIZTEGUI, A. P. **Introduccion a la física**. Buenos Aires: Kapelusz, 1958.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F de. Possibilidades e limitações nas simulações computacionais no ensino de física. **Revista Brasileira do Ensino de Física**, São Paulo, v.24, n.2, p.77-86, jun. 2002.

MOREIRA, A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NOGUEIRA, J. de S. et al. Utilização do computador como instrumento de ensino: uma perspectiva de aprendizagem significativa. **Revista Brasileira do Ensino de Física**, São Paulo, v.22, n.4, p.517-522, dez. 2000.

OREAR, J. **Física**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1971

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade restrita no ensino médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v.21, n.1, p. 83-102, abr. 2004.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. F. Relatividade restrita no ensino médio: contração de Lorentz-FitzGerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v.19, n.2, p. 176-190, ago. 2002.

PAIS, A. **"Sutil é o senhor...": a ciência e a vida de Albert Einstein**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999, p. 47-61.

PIAGET, J.; CHOMSKY, N. **Teorias da linguagem, teorias da aprendizagem**, Lisboa: Edições 70, p.51-62, 1985.

PIAGET, J. **Fazer e compreender**. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

PIAGET, J. **Para onde vai a Educação?**. 7.ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1980.

PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. 24.ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2002.

PIAGET, J. **Desenvolvimento e Aprendizagem**. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/faced/slomp>>. Acesso em: 09 abr. 2001.

PHILLIPS Jr, J. L. **Teoria de Piaget sobre as origens do intelecto**. 2.ed. Lisboa: Socicultor, 1975.

REKVELD, J. New Aspects of the Teaching of Special Relativity, **American Journal of Physics**, v. 37, n. 7, p. 716-721, July 1969.

RESNICK, R. **Introduction to special relativity**. New York: John Wiley, 1968.

ROSA, P. R. da S. O uso de computadores no ensino de física: potencialidades e uso real. **Revista Brasileira do Ensino de Física**, São Paulo, v.17, n.2, p.182-195, jun. 1995.

SCHERR, R. E.; SHAFFER, P.S.; VOKOS, S. Student understanding of time in special relativity: simultaneity and reference frames. **Physics Education Research**, College Park, v.69, n.7, p.S24-S35, July. 2001. Supplement 1 to the American Journal of Physics.

SCHERR, R. E.; SHAFFER, P.S.; VOKOS, S. The challenge of changing deeply held student beliefs about the relativity of simultaneity, **American Journal of Physics**, Melville, v.70, n.12, p.1238-1248, Dec. 2002.

SEARS, F.; ZEMANSKY, M. W.; YOUNG, H. D. **Física**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985.

SMITH, R. C. Teaching special relativity through a computer conference. **American Journal of Physics**, College Park, v. 56, n.2, p.142-147, Feb. 1988.

STACHEL, J. **O ano miraculoso de Einstein**: cinco artigos que mudaram a face da Física. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2001.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001.

VIEIRA, S. et al. Uma comparação entre deduções da equação  $E = mc^2$ . **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v.26, n.2, p.93-98, abr/jun 2004.

VILLANI, A. Análise de um curso de introdução à relatividade, **Revista de Ensino de Física**, São Paulo, v.2, n.1, p.21-35, fev. 1980.

VILLANI, A.; ARRUDA, S. M. Special theory of relativity, conceptual change and history of science, **Science and Education**. Dordrecht, V.7, n.1, p.85 -100, Jan. 1998.

YAMAMOTO, I.; BARBETA, V. B. Simulações de experiências como ferramenta de demonstração virtual em aulas de teoria de Física. **Revista Brasileira do Ensino de Física**, São Paulo, v.23, n.2, jun. 2001.

ZIGGELAAR, A. Teaching special relativity. **Physics Education**, London, v.10, n.5, p.361-363, July, 1975.

## **Apêndices**



## Apêndice A - Teste de Interesse e Conhecimento sobre Relatividade Especial

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física

1. Qual a sua idade? \_\_\_\_\_
2. Em que série você está? \_\_\_\_\_
3. Qual a área de conhecimento que mais o atrai para os estudos? \_\_\_\_\_
4. Você já ouviu falar sobre a teoria da Relatividade Especial?    ( ) Sim        ( ) Não
5. Já ouviu falar da teoria da relatividade, de Albert Einstein?    ( ) Sim        ( ) Não
6. Já conhece a equação  $E = mc^2$ ?    ( ) Sim        ( ) Não
7. Você tem interesse em aprender um pouco sobre a Relatividade Especial (RE)?
  - (a) Muito interesse.
  - (b) Um razoável interesse.
  - (c) Um pouco de interesse.
  - (d) Apenas curiosidade.
  - (e) Nenhum interesse ou curiosidade.

**As perguntas que seguem devem ser respondidas apenas por quem respondeu afirmativamente às perguntas 04 ou 05 e, também, respondeu com as afirmativas (a), (b), (c) ou (d) à pergunta 07:**

8. Você tem uma idéia mínima do que trata a teoria da Relatividade Especial? ( ) Sim ( ) Não
9. Se você respondeu afirmativamente à pergunta anterior, explique, com suas próprias palavras, do que trata a Relatividade Especial. (Se necessitar de mais espaço para escrever, use o outro lado desta folha).

---



---



---



---



---

10. Qual(quais) sua(s) maior(es) curiosidade(s) a respeito da Relatividade Especial?

---



---



---



---

11. Onde você obteve informação a respeito da teoria da Relatividade Especial?

(a) Filmes de ficção científica. Quais?

---



---



---

(b) Filmes-documentários. Quais?

---



---



---

(c) Livros de divulgação científica. Quais?

---



---



---

(d) Revistas de divulgação científica. Quais?

---



---



---

(e) Jornais. Quais?

---



---



---

(f) Histórias em Quadrinhos. Quais?

---



---



---

(g) Outros. Quais?

---



---



---



---



---



---

12. Dois gêmeos **A** e **B**, despedem-se numa estação espacial, no ano de 2003. Um deles, o gêmeo **A**, fica na Terra e o outro (**B**) viaja numa nave espacial, completamente equipada e com suprimentos suficientes para ficar viajando, próximo à velocidade da luz, durante muitos anos terrestres. Em 2023, quando o **A**, for novamente na estação reencontrar o seu irmão **B**, eles terão a mesma idade?

( ) Sim ( ) Não

13. Se a resposta anterior foi não, qual deles estará mais velho? ( ) A ( ) B

14. Você gostaria de que a teoria da Relatividade Especial fosse abordada no ensino médio?

( ) Sim ( ) Não

15. Você teria interesse em assistir um curso extraclasse introdutório, sem custo, no próximo ano, sobre a teoria da Relatividade Especial ?

( ) Sim ( ) Não

16. Você gostaria de ter aulas onde fossem empregados recursos de informática, como, por exemplo, animações ou programas de simulação, para ajudar o professor a ensinar melhor o conteúdo de um assunto da Física?

( ) Sim ( ) Não

## Apêndice B – Avaliação de Conhecimentos

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

### Avaliação de conhecimentos sobre a Relatividade Especial

1. Dois gêmeos **A** e **B**, despedem-se numa estação espacial, no ano de 2003. Um deles, o gêmeo **A**, fica na Terra e o outro (**B**) viaja numa nave espacial, completamente equipada e com suprimentos suficientes para ficar viajando, à velocidade da luz, durante muitos anos terrestres. Em 2023, quando o **A**, for novamente na estação reencontrar o seu irmão **B**, eles terão a mesma idade?

( ) Sim

( ) Não

2. Se durante praticamente toda a viagem de ida e volta o módulo da velocidade da nave do gêmeo **B**, na questão anterior, foi de  $0,8c$ , qual será a diferença de idade entre os irmãos na época do reencontro?

( ) 20 anos

( ) 12 anos

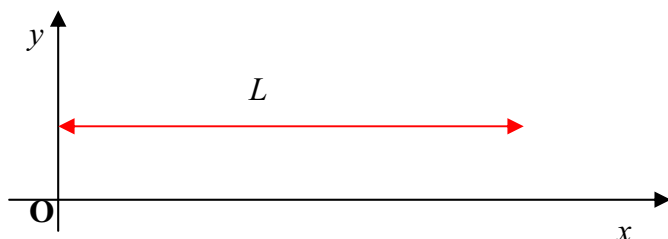
( ) 8 anos

( ) 0 anos

3. (Unemat-MT) Com o advento da teoria da relatividade de Einstein, alguns conceitos básicos da Física Newtoniana, entre eles o espaço e o tempo, tiveram de ser revistos. Qual a diferença substancial desses conceitos nas duas teorias? Marque a alternativa correta de acordo com o quadro abaixo.

ALTER-NATIVA	FÍSICA NEWTONIANA		TEORIA DA RELATIVIDADE	
	Espaço	Tempo	Espaço	Tempo
a)	absoluto	absoluto	dilata	contraí
b)	dilata	absoluto	contraí	dilata
c)	absoluto	contraí	dilata	absoluto
d)	absoluto	absoluto	contraí	dilata
e)	contraí	dilata	absoluto	absoluto

4. No instante  $t = 0$ , um pulso de luz é emitido do ponto  $O$  do sistema de coordenadas inerciais mostrados abaixo. O tempo que essa luz leva para percorrer uma distância  $L$  sobre o eixo  $x$  desse sistema de coordenadas é  $t = \frac{L}{c}$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.



Se a fonte luminosa estivesse se deslocando para a direita, quando da emissão do pulso, o tempo necessário para percorrer a distância  $L$  seria:

- menor que  $\frac{L}{c}$ .
- maior que  $\frac{L}{c}$ .
- igual a  $\frac{L}{c}$ .
- impossível de ser determinado.

**O enunciado seguinte refere-se aos exercícios 5, 6 e 7 abaixo, em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $\gamma$  é o fator de Lorentz, sendo:**

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Suponha que um observador  $A(x,y)$  observa o movimento de uma barra de comprimento  $L = x_2 - x_1$  deslocando-se para a direita com velocidade  $v$  ( $x_2$  e  $x_1$  são, respectivamente, as coordenadas dos pontos extremos da barra no sistema de coordenadas  $xy$  usado pelo observador  $A$ ). Um outro sistema de coordenadas  $B(x'y')$  está fixo na barra, e, em relação a ele, o comprimento da barra é  $L' = x'_2 - x'_1$ .

5. Quando a barra está em repouso em relação ao observador **A**, seus comprimentos medidos com os sistemas de coordenadas  $xy$  e  $x'y'$  se relacionam matematicamente pela expressão:

a)  $L' = \frac{L}{2}$

b)  $L' = \frac{L}{\gamma}$

c)  $L' = \gamma.L$

d)  $L' = L$

e) nenhuma das anteriores

6. Quando a barra está em movimento em relação ao observador **A**, qual das expressões matemáticas abaixo relaciona os comprimentos  $L$  e  $L'$ ?

a)  $L' = \gamma.L$

b)  $L' = \frac{L}{\gamma}$

b)  $L' = L$

c) alguma expressão diferente dos anteriores

7. O intervalo de tempo  $\Delta t$  medido pelo observador **A** relaciona-se com o intervalo de tempo  $\Delta t'$ , medido por um observador que utiliza o sistema de coordenadas **B**, pela relação:

a)  $\Delta t' = \gamma.\Delta t$

b)  $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma}$

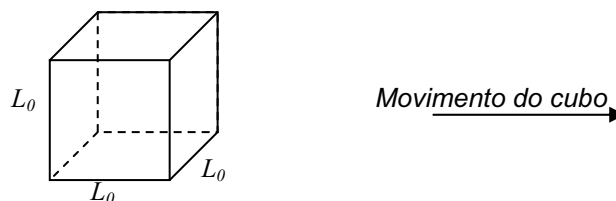
c)  $\Delta t' = \Delta t$

d) alguma relação diferente das anteriores.

8. (UFRN) Bastante envolvida com seus estudos para a prova do vestibular, Sílvia selecionou o seguinte texto sobre a teoria da relatividade para mostrar à sua colega Tereza:

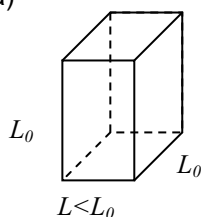
*“À luz da teoria da relatividade especial, as medidas de comprimento, de massa e de tempo não são absolutas quando realizadas por observadores em referenciais inerciais diferentes. Conceitos inovadores como massa relativística, contração de Lorentz e dilatação temporal desafiam o senso comum. Um resultado dessa teoria é que as dimensões medidas para um objeto são máximas quando as medições são realizadas com o objeto em repouso em relação ao observador. Quando o objeto se move com velocidade  $v$  em relação ao observador, o resultado da medição de sua dimensão paralela à direção de seu deslocamento é menor do que o valor obtido quando em repouso. As suas dimensões perpendiculares à direção do movimento, no entanto, não são afetadas”.*

Depois de ler este texto para Tereza, Sílvia pegou um cubo de lado  $L_0$  que estava sobre a mesa e, movendo-o da esquerda para a direita numa direção horizontal bem à sua frente, propôs em voz alta a questão: *“Como seria a forma do cubo para um observador, em relação ao qual, o cubo está se movendo com uma velocidade relativística constante numa certa direção?”*

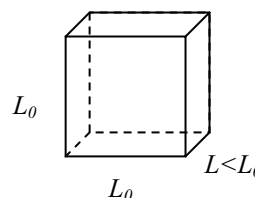


Na sua opinião, qual dos desenhos abaixo melhor representa a resposta correta para a pergunta de Sílvia?

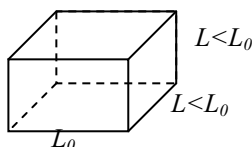
a)



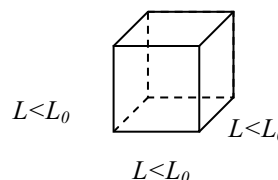
c)



b)



d)



9. Que velocidade deve ter um objeto, em relação a um determinado observador inercial, para que seu comprimento seja medido como contraído para 99% de seu comprimento quando em repouso? Dê sua resposta em função de  $c$  (a velocidade de propagação da luz no vácuo).
- $0,14 c$
  - $0,28 c$
  - $0,56 c$
  - $0,70 c$
  - $0,97 c$

10. (UFSE – Adaptada) A Teoria da Relatividade de Einstein formaliza adequadamente a mecânica para os corpos que viajam a velocidades muito altas, evidenciando as limitações da Mecânica Newtoniana. De acordo com esta teoria, é incorreta a afirmação:
- A velocidade limite para qualquer corpo é a velocidade da luz no vácuo, aproximadamente,  $3,0 \times 10^8 \text{m/s}$ .
  - O tempo pode passar de maneira diferente para observadores a diferentes velocidades.
  - As medidas das dimensões de um objeto são sempre as mesmas, quer sejam feitas com ele em repouso, quer sejam elas realizadas com o corpo em movimento, a partir de um referencial fixo na Terra.
  - A massa de um corpo é uma medida do seu respectivo conteúdo energético e, portanto, ela deve variar se a energia do corpo ou do sistema variar.
  - A célebre equação  $E = mc^2$  pode explicar a energia que o Sol emite quando parte de sua massa se converte em energia.

## Apêndice C – Avaliação do Curso

### Avaliação do Curso sobre a Relatividade Especial

1. Qual a sua idade? \_\_\_\_\_
2. Em que série você está? \_\_\_\_\_
3. Você gostou do curso “Uma Introdução Conceitual à Teoria da Relatividade Especial no Ensino Médio”?
  - a.  Sim, bastante.
  - b.  Mais ou menos.
  - c.  Gostei, mas podia ter sido melhor.
  - d.  Gostei, mas entendi pouco.
  - e.  Não gostei e não contribuí para minha compreensão do assunto.
4. O uso de animações em *flash* contribuiu para a sua aprendizagem?
  - a.  Muito
  - b.  Em parte
  - c.  Pouco
  - d.  Não contribuiu
5. A existência de uma página na Internet, com o conteúdo do curso e as animações em *flash*, contribuiu efetivamente para sua compreensão da teoria da Relatividade Especial?
  - a.  Muito
  - b.  Em parte
  - c.  Pouco
  - d.  Não contribuiu

5.1 Você consultou, aproximadamente, quantas vezes a página do curso na internet?

---



---

5.2 Quanto tempo você estima que gastou consultando a *homepage* do curso, no total das vezes que a acessou?

---

5.3 O que você mais gostou na página?

---



---



---

5.4 Houve algum aspecto em que você **não** gostou no visual das animações?

Sim. Quais? \_\_\_\_\_  Não

5.5 Houve algum aspecto em que você **não** gostou no visual da *homepage*?

Sim. Quais? \_\_\_\_\_  Não

5.6 Houve algum aspecto em que você **não** gostou no texto do curso?

Sim. Quais? \_\_\_\_\_  Não

6. A aplicação de exercícios com alternativas e visualização imediata do acerto ou erro, contribuiu para a sua aprendizagem?
- Muito.
  - Em parte.
  - Pouco.
  - Não contribuiu.
7. As deduções das equações da dilatação temporal, da contração de Lorentz e da relação de equivalência massa-energia a partir de animações em *flash* do relógio de luz, facilitaram a compreensão do assunto? Responda individualmente quanto a cada uma das animações:
- Dilatação temporal:
    - Muito.
    - Mais ou menos.
    - Pouco.
    - Não contribuiu.
    - Não assisti.
  - Contração de Lorentz:
    - Muito.
    - Mais ou menos.
    - Pouco.
    - Não contribuiu.
    - Não assisti.
  - Equivalência massa-energia:
    - Muito.
    - Mais ou menos.
    - Pouco.
    - Não contribuiu.
    - Não assisti.
8. As explicações da professora, paralelas ao desenvolvimento das animações em sala de aula, contribuíram para a sua aprendizagem?
- Muito
  - Mais ou menos
  - Em parte
  - Pouco
  - Não contribuiu.
9. O tempo disponível para o desenvolvimento do curso (9 encontros semanais) foi:
- Adequado.
  - Longo.
  - Muito longo.
  - Curto.
  - Muito curto.
10. Você recomendaria o curso para que outros colegas o fizessem, no futuro:
- Sim       Não       Talvez
11. O que você sugere de alterações e/ou melhorias para serem implementadas numa próxima edição do curso?
- 

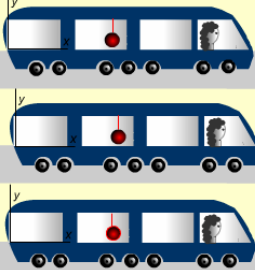
12. Se sua resposta referente à pergunta nº 3 “*Não gostei e não contribuiu para minha compreensão do assunto*”, explique a razão:
- 
-



## Apêndice D – Exercícios

### Lista 01

01. Analise a simulação abaixo e, em seguida, marque a alternativa correta:



Marque a alternativa correta:

São exemplos de referenciais inerciais:

somente o ônibus A

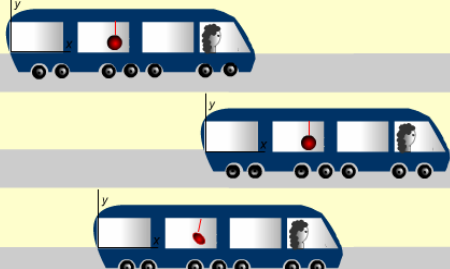
somente o ônibus B

somente o ônibus C

somente os ônibus A e B

somente os ônibus B e C

reiniciar



Marque a alternativa correta:

São exemplos de referenciais inerciais:

somente o ônibus A

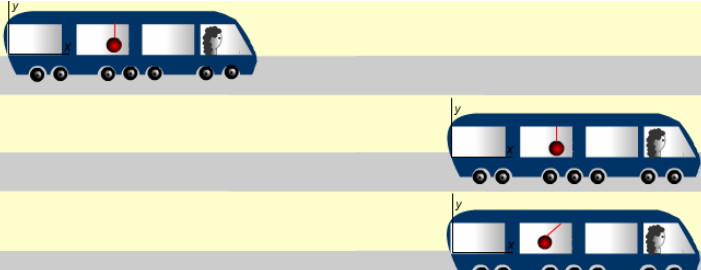
somente o ônibus B

somente o ônibus C

somente os ônibus A e B

somente os ônibus B e C

reiniciar



Marque a alternativa correta:

São exemplos de referenciais inerciais:

somente o ônibus A

somente o ônibus B

somente o ônibus C

somente os ônibus A e B

somente os ônibus B e C

reiniciar

02. Para pensar e responder:

a) Imagine-se viajando dentro de um trem sem janelas, de forma que todos seus referenciais estejam dentro do veículo, e que tenha adormecido durante a viagem. Ao acordar, você poderia sentir diferença se o veículo está em movimento retilíneo uniforme ou em repouso?

b) Em relação à questão anterior, seria possível perceber a diferença entre o veículo estar em repouso ou em movimento acelerado?

c) Por que o referencial em repouso na superfície da Terra e o referencial em movimento retilíneo uniforme são considerados referenciais inerciais? Justifique cada uma de suas respostas.

## Lista 02

Marque a alternativa correta

---

1 Para iniciar o estudo do movimento de um corpo é sempre necessário adotarmos um:

- sentido do movimento;
- cálculo bem estruturado;
- sistema de  $n$  variáveis;
- referencial ou sistema de coordenadas;
- observador que deve ser, necessariamente, uma pessoa.

---

2 Albert Einstein foi um físico teórico e, portanto, não fazia experimentações práticas para demonstrar a veracidade de seus pensamentos. Quando sentia a necessidade de examinar uma determinada teoria, ele propunha sempre:

- que outro cientista fizesse os experimentos por ele;
- experiências de pensamentos ou experiências imaginárias;
- que a teoria dele era inquestionável;
- que não se pensasse sobre o assunto;
- usava apenas a intuição.

---

3 O que levou Einstein a formular os postulados da Teoria da Relatividade foi:

- uma inconsistência existente entre a teoria da mecânica newtoniana e as leis que regem o eletromagnetismo.
  - os referenciais inerciais.
  - uma viagem interplanetária por ele realizada.
  - o experimento de Michelson e Morley.
  - os erros na teoria eletromagnética.
-

## Lista 03

Marque a alternativa correta:

---

1 Embora as leis da Mecânica Clássica sirvam ainda hoje para descrever, com muita precisão, até mesmo o movimento de corpos celestes, a descrição de movimento que elas fornecem não é perfeita quando:

- as velocidades são muito superiores à velocidade da luz;
- as velocidades são muito menores do a velocidade da luz;
- as velocidades são iguais à velocidade da luz;
- as velocidades são extremamente altas, próximas à velocidade da luz;
- o corpo está em repouso.

---

2 São exemplos de referenciais inerciais:

- Um carrossel em movimento circular uniforme;
- Um automóvel nos primeiros instantes de arrancada ou ao reduzir a marcha para parada num semáforo.
- Um veículo que mantém uma velocidade constante e uma pedra parada na beira da estrada;
- Uma bolinha jogada verticalmente para cima, durante sua subida e sua descida.
- Um sistema cartesiano  $S$  de três eixos  $(x, y, z)$  que parte do repouso e aumenta a velocidade de forma constante durante todo o intervalo de tempo.

---

3 Os dois postulados da teoria da Relatividade Especial de Einstein referem-se:

- à constância da velocidade da luz, dependendo do referencial adotado, e a existência do éter;
  - às leis da Física como sendo sempre as mesmas em todos os referenciais inerciais; e ao fato da propagação da luz no vácuo não depender do estado de movimento da fonte emissora ou do referencial adotado;
  - à necessidade de um meio material para a luz se propagar e de sua velocidade não depender do movimento da fonte emissora ou do referencial adotado;
  - ao éter e aos referenciais inerciais;
  - à nenhuma das alternativas anteriores.
-

## Lista 04

Marque a alternativa correta:

---

1 Segundo Isaac Newton (1642-1727), o tempo:

- é como “um rio ondulante que carrega nossos sonhos”
- um modelo matemático que depende do estado de movimento do observador e do referencial adotado.
- é absoluto, verdadeiro e imutável e, por sua própria natureza, permanece imutável sem relação a qualquer coisa externa
- é a quarta dimensão do espaço-tempo.
- é aquilo que um relógio preciso marca.

2 Uma esfera cai de um ônibus em movimento retilíneo e uniforme. Pergunta-se: As "posições" ocupadas pela esfera estão situadas sobre uma reta ou sobre uma parábola?

- Sobre uma reta.
- Sobre uma parábola.
- Depende da aceleração do veículo.
- Depende do referencial adotado.
- Nenhuma das alternativas anteriores,

3 A velocidade da luz no vácuo tem um valor próximo:

- 300 m/s
  - 300 000 m/s
  - 300 000 000 m/s
  - 300 000 000 km/s
  - A luz não se propaga no vácuo
-

## Lista 05

Marque a alternativa correta:

- 
- 1 Um carro conversível trafega a uma velocidade constante de 108 km/h (30 m/s) numa estrada retilínea, ao longo da qual estão colocados alguns observadores munidos de instrumentos de medida de distância e de tempo extremamente precisos. Um passageiro do carro atira para frente, na mesma direção e no mesmo sentido de deslocamento, uma pedra com velocidade de 10 m/s em relação ao veículo. Após o lançamento, o registro da velocidade da pedra realizado pelos observadores fixos na estrada é de:

- 108 km/h
- 40 m/s
- 30 m/s
- 20 m/s
- 68 m/s

- 
- 2 O motorista do carro da questão anterior, nas mesmas condições especificadas antes, após ver lançada a pedra, acende também os faróis, cuja luz é projetada para frente com velocidade de 300 000 000 m/s. O registro da velocidade da luz obtido com os equipamentos dispostos ao longo da estrada é de:

- 300 000 000 m/s
- 300 000 040 m/s
- 300 000 030 m/s
- 300 000 020 m/s
- 300 000 180 m/s

- 
- 3 Com relação à teoria da Relatividade Especial, formulada por Albert Einstein, decida quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

- I - O tempo é absoluto e a velocidade da luz é relativa;
- II - A velocidade da luz não depende da velocidade da fonte emissora e nem do estado, de movimento ou repouso, do observador que registra o evento;
- III - A velocidade da luz é medida por dois observadores, um deles em repouso em relação à fonte, o outro afastando-se desta com velocidade constante. Neste caso, as leis da Física e, em particular, a velocidade da luz, têm de ser as mesmas em ambos os sistemas de referência.

- Somente a afirmação I;
- Somente a afirmação II;
- Somente a afirmação III;
- Somente as afirmações I e II;
- Somente a afirmação II e III;

## Lista 06

### 1. Responda a questão abaixo:

**Marque a alternativa correta:**

Suponha uma situação onde um observador, situado num referencial inercial fora de uma nave que se desloca a velocidade constante, percebe que dois raios atingem, no mesmo instante, as extremidades anterior e posterior da nave. Pergunta-se: as centelhas observadas serão também simultâneas para um observador posicionado na parte interna mediana da nave?

Sim

Não

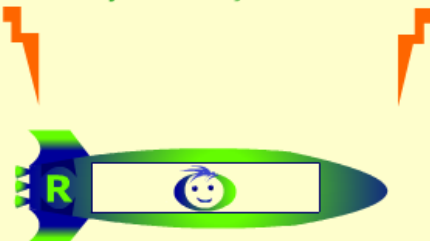
**Marque a alternativa correta:**

Suponha uma situação onde um observador, situado num referencial inercial fora de uma nave que se desloca a velocidade constante, percebe que dois raios atingem, no mesmo instante, as extremidades anterior e posterior da nave. A pergunta é: as centelhas observadas serão também simultâneas para um observador posicionado na parte interna mediana da nave?

Sim

Não

**Muito bem!**  
Veja a animação abaixo.



Clique na barra de espaço para parar a animação

### 2. Como seria a interpretação newtoniana do fenômeno estudado no exercício anterior?

## Lista 07

Marque a alternativa correta:

---

1 Quanto á simultaneidade de eventos, podemos afirmar que:

- Se dois eventos aconteceram ao mesmo tempo, em diferentes pontos do espaço, eles são simultâneos para quaisquer dois observadores inerciais.
- Sendo o tempo absoluto para qualquer observador, a questão da simultaneidade é igualmente absoluta e indiscutível.
- Se dois eventos são simultâneos para um observador estacionário e ocorrem num mesmo ponto O, é correto afirmar que eles serão também simultâneos para outro observador que esteja em movimento retilíneo uniforme com relação ao observador estacionário, pois nos dois casos os referenciais são inerciais.
- De acordo com o Princípio da Relatividade de Einstein, se dois eventos são simultâneos num referencial inercial, também o serão num outro referencial do mesmo tipo.
- Dois eventos que ocorrem em diferentes pontos do espaço podem ser simultâneos ou não, dependendo do estado de movimento do observador.

2 Se a velocidade da luz no vácuo fosse infinita, a noção de simultaneidade seria relativa?

- Sim, a simultaneidade continuaria com as mesmas características estudadas.
- Sim, a simultaneidade nada tem a ver com o valor finito da velocidade da luz.
- Sim, pois a instantaneidade não afeta a simultaneidade, ou não dos eventos.
- Não, pois se a velocidade da luz fosse infinita o conceito de simultaneidade seria absoluto.
- Não, pois se a velocidade da luz fosse infinita nada existiria como evento.

3 Um "evento" ou "acontecimento" pode ser definido como:

- Algo físico que ocorre em certo ponto do espaço e num certo intervalo de tempo.
  - Algo físico que ocorre em um instante qualquer.
  - Algo físico que ocorre num certo ponto do espaço.
  - Um fenômeno que depende de outro para acontecer e sempre acontece junto com outro.
  - Um fenômeno físico com implicações climáticas.
-

## Lista 08

**EXERCÍCIOS DE REVISÃO**

1. Quais são os dois postulados da Relatividade Especial?
2. Quais são as diferenças fundamentais entre um referencial inercial e um não-inercial?
3. Qual a idéia clássica referente ao espaço e ao tempo que foi rejeitada por Albert Einstein?
4. Dois eventos distintos são registrados como simultâneos em um certo referencial inercial. Esses mesmos eventos podem ser registrados como não-simultâneos em outro referencial inercial?

## Lista 09

## Marque a alternativa correta

- 
- 1 Se você estivesse se movendo numa espaçonave em alta velocidade em relação à Terra, você notaria que o tempo para você está dilatado? Por exemplo, você conseguiria fazer mais tarefas do que estivesse em repouso ou se movendo com baixa velocidade?
- Sim, teria mais tempo para realizar mais coisas.
- Sim, poderia ver as horas passando mais devagar.
- Sim, pois existe o efeito relativístico que está nas tarefas e não no tempo.
- Não, pois tudo e todos dentro da espaçonave compartilham o mesmo sistema de referência e, portanto, não seria possível notar nenhum efeito relativístico entre os acontecimentos dentro da nave.
- Não, mas ficaria sem sono por um bom tempo.
- 
- 2 O relógio de luz idealizado por Einstein serve como prova de que o tempo é dilatado para o relógio que se desloca em relação a outro que fica em repouso em relação a um mesmo referencial. O que justifica este fenômeno é:
- A distância de percurso da luz, entre um espelho e outro do relógio, aumentou e a velocidade da luz manteve-se constante.
- A distância do percurso da luz, entre um espelho e outro, aumentou e a luz aumentou sua velocidade de propagação, pois está sendo levada junto pelo relógio em movimento.
- A velocidade da luz se mantém sempre constante, e sendo a distância entre um espelho e outro também constante, o tempo se dilata.
- A luz percorre uma distância menor entre um espelho e outro e, sendo a velocidade da luz constante, o tempo torna-se maior, ou seja, torna-se dilatado.
- O aumento da distância percorrida pela luz é maior do que o aumento sofrido pela velocidade da luz, resultante do efeito da adição da velocidade da luz mais a velocidade da nave.



3 A dilatação do tempo ocorre:

- Somente para relógios de luz;
  - Somente para relógios de luz e de pêndulo;
  - Para qualquer tipo de relógio, desde que o objeto analisado esteja em repouso em relação a um referencial inercial.
  - Para qualquer tipo de relógio. Até mesmo o nosso “relógio biológico” andarรก mais lentamente do que quando em repouso. A dilataçŁo temporal nŁo tem nada a ver com o mecanismo do relógio, mas com a prŁpria natureza do tempo.
  - Para qualquer tipo de relógio, desde que sejam preparados previamente para mostrar um tempo maior que um outro deixado em repouso em relaçŁo ao mesmo referencial inercial.
- 

## Lista 10

Resolva os exercÍcios abaixo

01 – Uma espaçŁnave afasta-se da Terra numa viagem com velocidade constante e igual a  $1,8 \times 10^8$  m/s (equivalente a  $0,6c$ ), e percorre a distŁncia de 36 anos-luz. Considerando que um ano-luz equivale a um valor aproximado a  $10^{16}$  m, determine:

- a) O tempo de duraçŁo da viagem, do ponto de vista do observador fixo na Terra.
- b) O tempo de duraçŁo da viagem, do ponto de vista de um observador viajante na espaçŁnave.

02 – Imagine a seguinte situaçŁo: vocŁ estŁ no ano 2053, Ł espera de um amigo que realizou uma viagem atŁ a estrela Alfa de Centauro, distante 4 anos-luz da Terra. Este amigo nasceu no mesmo ano e no mesmo mŁs que vocŁ e, portanto, de modo que os dois tinham a mesma idade quando se despediram no ano de 2003. Quando estŁ quase chegando de retorno Ł Terra, seu amigo se comunica por rŁdio com vocŁ e afirma que a viagem durou 10 anos, e que isso estŁ registrado no relógio atŁmico da nave. Com esses dados, vocŁ conclui que:

1º) A velocidade da nave ficou prŁxima Ł:

- a)  $0,5 c$
- b)  $0,75 c$
- c)  $0,98 c$

2º) O seu amigo estarŁ:

- a) mais jovem que vocŁ;
- b) mais velho que vocŁ;
- c) com a mesma idade que vocŁ.

03 – Suponha que uma espaçonave seja lançada do planeta Marte, de uma plataforma que lhe imprime uma velocidade constante e igual a 5000 m/s (esta é a velocidade de escape do planeta Marte). Um observador da Terra acompanha o lançamento e calcula o tempo que ela levará para percorrer os 10 km iniciais. Determine:

- O tempo calculado pelo observador da Terra.
- O tempo calculado por um tripulante da nave.
- Você usaria os cálculos acima para defender a teoria da Relatividade de Einstein ou para justificar a utilização das Leis de Newton até os dias de hoje? Por quê?

04 – (EXTRAÍDO DO LIVRO “Física Moderna – Tipler e Llewellyn -3ª ed.) Os elefantes têm um tempo de gestação de 21 meses. Suponha que uma elefanta recém fecundada seja colocada a bordo de bordo de uma espaçonave e enviada para o espaço com uma velocidade  $u = 0,75c$ . Se houvesse um microfone na espaçonave acoplado a um radiotransmissor, quanto tempo a base levaria para ouvir o primeiro barrido do filhote recém-nascido?

## Lista 11

Marque a alternativa correta:

- 
- 1 Um objeto é observado a partir de um referencial fixo na Terra enquanto se desloca pelo espaço sideral com uma velocidade aproximada de  $0,7c$ . O observador sabe que o objeto de grandes dimensões sofre o efeito relativístico da contração do comprimento e, por isso, afirma que:
- O tamanho do objeto é diminuído na direção paralela a seu movimento e também naquela que é perpendicular ao deslocamento.
  - O tamanho do objeto aumenta na direção paralela seu movimento e também naquela que é perpendicular ao deslocamento.
  - O tamanho do objeto diminui apenas na direção paralela ao deslocamento.
  - O tamanho do objeto diminui na direção perpendicular ao deslocamento.
  - O tamanho do objeto aumenta na direção paralela ao deslocamento.
- 
- 2 Se você estivesse viajando numa nave espacial em alta velocidade, as régua existentes a bordo da espaçonave:
- lhe pareceriam contraídas, pois elas têm a mesma velocidade da nave.
  - lhe pareceriam contraídas, pois você é um observador situado num referencial inercial.
  - lhe pareceriam contraídas, pois você encontra-se no mesmo referencial das régua;
  - não lhe pareceriam contraídas, pois você percebe o tempo se dilatando e, portanto, anula o efeito da dilatação;
  - não lhe pareceriam contraídas, pois você encontra-se no mesmo referencial das régua e, portanto, tem a mesma velocidade das mesmas.

3 A chamada "Contração de Lorentz-FitzGerald" equivale à contração do espaço por nós estudada. A diferença entre o que afirmavam os físicos George FitzGerald e Hendrik Lorentz e o que afirma a teoria da Relatividade de Einstein é que:

- para Einstein, a contração ocorre nas medidas realizadas, enquanto para os outros dois haveria um encurtamento material do corpo que se desloca em alta velocidade.
- para Einstein, a contração ocorre nas medidas realizadas, enquanto para os outros dois a contração seria do espaço que cerca o objeto analisado.
- para Einstein, a contração existe como decorrência de uma maior aproximação entre as moléculas do corpo, enquanto para os outros dois a contração seria das medidas realizadas.
- para Einstein, a contração existe e é uma diminuição real das dimensões do corpo, enquanto para os outros dois a contração do comprimento é o oposto da dilatação temporal.
- para Einstein, a contração existe e é uma diminuição real das dimensões do corpo, enquanto para os outros dois a contração dependeria do éter que circundaria o corpo analisado.

## Lista 12

### EXERCÍCIOS DE REVISÃO

Responda às questões abaixo:

- 1) Numa viagem de carro de uma cidade a outra, você afirma que está se movendo através do espaço e isso é correto. Através do que mais você está se movendo?
  
- 2) Com que comprimento apareceria uma régua de um metro se ela estivesse se movimentando, em relação a um determinado observador inercial, como se fosse uma lança arremessada a 99,5% da velocidade da luz?
  
- 3) Qual seria o comprimento da régua do exemplo anterior se ela estivesse se deslocando com seu comprimento orientado perpendicularmente à direção do movimento? Porque sua resposta é diferente em relação à questão anterior?
  
- 4) Se você estivesse se movendo numa nave espacial a alta velocidade, as réguas existentes a bordo lhe pareceriam contraídas? Justifique sua resposta:

5) Se observássemos o relógio de alguém funcionando mais lentamente, devido ao seu movimento relativo, essa pessoa também observaria nossos próprios relógios funcionando da mesma maneira? Ou verá nossos relógios funcionando mais rapidamente? Justifique sua resposta:

NOTA: Os exercícios acima foram adaptados do livro FÍSICA CONCEITUAL, 9ª edição, de Paul G. Hewwitt

## Lista 13

Resolva os exercícios:

1) Imagine o trem relativístico de Einstein, com 200 m de comprimento próprio (medido num referencial em repouso). O trem está viajando com velocidade constante de  $0,75c$ . Um observador fixo numa determinada plataforma tenta medir o comprimento do trem enquanto este se desloca. Para isso, ele dispõe de vários aparelhos instalados no trem, em sua parte dianteira e traseira, que emitem *flashes* de luz intermitentes dirigidos a sensores instalados na plataforma. Ao sensibilizar esses sensores, é registrado o instante em que dois deles fizeram o registro. Então, usando uma trena, é feita a medida da distância entre esses dois sensores. O valor encontrado será de \_\_\_\_\_ .

2) Considere um veículo espacial que, para realizar sua missão, tem primeiro que escapar da atração gravitacional da Terra. A velocidade de escape da Terra é de 11 200 m/s. Será que haverá uma diferença significativa, nos primeiros 3 000 m de deslocamento, entre as medidas efetuadas por um observador dentro do veículo espacial e outro que está fixo numa estação espacial? Considere que ambos usam recursos extremamente confiáveis para realizar esta medida. Justifique sua resposta.

3) (RETIRADO DO LIVRO FÍSICA, DE ALBERTO GASPAR, VOL. 3) Suponha que uma nave alienígena passe paralelamente à plataforma de uma estação orbital, de 100 m de comprimento, com velocidade  $0,50 c$ . Durante essa passagem, em determinado instante, um observador O, na plataforma, verifica que as extremidades dianteira e traseira da nave coincidem exatamente com as extremidades da plataforma. Determine:

(a) O tempo decorrido, a partir deste instante, para a nave passar por toda a extensão da plataforma, medido pelo observador O.

(b) O comprimento próprio da nave.

(c) O comprimento da plataforma para um alienígena que está viajando na nave.

4) (RETIRADO DO LIVRO FÍSICA, DE SEARS-ZEMANSKY-YOUNG, VOL.

4) O méson  $\pi^+$ , uma partícula instável, vive em média  $2,6 \times 10^{-8}$  s (medido em seu próprio referencial) antes de se desintegrar. Pergunta-se:

a) Se esta partícula move-se em relação ao laboratório com uma velocidade de  $0,8c$ , qual a vida média do méson medida no laboratório?

b) Qual a distância, medida no laboratório, que a partícula percorre antes de se desintegrar?

## Lista 14

Assinale a alternativa correta

1 A relação massa-energia deduzida por Albert Einstein em 1905, em artigo cujo título era "A inércia de um corpo dependerá de seu conteúdo energético?", significa que:

- Se a massa pode ser convertida em energia, então a velocidade da luz não é o valor limite da velocidade.
- A massa é a medida da inércia de um corpo e a luz não tem inércia, portanto não pode haver conversão recíproca.
- A matéria se transforma em pura energia quando está viajando com velocidade da luz ao quadrado.
- Se a energia aumentar, a inércia diminui simultânea e proporcionalmente; e se aquela diminuir, a inércia correspondente aumentará de acordo com o fator de proporcionalidade correspondente ao valor da velocidade da luz ao quadrado.
- O que Einstein mostrou em sua teoria da relatividade foi que a massa de um corpo é a medida do seu respectivo conteúdo energético, e que, portanto, ela deve variar se a energia do corpo ou do sistema variar, e que o fator de proporcionalidade nesta conversão corresponde ao valor da velocidade da luz ao quadrado.

2 É incorreto afirmar que:

- Ocorre conversão de massa em energia durante a fissão nuclear;
- Numa reação química, em que ocorre liberação de energia, a massa não se conserva.
- A energia possui inércia.
- Um móvel que se desloca com a velocidade da luz ao quadrado sofre aumento de sua massa.
- A massa não varia com a velocidade do móvel.
-

- 3 (UFC-CE) Uma fábrica de produtos metalúrgicos do Distrito Industrial de Fortaleza consome, por mês, cerca de 2 000 000 kW-h de energia elétrica (1kW-h = 3 600 000 J). Suponha que essa fábrica possua uma usina capaz de converter diretamente massa em energia elétrica, de acordo com a relação massa energia formulada por Einstein. Neste caso, a massa necessária para suprir a energia requerida pela fábrica, durante um mês, em gramas, é:

- 0,08
- 0,8
- 8
- 80
- 800

## Lista 15

Assinale a alternativa correta:

- 1 Uma bomba nuclear, contendo 20 kg de plutônio, explode. A massa de repouso dos produtos da explosão é menor do que a massa de repouso original em 1 parte por 10000. Que quantidade de energia é liberada na explosão?

- 20 joules
- 10 000 joules
- 90 000 000 000 000 joules
- 1 800 000 000 000 joules
- 1 800 000 000 000 000 joules

- 2 Referente ao exercício anterior, se a explosão durasse 1 microsegundo (0,000001s), qual seria a potência média da bomba?

- 1 800 000 000 000 000 kW
- 1 800 000 000 000 kW
- 9 000 000 000 000 kW
- 1 000 kW
- Nenhuma das Respostas Anteriores

- 3 Ainda com referência ao exercício número 01: "Que quantidade de água poderia ser elevada à altura de 1 km pela energia liberada na explosão?"

- 18 kg de água
- 18 mil kg de água
- 18 milhões de kg de água
- 180 milhões de kg de água
- 18 trilhões de kg de água

## Lista 16

Marque a alternativa correta:

- 1 O paradoxo dos gêmeos é um exemplo da dilatação do tempo. O gêmeo que viaja com uma velocidade relativística tem um ritmo de transcorrer do tempo mais lento do que aquele que fixo no referencial Terra. Portanto, quando ele retorna, encontra-se mais jovem que seu irmão. Por que se costuma denominar esta situação hipotética como “paradoxo dos gêmeos”?

- Porque quando se analisa a situação a partir do conceito de movimento relativo e, erroneamente, se poderia pensar que o gêmeo viajante veria o efeito da dilatação do tempo no gêmeo localizado na Terra pois, para ele, a Terra é que estaria em movimento, e ele está parado. Mas é importante lembrar que apenas o gêmeo estacionário na Terra está fixo sempre no mesmo referencial (aproximadamente) inercial – a Terra - enquanto o outro faz parte da viagem se distanciando da Terra e se acelerando, e outra parte se aproximando da Terra e também se acelerando. Logo, seu referencial próprio – a nave em que viaja – é efetivamente um referencial não-inercial durante aqueles intervalos de tempo em que muda de direção para voltar ou em que se acelera em relação à Terra.
- Porque quando se analisa a situação usando o fato de que o movimento é relativo, pode-se pensar que o gêmeo viajante observa o mesmo efeito da dilatação do tempo ocorrendo no gêmeo localizado na Terra, pois afinal, para o gêmeo viajante, a Terra é que estaria em movimento, e ele parado. E isso prova que apenas o gêmeo que ficou na Terra sofre o efeito da dilatação do tempo.
- Porque quando se analisa a situação usando-se o fato de que o movimento é relativo, pode-se pensar que o gêmeo viajante observa o efeito da dilatação do tempo no gêmeo localizado na Terra pois, para ele, a Terra é que estaria em movimento, e ele parado. E isso prova que nenhum dos dois sofre o efeito da dilatação do tempo.
- O paradoxo tem a ver com o fato dos protagonistas serem irmãos gêmeos e, portanto, de mesma idade. No retorno da viagem nenhuma diferença de idades deveria ser notada entre os irmãos.
- Costuma-se falar em paradoxo por causa do efeito contraditório que experimenta o irmão que retorna da viagem relativística. Pela teoria da relatividade de Einstein, quem deveria estar mais jovem no reencontro é o gêmeo que permaneceu na Terra, ou seja, aquele que sempre permaneceu num mesmo referencial inercial.

- 2 Hoje não podemos mais argumentar que não é possível viajar para fora de nosso Sistema Solar devido às grandes distâncias envolvidas. Por exemplo, para ir e voltar a estrela Procyon, distante 10,4 anos-luz da Terra, com uma velocidade próxima à da luz, levaria 21 anos terrestres. Mas se a viagem se desenvolvesse com 99% da velocidade da luz, pelo efeito da dilatação temporal teriam decorrido apenas 3 anos para os astronautas da nave. No retorno dessa viagem, um jovem astronauta que deixou seu irmão gêmeo na Terra o re-encontraria:

- com uma diferença de 24 anos de idade em relação a ele.
- com uma diferença de 21 anos de idade em relação a ele.
- com uma diferença de 18 anos de idade em relação a ele.
- com uma diferença de 3 anos de idade em relação a ele.
- com a mesma idade dele.

3 A diferença de idade registrada entre um gêmeo que ficou na Terra e outro que realizou uma viagem inter-estelar com uma velocidade relativística, no momento do reencontro, é:

- tanto maior quanto menor for a velocidade desenvolvida pela espaçonave que transportou o gêmeo viajante.
  - tanto maior quanto maior for a velocidade desenvolvida pela espaçonave que transportou o gêmeo viajante.
  - tanto maior quanto menor for o tempo de viagem.
  - independe da velocidade desenvolvida pela nave espacial.
  - independe do tempo de viagem.
- 

## Lista 17

Resolva os exercícios abaixo:

- 1) (EXTRAÍDO DO LIVRO "Os Fundamentos da Física, vol 3 - Ramalho, Nicolau e Toledo) Dois gêmeos **A** e **B** estão com 18 anos de idade. O gêmeo **A**, então, inicia uma viagem espacial de ida e volta a uma estrela próxima, numa nave que se desloca com velocidade  $u = 0,9c$  em relação à Terra. Quando a nave retorna à Terra, o gêmeo **B** está com 58 anos de idade. Qual é a idade do gêmeo **A** no momento do reencontro dos irmãos?
- 2) O fator de Lorentz, simbolizado pela letra grega  $\gamma$  e que aparece nas fórmulas da dilatação do tempo e da contração dos comprimentos, varia em relação à velocidade do móvel considerado. Calcule o fator de Lorentz para os valores de velocidade indicados abaixo e, em seguida, construa um gráfico que mostre como o fator de Lorentz varia em relação à velocidade.
  - a)  $0,1 c$
  - b)  $0,2 c$
  - c)  $0,6 c$
  - d)  $0,99 c$



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)