

ROBERTO RODRIGUES CARDOSO

REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DO CAMPO  
GEOTÉRMICO GLOBAL PELO MÉTODO DOS  
HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Dissertação apresentada à  
Coordenação de Pós-Graduação do  
Observatório Nacional /MCT, como  
requisito para obtenção do Grau de  
Mestre em Geofísica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Valiya Mannathal Hamza

Rio de Janeiro, outubro de 2006.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

ROBERTO RODRIGUES CARDOSO

REPRESENTAÇÃO ANALÍTICA DO CAMPO  
GEOTÉRMICO GLOBAL PELO MÉTODO DOS  
HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Aprovada em outubro de 2006

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Valiya Mannathal Hamza  
Observatório Nacional / MCT

---

Prof. Dr. Wladimir Shukowski  
IAG/USP

---

Prof. Dr. Cosme Ferreira Ponte Neto  
Observatório Nacional / MCT

## **AGRADECIMENTOS**

Em especial, gostaria de agradecer ao meu orientador Dr. Valiya Mannathal Hamza, por toda sua dedicação, paciência e enorme tempo a mim dispensado, me mostrando sempre o caminho a ser seguido.

Estendo meus agradecimentos a todos os professores, técnicos e funcionários do Departamento de Geofísica do Observatório Nacional, em especial aos professores Jorge Luis de Souza, pela idealização do curso de seleção que me trouxe a este departamento e ao professor Cosme Ferreira da Ponte Neto, pelas inúmeras sugestões que me foram passadas durante a execução deste trabalho.

Aos meus colegas que, assim como eu também estão nessa luta e a Iran Ferreira Rodrigues, amigo inseparável e companheiro de sala, um agradecimento especial pelo incentivo constante e ajuda durante todo o curso.

Agradeço também aos meus pais José Rodrigues Cardoso e Carmem Lúcia da Rocha Cardoso pelos esforços dispensados à minha formação. Ao meu filho Rafael Amaral Cardoso por compreender os motivos pelos quais não pude lhe dar total atenção durante o tempo que passei estudando. À minha noiva Áurea Helena Simões pelo incentivo dado para que este trabalho fosse finalizado.

# SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b>	iii
<b>SUMÁRIO</b>	iv
<b>RESUMO</b>	vii
<b>ABSTRACT</b>	ix
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	xi
<b>LISTA DE TABELAS</b>	xvii
<b>Capítulo 1 – Introdução</b>	1
1.1 – Contexto Científico	1
1.2 – Objetivos	3
1.3 – Esboço Geral e Plano de Desenvolvimento	4
<b>Capítulo 2 – Base de Dados de Fluxo Geotérmico</b>	6
2.1 – Evolução Histórica	6
2.2 – Características da Base de Dados IHFC	7
2.3 – Problemas na Estrutura e no Controle de Qualidade	9
2.4 – Distribuição Geográfica dos Dados	10
2.4.1 – Áreas Oceânicas	11
2.4.2 – Áreas Continentais	13
<b>Capítulo 3 – Fundamentos do Método dos Harmônicos Esféricos</b>	16
3.1 – Série de Fourier Tridimensional	17
3.2 – Determinação do Número de Coeficientes	18
3.3 – Superfícies Harmônicas	21
3.4 – Ortogonalidade	22
3.5 – Normalização	24
3.6 – Determinação dos Coeficientes da Expansão	27
3.6.1 – Determinação dos Coeficientes $A_{nm}$	28
3.6.2 – Determinação dos Coeficientes $B_{nm}$	31
3.7 – Discretização das Equações	32

3.8 – Harmônicos Zonais, Setoriais e Tesserais	33
3.8.1 – Harmônicos Zonais	34
3.8.2 – Harmônicos Setoriais	35
3.8.3 – Harmônicos Tesserais	37
<b>Capítulo 4 – Representações Harmônicas Anteriores</b>	<b>39</b>
4.1 – Representações com Base em Dados Experimentais	39
4.2 – Representações com base em Dados Experimentais e Valores Estimados	40
4.2.1 – Homogeneização da Base de Dados	41
4.2.2 – Coeficientes Harmônicos e Mapas Globais de 1975	42
4.2.3 – Análise Espectral	47
4.3 – Representação Harmônica Incluindo Valores Sintéticos	48
4.3.1 – Características dos valores sintéticos	49
4.3.2 – Coeficientes Harmônicos e Mapas Globais de 1993	51
<b>Capítulo 5 – Representações Harmônicas dos Dados Corrigidos</b>	<b>54</b>
5.1 – Mudanças na Estrutura do Banco de Dados IHFC	54
5.1.1 – Migração para Sistema de Planilhas Eletrônicas	55
5.1.2 – Mudanças no Formato das Coordenadas	56
5.1.3 – Natureza de Erros e Correções	57
5.2 - Atualização da Base de Dados	62
5.3 – Homogeneização da Base de Dados	64
5.4 – Determinação dos Coeficientes Harmônicos	68
5.4.1 – Problema de Erro de Atribuição (ou seja, Aliasing)	68
5.4.2 – O Novo Conjunto dos Coeficientes Harmônicos	70
5.4.3 – Análise Espectral e Qualidade do Ajuste (Teste $X^2$ )	73
5.5. – Elaboração dos Mapas Globais	75
5.5.1 – Expansão Harmônica de Grau 12	75
5.5.2 – Expansão Harmônica de Grau 36	76

<b>Capítulo 6 – Discussões e Conclusões</b>	78
6.1 – Análise Comparativa das Representações Harmônicas	78
6.2 – Circulação Hidrotermal na Crosta das Cadeias Oceânicas	80
6.3 – Problemas Inerentes no Uso de Valores Sintéticos	81
6.4 – Comparações com as Representações Numéricas	84
6.4.1 – Austrália	85
6.4.2 – América do Sul	87
6.5 – Implicações para perda total de calor Terrestre	92
6.6 – Conclusões finais	92
<b>Bibliografia</b>	93
<b>Anexos</b>	
Anexo 1 – Erros Existentes no Banco de Dados Mundial	97
Anexo 2 – Polinômio e Função Associada de Legendre	124
Anexo 3 – Tabela dos Coeficientes Harmônicos	128
Anexo 4 – Código fonte do programa, em linguagem FORTRAN, para cálculo dos coeficientes harmônicos	135
Anexo 5 – Código Fonte do Programa, em linguagem FORTRAN, para cálculo da representação harmônica do Fluxo Geotérmico	139
Anexo 6 – Mapas de representações harmônicas de graus 1 a 36	143

## RESUMO

Os trabalhos realizados nesta dissertação referem-se às avaliações da natureza do campo térmico global do interior da Terra. O desenvolvimento deste projeto ocorreu em duas etapas distintas: na primeira teve como enfoque uma reestruturação ampla das bases de dados e na segunda foram efetuadas reavaliações das representações harmônicas.

As atividades específicas desenvolvidas na primeira etapa foram as seguintes:

- 1- Verificação da consistência e qualidade das informações constantes no Banco Mundial de Dados de Fluxo Geotérmico (GHFD);
- 2- Mudanças na estrutura do GHFD a fim de torná-lo passível a processamento computadorizado;
- 3- Identificação das correções e alterações dos respectivos campos de informações.

As atividades desenvolvidas na segunda etapa incluem verificações dos procedimentos adotados nas representações harmônicas anteriores de Chapman e Pollack (1975) e de Pollack et al (1993), reavaliações dos coeficientes harmônicos e comparações dos resultados com mapas de representações numéricas. Em relação á representação harmônica do Pollack et al (1993) constataram-se seguintes:

- 1- A expansão harmônica de grau 12 utilizada no referido trabalho é inapropriada para identificação de anomalias térmicas das cadeias oceânicas (a resolução espacial para expansão harmônica de grau 12 é da ordem de 1600 km enquanto a largura da cadeia é menos que 600 km);
- 2- Utilização de valores sintéticos de fluxo geotérmico como substituto aos dados experimentais nas áreas de cadeias oceânicas;
- 3- O mapa global elaborado por Pollack et al (1993) é baseado na hipótese de que o transporte de calor por circulação hidrotermal ocorre em áreas que incluem não apenas as cadeias oceânicas mas também regiões da crosta oceânica onde o fluxo geotérmico é predominantemente condutivo.



Neste contexto, foram recalculados novos conjuntos de coeficientes de Legendre, estendendo a expansão harmônica para o grau 36. Com base nesses coeficientes, que representam uma resolução espacial de 5°, foram gerados mapas que revelam anomalias geotérmicas regionais similares às aquelas apresentadas em estudos anteriores, porém com uma melhor resolução e sem a necessidade de invocar a hipótese de circulação hidrotermal em toda a crosta oceânica. Estes mapas também mostram que as anomalias de fluxo geotérmico nas áreas de cadeias oceânicas possuem magnitudes na faixa de 80 a 150mW/m<sup>2</sup>, bem inferior aos valores determinados por Pollack et al (1993). Da mesma forma, o valor médio do fluxo geotérmico global é de 63mW/m<sup>2</sup>, significativamente menor ao que foi calculado por Pollack et al (1993).

Quanto a estimativa de perda de calor terrestre os resultados obtidos indicam o valor de 30 a 32TW para a potência térmica dissipada pelo planeta Terra. Este valor é cerca de 20% inferior ao que foi estimado por Pollack et al (1993).

## ABSTRACT

The work accomplished in this dissertation refers to evaluation of the nature of the global thermal field of the interior of the Earth. The thesis project was developed in two distinct stages. In the first stage the focus has been on restructuring the global heat flow data base. Reevaluation of the harmonic representations was carried out in the second stage.

The specific activities developed in the first stage include the following:

- 1 - Verification of the consistency and the quality of the data fields in the Global Heat Flow Database (GHFD);
- 2 - Alterations in the structure of GHFD, making it suitable for automatic processing of individual data fields;
- 3 - Identification of corrections and subsequent modifications of the respective data fields.

The activities developed in the second stage include verifications of the procedures adopted in harmonic representations of Chapman and Pollack (1975) and Pollack et al (1993), reevaluations of the harmonic coefficients and comparisons of the results with maps of numerical representations. As for the harmonic representation of Pollack et al (1993) the following problems were identified:

- 1 - The harmonic expansion of degree 12 used in this work is inappropriate for identification of thermal anomalies of the oceanic ridges. The spatial resolution for harmonic expansion of degree 12 is of the order of 1600 km while the widths of the mid-ocean ridge areas are generally less than 600 km;
- 2 - Use of synthetic heat flow values as substitute for experimental data in areas of oceanic ridges;
- 3 - The global map derived by Pollack et al (1993) is based on the implicit assumption that transport of heat by hydrothermal circulation occurs in areas that include not only the ocean ridge segments but also normal oceanic crust away from ridge areas where conduction is the dominant mode of heat transfer. Consequently, the heat flow patterns of oceanic areas outlined in this map are not compatible with the observational data set.

In present work, new sets of Legendre coefficients were calculated, for harmonic expansions extending up to degree 36. Global maps are derived on the basis of new sets of harmonic coefficients. The one corresponding to degree 36 has spatial resolution of  $5^\circ$ . The maps reveal regional heat flow anomalies that are similar to those present in the global heat flow maps of earlier studies, but with better resolution and without the need for invoking the hypothesis of regional hydrothermal circulation in the entire oceanic crust. The maps reveal that the heat flow anomalies in oceanic areas have magnitudes in the range of 80 to  $150\text{mW/m}^2$ , significantly lower than the corresponding values reported by Pollack et al (1993). Also, the global mean heat flow value is  $63\text{mW/m}^2$ , significantly lower than that calculated by Pollack et al (1993).

As for the estimates of global heat loss the values obtained fall in the range of 30 to  $32\text{TW}$ . This range of values is about 30% lower than that estimated by Pollack et al (1993).

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura (2.1)</b>	Segmento do arquivo referente a Botswana, no Banco de dados Geotérmicos.	<b>9</b>
<b>Figura (2.2)</b>	Distribuição Global dos Dados de Fluxo Geotérmico.	<b>10</b>
<b>Figura (2.3)</b>	Distribuição dos dados de fluxo térmico no continente europeu	<b>14</b>
<b>Figura (2.4)</b>	Distribuição dos dados de fluxo térmico para a América do Norte.	<b>15</b>
<b>Figura (3.1)</b>	Coordenadas Esféricas $r$ , $\theta$ e $\phi$ do ponto $P$ , num sistema de coordenadas cartesianas com origem no ponto $O$ .	<b>16</b>
<b>Figura (3.2)</b>	Corte $AA'$ sobre o globo terrestre paralelo a linha do equador.	<b>17</b>
<b>Figura (3.3)</b>	Gráfico das funções de Legendre. $P_{31}$ – Grau 3 e Ordem 1, $P_{32}$ – Grau 3 e Ordem 2, $P_{33}$ – Grau 3 e Ordem 3.	<b>26</b>
<b>Figura (3.4)</b>	Gráfico das funções de Legendre Plenamente Normalizadas. $P'_{31}$ – Grau 3 e Ordem 1, $P'_{32}$ – Grau 3 e Ordem 2, $P'_{33}$ – Grau 3 e Ordem 3.	<b>27</b>
<b>Figura (3.5)</b>	Gráfico dos Polinômios de Legendre de graus zero ( $P_0$ ), um ( $P_1$ ), dois ( $P_2$ ) e três ( $P_3$ ).	<b>34</b>
<b>Figura (3.6)</b>	Zonais $P_5(\Theta)$ .	<b>35</b>
<b>Figura (3.7)</b>	Gráfico das funções Associadas de Legendre para graus e ordens iguais a um ( $P_{11}(\theta) = \text{sen}(\theta)$ ), dois ( $P_{22}(\theta) = 3 \text{sen}^2(\theta)$ ) e três ( $P_{33}(\theta) = 105 \text{sen}^4(\theta)$ ).	<b>35</b>
<b>Figura (3.8)</b>	Gráficos da função $\text{cos}m\phi$ para $m=1$ , $m=2$ e $m=3$ .	<b>36</b>
<b>Figura (3.9)</b>	Setoriais $P_{33}(\theta)$ .	<b>36</b>
<b>Figura (3.10)</b>	Tesseral $P_{73}(\theta)$	<b>37</b>
<b>Figura (3.11)</b>	Gráfico das Funções Associadas de Legendre: $P_{21}$ , $P_{31}$ e $P_{32}$ .	<b>38</b>

<b>Figura (4.1)</b>	Mapa de Fluxo Geotérmico global, derivado com base em valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).	<b>44</b>
<b>Figura (4.2)</b>	Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de conjuntos de dados experimentais e valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).	<b>47</b>
<b>Figura (4.3)</b>	Espectro harmônico do fluxo térmico global (1975).	<b>48</b>
<b>Figura (4.4)</b>	Espectro harmônico do fluxo térmico global (1993).	<b>51</b>
<b>Figura (4.5)</b>	Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos calculados por Pollack et al (1993).	<b>53</b>
<b>Figura (5.1)</b>	Localização das medidas de fluxo térmico na Suíça. Note-se a localização de dados nos países vizinhos (França, Itália, Alemanha e Áustria).	<b>58</b>
<b>Figura (5.2)</b>	Localização das medidas de fluxo térmico no Marrocos. Note que um dos dados está localizado na República de Mali.	<b>58</b>
<b>Figura (5.3)</b>	Localização das medidas de fluxo térmico na Espanha. Note que alguns locais estão em áreas da margem continental noroeste (no Mediterrâneo) e sul e norte (no Atlântico).	<b>59</b>
<b>Figura (5.4)</b>	Localização das medidas de fluxo térmico na Somália. Note que alguns dados estão localizados no Oceano Índico.	<b>60</b>
<b>Figura (5.5)</b>	Distribuição dos dados de fluxo térmico na Europa (pontos em cor vermelha) e partes da extinta URSS (pontos em cor preta).	<b>61</b>
<b>Figura (5.6)</b>	Distribuição dos dados de fluxo térmico para a América do Sul.	<b>64</b>
<b>Figura (5.7)</b>	Gráfico indicativo de como estão distribuídos os dados de fluxo geotérmico nas células de 5° x 5°.	<b>65</b>
<b>Figura (5.8)</b>	Densidade dos dados de fluxo geotérmico numa malha regular com células de 5° x 5°. Os quadrículos de cor azul indicam células com dados experimentais e os de cor brancos indicam células com valores estimados.	<b>66</b>

<b>Figura (5.9)</b>	Distribuição dos dados geotérmicos numa malha com células de 5° x 5°.	<b>67</b>
<b>Figura (5.10)</b>	Relação entre a faixa de fluxo geotérmico e a frequência com que estes dados estão distribuídos na malha homogeneizada.	<b>67</b>
<b>Figura (5.11)</b>	Ilustração de “Aliasing”. As variações na frequência em verde são ditas “aliased” na frequência da curva em vermelho.	<b>69</b>
<b>Figura (5.12)</b>	Distribuição dos dados de fluxo geotérmico em função da longitude na latitude 37.5° sul.	<b>70</b>
<b>Figura (5.13)</b>	Espectro harmônico do fluxo térmico global (2006).	<b>73</b>
<b>Figura (5.14)</b>	Relação entre a qualidade do ajuste e o grau do Polinômio de Legendre.	<b>74</b>
<b>Figura (5.15)</b>	Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos de grau 12, calculados neste trabalho.	<b>76</b>
<b>Figura (5.16)</b>	Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos calculados neste trabalho (Grau 36).	<b>77</b>
<b>Figura (6.1)</b>	Mapa das diferenças de fluxo geotérmico calculado a partir dos coeficientes harmônicos obtidos por Pollack et al (1993) e pelos coeficientes calculados neste trabalho (Grau 36).	<b>79</b>
<b>Figura (6.2)</b>	Mapa de fluxo geotérmico da região do oceano Atlântico, elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos de Pollack et al (1993).	<b>83</b>
<b>Figura (6.3)</b>	Mapa de fluxo geotérmico da região do oceano Atlântico, elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos deste trabalho, correspondente à expansão harmônica de grau 36.	<b>84</b>
<b>Figura (6.4)</b>	Mapa de fluxo térmico regional do continente australiano baseado em dados experimentais.	<b>85</b>
<b>Figura (6.5)</b>	Representação harmônica do fluxo geotérmico para a Austrália baseada nos coeficientes calculados neste trabalho (SHC06).	<b>86</b>

<b>Figura (6.6)</b>	Representação harmônica do fluxo geotérmico para a Austrália baseada nos coeficientes SHC75.	<b>87</b>
<b>Figura (6.7)</b>	Mapa de fluxo térmico regional do continente sul-americano baseado em dados experimentais.	<b>88</b>
<b>Figura (6.8)</b>	Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes SHC75.	<b>89</b>
<b>Figura (6.9)</b>	Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes SHC93.	<b>90</b>
<b>Figura (6.10)</b>	Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes obtidos neste trabalho.	<b>91</b>
<b>Figura AN 1.1</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Continente Africano.	<b>98</b>
<b>Figura AN 1.2</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Egito.	<b>98</b>
<b>Figura AN 1.3</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Etiópia.	<b>99</b>
<b>Figura AN 1.4</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Marrocos.	<b>100</b>
<b>Figura AN 1.5</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Quênia.	<b>100</b>
<b>Figura AN 1.6</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Somália.	<b>101</b>
<b>Figura AN 1.7</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na América Central.	<b>102</b>
<b>Figura AN 1.8</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no México.	<b>102</b>
<b>Figura AN 1.9</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Arquipélago das Bermudas.	<b>103</b>
<b>Figura AN 1.10</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.	<b>103</b>

<b>Figura AN 1.11</b>	Localização Detalhada dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.	<b>104</b>
<b>Figura AN 1.12</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na América do Norte.	<b>104</b>
<b>Figura AN 1.13</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Costa Leste dos Estados Unidos.	<b>105</b>
<b>Figura AN 1.14</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Canadá.	<b>106</b>
<b>Figura AN 1.15</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Europa.	<b>107</b>
<b>Figura AN 1.16</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Espanha.	<b>107</b>
<b>Figura AN 1.17</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na França.	<b>108</b>
<b>Figura AN 1.18</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Grécia.	<b>109</b>
<b>Figura AN 1.19</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Hungria.	<b>109</b>
<b>Figura AN 1.20</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Inglaterra.	<b>110</b>
<b>Figura AN 1.21</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Irlanda.	<b>110</b>
<b>Figura AN 1.22</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Islândia.	<b>111</b>
<b>Figura AN 1.23</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Noruega.	<b>111</b>
<b>Figura AN 1.24</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Romênia.	<b>112</b>
<b>Figura AN 1.25</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Suécia.	<b>112</b>
<b>Figura AN 1.26</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Suíça.	<b>113</b>
<b>Figura AN 1.27</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Continente Asiático.	<b>114</b>



<b>Figura AN 1.28</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico em Chipre.	<b>115</b>
<b>Figura AN 1.29</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Coreia do Sul.	<b>115</b>
<b>Figura AN 1.30</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico nas Filipinas.	<b>116</b>
<b>Figura AN 1.31</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico em Israel.	<b>116</b>
<b>Figura AN 1.32</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Japão.	<b>117</b>
<b>Figura AN 1.33</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico da Nova Guiné.	<b>118</b>
<b>Figura AN 1.34</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico da Malásia.	<b>118</b>
<b>Figura AN 1.35</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Ilha de Sumatra.	<b>119</b>
<b>Figura AN 1.36</b>	Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico da extinta União Soviética.	<b>119</b>
<b>Figura AN 2.1</b>	Campo potencial em P devido a uma grandeza física unitária localizada no ponto A.	<b>124</b>
<b>Figura AN 6.1</b>	Mapas de representações harmônicas de grau 1 a 6.	<b>143</b>
<b>Figura AN 6.2</b>	Mapas de representações harmônicas de grau 7 a 14.	<b>144</b>
<b>Figura AN 6.3</b>	Mapas de representações harmônicas de grau 15 a 22	<b>145</b>
<b>Figura AN 6.4</b>	Mapas de representações harmônicas de grau 23 a 30.	<b>146</b>
<b>Figura AN 6.5</b>	Mapas de representações harmônicas de grau 31 a 36.	<b>147</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela (2.1)</b>	Evolução da Base de dados de Fluxo Geotérmico.	<b>7</b>
<b>Tabela (2.2)</b>	Campos de informações e formatação utilizada no Banco de dados de Fluxo Geotérmico.	<b>8</b>
<b>Tabela (2.3)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas continentais e oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).	<b>11</b>
<b>Tabela (2.4)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).	<b>12</b>
<b>Tabela (2.5)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das províncias oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).	<b>12</b>
<b>Tabela (2.6)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas continentais e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).	<b>13</b>
<b>Tabela (2.7)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das províncias geológicas continentais e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).	<b>15</b>
<b>Tabela (4.1)</b>	Coeficientes harmônicos com base em valores estimados de fluxo geotérmico (Chapman e Pollack, 1975).	<b>43</b>
<b>Tabela (4.2)</b>	Coeficientes harmônicos determinados para uma mistura de dados experimentais e valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).	<b>46</b>
<b>Tabela (4.3)</b>	Coeficientes harmônicos determinados para um conjunto selecionado de valores sintéticos, dados experimentais e valores estimados (Pollack et al, 1993).	<b>52</b>
<b>Tabela (5.1)</b>	Primeira parte do sistema de planilhas eletrônicas adotadas neste trabalho (dados do Chile).	<b>55</b>
<b>Tabela (5.2)</b>	Coordenadas geográficas das localidades das medições geotérmicas em Cuba pelo sistema antigo e sistema decimal.	<b>56</b>
<b>Tabela (5.3)</b>	Estatística dos problemas encontrados no banco de dados do IHFC.	<b>62</b>

<b>Tabela (5.4)</b>	Distribuição dos dados de fluxo geotérmico nos países do continente sul-americano.	<b>63</b>
<b>Tabela (5.5)</b>	O conjunto de coeficientes reavaliados para expansão harmônica de grau 12.	<b>72</b>
<b>Tabela (6.1)</b>	Valores médios de fluxo geotérmico nas principais zonas do oceano Atlântico.	<b>82</b>
<b>Tabela (AN 1.1)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo no Continente Africano.	<b>120</b>
<b>Tabela (AN 1.2)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na América Central.	<b>121</b>
<b>Tabela (AN 1.3)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.	<b>121</b>
<b>Tabela (AN 1.4)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na América do Norte.	<b>121</b>
<b>Tabela (AN 1.5)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Europa.	<b>122</b>
<b>Tabela (AN 1.6)</b>	Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Ásia.	<b>123</b>
<b>Tabela (AN 3.1)</b>	Coeficientes harmônicos 2006.	<b>128</b>

### 1.1 Contexto Científico

Os progressos obtidos no último século, no desenvolvimento de sensores térmicos de alta precisão e avanços tecnológicos de sistemas experimentais de medições remotas, têm permitido aquisição de dados de fluxo geotérmico em diversas regiões do globo terrestre. Como resultado, o número de medições de fluxo geotérmico saltaram de algumas dezenas nas décadas 1950 para dezenas de milhares em 1990. De acordo com Cardoso et al (2005), o número total de medições é cerca de 24000. Análises desses dados permitiram determinações de fluxo geotérmico das diversas unidades geotectônicas do globo terrestre.

O mapeamento dos valores de fluxo geotérmico é uma das formas convenientes de apresentar e visualizar as variações espaciais do regime térmico relacionado com as estruturas geológicas regionais. Geralmente, dependendo da natureza do problema a ser resolvida, o conjunto de dados observados é ajustado a uma determinada superfície matemática. Há uma variedade de métodos numéricos disponíveis na literatura para abordagem de problema de mapeamento em escalas locais. Os métodos polinomiais são os mais utilizados para representações do campo geotérmico em escalas regionais e continentais. Por outro lado, a análise por métodos de harmônicos esféricos é uma das formas mais convenientes de se examinar as características dos campos potenciais em escala global. Contudo, convém notar que as feições representadas pelos mapas estão diretamente relacionadas com a densidade e a distribuição geográfica dos dados.

A primeira tentativa de se avaliar as características do fluxo geotérmico global pelo método dos harmônicos esféricos foi efetuada por Lee e MacDonald (1963), com base em 813 observações. O grau do polinômio de Legendre utilizado então foi de dois. Os avanços na aquisição de dados permitiram aumentos de graus de expansão harmônica nos trabalhos posteriores. Assim, no trabalho de Chapman e Pollack (1975), baseada em 5417 dados, a expansão harmônica foi estendida para grau 12. O mesmo grau de expansão foi utilizado num trabalho posterior por Pollack

et al (1993) com uma base ampliada de 20201 dados. As conclusões apresentadas por Pollack et al (1993) foram endossadas pela Comissão Internacional de Fluxo Térmico (International Heat Flow Commission – IHFC). Conseqüentemente, os resultados tiveram maior aceitação junto à comunidade científica internacional.

Contudo, no decorrer de desenvolvimento desta dissertação foram constatados problemas fundamentais no procedimento adotado por Pollack et al (1993). Os principais problemas que não foram avaliados com o devido rigor científico são:

- 1) A base de dados utilizada não foi submetida aos devidos procedimentos de verificação de consistência interna e de controle de qualidade;
- 2) Foram empregados dados sintéticos (derivados da teoria de esfriamento de placas litosféricas) como substitutos aos dados experimentais, nas áreas de cadeias meso oceânicas. Contudo, esta prática fere os princípios básicos na análise científica dos resultados experimentais.
- 3) A utilização de dados sintéticos implica no conhecimento a priori dos processos térmicos em grandes profundidades da crosta, que é o que deseja determinar originalmente;
- 4) O problema da suposta existência de processos de convecção em escala regional nas áreas de cadeias meso-oceânicas (o motivo alegado para introdução de dados sintéticos) foi tratada de forma ad-hoc, sendo que não apresentaram evidências experimentais diretas. Conseqüentemente, a prática de inserção de dados sintéticos introduz graus elevados de subjetividade nos resultados finais.
- 5) O grau de expansão harmônica utilizada não possui resolução espacial adequada para identificação de anomalias térmicas associada às cadeias meso oceânicas.
- 6) Tratando de baixos graus de expansão harmônica, os procedimentos utilizados permitem que os efeitos de alteração nos valores fluxo térmico em qualquer setor se propaguem para as demais regiões. Assim, a introdução de valores elevados para as áreas de cadeias oceânicas afeta as representações do fluxo térmico nas áreas de bacias oceânicas e regiões continentais onde não há indicações de transporte de calor por convecção térmica.

Análises das conseqüências dos problemas acima descritos e suas implicações para a elaboração de mapas de fluxo geotérmico global constituem o contexto científico desta dissertação, desenvolvido no âmbito do Laboratório de Geotermia do Observatório Nacional. Nas últimas décadas este Laboratório se empenha na elaboração de trabalhos que visam o levantamento e a compilação sistemática dos dados geotermiais a níveis continentais e regionais, com ênfase no território brasileiro e no continente sul-americano. Pode-se assim dizer que este é o primeiro trabalho que trata da avaliação de dados geotermiais em escala global, realizado no âmbito de pesquisas geofísicas no país.

## **1.2 Objetivos**

O presente trabalho visa principalmente uma reavaliação das características do campo de fluxo geotérmico global com base no método de harmônicos esféricos. Neste contexto, os objetivos principais propostos são os seguintes:

- 1- Verificação da consistência interna do Banco de dados de Fluxo Geotérmico, compilado sob auspícios da Comissão Internacional de Fluxo Geotérmico;
- 2- Implementação de procedimentos para controle de qualidade dos dados primários;
- 3- Instituir sistemas operacionais que permitem processamento computadorizado da base de dados;
- 4- Determinação de coeficientes de expansão harmônica com base em dados corrigidos;
- 5- Avaliação do grau de expansão harmônica apropriada para identificação de anomalias térmicas regionais do globo terrestre;
- 6- Elaboração de mapas de fluxo térmico global e
- 7- Comparação entre as representações harmônicas e numéricas em escalas continentais.

### **1.3 Esboço Geral e Plano de Desenvolvimento**

As limitações de infraestrutura disponíveis para o Laboratório de Geotermia do Observatório Nacional determinaram em grande parte o desenvolvimento das principais etapas deste trabalho. Assim os progressos alcançados nessas etapas foram concatenados e formam o esboço geral desta dissertação. Apresenta-se a seguir uma descrição resumida das atividades concluídas nas etapas principais.

Inicialmente será abordado o contexto científico do problema tratado nessa dissertação e os objetivos principais do trabalho.

A seguir, no capítulo dois, apresenta-se uma descrição resumida da evolução histórica do Banco de dados Geotérmicos, desde a década de 1950. O passo seguinte foi a verificação da consistência interna deste banco de dados, cuja compilação foi efetuada como uma das atividades principais da Comissão Internacional de Fluxo Térmico (International Heat Flow Commission – IHFC). Os arquivos digitais que compõem este banco de dados são de domínio público, sendo disponível no sítio web de Centro Nacional de Dados Geofísicos da EUA (National Geophysical Data Center - NGDC). Os progressos alcançados nas atividades de verificação indicaram as deficiências na sua formatação atual e apontaram para a necessidade de uma reorganização e reestruturação ampla desta base de dados.

Os fundamentos matemáticos do método dos harmônicos esféricos são tratados no capítulo três. Nele se aborda de forma sintetizada os aspectos de ortogonalidade, normalização, formulação para determinação dos coeficientes harmônicos e discretização das equações para a representação do campo do fluxo geotérmico em escala global.

Apresentam-se no capítulo quatro, descrições resumidas dos avanços obtidos nas representações harmônicas do fluxo geotérmico nos trabalhos anteriores por Chapman e Pollack (1975) e Pollack et al (1993). Destacam-se também as suas principais características, incluindo os graus de expansão harmônica utilizada e as limitações conseqüentes de resolução espacial.

Encontra-se no capítulo cinco os principais avanços alcançados nessa dissertação. Inclui progressos alcançados na reestruturação das bases de dados, determinação de coeficientes correspondentes á expansão harmônica de graus 12 e 36 e derivação de novos mapas globais de fluxo geotérmico.

O capítulo seis apresenta as conclusões finais destacando os avanços obtidos na resolução espacial das anomalias de fluxo geotérmico nas áreas continentais e oceânicas.



## BASE DE DADOS DE FLUXO GEOTÉRMICO

No contexto do problema proposto nesta dissertação, apresenta-se neste capítulo uma síntese da evolução histórica e da situação atual do Banco de Dados de Fluxo Geotérmico Global. Atualmente, este Banco de Dados é mantido pela Comissão Internacional de Fluxo Térmico – IHFC (International Heat Flow Commission). Aborda-se também neste capítulo breves descrições da distribuição de dados nas áreas continentais e oceânicas.

### 2.1 Evolução Histórica

As primeiras compilações das medidas de fluxo térmico, em áreas continentais, foram realizadas por *Bullard* (1939) e *Benfield* (1939). *Revelle and Maxwell* (1952) foram os pioneiros na obtenção de dados em áreas oceânicas. O número de dados de fluxo geotérmico cresceu de forma significativa a partir do ano de 1960 quando foram aperfeiçoadas as técnicas de medidas geotérmicas nos mares profundos. Assim, somente nos últimos 40 anos, com a obtenção de um número cada vez maior de dados de fluxo geotérmico, está sendo possível se realizar interpretações geofísicas e estatísticas sobre a magnitude e distribuição do fluxo de calor, tanto na superfície da Terra como no seu interior. Os números reunidos na Tabela (2.1) indicam os progressos obtidos na aquisição dos dados de fluxo geotérmico nas áreas continentais e oceânicas.

A representação harmônica do fluxo geotérmico em escala global realizada por *Chapman and Pollack* (1975) foi realizada a partir de dados que constam na compilação de *Jessop et al.* (1976). *Sclater et al.* (1980) também fez uso dos dados compilados em 1976, porém, acrescentaram dados que foram publicados posteriormente.

Os trabalhos de *Chapman and Pollack* (1980) e *Chapman and Rybach* (1985), acrescentaram dados adquiridos após 1975. Na compilação efetuada por *Pollack et al* (1993) foram acrescentados dados adquiridos após 1985, perfazendo um total de 24141 dados experimentais. Essa compilação foi efetuada sob patrocínio formal da Comissão Internacional de Fluxo Térmico (International Heat Flow Commission -

IHFC). Posteriormente, Cardoso et al (2005) apresentaram uma atualização incluindo dados do continente Sul-americano compilado por Hamza e Muñoz (1996).

Tabela (2.1) Evolução da Base de dados de Fluxo Geotérmico.

<b>Referência</b>	<b>Continental</b>	<b>Oceânica</b>	<b>Total</b>
<i>Birch (1954)</i>	43	20	63
<i>Lee (1963)</i>	73	561	634
<i>Lee and Uyeda (1965)</i>	131	913	1044
<i>Horai and Simmons (1969)</i>	474	2348	2822
<i>Lee (1970)</i>	597	2530	3127
<i>Jessop et al. (1976)</i>	1699	3718	5417
<i>Chapman and Pollack (1980)</i>	2808	4409	7217
<i>Chapman and Rybach (1985)</i>	3601	5181	8782
<i>Pollack et al. (1993)</i>	13249	6952	20201
<i>Cardoso et al (2005)</i>	14793	9348	24141

## 2.2 Características da Base de Dados IHFC

O banco de dados de fluxo geotérmico utilizado no presente trabalho se baseia no acervo compilado pela Comissão Internacional de Fluxo Térmico (IHFC), e que está disponível no sítio web do Centro Nacional de dados Geofísicos dos EUA – NGDC (National Geophysical Data Center). Possui um total de 24141 dados experimentais sobre a superfície terrestre. Destes, 14793 situam-se em áreas continentais, 9053 em regiões oceânicas e os 295 dados restantes, em regiões de transição, como plataformas continentais e mares interiores.

Esta compilação segue os mesmos padrões indicados por Jessop et al. (1976), porém, com outra formatação. Os dados foram organizados em ordem alfabética dos continentes, seguida pelos dados oceânicos. Os países pertencentes a cada continente também foram agrupados em ordem alfabética e após o conjunto de dados de cada país foram acrescentadas as referências.

Nas regiões oceânicas os dados foram divididos em grupos separados apenas pelo Oceano ou Mar a que pertence. Desta forma, dados relativos às diferentes unidades tectônicas marinhas, não estão agrupados de forma apropriada.

De forma geral todas as informações contidas no banco de dados foram agrupadas em colunas com espaçamentos não uniformes divididas de acordo com a Tabela (2.2).

Tabela (2.2) Campos de informações e formatação utilizada no Banco de dados de Fluxo Geotérmico.

<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>	<b>Colunas</b>
Número de dados		1-6
Código descritivo		7-13
Local		15-22
Latitude	Graus, min,	23-28
Longitude	Graus, min,	29-35
Elevação	m	36-40
Profundidade Mínima	m	41-44
Profundidade Máxima	m	45-48
Nº Temperaturas		49-51
Gradiente de temperatura	m K/ m	52-54
Nº de medidas de condutividade		55-57
Condutividade Térmica Média	W/m K	58-61
Número de poços		62-64
Produção de Calor	$10^{-6}W/m^3$	65-68
Fluxo térmico	m W/m <sup>2</sup>	69-72
Número de sítios		73-74
Número da referência		76-78
Ano da publicação		79-80

A utilização da formatação acima descrita poderá ser ilustrada considerando arquivos individuais de dados de fluxo geotérmico de qualquer país ou região. Como exemplo ilustrativo reproduz na figura (2.1) a cópia da parte do arquivo referente aos dados de Botswana, situado no continente Africano. Nota-se que a primeira parte é constituída de uma tabela de dados conforme formatação acima descrita. Logo abaixo desta tabela encontra-se um segmento de texto sobre a referencia bibliográfica.

A F R I C A

\*\*\*\*\*

B O T S W A N A

BOT001	A	H	LOBATSE	2511	S	2541	E	1200	60	140	1	6	8	4.7	30	1	187	15% (Q)		
BOT002	A	F	MOLOPO	F2445	S	2410	E	1097	50	490	2	20	32	2.8	5	0.2	45	1	187	15% 20%
BOT003	A	H	MMANABUL	2337	S	2639	E	970	70	200	737*	125	1.1	42	1	187	*=midrange of values, 15% (Q)			
BOT004	A	H	MABOANE	2407	S	2430	E	1115	60	240	236*	125	1.1	35	1	187	*=midrange of values, 20% (Q)			
BOT005	A	H	MOROPULE	2221	S	2655	E	995	40	235	7108125	1.1	52	1	187	*=midrange of values, 15% (Q)				
BOT006	A	F	GOPE	2237	S	2415	E	1020	100	240	1	26	1	2.0	53	1	187	15% (Q) "K"		
BOT007	A	H	SELEBI-P2202	S	2749	E	875	148	580	2	15	39	3.6	3	6.6	53	1	187	5% 9%	
BOT008	A	H	FRANCIST	2114	S	2731	E	985	69	269	1	14	19	2.7	3	0.2	37	1	187	10% 20%
BOT009	A	H	BUSHMAN	2030	S	2636	E	970	78	208	3	19	41	3.5	6	1.8	65	1	187	15% 6%
BOT010	A	F	ORAPA	2118	S	2515	E	940	70	170	123*	1	2.7	62	1	187	*=midrange of values, 15% (Q), "K"			
BOT011	A	H	TSHANE	2350	S	2202	E	1140	120	240	1	37	18	2.0	76	1	187	10% (Q)		
BOT012	A	H	MABUASEH	2514	S	2158	E	1035	70	210	1	7	14	3.6	25	1	187	10% (Q)		
BOT013	A	H	KACHIKAU	1831	S	2419	E	950	50	230	1	13	15	4.1	3	1.7	56	1	187	10% 22%
BOT014	A	H	NGAMILAN	2035	S	2128	E	1000	60	150	2	22	19	2.7	4	1.6	60	1	187	15% 8%

BOT 1 BALLARD, SANFORD III, POLLACK, HENRY N., and SKINNER, NEVILLE J.  
 TERRESTRIAL HEAT FLOW IN BOTSWANA AND NAMIBIA.  
 JOURNAL OF GEOPHYS. RES., 92,6291-6300, 1987  
 (COMMENTS: % unc. for Q, unc.for h.prod., "K"=KIMBERLITE CORRECTION USED, SIMILAR TO CONDUCTIVITY CONTRAST)

Figura (2.1) Segmento do arquivo referente a Botswana, no Banco de dados Geotérmicos.

### 2.3 Problemas na Estrutura e no Controle de Qualidade

Pouca atenção tem sido dada pela Comissão Internacional de Fluxo Térmico – IHFC para modernização da estrutura do Banco de Dados e implementar medidas de controle de qualidade. A estrutura atual dificulta o processamento computadorizado dos dados e o manuseio de informações. O exemplo apresentado na figura (2.1) ilustra a dificuldade em processamento computadorizado deste acervo de dados, já que as informações são compostas de uma intercalação de dados numéricos e segmentos de textos. Ainda, a falta de um formato consistente para o sistema de coordenadas geográficas tem induzido erros na análise e interpretação destes dados.

Os detalhes das medidas adotadas para melhorias na estrutura e controle de qualidade são apresentados no capítulo 5. As medidas adotadas para superar essas dificuldades incluem a migração para sistema baseado em planilhas eletrônicas e verificação detalhado dos registros individuais. Na etapa de migração para planilhas eletrônicas as partes de textos referentes às referências bibliográficas foram retirados e salvos num arquivo a parte.

## 2.4 Distribuição Geográfica dos Dados

A distribuição dos dados de fluxo geotérmico sobre a superfície terrestre está ilustrada no mapa da figura (2.2). Nesta figura os pontos em cor vermelha indicam locais de dados de áreas continentais enquanto os pontos de cor preta indicam dados localizados nas áreas oceânicas. Desta forma, na figura (2.2) existem 14.793 pontos vermelhos que representam dados nas áreas continentais e 9.348 pontos pretos representando dados nas áreas oceânicas, perfazendo um total de 24.141 dados para todo globo terrestre.

Contudo, pode-se perceber que a distribuição geográfica de dados é heterogênea, tanto nas áreas continentais como nas áreas oceânicas. A densidade de dados é pobre nos diversos setores regionais nos continentes asiático, africano e sul-americano e nas áreas oceânicas do hemisfério sul. Um exame mais detalhado revela problemas não só com a densidade dos dados, mas também na qualidade destes, uma consequência direta da grande diversidade nos métodos experimentais utilizados na aquisição de dados. A densidade de medidas de fluxo geotérmico é maior nos continentes europeu e norte-americano, mas há ainda extensas áreas nos continentes asiático, africano e sul-americano. Esta heterogeneidade na distribuição da densidade dos dados dificulta a análise e interpretação do significado das variações espaciais de fluxo geotérmico.

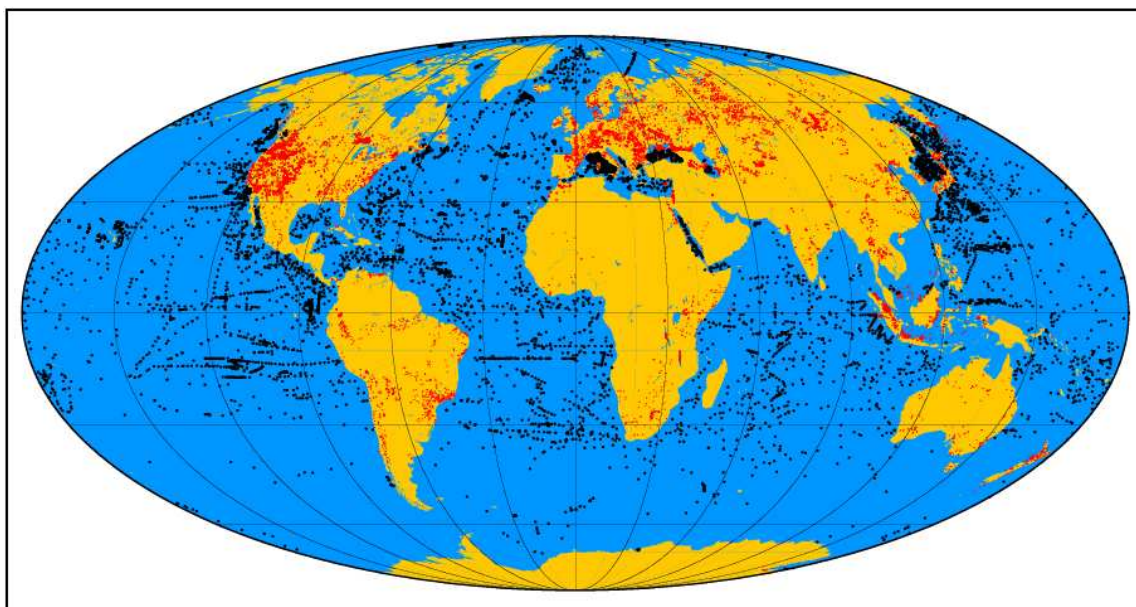


Figura (2.2) Distribuição Global dos Dados de Fluxo Geotérmico.

Os valores médios apresentados na Tabela (2.3) indicam que o fluxo geotérmico médio nas áreas oceânicas é significativamente maior que a das áreas continentais. Em ambos os casos os valores elevados de fluxo geotérmico ocorrem em zonas de atividades vulcânicas recentes. O acervo de dados de fluxo geotérmico também permite avaliações das perdas globais de energia térmica.

Tabela (2.3) Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas continentais e oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).

Região	Número de Dados	Fluxo Geotérmico ( $\text{mW}/\text{m}^2$ )	
		Média	$\sigma$
Áreas Continentais	13.249	65	25
Áreas Oceânicas	6.952	101	45
Global	20.201	87	40

#### 2.4.1 Áreas Oceânicas

Dos dados compilados pela Comissão Internacional de Fluxo Térmico (IHFC) mais da metade se encontram em áreas oceânicas. Essa diferença em relação às áreas continentais decorre do grau relativamente menor de dificuldade em efetuar medidas geotérmicas nas áreas oceânicas. A densidade de medidas em áreas oceânicas indica uma concentração maior de dados nas regiões de dorsais. Por outro lado, o número de dados nas áreas de trincheiras oceânicas é relativamente pequeno, uma consequência das dificuldades em efetuar medidas geotérmicas em águas com profundidades superiores a cinco quilômetros. Os valores médios de fluxo geotérmico para as principais regiões oceânicas são apresentados na Tabela (2.4).

A maior parte das medidas foi efetuada no oceano Atlântico e Pacífico. Contudo, a densidade de medidas é maior nos mares pequenos. De acordo com os dados contidos na Tabela (2.4) há variações significativas de fluxo geotérmico nas áreas oceânicas. Por exemplo, os valores médios de fluxo geotérmico estão baixos no Atlântico, no Índico e nas áreas de transição continental quando comparados com o valor médio do oceano Pacífico. Valores ainda maiores foram encontrados no Mediterrâneo e no Mar Vermelho.

Tabela (2.4) Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).

Mares e Oceanos	N° Dados	$q$ (mW/m <sup>2</sup> )	
		Média	$\sigma$
Ártico	227	97	14
Atlântico	2.478	71	11
Índico	836	65	10
Pacífico	3.922	161	24
Mediterrâneo	648	100	15
Mar Vermelho	131	214	32
Mares Pequenos	811	68	10
Regiões de Transição	295	75	12
Total	9.348	106	17

Os valores médios de fluxo geotérmico das principais províncias geológicas, apresentados na Tabela (2.5), indicam que as diferenças entre as áreas oceânicas são em grande parte relacionadas com suas características geológicas. Por exemplo, as áreas de trincheiras e bacias oceânicas possuem valores baixos de fluxo térmico em relação àqueles encontrados em dorsais oceânicas e margens continentais.

Tabela (2.5) – Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das províncias oceânicas e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).

Região	N° Dados	$q$ (mW/m <sup>2</sup> )	
		Média	$\sigma$
Trincheiras	78	45	28
Bacias	683	52	22
Dorsais	1065	80	60
Margens Continentais	642	75	37

## 2.4.2 Áreas Continentais

Na Tabela (2.6) são apresentados valores médios de fluxo geotérmico para as principais regiões continentais. A maior parte das medidas foi efetuada nos continentes da Ásia, Europa e América do Norte. África, América do Sul, América Central, Antártida e Oceania configuram-se como regiões com números relativamente menores.

Tabela (2.6) Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das áreas continentais e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).

Continente	Nº Dados	$q$ (mW/m <sup>2</sup> )	
		Média	$\sigma$
África	548	61	9
América do Norte	4621	110	16
América do Sul	169	78	12
América Central	84	68	10
Antártida	9	89	13
Austrália	287	74	11
Ásia	4332	73	11
Europa	4743	59	9
Total	14793	76	12

A densidade de dados de fluxo geotérmico nas áreas continentais é superior em relação à das áreas oceânicas. No entanto, densidades superiores a  $100/10^6$  km<sup>2</sup> existem apenas em algumas áreas restritas na Europa Ocidental e América do Norte. Nos Continentes da Ásia, África e América do Sul, há ainda áreas extensas carentes de dados. A densidade de dados geotérmicos nas regiões polares é baixa quando comparada a outras regiões. Os valores médios para o continente africano, norte americano e asiático são relativamente baixos em comparação ao valor médio das regiões oceânicas. Outro fato importante é que a magnitude das variações nas áreas continentais é menor em relação à das áreas oceânicas, ver Tabelas (2.4) e (2.6).

As distribuições geográficas também apresentam variações significativas. Por exemplo, considere-se a distribuição de dados do continente europeu, ilustrada no mapa da figura (2.3). A distribuição parece ser razoável no setor oeste da Europa, com exceção da parte oeste de Espanha e Portugal. Por outro lado, a região centro-norte da República Russa é praticamente isenta de dados geotérmicos.



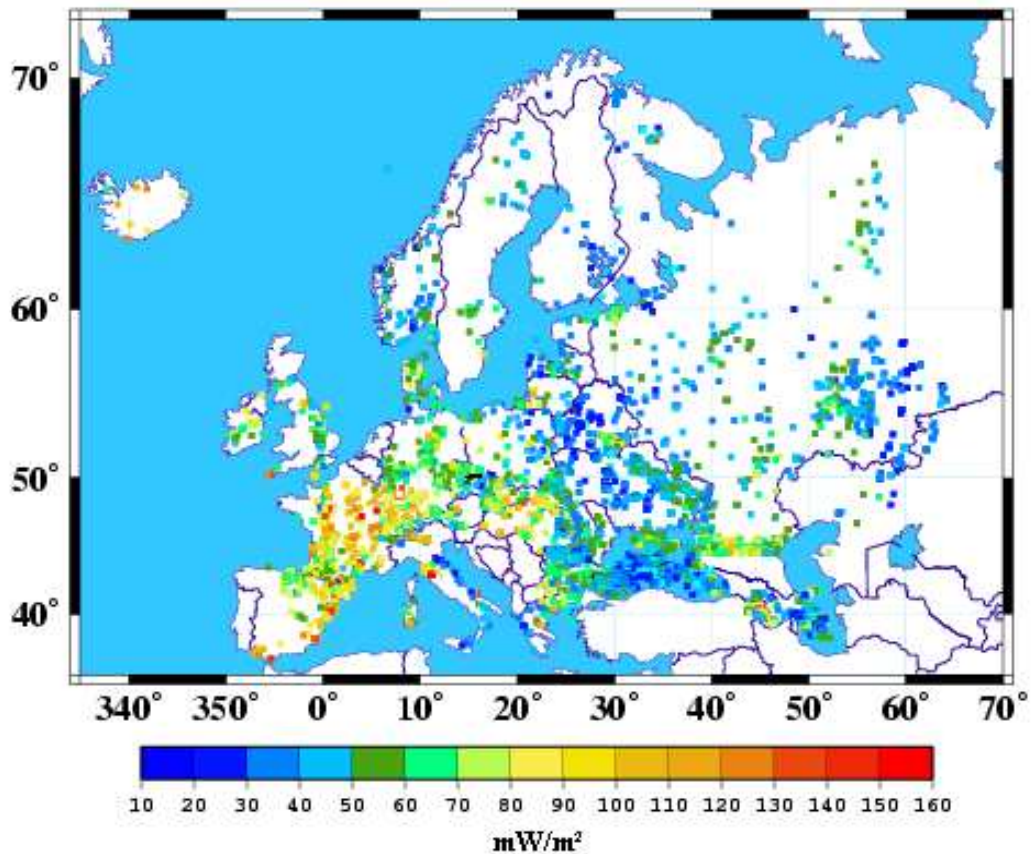


Figura (2.3) Distribuição dos dados de fluxo térmico no continente europeu.

As heterogeneidades também são marcantes na distribuição de dados no América do Norte. Conforme pode ser visto no mapa da figura (2.4) grande parte dados foram adquiridos na região oeste dos Estados Unidos de América em comparação às demais regiões. Norte do México, norte do Canadá, a região de Pólo Norte e Groenlândia são setores praticamente isentos de medições de fluxo geotérmico.

Como no caso das áreas oceânicas as diferenças no fluxo geotérmico das áreas continentais estão em grande parte relacionadas com as suas características geológicas. Os valores médios das províncias geológicas, apresentado na tabela (2.7), permitem uma avaliação melhor das variações de fluxo geotérmico relacionado aos processos tectônicos.

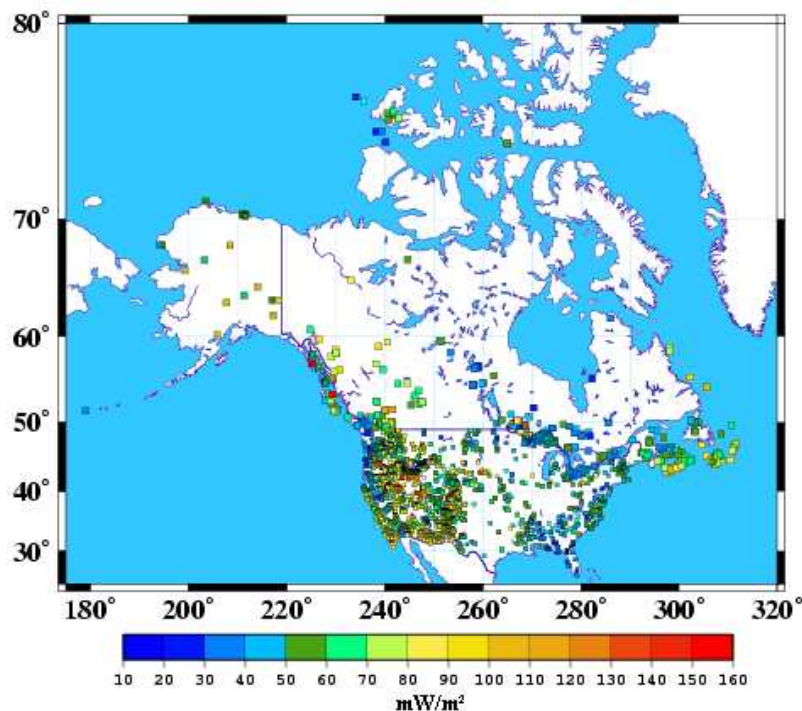


Figura (2.4) Distribuição dos dados de fluxo térmico para a América do Norte.

Nota-se que na Tabela (2.7) as áreas orogênicas de idade Mesozóica e Cenozóica são caracterizadas por valores de fluxo geotérmico elevado em relação àqueles encontrados nas áreas Pré-Cambrianas. Análises dos dados continentais por Polyak e Smirnov (1968) e Hamza e Verma (1969) indicam a existência de uma correlação inversa entre o fluxo geotérmico e a idade dos eventos tectônicos de caráter regional. A escala de tempo desta correlação é da ordem de várias centenas de milhões de anos, sendo assim, cerca de uma ordem de grandeza maior que a escala de tempo da correlação observada para as áreas oceânicas.

Tabela (2.7) – Valores médios de fluxo geotérmico ( $q$ ) das províncias geológicas continentais e os respectivos desvios padrão ( $\sigma$ ).

Região	Nº Dados	$q$ (mW/m <sup>2</sup> )	
		Média	$\sigma$
Escudos Pré-Cambrianos	214	42	10
Áreas não pós Pré-Cambrianas	96	60	19
Áreas orogênicas Paleozóicas	88	59	18
Áreas Cenozóicas e Mesozóicas	159	72	23

## FUNDAMENTOS DO MÉTODO DOS HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Apresenta-se neste capítulo, uma revisão dos fundamentos dos métodos de harmônicos esféricos, cujo enfoque está na representação harmônica do campo de fluxo geotérmico em escala global. Apesar da sua importância para estudos de fenômenos geofísicos a teoria básica dos métodos dos harmônicos esféricos e a sua aplicação para estudo de problemas de campos potenciais terrestres é tratada apenas de forma resumida na maioria dos livros textos (Stacey, 1998; Turcotte et al, 2000). Nesta revisão também foram corrigidos erros de transcrição nas equações finais de normalização das Funções Associadas de Legendre, encontrados em alguns dos livros que tratam das aplicações dos métodos dos harmônicos esféricos em Geomagnetismo e Geodésia.

A análise por harmônicos esféricos é apropriada quando dispomos apenas de medidas discretas de uma grandeza física sobre uma superfície esférica, e desejamos saber o comportamento desta grandeza sobre toda a esfera. Por isto este método é o mais apropriado para representar esta grandeza em escala global, utilizando-se para isto, o sistema de coordenadas esféricas. As coordenadas esféricas são úteis quando existe um centro de simetria que pode ser tomado como origem (este é o caso do planeta Terra). As *coordenadas esféricas* ( $r, \theta, \phi$ ) são vistas na figura (3.1).

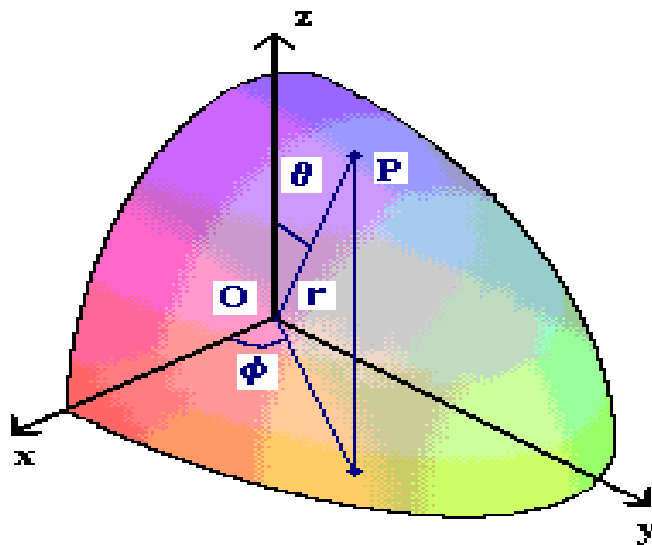


Figura (3.1) Coordenadas Esféricas  $r, \theta$  e  $\phi$ .do ponto P, num sistema de coordenadas cartesianas com origem no ponto O.

A primeira coordenada  $r = |OP|$  é a distância da origem ao ponto  $P$  e nunca é negativa. A segunda coordenada  $\theta$ , denominada colatitude, é o ângulo medido do eixo  $z$  para a reta  $OP$ . A terceira coordenada,  $\phi$  (longitude), representa o ângulo formado pelo plano  $xOz$  e o plano que passa por  $P$  e contém o eixo  $z$ . Se imaginarmos um corte no globo terrestre paralelo à linha do equador, conforme figura (3.2), teremos uma circunferência (considerando a forma da Terra esférica).

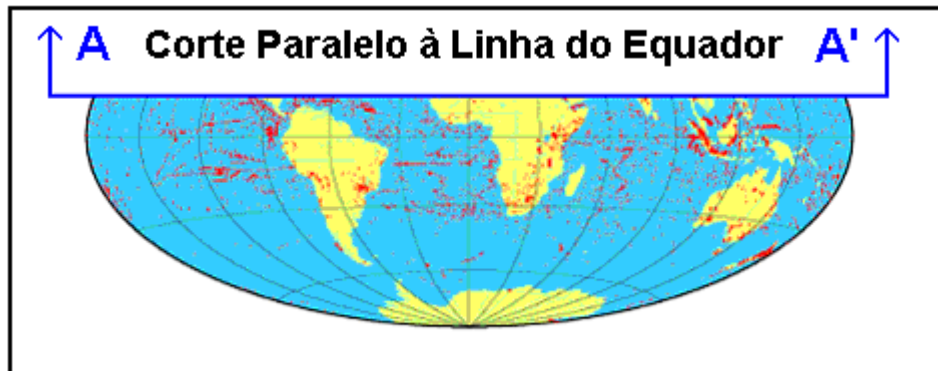


Figura (3.2) Corte AA' sobre o globo terrestre paralelo à Linha do Equador.

O raio desta circunferência depende da latitude ( $\theta$ ) de onde foi executado este corte, variando entre zero e o próprio raio equatorial da Terra. Considerando-se que sobre esta circunferência alguns dos dados de fluxo geotérmico estejam presentes, teremos então uma função discreta que fornecerá este valor de fluxo para uma dada longitude  $\Phi$ . Caso tivéssemos dados sobre todo o globo, esta seria uma função contínua. Representações de dados desta natureza pode ser melhor compreendido com base na Série de Fourier.

### 3.1 Série de Fourier

Uma função periódica pode ser escrita em termos de uma soma infinita de parcelas escritas com funções seno e co-seno. Esta soma infinita é chamada de série de Fourier. Desta forma uma função  $f(t)$ , periódica num intervalo  $T$ , pode ser escrita como:

$$f(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left( a_m \cos \frac{2\pi mt}{T} + b_m \sen \frac{2\pi mt}{T} \right) \quad (3.1)$$

onde a equação  $\left( a_m \cos \frac{2\pi mt}{T} + b_m \operatorname{sen} \frac{2\pi mt}{T} \right)$  é denominada função harmônica da série e  $a_m$  e  $b_m$  são coeficientes determinados diretamente da função  $f(t)$ . A utilização da função seno e da função co-seno facilita a determinação destes coeficientes, por possuírem a propriedade da ortogonalidade.

Duas funções são ortogonais em um dado intervalo, se a integral definida do produto entre estas funções for zero, exceto no caso de duas funções idênticas. Esta propriedade, como será visto posteriormente, também é compartilhada pelos Harmônicos Esféricos.

Seja então uma função  $q(\theta_o, \phi)$ , que representa o fluxo geotérmico em uma dada latitude  $\theta_o$ , contínua em  $\Phi$  entre 0 e  $2\pi$ , podemos escrever:

$$q(\theta_o, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} (a_m(\theta_o) \cos m\phi + b_m(\theta_o) \operatorname{sen} m\phi) \quad (3.2)$$

Para cada latitude teremos um conjunto de equações cada uma com coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  a serem determinados, por isto, é conveniente escrever a equação (3.2) da seguinte forma:

$$q(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} (a_m(\theta) \cos m\phi + b_m(\theta) \operatorname{sen} m\phi) \quad (3.3)$$

### 3.2 Determinação do Número de Coeficientes

Para uma determinada colatitude a distribuição e o número de dados de fluxo dependem das dimensões da malha que será formada. Para uma malha  $(\Delta\phi)$ , o número de dados (N) é expresso por:

$$N = \frac{2\pi}{\Delta\phi} \quad (3.4)$$

Se os N dados estiverem igualmente espaçados e sem valores faltantes no intervalo de 0 a  $2\pi$ , os coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  desta série podem ser obtidos pelas expressões:

$$a_m = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N q(\phi) \cos\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) \quad (3.5)$$

$$b_m = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N q(\phi) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) \quad (3.6)$$

Pode-se perceber que os coeficientes podem ser calculados independentemente um do outro. Isto é possível devido à propriedade da ortogonalidade que será discutida na seção (3.5). Uma vez que a relação entre os harmônicos preditores das variáveis e a série de dados  $q(\phi)$  não dependem de quais harmônicos estão sendo usados para representar a série, a proporção da variância de  $q(\phi)$  relativa a cada harmônico também pode ser fixada. Pode-se então calcular a “qualidade” do ajuste obtido por cada harmônico, determinando o denominado **coeficiente de determinação** ( $R^2$ ). Este Coeficiente, para o  $m$ -ésimo harmônico é simplesmente:

$$R_m^2 = \frac{(N/2) C_m^2}{(N-1) S_q^2} \quad (3.7)$$

onde  $C_m = [a_m^2 + b_m^2]^{1/2}$  é a amplitude do harmônico,  $N$  é o número de dados ao longo do intervalo  $[0, 2\pi]$  e  $S_q^2$  é a variância da série de dados.

Em termos de análise de variância da regressão, o numerador da equação (3.7), representa a soma dos quadrados do  $m$ -ésimo harmônico. No denominador temos a variância da série de dados, desta forma a relação entre o  $m$ -ésimo harmônico e a série de dados é expressa inteiramente pela amplitude  $C_m$ .

Para todos os harmônicos, o **coeficiente de determinação** pode ser expresso pela relação:

$$R^2 = \sum_m R_m^2 \quad (3.8)$$

Assim sendo, quanto mais próximo do valor unitário estiver  $R^2$ , melhor será a “qualidade” do ajuste da função e quanto mais próxima de *zero*, pior será a “qualidade” do ajuste. Se desejarmos o melhor ajuste possível deve-se ter:

$$R = \sum_m \frac{(N/2) C_m^2}{(N-1) S_q^2} = 1 \quad (3.9)$$

A solução da equação (3.9) inicia-se pela determinação de uma expressão para o quadrado da amplitude do harmônico ( $C_m^2$ ):

$$C_m = [a_m^2 + b_m^2]^{1/2} \Leftrightarrow C_m^2 = [a_m^2 + b_m^2]$$

$$\begin{aligned}
C_m^2 &= \left[ \left( \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N q(\phi) \cos\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) \right)^2 + \left( \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N q(\phi) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) \right)^2 \right] \\
C_m^2 &= \frac{4}{N^2} \left[ \sum_{t=1}^N q^2(\phi) \left( \cos^2\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi mt}{N}\right) \right) \right] \\
C_m^2 &= \frac{4}{N^2} \sum_{t=1}^N q^2(\phi) \quad (3.10)
\end{aligned}$$

Substituindo a equação (3.10), na equação (3.9) teremos:

$$\sum_m \frac{\frac{N}{2} \left( \frac{4}{N^2} \sum_{t=1}^N q^2(\phi) \right)}{(N-1) S_q^2} = 1$$

Como o número de harmônicos é igual a “m”, este somatório será igual a:

$$m \frac{\frac{2}{N} \sum_{t=1}^N q^2(\phi)}{(N-1) S_q^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad m \frac{2}{N} \left[ \frac{\sum_{t=1}^N q^2(\phi)}{(N-1)} \right] = S_q^2$$

Porém, como  $S_q^2 = \frac{\sum_{t=1}^N q^2(\phi)}{(N-1)}$  é a média quadrática da seqüência de dados, podemos finalmente encontrar a solução final, para que o coeficiente de determinação (R) tenha o valor unitário:

$$m = \frac{N}{2} \quad (3.11)$$

Substituindo a equação (3.11) na equação (3.4) vem:

$$2m = \frac{2\pi}{\Delta\phi}$$

Resultando em:

$$m = \frac{\pi}{\Delta\phi} \quad (3.12)$$

Desta forma para uma série constituída por  $N = \frac{2\pi}{\Delta\phi}$  dados, é possível encontrar uma função harmônica que reproduza exatamente os valores desta série, desde que a equação (3.12) seja satisfeita.

### 3.3 Superfícies Harmônicas

A dependência de  $q(\theta, \phi)$  com a latitude fica definida com os coeficientes  $a_m(\theta)$  e  $b_m(\theta)$  que devem ser representados por uma função que dependa da latitude e que seja ortogonal sobre o intervalo  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

Esta função é conhecida como *Função Associada de Legendre*, também chamada de *Polinômio Associado de Legendre* escrita como:

$$P_{n,m}(\theta) = \text{sen}^m(\theta) \frac{\partial^m}{\partial(\cos\theta)^m} P_n(\cos\theta) \quad (3.13)$$

onde  $P_n(\cos\theta)$  é o *Polinômio de Legendre*, também conhecido por *Função de Legendre* e é dado pela *fórmula de Rodrigues*:

$$P_n(\cos\theta) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{d\cos^n\theta} (\cos^2\theta - 1)^n \quad (3.14)$$

Substituindo  $\cos\theta = \mu$  na equação (3.13), teremos:

$$P_{n,m}(\mu) = (1-\mu^2)^{m/2} \frac{\partial^m}{\partial\mu^m} P_n(\mu) \quad (3.15)$$

Escrevendo os coeficientes  $a_m(\theta)$  e  $b_m(\theta)$  em termos da função associada de Legendre, obtemos  $a_m = A_{nm} P_{nm}(\mu)$  e  $b_m = B_{nm} P_{nm}(\mu)$ , onde  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  são os coeficientes dos Harmônicos Esféricos, o índice “m” fica definido como sendo a ordem, e o índice “n” como o grau destes coeficientes.

$$\begin{aligned} a_0(\theta) &= A_{00} P_{00}(\mu) + A_{10} P_{10}(\mu) + A_{20} P_{20}(\mu) + \dots + A_{n0} P_{n0}(\mu) \\ b_0(\theta) &= B_{00} P_{00}(\mu) + B_{10} P_{10}(\mu) + B_{20} P_{20}(\mu) + \dots + B_{n0} P_{n0}(\mu) \\ a_1(\theta) &= A_{11} P_{11}(\mu) + A_{21} P_{21}(\mu) + A_{31} P_{31}(\mu) + \dots + A_{n1} P_{n1}(\mu) \\ b_1(\theta) &= B_{11} P_{11}(\mu) + B_{21} P_{21}(\mu) + B_{31} P_{31}(\mu) + \dots + B_{n1} P_{n1}(\mu) \\ a_2(\theta) &= A_{22} P_{22}(\mu) + A_{32} P_{32}(\mu) + A_{42} P_{42}(\mu) + \dots + A_{n2} P_{n2}(\mu) \\ b_2(\theta) &= B_{22} P_{22}(\mu) + B_{32} P_{32}(\mu) + B_{42} P_{42}(\mu) + \dots + B_{n2} P_{n2}(\mu) \\ a_3(\theta) &= A_{33} P_{33}(\mu) + A_{43} P_{43}(\mu) + A_{53} P_{53}(\mu) + \dots + A_{n3} P_{n3}(\mu) \\ b_3(\theta) &= B_{33} P_{33}(\mu) + B_{43} P_{43}(\mu) + B_{53} P_{53}(\mu) + \dots + B_{n3} P_{n3}(\mu) \\ &\vdots \\ a_m(\theta) &= A_{mm} P_{mm}(\mu) + A_{m+1m} P_{m+1m}(\mu) + \dots + A_{nm} P_{nm}(\mu) \\ b_m(\theta) &= B_{mm} P_{mm}(\mu) + B_{m+1m} P_{m+1m}(\mu) + \dots + B_{nm} P_{nm}(\mu) \end{aligned}$$



Da formulação anterior, pode-se observar que os coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  se agrupam de modo a formar uma matriz conforme apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} A_{00} \\ A_{10} & A_{11} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} \\ A_{30} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \\ A_{40} & A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} B_{00} \\ B_{10} & B_{11} \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} \\ B_{30} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{40} & B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Então, para um somatório dos coeficientes  $a_m(\theta)$  e  $b_m(\theta)$  variando de zero até infinito, sua forma geral pode ser escrita como:

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_m(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n A_{nm} P_{nm}(\mu) \quad \text{e}$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} b_m(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n B_{nm} P_{nm}(\mu)$$

Substituindo o resultado anterior na equação (3.3), resulta em:

$$q(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi) P_{nm}(\mu) \quad (3.16)$$

A equação (3.16) representa o fluxo geotérmico por uma soma infinita de funções, cada uma composta por uma função associada de Legendre, senos e cossenos, e é denominada de **Expansão Harmônica da Superfície Esférica**. As funções  $P_{nm} \cos m\phi$  e  $P_{nm} \sin m\phi$  são denominadas de **Harmônicos Esféricos**. Como a ordem (m) nunca ultrapassa o grau (n) do polinômio de Legendre, podemos dizer que o grau da expansão que fornece o melhor ajuste para a série de dados é obtido por:

$$n = \frac{\pi}{\Delta\theta}$$

### 3.4 Ortogonalidade

Duas funções são ortogonais em um dado intervalo, se a integral definida do produto entre estas funções for zero, exceto no caso de duas funções idênticas. Esta propriedade, como será visto a seguir, é compartilhada pelos Harmônicos Esféricos e é de grande importância na determinação dos coeficientes da expansão harmônica. Sejam  $P_{nm}(\mu)$  e  $P_{n'm}(\mu)$ , com  $\mu = \cos \theta$ , dois polinômios que satisfazem a *Equação Diferencial de Legendre*, então teremos:

$$\frac{d}{d\mu} \left[ (1-\mu^2) \frac{d Pnm(\mu)}{d\mu} \right] + \left[ n(n+1) - \frac{m}{1-\mu^2} \right] Pnm(\mu) = 0 \quad (3.17)$$

e

$$\frac{d}{d\mu} \left[ (1-\mu^2) \frac{d Pn'm(\mu)}{d\mu} \right] + \left[ n'(n'+1) - \frac{m}{1-\mu^2} \right] Pn'm(\mu) = 0 \quad (3.18)$$

Multiplicando a primeira equação por  $Pn'm(\mu)$ , a segunda por  $Pnm(\mu)$ , subtraindo e integrando, teremos:

$$\begin{aligned} & (n'-n)(n'+n+1) \int_{-1}^1 Pnm(\mu) Pn'm(\mu) d\mu \\ &= \int_{-1}^1 \left[ Pn'm(\mu) \frac{d}{d\mu} \left\{ (1-\mu^2) \frac{d Pnm(\mu)}{d\mu} \right\} - Pnm(\mu) \frac{d}{d\mu} \left\{ (1-\mu^2) \frac{d Pn'm(\mu)}{d\mu} \right\} \right] d\mu \\ &= \int_{-1}^1 \frac{d}{d\mu} \left[ (1-\mu^2) \left\{ Pn'm(\mu) \frac{d}{d\mu} Pnm(\mu) - Pnm(\mu) \frac{d}{d\mu} Pn'm(\mu) \right\} \right] d\mu = 0 \end{aligned}$$

ou seja, para  $n \neq n'$  teremos então:

$$\int_{-1}^1 Pnm(\mu) Pn'm(\mu) d\mu = 0 \quad (3.19)$$

A equação (3.19) mostra que  $Pnm(\mu)$  e  $Pn'm(\mu)$  são ortogonais e foi calculada para  $n \neq n'$ . No caso em que  $n = n'$  este resultado não é válido. Neste caso teremos então que calcular a integral  $\int_{-1}^1 [Pnm(\mu)]^2 d\mu$ , que pode ser rapidamente determinada

relacionando  $Pnm(\mu)$  e  $Pn0(\mu)$  da seguinte forma:

$$Pnm(\mu) = (1-\mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{d\mu^m} Pn(\mu) \quad (3.20)$$

e

$$Pn0(\mu) = (1-\mu^2)^{\frac{0}{2}} \frac{d^0}{d\mu^0} Pn(\mu) = Pn(\mu) \quad (3.21)$$

Substituindo a equação (3.21) na equação (3.20) teremos:

$$Pnm(\mu) = (1-\mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{d\mu^m} Pn0(\mu) \quad (3.22)$$

Elevando ao quadrado, integrando, e usando relações de recorrência no lado direito de (3.22), encontramos:

$$\int_{-1}^1 [Pnm(\mu)]^2 d\mu = \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \int_{-1}^1 [Pn0(\mu)]^2 d\mu \quad (3.23)$$

Para calcular a equação  $\int_{-1}^1 [P_n(\mu)]^2 d\mu$  utilizamos a Fórmula de Rodrigues:

$$\int_{-1}^1 [P_n(\mu)]^2 d\mu = \frac{1}{2^{2n} (n!)^2} \int_{-1}^1 \left[ \frac{d^n (\mu^2 - 1)^n}{d\mu^n} \right]^2 d\mu$$

Integrando por partes  $n$  vezes sobre o lado direito obtemos:

$$\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \int_{-1}^1 (1 - \mu^2)^n d\mu$$

A substituição  $\mu = (2x - 1)$  reduz a integral a uma forma padrão:

$$\int_0^1 x^n (1-x)^n dx = \frac{(n!)}{(2n+1)(2n)!}$$

Finalmente encontramos:

$$\int_{-1}^1 [P_n(\mu)]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)} \quad (3.24)$$

Substituindo a equação (3.24) na equação (3.23) encontraremos o resultado procurado, logo teremos:

$$\int_{-1}^1 [P_{nm}(\mu)]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \quad (3.25)$$

De forma resumida podemos escrever:

$$\int_{-1}^1 P_{nm}(\mu) \cdot P_{n'm}(\mu) d\mu = \begin{cases} 0, & \text{se } n \neq n' \\ \frac{2}{(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}, & \text{se } n = n' \text{ e } m \neq 0 \\ \frac{2}{(2n+1)}, & \text{se } n = n' \text{ e } m = 0 \end{cases}$$

### 3.5 Normalização

Os valores médios quadráticos de  $P_{nm}(\mu)$  sobre uma esfera são diferentes, que podem ser determinadas pela integral:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P_{nm}(\mu) \cos m\phi]^2 d\mu d\phi \quad (3.26)$$

A solução da primeira integral da equação (3.26) é dada pela equação (3.25), logo, resta apenas resolver:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P_{nm}(\mu) \cos m\phi]^2 d\mu d\phi = \frac{1}{4\pi} \frac{2}{(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi d\phi \quad (3.27)$$

A integral de  $\int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi d\phi$  depende do valor de  $m$ , logo duas situações devem ser analisadas:

1) Para  $m \neq 0 \Rightarrow \int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi d\phi = \pi$  e a solução de (3.27) é:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P_{nm}(\mu) \cos m\phi]^2 d\mu d\phi = \frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}, m \neq 0 \quad (3.28)$$

2) Para  $m = 0 \Rightarrow \int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi d\phi = 2\pi$  e a solução de (3.27) é:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P_{n0}(\mu) \cos 0 \cdot \phi]^2 d\mu d\phi = \frac{(n+0)!}{(2n+1)(n-0)!}, m = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P_{n0}(\mu) \cos 0 \cdot \phi]^2 d\mu d\phi = \frac{1}{(2n+1)} \frac{(n+0)!}{(n-0)!} = \frac{1}{(2n+1)} \quad (3.30)$$

Isto significa que para um dado  $n$ , a variação no valor médio quadrático com  $m$  é muito rápida. Como exemplo, se calcularmos a razão entre os valores médios quadráticos de  $P_{41}(\mu)$  e  $P_{44}(\mu)$  obtemos:

$$\frac{P_{41}(\mu)}{P_{44}(\mu)} = \frac{5!}{3!} \div \frac{8!}{0!} = 1 \div 2016$$

Uma solução para este problema é definir uma função em que o valor médio quadrático correspondente à superfície harmônica sobre a esfera, para todo  $n$ , e para todo  $m$ , tenha o valor unitário. Desta forma definiremos uma equação chamada de **Função Associada de Legendre Totalmente Normalizada**  $P'_{nm}(\mu)$ . Assim, pelo exposto teremos:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [P'_{nm}(\mu) \cos m\phi]^2 d\mu d\phi = 1 \quad (3.31)$$

onde  $P'_{nm}(\mu)$  é a função associada de Legendre totalmente normalizada, para isto, afim de que a equação (3.31) se transforme na (3.28), a relação entre  $P'_{nm}(\mu)$  e  $P_{nm}(\mu)$  deverá ser:

$$P'_{nm}(\mu) = \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} P_{nm}(\mu) \quad (3.32)$$

A equação (3.32) é válida somente para o caso em que  $m \neq 0$ . Para  $m=0$ , a equação (3.30) é que deve se transformar na equação (3.31), logo deveremos ter:

$$P'_{n0}(\mu) = (2n+1)^{1/2} P_{n0}(\mu) \quad (3.33)$$

De um modo geral podemos escrever as equações (3.32) e (3.33) em uma única equação com a forma:

$$P'_{nm}(\mu) = \left( \frac{H(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} P_{nm}(\mu) \begin{cases} \text{se } m \neq 0 \Rightarrow H = 2 \\ \text{se } m = 0 \Rightarrow H = 1 \end{cases} \quad (3.34)$$

Uma análise gráfica torna mais fácil o entendimento do significado da normalização. Para a função associada de Legendre de grau 3 e ordens 1, 2 e 3, temos as seguintes equações obtidas da fórmula de Rodrigues:

$$P_{31} = \frac{3}{4} \text{sen}\theta(5\cos 2\theta + 3) \quad , \quad P_{32} = \frac{15}{2} \text{sen}\theta \text{sen}2\theta \quad , \quad P_{33} = 15 \text{sen}^3\theta$$

O gráfico destas funções (figura 3.3) mostra uma variação acentuada em suas amplitudes, significando que a função  $P_{33}$  terá um peso superior ao peso da função  $P_{31}$  no resultado final da equação.

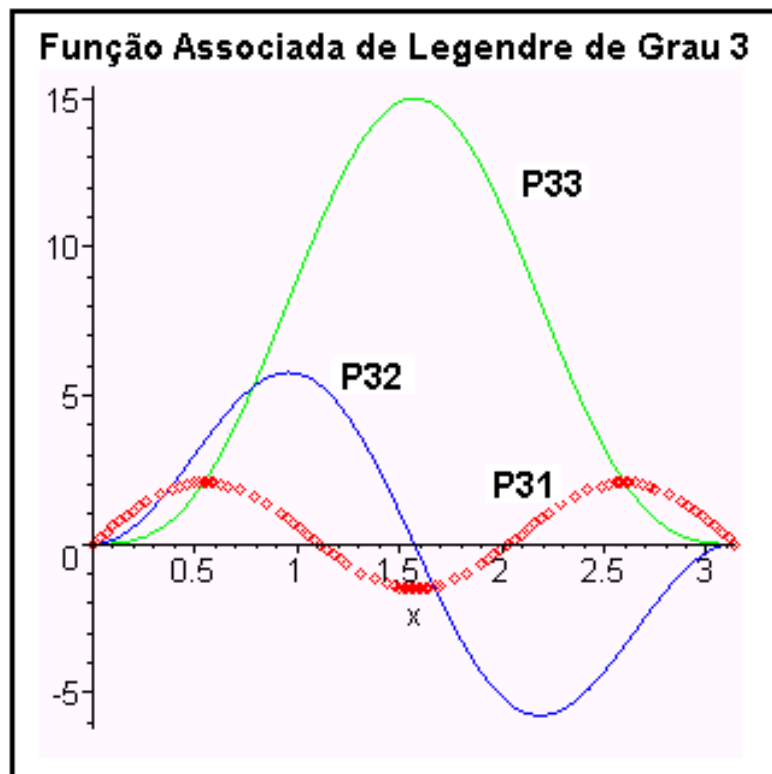


Figura (3.3) Gráfico das funções de Legendre.

$P_{31}$ -Grau 3 e Ordem1,  $P_{32}$  – Grau 3 e Ordem 2,  $P_{33}$  – Grau 3 e Ordem 3.

Se aplicarmos agora a normalização, dada pela equação (3.34), obteremos o que denominamos de funções associadas de Legendre plenamente normalizadas, que resultará num conjunto de equações dadas por:

$$P'_{31} = \frac{\sqrt{42}}{8} \operatorname{sen}\theta(5 \cos 2\theta + 3) \quad , \quad P'_{32} = \frac{\sqrt{105}}{4} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}2\theta \quad , \quad P'_{33} = \frac{\sqrt{70}}{4} \operatorname{sen}^3\theta$$

Observando o gráfico destas equações (figura 3.4), percebemos que as variações entre as funções não são como os da figura 3.3. Estas funções de grau três, agora plenamente normalizadas, possuem amplitudes semelhantes.

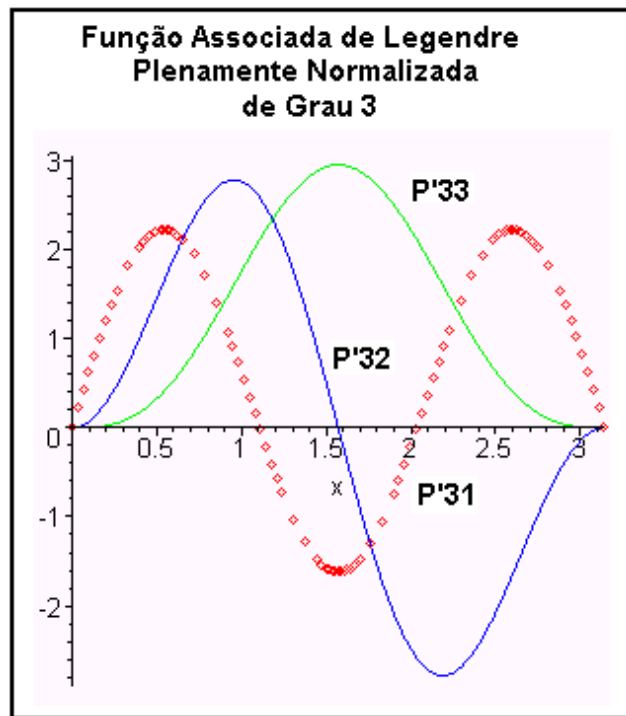


Figura (3.4) Gráfico das funções de Legendre Plenamente Normalizadas.

$P'_{31}$  – Grau 3 e Ordem 1,  $P'_{32}$  – Grau 3 e Ordem 2,  $P'_{33}$  – Grau 3 e Ordem 3.

Isto significa que todas as parcelas de um mesmo grau da função associada de Legendre contribuirão com pesos de mesma ordem de grandeza ao resultado final da expansão harmônica.

### 3.6 Determinação dos Coeficientes da Expansão

Como visto anteriormente, é possível calcular o valor do fluxo geotérmico em qualquer ponto da Terra com a equação (3.16), para isto, basta conhecermos os coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  da expansão harmônica. Como veremos a seguir, a propriedade da ortogonalidade da função associada de Legendre, facilitará na determinação de uma equação que possibilite o cálculo destes coeficientes.

### 3.6.1 Determinação dos Coeficientes $A_{nm}$

A equação (3.16), apresentada na seção (3.4), é dada por:

$$q(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^m (A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi) P_{nm}(\mu)$$

Multiplicando esta equação por  $\cos m\phi P_{nm}(\mu)$  e integrando sobre a esfera, teremos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P_{nm}(\mu) d\phi d\mu =$$

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A_{nm} \cos^2 m\phi P_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu + \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 B_{nm} \sin m\phi \cos m\phi P_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu$$

Na equação acima a segunda parcela do lado direito da igualdade é zero, pois  $\sin m\phi$  e  $\cos m\phi$  são funções ortogonais, logo teremos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P_{nm}(\mu) d\phi d\mu = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A_{nm} \cos^2 m\phi P_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu \quad (3.35)$$

Da equação (3.25), sabemos que para  $m \neq 0$  temos:

$$\int_{-1}^1 [P_{nm}(\mu)]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

Mas da equação (3.32) que também é válida para  $m \neq 0$ , sabemos que:

$$P'_{nm}(\mu) = \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} P_{nm}(\mu)$$

ou seja:

$$P_{nm}(\mu) = \left( \frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!} \right)^{1/2} P'_{nm}(\mu)$$

Substituindo teremos:

$$\int_{-1}^1 \left[ \left( \frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!} \right)^{1/2} P'_{nm}(\mu) \right]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

o que resulta em:

$$\int_{-1}^1 [P'_{nm}(\mu)]^2 d\mu = 4 \quad (3.36)$$

A equação (3.36) é o resultado da integral para o polinômio de Legendre totalmente normalizado. Ao utilizarmos esta equação estaremos calculando os coeficientes ( $A'_{nm}$ ) da expansão harmônica, já normalizados para  $m \neq 0$ . Logo basta calcularmos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu = 4 \int_0^{2\pi} A'_{nm} \cos^2 m\phi d\phi \quad (3.37)$$

Como estamos trabalhando com  $m \neq 0$ , a solução da integral no lado direito da equação (3.37) tem o seguinte resultado:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu = 4 A'_{nm} \pi$$

Isolando  $A'_{nm}$  teremos:

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.38)$$

A equação (3.38) calcula os coeficientes  $A'_{nm}$  normalizados. Se substituirmos a equação (3.32) nesta equação, teremos:

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} P_{nm}(\mu) d\phi d\mu$$

Onde  $A'_{nm}$  são os coeficientes plenamente normalizados e  $P_{nm}(\mu)$ , o polinômio de Legendre não normalizado. Retirando as constantes da equação anterior para fora da integral obtemos:

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos m\phi P_{nm}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.39)$$

A equação (3.39) calcula os coeficientes  $A_{nm}$  já normalizados da expansão harmônica para  $m \neq 0$ . Para  $m = 0$ , devemos retornar à equação (3.35) e calculá-la para:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos 0\phi P_{n0}(\mu) d\phi d\mu = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A_{n0} \cos^2 0\phi P_{n0}(\mu)^2 d\phi d\mu$$



Como desejamos calcular os coeficientes já normalizados teremos então:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \cos^2 \theta P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A'_{n0} \cos^2 \theta P'_{n0}(\mu)^2 d\phi d\mu$$

Simplificando obtemos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A'_{n0} P'_{n0}(\mu)^2 d\phi d\mu$$

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = 2\pi A'_{n0} \int_{-1}^1 P'_{n0}(\mu)^2 d\mu \quad (3.40)$$

De (3.24) sabemos que  $\int_{-1}^1 [P_{n0}(\mu)]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)}$ , para a função não normalizada, se usarmos a relação dada pela equação (3.23), em que  $P'_{n0}(\mu) = (2n+1)^{1/2} P_{n0}(\mu)$  teremos:

$$\int_{-1}^1 \left[ \frac{1}{(2n+1)^{1/2}} P'_{n0}(\mu) \right]^2 d\mu = \frac{2}{(2n+1)}$$

Resultando em:

$$\int_{-1}^1 [P'_{n0}(\mu)]^2 d\mu = 2 \quad (3.41)$$

Substituindo a equação anterior em (3.40) obteremos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = 2\pi A'_{n0} \cdot 2$$

Isolando  $A'_{n0}$  teremos:

$$A'_{n0} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.42)$$

A equação (3.42) calcula os coeficientes  $A'_{n0}$  normalizados. Se substituirmos a equação (3.33) nesta equação, teremos:

$$A'_{n0} = \frac{1}{4\pi} (2n+1)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) P_{n0}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.43)$$

Pode-se perceber que a equação (3.39) calculada para  $m \neq 0$ , e a equação (3.43) para  $m = 0$  possuem a mesma forma geral, variando apenas na normalização, que é própria para cada caso. Na integral da equação (3.39), o termo  $\cos m\phi$  torna-se a unidade quando  $m = 0$ , resultando na mesma integral da equação (3.43). Esta integral deve ser calculada sobre toda a esfera.

### 3.6.2 Determinação dos Coeficientes $B_{nm}$

Na determinação dos coeficientes  $B_{nm}$  deve-se multiplicar a equação (3.16) por  $\sin m\phi P'_{nm}(\mu)$  e integrando sobre a esfera, teremos então:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu =$$

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 A'_{nm} \cos m\phi \sin m\phi P'_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu + \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 B'_{nm} \sin^2 m\phi P'_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu$$

A primeira parcela do lado direito da igualdade é zero, pois  $\sin m\phi$  e  $\cos m\phi$  são funções ortogonais, logo teremos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 B'_{nm} \sin^2 m\phi P'_{nm}(\mu)^2 d\phi d\mu \quad (3.44)$$

Da equação (3.36), sabemos que para  $m \neq 0$  temos que:  $\int_{-1}^1 [P'_{nm}(\mu)]^2 d\mu = 4$  ;

Logo basta calcularmos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu = 4 \int_0^{2\pi} B'_{nm} \sin^2 m\phi d\phi \quad (3.45)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu = 4 B'_{nm} \pi$$

Isolando  $B'_{nm}$  teremos:

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi P'_{nm}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.46)$$

Substituindo a equação (3.32) na equação (3.46), teremos:

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \sin m\phi \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} P_{nm}(\mu) d\phi d\mu$$

Retirando da Integral os termos que são constantes obtemos finalmente:

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \text{sen } m\phi P_{nm}(\mu) d\phi d\mu \quad (3.47)$$

A equação (3.47) possibilita o cálculo dos coeficientes  $B_{nm}$  já plenamente normalizados da expansão harmônica para  $m \neq 0$ . Para  $m = 0$ , a equação (3.45) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \text{sen } 0\phi P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = 4 \int_0^{2\pi} B'_{n0} \text{sen}^2 0\phi d\phi$$

Simplificando encontramos:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 q(\theta, \phi) \text{sen } 0 P'_{n0}(\mu) d\phi d\mu = (4 B'_{n0}) \cdot 0,$$

ou seja:  $0 = B'_{n0} \cdot 0$

A conclusão é de que para  $m = 0$ , os coeficientes  $B_{n0}$  podem assumir qualquer valor, usualmente adota-se:

$$B_{n0} = 0 \quad (3.48)$$

### 3.7 Discretização das Equações

As equações que determinam os coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  são funções contínuas sobre a esfera. Como os dados de fluxo geotérmico possuem uma distribuição discreta sobre a superfície da Terra, estas equações devem então ser adaptadas.

Desta forma, a integral que calcula os coeficientes é substituída por um somatório em intervalos regulares sobre toda a esfera, definido assim uma malha regular que divide toda a superfície da Terra. Quanto menor for a célula da malha utilizada, mais aproximado será o resultado do somatório em relação à integral sobre a esfera. Para cada célula um valor para  $q(\theta, \phi)$  é atribuído, e em células com mais de um dado de fluxo, atribui-se um valor que é a média de todos os fluxos naquela célula.

Como  $\mu = \cos \theta \Rightarrow d\mu = -\text{sen } \theta d\theta$  as equações (3.39), (3.43) e (3.47) podem ser escritas em função de  $\theta$  pelas equações:

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} q(\theta, \phi) \cos m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) d\phi d\theta$$

$$A'_{n0} = \frac{1}{4\pi} (2n+1)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} q(\theta, \phi) \operatorname{sen} \theta P_{n0}(\cos \theta) d\phi d\theta$$

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} q(\theta, \phi) \operatorname{sen} m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) d\phi d\theta$$

Com a discretização estas equações passam a ser escritas como:

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \sum_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \bar{q}(\theta, \phi) \cos m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) \Delta\phi \Delta\theta$$

$$A'_{n0} = \frac{1}{4\pi} (2n+1)^{1/2} \sum_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \bar{q}(\theta, \phi) \operatorname{sen} \theta P_{n0}(\cos \theta) \Delta\phi \Delta\theta$$

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \sum_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \bar{q}(\theta, \phi) \operatorname{sen} m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) \Delta\phi \Delta\theta$$

onde  $\bar{q}(\theta, \phi)$  é o fluxo geotérmico médio em cada célula da malha,  $\Delta\phi$  e  $\Delta\theta$  são os ângulos em radianos de cada célula com que a malha é formada. No próximo capítulo descreveremos como utilizar estas equações na determinação de um conjunto de coeficientes que possibilitam calcular o fluxo geotérmico em qualquer ponto sobre a superfície terrestre, e assim representar este fluxo geotérmico pelo método dos harmônicos esféricos.

### 3.8 Harmônicos Zonais, Setoriais e Tesserais

A representação geométrica dos harmônicos esféricos depende do grau “ $n$ ” e ordem “ $m$ ” da função. Se  $m = 0$ , a superfície harmônica depende apenas da colatitude e são denominados harmônicos zonais. Se  $n - m = 0$  ela dependerá somente da longitude e se chamará harmônicos setoriais. Quando  $m > 0$  e a diferença  $n - m > 0$  serão chamados de harmônicos tesserais.

### 3.8.1 - Harmônicos Zonais

Quando  $m = 0$ , a função associada de Legendre se reduz ao polinômio de Legendre calculado pela fórmula de Rodrigues:

$$P_n(\cos\theta) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{d \cos^n \theta} (\cos^2 - 1)^n$$

O cálculo da expressão anterior para  $n$  variando de 0 a 3, nos fornece os seguintes resultados:

$$P_0(\theta) = 1, P_1(\theta) = \cos\theta, P_2(\theta) = \frac{1}{4}(3\cos 2\theta + 1) \text{ e } P_3(\theta) = \frac{1}{8}(5\cos 3\theta + 3\cos\theta)$$

A variação desses polinômios de Legendre é ilustrada na figura (3.5).

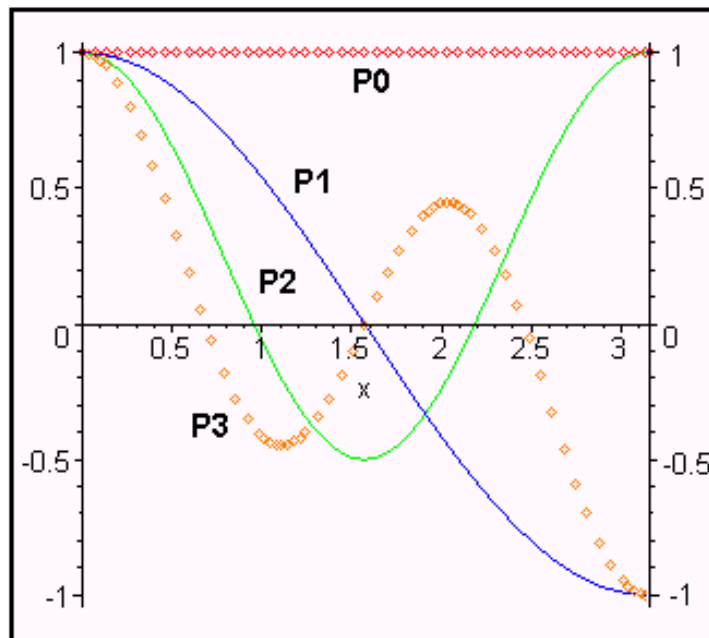


Figura (3.5) Gráfico dos Polinômios de Legendre de graus zero (P0), um (P1), dois (P2) e três (P3).

Referindo-se ao gráfico da figura (3.5), verificamos que os zonais de grau “ $n$ ” são constantes ao longo de “ $n$ ” paralelos, que dividem a superfície esférica em zonas alternadamente positivas e negativas, conforme figura (3.6).

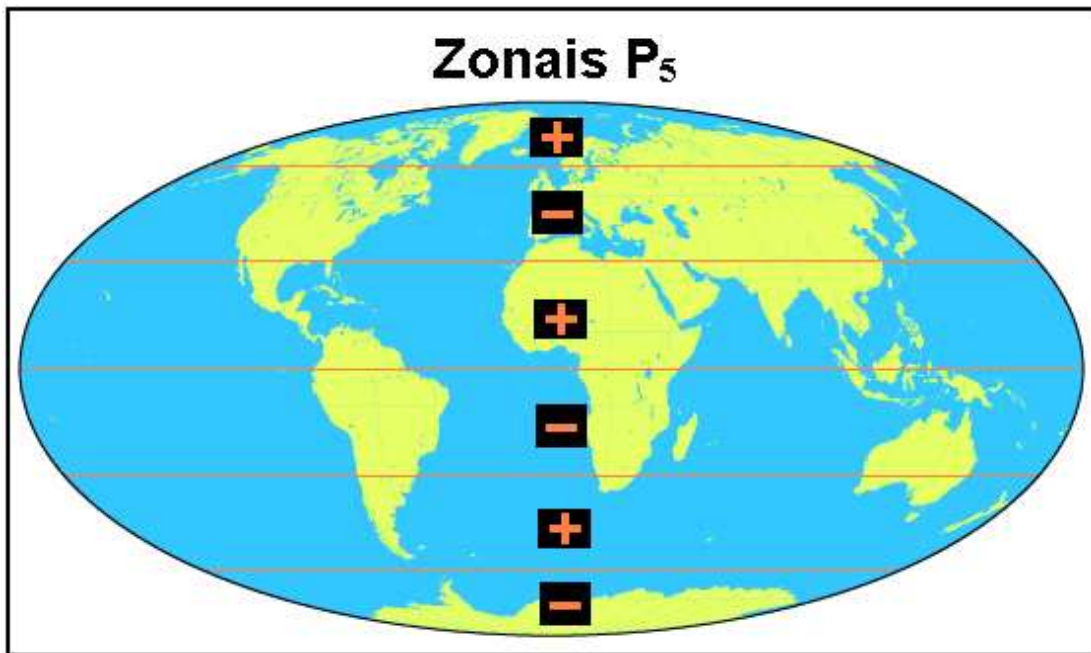


Figura (3.6) Zonais  $P_5$  ( $\theta$ ).

### 3.8.2 - Harmônicos Setoriais

Quando  $n - m = 0$ , as funções harmônicas  $P_{nm} \cos m\phi$  e  $P_{nm} \sin m\phi$  dependerão somente da longitude, como pode ser verificado na figura (3.7).

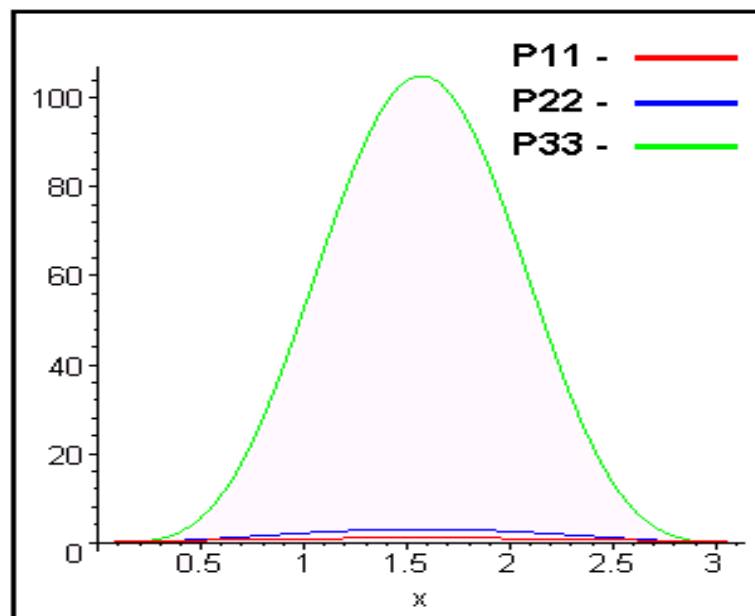


Figura (3.7) – Gráfico das funções Associadas de Legendre para graus e ordens iguais a um ( $P_{11}(\theta) = \text{sen}(\theta)$ ), dois ( $P_{22}(\theta) = 3 \text{sen}^2(\theta)$ ) e três ( $P_{33}(\theta) = 105 \text{sen}^4(\theta)$ ).

Observando o gráfico da figura (3.7), observamos que quando  $n = m$ , a função associada de Legendre não é negativa. Desta forma o sinal da função harmônica dependerá apenas do sinal de  $\cos(m\phi)$  e  $\sin(m\phi)$ , ou seja, da longitude. Os gráficos dessas funções são ilustrados na figura (3.8).

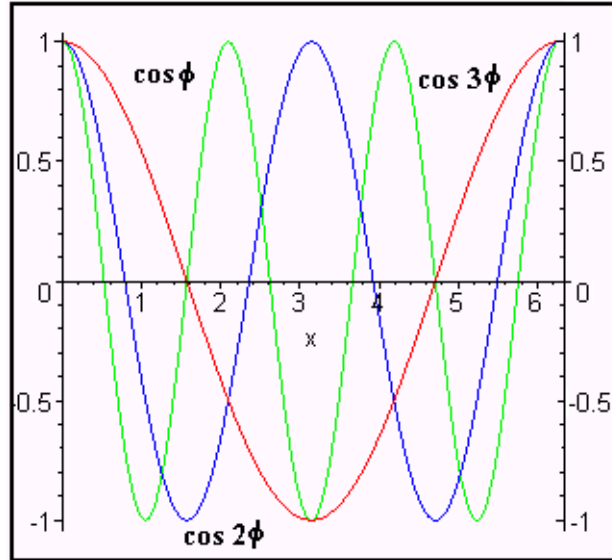


Figura (3.8) – Gráficos da função  $\cos m\phi$  para  $m=1$ ,  $m=2$  e  $m=3$ .

Para os índices 1, 2 e 3 o gráfico destas funções (figura 3.8) mostra que estes harmônicos se anulam ao longo de  $2m$  meridianos que dividem a superfície da Terra em setores (figura 3.9), nos quais o harmônico assume valores alternadamente positivos e negativos. Note que este gráfico varia entre zero e  $2\pi$  porque a função agora depende somente da longitude ( $\phi$ ).

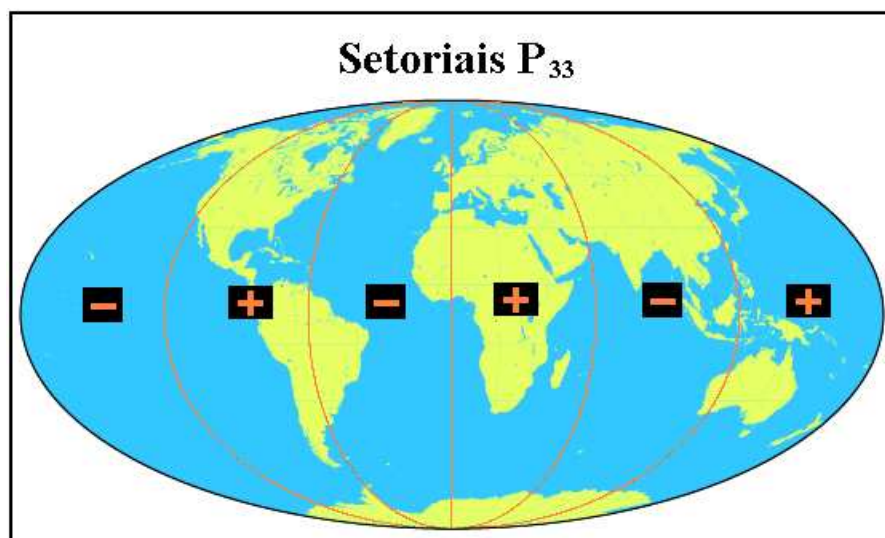


Figura (3.9) Setoriais  $P_{33}(\theta)$ .

### 3.8.3 - Harmônicos Tesserais

Até agora verificamos o comportamento dos harmônicos esféricos em duas situações particulares, a primeira é quando a ordem da função associada de Legendre é zero ( $m=0$ ) e a outra quando o grau da função é igual a ordem ( $n = m$ ). Nas situações estudadas até aqui, pode-se perceber que existe uma relação entre o grau ' $n$ ' da função com a colatitude e da ordem ' $m$ ' com a longitude. O passo seguinte é verificar o comportamento dos harmônicos esféricos quando  $n \neq m$ .

A figura formada pelas linhas imaginárias formadas pelos valores nulos dos harmônicos esféricos quando  $n \neq m$  é denominada de tesserai, essas linhas dividem a superfície da Terra em quadriláteros, nos quais os tesserais assumem alternadamente valores de sinais diferentes (ver figura (3.10)).

Um tesserai, de grau " $n$ " e ordem " $m$ ", anula-se ao longo de  $n-m$  paralelos desigualmente espaçados e ao longo de ' $2m$ ' meridianos igualmente intervalados.

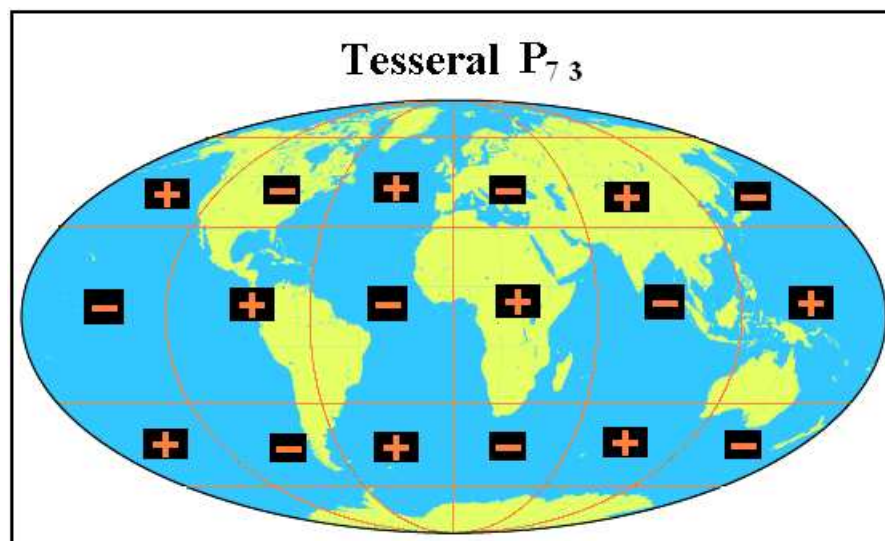


Figura (3.10) – Tesserai  $P_{7\ 3}(\theta)$

A primeira afirmação pode ser verificada se olharmos o gráfico da figura (3.11), note que a função se anula  $n-m$  vezes entre 0 e  $2\pi$  e que os intervalos em que a função se anula não são igualmente espaçados.



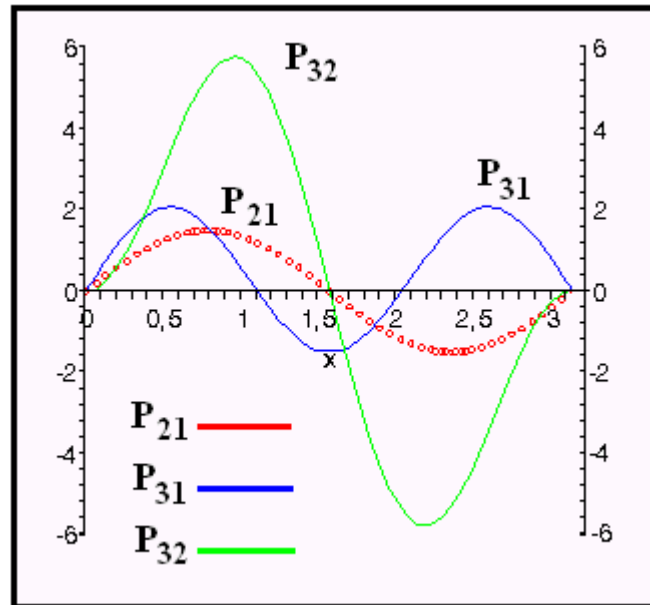


Figura (3.11) Gráfico das Funções Associadas de Legendre: P<sub>21</sub>, P<sub>31</sub> e P<sub>32</sub>.

$$P_{21} = \frac{3}{2} \operatorname{sen}(2\theta); P_{31} = \frac{3}{4} \operatorname{sen}\theta(5\cos 2\theta + 3); P_{32} = \frac{15}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}2\theta$$

Pede-se perceber que estas funções dependem somente da colatitude e se anulam para  $n-m$  valores de  $\theta$ . Quanto à longitude, são as funções  $\cos(m\phi)$  e  $\operatorname{sen}(m\phi)$  que determinarão as linhas nulas, exatamente como apresentado na figura (3.9), ou seja, para  $2m$  meridianos.

## REPRESENTAÇÕES HARMÔNICAS ANTERIORES

Aborda-se neste capítulo as características principais dos procedimentos e bases de dados utilizados nas representações harmônicas anteriores. Compara-se também a natureza dos mapas globais de fluxo geotérmico derivada dessas representações.

De modo geral, os trabalhos anteriores sobre as representações harmônicas do fluxo térmico da Terra, podem ser divididos em três grupos genéricos, dependendo da natureza dos dados utilizados:

- 1- Representações harmônicas que utilizaram dados exclusivamente experimentais;
- 2- Representações harmônicas derivadas de uma base homogeneizada de dados, que incluem tanto dados experimentais como valores estimados; e
- 3- Representações harmônicas derivadas de uma base homogeneizada, que são compostas de uma mistura de dados experimentais selecionadas e valores sintéticos predefinidos.

### 4.1 Representações com Base em Dados Experimentais

A primeira tentativa de se avaliar as características do fluxo geotérmico global pelo método dos harmônicos esféricos foi efetuada por Lee e MacDonald (1963), com base em 813 observações. O grau do polinômio de Legendre utilizado então foi dois. Logo após este trabalho, Lee e Uyeda (1965) estenderam a expansão harmônica para grau três, utilizando 1162 dados. Horai e Simmons (1969), já com 2812 dados experimentais, calcularam uma representação harmônica do fluxo geotérmico com um polinômio de Legendre de grau sete.

As dificuldades principais dessas análises pioneiras são as dependências dos resultados com a natureza da base de dados utilizados, tais como a densidade e a distribuição geográfica. Assim, os resultados dessas análises pioneiras não foram plenamente satisfatórios, sendo caracterizada pelas distorções irreais nas representações harmônicas do fluxo geotérmico em escala global. Pode ser citado, como exemplo, a chamada “bolha da África”, uma anomalia no fluxo geotérmico

superior a  $120 \text{ mW/m}^2$  se estendendo sobre o norte da África, onde não havia medições experimentais. As distorções desta natureza surgem quando se tenta encontrar uma representação harmônica para um conjunto de dados cuja distribuição geográfica é altamente heterogênea. A “bolha da África” é, na realidade, consequência de instabilidade numérica gerada pela falta de dados na região norte do continente Africano e pela presença de poucos dados de fluxo geotérmico de valores elevados na região adjacente, no Mar Vermelho.

Um exame detalhado da base de dados utilizada por Horai e Simmons (1969) revela que apenas 710 das 2592 células existentes, numa malha global de  $5^\circ \times 5^\circ$ , possuíam dados experimentais de fluxo geotérmico. A distribuição de dados desta época era extremamente pobre na América do Sul, África, Antártida e nas regiões oceânicas de alta latitude. Ainda, as células com apenas um único dado experimental constituíam cerca de um terço do total.

#### **4.2 Representações com base em Dados Experimentais e Valores Estimados**

Vimos que a grande parte dos problemas associados com a representação por harmônicos esféricos do campo de fluxo geotérmico é oriunda da baixa densidade de dados experimentais e a falta de homogeneidade na sua distribuição. A forma mais direta de superar este problema seria a aquisição complementar dos dados experimentais de fluxo geotérmico. Contudo, essa opção não é sempre viável, dada às dificuldades na mobilização de equipes para a aquisição de dados experimentais nas partes continentais da África, América do Sul e Ásia e limitações tecnológicas nas medições diretas nas áreas oceânicas e nas regiões polares.

Uma das formas de minimizar problemas desta natureza é recorrer às correlações entre o campo térmico local e as características geológicas e/ou geofísicas conhecidas. O estudo da natureza das correlações em escala local permite estimar valores de fluxo geotérmico para as regiões onde não existem dados experimentais.

Polyak e Smirnov [1968] e Hamza e Verma [1969], propuseram relações empíricas entre o fluxo geotérmico e a idade do último evento tectônico-termal. De acordo com os resultados apresentados nesses trabalhos o fluxo geotérmico diminui sistematicamente com o tempo decorrido após o encerramento das atividades

tectônicas. A natureza desta correlação permite estimar o valor do fluxo geotérmico a partir de conhecimento da idade geológica. Os dados disponíveis indicam que as características da correlação são semelhantes tanto para áreas continentais como para as regiões oceânicas. A possibilidade de estimar valores de fluxo geotérmico com base na idade tectônica permite minimizar as distorções nas representações harmônicas e abre a perspectiva para elaboração de mapas globais com maior grau de confiabilidade.

A representação harmônica de fluxo geotérmico apresentado por Chapman e Pollack (1975) constitui a primeira tentativa de constituir uma base homogeneizada, de dados experimentais e estimativos. A prática normal na elaboração de mapas é dar importância para dados experimentais, sendo que as estimativas são empregadas somente em áreas carentes de medições diretas. Essa prática também foi adotada por Chapman e Pollack (1975). Apresenta-se a seguir os procedimentos adotados por estes autores na homogeneização dos dados, na determinação dos coeficientes harmônicos e na elaboração dos mapas em escala global.

#### **4.2.1. Homogeneização da Base de Dados**

É óbvio que o uso de valores estimados de fluxo geotérmico permite melhorias significativas na homogeneização da base de dados. Assim, as limitações impostas pela distribuição heterogênea de dados experimentais podem ser minimizadas. A malha utilizada por Chapman e Pollack (1975) na discretização é constituída de células com dimensões de  $5^\circ \times 5^\circ$ . No entanto, de um total de 2592 células apenas em 1190 (Chapman e Pollack - 1975) tinham dados experimentais. Deste total 260 células tinham cinco ou mais dados experimentais. O restante, de 930 células, tinha apenas um único dado experimental por célula. Para as demais 1402 células foram atribuídos valores estimados com base na relação empírica entre o fluxo térmico e a idade do último evento tectonotermal.

As estimativas de fluxo geotérmico a partir da idade média de áreas selecionadas exigem cuidados. Chapman e Pollack (1975) descrevem duas situações distintas: Se a região representada pela área selecionada possuir apenas uma unidade tectônica, o procedimento é relativamente simples e o valor estimado para o fluxo geotérmico estará dentro de uma faixa estreita, compatível com a correlação empírica. Em casos onde a área em questão possui mais de uma unidade tectônica, é

necessário determinar um valor ponderado de fluxo geotérmico que leva em consideração as características geológicas locais.

A comparação entre dados experimentais e valores estimados permite uma avaliação independente do método. Um exemplo ilustrativo é o caso das células localizadas entre 50° e 55° de latitude Norte e entre 35° e 40° de longitude oeste, que compõem a chamada Plataforma Russa, onde os valores médios de 14 observações e os valores estimados são ambos de 45mW/m<sup>2</sup>. No caso da célula selecionada na América do Norte, as estimativas apontam para um valor de fluxo geotérmico de 56mW/m<sup>2</sup> enquanto o valor médio dos dados experimentais é de 59mW/m<sup>2</sup>. Finalmente, no terceiro caso, em que mais uma vez a célula selecionada possui mais de uma unidade tectônica e os valores obtidos não estão de acordo com os valores médios experimentais. Este é o caso da região do Mar Vermelho onde o valor estimado é de 63mW/m<sup>2</sup> contra o valor experimental de 117mW/m<sup>2</sup>.

#### **4.2.2. Coeficientes Harmônicos e Mapas Globais de 1975**

A determinação de coeficientes de expansão harmônica a partir da base de dados é primeiro passo na elaboração de mapas globais. Chapman e Pollack (1975) calcularam dois conjuntos de coeficientes harmônicos: o primeiro utilizando exclusivamente as estimativas empíricas de fluxo geotérmico e o segundo no qual os valores estimados foram utilizados somente para as células carentes de dados experimentais.

Encontra-se reproduzido na tabela (4.1) os coeficientes calculados por Chapman e Pollack (1975) para a base de valores estimados de fluxo geotérmico. Nesta tabela, a primeira coluna (designada pela letra *n*) representa valores do grau da expansão harmônica. A segunda coluna (designada pela letra *m*) representa valores da ordem da expansão harmônica. De acordo com os procedimentos descritos no capítulo anterior foram calculados os coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  da expansão harmônica. Os valores correspondentes destes coeficientes são apresentados nas colunas 3 e 4, respectivamente. Chapman e Pollack (1975) limitaram a expansão harmônica para o grau 12. Nota-se que o valor do primeiro coeficiente é 60,5mW/m<sup>2</sup>. Este coeficiente representa o valor médio do fluxo térmico global. As magnitudes dos demais coeficientes  $A_{nm}$  estão no intervalo de -4 a 2, enquanto as dos coeficientes  $B_{nm}$  se encontram no intervalo de -5 a 2.

Tabela (4.1) Coeficientes harmônicos com base em valores estimados de fluxo geotérmico (Chapman e Pollack, 1975).

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
0	0	60.529	0.000
1	0	-1.582	0.000
1	1	-3.539	-3.276
2	0	-1.794	0.000
2	1	1.373	0.720
2	2	-4.030	1.521
3	0	0.861	0.000
3	1	0.056	0.311
3	2	2.024	-1.067
3	3	3.151	1.576
4	0	-1.580	0.000
4	1	-0.096	0.085
4	2	1.892	0.380
4	3	-1.002	-0.851
4	4	0.455	-4.736
5	0	1.269	0.000
5	1	-1.477	-0.765
5	2	2.044	0.797
5	3	1.172	-0.851
5	4	-2.811	1.680
5	5	-1.586	-1.949
6	0	-1.721	0.000
6	1	0.706	1.235
6	2	1.418	-0.898
6	3	-0.021	-0.252
6	4	-0.661	-0.140
6	5	-0.069	0.536
6	6	0.438	1.940
7	0	0.703	0.000
7	1	-0.172	-0.759
7	2	-1.203	-0.009
7	3	1.302	-0.201
7	4	0.667	-0.710
7	5	0.211	1.055
7	6	-0.859	0.275
7	7	0.580	-0.272
8	0	0.848	0.000
8	1	-0.152	1.433
8	2	1.211	0.097
8	3	-0.208	-0.215
8	4	-0.220	0.388
8	5	0.989	0.437
8	6	0.605	1.055
8	7	0.464	-0.172
8	8	-0.724	0.012

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
9	0	0.186	0.000
9	1	1.434	0.159
9	2	0.060	-0.248
9	3	-1.381	-0.867
9	4	0.286	-0.577
9	5	-0.012	-0.158
9	6	1.074	-0.146
9	7	-0.517	-1.209
9	8	0.884	0.661
9	9	0.160	1.110
10	0	0.481	0.000
10	1	1.084	0.111
10	2	-0.428	0.556
10	3	0.761	0.172
10	4	-0.819	-0.149
10	5	0.134	0.102
10	6	-0.859	-0.237
10	7	-1.038	0.424
10	8	0.109	0.415
10	9	0.048	0.241
10	10	1.074	-0.864
11	0	-0.484	0.000
11	1	-0.285	0.225
11	2	0.415	0.203
11	3	-0.538	0.080
11	4	0.507	-0.442
11	5	-0.078	1.200
11	6	-0.313	0.007
11	7	-0.228	-0.007
11	8	0.388	0.255
11	9	0.144	0.978
11	10	-0.123	0.124
11	11	-0.113	-0.406
12	0	0.122	0.000
12	1	-0.074	-0.162
12	2	-0.089	0.257
12	3	0.657	-0.002
12	4	0.048	-0.656
12	5	-0.245	-0.076
12	6	0.914	-0.369
12	7	-0.166	0.175
12	8	0.15	0.757
12	9	-0.193	-0.048
12	10	0.431	-0.872
12	11	0.169	-0.473
12	12	-0.184	0.687

Os coeficientes da tabela (4.1) permitem determinações do fluxo térmico em qualquer ponto no globo terrestre. É possível então gerar mapas de distribuição geográfica de valores do fluxo térmico em escala global. O mapa elaborado por Chapman e Pollack (1975), seguindo os procedimentos acima descritos, encontra-se reproduzido na figura (4.1).

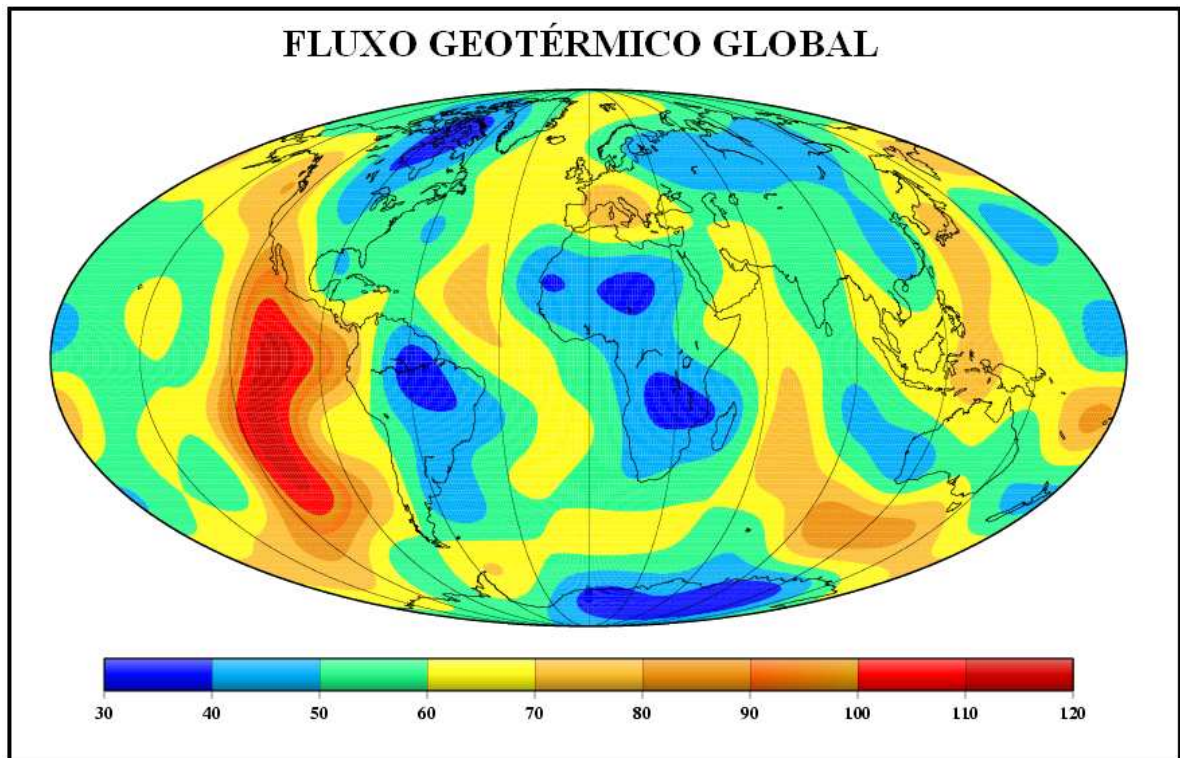


Figura (4.1) Mapa de Fluxo Geotérmico global, derivado com base em valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).

Apesar de utilizar valores estimados, o mapa revela as características do campo térmico em escala global. É fácil notar que os núcleos continentais são caracterizados por fluxo térmico relativamente baixo, com valores menores que  $50\text{mW/m}^2$ . Como exemplo têm-se os continentes da África, América do Sul, América do Norte, Ásia e Antártida. Por outro lado, as regiões de cadeias meso-oceânicas são caracterizadas por valores de fluxo térmico relativamente elevado, com valores acima de  $60\text{mW/m}^2$ . A principal anomalia se encontra na cadeia do Leste do Pacífico. As cadeias no Sul do Oceano Índico e Leste do Pacífico (junto às ilhas Japonesas e Taiwan) também aparecem como áreas de fluxo geotérmico elevado.

Os coeficientes calculados com base nos dados experimentais e complementados por valores estimados estão apresentados na Tabela (4.2). Nesta tabela, como no caso anterior, a primeira coluna (designada pela letra  $n$ ) representa valores do grau da expansão harmônica. A segunda coluna (designada pela letra  $m$ ) representa valores da ordem da expansão harmônica. Os valores correspondentes dos coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  são apresentados nas colunas 3 e 4, respectivamente.

O valor do primeiro coeficiente é  $59,2\text{mW/m}^2$ , em boa concordância com o valor correspondente da Tabela (4.1). As magnitudes dos demais coeficientes  $A_{nm}$  estão no intervalo de -4 a 30, enquanto as dos coeficientes  $B_{nm}$  se encontram no intervalo de -4 a 2. A concordância nos valores do primeiro coeficiente é a indicação de que o campo de fluxo térmico terrestre gerado por valores estimados não é muito diferente do campo térmico determinada pelos dados experimentais.

Como no caso anterior, o conjunto dos coeficientes da tabela (4.2) também pode ser utilizado nas determinações de fluxo térmico em qualquer ponto no globo terrestre. É possível então gerar mapas de distribuição geográfica de valores de fluxo térmico em escala global. O mapa elaborado por Chapman e Pollack (1975) seguindo os procedimentos acima descritos encontra-se reproduzido na figura (4.2).

É fácil notar que a base mista de dados experimentais e valores estimados contribuíram para uma delimitação melhor das feições de fluxo térmico em escala global. Como no caso anterior, os núcleos continentais são caracterizados por fluxo térmico relativamente baixo, com os valores médios menores que  $50\text{mW/m}^2$ , e as regiões das cadeias meso-oceânicas são caracterizadas por fluxo térmico relativamente elevado, com valores acima de  $60\text{mW/m}^2$ . A principal anomalia se encontra na cadeia do Leste do Pacífico. As cadeias do sul do Oceano Índico e Leste do Pacífico (junto às ilhas Japão e do Taiwan) também aparecem como áreas de fluxo geotérmico elevado. É possível perceber que o fluxo térmico observado nas regiões do Mar Vermelho e os golfos da Pérsia e da Califórnia, aparecem na figura (4.2) com valores ainda mais elevados. Em outras palavras, os dados experimentais para estas regiões indicam fluxo térmico maiores do que aqueles estimadas com base nas relações empíricas.



Tabela (4.2) – Coeficientes harmônicos determinados para uma mistura de dados experimentais e valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
0	0	59.211	0
1	0	-1.662	0
1	1	-2.973	-1.373
2	0	-0.472	0
2	1	0.9970	0.788
2	2	-3.031	1.396
3	0	14.150	0
3	1	-0.479	-0.768
3	2	0.9450	-0.595
3	3	20.040	1.924
4	0	-2.034	0
4	1	0.3280	0.428
4	2	12.040	0.853
4	3	-0.269	-1.338
4	4	0.3510	-2.876
5	0	10.540	0
5	1	-0.340	-0.224
5	2	21.630	0.117
5	3	17.910	-0.167
5	4	-2.595	1.363
5	5	-1.473	-1.797
6	0	-0.891	0
6	1	12.130	0.842
6	2	20.880	-1.637
6	3	-0.018	-0.118
6	4	-0.850	-1.736
6	5	-0.354	0.296
6	6	0.1560	1.330
7	0	0.0870	0
7	1	-0.419	-0.792
7	2	-0.554	0.576
7	3	10.010	-0.413
7	4	0.4840	-0.652
7	5	-0.025	0.904
7	6	0.2690	-0.280
7	7	0.0500	-0.217
8	0	0.0620	0
8	1	0.1400	1.571
8	2	11.300	1.080
8	3	0.0920	0.347
8	4	-0.465	0.664
8	5	0.8650	0.483
8	6	0.8800	2.085
8	7	0.0900	-0.095
8	8	0.1490	-0.289

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
9	0	0.5680	0
9	1	16.510	-0.128
9	2	0.3870	-0.103
9	3	-1.074	-0.742
9	4	0.1010	-0.492
9	5	0.4610	-0.055
9	6	10.700	0.926
9	7	0.2080	-1.247
9	8	0.3420	0.159
9	9	0.7690	1.607
10	0	0.4680	0
10	1	0.5770	0.211
10	2	-0.118	0.139
10	3	0.8350	0.058
10	4	-0.881	0.224
10	5	0.0180	0.162
10	6	-0.633	0.152
10	7	-0.600	0.470
10	8	-0.258	0.386
10	9	12.610	1.036
10	10	0.7690	-0.832
11	0	-0.463	0
11	1	-0.391	0.647
11	2	0.2620	-0.045
11	3	0.1100	0.115
11	4	0.1160	-0.505
11	5	-0.342	1.099
11	6	0.2050	-0.235
11	7	0.1820	-0.126
11	8	0.5660	0.705
11	9	-0.139	1.501
11	10	0.1280	-0.029
11	11	-0.207	-0.605
12	0	0.3100	0
12	1	0.2060	-0.039
12	2	0.1990	0.397
12	3	0.6860	0.099
12	4	0.4410	-0.361
12	5	-0.034	-0.135
12	6	0.2450	-0.713
12	7	-0.421	0.367
12	8	-0.126	1.812
12	9	-0.173	0.388
12	10	0.7150	-0.529
12	11	-0.741	-0.263
12	12	-0.640	1.031

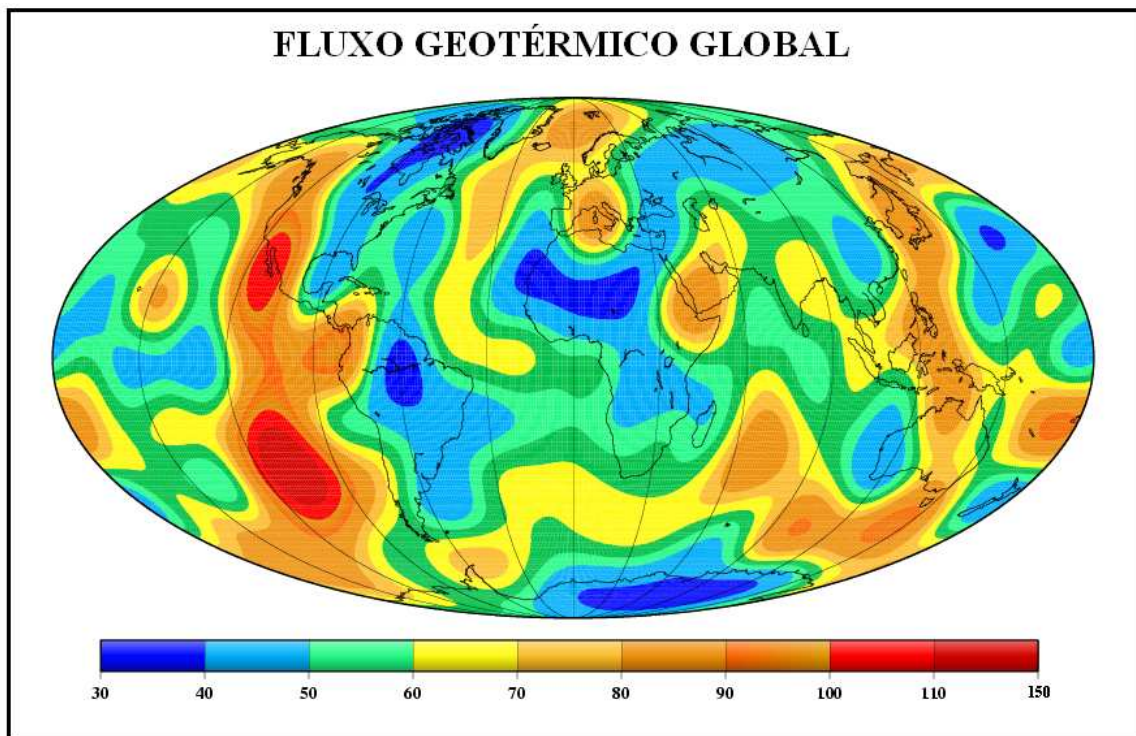


Figura (4.2) – Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de conjuntos de dados experimentais e valores estimados (Chapman e Pollack, 1975).

### 4.2.3 Análise Espectral

O valor médio do fluxo térmico representado por todos os harmônicos de grau “ $n$ ”, é obtido pela equação  $\left[ \sum_{m=0}^n (A_{nm}^2 + B_{nm}^2)^{1/2} \right]$  e é apresentado no gráfico da figura (4.3) para os coeficientes obtidos somente com valores teóricos e para os coeficientes obtidos de valores experimentais e teóricos. Pode-se perceber que o espectro decai com o aumento do grau “ $n$ ” do polinômio, exceto para  $n = 7$ , onde o valor amplitude rms tem o seu menor valor.

Duas limitações neste trabalho foram apontadas pelos próprios autores: a primeira se refere ao uso dos valores teóricos nas regiões Mesozóicas-Cenozóicas e a segunda e mais relevante para este trabalho, se refere à escolha de uma malha com células de  $5^\circ \times 5^\circ$ . Para esta malha, o truncamento do polinômio em grau 12 ( $n = 12$ ), faz com que padrões com comprimentos de onda menores do que  $15^\circ$  não apareçam representadas no mapa de fluxo geotérmico. O que está em acordo com o que foi

discutido no capítulo anterior onde foi abordada uma teoria que diz que para uma malha com células de  $15^\circ \times 15^\circ$  o limite de truncamento do polinômio é dado por:

$$m = \frac{\pi}{\Delta\phi}, \text{ ou seja, nestas condições teremos } m = n = 12.$$

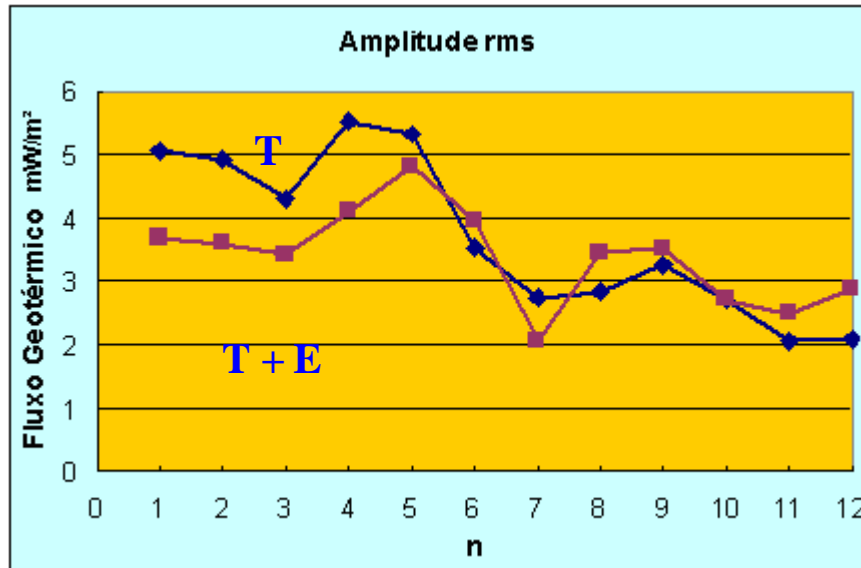


Figura (4.3) Espectro harmônico do fluxo térmico global (1975).

### 4.3 Representação Harmônica Incluindo Dados Sintéticos

A inclusão de valores sintéticos na base homogeneizada de dados de fluxo geotérmico é uma variante na representação harmônica do fluxo térmico, introduzido no trabalho de Pollack et al (1993).

O contexto científico deste procedimento está relacionado com as inferências sobre a atuação dos possíveis mecanismos de transferência de calor na crosta oceânica.

De acordo com a teoria de tectônica de placas, os dorsais oceânicos estão situados nas zonas de movimento ascendente de convecção mantélica. As temperaturas elevadas e a presença de redes intensas de falhas propiciam condições favoráveis para circulação da água do mar pelas redes de fraturas. Esta circulação auxilia no transporte de calor por advecção das camadas profundas. Nessas condições, os valores de fluxo geotérmico obtido pelo método convencional representam apenas o componente condutivo de calor nas regiões das cadeias oceânicas.

De acordo com Parsons and Sclater [1977] e Sclater et al [1980] é necessário incluir também o componente convectivo de calor, nas avaliações do campo térmico global. Por outro lado, a determinação direta do transporte convectivo de calor na crosta oceânica é um problema complexo, diante das limitações tecnológicas de perfuração profunda e das dificuldades na avaliação das características hidrogeológicas das áreas oceânicas. Stein and Stein [1992] propuseram que nas áreas onde os sedimentos oceânicos cobrem integralmente a crosta basáltica fraturada e confinam os sistemas de circulações hidrotermais ali presentes, o fluxo térmico total é dado pela relação:

$$q(t) = C t^{-1/2} \quad (4.1)$$

onde  $t$  é a idade da formação da crosta oceânica (em milhões de anos) no local da medida e  $C$  é numericamente igual ao fluxo térmico em  $\text{mW}/\text{m}^2$  da crosta com idade de um milhão de anos. O valor indicado para a constante  $C$  é de  $510 \text{ mW}/\text{m}^2$ . A forma de dependência de fluxo térmico com o tempo decorrido é deduzida a partir da teoria de esfriamento de placas tectônicas. Supondo que a equação (4.1) represente o transporte de calor nas áreas de circulação hidrotermal em geral, é possível estimar valores teóricos para o fluxo geotérmico total (condutivo e convectivo). Abre-se então a perspectiva de estimar valores de fluxo térmico total nas áreas de cadeias oceânicas. Valores de fluxo térmico determinado desta forma são designados aqui como “*sintéticos*”. Esta terminologia é considerada útil no presente contexto, pois os valores sintéticos são derivados com base em considerações puramente teóricas. É importante notar também as diferenças entre a natureza dos valores sintéticos e a de valores estimados com base na relação empírica, descrita no item anterior (4.2). Pollack et al (1993) atribuiu prioridade ao emprego de valores sintéticos, utilizando-os como substitutos aos dados experimentais para as regiões de cadeias oceânicas.

#### **4.3.1. Características da Base de Dados que incluem valores sintéticos**

O procedimento adotado por Pollack et al (1993) na elaboração da base homogeneizada de dados é semelhante àquela utilizada por Chapman e Pollack (1975). Desta forma, a área da superfície terrestre é dividida em células de  $5^\circ \times 5^\circ$ . De acordo com a compilação efetuada por Pollack et al (1993) havia dados experimentais de fluxo térmico em 1428 células (20% a mais do que na compilação

de 1976), de um total de 2592 células. Apesar dos avanços na aquisição de dados, a sua distribuição geográfica continua sendo heterogênea. Como exemplo, apenas metade das 1428 células tinha sete ou menos valores experimentais.

O procedimento utilizado por Pollack et al (1993) na escolha de valores para as células, possui as seguintes características:

- 1) Para as células que englobam regiões de cadeias meso-oceânicas utiliza-se prioritariamente os valores sintéticos;
- 2) Para as células que englobam as demais regiões a prioridade é de dados experimentais;
- 3) Na ausência de dados experimentais utilizam-se valores estimados com base na relação empírica entre o fluxo térmico e a idade do último evento tectônico.

De acordo com as informações disponíveis, valores sintéticos foram empregados para 835 células, dados experimentais para 1192 células e valores estimados para as demais 565 células. Na determinação de valores estimados foi utilizada uma malha mais fina, de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ . A idade do último evento tectônico foi determinada com base em informações disponíveis no mapa geológico mundial elaborado por Larson et al. (1985). Em seguida, foi formada uma nova malha com células de  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ , onde foram empregados dados obtidos pela média dos valores calculados para as células de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ .

Contudo, há duas características marcantes do procedimento adotado por Pollack et al (1993) que merecem atenção especial:

- 1- Ampliação da faixa da crosta oceânica onde foram utilizados valores sintéticos, além dos limites normais da região de cadeias oceânicas. Não foram apresentados critérios que justificam esta ampliação.
- 2- Substituição dos dados experimentais nessa faixa pelos valores sintéticos. Neste caso, também não foram apresentados critérios que justificam a eliminação de dados experimentais.

Ambos os procedimentos foram objetos de controvérsias levantadas por Ponte Neto e Hamza (2004), Cardoso et al (2005) e Hamza et al (2006). Hofmeister et al (2005) também questiona a hipótese de convecção térmica em escala regional na crosta oceânica. Essas questões serão tratadas em maior detalhe nos capítulos posteriores.

### 4.3.2. Coeficientes Harmônicos e Mapas Globais de 1993

Encontra-se reproduzido na tabela (4.3) o conjunto de coeficientes calculados por Pollack et al (1993). O formato desta tabela é semelhante àquele apresentado nas tabelas anteriores (4.1) e (4.2). Apesar de avanços significativos na compilação de dados experimentais, Pollack et al (1993) limitou a expansão harmônica para o grau 12. Essa limitação implica que a resolução espacial é  $15^{\circ}$ , ou seja, cerca de 1600 km nas áreas de baixas latitudes.

Nota-se que o valor do primeiro coeficiente é  $86,67\text{mW/m}^2$ , significativamente superior aos valores correspondentes apresentados nas Tabelas (4.1) e (4.2), implicando num aumento significativo no valor médio do fluxo térmico global. As magnitudes dos demais coeficientes  $A_{nm}$  estão no intervalo de -14 a 10, enquanto os dos coeficientes  $B_{nm}$  se encontram no intervalo de -17.9 a 10.4.

A análise das amplitudes rms, figura (4.5), dos coeficientes contidos na tabela (4.3), mostra uma tendência de declínio com o aumento do grau 'n' da expansão.

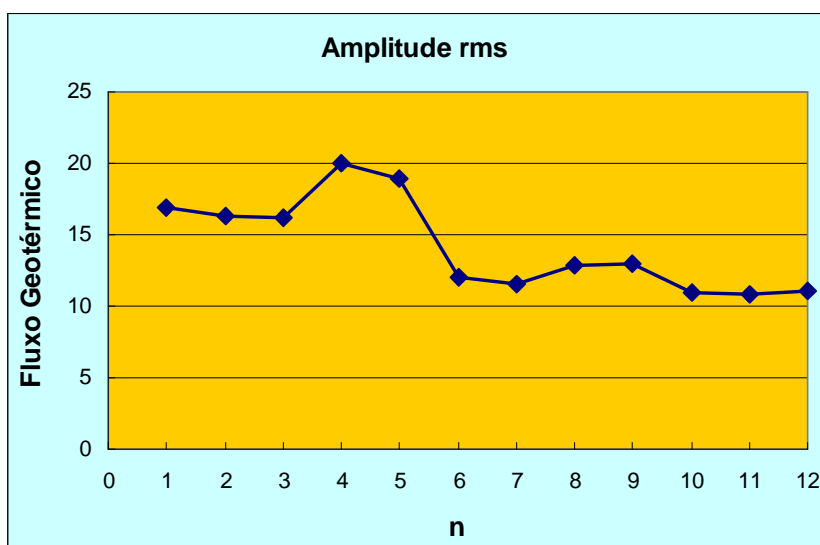


Figura (4.4) – Espectro harmônico do fluxo térmico global (1993).

Tabela (4.3) Coeficientes harmônicos determinados para um conjunto selecionado de valores sintéticos, dados experimentais e valores estimados (Pollack et al, 1993).

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
0	0	86,674	0
1	0	-12,999	0
1	1	-2,689	-10,417
2	0	-1,971	0
2	1	4,578	1,022
2	2	-14,076	6,507
3	0	7,112	0
3	1	-2,934	3,555
3	2	7,232	-3,295
3	3	10,299	4,646
4	0	-3,511	0
4	1	2,778	-1,873
4	2	1,728	-2,546
4	3	-4,822	0,486
4	4	4,408	-17,946
5	0	5,316	0
5	1	-1,984	-2,624
5	2	2,167	3,835
5	3	4,57	-6,087
5	4	-8,353	10,283
5	5	-6,896	-4,199
6	0	-5,204	0
6	1	2,759	3,162
6	2	2,065	-2,889
6	3	-2,74	-0,252
6	4	-0,012	-1,897
6	5	0,637	0,476
6	6	3,739	7,849
7	0	2,01	0
7	1	0,912	0,116
7	2	-6,044	-0,179
7	3	4,999	-0,123
7	4	-1,605	-3,721
7	5	-0,334	3,466
7	6	-4,111	-0,639
7	7	4,126	-1,659
8	0	2,621	0
8	1	-1,376	1,795
8	2	7,201	1,436
8	3	-1,947	0,679
8	4	0,204	1,171
8	5	1,851	1,771
8	6	3,579	-0,25
8	7	1,886	4,903
8	8	-5,285	-4,412

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
9	0	-0,211	0
9	1	3,14	0,886
9	2	-1,36	-3,849
9	3	-3,004	-2,056
9	4	1,947	-2,511
9	5	0,328	-3,064
9	6	1,03	-0,745
9	7	-4,117	-3,888
9	8	6,529	3,889
9	9	-4,084	-0,082
10	0	2,735	0
10	1	-1,624	-1,998
10	2	-1,309	1,333
10	3	4,576	0,641
10	4	-4,506	0,927
10	5	-0,363	-0,972
10	6	-4,528	-1,353
10	7	-0,952	1,81
10	8	-1,104	-0,739
10	9	0,129	0,644
10	10	4,164	-3,463
11	0	-1,708	0
11	1	0,429	2,902
11	2	2,106	0,915
11	3	-5,078	0,595
11	4	3,441	0,907
11	5	0,784	2,762
11	6	0,158	0,782
11	7	-0,377	-0,355
11	8	-0,818	1,851
11	9	3,645	1,336
11	10	-1,765	4,245
11	11	-0,505	-3,52
12	0	1,003	0
12	1	-0,689	-1,476
12	2	-2,359	-0,066
12	3	3,863	0,504
12	4	0,793	-1,034
12	5	-1,761	-0,267
12	6	2,439	-2,484
12	7	-2,08	3,714
12	8	2,237	0,809
12	9	0,289	-0,838
12	10	1,516	-4,821
12	11	4,114	-0,553
12	12	-3,033	2,175



O mapa elaborado por Pollack et al (1993) com base no conjunto de coeficientes harmônicos da Tabela (4.3) é reproduzido na figura (4.3). Como no caso dos mapas anteriores, os núcleos continentais são caracterizados por fluxo térmico relativamente baixo, mas os valores médios estão na faixa de 40 a 70mW/m<sup>2</sup>. As regiões das cadeias meso-oceânicas são caracterizadas por fluxo térmico relativamente elevado, com valores acima de 90mW/m<sup>2</sup>. A principal anomalia se encontra na cadeia do Leste Pacífico. As cadeias de Sul do oceano Índico e Leste do Pacífico (junto às ilhas Japão e do Taiwan) também aparecem como áreas de fluxo geotérmico elevado. É possível perceber que o fluxo térmico observado nas regiões do Mar Vermelho e dos golfos da Pérsia e da Califórnia aparecem na figura (4.3) com valores ainda mais elevados. Em outras palavras, os dados experimentais para estas regiões indicam um fluxo térmico maior do que aqueles estimados com base nas relações empíricas.

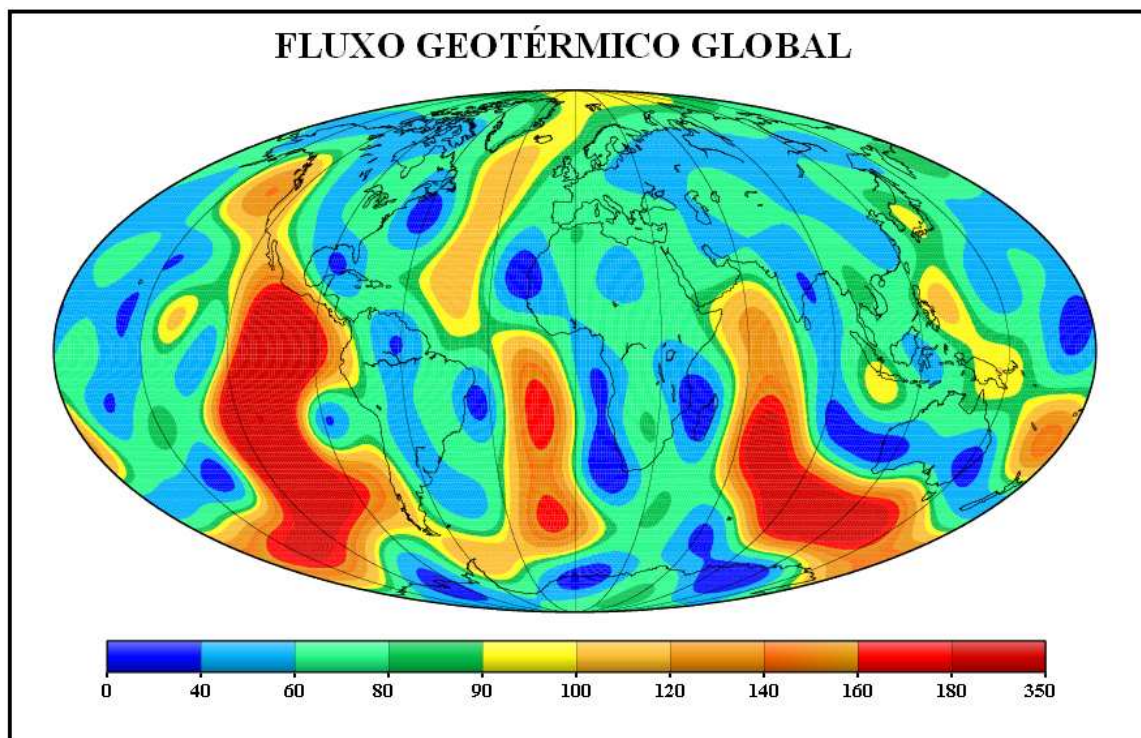


Figura (4.5) – Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos calculados por Pollack et al (1993).



## REPRESENTAÇÕES HARMÔNICAS DOS DADOS CORRIGIDOS

Os problemas anotados em relação à estrutura do banco de dados de fluxo térmico no capítulo 2 e as deficiências identificadas nas representações harmônicas anteriores no capítulo 4 apontam para a necessidade de reestruturar a base de dados e desenvolver representações harmônicas apropriadas para avaliação das características térmicas das feições tectônicas em escala global. As reavaliações efetuadas neste projeto de dissertação são constituídas dos seguintes itens:

- 1- Incorporação das correções (decorrentes de erros de digitação e falta de consistência interna) na base de dados IHFC;
- 2- Mudanças na estrutura do Banco de Dados, tornando-o mais eficaz nos processamentos computadorizados;
- 3- Atualização da base de dados, incluindo os resultados das novas medições geotérmicas efetuadas desde a última compilação;
- 4- Homogeneização da base de dados utilizando valores estimados com base nas relações empíricas entre a idade e o fluxo térmico, para as áreas carentes de dados experimentais;
- 5- Eliminação de valores sintéticos na determinação dos coeficientes harmônicos e
- 6- Uso do grau harmônico apropriado para identificação de anomalias térmicas associadas às cadeias meso-oceânicas.

Apresentam-se a seguir descrições resumidas das atividades acima relacionadas.

### 5.1 Mudanças na Estrutura do Banco de Dados IHFC

A estrutura arcaica do banco de dados de fluxo geotérmico IHFC não permite processamento computadorizado das informações contidas, dificultando, com isso, o processo de verificação dos mesmos. Esta dificuldade de se analisar as informações é o principal fator responsável pela falta de estudos das variações do fluxo geotérmico em escala global. Ainda a falta de um formato consistente para o sistema de coordenadas geográficas tem induzido erros na análise e interpretação destes dados.

Descrevem-se neste item as medidas adotadas visando melhorias na estrutura do Banco de Dados Geotérmicos, como parte do desenvolvimento desta dissertação. As reestruturações introduzidas incluem a migração para um sistema baseado em planilhas eletrônicas e verificação detalhada dos registros individuais. Na etapa de migração para planilhas eletrônicas, as partes de textos que correspondem às referências bibliográficas foram retiradas e salvas num arquivo à parte.

As reestruturações propostas foram apresentadas por Cardoso et al (2005), por ocasião da reunião geral promovida pelo IASPEI em Santiago (Chile), na reunião da Comissão Internacional de Fluxo Geotérmico (IHFC). Nesta reunião, membros presentes do IHFC definiram os passos a serem tomados, a fim de se reorganizar o Banco de Dados Mundiais de Fluxo Geotérmico.

### 5.1.1 Migração para Sistema Baseado em Planilhas Eletrônicas

A fim de contornar essas dificuldades, foi adotado no presente trabalho um sistema baseado em planilhas eletrônicas. Neste sistema, os dados foram divididos em duas partes: a primeira, tabela (5.1), contém informações sobre localização, coordenadas, gradiente de temperatura e condutividade térmica e fluxo térmico, e a segunda contém a lista de referências. A imediata vantagem desta separação é a flexibilidade na utilização destes dados em processamentos automáticos, permitindo de maneira ágil o manuseio de qualquer campo de informação quando necessário.

Tabela (5.1) – Primeira parte do sistema de planilhas eletrônicas adotadas neste trabalho (dados do Chile).

País	Localidade	Latitude	Longitude	Grad. Temp.	Cond. Térmica	Fluxo térmico
Chile	EL SALVS	-26.2500	-69.5700	25,0	2.36	75,0
Chile	SANTA CL	-26.5300	-70.3000	5,0	4.60	10,0
Chile	CERRO NE	-27.1000	-70.3500	7,0	4.30	36,0
Chile	ELISA	-27.2700	-70.3800	9,0	3.30	36,0
Chile	VALLENAR	-28.9800	-70.8800	10,0	2.17	21,0
Chile	BOQUERON	-28.0800	-70.7200	10,0	2.33	23,0
Chile	LA AFRIC	-33.3300	-70.7500	29,0	2.73	79,0
Chile	DISPUTAD	-33.4700	-70.1700	16,0	3.79	61,0
Chile	FUEGO	-54.0000	-69.0000	32,0	3.01	96,0

### 5.1.2 Mudanças no Formato das Coordenadas

Os formatos das coordenadas geográficas também sofreram alterações. No sistema anterior utilizado pelo IHFC, os valores das coordenadas eram expressas em graus, minutos e segundos. Contudo, havia, freqüentemente, mudanças nos formatos utilizados, decorrente das melhorias na localização por métodos modernos, principalmente para as áreas oceânicas. No sistema adotado nesta dissertação os valores das coordenadas foram recalculados em unidades de graus decimais. Esta mudança teve como objetivo uniformizar os diversos formatos utilizados no sistema anterior e facilitar o processamento de arquivos migrados para as planilhas eletrônicas. Como exemplo, apresenta-se na Tabela (5.2) as coordenadas das localidades das medições em Cuba pelo sistema antigo e sistema decimal.

Tabela (5.2) – Coordenadas geográficas das localidades das medições geotérmicas em Cuba pelo sistema antigo e sistema decimal.

Identificação	Sistema Antigo		Sistema Decimal	
	Latitude	Longitude	Latitude	Longitude
CUB001	22341N	83566W	22.5683°	-83.9433°
CUB001	22341N	83566W	22.5683°	-83.9433°
CUB001	22341N	83566W	22.5683°	-83.9433°
CUB002	23113N	82016W	23.1883°	-82.0267°
CUB003	23108N	82053W	23.1800°	-82.0883°
CUB004	23059N	81154W	23.0983°	-81.2567°
CUB005	23061N	81188W	23.1017°	-81.3133°
CUB005	23061N	81188W	23.1017°	-81.3133°
CUB005	23061N	81188W	23.1017°	-81.3133°
CUB007	21574N	79084W	21.9567°	-79.1400°
CUB008	21545N	79095W	21.9083°	-79.1583°
CUB009	21575N	58578W	21.9583°	-78.9633°
CUB009	21575N	58578W	21.9583°	-78.9633°
CUB009	21575N	58578W	21.9583°	-78.9633°

### 5.1.3 Natureza de Erros e Correções

Como foi citado anteriormente, a Comissão Internacional de Fluxo Térmico – IHFC não tinha adotado medidas de controle de qualidade para o Banco de dados. Assim, os erros cometidos nas compilações anteriores foram simplesmente incorporados nas versões mais novas, durante as atualizações periódicas.

A migração para as planilhas eletrônicas abriu facilidades maiores para avaliações computadorizadas das informações contidas nos diversos campos do Banco de dados IHFC. Foram identificados desta forma os erros que foram ignorados nos estudos anteriores. Foram eles:

- 1- Ocorrência de erros na classificação por países;
- 2- Ocorrência de erros nas coordenadas, causada aparentemente por falhas na digitação;
- 3- Inconsistência na organização de dados das áreas de plataforma continental, sendo que parte desses dados é classificada ora como sendo de áreas continentais, ora como sendo de áreas oceânicas;
- 4- Dados classificados como continentais, mas que pertencem a lagos ou mares interiores.

Correções dos problemas de localização e classificação por países requerem exame detalhado nas informações originais contidas nas referências bibliográficas. Erros grosseiros na localização (ou seja, de larga escala) podem ser facilmente identificados com a utilização de pacotes computacionais de mapeamento que possibilitem a visualização da distribuição geográfica. Pode ser citada como exemplo a distribuição de dados da Suíça, onde os dados adquiridos como parte de projetos de pesquisa que abrangem localidades nos países vizinhos (França, Alemanha, Áustria e Itália) foram cadastrados no Banco de Dados como sendo da Suíça. Neste caso, o problema está na classificação de dados por países, ilustrado no mapa da figura (5.1).

No exemplo ilustrado pela figura (5.2), uma das medidas de fluxo geotérmico para o Marrocos se encontra localizado na República de Mali. É obvio que, neste caso, houve erro de digitação em sua latitude.

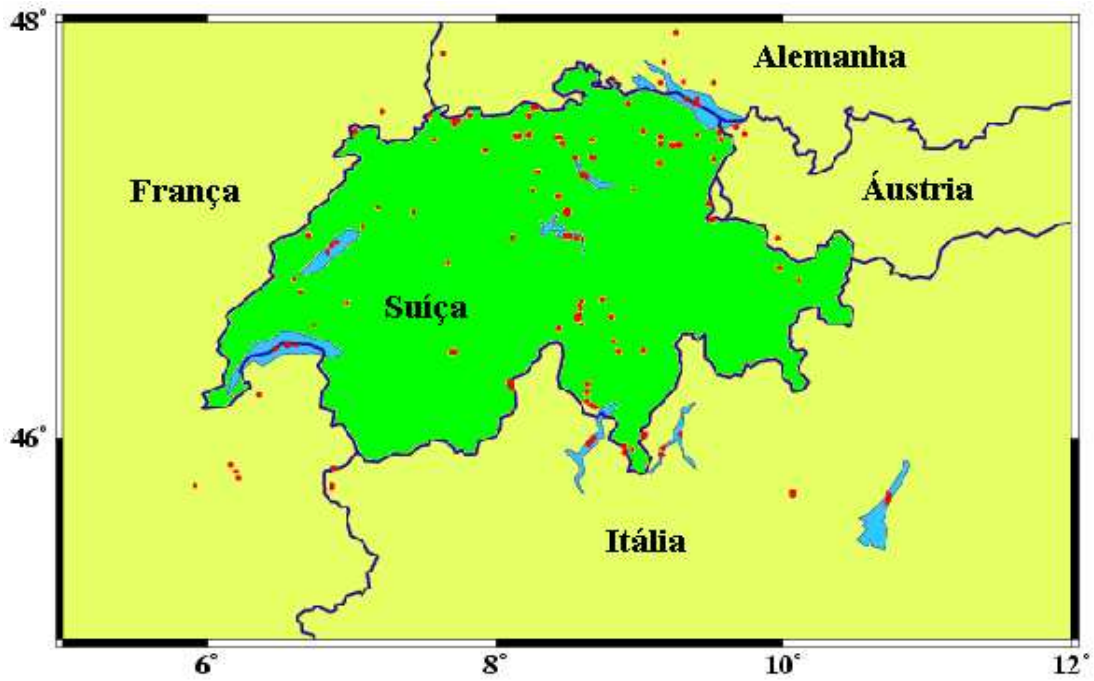


Figura (5.1) Localização das medidas de fluxo térmico na Suíça. Note-se a localização de dados nos países vizinhos (França, Itália, Alemanha e Áustria).

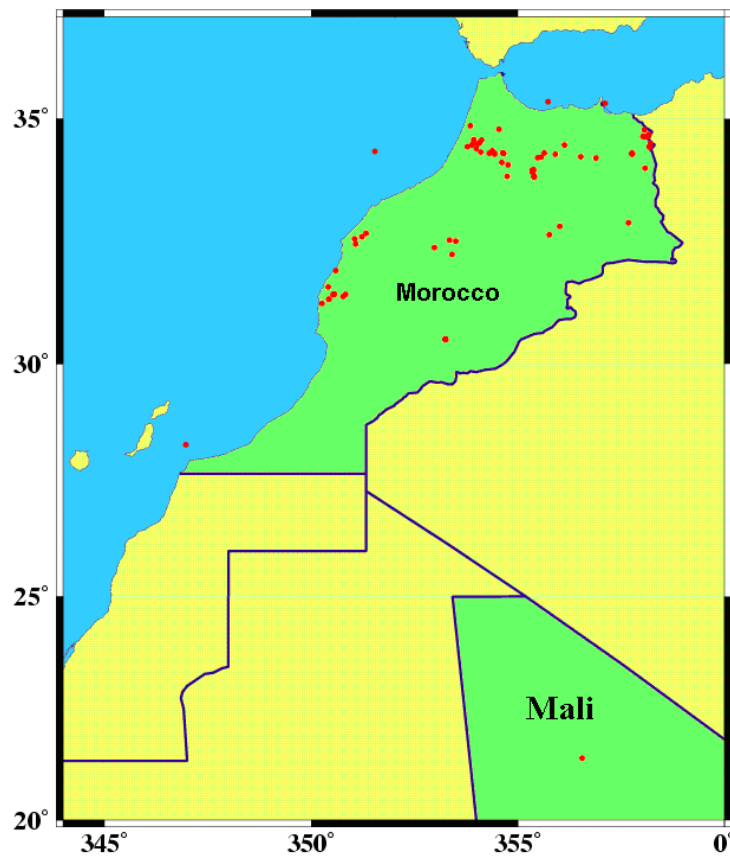


Figura (5.2) Localização das medidas de fluxo térmico no Marrocos. Note que um dos dados está localizado na República de Mali.

Os detalhes dos erros na localização para os demais países são apresentados no Anexo (1). É importante notar que foram corrigidos apenas erros de ‘larga escala’ na localização dos dados, sendo que a verificação dos erros de ‘pequena escala’ exigiria consultas às fontes bibliográficas. Este procedimento não permite a identificação de erros para as regiões oceânicas onde a divisão entre setores e províncias não são bem definidas.

A prática de classificar dados de áreas oceânicas como parte de dados continentais adjacentes configura-se como outra fonte de confusão. Geralmente a estrutura crustal em áreas da margem continental submete-se a mudanças rápidas com distância da linha da costa, provocando profunda influência no campo térmico. Assim cada dado seria classificado de uma forma melhor caso fosse classificado como pertencendo a uma zona de transição continental-oceânica.

Como exemplo ilustrativo considere o mapa com a localização dos dados de fluxo térmico na Espanha, apresentado na figura (5.3). Este mapa indica que parte dos dados classificados como continentais estão localizados nas áreas de margem continental noroeste (no Mediterrâneo) e ao sul e ao norte (no Atlântico).

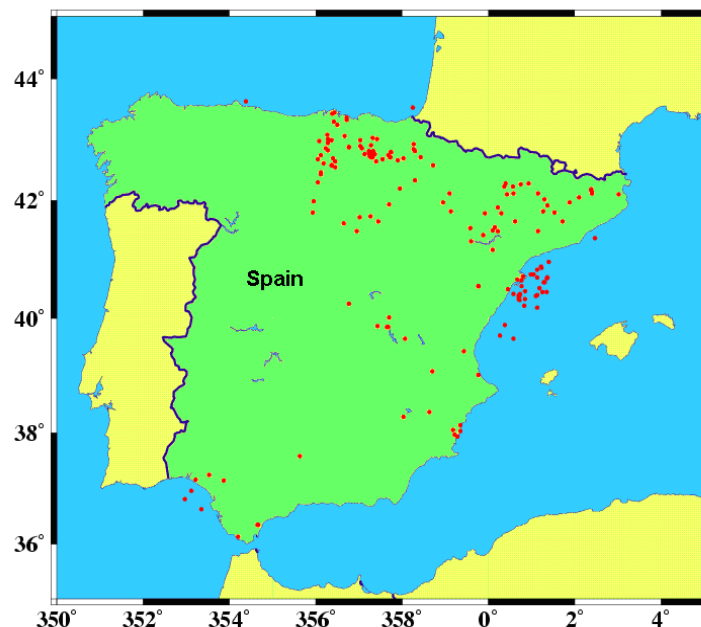


Figura (5.3) Localização das medidas de fluxo térmico na Espanha. Note que alguns locais estão em áreas da margem continental noroeste (no Mediterrâneo) e ao sul e ao norte (no Atlântico).

Como segundo exemplo apresenta-se na figura (5.4) o mapa de localização de medições de fluxo geotérmico na Somália. Neste caso, quatro locais de medições de fluxo geotérmico se encontram no Oceano Índico.

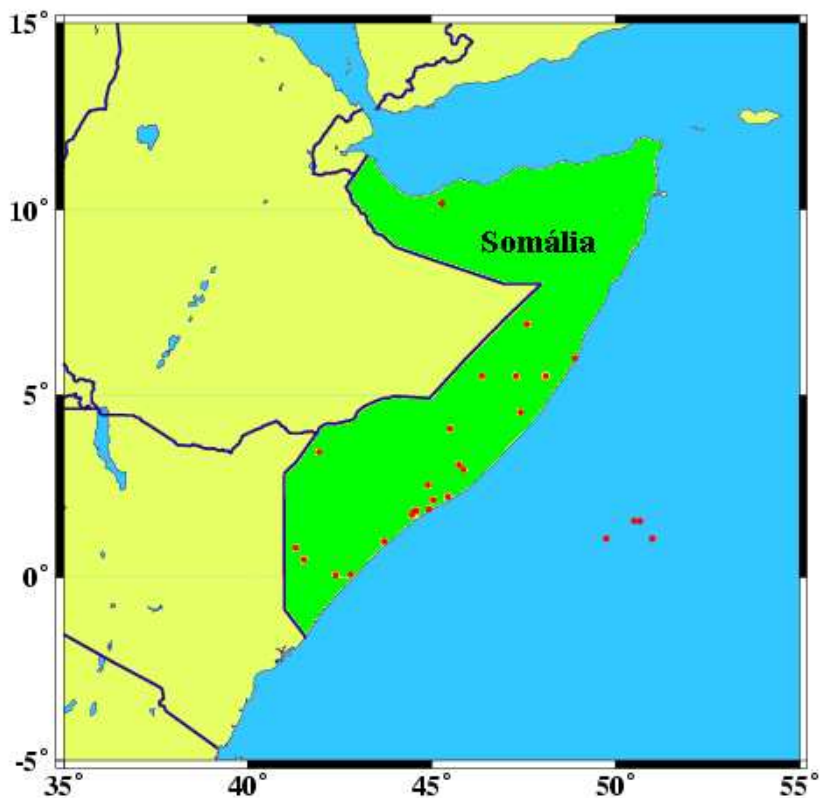


Figura (5.4) Localização das medidas de fluxo térmico na Somália. Note que alguns dados estão localizados no Oceano Índico.

A classificação dos dados que se situam em grandes lagos ou nos mares interiores é um outro problema que não foi resolvido de forma satisfatória no banco de dados do IHFC. Como exemplo, nas primeiras compilações, parte dos dados de fluxo geotérmico que estão situados no mar Mediterrâneo aparece como dados continentais da extinta URSS. Este problema também foi apontado por Pollack et al (1993). Entretanto a maioria destes dados continua sendo classificada como dados continentais. Alguns destes lagos interiores (Lago Baikal na Rússia, por exemplo) estão situados em regiões onde a estrutura crustal é diferente daquela em áreas continentais adjacentes. Desta forma, melhor seria classificar os dados de cada área em grupos separados. O mapa da figura (5.5) ilustra a distribuição dos dados

continentais da Europa e da parte oeste da antiga URSS. Note que também são incluídos dados do Mar Negro, Mar Cáspio e muitos outros pequenos lagos.

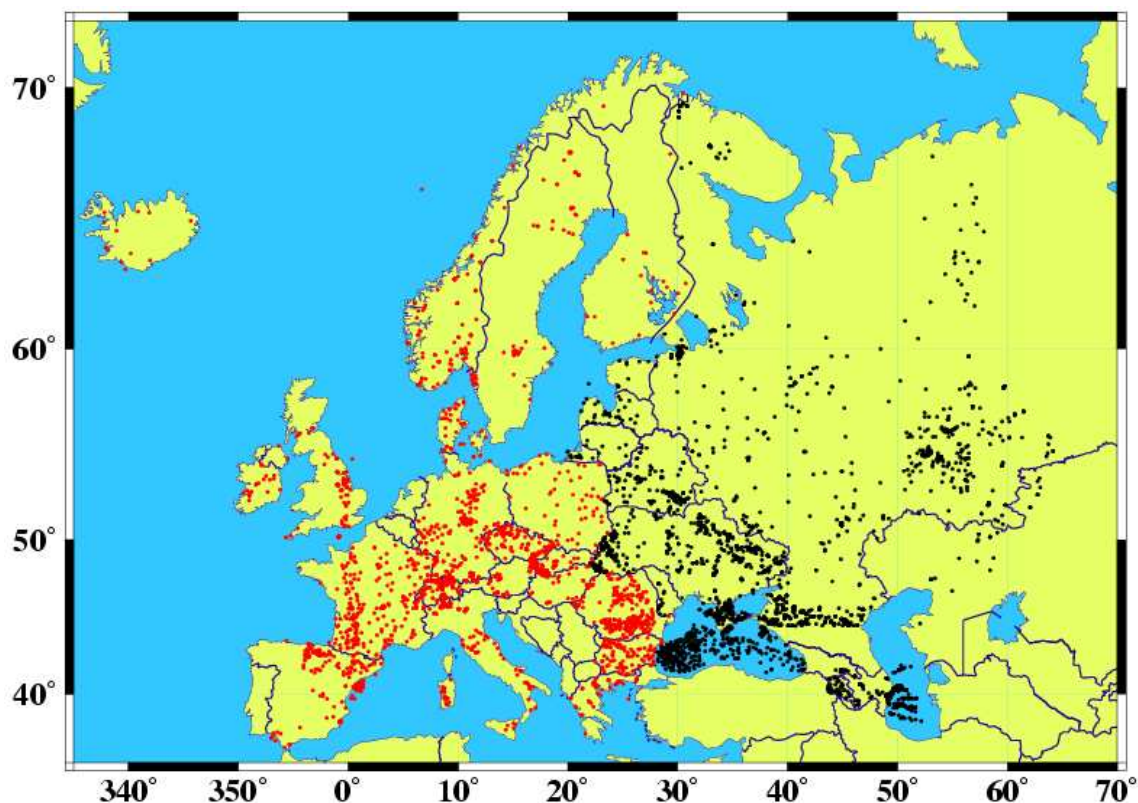


Figura (5.5) Distribuição dos dados de fluxo térmico na Europa (pontos em cor vermelha) e partes da extinta URSS (pontos em cor preta).

A tabela (5.3) apresenta um resumo das correções introduzidas no banco de dados do IHFC. Os dados constantes nos arquivos referentes aos continentes da Ásia, Europa e América do Norte apresentaram maior número de erros. Grande parte dos erros nos dados dos continentes de Ásia e Europa é oriunda de problemas nos arquivos da antiga URSS. No caso da América do Norte parte do problema está na classificação de dados das áreas da margem continental. Erros constatados nos dados do continente Africano são relativamente menores. Alguns destes erros parecem constar nas publicações originais. Diante das dificuldades em obter cópias das publicações anteriores não foi possível verificação detalhada desses erros. Nenhuma correção foi necessária para o continente sul-americano e antártico.

Também foram encontrados dados com localização incorreta nas regiões oceânicas. Contudo, as dificuldades na delimitação das províncias ou regiões oceânicas não permitiram exames detalhados da natureza dos erros.



Tabela (5.3) Estatística dos problemas encontrados no banco de dados do IHFC.

Continentes	Localização		Total
	Correta	Incorreta	
África	527	21	548
América Central	83	1	84
América do Sul	169	0	169
Antártida	9	0	9
Ásia	3967	365	4332
Europa	4631	112	4743
América do Norte	4465	156	4621
Austrália e Pacífico	264	23	287
Total	14115	678	14793

## 5.2 Atualização da Base de Dados

Desde a última compilação de dados de fluxo geotérmico realizado por Pollack et al (1993) foram efetuados novas medições de fluxo geotérmico nos continentes da Ásia, América do Sul, América do Norte e Europa. A inclusão desses dados é importante no desenvolvimento das novas representações harmônicas do campo térmico terrestre. Contudo, esta se tornou uma tarefa árdua no contexto do presente trabalho, diante das limitações operacionais. Para ser realizada com pleno êxito, a atualização exigiria pesquisa bibliográfica extensa juntamente com a disponibilidade de mão de obra qualificada para o manuseio dos arquivos e recursos de hardware computacional para digitação de dados. A fim de contornar problemas desta natureza ficou decidido que a tarefa de atualização de dados ficaria restrito somente àquele do continente da América do Sul.

De fato, esta tarefa ficou relativamente fácil, pois havia um Banco de Dados do continente sul-americano disponível no Laboratório de Geotermia do Observatório Nacional. Na compilação de 1993 do IHFC foram incluídos apenas 169 dados de fluxo geotérmico da América do Sul. A partir de 1996 o Laboratório de Geotermia do Observatório Nacional reativou a versão anterior do Banco de Dados Geotérmicos – BADGE, com intuito de reorganizar os dados de fluxo geotérmico do continente sul-americano. Hamza e Muñoz (1996) utilizaram esse acervo de dados na elaboração de mapas de fluxo geotérmico sul-americano. Na compilação de 1996 constava um total

de 653 dados. O formato desta compilação é diferente daquela adotada por IHFC. Hamza et al (2005) apresentaram uma nova compilação na qual constam 171 novos dados de fluxo geotérmico da América do Sul. Detalhes desses dados são apresentados no Anexo 1.

A Tabela (5.4) apresenta um resumo dos dados que foi utilizado no trabalho de Hamza et al (2005). Determinações de gradientes térmicos foram efetuadas em diversos países tais como Brasil, Colômbia, Equador, Paraguai e Peru. Grande parte desses dados é decorrente da utilização de dados de temperaturas de poços de petróleo, para a determinação de gradientes térmicos. Contudo, os progressos obtidos nas determinações de fluxo geotérmico são relativamente pequenos, devido à falta de medições experimentais de condutividade térmica. Essa dificuldade tem prejudicado a qualidade desses dados novos de fluxo geotérmico.

Tabela (5.4) Distribuição dos dados de fluxo geotérmico nos países do continente sul-americano.

País	N° de dados	
	IHFC 1993	Hamza et al, 2005
Argentina	01	63
Bolívia	30	52
Brasil	86	434
Chile	09	56
Colômbia	01	25
Equador	02	30
Paraguai	0	35
Peru	40	87
Venezuela	0	40
<b>Total</b>	<b>169</b>	<b>822</b>

A distribuição geográfica dos dados da América do Sul é ilustrada na figura (5.6). Apesar do aumento no número de dados, a distribuição geográfica continua sendo heterogênea. A disponibilidade de dados do fluxo geotérmico é bastante limitada nas regiões Nordeste e Sudoeste do continente. A figura (5.6) também indica que o fluxo geotérmico é maior principalmente ao longo da Cordilheira Centro-Sul dos Andes e nas cordilheiras do extremo norte, na Venezuela. No interior do continente há indícios da existência de pequenos bolsões de fluxo térmico elevado.

Exemplos incluem a região sul do Estado do Ceará, a parte central da bacia de Taubaté e locais na parte leste da Bacia do Paraná.

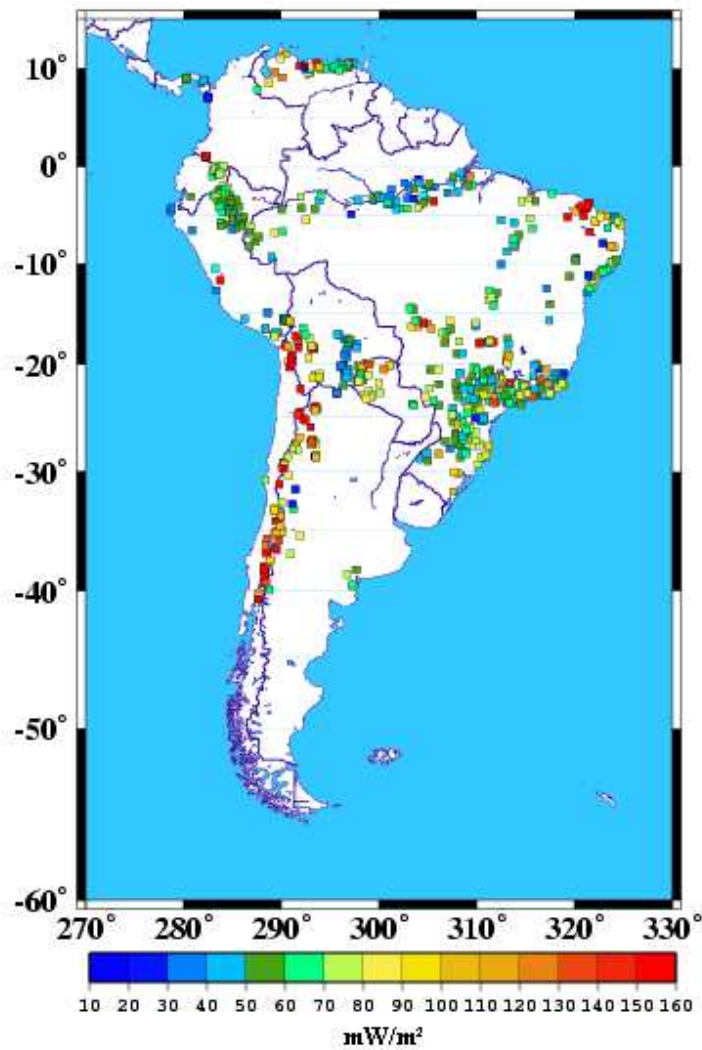


Figura (5.6) Distribuição dos dados de fluxo térmico para a América do Sul.

### 5.3 Homogeneização da Base de Dados

Os procedimentos adotados para homogeneização de dados neste trabalho são semelhante àqueles adotados nos trabalhos anteriores de Chapman e Pollack (1975) e Pollack et al (1993).

Construiu-se inicialmente uma malha regular global constituída de células de  $5^\circ \times 5^\circ$ . Verificou-se que de um total de 2592 células, 1318 possuem dados experimentais. Em seguida, foram avaliadas as características da distribuição dos dados em relação a essa malha. A densidade de dados é bastante variável, tendo 411 células com mais que dez dados cada, 682 possuem menos de 10 dados e 229

possuem apenas um único dado experimental por célula. O gráfico da figura (5.7) mostra a distribuição geral dos dados nas células de 5°x 5°. A densidade dos dados diminui quase exponencialmente, o que pode ser considerado normal, porém não ideal, para uma distribuição global de dados. Verificou-se também que os dados experimentais cobrem aproximadamente 51% da área total da superfície terrestre.

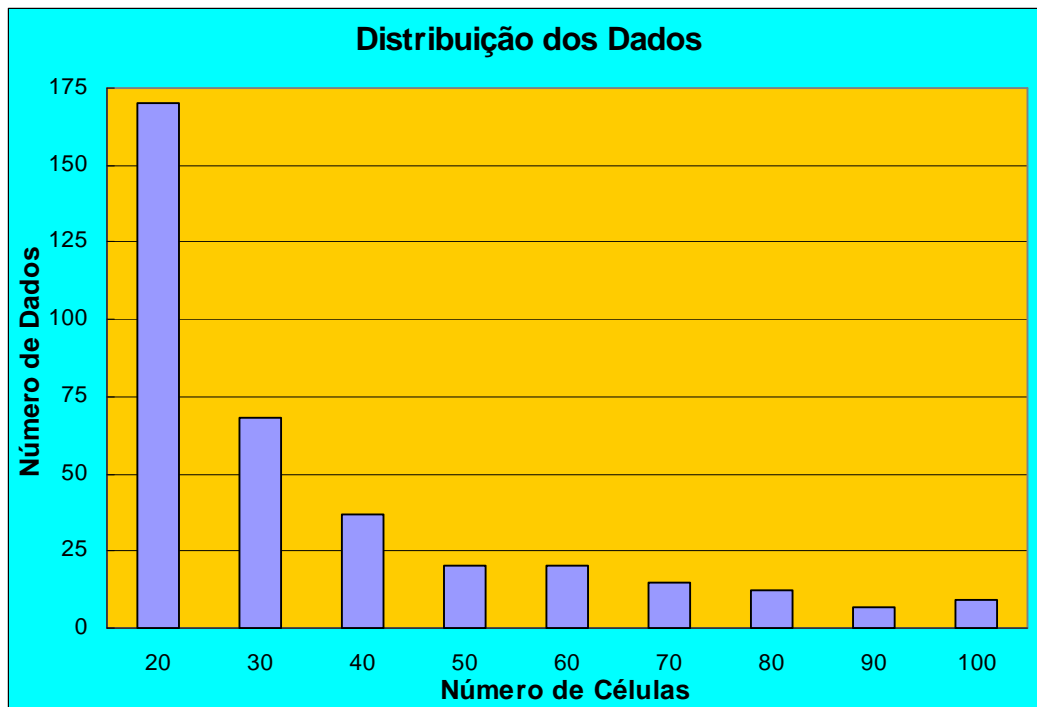


Figura (5.7) Gráfico indicativo de como estão distribuídos os dados de fluxo geotérmico nas células de 5° x 5°.

A fim de construir uma base homogênea de dados foram adotados os seguintes procedimentos:

- 1- Determinação de valores médios para as células com mais de um dado de fluxo geotérmico. Este critério de se utilizar a média aritmética é uma das causas de as representações harmônicas tenderem a suavizar as variações geotérmicas locais; e
- 2- Uso da relação empírica entre a idade tectônica e fluxo térmico para estimar valores para as células que não continham dados experimentais. Isto foi realizado com base nos coeficientes preditores calculados por Chapman e Pollack (1975).

De acordo com o procedimento adotado neste trabalho, foram empregados valores estimados para 1274 células, sendo que havia dados experimentais em 1318 células. Essa conjugação de dados experimentais e valores estimados permitiram a constituição de uma base de dados homogêneos, que é importante na determinação do conjunto dos coeficientes harmônicos representativos do campo térmico terrestre. As distribuições geográficas das células com dados experimentais e valores estimados são ilustradas na figura (5.8). Nesta figura, os quadrículos de cor azul indicam células com dados experimentais e os de cor branca indicam células com valores estimados.

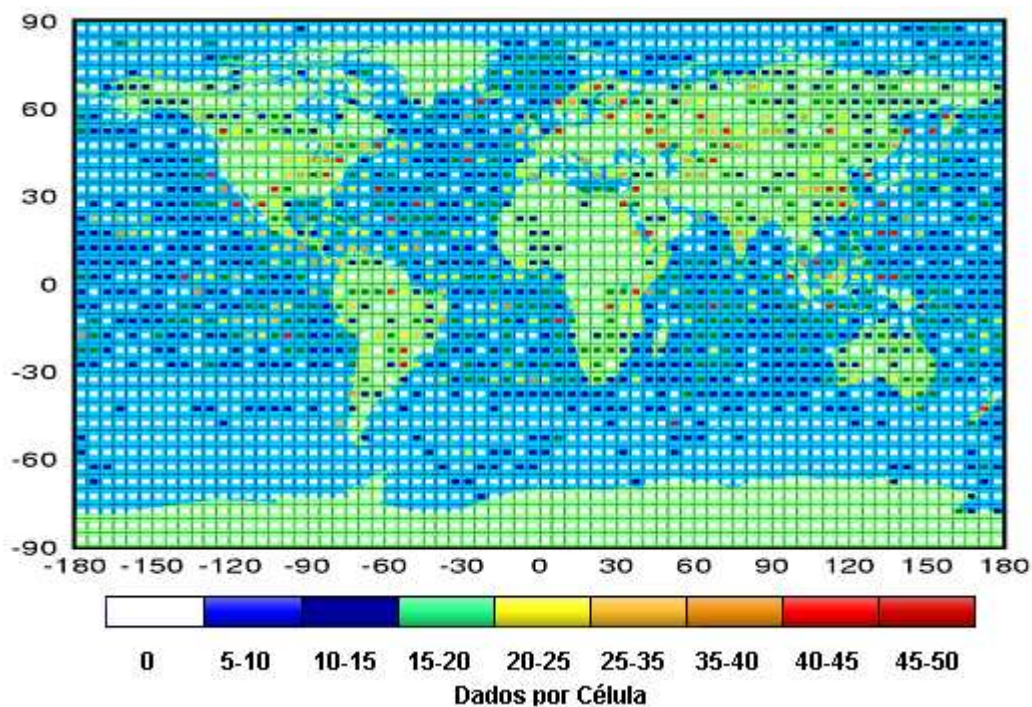


Figura (5.8) Densidade dos dados de fluxo geotérmico numa malha regular com células de 5° x 5°. Os quadrículos de cor azul indicam células com dados experimentais e os de cor brancos indicam células com valores estimados.

As variações na magnitude do fluxo geotérmico, nesta malha global de dados, são ilustradas na figura (5.9), utilizando-se um sistema de cores para as células. Nesta figura é possível identificar zonas de fluxo térmico elevado (área em cor vermelha). Algumas dessas coincidem aproximadamente com as zonas de tectônica divergente e os contornos das principais placas tectônicas do globo terrestre. As células de cor amarela, que representam um fluxo geotérmico com valores compreendidos entre 50 e 60 mW/m<sup>2</sup>, são os que predominam. Esta faixa de valores

abrange a média global dos dados de fluxo geotérmico, de aproximadamente 59mW/m<sup>2</sup>.

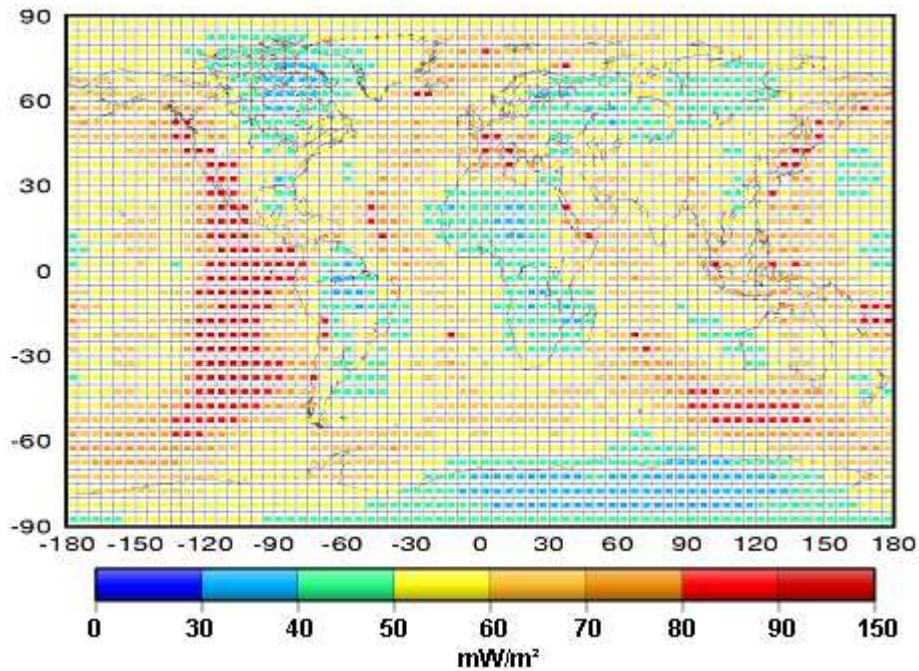


Figura (5.9) Distribuição dos dados geotérmicos numa malha com células de 5° x 5°.

O histograma da figura (5.10) ilustra a frequência de distribuição de fluxo geotérmico. Do total de dados de fluxo utilizados para se calcular os coeficientes harmônicos, 5% estão na faixa de 30 a 40mW/m; 18% destes dados estão na faixa de 40 a 50 mW/m<sup>2</sup>; a faixa que contém a média global, 50 a 60 mW/m<sup>2</sup>, representa 37% dos dados; 25% a faixa de 60 a 70 mW/m<sup>2</sup> e apenas 4% dos dados de fluxo geotérmico estão na faixa superior a 90mW/m<sup>2</sup>.

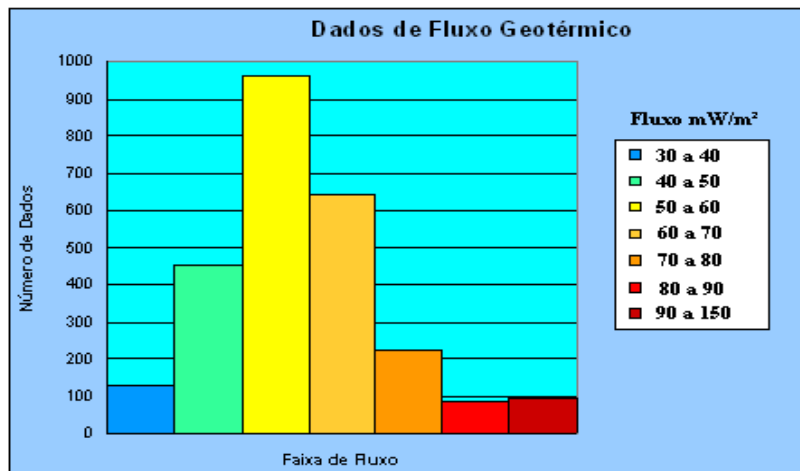


Figura (5.10) Relação entre a faixa de fluxo geotérmico e a frequência com que estes dados estão distribuídos na malha homogeneizada.

## 5.4 Determinação dos Coeficientes Harmônicos

O que se pretende a partir de agora é determinar um conjunto de coeficientes harmônicos que seja capaz de reproduzir as características do campo térmico discernível na figura (5.9). Como a distribuição dos dados de fluxo geotérmico sobre a superfície terrestre aparece de forma discretizada, as equações que foram apresentadas no capítulo (3) poderão ser utilizadas.

Como se sabe, os dados de fluxo geotérmico não estão distribuídos de forma contínua sobre a superfície terrestre. Assim, quando se determinou o tamanho da célula que definiu a distribuição global dos dados de fluxo geotérmico, foi também definida, de forma indireta, a discretização destes dados.

Quanto menor a dimensão das células, aqui definidas através de um espaçamento angular, melhor será esta discretização. Ao se utilizar células de dimensões maiores que  $5^\circ$ , perde-se a resolução, pois estará admitindo-se um mesmo fluxo térmico para uma área cujas dimensões são maiores que as variações de fluxo térmico em escala local. Porém muitos são os problemas de se utilizar células muito pequenas, dificuldades computacionais relacionadas ao tempo de processamento dos dados e aumento do número de células que utilizarão dados preditores são alguns destes problemas.

O dimensionamento de células está intimamente relacionado com o problema de erro de atribuição (ou seja, aliasing) e a determinação dos coeficientes. Este problema é descrito em detalhe no item seguinte.

### 5.4.1 Problema de Erro de Atribuição (Aliasing)

Ao se discretizar uma função contínua poderá se estar cometendo um erro de atribuição chamado “Aliasing”. Este erro cometido é um “risco” casual inerente às análises espectrais de dados discretos. Este risco acontece por causa dos limites impostos pelo intervalo de amostragem.

Uma vez que um mínimo de 2 pontos é requerido mesmo para pensar em desenhar uma onda cosseno – ou seja, um ponto para o pico e outro para o cavado – a mais alta frequência que pode ser representada é a chamada “frequência de Nyquist”, com  $\omega_{n/2} = \pi$ , ou  $f_{n/2} = 0.5$ . Uma onda desta frequência executa um ciclo a cada dois pontos, e assim um conjunto de dados discreto não pode representar explicitamente variações que ocorram com maior frequência. Pode-se imaginar o que acontece para



o espectro de uma série de dados se ela inclui importantes processos físicos que variam mais rápido que a frequência de Nyquist. Se assim for, a série de dados é dita “subamostrada”, o que significa que os pontos na série são muito espaçados para representarem apropriadamente estas rápidas variações.

A figura (5.11) ilustra o significado de “aliasing”, os dados de fluxo geotérmico para uma latitude de 40° N estão representados em verde (discretizado de 1° em 1°), em vermelho a mesma seqüência de dados foi amostrada em 5° por 5°.

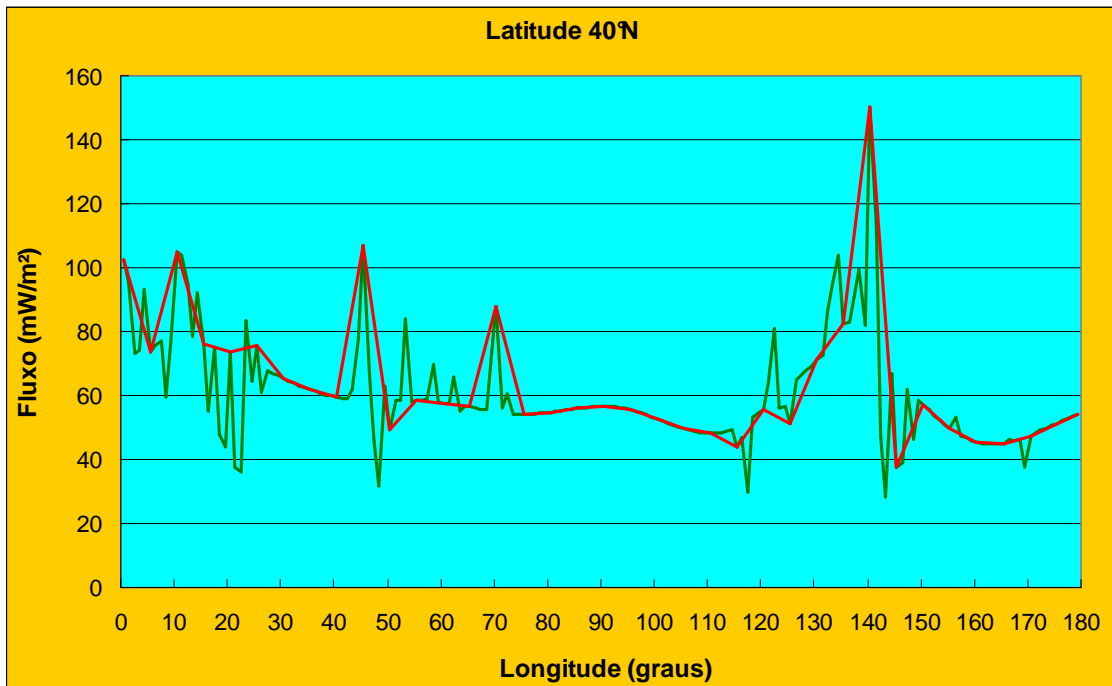


Figura (5.11) Ilustração de “Aliasing”. As variações na frequência em verde são ditas “aliased” na frequência da curva em vermelho.

A série de dados foi produzida pela amostragem deste processo em intervalos  $\Delta\Phi$  resultando em pontos que surgirão da interceptação das duas curvas. Sendo assim, um número “N” de dados ( $N=2\pi/\Delta\phi$ ) será amostrado. Desta forma a frequência da curva verde é maior do que a frequência de Nyquist, significando que a série real oscila muito rápido para ser adequadamente amostrada na resolução dos pontos da curva vermelha.

Porém, se o processo que deu origem aos dados utilizados no cálculo dos coeficientes harmônicos for analisado detalhadamente, será verificado que não se tem acesso à curva contínua a ser discretizada. Os dados existentes já são discretos sobre o globo terrestre. É feito apenas um agrupamento, através do cálculo de uma média,



destes dados em células de  $5^\circ \times 5^\circ$ , formando assim uma distribuição discreta de dados a ser reproduzida pelo método dos harmônicos esféricos. As variações de 0 a  $\pi$  de uma destas funções, para uma latitude de  $37.5^\circ$  S são mostradas na figura (5.12).

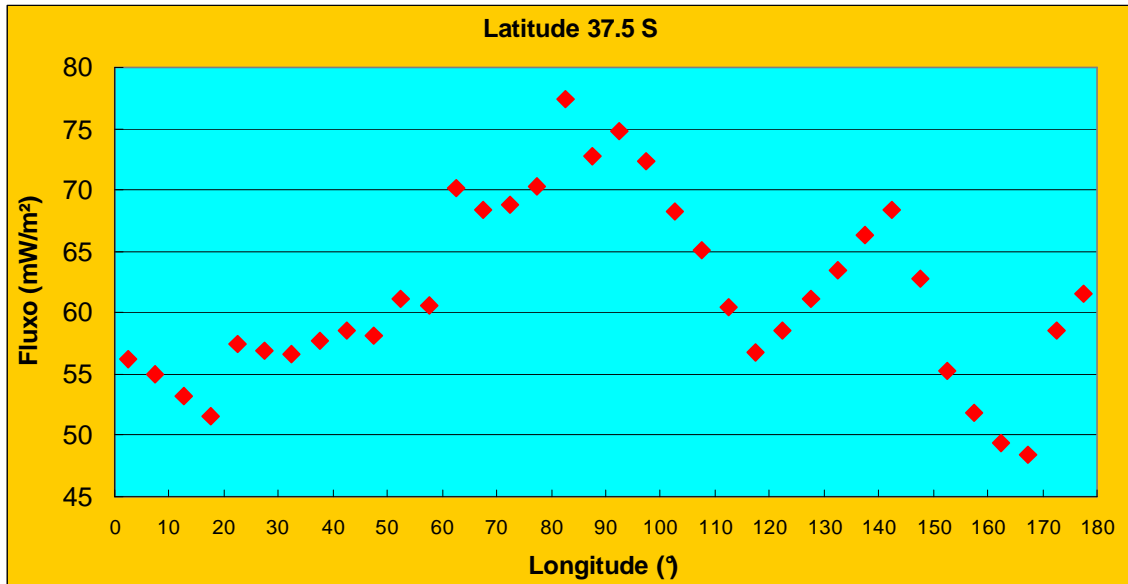


Figura (5.12) Distribuição dos dados de fluxo geotérmico em função da longitude na latitude  $37.5^\circ$  sul.

#### 5.4.2 O novo conjunto dos Coeficientes Harmônicos

Uma vez realizado este agrupamento o que se pretende é reproduzi-lo da forma mais fiel possível. Para isso, como estamos trabalhando inicialmente com apenas uma latitude, serão necessários  $m = \pi/\Delta\phi$  (equação 3.12) coeficientes.

Quando expandimos esta análise para todas as latitudes, deverá haver um polinômio de Legendre com um grau “n” que não ultrapasse a ordem “m” necessária para se ajustar todos os dados sobre uma dada latitude.

Em resumo, o grau do polinômio de Legendre necessário para ajustar de forma a se ter o menor desvio entre todos os dados da função discretizada, será dado por:

$$n = \frac{\pi}{\Delta\phi} = \frac{180^\circ}{5^\circ} = 36$$

Definido o número de coeficientes que será utilizado no ajuste, o passo seguinte foi calculá-los. Para isso as equações (3.39), (3.43) e (3.47) (reproduzidas abaixo na sua forma discretizada) foram utilizadas:

- Coeficientes  $A_{nm}$ :

$$A'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \sum_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \bar{q}(\theta, \phi) \cos m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) \Delta\phi \Delta\theta$$

- Coeficientes  $B_{nm}$ :

$$B'_{nm} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \right)^{1/2} \sum_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \bar{q}(\theta, \phi) \operatorname{sen} m\phi \operatorname{sen} \theta P_{nm}(\cos \theta) \Delta\phi \Delta\theta$$

O polinômio de Legendre foi calculado através da equação (Anexo 2):

$$P_{nm}(\cos(\theta)) = \frac{\operatorname{sen}(\theta)^m}{2^n} \sum_{t=0}^{(n-m)/2} (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{t!(n-t)!(n-m-2t)!} (\cos(\theta))^{n-m-2t}$$

Os cálculos dos coeficientes utilizando estas equações foram efetuados através de um programa computacional em linguagem FORTRAN. A listagem deste programa se encontra no Anexo - 4. Os resultados obtidos para graus de expansão até 12 ( $n=12$ ) estão apresentados na tabela (5.5). A tabela no Anexo (3) apresenta os coeficientes com grau “n” até 36.

Tabela (5.5) O conjunto de coeficientes reavaliados para expansão harmônica de grau 12.

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
0	0	61.320	0.000
1	0	-1.207	0.000
1	1	-3.411	-3.295
2	0	-1.740	0.000
2	1	1.073	0.694
2	2	-4.200	1.141
3	0	0.792	0.000
3	1	-0.281	0.029
3	2	1.686	-0.730
3	3	3.140	1.617
4	0	-1.880	0.000
4	1	0.015	-0.091
4	2	1.752	0.566
4	3	-0.250	-0.863
4	4	0.250	-4.441
5	0	1.081	0.000
5	1	-1.116	-0.542
5	2	2.046	0.465
5	3	1.833	-0.643
5	4	-2.900	1.171
5	5	-1.965	-1.708
6	0	-1.447	0.000
6	1	1.034	1.398
6	2	1.558	-1.096
6	3	0.327	-0.354
6	4	-0.793	-0.809
6	5	-0.385	0.437
6	6	0.392	1.904
7	0	0.886	0.000
7	1	0.158	-0.703
7	2	-0.973	0.124
7	3	1.242	-0.409
7	4	0.538	-1.160
7	5	0.112	1.171
7	6	-0.568	0.441
7	7	0.780	-0.551
8	0	1.020	0.000
8	1	-0.094	1.534
8	2	1.434	0.237
8	3	-0.548	-0.270
8	4	-0.158	0.190
8	5	0.838	0.560
8	6	1.255	1.453
8	7	0.555	-0.444
8	8	-0.503	-0.094

n	m	Anm (mW/m <sup>2</sup> )	Bnm (mW/m <sup>2</sup> )
9	0	0.261	0.000
9	1	1.183	0.183
9	2	0.174	-0.353
9	3	-1.816	-0.991
9	4	0.232	-0.512
9	5	0.168	-0.139
9	6	1.360	0.509
9	7	-0.257	-1.658
9	8	0.707	0.609
9	9	0.252	1.378
10	0	0.402	0.000
10	1	0.980	-0.106
10	2	-0.525	0.321
10	3	0.552	0.008
10	4	-0.888	-0.208
10	5	0.478	0.219
10	6	-0.600	-0.084
10	7	-0.785	0.227
10	8	-0.126	0.143
10	9	0.319	0.512
10	10	1.354	-0.963
11	0	-0.666	0.000
11	1	-0.338	-0.042
11	2	0.320	0.216
11	3	-0.237	-0.050
11	4	0.578	-0.405
11	5	-0.139	1.247
11	6	-0.045	-0.157
11	7	-0.251	-0.045
11	8	0.356	0.187
11	9	0.140	1.321
11	10	0.131	0.050
11	11	-0.129	-0.468
12	0	0.128	0.000
12	1	-0.039	-0.178
12	2	0.033	0.527
12	3	0.808	0.010
12	4	0.091	-0.418
12	5	-0.428	-0.181
12	6	0.749	-0.608
12	7	-0.125	-0.006
12	8	0.122	1.280
12	9	-0.132	0.287
12	10	0.642	-0.899
12	11	0.119	-0.487
12	12	-0.535	0.733

### 5.4.3. Análise Espectral e Qualidade do Ajuste

A contribuição de cada harmônico de grau “n” pode ser verificada a partir dos respectivos valores de amplitude, que é raiz da media quadrática (rms) dos coeficientes da expansão. A amplitude rms é frequentemente interpretada como indicativo do conteúdo energético de espectro de potência. No presente caso a variação de amplitude rms é apresentada no gráfico (5.13). Os harmônicos de grau 1 até 5 representam aproximadamente 39% do valor médio do fluxo geotérmico, os harmônicos compreendidos entre os graus 6 e 12 contribuem com 35% do total deste valor médio e os harmônicos entre 12 e 36 com 40% deste valor.

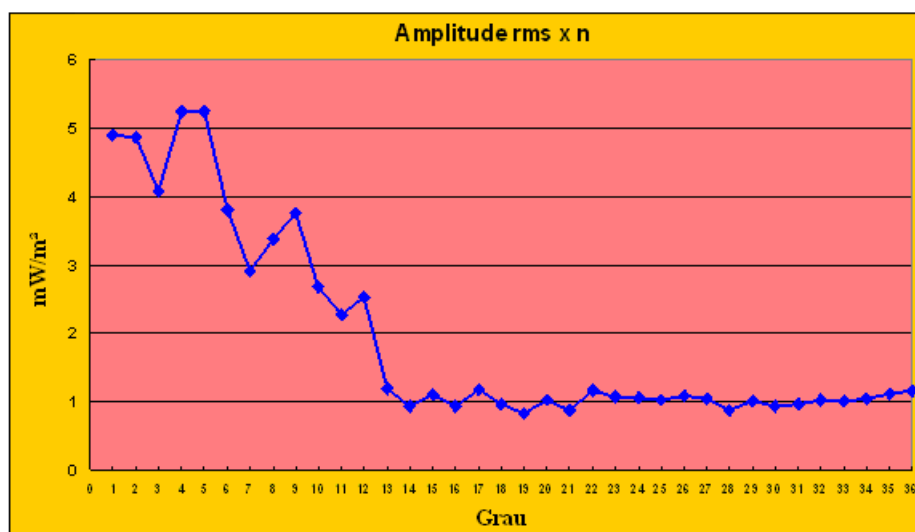


Figura (5.13) Espectro harmônico do fluxo térmico global (2006).

Observando o gráfico acima se pode perceber que a maior parte da “energia” está distribuída nos harmônicos compreendidos entre os graus 1 e 11. A partir do grau 12, a amplitude de cada harmônico é cerca de 1 mW/m<sup>2</sup>.

A interpretação correta dos resultados apresentados no gráfico (5.13) é fundamental na análise dos harmônicos esféricos. No cálculo do fluxo geotérmico em uma determinada região do globo, cada grau e ordem das funções associadas de Legendre contribuem com certa parcela de fluxo. A dimensão de cada uma destas regiões depende do grau, da ordem e de sua latitude.

A amplitude final é uma combinação de resultados obtidos por produtos de valores com sinais que dependem da latitude, longitude, e dos sinais dos próprios coeficientes  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$ . Assim, para aumentar a resolução, ou seja, para se poderem

representar pequenas feições no campo geotérmico são necessárias um número maior de coeficientes. Então, é obvio que os coeficientes de graus maiores não podem assumir valores elevados.

Esta questão pode ser mais bem compreendida com base em considerações de qualidade de ajuste. A qualidade do ajuste pode ser verificada em função do “Coeficiente de Determinação”  $x^2$ , dado por:

$$x^2 = \frac{\sum_{N=1}^N (q'(\theta, \phi) - \bar{q})^2}{\sum_{N=1}^N (q(\theta, \phi) - \bar{q})^2} \quad (5.1)$$

Onde  $\bar{q}$  representa o valor do fluxo térmico médio da seqüência de dados,  $q'(\theta, \phi)$  representa o valor calculado pelos coeficientes harmônicos,  $q(\theta, \phi)$ , o valor na seqüência de dados e  $x^2$  a coeficiente de determinação. Quanto mais próximo  $x^2$  estiver da unidade, melhor será o ajuste. Note que o coeficiente de determinação é uma medida da proporção da variação total dos dados em torno da média. De fato, o numerador desta expressão representa a soma dos quadrados dos desvios de cada ponto da curva de ajuste ao ponto médio ( $\bar{q}$ ) dos pontos dados. Já o denominador representa a soma dos quadrados dos desvios de cada ponto dado ao valor médio. Desta forma, para se testar a qualidade do ajuste, utilizou-se de forma crescente os coeficientes pares da série, desde  $n=0$  a  $n=36$ , para calcular o fluxo geotérmico em todos os pontos da malha  $5^\circ \times 5^\circ$ . Após a substituição dos valores obtidos na equação (5.1) chega-se ao seguinte resultado, apresentado na figura (5.14).

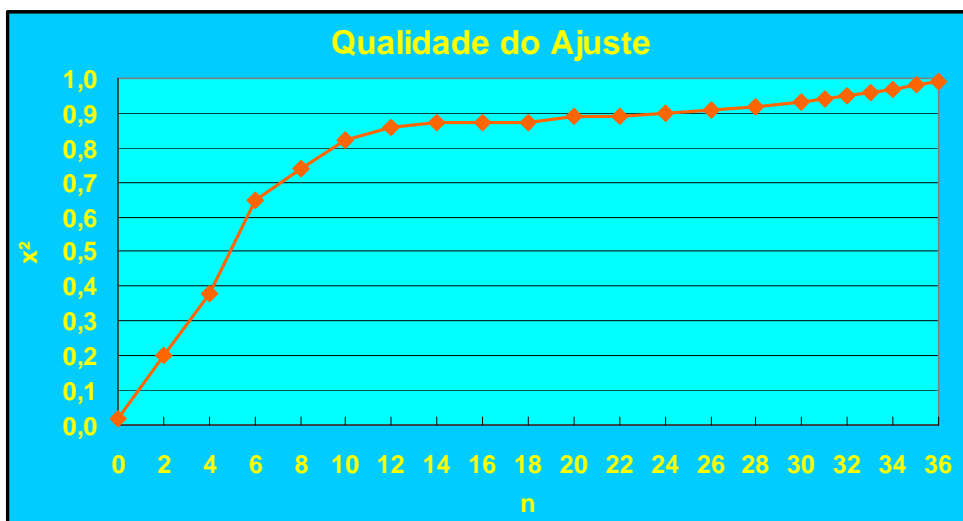


Figura (5.14) Relação entre a qualidade do ajuste e o grau do Polinômio de Legendre.

Pode-se perceber então que para  $n = 36$  teremos os valores do fluxo geotérmico calculados pelo método dos harmônicos esféricos com a melhor “qualidade” possível, ou seja,  $x^2$  é aproximadamente 1.

## **5.5. Elaboração dos Mapas Globais**

De posse dos coeficientes harmônicos é possível determinar o fluxo geotérmico em qualquer parte do globo terrestre. Para este fim foi desenvolvido, especialmente para este trabalho, um programa computacional em linguagem FORTRAN. A listagem deste programa se encontra no Anexo - 5. O referido programa permite o cálculo do fluxo geotérmico terrestre numa malha desejada para qualquer grau de Legendre.

### **5.5.1 Mapa Global correspondente de Expansão Harmônica de Grau 12**

Como primeiro passo na elaboração dos mapas globais, a superfície do globo terrestre foi novamente dividido em células de  $5^\circ \times 5^\circ$ . No centro de cada uma destas células foi calculado o valor do fluxo geotérmico utilizando os coeficientes de expansão harmônica. O mapa elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos do grau 12 (Tabela 5.3) é reproduzido na figura (5.15). O pacote computacional GMT (Wessel e Smith, 1998) foi utilizado para esta finalidade. Este mapa possui uma resolução de  $15^\circ$ , pois foi calculado para grau harmônico 12.

O mapa revela as características do campo térmico em escala global. A base mista de dados experimentais e valores estimados parecem ter contribuído para uma delimitação melhor das feições de fluxo térmico em escala global. É fácil notar que os núcleos continentais são caracterizados por fluxo térmico relativamente baixo, com valores menores que  $60\text{mW/m}^2$ . Como exemplos citam-se os continentes da África, América do Sul, América do Norte, Ásia e Antártida. Por outro lado, as regiões de cadeias meso-oceânicas são caracterizadas por valores de fluxo térmico relativamente elevado, com valores acima de  $70\text{mW/m}^2$ . A principal anomalia, com valores de fluxo geotérmico maior que  $80\text{mW/m}^2$ , se encontra na cadeia do Leste do Pacífico. As cadeias no sul do Oceano Índico e Leste do Pacífico e Mar do Japão também aparecem como áreas de fluxo geotérmico elevado (isso é:  $> 80\text{mW/m}^2$ ).

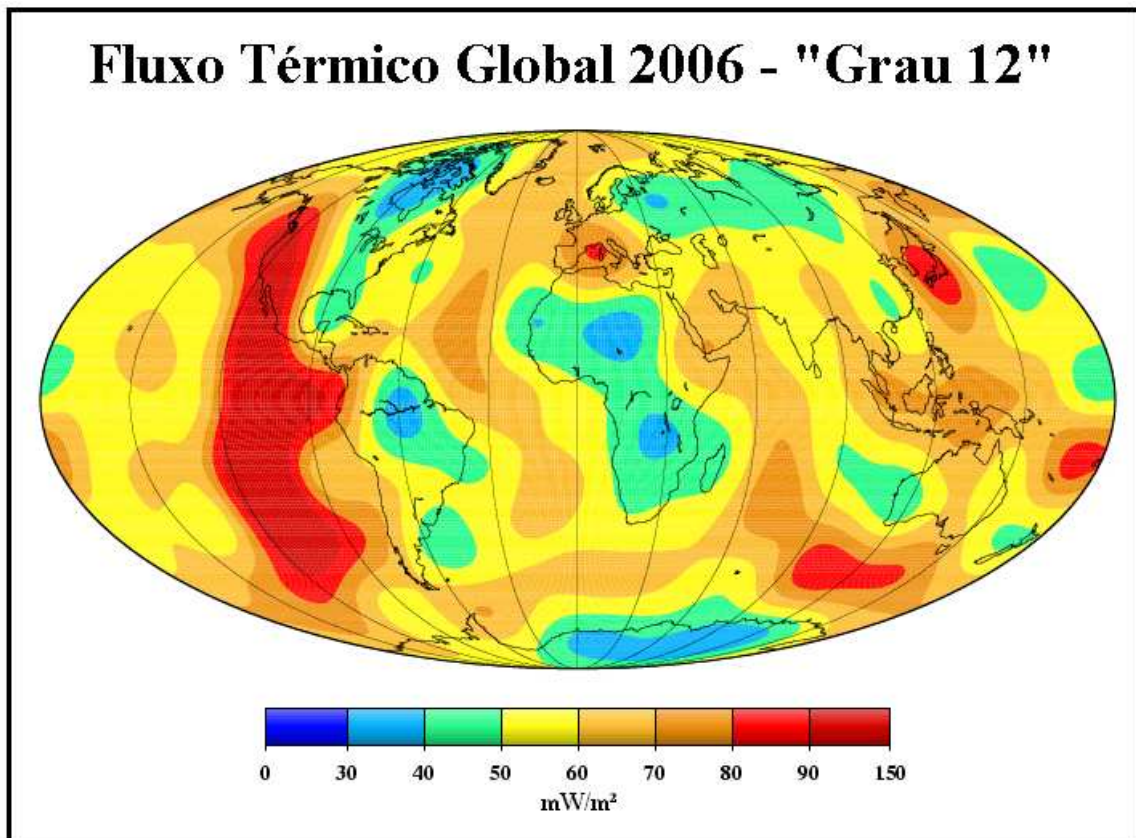


Figura (5.15) Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos de grau 12, calculados neste trabalho.

#### 5.5.2 Mapa Global correspondente de Expansão Harmônica de Grau 36

Os procedimentos adotados na elaboração de mapa global correspondente a expansão harmônica de grau 36 são semelhantes àqueles do item anterior. O mapa elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos do grau 36 (Anexo 3) é reproduzido na figura (5.16). Este mapa possui uma resolução de 5°, pois foi calculado para grau harmônico 36.

Percebe-se nitidamente a melhoria na resolução deste mapa global em comparação com o mapa anterior. As feições encontram-se realçadas e seus contornos mais bem definidos. Como no caso do mapa global anterior, os núcleos continentais são caracterizados por fluxo térmico relativamente baixo, mas os valores médios estão na faixa de 40 a 70mW/m<sup>2</sup>. As regiões das cadeias meso-oceânicas são caracterizadas por fluxo térmico relativamente elevado, com valores acima de 90mW/m<sup>2</sup>. A principal anomalia se encontra na cadeia do Leste de Pacífico. As cadeias de sul do Oceano Índico e Mar do Japão também aparecem como áreas de

fluxo geotérmico elevado. Identificam-se ainda, anomalias de pequeno porte nas regiões das ilhas da Indonésia, Mar Vermelho e Mediterrâneo.

Consta-se no Anexo – 6 os mapas referentes às representações harmônicas de grau 1 a 36.

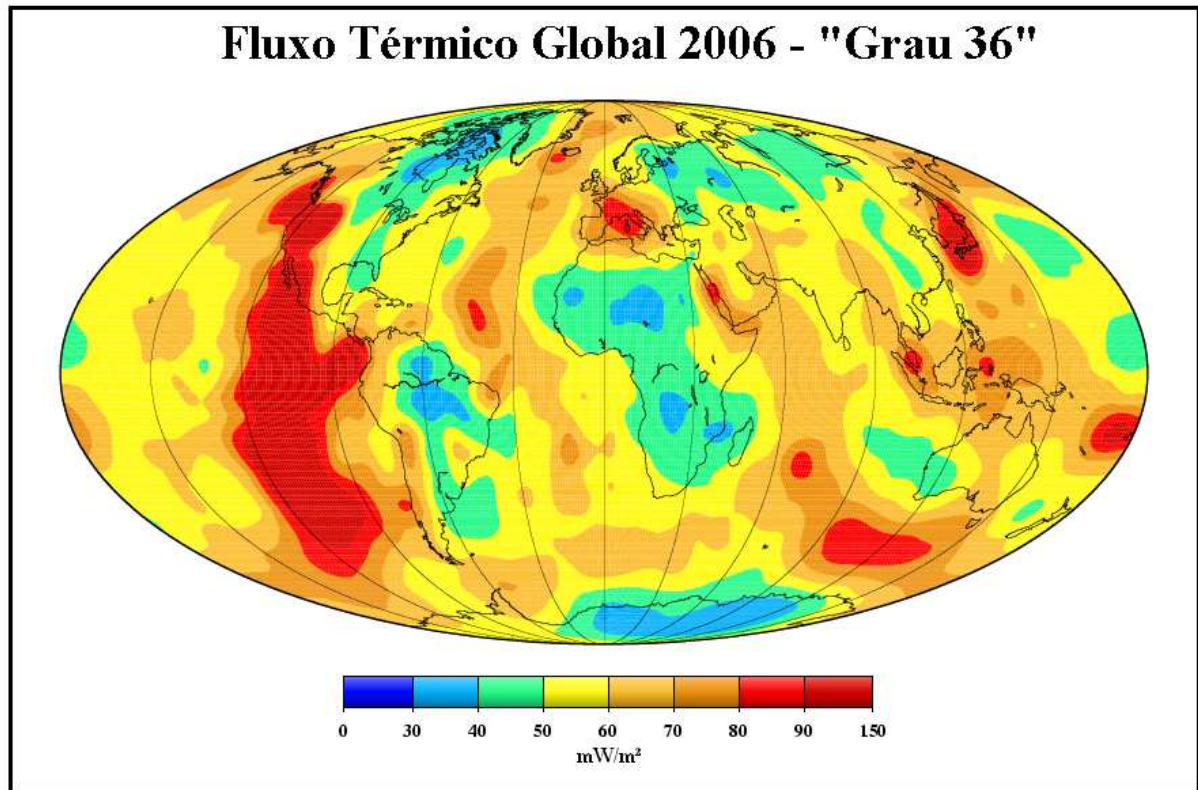


Figura (5.16) Mapa de Fluxo Geotérmico gerado a partir de coeficientes harmônicos calculados neste trabalho (Grau 36).



## DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Os resultados alcançados neste trabalho de dissertação apontam para um novo direcionamento nas questões relacionadas com a estrutura e a atualização do Banco de Dados Geotérmicos e na representação harmônica do fluxo térmico terrestre. A abordagem deste direcionamento leva em consideração os seguintes itens:

- 1- Análise comparativa das representações harmônicas;
- 2- Natureza da circulação hidrotermal nas cadeias meso-oceânicas;
- 3- Problemas inerentes no uso de valores sintéticos;
- 4- Análises comparativas de representações harmônicas e numéricas e
- 5- Implicações sobre o balanço térmico da Terra.

O enfoque deste capítulo está na discussão e análise dessas questões.

### 6.1 Análise Comparativa das Representações Harmônicas

Os coeficientes harmônicos calculados neste trabalho apresentam semelhanças com aquelas determinadas por Chapman e Pollack (1975), mas diferem significativamente dos calculados por Pollack et al (1993). Por exemplo, o valor médio global de fluxo geotérmico estimado neste trabalho é  $61 \pm 5 \text{ mW/m}^2$ , em razoável concordância com valor de  $59 \pm 5 \text{ mW/m}^2$  obtido por Chapman e Pollack (1975). No entanto, o valor médio global calculado por Pollack et al (1993) é de  $86 \pm 5 \text{ mW/m}^2$ , o que é significativamente superior.

Diferenças desta natureza também têm conseqüências na elaboração dos mapas globais. Análise comparativa dos mapas globais, com base nos conjuntos de coeficientes, é uma das formas de examinar a natureza das diferenças nas representações harmônicas. A fim de realçar melhor a diferença nos mapas globais, foram calculadas as diferenças nos valores de fluxo térmico entre as representações harmônicas. As diferenças em relação aos resultados de Chapman e Pollack (1975) apontam para valores na faixa de  $-40$  a  $+40 \text{ mW/m}^2$ . Por outro lado, o mapa global das diferenças em relação aos resultados de Pollack et al (1993), apresentado na figura (6.1), apontam para valores na faixa de  $-80$  a  $250 \text{ mW/m}^2$ .

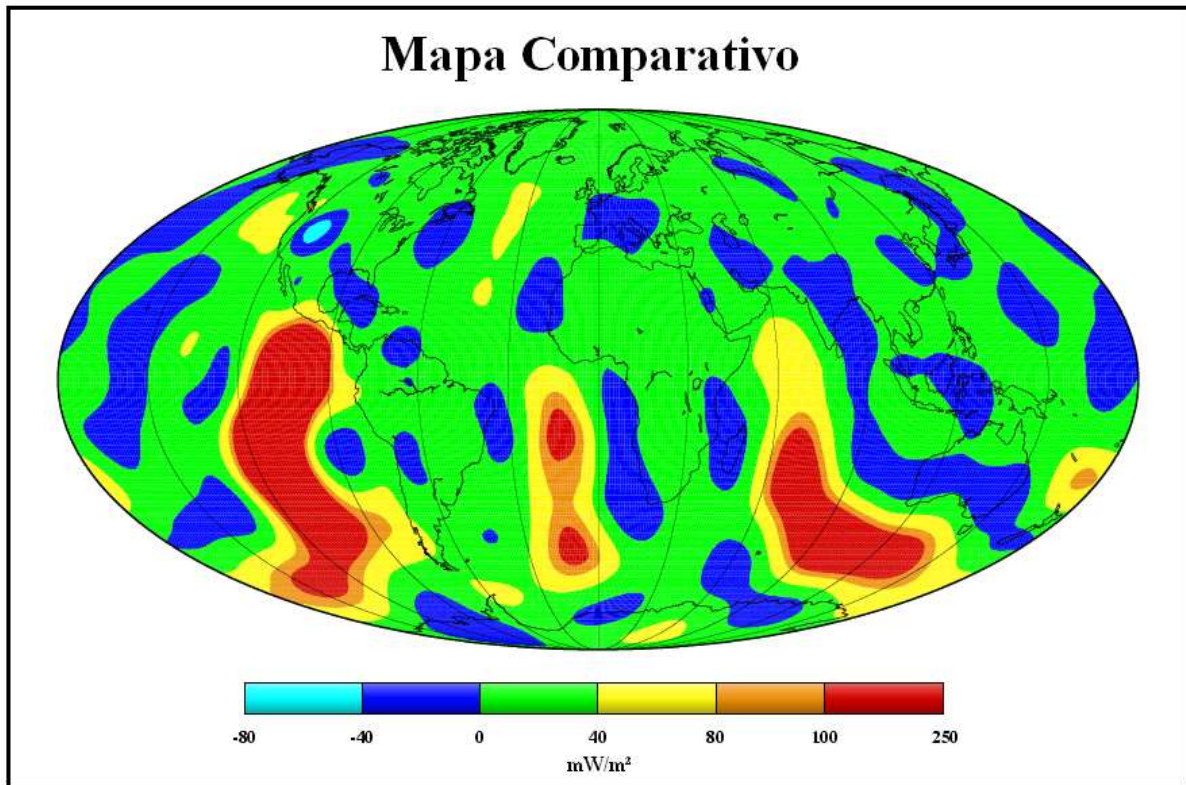


Figura (6.1) Mapa das diferenças de fluxo geotérmico calculado a partir dos coeficientes harmônicos obtidos por Pollack et al (1993) e pelos coeficientes calculados neste trabalho (Grau 36).

Nesta figura, as cores azuis indicam áreas onde os valores de fluxo térmico calculados neste trabalho são superiores aos calculados por Pollack et al (1993). Por outro lado, áreas em cores verde, amarela e vermelha indicam zonas onde o fluxo térmico calculado pelos coeficientes de Pollack et al (1993) é superior aos determinados neste trabalho. As diferenças alcançam valores superiores a  $100\text{mW/m}^2$  em três áreas oceânicas, a saber: a porção sul da cadeia do Leste do Pacífico; a cadeia do Atlântico-Sul e a cadeia do sudoeste do Oceano Índico.

Na literatura não foram encontradas evidências independentes (sísmicas, magnéticas, gravimétricas ou geodésicas) sobre a existência de condições geotérmicas anômalas nestas regiões. Portanto, é provável que essas anomalias do fluxo térmico sejam artefatos, oriundas de uso extensivo de valores sintéticos. Neste contexto, convém notar que as regiões onde ocorrem as maiores diferenças estão situadas nas áreas oceânicas.

## **6.2 Circulação Hidrotermal na Crosta das Cadeias Oceânicas**

Os levantamentos geológicos e geofísicos em áreas oceânicas, realizadas nas últimas décadas, identificaram ocorrências de atividades magmáticas e surgimento de fluidos hidrotermais nas zonas de cadeias oceânicas (Williams et al, 1974). Os dados geoquímicos indicam que os fluidos hidrotermais são descargas de sistemas de circulação, situadas nas zonas de fraturas. Resultados das medições de fluxo geotérmico indicam valores elevados (isso é, acima do valor médio global) nas áreas das cadeias. Contudo, também foram constatadas existências de valores baixos (isso é, abaixo do valor médio global) em locais relativamente próximos. A coexistência de valores altos e baixos em áreas cujas dimensões são inferiores às zonas de fraturas, é indicativa de atuação de um processo de redistribuição de calor nas áreas de cadeias oceânicas. O mecanismo mais provável é a circulação de água do mar através de sistemas de fraturas da crosta oceânica, o que gera zonas de recarga e descarga em locais que dependem das condições hidrogeológicas e do campo térmico. Este conjunto de observações foi interpretado por Parsons e Sclater [1977], Sclater et al [1980], Stein e Stein [1992] como sendo indicativo de transporte de calor por circulação hidrotermal na região de cadeias. De acordo com esta interpretação, os dados experimentais de fluxo geotérmico das áreas de cadeias oceânicas subestimam o fluxo geotérmico, pois representam apenas o componente condutivo de calor.

Contudo, há indícios de que a área afetada pela circulação hidrotermal se limita às zonas de fraturas das cadeias oceânicas. Em outras palavras, não há indícios que a circulação hidrotermal se estenda para toda crosta oceânica fora da região das cadeias. As principais evidências que dão sustentação para esta linha de raciocínio são as seguintes:

- 1- Não foram constatadas ocorrências de atividades magmáticas fora da zona central das cadeias.
- 2- As fraturas relacionadas com o processo de tectônica divergente e que não possuem cobertura sedimentar são presentes somente na região central das cadeias.
- 3- A grande parte das medições experimentais indica valores do fluxo térmico normal fora da região de cadeias, o que implica a ausência de processos de advecção.

- 4- A largura da faixa onde ocorre circulação hidrotermal é inferior a algumas centenas de quilômetros do eixo principal das cadeias (Williams et al, 1974). Essa característica indica que apenas fraturas próximas da cadeia central possuem permeabilidade suficiente para permitir circulação profunda da água do mar.
- 5- As taxas de sedimentação nas áreas oceânicas geram coberturas impermeáveis da crosta com idades maiores que alguns milhões de anos, impedindo desta forma recarga e descarga direta de fluidos presentes nas fraturas.
- 6- O pacote sedimentar no topo da crosta atua como uma camada confinante onde a transferência de calor é totalmente por condução.
- 7- As ocorrências de reações químicas propiciam precipitação de minerais hidrotermais em fraturas contribuindo desta forma para redução da permeabilidade das fraturas.

Apesar dessas evidências contra a circulação hidrotermal em escala regional, Pollack et al (1993) utilizaram a hipótese de convecção térmica na crosta oceânica como justificativa para o uso de valores sintéticos de fluxo geotérmico em áreas que se estendem além das regiões das cadeias oceânicas.

Os resultados obtidos por Pollack et al (1993) com a utilização de dados sintéticos foram objetos de controvérsias levantadas por Ponte Neto e Hamza (2004), Cardoso et al (2005), Hamza et al (2006) e Hofmeister et al (2005). Segundo Hofmeister e Criss (2004), as diferenças existentes entre os valores calculados pelo modelo de esfriamento de placas e obtidos diretamente por medidas experimentais de fluxo térmico não são devidos às circulações hidrotermais. A justificativa é de que as fontes magmáticas proporcionam pouca energia e o número de Rayleigh é muito pequeno para produzir uma convecção intensa em escala oceânica.

### **6.3 Problemas Inerentes no Uso de Valores Sintéticos**

Vimos nos capítulos anteriores que a expansão harmônica de grau 12 não possui resolução adequada para representação de anomalias de fluxo geotérmico das cadeias oceânicas. No trabalho de Pollack et al (1993) este problema se encontra superado através de uso de valores sintéticos elevados de fluxo geotérmico para a região das cadeias. Contudo, estes autores ignoraram o fato que a prática de inserir

valores teóricos elevados de fluxo geotérmico para a região de cadeias afeta também a representação harmônica de baixo grau nas demais regiões. Em outras palavras, valores sintéticos elevados na região de cadeias oceânicas afetam a representação harmônica do fluxo térmico em áreas onde não há circulação hidrotermal, como por exemplo, nas áreas de bacias oceânicas e nas áreas cratônicas continentais. Este problema poderá ser minimizado somente em representações harmônicas de grau compatível com as dimensões das células.

A natureza do problema acima descrito poderá ser ilustrada considerando a distribuição de dados de fluxo geotérmico na área do oceano Atlântico (Cardoso e Hamza, 2006). De acordo com o Banco de dados IHFC, medições geotérmicas foram efetuadas em 1241 locais, distribuídos em 14 regiões. Valores médios de fluxo geotérmico dessas regiões, apresentados na Tabela (6.1), estão na faixa de 40 a 165mW/m<sup>2</sup>. Valores maiores que 80mW/m<sup>2</sup> foram encontrados somente nas áreas de cadeias. Fora das cadeias os valores encontrados são inferiores a 70 mW/m<sup>2</sup>. Essa característica também é evidente em mapas de representação numérica do fluxo geotérmico (Cardoso e Hamza, 2006).

Tabela (6.1) Valores médios de fluxo geotérmico nas principais zonas do oceano Atlântico.

Região	N	Fluxo Geotérmico (mW/m <sup>2</sup> )	
		Média	σ
Caribe Central	19	62,4	36,4
I M V	19	52,7	17,5
Atlântico Central	198	66,7	35,9
Caribe	24	144,2	63,1
Atlântico Caribenho	40	85,1	49,9
Golfo de México	72	50,5	14,1
Islândia	27	165,3	65,9
Leste do Canadá	16	40,3	11,0
Meso-Atlântico	251	62,8	29,0
Atlântico Norte	234	101,4	73,6
Área de Reykjanes	52	76,9	28,7
Atlântico Sul	15	78,6	58,7
Oeste da África	261	65,7	26,6
Oeste do Atlântico	13	66,3	16,7
<b>Total</b>	<b>1241</b>	<b>75,5</b>	<b>37,6</b>

A fim de demonstrar a natureza dos problemas com a utilização de dados sintéticos, foi elaborado um mapa de fluxo geotérmico da área do oceano Atlântico, com base nos coeficientes calculados por Pollack et al (1993). O mapa resultante, apresentado na figura (6.2), indica que quase toda região do Atlântico é caracterizada por anomalias de fluxo geotérmico com valores acima de  $80\text{mW/m}^2$ . De acordo com este mapa os valores de fluxo geotérmico menor que  $70\text{mW/m}^2$  podem ser encontrados apenas ao longo das faixas estreitas, junto às margens continentais. Obviamente essa característica é incompatível com dados experimentais da Tabela (6.1).

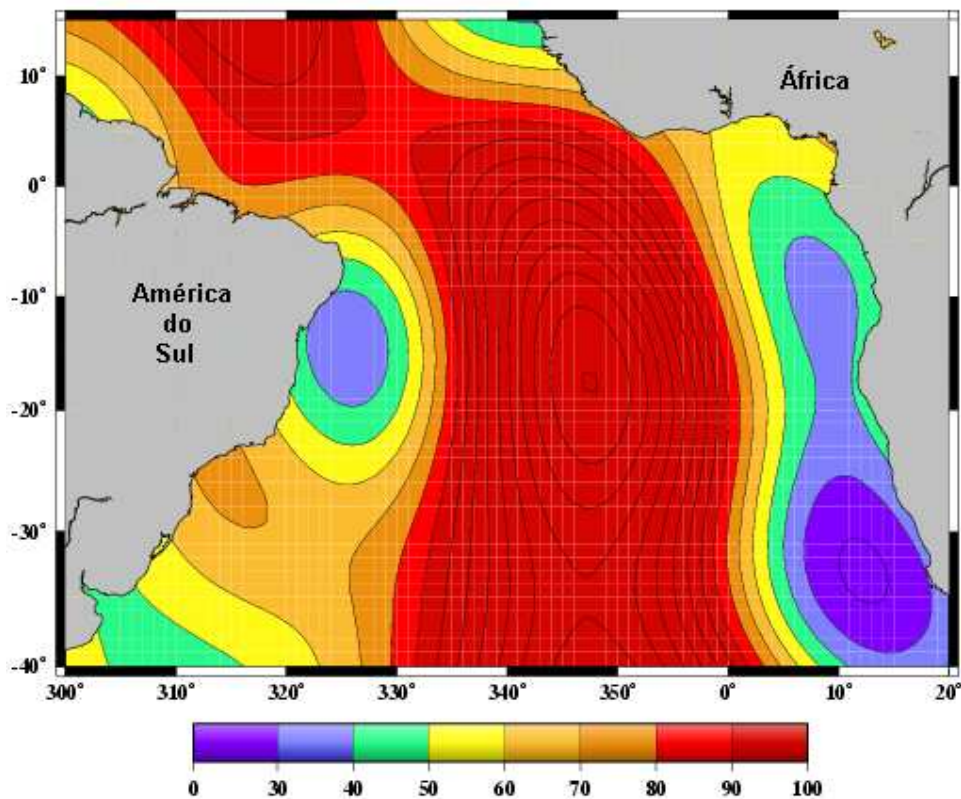


Figura (6.2) Mapa de fluxo geotérmico da região do oceano Atlântico, elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos de Pollack et al (1993).

A análise do mapa da figura (6.2) indica dois problemas: uso de valores sintéticos e emprego de baixo grau de expansão harmônica. O mapa elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos de expansão de grau 36 é apresentado na figura (6.3). O mapa revela que valores elevados de fluxo geotérmico ( $> 70\text{mW/m}^2$ ) ocorrem somente nas regiões de cadeias do meso-atlântico. As regiões de bacias sedimentares distantes de cadeias são caracterizadas por valores de fluxo geotérmicos menores que  $60\text{mW/m}^2$ .

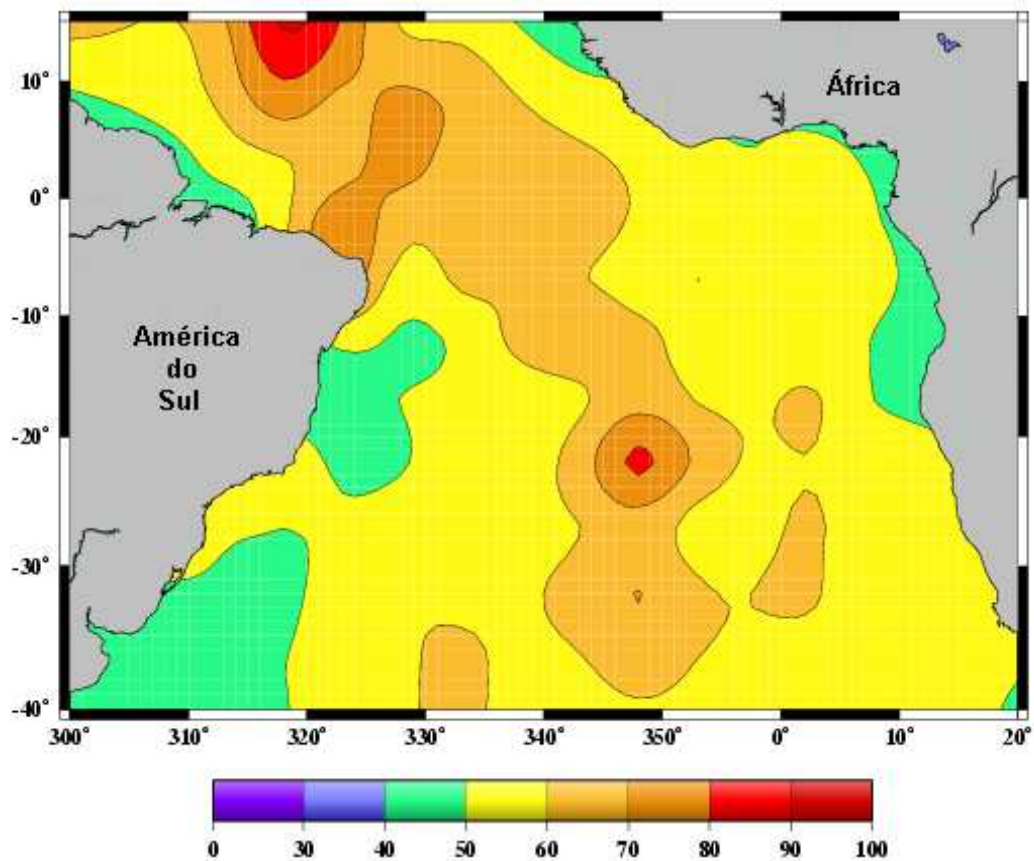


Figura (6.3) Mapa de fluxo geotérmico da região do oceano Atlântico, elaborado com base no conjunto de coeficientes harmônicos deste trabalho, correspondente à expansão harmônica de grau 36.

#### 6.4 Comparações com as Representações Numéricas

Um estudo comparativo das representações do fluxo térmico condutivo, pelo método dos harmônicos esféricos (coeficientes de Legendre publicado em 1975 (SHC75), 1993 (SHC93) e neste trabalho (SHC06)) e pelos métodos numéricos, foi realizado no continente americano e na Austrália. A razão para a escolha dessas áreas continentais é que os campos térmicos nestas regiões (diferentemente das áreas de dorsais oceânicas) são relativamente livres de perturbações hidrológicas que surgem na circulação profunda de fluidos na crosta. As representações numéricas são caracterizadas por ter relativo êxito na identificação das anomalias de fluxo térmico regionais na Austrália central e no segmento do sudoeste do cinto andino na América do Sul.



### 6.4.1 Austrália

Considere inicialmente a representação numérica do fluxo geotérmico para a Austrália, figura (6.4). Os pontos em preto representam as localizações dos dados experimentais de fluxo geotérmico neste continente.

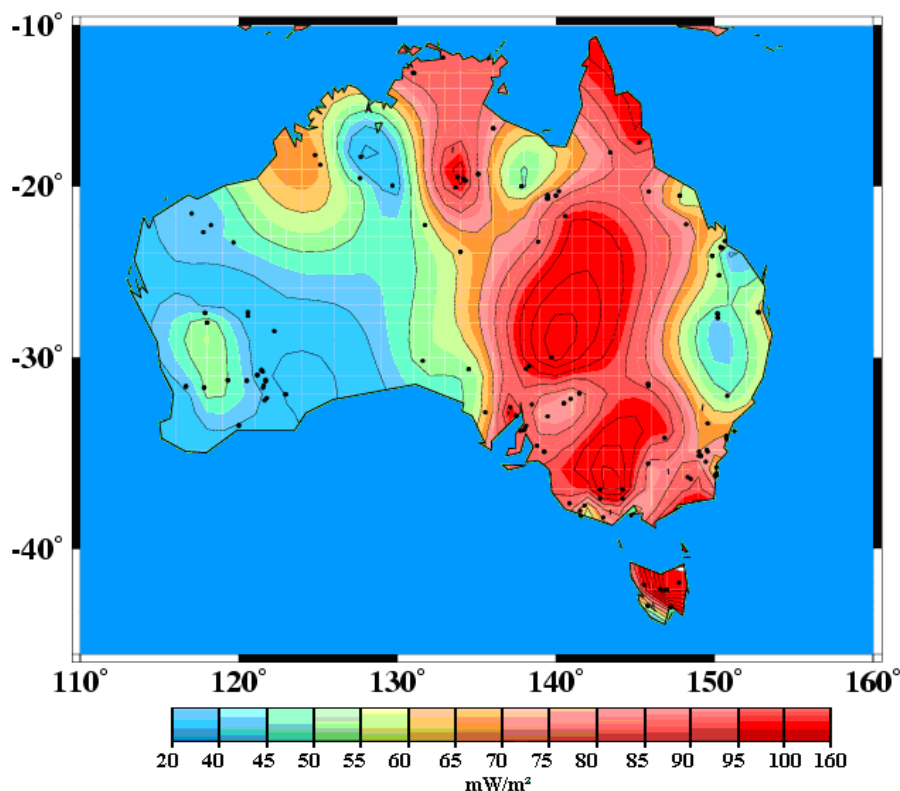


Figura (6.4) Mapa de fluxo térmico regional do continente australiano baseado em dados experimentais.

As linhas de contorno indicam que os valores de fluxo térmico estão compreendidos em um intervalo que varia de 25 a 125 mW/m<sup>2</sup>. Pode-se perceber que a região de maior fluxo térmico está localizada na parte central da Austrália, contrastando com as partes orientais e ocidentais que possuem valores de fluxo geotérmico considerado normal.

Seja agora a representação harmônica da Austrália conforme apresentado na figura (6.5). Este mapa foi produzido calculando-se o fluxo geotérmico a partir dos coeficientes harmônicos obtidos neste trabalho. A região escolhida se estende de 110 a 160 graus de longitude oeste, e entre -45 e -10 graus de latitude sul, e foi dividida em células de 5° x 5°. As coordenadas localizadas no centro de cada célula foram utilizadas como coordenadas para o cálculo do fluxo geotérmico.



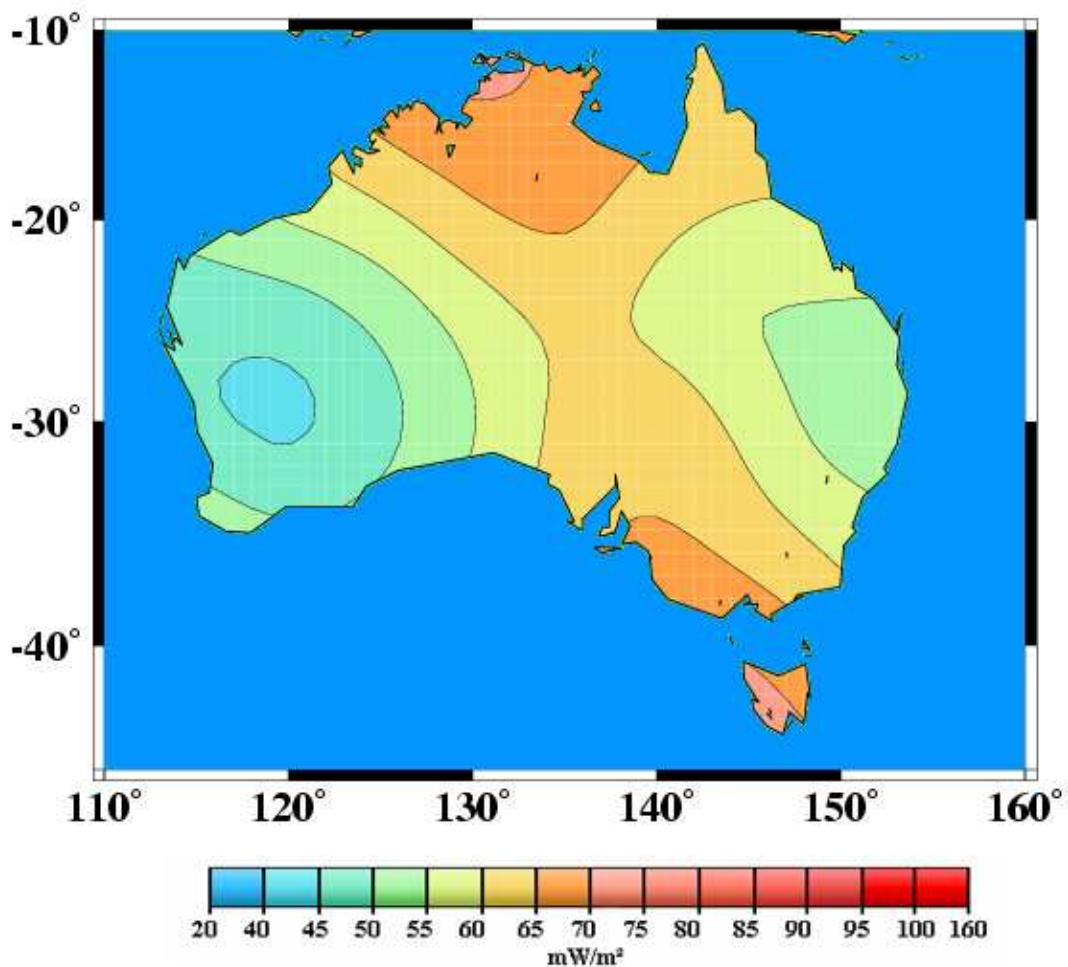


Figura (6.5) Representação harmônica do fluxo geotérmico para a Austrália baseada nos coeficientes calculados neste trabalho (SHC06).

Pode-se perceber que o padrão apresentado por esta figura é semelhante àquele obtido para a representação numérica para a Austrália, estando, portanto de acordo com as características termo-tectônicas conhecidas deste país (Refugo, 1982). Este mapa é semelhante ao obtido com os coeficientes calculados por Chapman e Pollack (1975), figura (6.6), porém, em algumas áreas, é possível perceber que o nível de detalhamento é maior. Como exemplo, na Tasmânia têm-se agora duas faixas de valores de fluxo geotérmico.

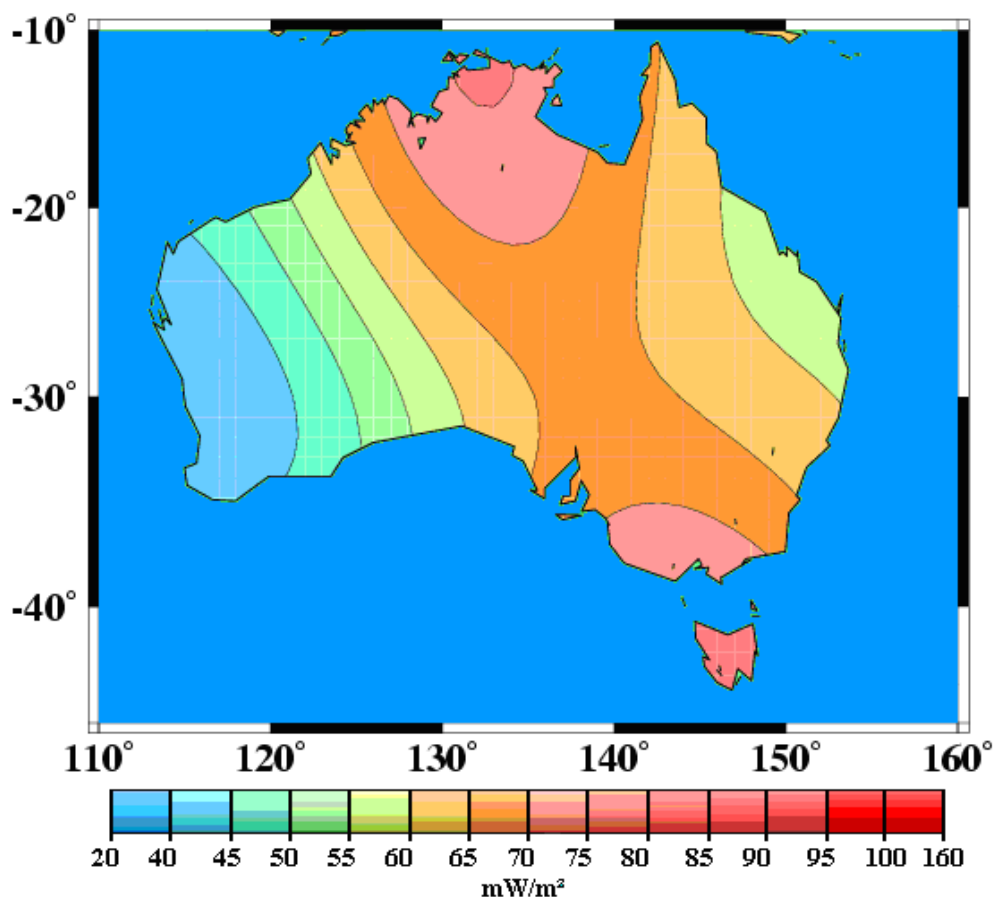


Figura (6.6) Representação harmônica do fluxo geotérmico para a Austrália baseada nos coeficientes SHC75.

#### 6.4.2 América do Sul

No caso de América do Sul, o mapa apresentado na figura (6.7) revela que o fluxo geotérmico é relativamente normal (na gama de 30 a 80 mW/m<sup>2</sup>) na maioria das partes do continente sul-americano. Ocorrências de valores altos de fluxo térmico (>100 mW/m<sup>2</sup>) são principalmente restringidos à parte sul da região andina (no Chile e Argentina) e na região do Planalto (principalmente na Bolívia). Anomalias Isoladas também acontecem na parte central da Colômbia, norte da Venezuela e na região central do Brasil.

Com a inclusão dos dados do Observatório Nacional espera-se que a representação por harmônicos esféricos possua uma maior concordância com os mapas gerados a partir dos dados experimentais, tal qual o obtido por Hamza e Muñoz (1996).

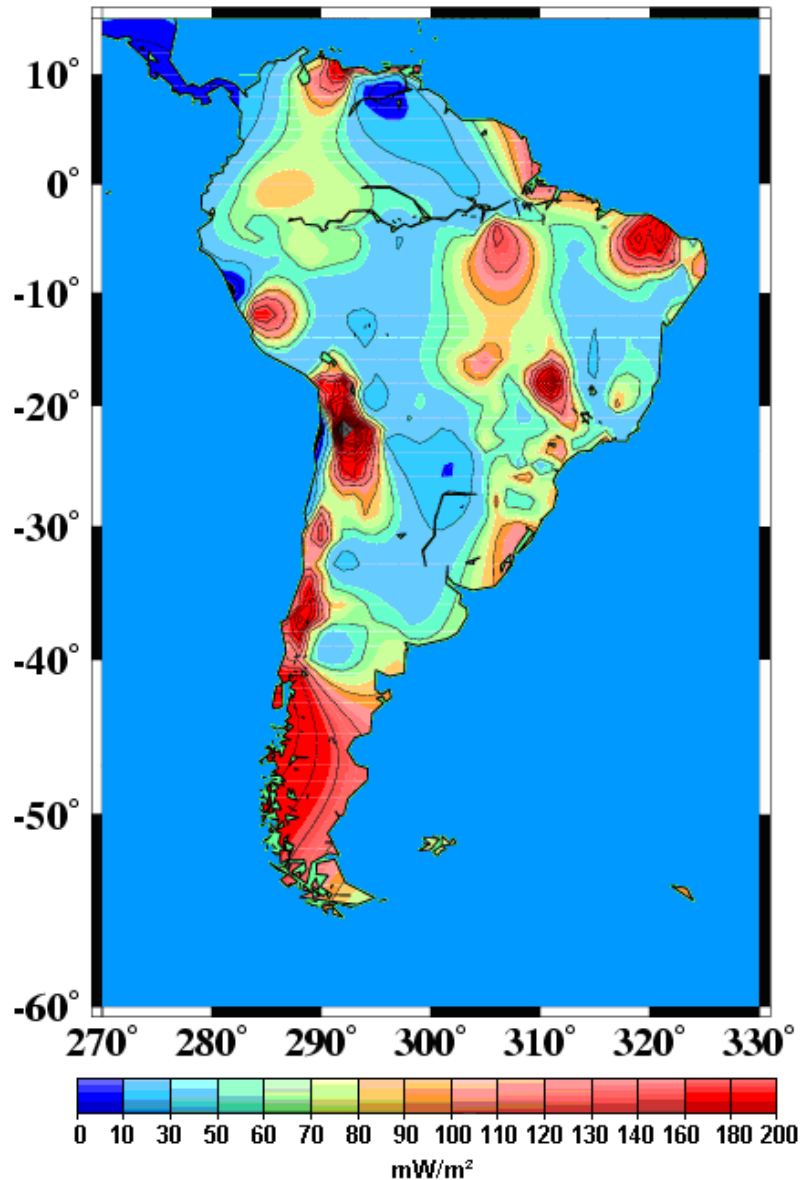


Figura (6.7) Mapa de fluxo térmico regional do continente sul-americano baseado em dados experimentais.

Observando as figuras (6.8) e (6.9), pode-se perceber que os conjuntos de coeficientes harmônicos calculados por Chapman e Pollack (1975) e Pollack et al (1993) não são capazes reproduzir os padrões de fluxo geotérmico apresentados pela representação numérica no continente sul-americano. Isto se deve, em grande parte, à falta de dados de fluxo geotérmico existentes para este continente na época destes estudos.

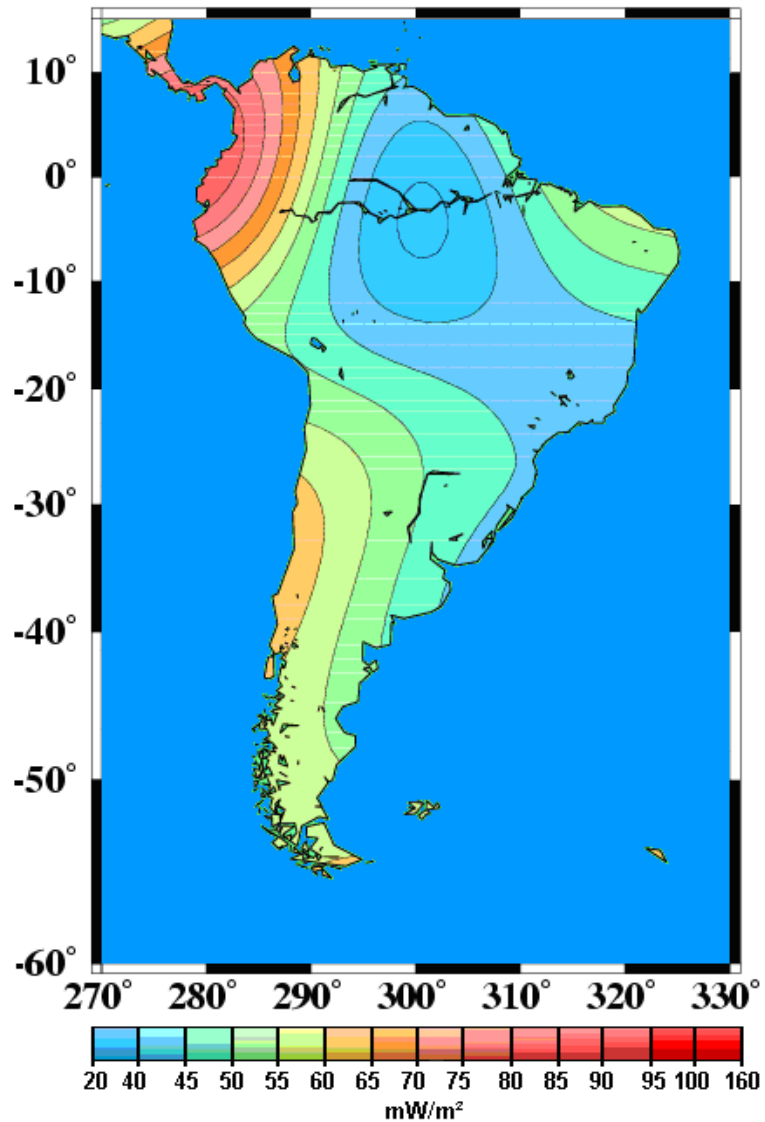


Figura (6.8) Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes SHC75.

O mapa acima revela zonas de alto fluxo de calor ao longo da região andina e uma zona com fluxo geotérmico normal nas partes orientais. Pode-se perceber também que não apresenta as mesmas feições apresentadas na figura (6.7), pois, além da baixa resolução utilizada (15 graus como já mencionado), o banco de dados utilizado por Chapman e Pollack (1975) possuía menos do que 30 dados para este continente.

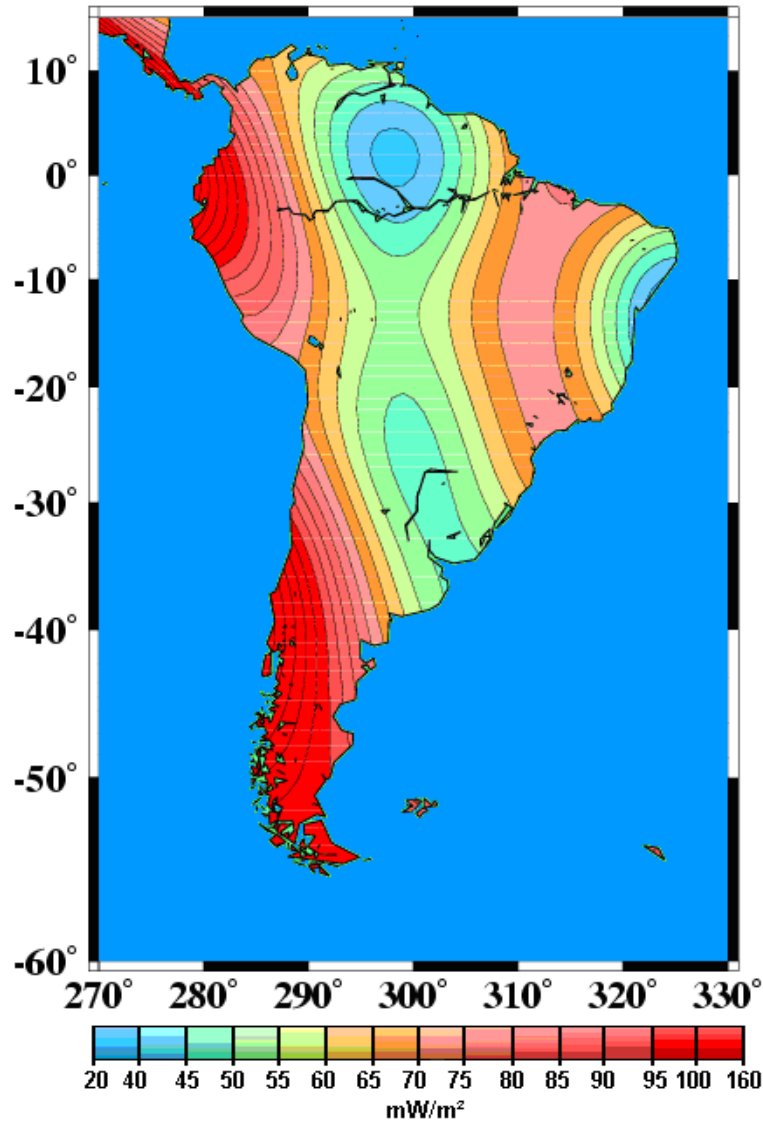


Figura (6.9) Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes SHC93.

O mapa apresentado na figura (6.9) mostra fluxo geotérmico do continente sul-americano baseado nos valores dos coeficientes SHC93. Este revela áreas de fluxo de calor relativamente alto ( $>80 \text{ mW/m}^2$ ) nas partes sul do Chile e da Argentina e ao longo da área do litoral norte do Peru. Nas partes orientais há uma faixa na direção norte-sul com valores de fluxo térmico que varia de normal a moderadamente alto ( $70 \text{ a } 100 \text{ mW/m}^2$ ). Nas partes restantes os valores de fluxo de calor estão na faixa de  $20 \text{ a } 70 \text{ mW/m}^2$ . A anomalia de fluxo de calor positiva ao longo da costa ocidental de Peru é incompatível com os dados de fluxo geotérmico observacionais.

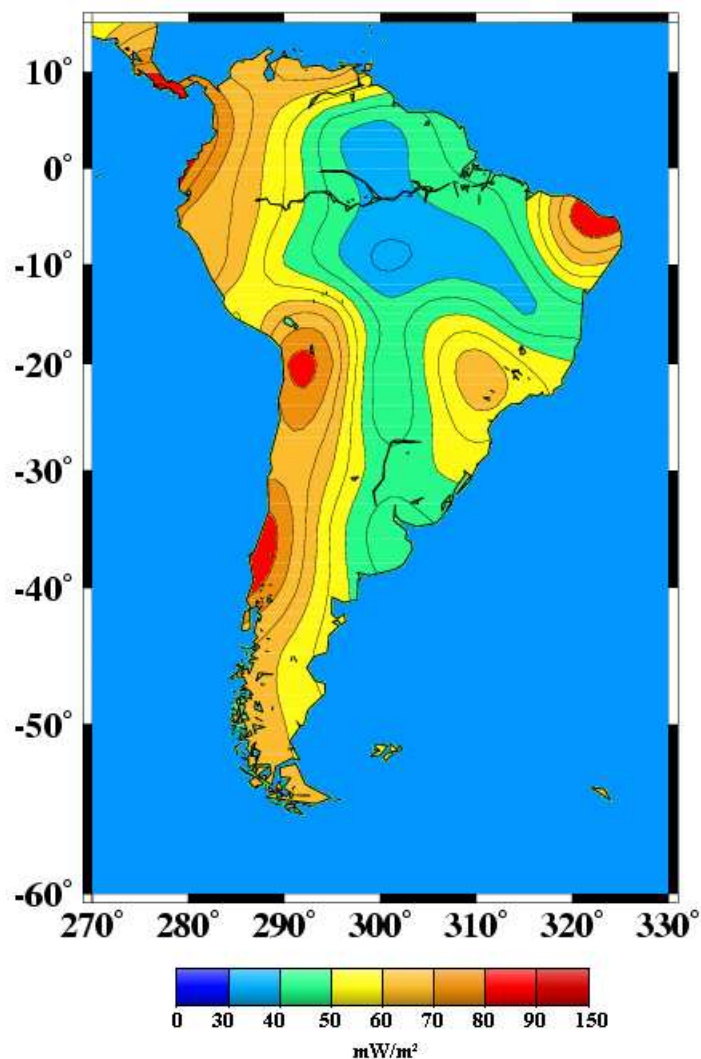


Figura (6.10) Representação harmônica do fluxo geotérmico para o continente sul-americano baseada nos coeficientes obtidos neste trabalho.

Pode-se perceber que o mapa apresentado na figura (6.10), tal qual o apresentado na figura (6.7), revela um fluxo relativamente normal (numa faixa de 30 a 80 mW/m<sup>2</sup>) na maioria das regiões da América do Sul. Ocorrências de valores superiores a 100mW/m<sup>2</sup> estão restringidos à partes sul da região andina (no Chile e Argentina) e na região do Planalto da Bolívia. Também pode ser verificado valor desta magnitude na região nordeste do Brasil. Desta forma, a análise do mapa geotérmico calculado a partir do conjunto de coeficientes obtidos neste trabalho, para o continente Sul-Americano, mostra que, agora, os padrões do mapa de fluxo geotérmico gerado pela representação harmônica são semelhantes aos padrões apresentados no mapa da figura (6.7), que foi obtido utilizando dados experimentais de fluxo geotérmico.

## 6.5 Implicações para perda total de calor Terrestre

Os resultados obtidos por Pollack et al (1993) levam a um valor de 44 TW de potência dissipada pelo planeta Terra contra um valor compreendido na faixa de 30-32 TW para cálculos que levaram em conta valores de fluxo geotérmico obtidos no banco de dados.

A utilização de uma expansão harmônica de grau 36, com 1406 coeficientes, permitiu uma resolução espacial de 5°, aproximadamente 530 km nas áreas de baixas latitudes, contra uma resolução espacial máxima de 15° (1600 km) obtida nos trabalhos de Chapman e Pollack (1975) e Pollack et al (1993). A maior parte do globo terrestre possui valores de fluxo geotérmico próximos da média global (59 mW/m<sup>2</sup>), no mapa da figura (5.16) isto é mostrado pela predominância da cor amarela. As maiores intensidades (>90mW/m<sup>2</sup>) podem ser vistas principalmente nas cadeias do pacífico leste, Juan de Fuca. Algumas anomalias térmicas (> 80 mW/m<sup>2</sup>) podem ser verificadas no Japão, Europa central, Mar Vermelho e Filipinas.

## 6.6 Conclusões Finais

Pode-se concluir então, que as diferenças entre os valores de fluxo térmico observado e aqueles calculados a partir dos coeficientes harmônicos SHC75 e SHC93 para áreas continentais da Austrália e da América do Sul não é um artefato de interpolação. Elas se devem à falta de dados, principalmente para a América do Sul, e ao grau do polinômio de Legendre utilizado nestas representações.

Em particular as diferenças nas gamas de fluxo térmico apontam para a existência de um erro sistemático na representação harmônica esférica de 1993. As tendências regionais perceptíveis nas representações numéricas baseadas no banco de dados atualizado para a América do Sul, revelam que os dados empíricos utilizados por Pollack et al (1993) possuem validade limitada. Em contrapartida, os resultados encontrados neste trabalho mostram que o campo geotérmico fica bem caracterizado utilizando-se apenas dados experimentais, acrescidos de empíricos nas regiões onde não existam dados, mais sem a utilização de dados sintéticos tal qual feito por Pollack et al (1993).

Um segundo fator importante é que para representações globais com células de 5°x5° distribuídas por todo o globo, é necessário utilizar grau 36 no Polinômio de Legendre.

## BIBLIOGRAFIA

- Adam, N.V., Benkova, N.P., Khramov, A.N. and Cherevko, T.N., 1975, **Spherical harmonic analysis of the geomagnetic field.** *Stud. Geophys. Geod.*, 19, 141-149.
- Birch, F., 1954, **The present state of geothermal investigations,** *Geophysics*, 19, 645 – 659.
- Cardoso, R. R., Ponte Neto, C.F. and Hamza, V.M., **A Reappraisal of Global Heat Flow Data,** Proceedings, I International Congress of the Brazilian Geophysical Society, 2005. v. 1. p. 1-6.
- Cardoso, R. R., Hamza, V.M., **A comparative analysis of numerical and harmonic representations of conductive heat flow in the South American and Australian continents,** In: Regional Assembly of the International Association of Seismology and Physics of the Earths Interior, IASPEI , Santiago, 2005. v.1. p. 1-2.
- Cardoso, R. R., Hamza, V.M., **Crustal Heat Flow Variations of in the Equatorial Atlantic: Implications for geothermal structure of NE Brazil, (Extended Abstract),** Proceedings, Regional Symposium of the Brazilian Geophysical Society, Natal (RN), v. 1. p. 1-6.
- Chapman, D.S. and Pollack, H. N., 1975, **Global heat flow: A new look.** *Earth Planet. Sci. Lett.*,28(1975), 23-32.
- Chapman, D.S. and Pollack, H. N., **Global heat flow: Spherical harmonics representation (abstract).** *Eos Trans. AGU*, 61, 383, 1980.
- Chapman, D.S. and L. Rybach, **Heat flow anomalies and their interpretation,** *J. Geodyn.*, 4, 3-37, 1985.



- Christopher Jekeli, 1996, **Spherical harmonic analysis, aliasing, and filtering**, *Journal of Geodesy* (1996) 70: 214-223.
- Cull, J.P., 1982, **An appraisal of Australian heat flow data**. *BMR Journal Australian Geology and Geophysics*, 7, 11-21.
- De Santis, A. and Torta, J. M., 1997, **Spherical cap harmonic analysis: a comment on its proper use for local gravity field representation**, *Journal of Geodesy* (1997) 71: 526-532.
- Hamza, V.M. and Verma, R.K., 1969, **Relationship of heat flow with the age of basement rocks**, *Bull. Volcan.* **33**, 123-152.
- Hamza, V.M., Cardoso, R.R. and Ponte Neto, C.F., 2006, **Global Heat flow: Fantasy and Facts** (Abstract), Sixth International Meeting Heat Flow and the Structure of the Lithosphere, Bykov (Czech Republic), p. 47.
- Hamza, V.M. and Muñoz, M., 1996, **Heat flow map of South America**, *Geothermics*, 25(6), 599-646.
- Hamza, V.M., Soares, F.J.S. and Gomes, A.J.L. and Terceros, Z.D., 2005, **Numerical and Functional representations of Regional heat flow in South America**, *Tectonophysics*, v. 152, n. 4, p. 223-256
- Hofmeister, A.M and Criss, R.E. Mantle convection and heat flow in the triaxial Earth. In: *Melting anomalies: Their Nature and Origin*, edited by G. R. Foulger, J.H. Natland, D.C. Presnall, and D.L. Anderson (Geological Society of America) in Press.

- Hofmeister, A.M and Criss, R.E. Re: Reply to "**Comments on Earth's heat flux revised and linked to chemistry**" by R. Von Herzen, E.E. Davis, A. Fisher, C.A. Stein and H.N. Pollack. *Tectonophysics* in press.
- Horai, K. and Simmons, G., 1969, **Spherical harmonic analysis of terrestrial heat flow**, *Earth Planet. Sci. Lett.* 6, 386-394.
- Jessop, A.M., M.A. Hobart and J.G. Sclater, 1976, **The world heat flow data collection – 1975**, *Geoth. Ser.*, vol. 20, Earth Physics Branch, Ener., Mines and Resources, Ottawa, Canada.
- Langel, R. A. and Estes, R. H. 1982, **A geomagnetic field spectrum**, *Geophysical Research Letters*, Vol. 9, N<sup>o</sup>4, pages 250-253, April 1982.
- Lee, W. H. K. and McDonald, G. J. F., 1963, **The Global variation of terrestrial heat flow**, *J. Geophys. Res.* 68, 6481-6492.
- Lee, W.H.K., 1963, **Heat flow data analysis**, *Rev. Geophysics.*, 1, 449-479.
- Lee, W.H.K. and Uyeda, S., 1965, **Review of heat flow data, in *Terrestrial Heat Flow***, *Geophys. Monogr. Ser.*, vol. 8, edited by W.H.K. Lee, pp. 87-100, AGU, Washington, D.C.
- Nico Sneeuw, Richard Bun, 1996, **Global spherical harmonic computation by two-dimensional Fourier methods**, *Journal of Geodesy* (1996) 70: 224-232.
- Parsons, B., and J. G. Sclater, **An analysis of the variation of ocean floor bathymetry and heat flow with age**, *J. Geophysics. Res.*, 82, 803-827, 1977.

- Pollack, H.N., Hurter, S.J. and Johnson, J.R., 1993, **Heat flow from the Earth's interior: Analysis of the global data set**, *Reviews of Geophysics*, 31, 3, 267 – 280.
- Polyak, B.G. and Smirnov, Y.A., 1968, **Relationship between terrestrial heat flow and tectonics of continents.**, *Geotectonics* (Eng. Transl.) 4, 205-213.
- Ponte Neto, C.F. and Hamza, V.M., 2004, **Estimation of errors in spherical harmonic representation of global heat flow**, Proceedings, Regional Symposium of the Brazilian Geophysical Society, São Paulo, 56-60.
- Sclater, J. G., C. Jaupart, and D. Galson, **The heat flow through oceanic and continental crust and the heat loss of the Earth**, *Rev. Geophys.*, 18, 269-311,1980.
- Stein, C., and S. Stein, **A model for the global variation in oceanic depth and heat flow with lithospheric age**, *Nature*, 359, 123-129, 1992.
- Tscherning, C. C., 2001, **Computation of spherical harmonic coefficients and their error estimates using least-square collocation**, *Journal of Geodesy* (2001) 75: 12-18.
- Vasseur, G. and Nouri, Y., 1980, **Trend of heat flow in France: Relation with Deep Structure**. *Tectonophysics*, 65, 209-223.
- Wessel, P. and Smith, W. H. F., 1998, **New improved version of Generic Mapping Tools released**, *EOS Trans. Amer. Geophys. U.*, vol. 79 (47), pp. 579.

## ERROS EXISTENTES NO BANCO DE DADOS MUNDIAL

### 1.1 Introdução

No capítulo 2 foi apresentado um resumo dos principais erros encontrados no banco de dados mundial (NGDC). A tarefa de localizar esses erros foi dividida em quatro etapas, a saber: agrupamento geográfico (por continente) dos países que possuem registros de dados no NGDC; foram gerados mapas de todos os continentes com a localização destes dados; posteriormente foi gerado um mapa para cada país; após esta última etapa, se fosse verificado que algum dado não pertencesse ao país indicado no NGDC ou que estivesse fora das margens continentais, iniciava-se o processo de separação do dado.

Abaixo estão mostrados todos os países com problemas em seu banco de dados, os dados considerados corretos foram localizados com um quadrado e os considerados incorretos com um triângulo. A cor apresentada por estas figuras indica a faixa de intensidade de fluxo térmico a qual este dado pertence.

### 1.2 África

No continente africano apenas 19 países possuem dados de fluxo geotérmico distribuídos de maneira não uniforme. Na figura **AN1.1** pode-se perceber que a maior distribuição destes dados se encontra no sul do continente e em alguns países localizados na costa oriental. É possível perceber também que ao norte deste continente apenas Marrocos e Egito possuem dados de fluxo geotérmico. Também a noroeste se verifica a existência de dados, porém, estes estão muito espaçados.

Neste continente, os erros mais frequentes foram os de localização, ou seja, alguns dados assinalados como pertencendo a um determinado país está localizado em outro. Outro tipo de erro encontrado é o de classificação do dado como sendo em uma área continental, mas aparecendo em um mar ou oceano.

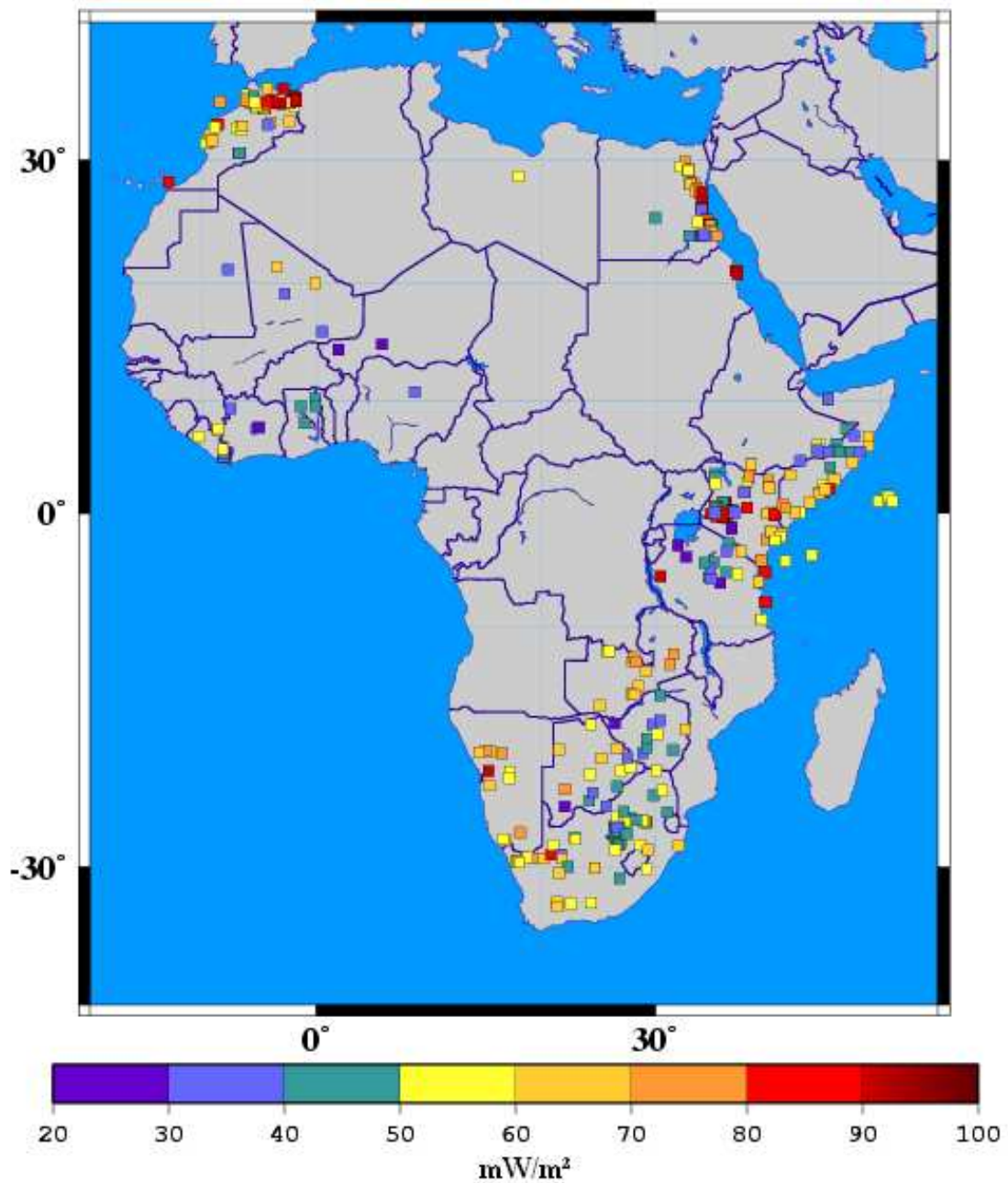


Figura (AN 1.1) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Continente Africano.

Os países onde foram encontrados erros e divergências de classificação, no continente africano, estão listados abaixo com seus respectivos mapas, onde aparece a localização de todos os dados referentes ao país.

### 1.2.1 Egito

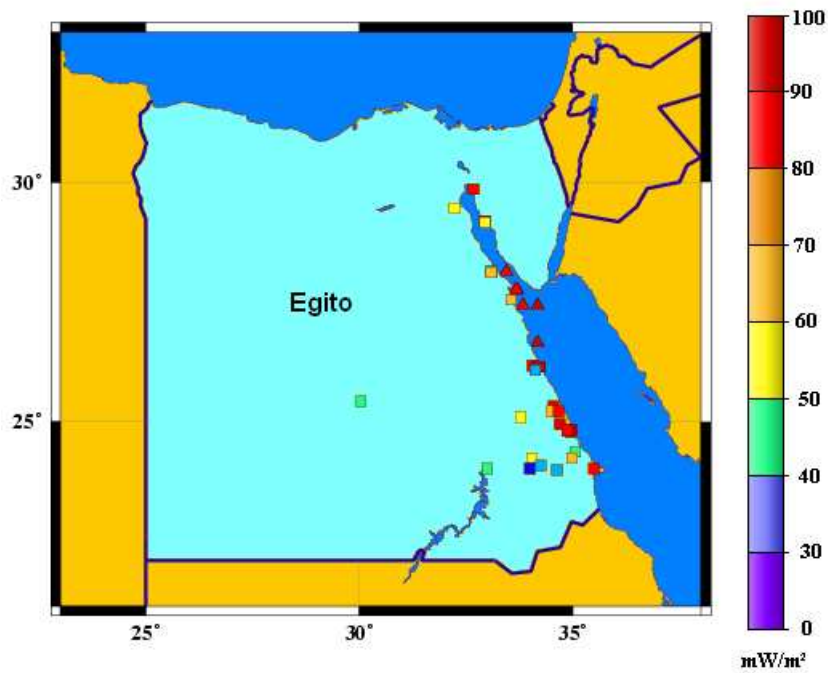


Figura (AN 1.2) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Egito.

### 1.2.2 Etiópia

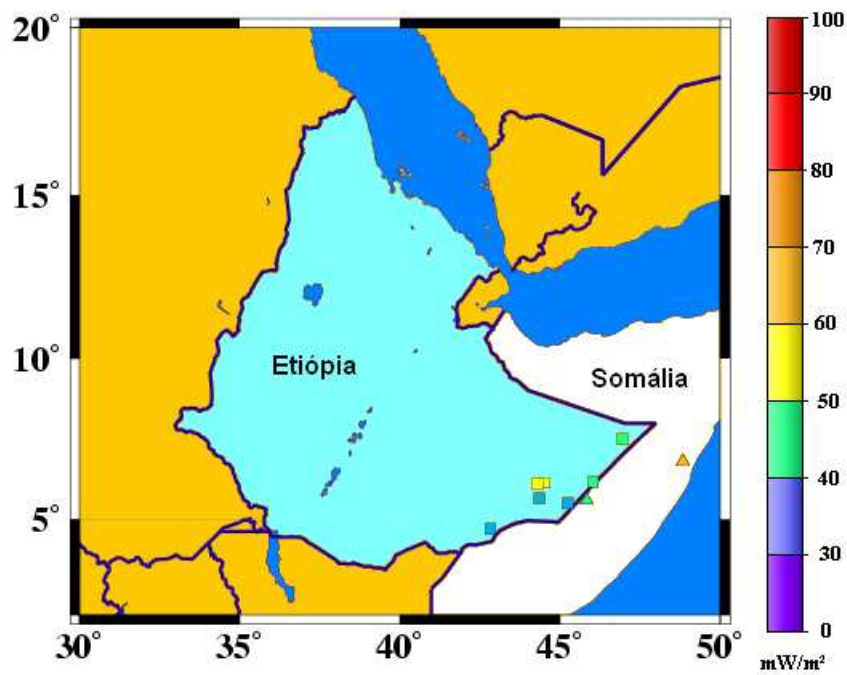


Figura (AN 1.3) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Etiópia.

### 1.2.3 Marrocos

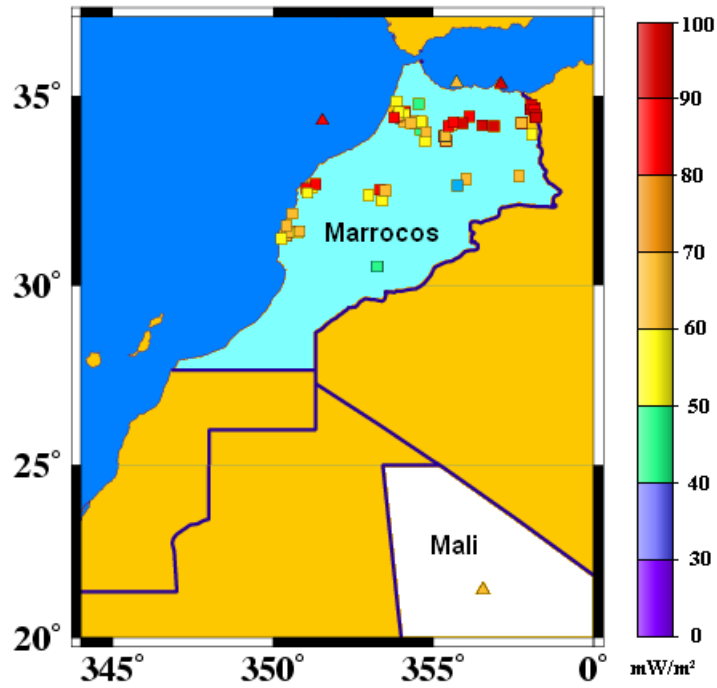


Figura (AN 1.4) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Marrocos.

### 1.2.4 Quênia

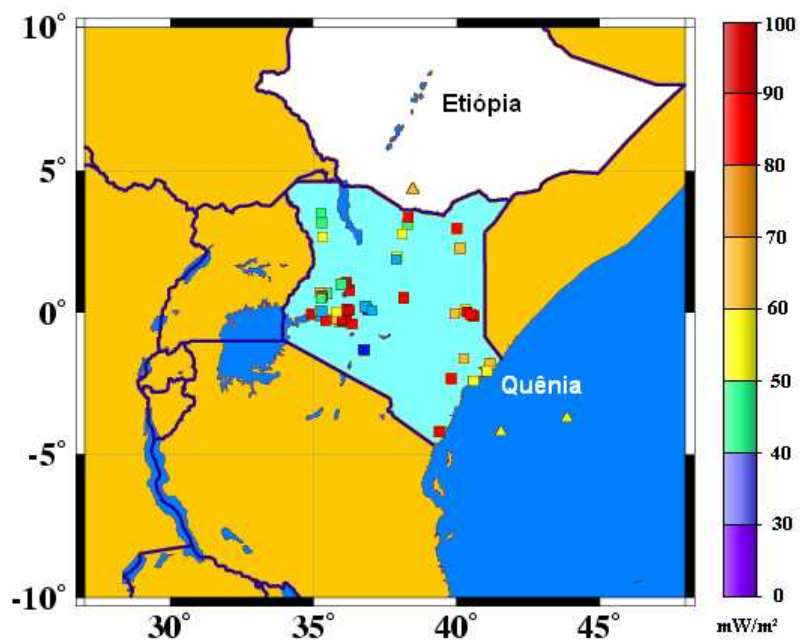


Figura (AN 1.5) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Quênia.

### 1.2.5 Somália

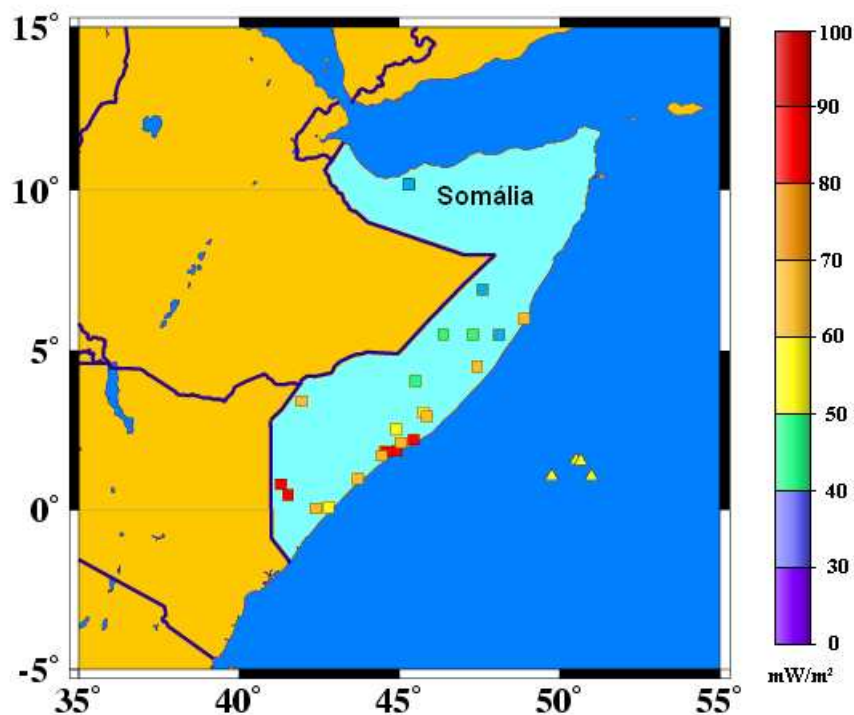


Figura (AN 1.6) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Somália.

### 1.3 América Central

Na América Central, figura (AN 1.7), apenas no México (figura AN1.8), país que apresenta a maior quantidade de levantamentos realizados, é que foi encontrado um erro possivelmente de classificação. Este dado aparece localizado no Golfo do México (região oceânica) e não sobre o continente. Também pode ser visto um dado localizado a leste da Flórida que, à primeira vista, parece estar localizado em pleno Oceano Atlântico, porém este dado foi obtido no arquipélago britânico das Bermudas, figura (AN 1.9). O segundo país na América Central em quantidade de dados de fluxo geotérmico é Cuba, que também se localiza numa ilha. Os demais países, além do México, Cuba e Bermudas constantes no NGDC são: Panamá e Porto Rico.



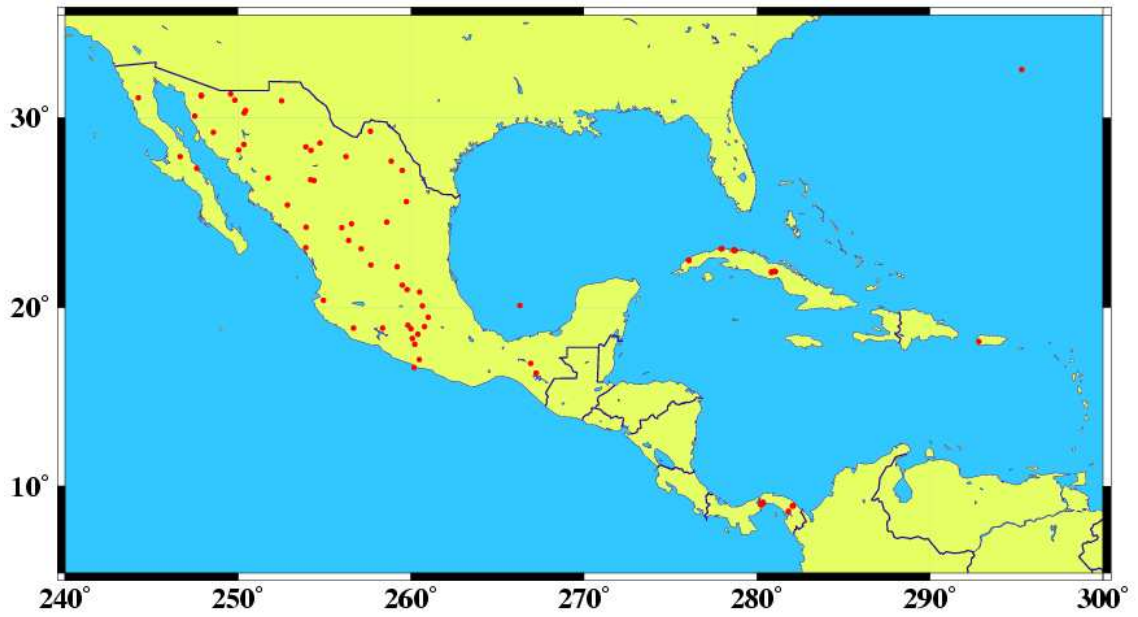


Figura (AN 1.7) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na América Central.

### 1.3.1 México

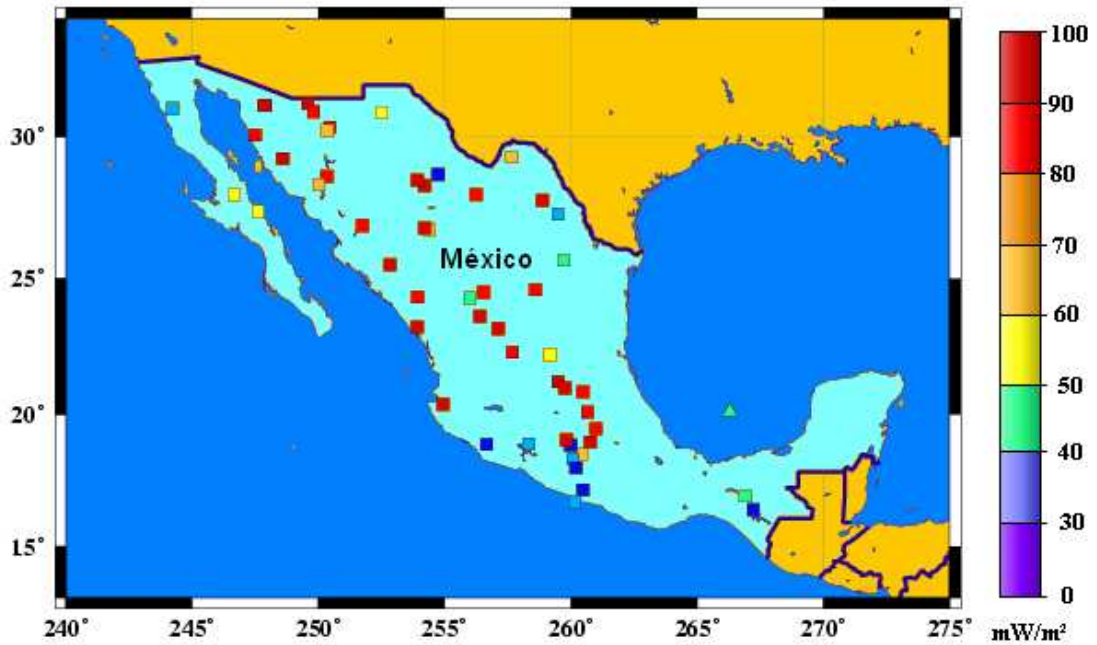


Figura (AN 1.8) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no México.

### 1.3.2 Arquipélago das Bermudas

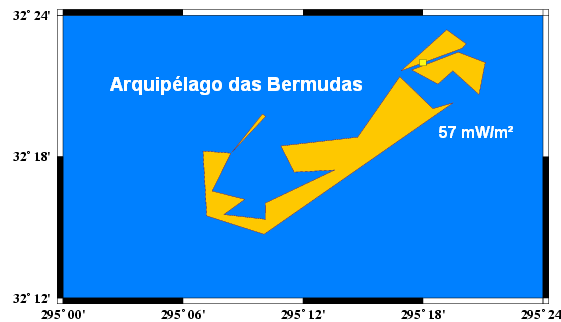


Figura (AN 1.9) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Arquipélago das Bermudas.

### 1.4 Antártida

O continente antártico possui um total de nove dados de fluxo geotérmico, figura (AN 1.10), onde cinco destes aparecem localizados na plataforma continental.

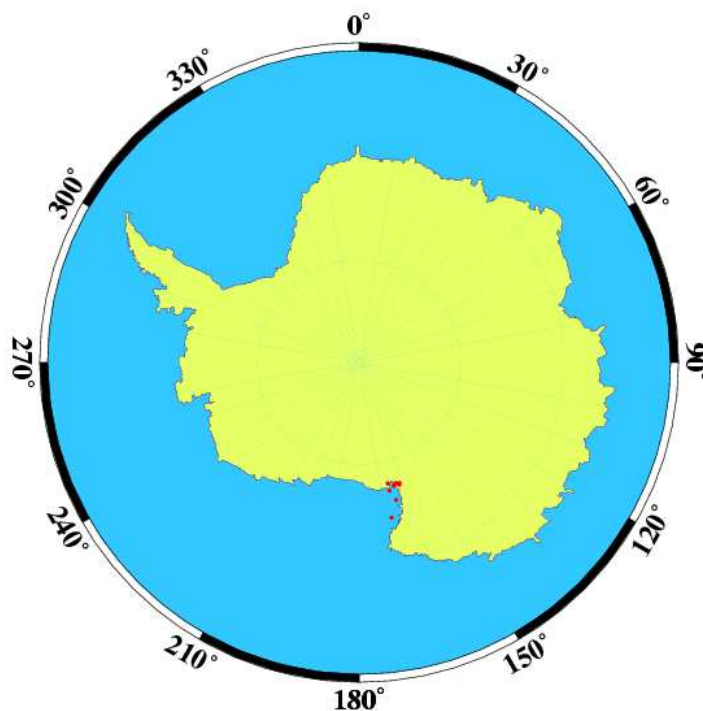


Figura (AN 1.10) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.

Os dados de fluxo geotérmico obtido no continente antártico se situam em uma baía localizada na Banquisa Ross, figura (AN 1.11). Nesta figura pode-se perceber que os valores destes fluxos são superiores a 70mW/m<sup>2</sup>

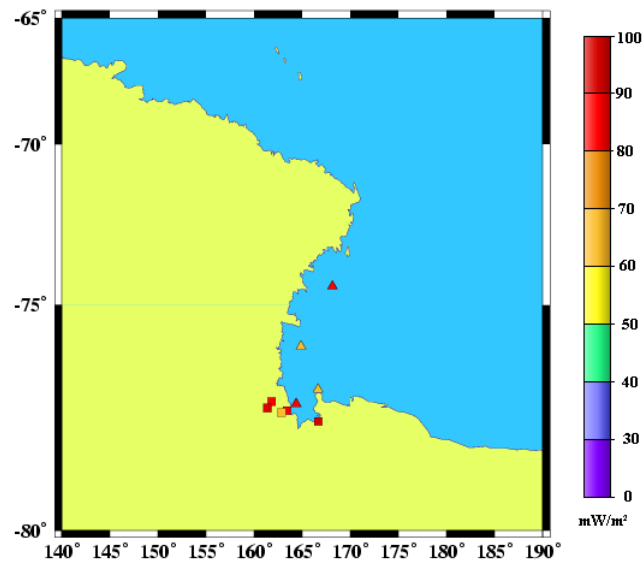


Figura (AN 1.11) Localização Detalhada dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.

### 1.5 América do Norte

A América do Norte, figura (AN 1.12) conta com um total de 4621 dados, sendo que a maior parte destes estão localizados nos Estados Unidos, figura (AN 1.14), com 4063 dados, incluídos os 40 dados pertencentes ao Alaska. O Canadá, figura (AN 1.13), possui apenas 392 dados de fluxo geotérmico, sendo que a maioria se localiza, assim como nos Estados Unidos, na região oeste do continente.

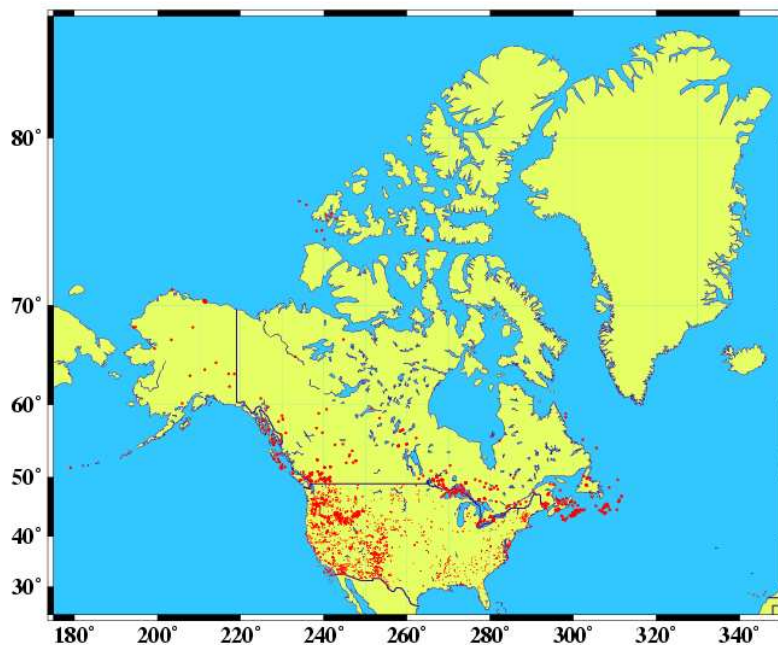


Figura (AN 1.12) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na América do Norte.

### 1.5.1 Estados Unidos

Nos Estados Unidos a maior incidência de dados com erros de classificação se encontra na costa oeste (Figura AN 1.13), localizada sobre a placa Juan de Fuca. Alguns destes pontos até mesmo avançam em direção ao México.

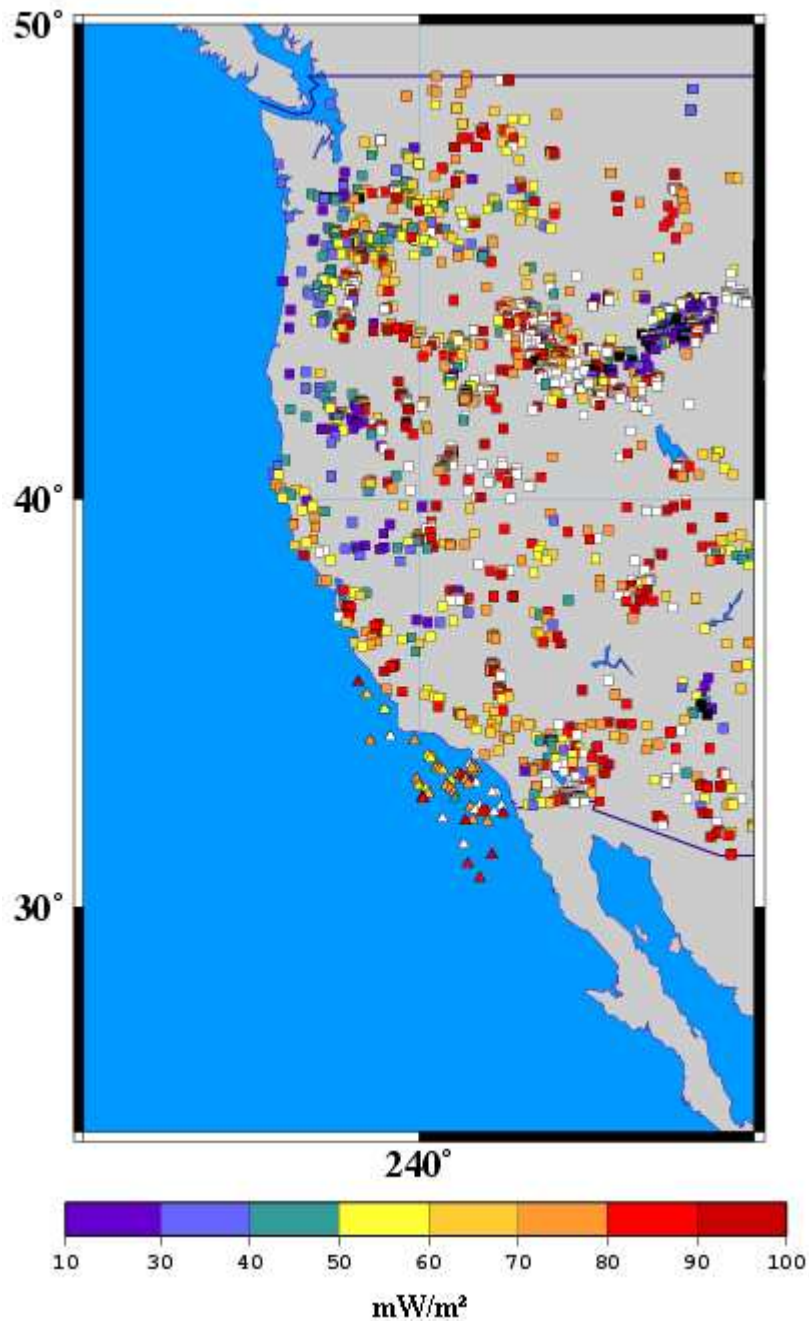


Figura (AN 1.13) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Costa Leste dos Estados Unidos.

### 1.5.2 Canadá

O Canadá, figura (AN 1.14), possui dados com localização incorreta nas costas Leste e Oeste e também na região sul. A classificação de dados oceânicos como sendo de áreas continentais representa a maioria dos casos identificados.

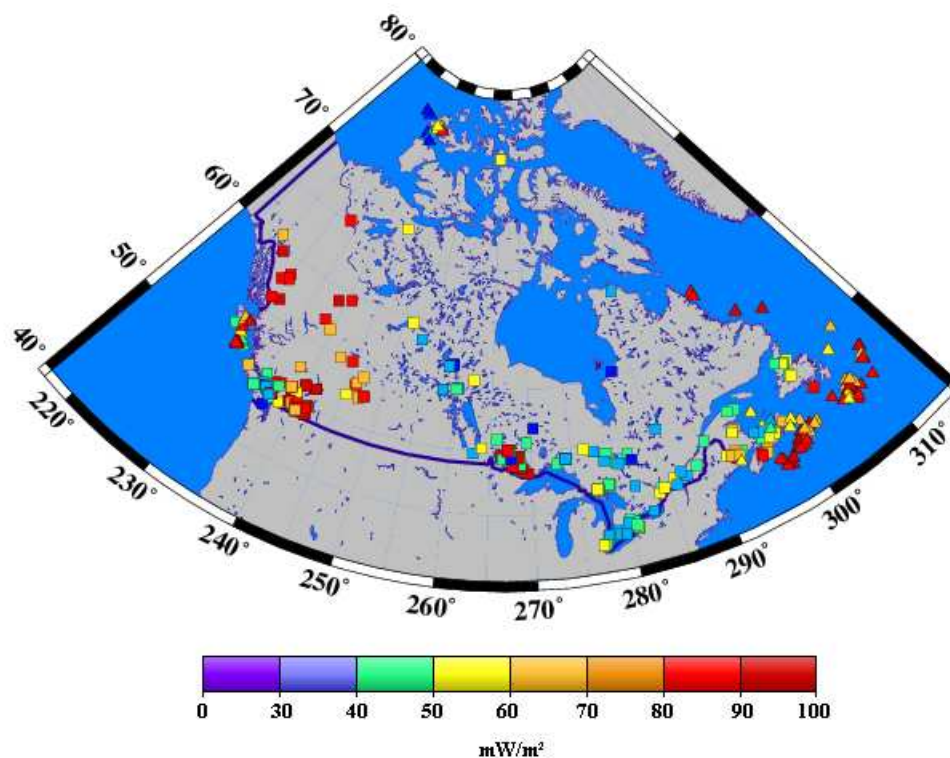


Figura (AN 1.14) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Canadá.

### 1.6 Continente Europeu

Neste continente 21 países possuem dados de fluxo geotérmico, sendo que destes, 11 apresentam algum tipo de erro na localização dos dados de fluxo geotérmico. A figura (AN 1.15) apresenta a distribuição destes dados com suas respectivas magnitudes. Pode-se observar que alguns pontos que se encontram em regiões oceânicas estão classificados como continentais. Os países que possuem problemas com os dados são:



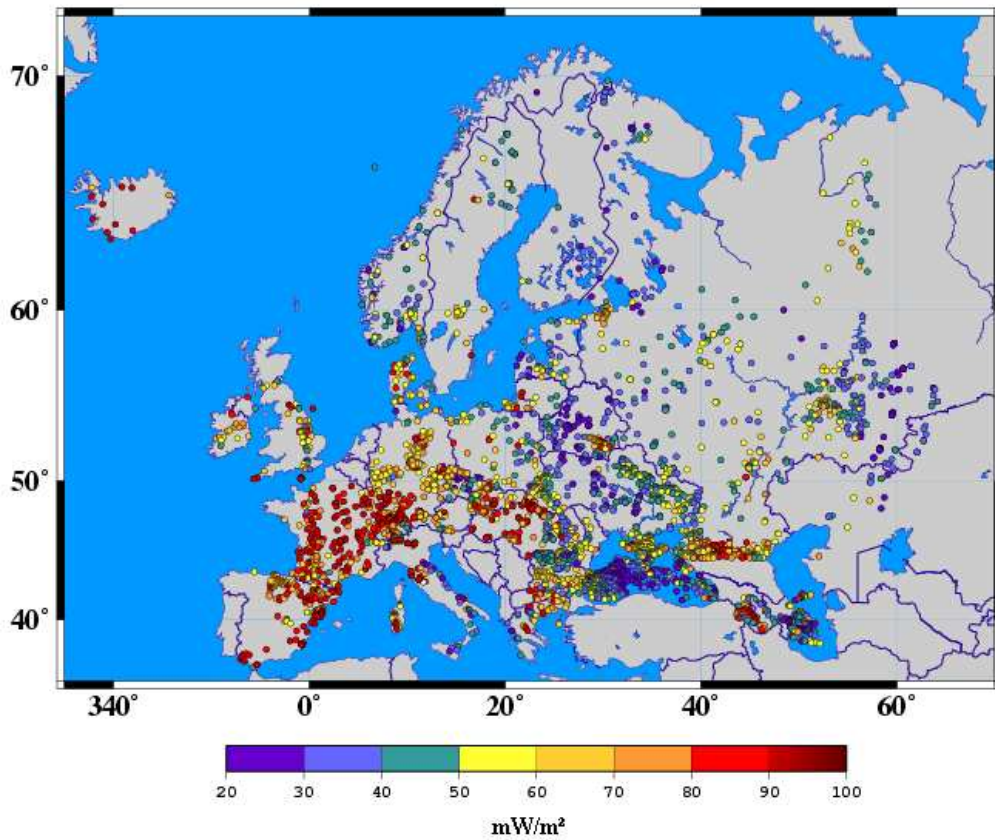


Figura (AN 1.15) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Europa.

### 1.6.1 Espanha

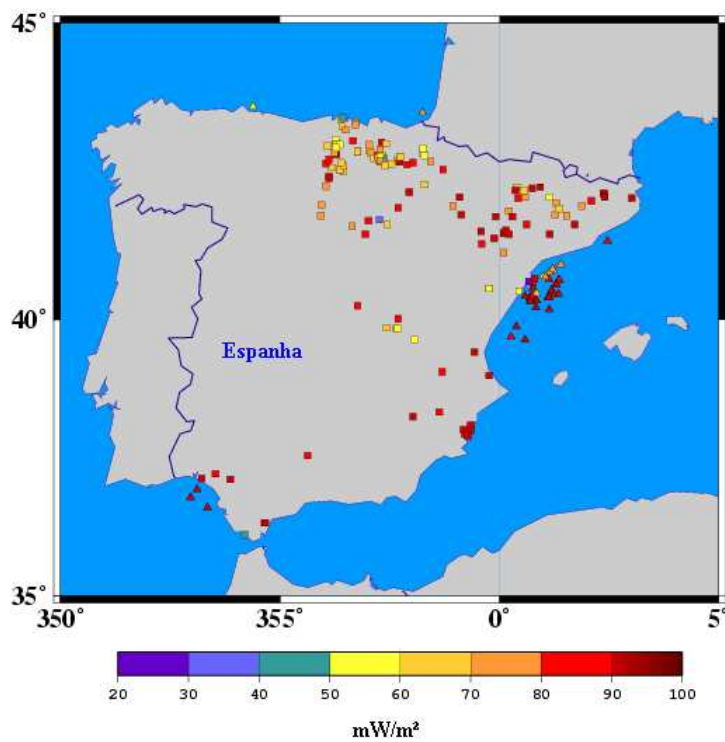


Figura (AN 1.16) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Espanha.

Na Espanha dados classificados como continentais aparecem sobre o Mar Mediterrâneo e também no Oceano Atlântico.

### 1.6.2 França

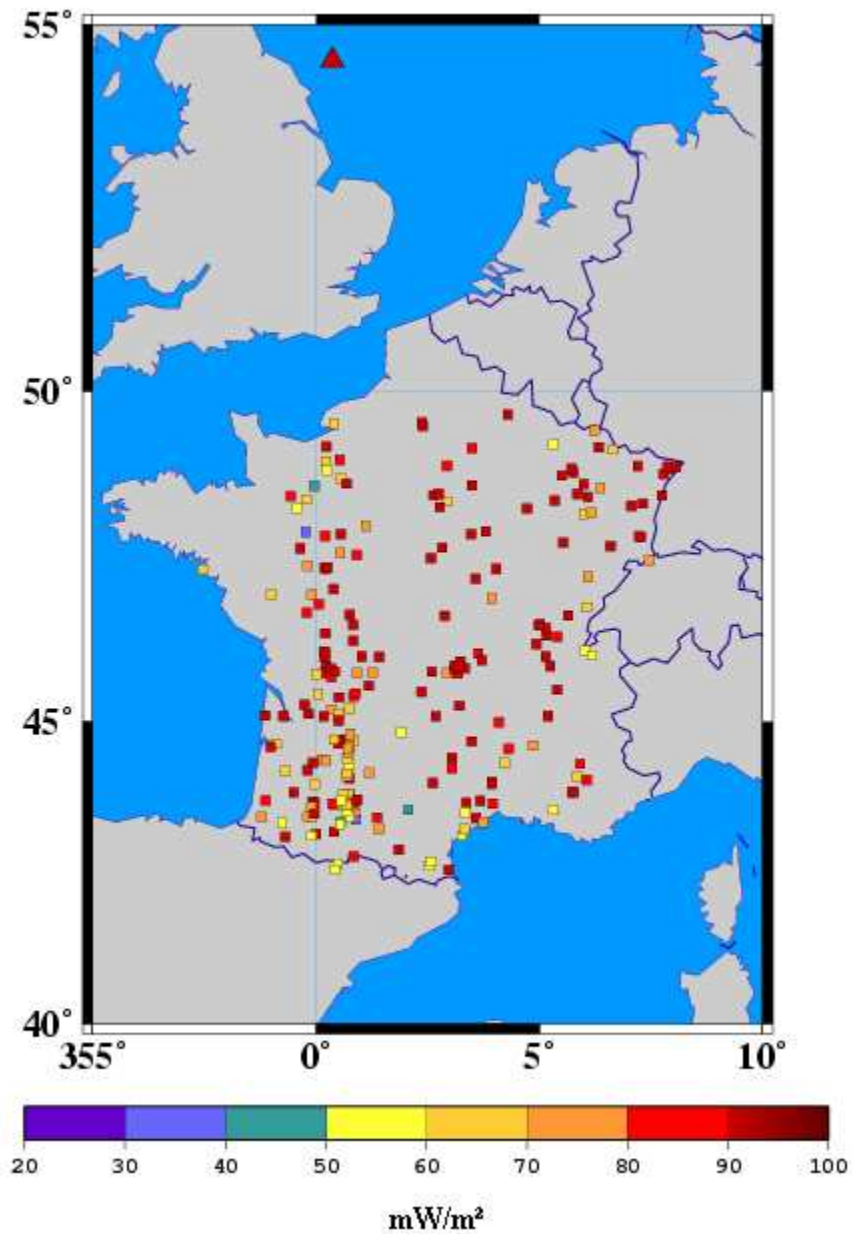


Figura (AN 1.17) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na França.

Neste país, um dos dados aparece localizado próximo a Escócia, caracterizando possivelmente um erro tipográfico.

### 1.6.3 Grécia

Na Grécia, figura (AN 1.18), dados classificados como continentais estão localizados no Mar Egeu.

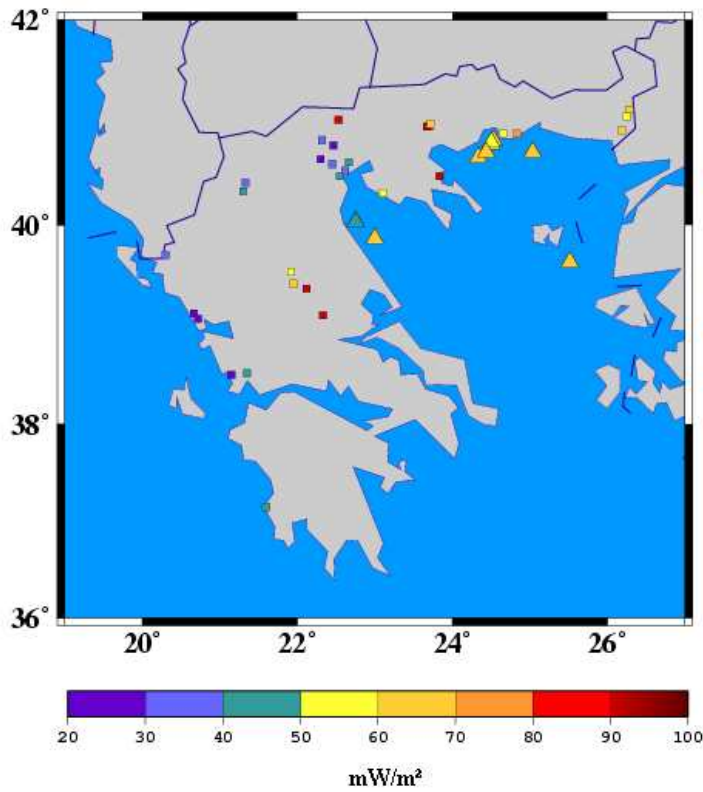


Figura (AN 1.18)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Grécia.

### 1.6.4 Hungria

Na Hungria, figura (AN 1.19), alguns dados classificados como pertencentes ao seu território aparecem na Eslováquia e Ucrânia.

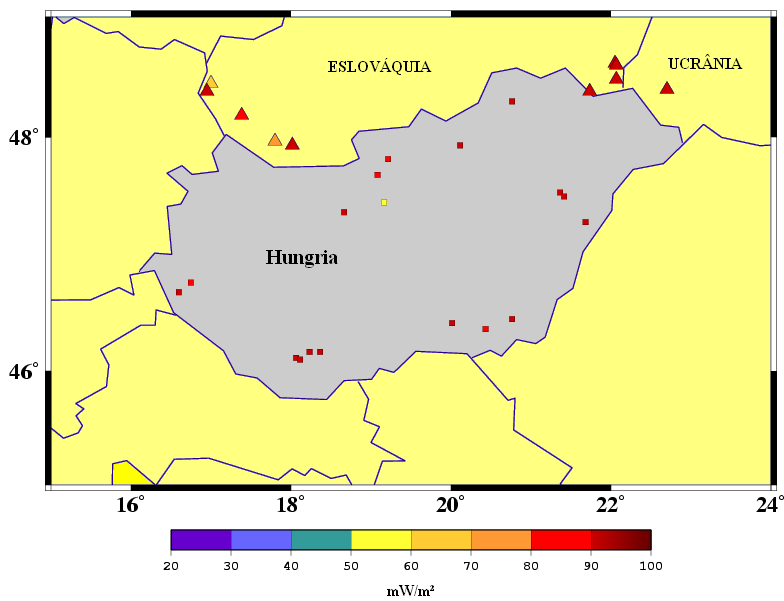


Figura (AN 1.19)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Hungria.



### 1.6.5 Inglaterra

A Inglaterra possui dados classificados como continentais, mas que na verdade situam-se sobre o Canal da Mancha, figura (AN 1.20).

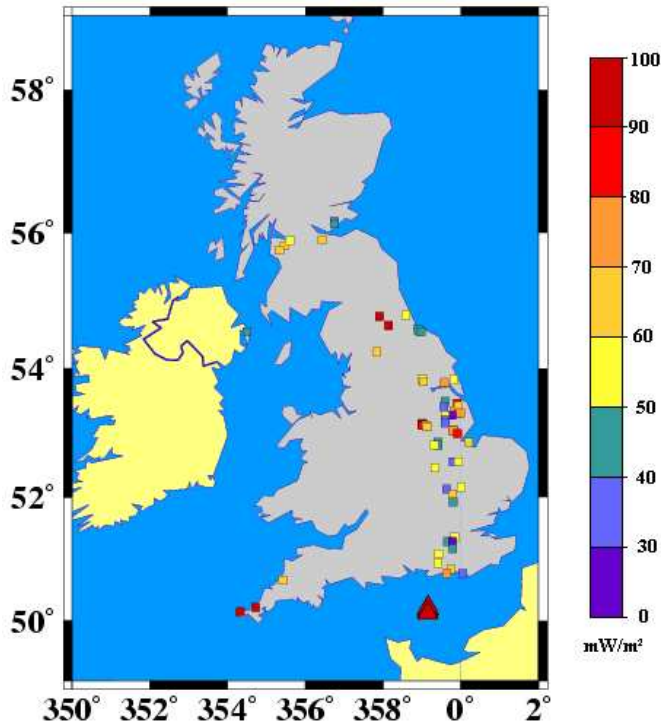


Figura (AN 1.20)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Inglaterra.

### 1.6.6 Irlanda

Na Irlanda, alguns dados aparecem localizados na Irlanda do Norte, conforme figura (AN 1.21).

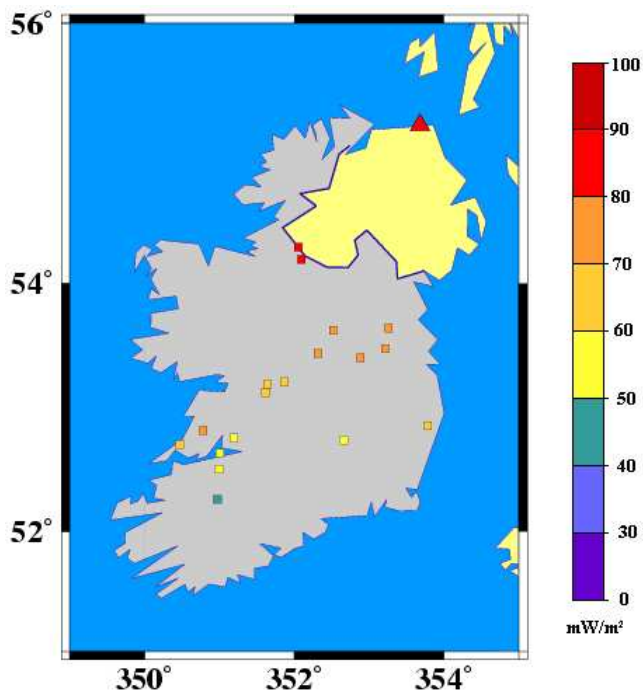


Figura (AN 1.21)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Irlanda.

### 1.6.7 Islândia

Um dos dados da Islândia classificado como continental, figura (AN 1.22), localiza-se sobre o Oceano Atlântico.

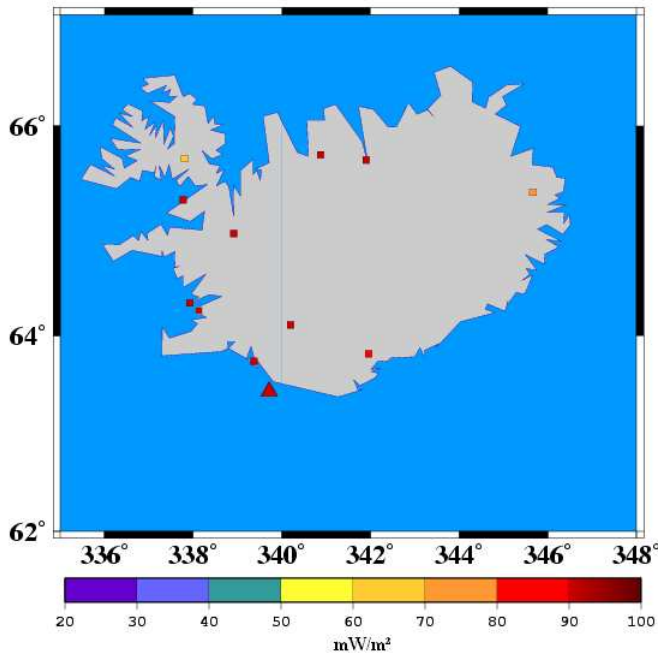


Figura (AN 1.22)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Islândia.

### 1.6.8 Noruega

Um dos dados localiza-se em pleno Oceano Atlântico (figura AN 1.23).

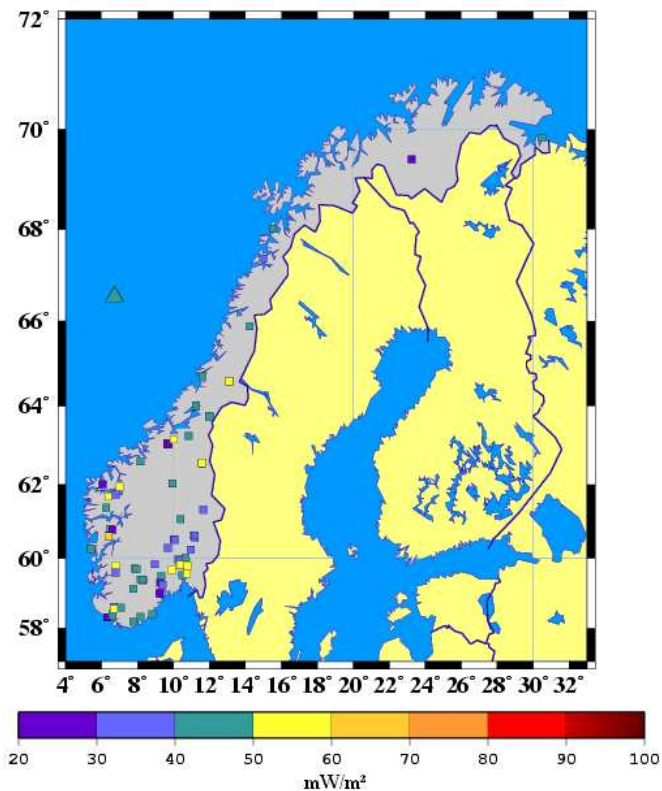


Figura (AN 1.23)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Noruega.

### 1.6.9 Romênia

Dados da Romênia aparecem na Ucrânia (figura AN 1.24).

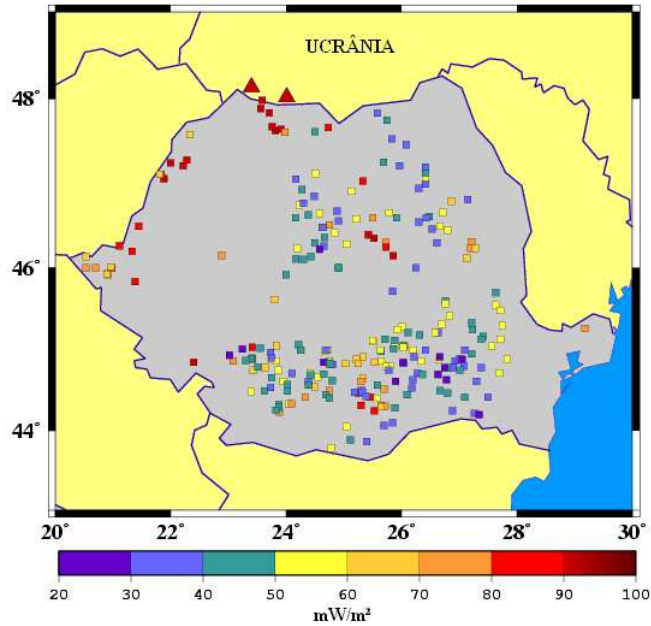


Figura (AN 1.24) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Romênia.

### 1.6.10 Suécia

Um dos dados da Suécia está localizado na Alemanha (figura AN 1.25).

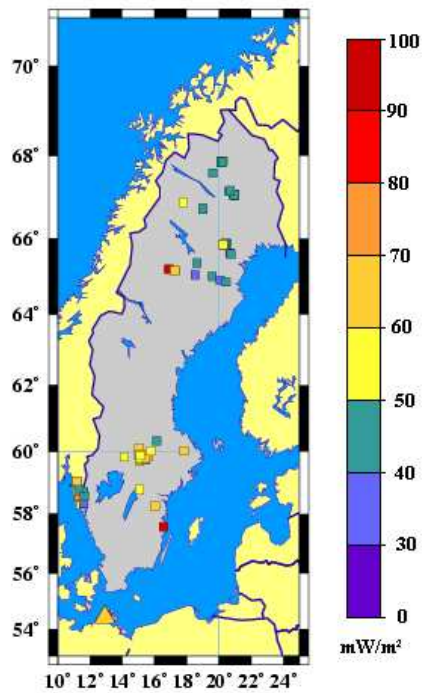


Figura (AN 1.25) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Suécia.

### 1.6.11 Suíça

Localização das medidas de fluxo térmico na Suíça. Note a localização de dados na França, Itália, Alemanha e Áustria (figura AN 1.26).

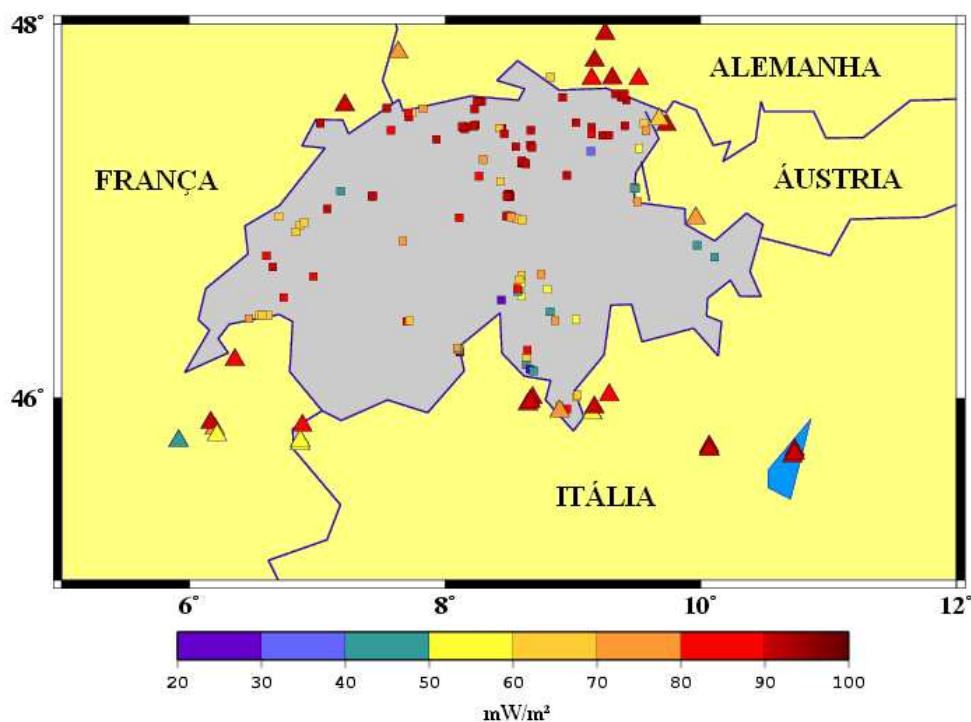


Figura (AN 1.26) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Suíça.

### 1.7 Continente Asiático

A localização dos dados de fluxo geotérmico no continente asiático está apresentada na figura (AN 1.27). Neste continente, 15 países que possuem dados geotérmicos, sendo que foram encontrados erros na localização destes dados em seis países.

Os 4332 dados de fluxo geotérmico neste continente possuem uma distribuição geográfica não uniforme, devido principalmente a sua grande extensão territorial, com regiões quase inacessíveis, como o Monte Everest.

Observando detalhadamente a figura (AN 1.27), pode-se notar uma maior densidade de dados em algumas regiões, como no Japão, Ilha de Sumatra e a oeste da Rússia. Algumas regiões como o Planalto Central Siberiano os dados estão espaçados e em países como o Tibet e Turquia sequer existem dados.

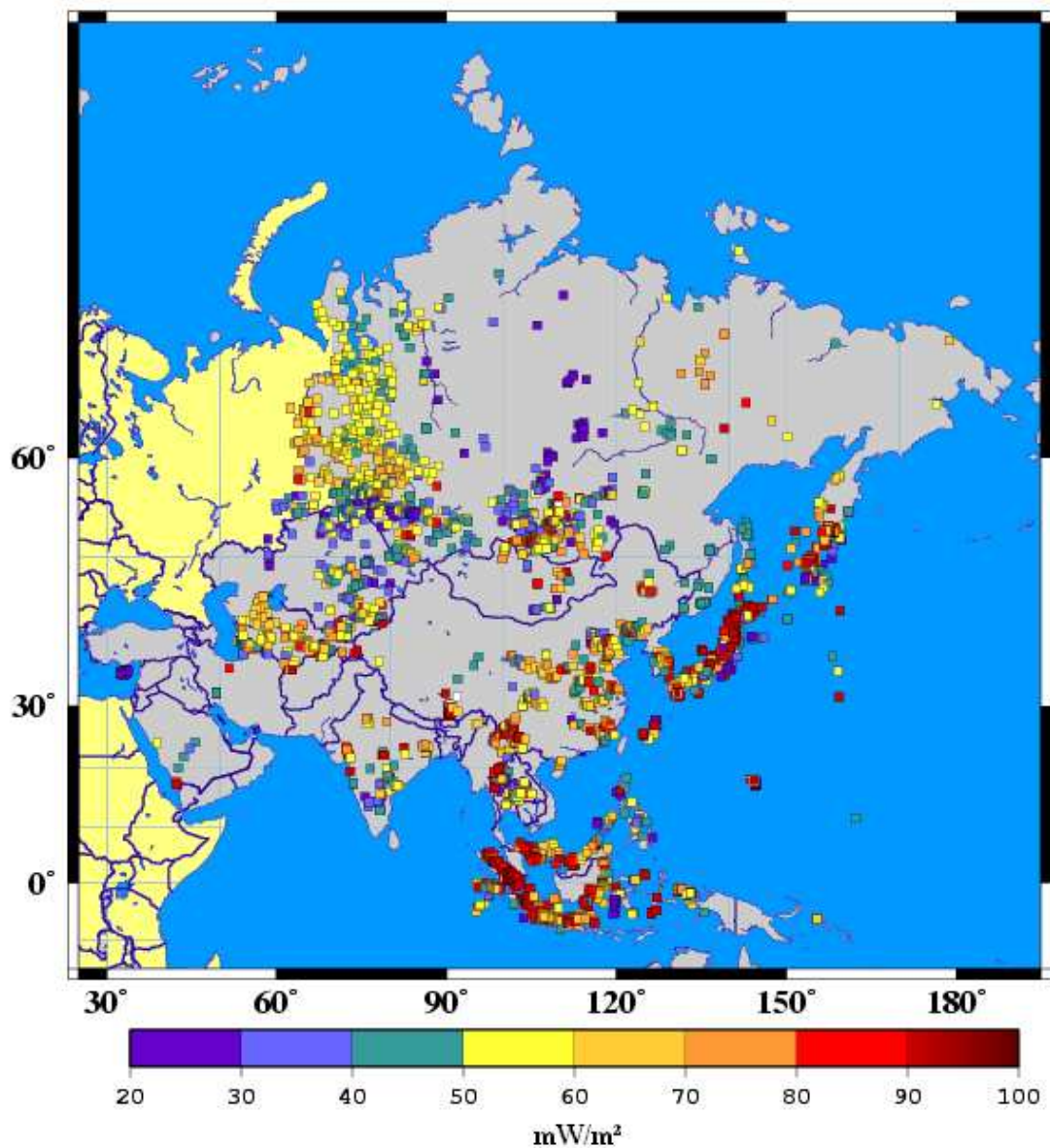


Figura (AN 1.27) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Continente Asiático.

A maioria dos erros encontrados neste continente se refere a classificação dos dados como continentais e que na verdade estão em regiões oceânicas. Porém, problemas relacionados com a localização em países vizinhos também são encontrados. Foram encontrados erros nos seguintes países:

### 1.7.1 Chipre

Na Ilha de Chipre, figura (AN 1.28) o erro encontrado se refere a localização de um dado em pleno Mar Mediterrâneo.

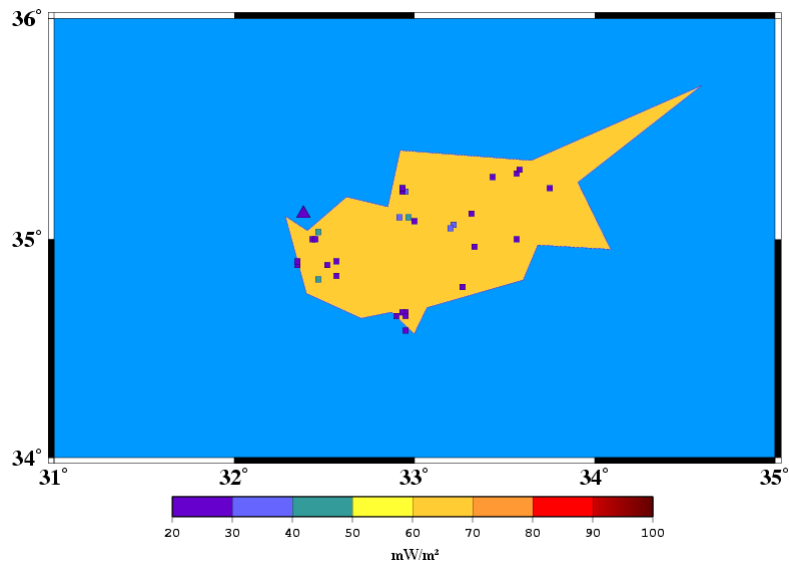


Figura (AN 1.28) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico em Chipre.

### 1.7.2 Coréia do Sul

Na Coréia do Sul, figura (AN 1.29) um dado se localiza no Mar Amarelo.

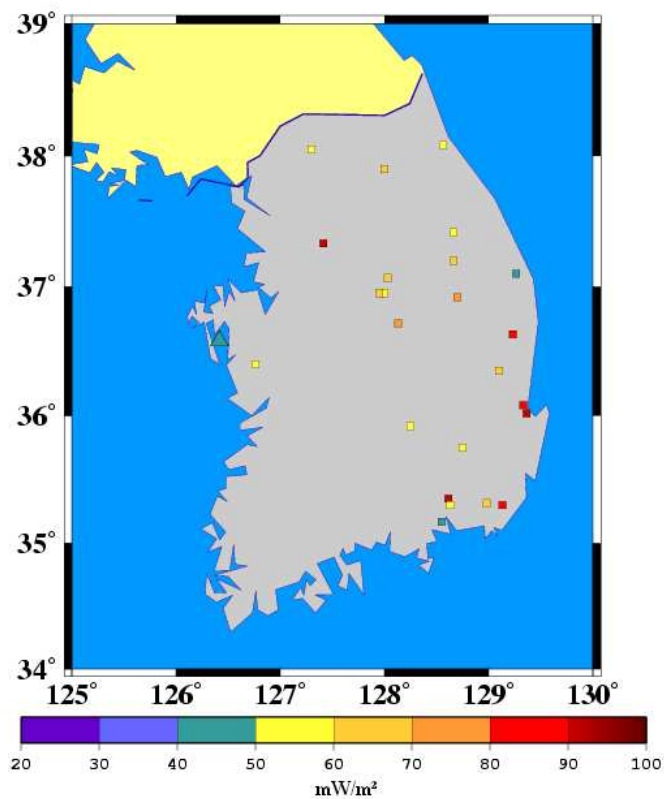


Figura (AN 1.29)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico na  
Coréia do Sul.



### 1.7.3 Filipinas

Nas Filipinas, figura (AN 1.30), a maioria dos dados de fluxo geotérmico se localiza sobre o Oceano Pacífico.

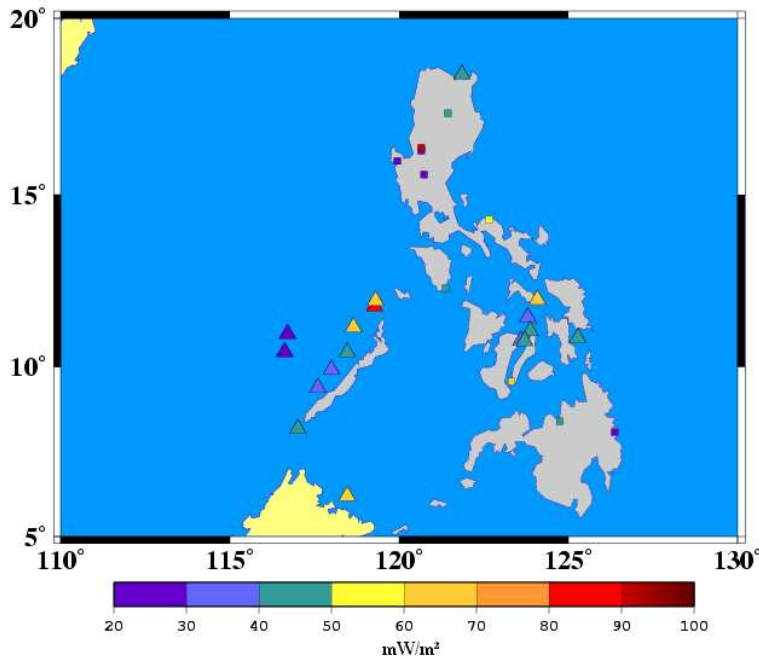


Figura (AN 1.30)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico nas  
Filipinas.

### 1.7.4 Israel

Um dos dados de Fluxo Geotérmico em Israel, figura (AN 1.31), se encontra no Mar Mediterrâneo, em um território pertencente ao Egito.

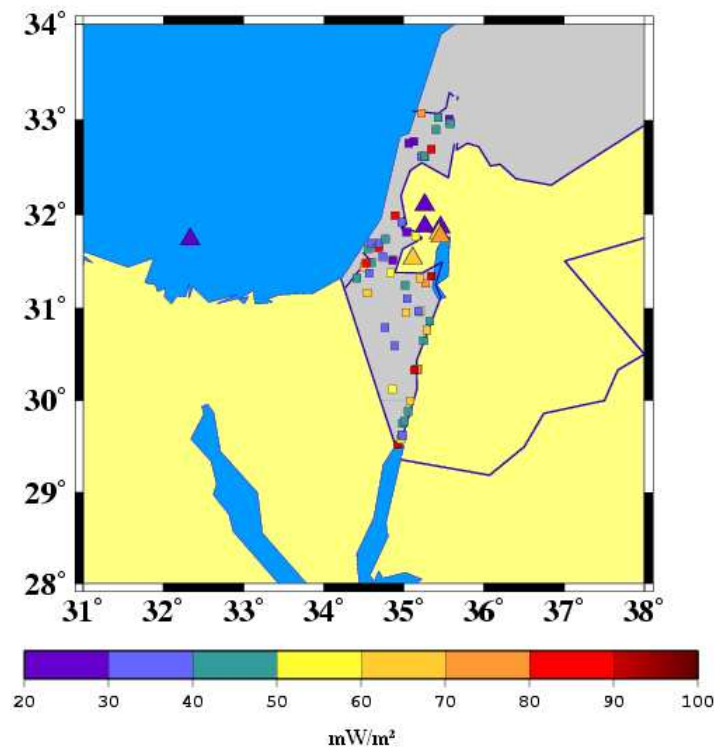


Figura (AN 1.31)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico em  
Israel.

### 1.7.5 Japão

No Japão, figura (AN 1.32), dados de fluxo geotérmico aparecem localizados no Mar do Japão, Oceano Pacífico, Coreia do Norte e Rússia. Este fato é um forte indício do baixo controle de qualidade do Banco de Dados de fluxo geotérmico do NGDC.

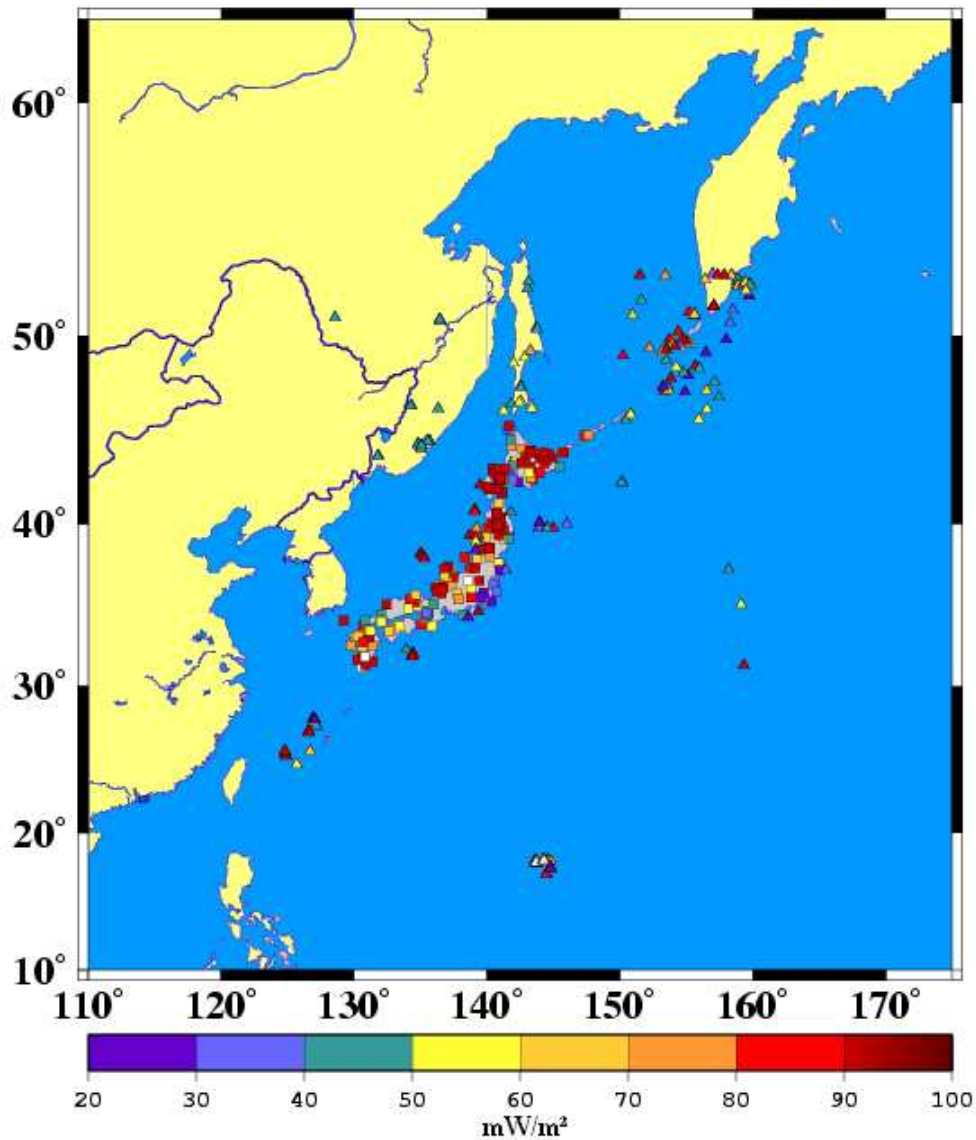


Figura (AN 1.32) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico no Japão.



### 1.7.6 Nova Guiné

Na Nova Guiné, figura (AN 1.33), os dados estão localizados no Oceano Pacífico.

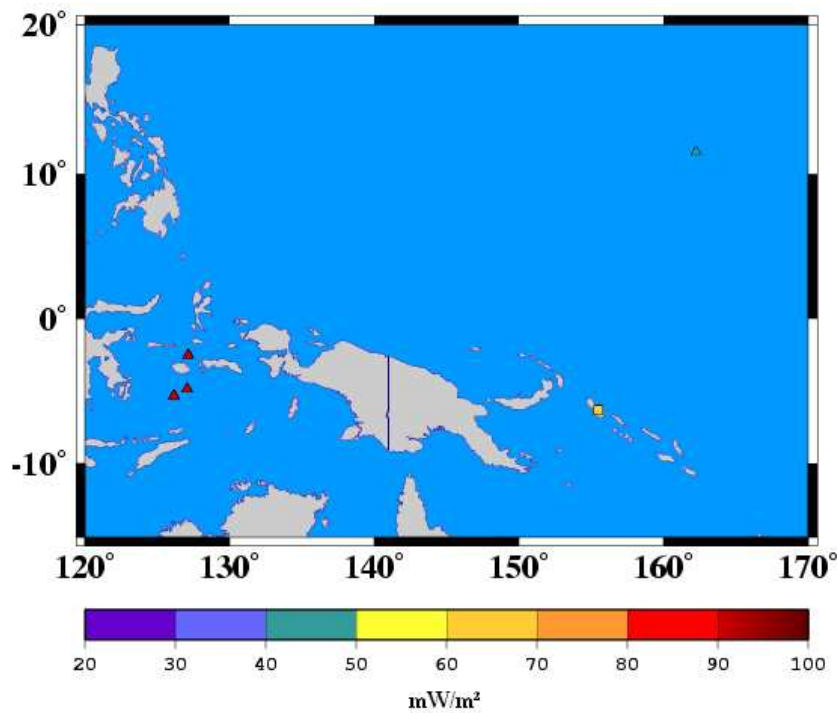


Figura (AN 1.33)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico da  
Nova Guiné.

### 1.7.7 Malásia

Na Malásia, figura (AN 1.34), apenas um dado de fluxo geotérmico se encontra em terra, os demais estão localizados sobre o Oceano Pacífico.

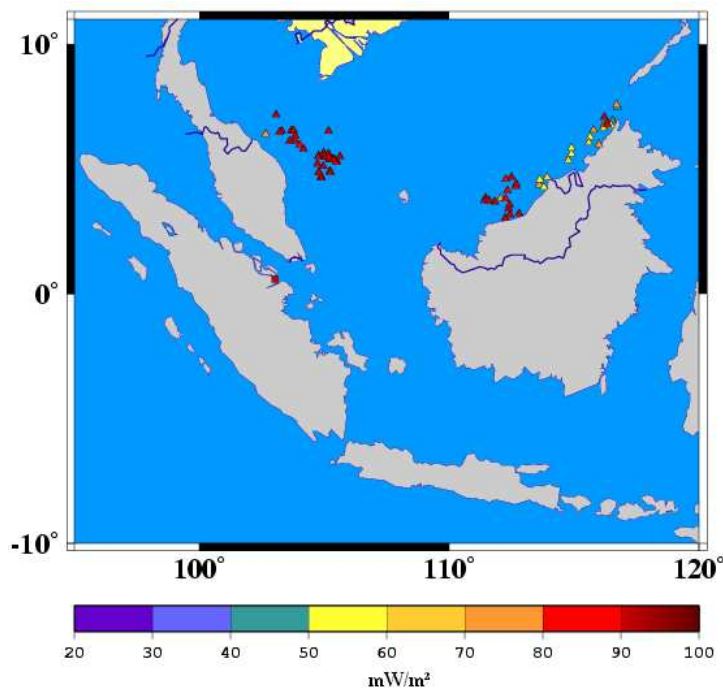


Figura (AN 1.34)  
Distribuição dos  
Dados de Fluxo  
Geotérmico da  
Malásia.

### 1.7.8 Sumatra

Em Sumatra, figura (AN 1.35), vários dados estão localizados no Oceano Pacífico.

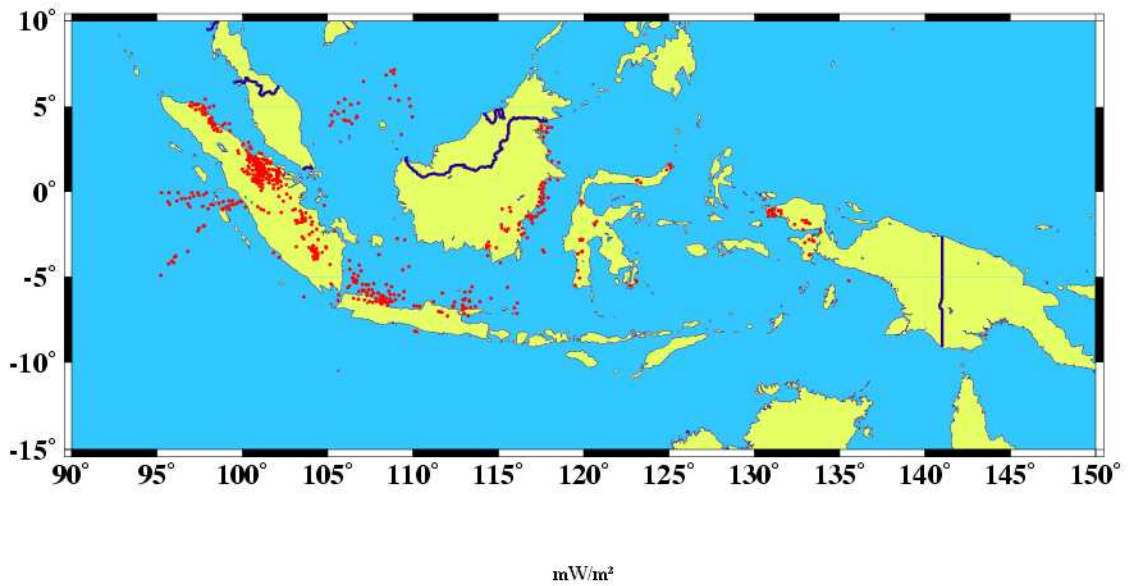


Figura (AN 1.35) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico na Ilha de Sumatra.

### 1.7.9 União Soviética

Alguns dados da antiga União Soviética aparecem localizados no Japão, China e Oceano Pacífico.



Figura (AN 1.36) Distribuição dos Dados de Fluxo Geotérmico da extinta União Soviética.

## 1.8 Estatística dos Erros

No capítulo 2 foi apresentado um resumo dos erros encontrados no Banco de Dados Mundial. A tabela (2.9) daquele capítulo foi gerada a partir dos resultados obtidos na identificação dos erros de cada país, conforme apresentado neste anexo. De forma mais detalhada será apresentada a seguir os resultados obtidos por país, agrupados em seus respectivos continentes.

### 1.8.1 África

Tabela (AN 1.1) Estatística dos Dados de Fluxo no Continente Africano.

África	N° Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
África do Sul	123	0	123
Botsuana	14	0	14
Costa do Marfim	2	0	2
Egito	40	6	34
Etiópia	9	2	7
Gana	4	0	4
Libéria	12	0	12
Lago Kivu	9	0	9
Lago Tanganica	32	0	32
Lago Malawi	35	0	35
República de Mali	3	0	3
Marrocos	88	5	83
Mauritânia	1	0	1
Namíbia	12	0	12
Níger	1	0	1
Nigéria	4	0	4
Quênia	81	4	77
Somália	29	4	25
Sudão	3	0	3
Tanzânia	22	0	22
Zâmbia	14	0	14
Zimbábue	10	0	10
<b>Total</b>	<b>548</b>	<b>21</b>	<b>527</b>

### 1.8.2 América Central

Tabela (AN 1.2) Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na América Central.

América Central	N° Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
Bermudas	1	0	1
Cuba	15	0	15
México	55	1	54
Panamá	12	0	12
Porto Rico	1	0	1
<b>Total</b>	<b>84</b>	<b>1</b>	<b>83</b>

### 1.8.3 Antártida

Tabela (AN 1.3) Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Antártida.

Antártida	N° Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
Banquisa Ross	9	4	5
<b>Total</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>5</b>

### 1.8.3 América do Norte

Tabela (AN 1.4) Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na América do Norte.

América Central	N° Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
Alaska	40	0	40
Canadá	392	99	293
Grandes Lagos	166	0	166
Estados Unidos	4023	57	3966
<b>Total</b>	<b>4621</b>	<b>156</b>	<b>4465</b>

#### 1.8.4 Europa

Tabela (AN 1.5) Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Europa.

Europa	N° Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
Alemanha	254	0	254
Áustria	58	0	58
Bulgária	98	0	98
Dinamarca	36	0	36
Eslováquia	72	0	72
Espanha	172	37	135
Finlândia	18	0	18
França	233	1	232
Grécia	40	10	30
Hungria	28	10	18
Inglaterra	83	12	71
Irlanda	19	1	18
Islândia	12	1	11
Itália	108	0	108
Noruega	94	1	93
Polônia	55	0	55
República Tcheca	174	0	174
Romênia	257	2	255
Rússia	2688	0	2688
Suécia	76	1	75
Suíça	168	37	131
<b>Total</b>	<b>4743</b>	<b>112</b>	<b>4631</b>

### 1.8.5 Ásia

Tabela (AN 1.6) Estatística dos Dados de Fluxo Geotérmico na Ásia.

Ásia	Nº Dados	Localização	
		Incorreta	Correta
Arábia Saudita	7	0	7
China	463	0	463
Chipre	34	1	33
Coréia do Sul	25	1	24
Filipinas	27	17	10
Índia	117	0	117
Irã	20	0	20
Israel	63	7	56
Japão	535	327	208
Malásia	75	74	1
Mongólia	50	0	50
Nova Guiné	17	12	5
Sumatra	630	335	295
Tailândia	135	0	135
Rússia	2071	79	1992
<b>Total</b>	<b>4269</b>	<b>853</b>	<b>3416</b>

POLINÔMIO E FUNÇÃO ASSOCIADA DE LEGENDRE

2.1 Polinômio de Legendre

A intensidade de um campo potencial qualquer, em um ponto P do espaço (figura AN2.1), produzido por uma grandeza física unitária (responsável pela geração desse campo) localizada no ponto A, é calculada por:

$$\psi = \frac{1}{R} \quad (2.1)$$

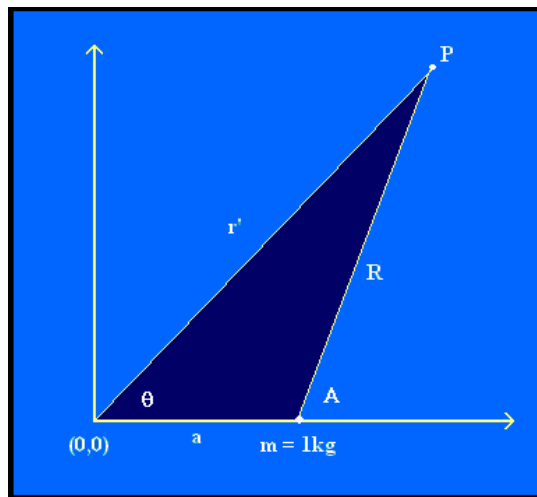


Figura (AN 2.1) Campo potencial em P devido a uma grandeza física unitária localizada no ponto A.

A distância “R” entre o ponto “A” e o ponto “P” é calculada pela Lei dos Cossenos, ou seja:

$$R^2 = r'^2 + a^2 - 2ar'\cos(\theta) \quad \rightarrow \quad R = [r'^2 + a^2 - 2ar'\cos(\theta)]^{\frac{1}{2}}$$

Fazendo  $x = \cos(\theta)$  teremos:

$R = [r'^2 + a^2 - 2ar'x]^{\frac{1}{2}}$ , colocando “a” em evidência e fazendo  $r = \frac{r'}{a}$  encontramos a

seguinte relação para o potencial gravitacional: 
$$\psi = \frac{1}{a(1-2xr+r^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.2)$$

Os coeficientes de  $r^n$  calculados a partir da expansão de  $(1-2xr+r^2)^{-\frac{1}{2}}$  em uma série de potências são denotados por  $P_n(x)$  e se chamam Polinômio de Legendre de grau “n” em “x”, ou seja:

$$\frac{1}{(1-2xr+r^2)^{-\frac{1}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) r^n \quad (2.3)$$

Utilizando Binômio de Newton para expandir o lado esquerdo da equação 2.2 numa soma de potências obtemos:

$$[1-(2rx+r^2)]^{-\frac{1}{2}} = 1 - \binom{-\frac{1}{2}}{1} (2rx-r^2) + \binom{-\frac{1}{2}}{2} (2rx-r^2)^2 - \dots \quad (2.4)$$

Obviamente a equação anterior ainda não está escrita na forma  $P_n(x) r^n$ , para isso é necessário utilizar a definição dos coeficientes binomiais, que aplicada ao lado esquerdo da equação (2.5) apresenta como resultado a relação:

$$(-1)^v \binom{-\frac{1}{2}}{v} = \frac{(2v)!}{2^{2v} (v!)^2} \quad (2.5)$$

Substituindo a equação (2.5) na equação (2.4), obtemos:

$$[1-(2rx+r^2)]^{-\frac{1}{2}} = \sum_{v=0}^n \frac{(2v)!}{2^{2v} (v!)^2} (2rx-r^2)^v \quad (2.6)$$

Utilizando mais uma vez o Binômio de Newton, agora para expandir  $(2rx-r^2)^v$ , encontramos:

$$(2rx-r^2)^v = \sum_{t=0}^v (-1)^t \binom{v}{t} (2rx)^{v-t} r^{2t} \quad (2.7)$$



Finalmente substituindo (2.7) na equação (2.6) tem-se como resultado:

$$\left[1 - (2rx + r^2)\right]^{-\frac{1}{2}} = \sum_{\nu=0}^n \sum_{t=0}^{\nu} (-1)^t \binom{\nu}{t} \frac{(2\nu)!}{2^{2\nu} (\nu!)^2} (2rx)^{\nu-t} r^{2t}$$

Isolando “r” na equação anterior chega-se na seguinte equação:

$$\left[1 - (2rx + r^2)\right]^{-\frac{1}{2}} = \sum_{\nu=0}^n \sum_{t=0}^{\nu} (-1)^t \binom{\nu}{t} \frac{(2\nu)!}{2^{2\nu} (\nu!)^2} (2x)^{\nu-t} r^{\nu+t} \quad (2.8)$$

Como pela definição os coeficientes de  $r^n$  são os termos do polinômio de Legendre de grau “n”, teremos:

$$P_n(x) = \sum_{t=0}^{\nu} (-1)^t \binom{\nu}{t} \frac{(2\nu)!}{2^{2\nu} (\nu!)^2} (2x)^{\nu-t}$$

Da equação 2.8 vê-se também que:  $n = \nu + t \Rightarrow \nu = n - t$  e que  $\nu \geq t \Rightarrow t \leq n/2$ , substituindo estes resultados na equação anterior teremos:

$$P_n(x) = \sum_{t=0}^{n/2} (-1)^t \binom{n-t}{t} \frac{(2n-2t)!}{2^{2n-2t} ((n-t)!)^2} (2x)^{n-2t}$$

Isolando a variável “x” e resolvendo os expoentes de “2”, teremos:

$$P_n(x) = \sum_{t=0}^{n/2} (-1)^t \binom{n-t}{t} \frac{(2n-2t)!}{2^n ((n-t)!)^2} (x)^{n-2t}$$

Substituindo o binômio  $\binom{n-t}{t}$  por  $\frac{(n-t)!}{t!(n-2t)!}$  encontramos:

$$P_n(x) = \sum_{t=0}^{n/2} (-1)^t \frac{(n-t)!}{t!(n-2t)!} \frac{(2n-2t)!}{2^n ((n-t)!)^2} (x)^{n-2t}$$

Finalmente simplificando, temos a equação para a determinação do polinômio de Legendre:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{t=0}^{n/2} (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{t!(n-2t)!(n-t)!} (x)^{n-2t} \quad (2.9)$$

## 2.2 Função Associada de Legendre

A função associada de Legendre é definida a partir do polinômio de Legendre da seguinte forma:

$$P_{nm}(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m P_n(x)}{d x^m} \quad (2.10)$$

A derivada “m-ésima” de uma função  $f(x) = x^n$ , é calculada por:

$$\frac{d^m f(x)}{d x^m} = \frac{n x^{n-m}}{(n-m)!}$$

Utilizando esta expressão para calcular a função associada de Legendre a partir da equação 2.9, teremos:

$$P_{nm}(x) = \frac{(1-x^2)^{m/2}}{2^n} \sum_{t=0}^{(n-m)/2} (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{t!(n-2t)(n-t)!(n-m-2t)!} (x)^{n-m-2t}$$

Simplificando obteremos:

$$P_{nm}(x) = \frac{(1-x^2)^{m/2}}{2^n} \sum_{t=0}^{(n-m)/2} (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{t!(n-t)!(n-m-2t)!} (x)^{n-m-2t} \quad (2.11)$$

A equação 2.11 passa a ter a forma:

$$P_{nm}(\cos(\theta)) = \frac{\sin(\theta)^m}{2^n} \sum_{t=0}^{(n-m)/2} (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{t!(n-t)!(n-m-2t)!} (\cos(\theta))^{n-m-2t} \quad (2.12)$$

Quando substituimos “x” por “cos (θ)” conforme consideração inicial. Esta equação foi implementada em linguagem de programação Fortran para o cálculo das funções associadas de Legendre utilizadas neste trabalho.

## ANEXO 3

### TABELA DOS COEFICIENTES HARMÔNICOS

Os coeficientes apresentados nestas tabelas ajustam o fluxo geotérmico sobre a superfície terrestre com uma resolução de 5°.

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (1ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
0	0	61.320	0.000	8	3	-0.548	-0.270
1	0	-1.207	0.000	8	4	-0.158	0.190
1	1	-3.411	-3.295	8	5	0.838	0.560
2	0	-1.740	0.000	8	6	1.255	1.453
2	1	1.073	0.694	8	7	0.555	-0.444
2	2	-4.200	1.141	8	8	-0.503	-0.094
3	0	0.792	0.000	9	0	0.261	0.000
3	1	-0.281	0.029	9	1	1.183	0.183
3	2	1.686	-0.730	9	2	0.174	-0.353
3	3	3.140	1.617	9	3	-1.816	-0.991
4	0	-1.880	0.000	9	4	0.232	-0.512
4	1	0.015	-0.091	9	5	0.168	-0.139
4	2	1.752	0.566	9	6	1.360	0.509
4	3	-0.250	-0.863	9	7	-0.257	-1.658
4	4	0.250	-4.441	9	8	0.707	0.609
5	0	1.081	0.000	9	9	0.252	1.378
5	1	-1.116	-0.542	10	0	0.402	0.000
5	2	2.046	0.465	10	1	0.980	-0.106
5	3	1.833	-0.643	10	2	-0.525	0.321
5	4	-2.900	1.171	10	3	0.552	0.008
5	5	-1.965	-1.708	10	4	-0.888	-0.208
6	0	-1.447	0.000	10	5	0.478	0.219
6	1	1.034	1.398	10	6	-0.600	-0.084
6	2	1.558	-1.096	10	7	-0.785	0.227
6	3	0.327	-0.354	10	8	-0.126	0.143
6	4	-0.793	-0.809	10	9	0.319	0.512
6	5	-0.385	0.437	10	10	1.354	-0.963
6	6	0.392	1.904	11	0	-0.666	0.000
7	0	0.886	0.000	11	1	-0.338	-0.042
7	1	0.158	-0.703	11	2	0.320	0.216
7	2	-0.973	0.124	11	3	-0.237	-0.050
7	3	1.242	-0.409	11	4	0.578	-0.405
7	4	0.538	-1.160	11	5	-0.139	1.247
7	5	0.112	1.171	11	6	-0.045	-0.157
7	6	-0.568	0.441	11	7	-0.251	-0.045
7	7	0.780	-0.551	11	8	0.356	0.187
8	0	1.020	0.000	11	9	0.140	1.321
8	1	-0.094	1.534	11	10	0.131	0.050
8	2	1.434	0.237	11	11	-0.129	-0.468

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (2ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
12	0	0.128	0.000	15	10	-0.103	-0.135
12	1	-0.039	-0.178	15	11	-0.093	0.162
12	2	0.033	0.527	15	12	-0.012	0.296
12	3	0.808	0.010	15	13	-0.062	0.260
12	4	0.091	-0.418	15	14	-0.010	-0.291
12	5	-0.428	-0.181	15	15	-0.390	0.226
12	6	0.749	-0.608	16	0	0.322	0.000
12	7	-0.125	-0.006	16	1	0.081	-0.114
12	8	0.122	1.280	16	2	0.172	-0.200
12	9	-0.132	0.287	16	3	-0.109	0.065
12	10	0.642	-0.899	16	4	0.001	-0.099
12	11	0.119	-0.487	16	5	-0.127	-0.001
12	12	-0.535	0.733	16	6	0.009	0.039
13	0	-0.113	0.000	16	7	-0.300	0.196
13	1	0.079	0.271	16	8	0.157	-0.051
13	2	0.043	0.360	16	9	0.118	-0.135
13	3	0.022	0.230	16	10	0.227	0.098
13	4	0.068	0.004	16	11	-0.189	0.283
13	5	0.062	-0.263	16	12	-0.006	0.170
13	6	-0.414	-0.207	16	13	0.129	-0.020
13	7	0.123	-0.122	16	14	-0.173	-0.082
13	8	-0.054	0.481	16	15	-0.227	-0.275
13	9	0.110	0.344	16	16	-0.062	0.185
13	10	0.086	-0.096	17	0	-0.030	0.000
13	11	-0.223	-0.185	17	1	-0.011	-0.286
13	12	-0.119	0.578	17	2	-0.135	0.118
13	13	0.011	-0.024	17	3	-0.117	-0.121
14	0	0.038	0.000	17	4	0.154	0.262
14	1	-0.088	0.264	17	5	-0.139	0.066
14	2	-0.007	0.044	17	6	0.138	0.354
14	3	0.300	0.146	17	7	-0.215	0.009
14	4	0.051	-0.341	17	8	0.161	-0.167
14	5	0.185	-0.272	17	9	0.078	-0.443
14	6	-0.284	-0.181	17	10	0.246	0.317
14	7	0.051	0.062	17	11	-0.171	0.119
14	8	-0.041	0.159	17	12	-0.015	0.119
14	9	-0.027	0.135	17	13	0.197	-0.363
14	10	0.118	-0.314	17	14	-0.065	-0.013
14	11	0.053	-0.074	17	15	-0.053	0.088
14	12	-0.306	0.159	17	16	0.048	0.212
14	13	0.107	0.070	17	17	0.462	0.013
14	14	0.026	-0.130	18	0	-0.093	0.000
15	0	0.200	0.000	18	1	-0.121	-0.148
15	1	-0.057	0.097	18	2	-0.105	0.035
15	2	0.223	-0.391	18	3	-0.064	-0.114
15	3	0.156	0.069	18	4	-0.101	0.225
15	4	-0.092	-0.404	18	5	0.029	0.023
15	5	0.046	-0.120	18	6	0.080	0.173
15	6	-0.131	-0.245	18	7	0.035	-0.097
15	7	-0.067	0.255	18	8	-0.030	-0.089
15	8	-0.028	0.087	18	9	-0.166	-0.175
15	9	-0.074	0.199	18	10	-0.074	0.153

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (3ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
18	11	-0.218	0.134	21	3	0.139	-0.035
18	12	-0.008	-0.162	21	4	0.229	0.099
18	13	0.154	-0.374	21	5	0.127	-0.150
18	14	-0.101	0.109	21	6	0.075	-0.061
18	15	-0.314	0.116	21	7	0.028	-0.037
18	16	0.365	-0.012	21	8	-0.308	0.038
18	17	0.316	-0.031	21	9	-0.044	0.080
18	18	0.063	-0.142	21	10	-0.104	0.157
19	0	0.007	0.000	21	11	0.183	-0.208
19	1	-0.002	0.016	21	12	0.098	-0.022
19	2	-0.103	0.087	21	13	0.082	0.206
19	3	-0.034	0.207	21	14	-0.272	-0.024
19	4	-0.177	0.140	21	15	0.004	0.009
19	5	0.093	0.032	21	16	0.322	0.016
19	6	0.023	-0.087	21	17	-0.211	-0.069
19	7	-0.058	-0.208	21	18	0.041	0.029
19	8	-0.132	-0.125	21	19	0.002	0.121
19	9	-0.066	0.045	21	20	-0.036	0.095
19	10	-0.156	0.126	21	21	0.226	0.012
19	11	-0.069	0.197	22	0	0.183	0.000
19	12	0.006	-0.015	22	1	-0.091	0.220
19	13	0.264	-0.035	22	2	0.125	-0.286
19	14	-0.084	-0.043	22	3	0.016	-0.122
19	15	-0.034	0.097	22	4	0.011	-0.203
19	16	0.084	-0.123	22	5	0.010	-0.122
19	17	0.032	-0.203	22	6	-0.107	-0.230
19	18	0.191	-0.301	22	7	-0.022	-0.005
19	19	-0.278	0.013	22	8	-0.317	0.136
20	0	0.116	0.000	22	9	-0.006	0.129
20	1	0.062	0.008	22	10	0.048	-0.076
20	2	-0.075	0.218	22	11	0.223	-0.068
20	3	0.124	0.232	22	12	-0.048	-0.081
20	4	0.180	0.227	22	13	0.037	0.344
20	5	0.111	-0.004	22	14	-0.129	-0.187
20	6	0.025	-0.052	22	15	0.017	-0.064
20	7	-0.072	-0.176	22	16	0.382	-0.020
20	8	-0.131	-0.162	22	17	-0.103	0.048
20	9	0.029	0.053	22	18	-0.182	0.143
20	10	-0.149	0.262	22	19	0.544	-0.042
20	11	0.057	0.008	22	20	0.085	0.314
20	12	0.125	0.092	22	21	-0.064	0.029
20	13	0.216	-0.135	22	22	-0.031	-0.093
20	14	-0.054	-0.099	23	0	0.203	0.000
20	15	0.018	0.103	23	1	0.025	-0.085
20	16	0.177	-0.243	23	2	0.107	-0.227
20	17	0.085	-0.139	23	3	-0.035	-0.053
20	18	-0.382	-0.411	23	4	-0.051	-0.236
20	19	-0.122	-0.158	23	5	-0.115	0.106
20	20	0.122	0.183	23	6	-0.239	-0.166
21	0	-0.111	0.000	23	7	-0.049	0.067
21	1	-0.084	0.159	23	8	-0.033	0.018
21	2	0.033	0.006	23	9	0.097	0.130

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (4ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
23	10	0.048	-0.168	25	13	-0.050	-0.064
23	11	0.125	0.175	25	14	0.142	0.101
23	12	-0.147	-0.242	25	15	0.025	0.025
23	13	-0.086	0.098	25	16	-0.073	0.149
23	14	0.196	-0.249	25	17	-0.017	-0.373
23	15	0.093	0.099	25	18	-0.039	0.144
23	16	0.427	0.108	25	19	0.399	-0.038
23	17	-0.186	0.191	25	20	-0.257	0.021
23	18	-0.144	-0.108	25	21	0.088	0.031
23	19	0.170	0.067	25	22	-0.189	0.216
23	20	0.269	-0.196	25	23	0.212	0.138
23	21	-0.086	0.142	25	24	0.091	-0.065
23	22	-0.073	0.125	25	25	0.076	0.117
23	23	-0.181	-0.105	26	0	0.200	0.000
24	0	0.175	0.000	26	1	-0.039	0.056
24	1	-0.037	-0.229	26	2	-0.193	0.158
24	2	0.011	-0.073	26	3	-0.076	-0.045
24	3	-0.003	-0.077	26	4	-0.049	0.032
24	4	0.020	-0.033	26	5	0.105	-0.119
24	5	-0.171	0.258	26	6	0.140	0.052
24	6	0.037	-0.011	26	7	0.193	-0.148
24	7	-0.037	0.102	26	8	0.103	-0.056
24	8	0.254	-0.002	26	9	-0.080	-0.126
24	9	-0.063	0.144	26	10	-0.257	0.032
24	10	0.207	-0.116	26	11	-0.163	0.008
24	11	-0.147	0.186	26	12	-0.028	0.156
24	12	-0.062	-0.093	26	13	0.190	0.012
24	13	-0.417	-0.014	26	14	0.269	0.057
24	14	0.151	-0.073	26	15	0.123	-0.028
24	15	-0.027	0.108	26	16	-0.002	0.209
24	16	0.040	-0.061	26	17	0.027	-0.471
24	17	-0.143	0.014	26	18	-0.061	0.169
24	18	-0.136	0.058	26	19	0.171	-0.123
24	19	0.102	0.002	26	20	-0.250	-0.213
24	20	0.105	0.104	26	21	-0.066	0.021
24	21	-0.461	-0.186	26	22	0.097	0.133
24	22	0.127	0.224	26	23	0.148	0.117
24	23	-0.037	0.184	26	24	-0.118	-0.171
24	24	-0.209	0.015	26	25	0.132	-0.225
25	0	-0.019	0.000	26	26	0.161	0.063
25	1	-0.038	-0.014	27	0	-0.002	0.000
25	2	-0.054	0.058	27	1	-0.007	-0.020
25	3	-0.035	-0.082	27	2	-0.102	0.036
25	4	-0.068	0.082	27	3	-0.115	-0.028
25	5	-0.101	0.084	27	4	0.014	0.073
25	6	0.226	0.055	27	5	0.132	0.016
25	7	0.047	0.023	27	6	0.029	0.036
25	8	0.278	0.073	27	7	0.130	-0.220
25	9	-0.149	0.125	27	8	-0.009	-0.212
25	10	-0.044	0.037	27	9	-0.048	-0.227
25	11	-0.147	-0.034	27	10	-0.154	-0.077
25	12	-0.144	0.334	27	11	-0.103	0.184

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (5ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
27	12	0.055	-0.075	29	7	0.023	-0.090
27	13	0.043	0.055	29	8	-0.093	0.053
27	14	0.102	-0.027	29	9	-0.010	-0.037
27	15	-0.018	-0.080	29	10	0.149	0.288
27	16	0.046	-0.030	29	11	0.161	0.053
27	17	0.217	-0.231	29	12	0.014	0.143
27	18	-0.020	0.108	29	13	0.048	-0.201
27	19	0.084	0.263	29	14	-0.097	0.008
27	20	-0.331	-0.088	29	15	-0.151	-0.241
27	21	-0.294	-0.137	29	16	0.050	-0.078
27	22	0.169	0.173	29	17	0.227	0.071
27	23	-0.171	0.165	29	18	-0.077	0.162
27	24	-0.050	-0.334	29	19	0.032	0.025
27	25	-0.199	0.083	29	20	0.145	-0.206
27	26	-0.082	-0.139	29	21	-0.085	0.096
27	27	-0.165	-0.009	29	22	0.181	-0.030
28	0	0.142	0.000	29	23	-0.030	-0.133
28	1	0.060	0.059	29	24	0.059	-0.136
28	2	0.014	0.006	29	25	-0.022	-0.079
28	3	0.150	-0.034	29	26	-0.228	0.039
28	4	0.089	0.037	29	27	0.365	-0.194
28	5	0.070	0.008	29	28	-0.051	-0.051
28	6	0.021	0.068	29	29	0.158	0.039
28	7	0.032	-0.077	30	0	0.196	0.000
28	8	-0.126	-0.100	30	1	0.148	0.094
28	9	-0.091	-0.106	30	2	0.114	-0.015
28	10	-0.001	0.099	30	3	-0.075	0.094
28	11	0.032	0.038	30	4	0.003	-0.175
28	12	0.166	0.156	30	5	-0.021	-0.108
28	13	0.069	-0.141	30	6	-0.181	-0.140
28	14	-0.013	0.104	30	7	-0.093	-0.077
28	15	-0.155	-0.136	30	8	0.025	0.049
28	16	0.007	-0.025	30	9	0.218	-0.080
28	17	0.201	0.030	30	10	0.083	0.062
28	18	-0.058	0.143	30	11	0.224	0.095
28	19	0.116	0.281	30	12	-0.061	-0.081
28	20	-0.119	-0.152	30	13	-0.057	-0.090
28	21	-0.234	0.010	30	14	-0.171	-0.113
28	22	0.059	0.047	30	15	0.016	-0.026
28	23	-0.052	-0.121	30	16	-0.040	-0.140
28	24	-0.126	-0.148	30	17	0.215	0.060
28	25	-0.220	-0.238	30	18	-0.081	0.156
28	26	0.088	0.155	30	19	-0.013	0.043
28	27	-0.114	-0.039	30	20	0.087	-0.234
28	28	0.144	0.047	30	21	-0.019	0.238
29	0	0.059	0.000	30	22	0.069	-0.022
29	1	0.233	0.192	30	23	-0.171	-0.268
29	2	-0.013	0.034	30	24	0.173	-0.057
29	3	0.199	0.020	30	25	0.079	0.104
29	4	0.094	-0.085	30	26	0.001	0.045
29	5	0.054	-0.149	30	27	-0.038	-0.197
29	6	-0.070	0.025	30	28	0.036	-0.136

Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (6ª Parte).

n	m	Anm	Bnm	n	m	Anm	Bnm
30	29	0.023	0.008	32	18	-0.112	-0.262
30	30	-0.128	-0.057	32	19	0.038	0.096
31	0	0.009	0.000	32	20	0.036	-0.103
31	1	-0.109	-0.184	32	21	-0.165	0.177
31	2	0.129	-0.010	32	22	0.005	0.152
31	3	-0.004	0.082	32	23	0.024	-0.354
31	4	0.046	-0.150	32	24	-0.037	-0.014
31	5	-0.136	0.096	32	25	0.077	0.218
31	6	-0.075	-0.173	32	26	-0.076	-0.078
31	7	-0.035	0.062	32	27	-0.024	-0.263
31	8	0.100	-0.096	32	28	0.230	-0.134
31	9	0.165	0.055	32	29	0.109	0.132
31	10	-0.031	-0.085	32	30	0.131	0.142
31	11	0.105	-0.004	32	31	-0.024	0.041
31	12	-0.010	-0.048	32	32	0.073	0.128
31	13	0.130	0.034	33	0	0.064	0.000
31	14	-0.193	-0.034	33	1	-0.026	0.042
31	15	0.201	0.262	33	2	0.031	0.043
31	16	-0.136	-0.011	33	3	-0.135	-0.005
31	17	0.030	0.010	33	4	-0.103	0.177
31	18	-0.186	0.060	33	5	0.073	-0.104
31	19	0.176	-0.065	33	6	-0.026	0.069
31	20	0.058	-0.152	33	7	-0.100	0.159
31	21	-0.122	0.204	33	8	0.157	-0.063
31	22	0.074	0.166	33	9	-0.016	0.015
31	23	-0.157	-0.170	33	10	0.057	-0.231
31	24	0.027	-0.074	33	11	-0.214	0.034
31	25	0.112	0.217	33	12	0.052	0.019
31	26	-0.073	-0.264	33	13	-0.101	0.189
31	27	0.123	-0.130	33	14	0.175	0.036
31	28	0.120	0.074	33	15	0.080	-0.004
31	29	-0.205	-0.070	33	16	0.002	-0.015
31	30	0.081	-0.097	33	17	-0.060	-0.027
31	31	-0.012	0.026	33	18	-0.023	-0.177
32	0	0.228	0.000	33	19	0.066	0.054
32	1	-0.018	-0.175	33	20	0.053	-0.004
32	2	0.005	0.054	33	21	-0.219	0.125
32	3	-0.004	0.055	33	22	0.124	0.008
32	4	-0.022	-0.042	33	23	0.036	-0.173
32	5	-0.003	0.006	33	24	-0.048	-0.084
32	6	0.088	-0.116	33	25	0.332	0.004
32	7	0.077	0.136	33	26	-0.103	0.028
32	8	0.194	-0.203	33	27	0.154	-0.103
32	9	-0.003	0.185	33	28	-0.026	0.172
32	10	-0.013	-0.101	33	29	0.023	0.057
32	11	-0.064	-0.010	33	30	0.270	-0.270
32	12	-0.181	0.006	33	31	0.136	0.189
32	13	0.137	0.190	33	32	-0.171	0.226
32	14	0.033	0.025	33	33	-0.110	-0.012
32	15	0.173	0.163	34	0	0.118	0.000
32	16	0.027	-0.010	34	1	-0.216	-0.006
32	17	-0.044	0.094	34	2	-0.077	-0.046



Tabela (AN3.1) Coeficientes harmônicos 2006 (7ª Parte).

n	m	Anm	Bnm
34	3	-0.042	-0.094
34	4	0.108	0.266
34	5	-0.005	0.062
34	6	0.041	0.173
34	7	-0.033	-0.022
34	8	0.039	0.005
34	9	0.046	-0.034
34	10	0.020	-0.126
34	11	-0.212	-0.006
34	12	0.233	0.047
34	13	-0.124	0.079
34	14	0.106	0.008
34	15	0.003	-0.084
34	16	0.057	-0.109
34	17	-0.108	-0.094
34	18	0.030	0.101
34	19	0.032	-0.072
34	20	0.020	0.277
34	21	-0.240	0.077
34	22	0.274	0.065
34	23	0.099	-0.233
34	24	-0.207	0.075
34	25	0.112	-0.104
34	26	-0.075	-0.321
34	27	0.350	0.058
34	28	0.019	-0.024
34	29	0.013	0.089
34	30	0.018	0.015
34	31	-0.038	0.060
34	32	0.071	-0.025
34	33	0.103	0.118
34	34	-0.088	-0.089
35	0	-0.248	0.000
35	1	-0.006	0.006
35	2	-0.146	-0.080
35	3	0.051	-0.024
35	4	0.160	0.085
35	5	0.074	0.119
35	6	0.265	0.076
35	7	0.098	-0.165
35	8	-0.055	-0.030
35	9	0.129	-0.209
35	10	0.070	0.068
35	11	-0.038	-0.061
35	12	-0.015	0.187
35	13	-0.021	0.121
35	14	0.173	0.007
35	15	-0.029	-0.172
35	16	0.143	-0.091
35	17	-0.102	-0.168
35	18	0.019	0.101
35	19	-0.134	-0.079

n	m	Anm	Bnm
35	20	-0.043	0.204
35	21	0.055	-0.018
35	22	0.109	0.109
35	23	0.253	-0.283
35	24	-0.272	0.188
35	25	0.056	-0.065
35	26	0.021	-0.136
35	27	0.026	0.041
35	28	0.087	-0.033
35	29	-0.055	-0.138
35	30	0.028	-0.017
35	31	0.175	0.087
35	32	-0.448	0.036
35	33	0.019	-0.138
35	34	0.195	-0.077
35	35	-0.043	0.071
36	0	0.188	0.000
36	1	0.231	0.062
36	2	-0.028	-0.014
36	3	0.053	0.084
36	4	0.013	0.048
36	5	0.192	0.044
36	6	0.041	0.017
36	7	0.022	-0.212
36	8	-0.068	0.011
36	9	0.069	-0.420
36	10	0.043	0.059
36	11	0.134	-0.020
36	12	-0.164	0.099
36	13	0.040	0.019
36	14	0.153	-0.017
36	15	0.072	-0.106
36	16	0.107	0.128
36	17	-0.091	-0.125
36	18	0.103	0.015
36	19	-0.161	-0.214
36	20	-0.009	-0.016
36	21	0.129	-0.159
36	22	0.063	0.145
36	23	0.047	0.007
36	24	-0.198	0.180
36	25	0.128	0.029
36	26	0.090	-0.232
36	27	-0.149	0.074
36	28	0.047	0.207
36	29	-0.360	-0.341
36	30	0.064	0.014
36	31	-0.034	0.053
36	32	0.003	0.139
36	33	-0.245	0.132
36	34	-0.178	0.053
36	35	0.082	-0.189
36	36	0.000	0.039

## Anexo 4

### CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA, EM LINGUAGEM FORTRAN, PARA CÁLCULO DOS COEFICIENTES HARMÔNICOS

#### Program COEFICIENTES HARMONICOS

```
c
c Este programa calcula os coeficientes de uma expansão
c harmônica sobre uma esfera.
c
c Significado das variáveis
c delta = ângulo das malhas
c nd = numero de dados de fluxo
c ge = grau da expansão harmônica
c fi = longitude
c theta = latitude
c
c dimension theta(80000),radtheta(80000),fi(80000),radfi(80000),
c 1 colat(80000),q(80000),a(600,600),b(600,600),Pol(80000)
c
c Real*8 pi,grid,radgrid,PolNorm,c,
c 1 x1, x2, fat1, fat2, plgndr
c
c COMPLEX(8) soma1,Nor,soma2
c
c Integer nd,ip,n,ge,m,i,j,k
c Character *60 INPUT, OUTPUT
c
c Abertura dos Arquivos de entrada e saída
c
c write (*,10)
10 format (22X,'ARQUIVO DE DADOS?')
c read (*,' (A) ') INPUT
c open (3,FILE = INPUT, STATUS = 'OLD')
c
c write (*,20)
20 format (22X,'NOME DO ARQUIVO DE SAIDA ? ')
c read (*,' (A) ') OUTPUT
c open (11,FILE = OUTPUT)
c
c Leitura dos dados de entrada
c
c read(3,30) ge, nd, grid
30 format (40x, i10, /, 40x, i10, /, 40x, f10.1)
c
c Leitura dos dados de fluxo
c
```

```

        Do 50 ip = 1, nd
        Read (3,40) fi(ip), theta(ip), q(ip)
40 Format (1x, 1f9.2, 4x, 1f9.2, 2x, 1f15.2)
50 Continue
c
c   Calculo dos Coeficientes
c
c   pi = 4.0 * atan(1.0)
c   radgrid = grid * (pi/180.0)
c
c   Do 100 n=0, ge
c
c   Do 90 m=0,n
c
c   i = n+1
c   j = m+1
c   soma1 = 0.0
c   soma2 = 0.0
c
c   Do 60 k=1, nd
c
c   radtheta(k) = theta(k) * (pi/180.0)
c   radfi(k) = fi(k) * (pi/180.0)
c   Colat(k) = (pi/2) - radtheta(k)
c   c = colat(k)
c
c   Call Legpol (n, m, c, plgndr)
c
c   soma1=soma1+q(k)*cos(m*radfi(k))*plgndr*sin(colat(k))*(radgrid**2)
c
c   if (m .eq. 0) then
c     soma2 = 0.0
c   else
c     soma2=soma2+q(k)*sin(m*radfi(k))*plgndr*sin(colat(k))*(radgrid**2)
c   endif

60 Continue
c
c   Normalizaçao
c
c   if (m .eq. 0) then
c     Nor = (2*n+1)**(0.5)
c
c   m diferente de 0
c
c   else
c     x1 = n+m
c     x2 = n-m

```

```

        if (x2 .le. 0.) then
            fat1 = 1.
        else
            fat1 = sqrt(2*pi*x2) * (x2**x2) * (exp(-x2 +1/(12*x2)))
        endif

        if (x1 .le. 0.) then
            fat2 = 1.
        else
            fat2 = sqrt(2*pi*x1) * (x1**x1) * (exp(-x1 +1/(12*x1)))
        endif

        Nor = (2*(2*n+1)*fat1)**0.5/(fat2)**0.5

    endif

    a(i,j)= soma1 * Nor / (4*pi)
    b(i,j)= soma2 * Nor / (4*pi)

    write(11,80) n, m, a(i,j), b(i,j)
80 format (1I3, 2x, 1I3, 2x, 1f10.3, 2x, 1f10.3)

90 Continue
100 Continue
    stop
    end

c
c   Subrotina para calculo da Função Associada de Legendre
c
c   Subroutine LegPol (n, m, c, plgndr)
c
c   Significado das variáveis
c   c = colatitude
c   n , m = grau e ordem da expansao
c
c   INTEGER n,m,i,ll
c   REAL*8 plgndr,fact,somx2,x,c

COMPLEX(8) pmmp1,pmm,pll

x = cos(c)
pmm=1.

if(m.gt.0) then
    somx2=sqrt((1.-x)*(1.+x))
    fact=1.
    do 50 i=1,m
        pmm=pmm*fact*somx2
        fact=fact+2.
    enddo
endif

```

```

50          Continue
endif

if(n.eq.m) then
    plgndr=pmm
else
    pmmp1=x*(2*m+1)*pmm

    if(n.eq.m+1) then
        plgndr=pmmp1
    else
        do 60 ll=m+2,n
            pll=(x*(2*ll-1)*pmmp1-(ll+m-1)*pmm)/(ll-m)
            pmm=pmmp1
            pmmp1=pll
60          Continue
            plgndr=pll
        endif
    endif

endif

return
end

```

## Anexo 5

### CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA, EM LINGUAGEM FORTRAN, PARA CÁLCULO DA REPRESENTAÇÃO HARMÔNICA DO FLUXO GEOTÉRMICO

#### Program FLUXO TERMICO

```
c
c   Este programa calcula o Fluxo Geotérmico em Escala Global
c   a partir de um conjunto de coeficientes harmônicos
c
c   dimension l(600),m(600),a(600),b(600),plm(600),norm(600),qlm(600),
c   lq(600)
c   Double precision a, b, plm, norm, qlm, q
c   Real lat, long, latg, longg, pi, delta, raddelta, colat, x1, x2,
c   1x3, x4, x5, x6, x7, fat1, fat2, fat3, fat4, fat5, fat6
c   character *60 INPUT, OUTPUT
c
c   Abertura dos Arquivos de entrada e saída
c
c   write (*,10)
c   10 format (22X,'NOME DO ARQUIVO DOS COEFICIENTES ?')
c   read (*,' (A) ') INPUT
c   open (3,FILE = INPUT, STATUS = 'OLD')
c   write (*,20)
c   20 format (22X,'NOME DO ARQUIVO DE DADOS DE FLUXO ? ')
c   read (*,' (A) ') OUTPUT
c   open (11,FILE = OUTPUT)
c
c   Ângulo com que a malha global vai ser formada (delta)
c
c   write (*,30)
c   30 format (24X,'ANGULO DAS MALHAS')
c   34 read *,delta
c   if (delta .eq. 0) then
c   write (*,35)
c   35 format (24X,'O ANGULO DEVE SER MAIOR QUE ZERO')
c   go to 34
c   endif
c   pi = 4.0 * atan(1.0)
c   raddelta = delta * (pi/180.0)
c
c   Grau da expansão harmônica (nd)
c
c   write (*,40)
c   40 format (24X,'GRAU DA EXPANSAO HARMONICA')
c   read *,nd
c   nc =((nd**2+3*nd)/2) + 1
```

```

c
c   Leitura dos Coeficientes
c
    Do 60 ip = 1, nc
      read (3,50) l(ip), m(ip), a(ip), b(ip)
50 format (1x, 1I3, 4x, 1I3, 4x, 1f8.4, 2x, 1f8.4)
60 Continue
c
c   Inicialização dos dados
c
    colat = 0
    long = -pi
70 fluxo = 0
c
c   Iniciando a Rotina de Cálculo
c
    Do 85 j = 1, nc
      soma = 0
c
c   Cálculo das Funções Associadas de Legendre
c
    x1 = l(j) - m(j)
    x2 = l(j) + m(j)
    x3 = l(j)
    x4 = m(j)
    x5 = a(j)
    x6 = b(j)
    i7 = Int (x1 / 2)

    Do 80 ik = 0, i7

      rfac = 2 * x3 - 2*ik
        fat1 = factr (rfac)
      rfac = ik
      fat2 = factr (ik)
      rfac = x3 - ik
        fat3 = factr (rfac)
        rfac = x1 - 2*ik
      fat4 = factr (rfac)

      soma = soma + (((cos (colat))**(x3-x4-2*ik)) *
1      ((-1)**(ik)) * fat1 ) /
2      (fat2 * fat3 * fat4)

80 Continue
c
c   Polinômio de Legendre
c
    plm(j) = (((sin (colat))**(x4)) / (2**(x3))) * soma

```

```

c
c   Normalização
c
   if (m(j) .eq. 0) then

       rfac = x1
       fat5 = factr (rfac)
       rfac = x2
       fat6 = factr (rfac)
       norm(j)=sqrt(1*(2*x3+1)* fat5/fat6)
       qlm(j) = plm(j) * norm(j)

   else

       rfac = x1
       fat5 = factr (rfac)
       rfac = x2
       fat6 = factr (rfac)
       norm(j)=sqrt(2*(2*x3+1)* fat5/fat6)
       qlm(j) = plm(j) * norm(j)
   endif
c
c   Valor do Fluxo
c
   q(j) = (x5*cos(x4*long) + x6*sin(x4*long))* qlm(j)
   fluxo = fluxo + q(j)

85 Continue
c
c   Escrevendo os resultados no Arquivo de Dados
c
   latg = 90 - (colat*180/pi)
   longg = long*180/pi
   write(11,90) longg, latg , fluxo
90 format (1x, 1f9.2, 4x, 1f9.2, 4x, 1f9.2)
c
c   Varrendo os Pontos da Malha
c
   long = long + raddelta

   if (long .lt. pi) then
       go to 70
   endif

   long = -pi
   colat = colat + raddelta

   if (colat .lt. pi) then
       go to 70

```



```

        endif
        stop
    end
c
c      Function para calculo de Fatorial
c
    function factr (rk)
        double precision product
c
c      Computes Factorial Values
        integer k, ik
        product = 1.0
        k = rk
        do 150 ik = k, 2, -1
            rik = ik
            product = product*rik
150 continue
        factr = product
        return
    end

```

## MAPAS DE REPRESENTAÇÕES HARMÔNICAS DE GRAU 1 A 36

No capítulo 5 foram apresentados os mapas das representações harmônicas de fluxo geotérmico de grau 12 e de grau 36. Neste anexo estão apresentados todos os mapas com as representações de grau 1 até grau 36, de modo que se possa verificar graficamente a relação entre a resolução do mapa e o grau da representação harmônica.

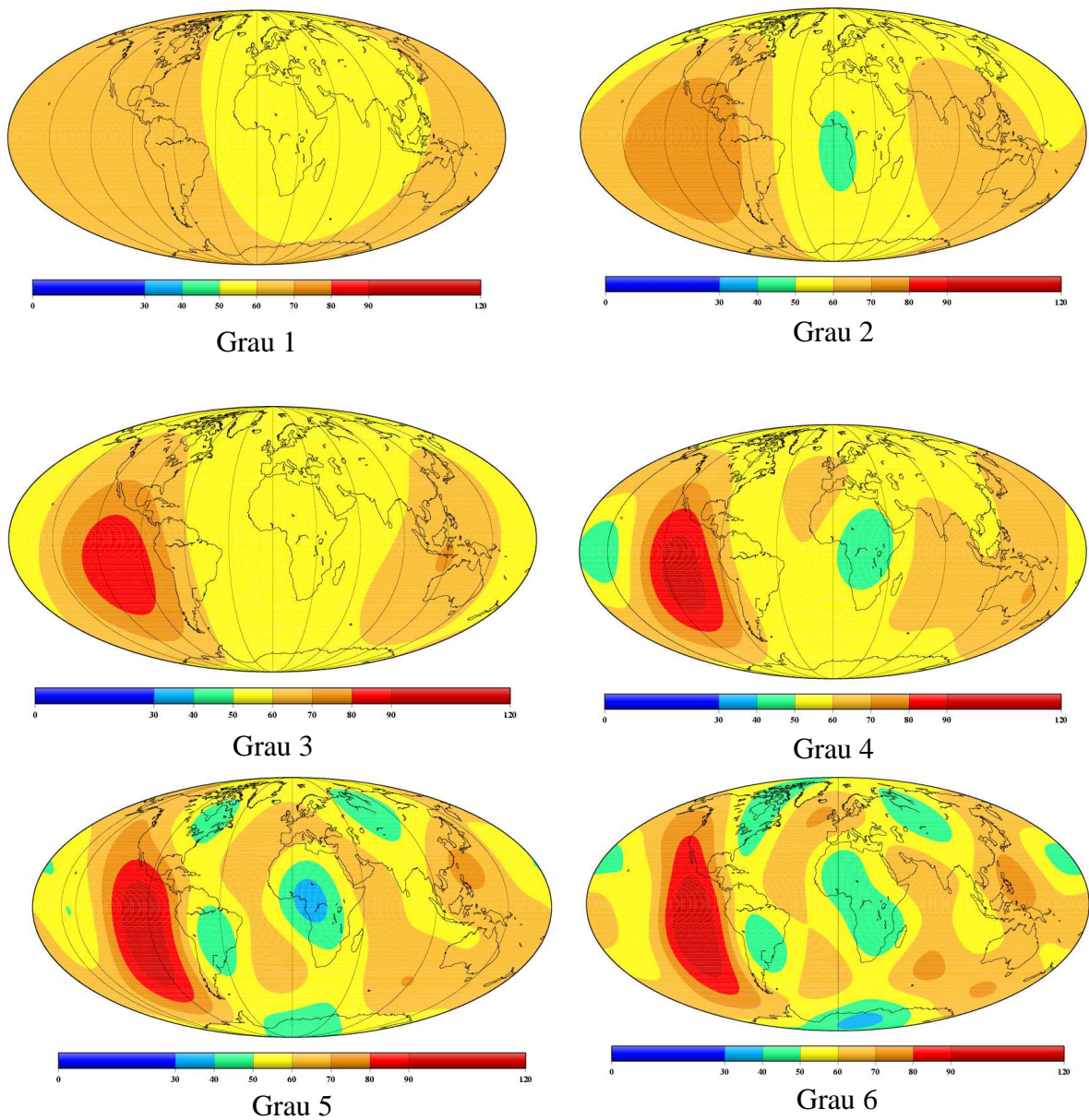


Figura (AN 6.1) – Mapas de representações harmônicas de grau 1 a 6.

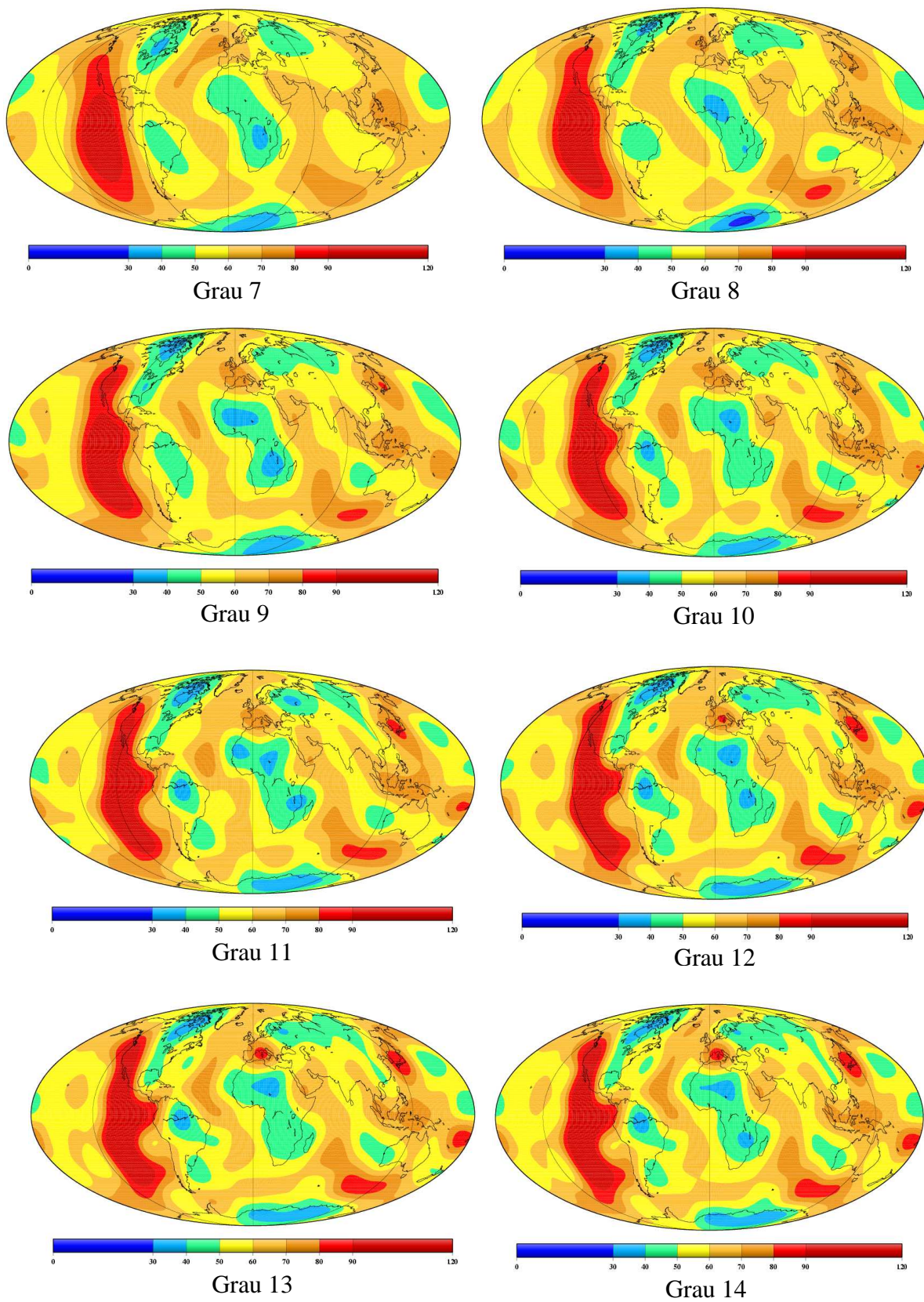


Figura (AN 6.2) – Mapas de representações harmônicas de grau 7 a 14.



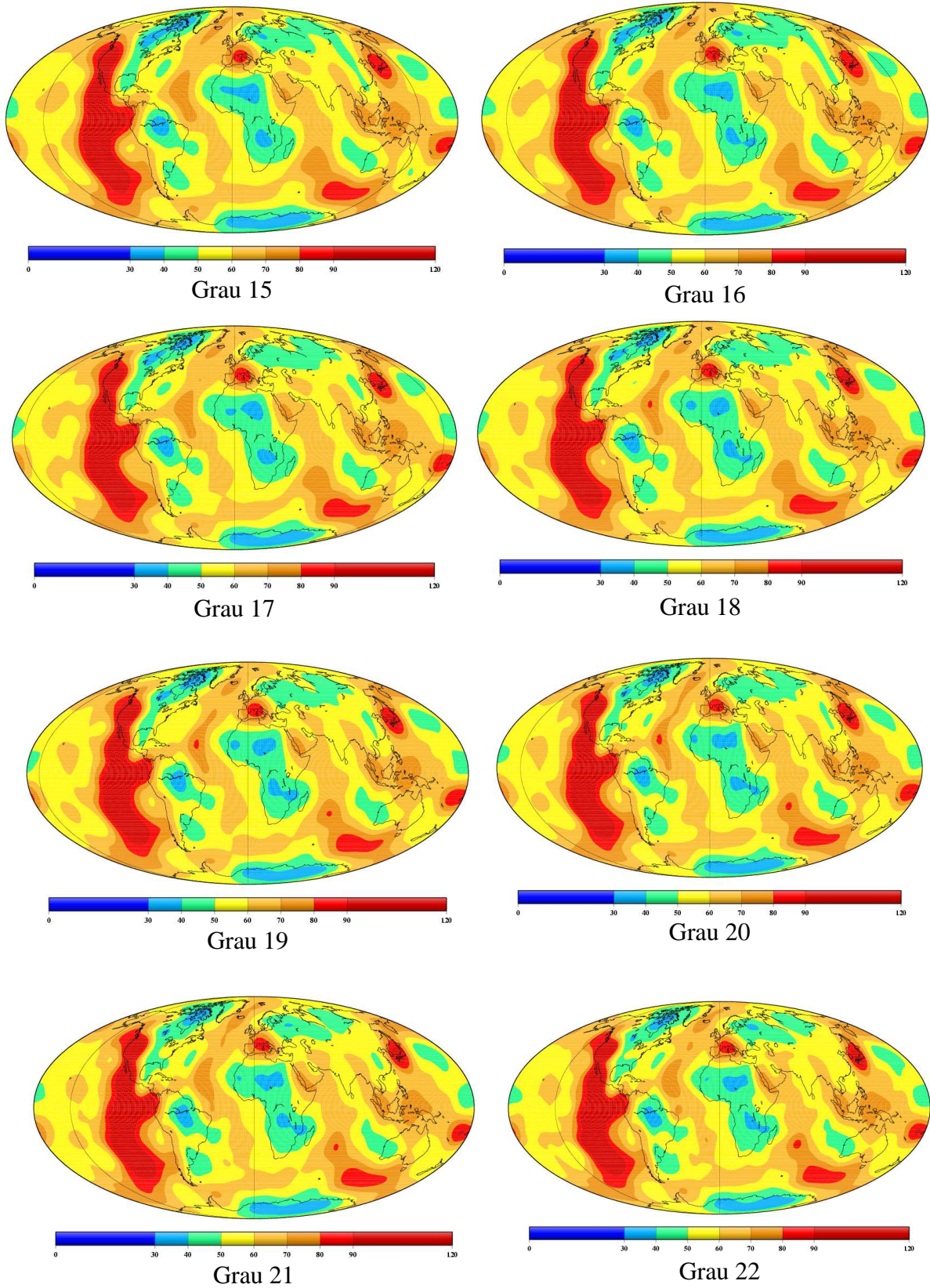


Figura (AN 6.3) – Mapas de representações harmônicas de grau 15 a 22.



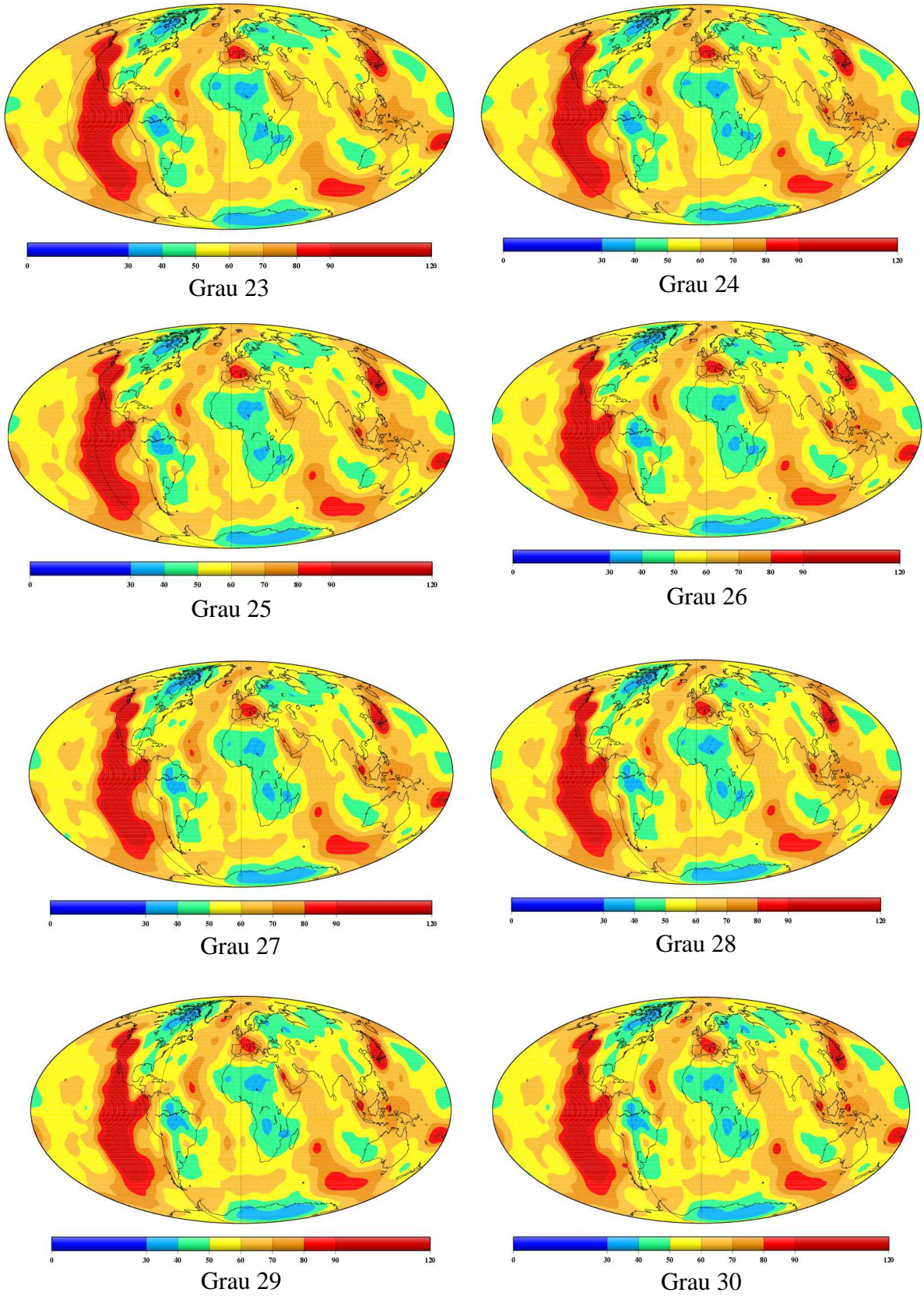


Figura (AN 6.4) – Mapas de representações harmônicas de grau 23 a 30.

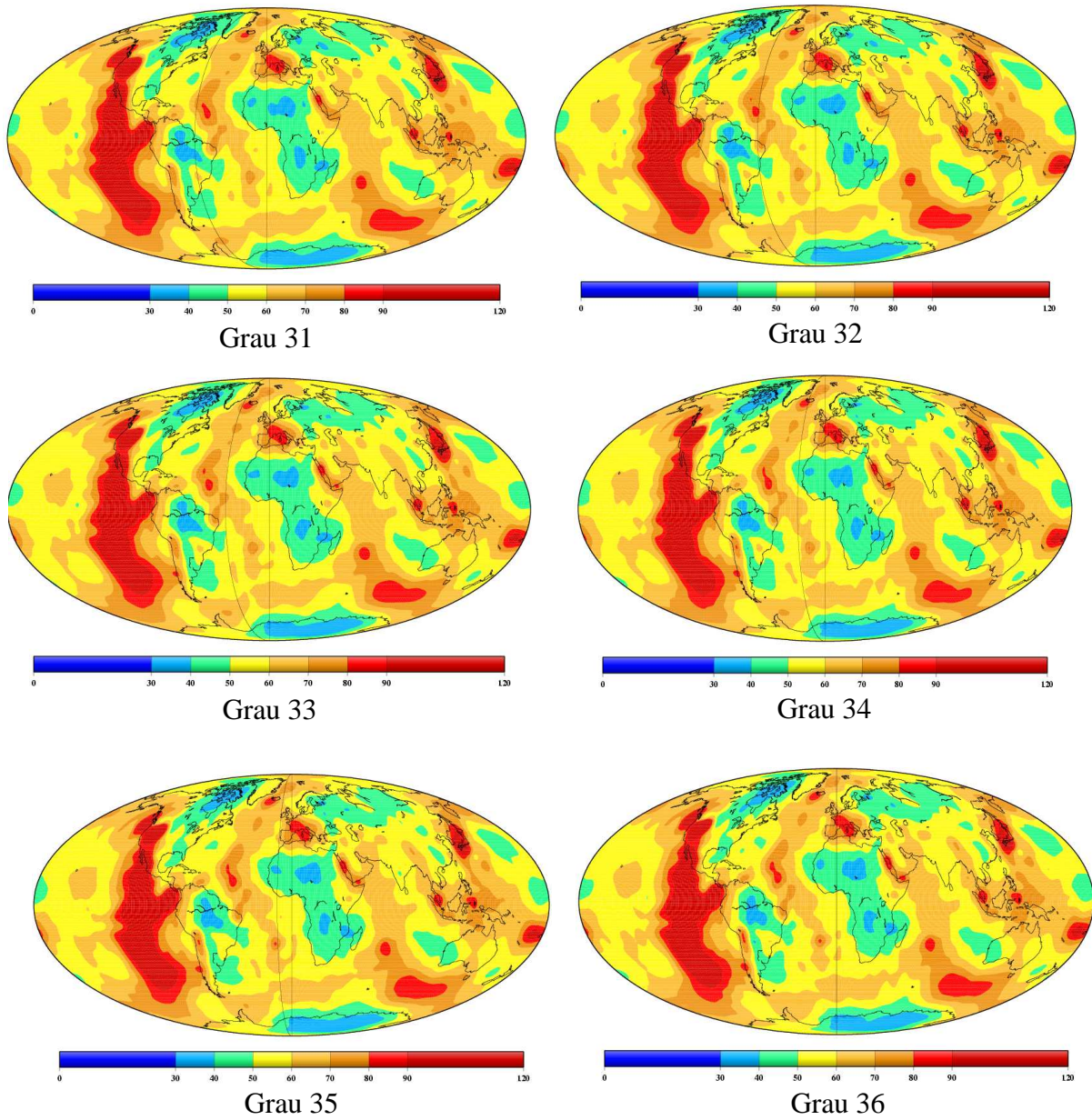


Figura (AN 6.5) – Mapas de representações harmônicas de grau 31 a 36.



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)