

**Gustavo Alves Tristão**

**ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE  
LIGAÇÕES VIGA MISTA-PILAR DE EXTREMIDADE  
COM CANTONEIRAS DE ASSENTO E ALMA**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

**Orientador: Prof. Associado Roberto Martins Gonçalves**

São Carlos  
2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

À minha família, ao Paulo  
e à querida Lorença

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Roberto Gonçalves pela amizade, confiança e apoio nos momentos mais importantes deste trabalho, possibilitando um grande amadurecimento profissional.

Ao Professor Luís Calado pela confiança, respeito e dedicação nos 8 meses em que estive em Lisboa, proporcionando experiências em que muito contribuirá para meu aperfeiçoamento como pesquisador e engenheiro.

Ao professor Jorge Proença, do Instituto Superior Técnico de Lisboa, pela enorme contribuição na realização dos ensaios experimentais.

Ao CNPQ e a CAPES pelo auxílio financeiro no desenvolvimento deste trabalho no Brasil e no Exterior, respectivamente.

Aos companheiros da AGYL, Alex Sander, Yuri Maggi e Luciana Figueiredo.

A funcionária do Departamento de Engenharia de Estruturas, Rosi Jordão, que sempre com dedicação e paciência ajudou-me em momentos difíceis ao longo dos quatro anos do doutorado.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do Instituto Superior Técnico de Lisboa, Fernando Alves, Fernando Costa e Pedro.

Aos amigos e amigas, Gustavo Chodraui, Ricardo Carrazedo, Walter, Claudius, Fernando Menezes, Rodrigo Gustavo, Rodrigo Neves, Joel Nascimento, Valério, Luciano Barbosa, Josafá, Silvana, Raissa, Suzana, Patrícia Maggi.

Aos amigos do QG, Base Aérea e agregados, João Marcelo, Rômulo, Everton, Ricardo, Marcos Vinícios, Mário Garrido, Cláudio, Alexandre e Renato.

A minha querida mãe e tia Terezinha pela revisão desse texto.

## RESUMO

TRISTÃO, G. A. (2006). *Análise Teórica e Experimental de Ligações Viga Mista-Pilar de Extremidade com Cantoneiras de Assento e Alma*. São Carlos. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.

Este trabalho apresenta um estudo numérico e experimental do comportamento estrutural das ligações viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma.

No estudo teórico foi desenvolvido, com base nos EUROCODES 3 e 4, um procedimento para avaliação do comportamento das ligações mistas com cantoneiras de alma e assento e com chapa de topo.

O trabalho de investigação experimental, abrangendo modelos submetidos a carregamentos monotônico e cíclico, foi realizado no Instituto Superior Técnico (IST), Portugal, em que o objetivo principal foi avaliar a influência da força axial de compressão no pilar para o comportamento do painel da alma do pilar, e conseqüentemente no comportamento global da ligação mista localizada em nó de extremidade.

Nos ensaios experimentais foram analisadas as rotações e deformações no painel da alma do pilar sem e com enrijecedor na alma do pilar. Adicionalmente, a eficiência da ancoragem das barras de armadura longitudinal foi verificada.

Paralelamente à investigação experimental, um estudo numérico de ligações mistas foi realizado por meio do modelo em elementos finitos, o qual mostrou-se representativo, tornando-se uma ferramenta para análises paramétricas.

**Palavras-chave:** Estrutura mista, aço, ligações mistas, viga-pilar, método das componentes, semi-rígidas, pilar de extremidade, comportamento cíclico, ligações com cantoneiras.

## ABSTRACT

TRISTÃO, G. A. (2006). *Theoretical and Experimental Analysis of Single-sided Beam-to-Column Composite Joints with Bottom and Web Angle Connections*. São Carlos. Thesis (Doctorate). São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, Brazil.

This work presents a numerical and experimental study of the structural behavior of beam-to-column composite joints with bottom and web angle connections.

In the theoretical study, basing in EUROCODES 3 and 4, an analytic procedure for evaluation the static behavior of beam-to-column composite joints with bottom and web angle connections was developed.

The experimental test program, enclosing monotonic tests and a cyclic test, was carried out at the Instituto Superior Técnico of Lisbon (IST), where the main objective was to evaluate the effect of column axial load on column web panel and consequently in the global behavior of single-sided composite joint.

In the tests, the panel zone rotations and deformations were analyzed for stiffened and unstiffened column web. In addition, the efficiency of the main rebar was verified.

Finally, a thorough of finite element model, a numerical study of composite joints was developed. This model was found to be representative and reliable as a tool to futures parametric analyses.

**Keywords:** Composite structures, steel, composite joints, beam-to-column, component model, semi-rigid, single-sided joint configuration, cyclic behavior, angle connections.

# SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 Considerações iniciais.....	1
1.2 Justificativas e objetivos do trabalho.....	2
1.3 Metodologia.....	5
1.4 Descrição dos capítulos.....	6
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>7</b>
2.1 Considerações gerais.....	7
2.2 Conceituação e aspectos gerais das ligações mistas.....	7
2.3 Vigas mistas.....	15
2.3.1 Largura efetiva.....	16
2.3.2 Comportamento em estado limite último.....	19
2.3.3 Comportamento em estado limite de utilização.....	23
2.3.4 Grau de conexão de cisalhamento.....	25
2.3.5 Armaduras transversais na laje.....	26
2.3.6 Armaduras longitudinais.....	29
2.4 Aspectos da relação momento-rotação da ligação.....	29
2.5 Aspectos sobre rigidez e resistência das ligações.....	33
2.5.1 Classificação pelo AISC/LFRD.....	35
2.5.2 Classificação pelo EUROCODE 3.....	36
2.5.3 Classificação proposta por NETHERCOT.....	40
2.6 Métodos de análise considerando a não-linearidade dos materiais.....	46
2.6.1 Análise elástica linear para o estado limite último.....	47
2.6.2 Análise elástica linear para o estado limite de utilização.....	50
2.6.3 Análise rígido-plástica.....	51
2.6.4 Análise elasto-plástica.....	53
2.7 Comentários parciais.....	55

<b>3</b>	<b>MODELO ANALÍTICO PARA LIGAÇÕES VIGA MISTA-PILAR .....</b>	<b>56</b>
<b>3.1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>56</b>
<b>3.2</b>	<b>Método proposto pelo EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8 .....</b>	<b>57</b>
3.2.1	Considerações iniciais .....	57
3.2.2	Esforços atuantes na ligação .....	60
3.2.3	“T-Stub” equivalente.....	63
3.2.4	Componentes individuais em tração.....	68
3.2.4.1	<i>Flexão na mesa do pilar</i> .....	68
3.2.4.2	<i>Tração na alma do pilar</i> .....	71
3.2.4.3	<i>Tração na alma da viga</i> .....	72
3.2.4.4	<i>Flexão na chapa de topo</i> .....	73
3.2.4.5	<i>Tração na armadura longitudinal da laje</i> .....	74
3.2.5	Componentes individuais em compressão .....	76
3.2.5.1	<i>Compressão transversal na alma do pilar</i> .....	76
3.2.5.2	<i>Compressão na mesa e alma da viga</i> .....	79
3.2.5.3	<i>Compressão na aba da cantoneira de assento</i> .....	79
3.2.6	Componente individual em cisalhamento horizontal.....	79
3.2.7	Determinação do momento resistente da ligação.....	82
3.2.7.1	<i>Ligação com chapa de topo</i> .....	85
3.2.7.2	<i>Ligação com cantoneiras de alma e assento</i> .....	88
3.2.8	Determinação da rigidez inicial da ligação.....	90
<b>3.3</b>	<b>Estimativa da capacidade rotacional da ligação.....</b>	<b>97</b>
<b>3.4</b>	<b>Método proposto pelo AISC: “Steel design Guide Series 8” (2001) .....</b>	<b>102</b>
<b>3.5</b>	<b>Comentários sobre os métodos de cálculo apresentados .....</b>	<b>105</b>
<b>4</b>	<b>ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE LIGAÇÕES MISTAS COM CANTONEIRAS .....</b>	<b>106</b>
<b>4.1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>106</b>
<b>4.2</b>	<b>Definição e geometria dos modelos ensaiados .....</b>	<b>107</b>
<b>4.3</b>	<b>Metodologia e sistema dos ensaios.....</b>	<b>112</b>
<b>4.4</b>	<b>Instrumentação .....</b>	<b>116</b>
<b>4.5</b>	<b>Caracterização dos materiais .....</b>	<b>118</b>
<b>4.6</b>	<b>Resultados experimentais .....</b>	<b>122</b>
<b>4.7</b>	<b>Avaliação dos resultados experimentais .....</b>	<b>134</b>

4.7.1	Ensaio monotônicos .....	134
4.7.2	Influência do enrijecedor de alma do pilar .....	143
4.7.3	Influência da força axial de compressão no pilar .....	145
4.7.4	Ensaio cíclico .....	146
<b>4.8</b>	<b>Comentários sobre os resultados experimentais .....</b>	<b>149</b>
<b>5</b>	<b><i>DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS, VIA MEF, DE LIGAÇÕES MISTAS ....</i></b>	<b>151</b>
<b>5.1</b>	<b>Considerações iniciais .....</b>	<b>151</b>
<b>5.2</b>	<b>Critérios gerais adotados no modelo numérico .....</b>	<b>152</b>
<b>5.3</b>	<b>Elementos finitos adotados .....</b>	<b>153</b>
5.3.1	Elemento SOLID 45 .....	153
5.3.2	Elemento BEAM 23.....	154
5.3.3	Elementos BEAM 4 e COMBIN 39.....	155
5.3.4	Elemento de contato TARGE 170 e CONTAC 173.....	156
<b>5.4</b>	<b>Definição da geometria e malha de elementos finitos .....</b>	<b>158</b>
<b>5.5</b>	<b>Modelos constitutivos para os materiais.....</b>	<b>163</b>
<b>5.6</b>	<b>Condições de contorno e carregamento .....</b>	<b>167</b>
<b>5.7</b>	<b>Comentários finais.....</b>	<b>169</b>
<b>6</b>	<b><i>ESTUDO NUMÉRICO DAS LIGAÇÕES VIGA MISTA-PILAR COM CANTONEIRAS</i></b>	<b>170</b>
<b>6.1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>170</b>
<b>6.2</b>	<b>Comportamento global da ligação .....</b>	<b>171</b>
<b>6.3</b>	<b>Análise das tensões na alma do pilar .....</b>	<b>182</b>
<b>6.4</b>	<b>Comentários finais.....</b>	<b>190</b>
<b>7</b>	<b><i>ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS</i></b>	<b>193</b>
<b>7.1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>193</b>
<b>7.2</b>	<b>Análise e comparação dos resultados experimental e numérico .....</b>	<b>194</b>
7.2.1	Curva momento-rotação total da ligação .....	194
7.2.2	Análise do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação .....	196
<b>7.3</b>	<b>Análise das ligações pelo método das componentes.....</b>	<b>201</b>
<b>7.4</b>	<b>Discussão dos resultados de acordo com as três análises .....</b>	<b>206</b>
<b>7.5</b>	<b>Estudo de caso: análise de um pórtico misto de edifícios .....</b>	<b>213</b>

7.6	Comentários finais.....	219
8	<b>CONCLUSÕES FINAIS.....</b>	<b>220</b>
9	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>225</b>
	<b>ANEXO A: ANÁLISE DE LIGAÇÕES COM CHAPA DE TOPO.....</b>	<b>232</b>
	<b>A.1 Ligação com chapa de topo estendida.....</b>	<b>232</b>
	A.1.1 Resultados experimentais.....	237
	A.1.2 Resultados numéricos.....	240
	A.1.3 Análise paramétrica de alguns componentes da ligação.....	245
	<b>A.2 Ligação com chapa de topo (“flush end-plate”).....</b>	<b>252</b>
	A.2.1 Ensaios realizados por Nethercot.....	252
	A.2.1.1 Resultados experimentais e numéricos.....	255
	A.2.2 Ensaios realizados por Anderson.....	262
	A.2.2.1 Resultados experimentais e numéricos.....	265
	<b>ANEXO B: CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS UTILIZADOS NOS ENSAIOS.....</b>	<b>272</b>

# 1 INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Considerações iniciais

O crescente desenvolvimento da tecnologia dos materiais, dos métodos construtivos e dos programas computacionais para análise estrutural está possibilitando novos procedimentos de construção e análise estrutural em edifícios de andares múltiplos.

Nos edifícios de andares múltiplos a viga mista, viga de aço ligada por conectores de cisalhamento à laje de concreto, é uma solução com boa relação custo benefício.

As vigas mistas têm grande capacidade de resistir a momentos positivos possibilitando vãos maiores e um número menor de pilares, no entanto, na região de momento fletor negativo a laje de concreto será tracionada e somente a armadura contribui para resistência da viga ao momento fletor.

Quando a ligação viga-pilar é articulada, ou seja não há transmissão de momento fletor para o pilar, a menor resistência da viga mista na região de momento fletor negativo não influencia na capacidade do sistema. Na ligação viga-pilar engastada há transmissão de momento fletor, exigindo uma solução construtiva que considere a armadura longitudinal posicionada na laje de concreto e seu desempenho.

A ligação mista, com transmissão de momentos da viga para o pilar, deverá considerar a contribuição da laje de concreto e, conseqüentemente, a sua armadura longitudinal, no comportamento da ligação metálica.

As ligações mistas são mais rígidas e resistentes se comparadas com a

mesma ligação em aço (mesmos perfis) sem a consideração da laje, logicamente com uma capacidade rotacional compatível. A contribuição da laje para o comportamento da ligação, no projeto de pórticos de aço, significa buscar um equilíbrio entre economia e eficiência estrutural.

Os benefícios das ligações mistas incluem a redução da altura e peso próprio das vigas e um melhor desempenho em serviço, reduzindo as fissuras junto aos pilares devido à presença de armaduras na laje. No entanto, a utilização das ligações mistas requer métodos de cálculos mais avançados e controle na disposição das armaduras longitudinais.

As ligações metálicas correntemente utilizadas podem ser mistas, com maior capacidade de transmissão de momentos fletores, sem um custo adicional elevado, além de poucas mudanças no projeto estrutural e práticas de construção.

Os projetos desenvolvidos correntemente nos escritórios consideram as ligações viga-pilar como articuladas ou engastadas. Uma observação mais apurada mostra a inadequação dessa simplificação, uma vez que vários fatores influenciam o comportamento das ligações e conduzem ao estabelecimento de um comportamento intermediário denominado de ligações semi-rígidas (semi-contínuas).

O efeito de ligações semi-rígidas na análise global das estruturas, ao invés das ligações rígidas ou rotuladas, não altera somente os deslocamentos, mas também a distribuição e magnitude dos esforços internos na estrutura.

O principal problema em utilizar uma ligação semi-rígida nas estruturas é a caracterização do comportamento momento-rotação da ligação e a implementação dessas características na análise estrutural, associado ao real conhecimento dos estados limites últimos envolvidos nessas ligações. Essa relação momento-rotação pode ser obtida por meio de dados experimentais, numéricos ou expressões analíticas.

## **1.2 Justificativas e objetivos do trabalho**

Nos últimos 15 anos vêm sendo realizados estudos, nos Estados Unidos e na Europa, com o objetivo de avaliar o real comportamento das ligações mistas aço-concreto. No âmbito dos trabalhos foram realizados ensaios experimentais, métodos analíticos e alguns modelos numéricos, utilizando principalmente os

detalhes de ligações em aço com chapa de topo e com cantoneiras de alma e assento.

A maioria dos ensaios experimentais realizados em ligações mistas foi direcionada para modelos cruciformes, ou seja, ligações em pilar interno submetidos a momentos balanceados ou desbalanceados. No entanto, numa estrutura real existem as ligações mistas com pilar de extremidade, que além da diferença do carregamento em relação ao pilar interno, há problemas construtivos com relação à ancoragem das barras de armadura longitudinal que contribuem para rigidez e resistência da ligação.

Ainda com relação aos ensaios experimentais realizados relatados em trabalhos técnicos, a grande maioria dos modelos isolados para caracterização do comportamento da ligação não considerou a situação real da estrutura que é o pilar submetido a uma força axial de compressão.

Nos modelos numéricos desenvolvidos para o estudo das ligações mistas, na sua grande maioria, foram utilizados elementos finitos bi-dimensionais (2D) quando é conhecido que a análise numérica em elementos finitos tri-dimensionais permite melhores resultados quanto ao comportamento global das ligações e representação dos estados limites últimos.

No Brasil, os poucos trabalhos investigativos realizados em ligações mistas adotaram modelos representando ligações em pilar interno. Nesses ensaios não se avaliaram as influências das presenças do enrijecedor de alma do pilar e da força axial de compressão no pilar.

Com relação à norma brasileira, ainda não está incluída uma seção destinada ao comportamento e dimensionamento das ligações mistas.

As observações mencionadas acima serviram de base para desenvolver mais investigações sobre o comportamento das ligações viga mista-pilar sob carregamento monotônico (submetidos a momentos negativos) e cíclico.

Portanto, os principais objetivos que estimularam o desenvolvimento deste trabalho estão descritos abaixo:

- Analisar a influência do enrijecedor na alma do pilar para a rigidez inicial, momento resistente e capacidade rotacional das ligações mistas;

- Investigar o comportamento da ligação, e o seu estado limite último e de utilização, quando da aplicação da força de compressão axial no pilar com e sem enrijecedor de alma;
- Analisar o comportamento da ligação mista submetida a ações cíclicas, uma vez que os ensaios foram realizados em Portugal onde existem as ocorrências de sismos;
- Realizar uma análise numérica de ligações viga mista-pilar com cantoneiras de alma e assento submetidas a carregamento monotônico, complementando as investigações no âmbito experimental;
- Avaliar a metodologia apresentada pelo EUROCODE 3 e EUROCODE 4, para determinação da rigidez inicial e momento resistente de ligações mistas com cantoneiras de alma e assento;
- Realizar a análise estrutural de um pórtico misto para verificar a influência do comportamento semi-rígido da ligação;
- Proporcionar um maior conhecimento do comportamento global e do dimensionamento das ligações viga mista-pilar no eixo de maior inércia do pilar.

Embora o foco principal do trabalho foi investigar o comportamento das ligações mistas com cantoneiras de alma e assento, no **ANEXO A** encontra-se alguns estudos numéricos para ligações mistas com chapa de topo realizados por meio do modelo numérico apresentado neste trabalho.

Nos ensaios experimentais foram utilizados perfis laminados para a viga e pilar uma vez que são os mais utilizados na Europa. Os ensaios com perfis laminados foi um ponto importante, uma vez que no Brasil a maioria dos ensaios de ligações mistas foi com perfis soldados.

O estudo numérico foi realizado para contribuir com as análises dos resultados do trabalho experimental. Adicionalmente, a validação dos resultados obtidos pelo modelo numérico de ligações mistas possibilita no futuro a utilização do modelo para estudos paramétricos.

Este trabalho insere-se na linha de pesquisa do Departamento de

Estruturas da EESC-USP em estruturas mistas e mais especificamente no estudo do comportamento das ligações que teve início com PRELORENTZOU (1992), seguido por RIBEIRO (1998), MAGGI (2004) e FIGUEIREDO (2004).

### 1.3 Metodologia

A metodologia empregada no desenvolvimento deste trabalho envolveu abordagens teóricas e experimentais, com as etapas relativas à revisão bibliográfica, estudo dos métodos analíticos disponíveis para avaliação do comportamento das ligações mistas, investigação experimental de ligações mistas com cantoneiras de alma e assento, análise numérica das ligações mistas ensaiadas e análise comparativa dos resultados obtidos numericamente, experimentalmente e por meio dos modelos analíticos.

A revisão bibliográfica foi realizada no intuito de aprimorar os principais conceitos relativos ao comportamento das vigas mistas e das ligações viga mista-pilar. Uma ampla pesquisa bibliográfica abordando aspectos teóricos e experimentais foi desenvolvida para que as investigações experimentais e numéricas pudessem ser realizadas.

O programa experimental foi realizado no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais (LERM) do Departamento de Engenharia e Arquitetura do Instituto Superior Técnico (IST), Portugal, sob a orientação do Professor Luís Calado e com o acompanhamento do Professor Roberto M. Gonçalves, orientador deste trabalho. Os custos da investigação experimental com relação aos materiais e mão de obra especializada foram financiados pelo grupo de pesquisa coordenada pelo Professor Luís Calado.

Os modelos numéricos foram preparados e analisados pelos programas comerciais **TRUEGRID** e **ANSYS**, respectivamente, num processo contínuo de aperfeiçoamento da análise numérica. As análises contribuíram para aprimorar a investigação experimental desenvolvida.

A comparação de resultados numéricos, experimentais e analíticos foi realizada visando à comprovação da confiabilidade da análise numérica e verificação dos resultados analíticos para as ligações mistas com cantoneiras de

alma e assento.

#### **1.4 Descrição dos capítulos**

O trabalho desenvolvido dividiu-se em oito capítulos, abrangendo principalmente os estudos analítico, experimental e numérico do comportamento das ligações viga mista-pilar.

O capítulo 2 introduz alguns conceitos sobre o comportamento global das ligações mistas, sendo relatado os trabalhos experimental e numérico mais relevantes nos últimos 25 anos. Como o trabalho trata-se de ligação mista, uma abordagem sucinta é realizada sobre o comportamento das vigas mistas nos estados limites de utilização e último. No final do capítulo foram apresentadas as metodologias para classificação de uma ligação e os tipos de análise global existentes para determinação dos esforços internos e deslocamentos na estrutura.

O capítulo 3 introduz os conceitos relativos ao método das componentes proposto pelos EUROCODES 3 e 4. Com base no método foi desenvolvido um procedimento para avaliação analítica do comportamento das ligações viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma e com chapa de topo.

Apresentados os principais conceitos que envolvem o comportamento da ligação mista, o capítulo 4 mostra os modelos e a metodologia para a realização dos ensaios experimentais. Os resultados experimentais são analisados e discutidos.

Realizada a investigação experimental, a descrição dos conceitos e dos procedimentos adotados para o desenvolvimento do modelo numérico em elementos finitos constitui o objetivo do capítulo 5, que é referência para a realização das análises numéricas contidas no capítulo 6.

No capítulo 7 faz-se uma análise e comparação dos resultados numéricos, experimentais e analíticos, apontando os principais fatores que influenciaram na rigidez inicial e momento resistente da ligação. No final do capítulo é realizado um estudo de caso de um pórtico misto considerando diferentes condições de momento-rotação na região nodal.

Finalmente, no capítulo 8 são apresentadas as conclusões obtidas neste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

### 2.1 *Considerações gerais*

O comportamento global de uma estrutura mista está relacionado ao desempenho das ligações entre suas vigas mistas e pilares, uma vez que nesse tipo de estrutura não se tem o monolitismo característico das estruturas de concretos convencionais.

As ligações nas estruturas metálicas, segundo RIBEIRO (1998), são a origem de descontinuidades geométricas e mecânicas e que devem ser observadas e tratadas com cuidado, analisando-se o seu comportamento da forma mais precisa possível tanto nos estados limites de utilização e último.

De acordo com estudos realizados por companhias de construção metálica do Norte da Europa, as porcentagens dos custos destinados às ligações nas diversas etapas que compõem uma construção metálica são: projeto (8,6%), material (15,2%), fabricação (17%), revestimento (3,5%) e montagem (5,4%).

No Brasil, onde a mão-de-obra é mais barata, os custos de fabricação e montagem são reduzidos, mas deve-se levar em consideração a necessidade de qualificação do trabalhador, já que peças mal fabricadas podem acarretar sérios problemas na montagem da estrutura, principalmente para certos tipos de ligações, como as com chapa de topo.

### 2.2 **Conceituação e aspectos gerais das ligações mistas**

Na etapa de análise e dimensionamento de uma estrutura mista, além de conhecer o comportamento dos elementos estruturais como lajes, pilares, vigas e

conectores de cisalhamento, é importante avaliar o comportamento da ligação.

O comportamento de uma ligação mista é representado pela sua rigidez, resistência e capacidade rotacional, como apresentado pela Figura 2.1, que podem ser obtidas por investigações experimentais, numéricas e modelos analíticos. A simbologia adotada na Figura 2.1 é descrita abaixo:

$M_f$  é o momento referente ao início das fissuras na laje;

$M_e$  é o momento referente ao final do trecho elástico;

$M_u$  é o momento último da ligação;

$\phi$  é a rotação da ligação para cada patamar de momento.

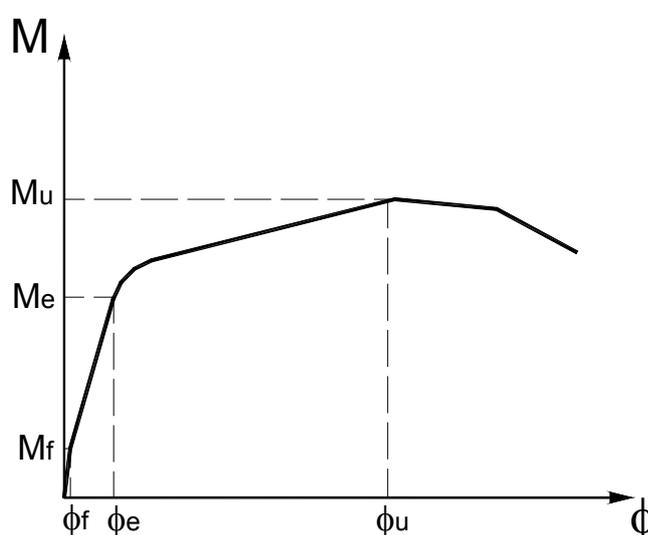


Figura 2.1: Comportamento momento-rotação idealizado

O estudo experimental do comportamento das ligações mistas é normalmente realizado por meio de modelos isolados como os modelos cruciformes (simulando os nós internos) e modelos em “T” (simulando os nós externos). Os dois tipos de modelos são ilustrados na Figura 2.2.

Os principais detalhes de ligação em aço utilizados para as ligações mistas são apresentados na Figura 2.3, na qual a laje de concreto está conectada à viga por meio dos conectores de cisalhamento.

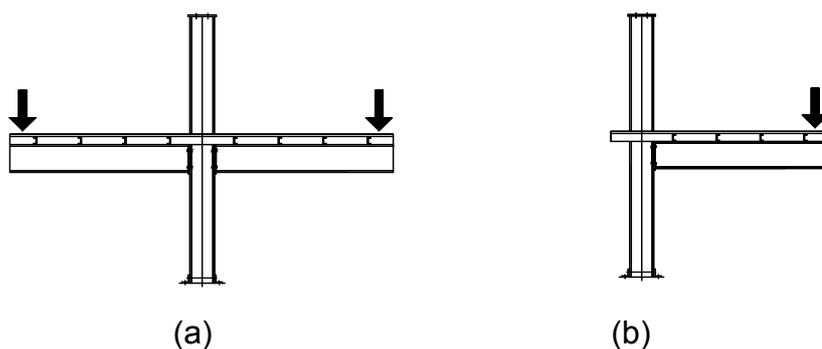


Figura 2.2: Modelo experimental cruciforme (a) e modelo em “T” (b)

As ligações (a), (b) e (c) apresentam detalhes da ligação em aço que possibilitam o comportamento rígido, enquanto que as ligações (d), (e) e (f) apresentam detalhes mais simples, associados a um comportamento semi-rígido.

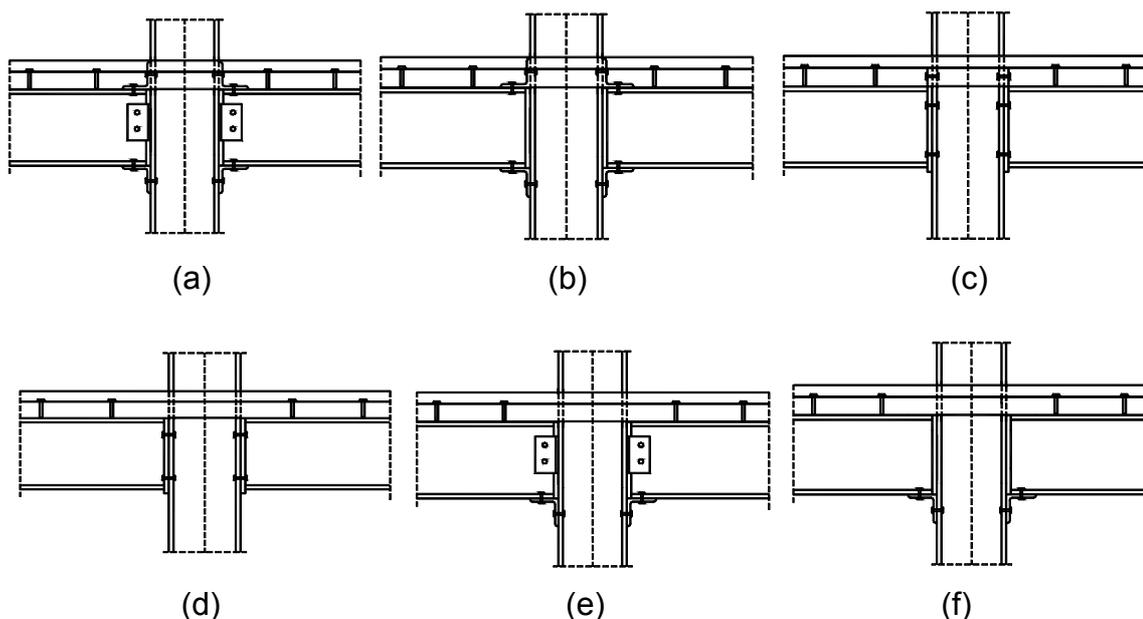


Figura 2.3: Tipos de ligação viga mista-pilar: (a) cantoneira de assento e topo com dupla cantoneira de alma; (b) cantoneira de assento e topo; (c) chapa de topo estendida; (d) chapa de topo não-estendida; (e) cantoneira de assento com dupla cantoneira de alma; (f) cantoneira de assento

Como apresentado na Figura 2.1, a relação momento-rotação de uma ligação mista pode basicamente ser dividida em duas fases:

- Fase elástica: dividida normalmente nas etapas relativas a antes e depois da

fissuração do concreto. Ensaios experimentais demonstram que o concreto começa a fissurar na região próxima à face do pilar e propaga rapidamente para a extremidade da laje no momento equivalente a aproximadamente 25% do momento último da ligação.

- Fase não linear: a não linearidade no comportamento da ligação mista pode ser devida aos motivos apresentados abaixo:
  - a) plastificação da armadura, elementos da viga ou pilar, elementos da ligação (parafusos, chapa de topo, cantoneiras);
  - b) aumento do tamanho e extensão das fissuras da laje;
  - c) deslizamento dos parafusos na ligação viga-pilar ou do conector na interface laje-viga;
  - d) imperfeições devido ao processo de fabricação ou tensões residuais.

Diversos trabalhos, principalmente experimentais, vêm sendo realizados nos últimos 25 anos com o objetivo de avaliar o comportamento das ligações vigas mistas-pilar. Após o início do estudo das ligações mistas nos anos 70, foram desenvolvidos, na metade dos anos 90, vários outros ensaios experimentais, principalmente na Europa, fornecendo subsídios para a introdução do tópico de ligações mistas no EUROCODE 4 (2004).

A Tabela 2.1 apresenta os principais trabalhos experimentais e numéricos realizados nesse período, enfatizando que se trata somente do comportamento das ligações submetidas a carregamento monotônico.

Tabela 2.1: Revisão dos principais trabalhos experimental e numérico

Trabalho	Tipo de investigação	Descrição	Objetivo da investigação
Johnson & Hope Gill (1972)	Experimental	5 ensaios em modelos cruciformes; carregamento simétrico em ligações mistas com duas cantoneiras fixadas simetricamente sobre a mesa comprimida da viga	Relação entre a força na armadura e a força na mesa comprimida da viga
Van Dalen & Godoy (1982)	Experimental	4 ensaios em modelos cruciformes e carregamento simétrico; ligação com cantoneira de assento e topo e enrijecedores de alma no pilar; taxa de armadura de 0,46 e 0,80%.	Avaliar o deslizamento entre a viga e a laje; diferentes taxas de armadura
Echeta (1982)	Experimental	5 ensaios em modelos cruciformes e modelos em "T" (simulando um pilar de extremidade); ligações com cantoneira de alma e assento	Comportamento da ligação em nó interno e externo; relação cortante/momento na ligação
Law (1983)	Experimental	12 ensaios de ligações mistas com chapa de topo; 6 em modelos cruciformes	Distribuição dos conectores de cisalhamento; ligação no eixo de maior e menor inércia do pilar; relação entre as alturas da laje e da viga de aço; presença de força de compressão no pilar e momento desbalanceado
Benussi <i>et al.</i> (1986)	Experimental	4 ensaios modelos cruciformes com momentos desbalanceados; ligações com chapa de topo	Ligação metálica; taxa de armadura
Ammerman & Leon (1987)	Experimental	2 ensaios em modelos cruciformes em que num lado do pilar tinha ligação mista com cantoneira de assento, alma e topo e no outro uma ligação mista com cantoneira de alma e assento; alma do pilar não enrijecida	Avaliação da ligação com cantoneiras
Leon (1990)	Experimental	ligação com cantoneira de alma e assento sendo a alma do pilar enrijecida	Avaliação do comportamento da armadura
Altmann, Maquoi, Jasspart (1991)	Experimental	38 ensaios em modelos cruciformes; ligações com cantoneiras de alma e assento; ligações com cantoneiras de alma, assento e topo	Tipo de ligação metálica; tipo de perfil para pilares e vigas; rigidez relativa entre viga e pilar; espessura das cantoneiras; taxa de armadura
Bernuzzi, Noè & Zandonini (1991)	Experimental	12 ensaios em modelos cruciformes com carregamento simétrico; interação completa entre laje e viga	Detalhe da ligação; taxa de armadura; tipo de laje (maciça ou mista); tipo de conector de cisalhamento; tipo de pilar (I ou tubular preenchido com concreto); detalhe da laje ao redor do pilar; tipo de carregamento (simétrico ou não)
Xiao, Choo & Nethercot (1994)	Experimental	Ensaio em modelos cruciformes e modelos em "T"; interação completa entre viga e laje	Tipo de ligação; taxa de armadura; enrijecedores de alma no pilar; razão cortante/momento; comportamento da ligação em nó interno e externo

Anderson & Najafi (1994)	Experimental	7 ensaios em ligação com chapa de topo (estendida ou não-estendida)	Tipo de ligação; taxa de armadura; perfil da viga
Li, Nethercot & Choo (1996a)	Experimental	7 ensaios em modelos cruciformes; ligação com chapa de topo; vigas foram conectadas no eixo de menor inércia do pilar	Analisar a influência do carregamento assimétrico; relação cortante/momento
Benussi, Bernuzzi, Noe & Zandonini (1996)	Experimental	Ensaio em pórtico misto com 1 andar sendo composto por 2 vigas e 3 pilares; ligações com chapa de topo	Comportamento de um pórtico com ligação mista
Benussi, Nethercot & Zandonini (1996)	Experimental	Ensaio em modelos de pórtico misto com dois vãos e dois andares	Análise das ligações mistas no pórtico; comparação com resultados de modelos cruciformes
Ahmed, B. & Nethercot, (1995)	Numérica	Análise numérica de ligação mista com chapa de topo; modelo validado por comparações com os resultados experimentais de Li <i>et al.</i> (1996a)	Taxa de armadura; interação viga-laje; espessura da chapa de topo; espessura da mesa inferior da viga; espessura da alma do pilar
Alves & Queiroz (2000)	Experimental	Ensaio de ligações mistas viga-viga e viga-pilar, ambas com cantoneiras de alma e assento	Comportamento da ligação com cantoneiras
Brow & Anderson (2001)	Experimental	4 ensaios em modelos cruciformes; ligações com chapa de topo; altura da seção de aço de 457 e 533 mm	Comportamento da ligação com altura de seção de aço elevada; posição da armadura na laje; espessura da chapa de topo
Figueiredo (2004)	Experimental	2 ensaios em modelos cruciformes; ligação com chapa de topo estendida; taxa de armadura de 1%; 22,4 mm de espessura de chapa	Avaliação do detalhe da ligação de aço

As principais considerações provenientes da Tabela 2.1 são apresentadas a seguir:

- Uma laje de concreto com certa taxa de armadura longitudinal, ligada à viga por meio de conectores de cisalhamento, provoca um aumento substancial da rigidez e resistência de uma ligação metálica.
- Quanto maior a taxa de armadura longitudinal maior a rigidez e resistência da ligação mista. No entanto, para taxas de armaduras muito elevadas, o comportamento da ligação mista fica condicionado as componentes da zona comprimida, como, por exemplo, a mesa e alma da viga e a alma do pilar quando não enrijecida.
- A capacidade rotacional da ligação mista (em geral maior que 30 mrad) é suficiente para realizar uma análise plástica de estruturas. Entretanto alguns cuidados devem ser tomados para prevenir o comportamento frágil da viga mista na região adjacente à ligação, como, por exemplo, prevenir a ruptura dos conectores de cisalhamento, o cisalhamento longitudinal da laje e a flambagem local da mesa e alma da viga.
- As ligações mistas com cantoneiras de alma e assento apresentam elevada rigidez e resistência. Nessas ligações, a flambagem da mesa comprimida torna-se improvável de acontecer, uma vez que a cantoneira confere uma resistência adicional à mesa da viga e, além disso, normalmente são calculadas para ter resistência maior que a armadura. A espessura da cantoneira não influencia muito o comportamento da ligação.
- Nas ligações com cantoneiras é importante o controle do deslizamento dos parafusos na fase inicial do carregamento. Em vários ensaios houve uma perda de rigidez inicial devido ao deslizamento dos parafusos.
- Nas ligações com laje mista fica evidenciada a importância da armadura transversal para a capacidade rotacional e resistência da ligação.
- O aumento da razão cortante/momento resulta numa diminuição do momento resistente e da rigidez. O esforço cortante tem pouca influência na resistência da ligação, exceto quando é muito maior que a resistência ao esforço cortante

da alma da viga.

- O efeito do carregamento não simétrico na resistência da ligação só é significativo quando a força na armadura é maior que a resistência à força cortante do pilar ou que a resistência ao contato entre o concreto da laje e a face do pilar.
- Quanto maior a altura da seção da viga de aço maior a resistência e rigidez da ligação e menor a capacidade rotacional.
- Com um taxa de armadura em torno de 1%, a espessura da chapa de topo não altera significativamente a rigidez inicial e o momento último da ligação mista.
- Comparando a curva  $M-\phi$  de uma ligação do pórtico com a de um modelo cruciforme, observa-se que a curva da ligação do pórtico está abaixo da curva do modelo cruciforme.
- O principal parâmetro para a elevada rigidez inicial da ligação mista é a laje de concreto, sendo o detalhe da ligação de aço um fator de pouca influência. A rigidez inicial é influenciada pela ancoragem da armadura, principalmente em pilares de extremidade, na qual consegue-se uma ancoragem eficiente quando 40% da armadura longitudinal efetiva contorna o pilar.
- Ensaio realizados por Aribert (1995) apontam que a conexão de cisalhamento, quando parcial, diminui o momento de plastificação da ligação.
- Quando se utilizam enrijecedores de alma do pilar, normalmente a plastificação é devido à flambagem da mesa comprimida da viga ou à plastificação da armadura.
- Ligações mais flexíveis e com conexão de cisalhamento menos efetiva permitem uma distribuição mais uniforme das fissuras na laje, na direção perpendicular ao eixo longitudinal da viga. Ligações mais rígidas resultam na inclinação das fissuras. Van Dalen e Godoy *apud* Zandonini (1989) recomendam uma taxa de armadura de no mínimo 0,80% para que a distribuição das fissuras seja uniforme.
- Segundo Leon pode-se determinar uma área de armadura, eq (1), que depende

de quanto o calculista deseja que a resistência da ligação mista tenha em relação à resistência da viga de aço. Caso se deseje resistência total o fator  $n$  deve ser maior ou igual a 1, no entanto se é desejada resistência parcial um bom valor é 0,75.

$$A = \frac{n.M_p}{\sigma_s d} \quad (1)$$

Onde:

$n$  é a fração do momento de plastificação;

$d$  é o braço de alavanca da armadura até a linha média da mesa inferior.

Em resumo, os parâmetros que mais influenciam no comportamento das ligações mistas são:

- Elemento de ligação entre a viga e o pilar (chapa de topo, cantoneiras, parafusos, soldas);
- Relação de inércias entre os perfis da viga e do pilar;
- Laje de concreto armado (taxa de armadura longitudinal e resistência do concreto);
- Presença ou não de enrijecedores de alma do pilar;
- Conexão de cisalhamento entre a viga e a laje (quantidade e distribuição);
- Tipo de carregamento (simétrico ou assimétrico);

### 2.3 Vigas mistas

Vigas mistas aço-concreto são elementos estruturais que consistem da associação de um perfil de aço (soldado, laminado ou chapa dobrada) com uma laje de concreto (usualmente maciça ou mista com forma de aço incorporada). A interação entre o perfil de aço e a laje de concreto estabelecida por meio de conectores mecânicos denominados conectores de cisalhamento deverá garantir que ambos os materiais trabalhem em conjunto para resistir a esforços de flexão em torno do eixo perpendicular ao plano médio da alma da viga.

Atualmente no Brasil, as vigas mistas constituem o sistema de piso misto mais utilizado em edifícios devido à eficiência do sistema em suportar ações gravitacionais nos pisos de edifícios, podendo reduzir o peso da viga de aço em aproximadamente 20 a 40% quando bem dimensionadas.

No dimensionamento da viga mista é necessário que o projetista tenha o pleno conhecimento do projeto como um todo, uma vez que o piso com viga mista permite sistema de construção escorado e não-escorado.

No sistema escorado, a viga deve ter escoramento até que o concreto da laje atinja a resistência de 75% da resistência à compressão do concreto. No sistema não-escorado deve-se verificar a viga de aço trabalhando isoladamente antes da cura do concreto. Essa viga deve resistir ao peso próprio do concreto fresco e outras ações de construção aplicadas antes da cura do concreto.

Segundo QUEIROZ et al. (2000), caso a laje seja mista e tenha formas de aço com nervuras perpendiculares à seção da viga, a viga de aço pode ser calculada assumindo que esteja lateralmente travada. Nos outros casos, as vigas são consideradas lateralmente destravadas entre apoios ou entre pontos de ligação de vigas que nelas se apóiam.

O comportamento das vigas mistas está intimamente ligado ao tipo de interação e conexão entre o perfil de aço e a laje de concreto. No grau de interação total é assumido não haver deslocamento relativo entre a viga e a laje, enquanto que na interação parcial há deslocamentos. Seguindo a mesma filosofia, porém com relação à resistência dos elementos, na conexão completa a resistência da viga mista não depende da resistência dos conectores de cisalhamento, enquanto que na conexão parcial a resistência dos conectores é menor que a resistência da viga de aço e da laje de concreto.

### **2.3.1 Largura efetiva**

O sistema de piso com vigas mistas é concebido de várias vigas “T” paralelas, sendo a mesa larga e de pequena espessura. A hipótese da conservação das seções planas utilizadas no desenvolvimento da teoria geral de flexão de vigas não mais se aplica devido à presença de deformações de cisalhamento no plano da

laje de concreto. Essas deformações ocasionam uma variação de tensão normal ao longo da largura da mesa, efeito denominado de “shear lag”, que é maior sobre a viga e vai diminuindo à medida que se distancia do plano médio da seção.

Para continuar utilizando expressões da teoria geral da flexão, é necessário recorrer à hipótese de considerar vigas equivalentes com mesa de largura efetiva, uniformizando assim as tensões.

O EUROCODE 4 (2004) e o AISC-LFRD (1999) fornecem expressões simplificadas para o cálculo da largura efetiva (Tabela 2.2). A largura efetiva no EUROCODE 4 (2004) depende do vão da viga e da distância entre centros de conectores. Por outro lado, no AISC-LFRD (1999) depende do vão da viga e da distância entre vigas adjacentes. Não existe qualquer limite em relação à espessura da laje.

No caso do apoio externo (ligação viga-pilar de extremidade) a largura efetiva total da laje pode ser determinada pela eq (2), segundo o EUROCODE 4 (2004).

$$b_{eff} = b_0 + 2\beta_i b_{ei} \quad (2)$$

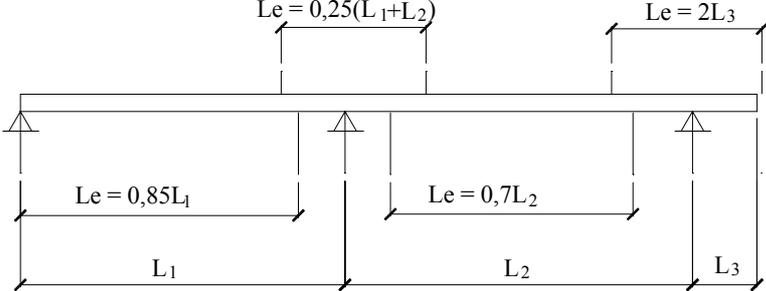
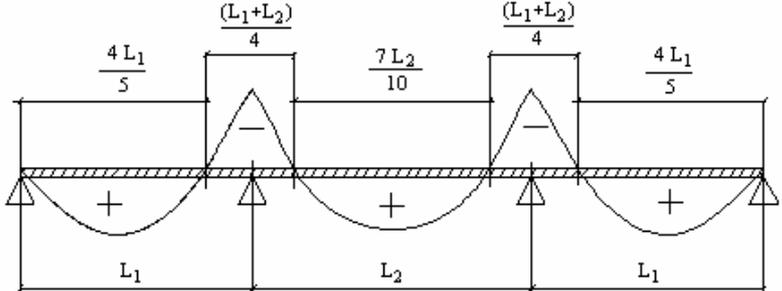
onde:

$$\beta_i = 0,55 + 0,025 \left( \frac{L_e}{b_{ei}} \right) \leq 1,0$$

$b_{ei}$  é a largura efetiva no meio do vão externo  $\left( \frac{0,85L_1}{8} \right)$ ;

$L_e$  é o comprimento equivalente do vão externo ( $0,85L_1$ ).

Tabela 2.2: Cálculo da largura efetiva para vigas mistas

Normalização	Viga Biapoiada	Viga contínua ou semi-contínua
<p><b>EUROCODE 4</b> (2004)</p>	$b_{eff} = b_0 + \frac{L_e}{4}$ <p>Onde:  <math>b_0</math> é a distância entre centros de conectores, podendo adotar o valor de zero para estruturas de edifícios;  <math>L_e</math> é o vão da viga.</p>	$b_{eff} = b_0 + \frac{L_e}{4}$
		
<p><b>AISC-LFRD</b> (1999)</p>	<p>A largura efetiva da mesa de concreto, de cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor dos seguintes valores:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 1/8 do vão da viga mista considerado entre linhas de centro dos apoios;</li> <li>2) metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente;</li> <li>3) distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.</li> </ol>	<p>A largura efetiva pode ser determinada conforme as vigas biapoiadas, tomando-se em lugar dos vãos da viga as distâncias entre pontos de momento nulo (Figura abaixo):</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) nas regiões de momento positivo             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 4/5 da distância entre apoios, para vãos externos;</li> <li>- 7/10 da distância entre apoios, para vãos internos;</li> </ul> </li> <li>2) nas regiões de momento negativo             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1/4 da soma dos vãos adjacentes.</li> </ul> </li> </ol>
		

### 2.3.2 Comportamento em estado limite último

De acordo com o EUROCODE 4 (2004), a determinação da resistência da viga mista no estado limite último depende do tipo seção de viga de aço (1, 2, 3 ou 4), do grau de conexão de cisalhamento (completa ou parcial), do sistema de construção (escorada ou não-escorada) e do tipo de concreto.

As vigas mistas devem ser verificadas para os seguintes estados limites últimos:

- resistência da seção mista à flexão e da seção de aço ao cisalhamento;
- resistência à flambagem lateral com distorção;
- resistência ao cisalhamento longitudinal.

Nos caso de viga mista em região de momento positivo, quando a seção da viga for de classe 1 e 2, EUROCODE 4 (2004), ou compacta conforme o AISC-LFRD (1999), a resistência última à flexão da viga mista pode ser calculada considerando a distribuição de tensões plásticas (teoria rígido-plástica) tanto na laje quanto na seção de aço, uma vez que na mesa superior da viga não ocorrerá flambagem local, como também flambagem lateral por torção devido à presença da laje de concreto quando devidamente ligada a viga de aço.

Para situações de momento positivo em vigas mistas contínuas ou semi-contínuas com aço de resistência mais elevada (S420 ou S460) deve-se considerar, no cálculo do momento resistente positivo, um coeficiente  $\beta$  que leva em conta a impossibilidade da viga no interior dos tramos atingir a plastificação total.

O coeficiente  $\beta$  no EUROCODE 4 (2004) é determinado em função da distância entre a linha neutra plástica à face externa da laje de concreto na compressão ( $x_{pl}$ ), sendo  $x_{pl}$  maior que 15% da altura da viga mista. A Figura 2.4 ilustra o diagrama para obtenção do fator de redução. Para valores de  $x_{pl}/h$  maiores que 0,4 deve-se realizar análise elástica.

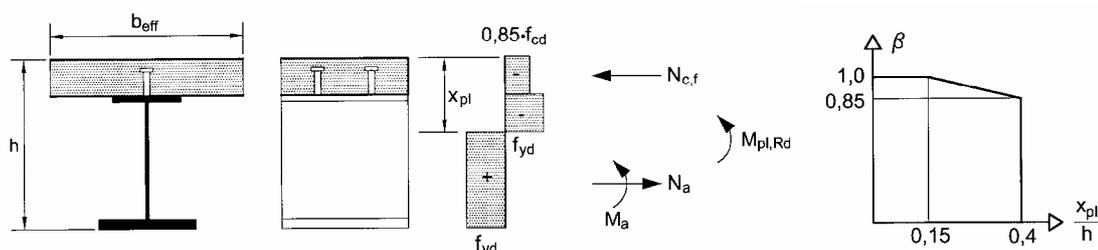


Figura 2.4: Fator de redução, EUROCODE 4 (2004)

Nas seções de classe 3, EUROCODE 4 (2004), ou não-compacta conforme o AISC-LFRD (1999), a resistência da viga é a primeira plastificação na seção, calculada pela teoria elástica. Nesse caso, quando o sistema for não-escorado, as tensões na seção de aço devido a ações permanentes aplicadas antes do endurecimento do concreto precisam ser superpostas às tensões na seção mista devido a ações aplicadas após o endurecimento do concreto. Quando o sistema for escorado deve-se desconsiderar a primeira parcela.

A seção transformada é obtida pela divisão da largura efetiva do concreto por  $n_L$  que relaciona os módulos de elasticidade do aço e do concreto. O módulo de elasticidade do concreto ( $E_{cm}$ ) deve ser reduzido para considerar o efeito da fluência, na qual o EUROCODE 4 (2004) apresenta uma expressão que depende do tipo de carregamento.

Para simplificação nas estruturas de edifícios o valor para a redução do módulo de elasticidade do concreto pode ser *dois* para carregamentos de curta e longa duração, desde que os esforços internos causados por deformações devido à análise global em 2ª ordem não ultrapassem os da análise em 1ª ordem em 10%.

Ainda na região de momento positivo, se a viga mista for não escorada deve-se verificar a viga de aço para ações aplicadas antes do concreto atingir resistência de 75% da resistência à compressão.

O EUROCODE 4 (2004) permite que quando a seção for de classe 3 devido à alma da viga (mesas de classe 1 ou 2), a parte da alma comprimida indicada na Figura 2.5 poderá ser desprezada, alterando a alma da viga para classe 2, podendo assim adotar a teoria rígido-plástica.

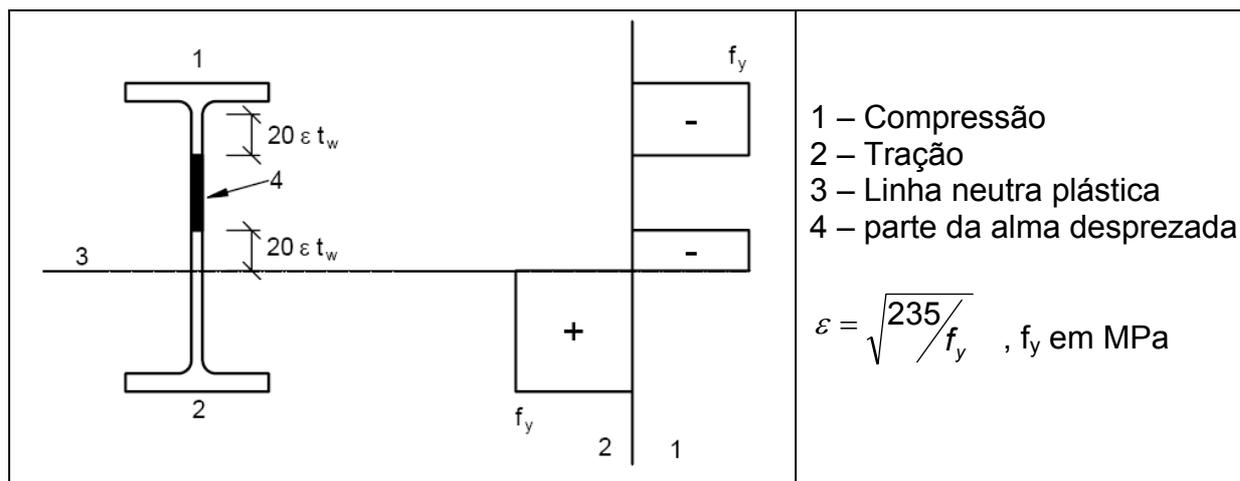


Figura 2.5: Alteração da classe de alma 3 para 2 de acordo com EUROCODE 4 (2004)

Nas seções de classe 4 o EUROCODE 4 (2004) adota a teoria elástica. A avaliação da resistência é efetuada com base numa seção transversal efetiva, deduzindo a área das partes susceptíveis de instabilizar localmente, o que resulta normalmente numa alteração da posição do centro de gravidade. O módulo elástico efetivo ( $W_{eff}$ ) dessas seções utilizadas em vigas mistas pode ser calculado de acordo com o EUROCODE 3 (2005) - parte 1.5.

Em regiões de momento negativo, para adotar a teoria plástica na seção mista composta pela seção de aço e armadura longitudinal, o AISC-LFRD (1999) determina que a relação entre duas vezes à altura da parte comprimida da alma e a espessura desse elemento deve ser inferior ou igual a  $3,76\sqrt{E/f_y}$ , e, além disso, a mesa comprimida deve ser compacta.

Caso não sejam atendidas as exigências para adotar a teoria plástica, é permitida a consideração da teoria elástica, usando as propriedades elásticas dos materiais. Nesse caso seguem as mesmas recomendações para vigas na região de momento positivo, exceto que não são consideradas a fluência do concreto e a homogeneização da seção mista.

Na região de momento negativo as vigas mistas podem estar sujeitas ao modo de instabilidade denominada flambagem lateral com distorção da seção transversal (Figura 2.6).

Esse fenômeno é devido à mesa comprimida receber apenas restrição da

alma, que é um elemento flexível, e a laje restringir a viga à torção, levando ao deslocamento lateral da mesa comprimida caso a alma deforme por flexão. Portanto, a flambagem lateral com distorção é influenciada pela distorção da viga (deslocamento lateral da mesa comprimida) e pela rigidez a torção da seção.

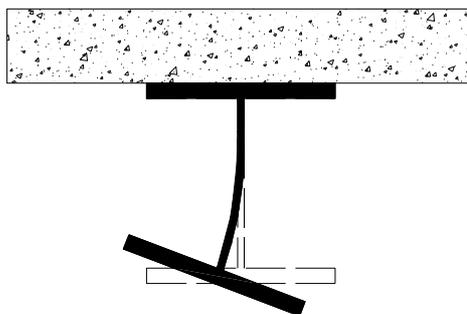


Figura 2.6: Flambagem lateral com distorção

O deslocamento lateral da mesa comprimida consiste de uma meia-onda em ambos os lados do apoio interno, sendo esses apoios restringidos lateralmente. Essas meias-ondas estendem-se pelas respectivas regiões de momento negativo e não apresentam uma forma senoidal clássica. Os deslocamentos laterais máximos da mesa comprimida ocorrem numa distância de aproximadamente 2 a 3 vezes a altura da viga mista.

Segundo o EUROCODE 4 (2004), as vigas mistas contínuas ou semi-contínuas para edifícios de classe 1, 2 ou 3 podem ser projetadas sem restrições à esse fenômeno caso sejam respeitadas as seguintes condições:

- vãos adjacentes não diferem no comprimento em mais de 20%, ou em 15% quando envolve vão de balanço;
- o carregamento em cada vão é uniformemente distribuído e as ações permanentes excedem 40% da ação total de projeto;
- a mesa superior (tracionada) da seção de aço é ligada a laje por conectores;
- a laje que compõem a viga mista analisada é também suportada por outra viga paralela a viga considerada;
- a viga de aço nos apoios tem sua mesa comprimida restringida lateralmente

e sua alma enrijecida;

- a altura da seção de aço não excede o limite apresentado na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Altura máxima da seção de aço para evitar a verificação da flambagem lateral por distorção

<b>Tipo de seção transversal</b>	<b>Aço S235</b>	<b>Aço S275</b>	<b>Aço S355</b>	<b>Aço S420 ou S460</b>
IPE	600	550	400	270
HE	800	700	650	500

Caso não seja respeitado algum item mencionado acima, o EUROCODE 3 (2005) e EUROCODE 4 (2004) apresentam um método simplificado (modelo “U” invertido) para reduzir o momento resistente da viga mista na região de momento negativo. Esse método é válido apenas para seções de aço uniforme ao longo do elemento e de classe 1, 2 ou 3.

### **2.3.3 Comportamento em estado limite de utilização**

As verificações que devem ser realizadas em vigas mistas para o estado limite de utilização (serviço) são:

- Deslocamento vertical (flecha);
- Fissuração do concreto;
- Vibração da viga, principalmente para vigas de vão elevado.

No comportamento das vigas mistas na fase de utilização, considerando interação total, admite-se que as seções planas permaneçam planas após ações de flexão, tanto em regiões de momento positivo quanto de momento negativo.

Na região de momento positivo é admitida distribuição de tensão resultante do comportamento elástico linear da relação tensão-deformação para o concreto e o perfil de aço. Em região de momento negativo, pelo fato de admitir que

o concreto não resiste à tração, as distribuições de tensão resultante são proporcionadas pelo comportamento elástico linear da armadura e do perfil de aço.

Para a interação parcial, a viga mista sofrerá um escorregamento relativo na interface laje-viga de aço, proporcionando uma descontinuidade no diagrama de deformações. Para o EUROCODE 4 (2004) esse efeito pode ser desprezado desde que sejam cumpridas algumas regras estabelecidas pela norma. Caso o fenômeno seja considerado, deve-se haver uma redução do momento de inércia da seção mista.

Outro aspecto relevante é a consideração da fluência do concreto. A fluência é correlacionada a uma diminuição, com o tempo, do módulo de elasticidade do concreto e deve ser considerada conforme o apresentado no item anterior. A influência da retração do concreto no deslocamento vertical (flecha) de vigas mistas de edifícios somente é considerada em vigas biapoiadas com relação vão x altura total da seção maior que 20.

O controle da fissuração do concreto na região de momento negativo depende da classe de agressividade da estrutura. A largura da fissura pode ser estimada pelo EUROCODE 2 (2003) onde deve ser considerado o efeito de “tension stiffening” no cálculo da tensão atuante na armadura ( $\sigma_s$ ).

Respeitando o imposto pelo EUROCODE 2 (2003), o limite da largura da fissura pode ser encontrado por meio de uma armadura mínima, juntamente com limite de espaçamento ou diâmetro de barra estabelecido pelo EUROCODE 4 (2004). No mínimo metade dessa armadura mínima deve ser disposta próxima à face da laje com maior tensão de tração.

Nos casos de viga biapoiada, uma armadura mínima longitudinal também deve ser disposta dentro da largura efetiva da laje como descrito abaixo:

- 0,4% da área de concreto em sistema escorado;
- 0,2% da área de concreto em sistema não-escorado.

Essa armadura mínima em viga biapoiada deve estender  $0,25L$  em cada lado do apoio, sendo o espaçamento máximo determinado pelo EUROCODE 2 (2003).

### 2.3.4 Grau de conexão de cisalhamento

O grau de conexão de cisalhamento pode ser completo ou parcial. Em regiões de momento positivo, a conexão completa é estabelecida quando a resistência da conexão realizada pelos conectores é maior ou igual à resistência da laje de concreto ou do perfil de aço. Em regiões de momento negativo, denomina-se conexão completa quando a resistência da conexão é maior ou igual à resistência da armadura longitudinal.

Quando se adota a teoria rígido-plástica para determinação da resistência da viga mista (seção de classe 1 ou 2), o grau de conexão de cisalhamento interfere na distribuição das tensões plásticas da seção mista.

Ao adotar conexão parcial e utilizando a teoria rígido-plástica é necessário que os conectores sejam flexíveis, sendo que o EUROCODE 4 (2004) estabelece um limite para o grau de conexão, dado por **1** e **2**, aplicável aos conectores pino com cabeça:

1) quando as seções de aço componentes da viga mista têm mesas de áreas iguais;

$$L_e \leq 25 \text{ m: } \quad \eta \geq 1 - \left( \frac{355}{f_y} \right) (0,75 - 0,03 L_e), \quad \eta \geq 0,4$$

$$L_e > 25 \text{ m: } \quad \eta \geq 1$$

2) quando as seções de aço componentes da viga mista têm a área da mesa inferior igual a três vezes a área da mesa superior.

$$L_e \leq 20 \text{ m: } \quad \eta \geq 1 - \left( \frac{355}{f_y} \right) (0,30 - 0,015 L_e), \quad \eta \geq 0,4$$

$$L_e > 20 \text{ m: } \quad \eta \geq 1$$

Onde:

$\eta$  é a relação entre número de conectores no vão considerado e o número de conectores para conexão completa;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço do perfil (MPa);

$L_e$  é o comprimento do trecho de momento positivo (distância entre pontos de

momento nulo), podendo ser tomado para vigas contínuas e semi-contínuas valores iguais ao considerado para determinação da largura efetiva;

Para seções de aço que tem a área da mesa inferior menor que três vezes a área da mesa superior pode-se adotar uma interpolação das duas situações acima no cálculo do  $\eta$ .

Na teoria elástica a conexão parcial é considerada no cálculo do módulo de resistência elástico da seção mista, sendo neste caso possível adotar conectores rígidos.

Os conectores devem ser posicionados entre o apoio da viga e o primeiro ponto de inflexão. Para não precisar da obtenção exata do ponto de inflexão, o EUROCODE 4 (2004) permite que uma quantidade total de conectores flexíveis seja colocada uniformemente entre o apoio da viga e o ponto de momento máximo, desde que:

- a seção da viga no apoio e no ponto de momento máximo seja de classe 1 ou 2;
- o grau de conexão ( $\eta$ ) satisfaz o mencionado acima;
- o momento resistente plástico da seção mista não excede a 2,5 vezes o momento resistente plástico da seção de aço.

Essa quantidade total é o número de conectores necessários na região de momento negativo somado ao número de conectores necessários na região de momento positivo.

### **2.3.5 Armaduras transversais na laje**

Além da armadura normalmente utilizada na laje de concreto, armaduras adicionais transversais ao comprimento da viga devem ser utilizadas para evitar fissurações na laje, em regiões onde se encontram as linhas de conectores de cisalhamento.

Essas armaduras adicionais são projetadas para estado limite último de cisalhamento longitudinal na viga e para fissura longitudinal.

A armadura adicional deve ser disposta ao longo do comprimento entre as

seções de momento máximo positivo e de momento nulo (região de momento positivo) e entre as seções de momento máximo negativo e de momento nulo (região de momento negativo).

A ruptura da laje, quando atuada por cisalhamento longitudinal, ocorre por meio das superfícies de ruptura, como exemplificada na Figura 2.7 para laje maciça, na qual para cada superfície é demonstrada a localização das armaduras.

Para o dimensionamento destas armaduras deve-se determinar a tensão de cisalhamento longitudinal atuante para cada tipo de ruptura. Posteriormente, para o cálculo da área de armadura, pode-se utilizar o modelo de bielas e tirantes proposto pelo EUROCODE 2 (2003) e apresentado na eq (3) para lajes maciças.

$$\left( \frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f} \right) > \frac{v_{Ed} h_f}{\cot(\theta_f)} \quad (3)$$

Onde:

$A_{sf}/s_f$  é a área de armadura transversal por unidade de comprimento;

$f_{yd}$  é a tensão de escoamento de cálculo da armadura;

$v_{Ed}$  é a tensão de cisalhamento longitudinal atuante calculada pela eq (4);

$h_f$  é o perímetro da superfície de cálculo, dado pelo EUROCODE 4 (2004);

$\theta_f$  é a inclinação das bielas em relação ao eixo da viga, podendo ser:

$$\text{para banzos comprimidos: } 45^\circ \geq \theta_f \geq 26,5^\circ$$

$$\text{para banzos tracionados: } 45^\circ \geq \theta_f \geq 38,6^\circ$$

$$v_{Ed} = \frac{P_{Rd}}{s \cdot h_f} \quad (4)$$

Onde:

$P_{Rd}$  é a resistência de cálculo de um conector;

$s$  é o espaçamento entre conectores.

No caso de lajes mistas com nervuras perpendiculares à viga de aço, a área da seção transversal da forma metálica pode ser somada ao primeiro termo da eq (3).

É recomendável, na prática, que área de armadura adicional não seja inferior a 0,2% da área da seção de cisalhamento do concreto, para cada tipo ruptura.

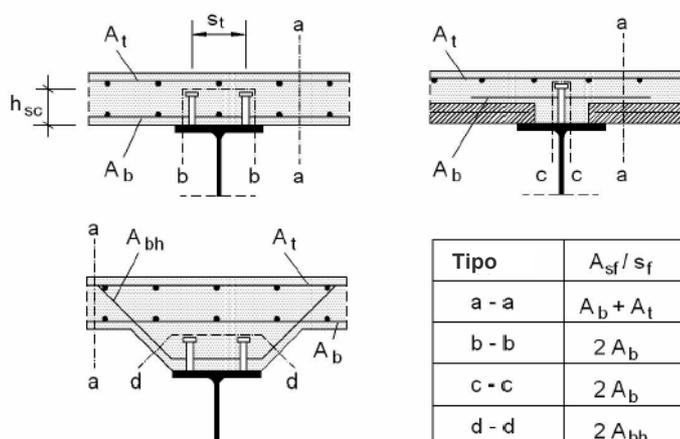


Figura 2.7: Superfícies típicas de ruptura por cisalhamento longitudinal - EUROCODE 4 (2004)

Sempre que o momento fletor atuante à esquerda e à direita do pilar for diferente, devem ser colocadas armaduras transversais do lado do pilar com menor momento atuante para que a força na armadura longitudinal possa ser desenvolvida.

Nesse sentido, o guia de projeto série 8 do AISC (2001) recomenda que deve ser disposta, em cada lado do pilar, uma área de armadura transversal semelhante à área da armadura longitudinal.

O EUROCODE 4 (2004) também recomenda uma área de armadura transversal mínima disposta no lado do pilar com menor momento atuante que pode ser calculada pela eq (5).

$$A_t \geq 0.5 \beta A_s / \text{tg } \delta \tag{5}$$

Onde:

\$A\_s\$ é a área de armadura longitudinal detalhada no próximo item;

\$\beta\$ é o parâmetro que considera a condição de carregamento do pilar (pilar interno com momentos balanceados ou desbalanceados e pilar de extremidade) descrito no capítulo 3;

\$\text{tg } \delta = 1.35(e\_T/e\_L - 0.2)\$, na qual:

\$e\_T\$ é a distância entre o eixo da alma do pilar e o centro de gravidade da armadura longitudinal localizada em apenas um lado do pilar;

\$e\_L\$ é a distância entre a face da seção do pilar e o centro de gravidade da

armadura transversal localizada em apenas um lado do pilar.

### **2.3.6 Armaduras longitudinais**

A resistência mais elevada da viga mista na região de momento negativo é devido à colocação de armaduras longitudinais próximo à face superior da laje de concreto. O guia de projeto série 8 do AISC (2001) menciona que devem ser adotadas armaduras entre 12,5 e 19 mm.

Segundo a NBR 6118 (2003) as barras devem ter espaçamento máximo entre o menor valor de duas vezes a espessura da laje ou 20 cm. Ainda, segundo a norma, a área máxima de armadura é 8% da área de concreto.

As armaduras longitudinais devem estar dentro de uma largura equivalente a sete vezes a largura da mesa do pilar. Ainda segundo o guia de projeto série 8 (2001), de cada lado da viga deve existir no mínimo três barras.

O comprimento da barra deve ser no mínimo 25% do vão da viga ou também segundo o guia de projeto série 8 (2001) pode-se adotar um valor correspondente ao comprimento do trecho de momento negativo mais 305 mm após o ponto de inflexão.

É importante destacar que a armadura longitudinal faz parte da ligação e, portanto a quantidade de barras, espaçamento e localização devem ser monitorados durante a construção.

## **2.4 Aspectos da relação momento-rotação da ligação**

A resposta do comportamento de uma ligação mista é caracterizada pela relação momento-rotação ( $M-\phi$ ), na qual é obtida basicamente pela determinação da rigidez inicial e momento resistente da ligação.

O EUROCODE 4 (2004), com base no EUROCODE 3 (2005), propõe uma curva não-linear na qual não é limitada pela capacidade rotacional. No entanto, o documento indica algumas disposições construtivas para que a ligação mista tenha capacidade rotacional suficiente para análise global plástica.

A relação consiste de um primeiro trecho linear até 2/3 do momento

resistente ( $M_{j,Rd}$ ) com inclinação relativa à rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ). Entre  $2/3$  do momento resistente e o momento resistente a curva é não-linear. Após o momento resistente ser encontrado, a relação é uma reta horizontal. A relação  $M-\phi$  é apresentada na Figura 2.8.

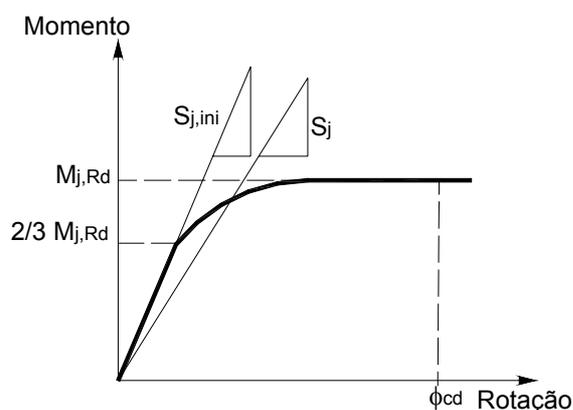


Figura 2.8: Relação  $M-\phi$  não-linear proposta pelo EUROCODE 3 (2005)

A forma da curva não-linear obtida pela eq (6) envolve parâmetros como rigidez inicial, momento resistente da ligação e o momento solicitante na ligação ( $M_{Sd}$ ).

$$S_j = \frac{S_{j,ini}}{\left(\frac{1,5M_{Sd}}{M_{Rd}}\right)^\psi} \quad (6)$$

Onde:

$\psi = 2,7$  para ligações com chapa de topo e  $\psi = 3,1$  para ligações com cantoneiras.

AHMED & NETHERCOT (1997), eq (7) a eq (9), propuseram uma relação  $M-\phi$  para as ligações vigas mistas pilar, na qual foi calibrada para o detalhe de ligação com chapa de topo não estendida submetida a momento fletor negativo. A vantagem dessa relação  $M-\phi$  comparada ao EUROCODE 4 (2004) é que foi idealizada considerando o comportamento da ligação mista.

O método considera um primeiro trecho linear até 45% do momento

resistente ( $M_{j,Rd}$ ) com inclinação relativa à rigidez inicial (Figura 2.8). Entre 45% do momento resistente e o momento resistente a curva é não-linear sendo representada por uma elipse (Figura 2.23). Após o momento resistente ser encontrado a relação é uma reta horizontal (Figura 2.24).

$$M = S_{j,ini} \phi \longrightarrow 0 \leq \phi \leq \frac{0,45M_{j,Rd}}{S_{j,ini}} \tag{7}$$

$$M = 0,45M_{j,Rd} + b \sqrt{1 - \left[ \frac{\phi_u - \phi}{a} \right]^2} \longrightarrow \frac{0,45M_{j,Rd}}{S_{j,ini}} \leq \phi \leq \phi_u \tag{8}$$

$$M = M_{j,Rd} \longrightarrow \phi \geq \phi_u \tag{9}$$

Onde:

$$a = \phi_u - \frac{0,45M_{j,Rd}}{S_{j,ini}}$$

$$b = 0,55M_{j,Rd}$$

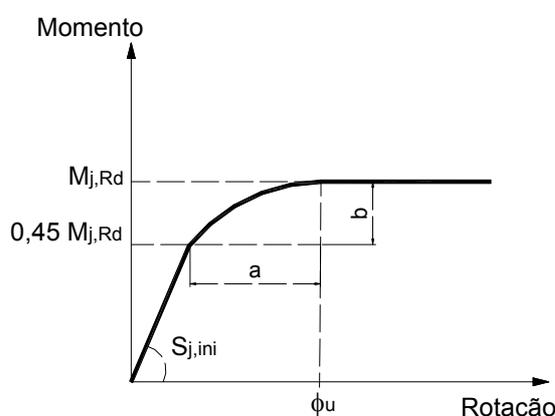


Figura 2.9: Relação  $M-\phi$  proposta por AHMED & NETHERCOT (1997)

KISHI & CHEN (1990) também propuseram um modelo para representar a relação  $M-\phi$  com base na rigidez inicial, momento resistente e o parâmetro de forma ( $n$ ), denominado de modelo dos três parâmetros. A eq (10) representa o comportamento da ligação.

$$M = \frac{S_{j,1} \phi}{\left[1 + \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^n\right]^{1/n}} + S_{j,kp} \phi \quad (10)$$

Onde:

$S_{j,kp}$  é a rigidez plástica da ligação;

$S_{j,1} = S_{j,inic} - S_{j,kp}$  é a rotação plástica de referência;

$\phi_0 = \frac{M_{j,Rd}}{S_{j,ini}}$  é uma rotação plástica de referência;

$n$  é o parâmetro de forma.

Na relação  $M-\phi$  pode-se considerar que a curva é abatida perto do momento resistente da ligação e, portanto, o  $S_{j,kp}$  é igual a zero. Nesse caso, a eq (10) é simplificada para a eq (11) que pode ser visualizada na Figura 2.10.

$$M = \frac{S_{j,ini} \phi}{\left[1 + \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^n\right]^{1/n}} \quad (11)$$

O parâmetro de forma ( $n$ ) foi calibrado por relações entre o quadrado da diferença entre o momento resistente estimado e o momento obtido em ensaios experimentais. Segundo KIM & CHEN (1998), o valor de  $n$  pode ser calculado pela eq (12).

$$\begin{aligned} n &= 1,398 \cdot \log(\phi_0) + 4,631 \xrightarrow{\text{para}} \log(\phi_0) > -2,721 \\ n &= 0,827 \xrightarrow{\text{para}} \log(\phi_0) \leq -2,721 \end{aligned} \quad (12)$$

Quanto maior o valor de  $n$  mais íngreme é a curva, ou seja, se  $n$  é igual a infinito a relação  $M-\phi$  é elasto-plástico perfeito, como apresentado na Figura 2.10.

Das três relações apresentadas para representar o comportamento não-linear das ligações apenas a curva proposta por AHMED & NETHERCOT (1997) foi derivada de estudos destinados a ligação mista. As outras relações momento-rotação tiveram origem do comportamento de ligações somente em aço.

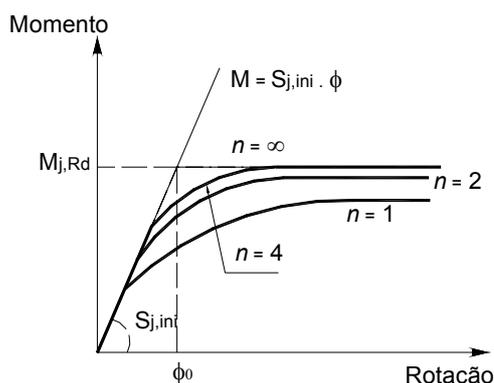


Figura 2.10: Relação  $M-\phi$  proposto por KISHI & CHEN (1990)

### 2.5 Aspectos sobre rigidez e resistência das ligações

Nas últimas três décadas vêm sendo proposto sistemas de classificação para ligação com o objetivo de avaliar se a ligação influencia ou não a distribuição dos esforços na estrutura nos estados limites de utilização e último, ou seja, se a simplificação de considerar na análise estrutural a ligação como totalmente engastada ou rotulada é pertinente.

O momento que efetivamente é transmitido por uma ligação, considerando a análise elástica, é apresentado pela eq (13), mostrando que o momento efetivamente transmitido pela ligação é influenciado pela rigidez da ligação, da viga e do pilar.

$$M_1 = M_0 \left[ \frac{\alpha}{2 + \alpha + 2\alpha \frac{EI_b}{S_j L_b}} \right] \tag{13}$$

Onde:

$M_1$  é o momento real transferido pela ligação;

$M_0$  é o momento negativo de engastamento total;

$I_b$  é o momento de inércia da seção transversal da viga em momento negativo;

$L_b$  é o comprimento da viga;

$S_j$  é a rigidez da ligação;

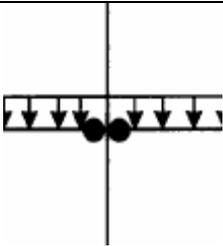
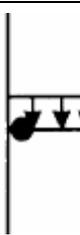
$\alpha$  é a relação de rigidez rotacional entre o pilar e a viga expressa por  $\left(\frac{K_c L_b}{EI_b}\right)$ ;

$K_c$  é a soma da rigidez rotacional de todos os elementos conectados à ligação, exceto a viga considerada, tomada de acordo com a Tabela 2.4;

$I_c$  é o momento de inércia da seção transversal do pilar;

$L_c$  é o comprimento do pilar.

Tabela 2.4: Determinação do  $K_c$  para cada tipo de nó de ligação

Tipo de nó			
$K_c$	$\infty$	$\frac{4EI_{c1}}{L_{c1}} + \frac{4EI_{c2}}{L_{c21}}$	$\frac{4EI_c}{L_c}$

Quando a rigidez da ligação é muito elevada comparada com a da viga, a extremidade da viga pode ser considerada como totalmente engastada, no entanto, quando a rigidez da ligação é muito pequena comparada com a da viga, sua extremidade comporta-se como rotulada.

Conhecendo as propriedades geométricas e físicas da viga e do pilar, como também a rigidez inicial da ligação adotada no projeto, pode-se determinar uma faixa de comprimento de viga na qual a ligação pode ser considerada rígida, não sendo portanto necessário considerar o seu comportamento para determinação dos esforços internos da estrutura.

Adicionalmente, a flecha no meio do vão ( $L_b$ ) de uma viga com carregamento distribuído ( $q$ ), considerando a rigidez da ligação, pode ser encontrada na eq (14).

$$f_b = \frac{qL_b^4}{384EI_b} \frac{10 + \alpha + 10\alpha \frac{EI_b}{S_j L_b}}{2 + \alpha + 2\alpha \frac{EI_b}{S_j L_b}} \quad (14)$$

A seguir as classificações das ligações são apresentadas de acordo com o AISC, EUROCODE e NETHERCOT (1998).

### 2.5.1 Classificação pelo AISC/LFRD

Em 1986, a norma americana baseada no método dos estados limites introduziu modificações na classificação das ligações em relação ao AISC (1978), passando a considerar apenas duas classes:

Tipo FR : ligações completamente restringidas (fully restrained)

Tipo PR : ligações parcialmente restringidas (partially restrained)

As ligações do tipo FR são as mesmas classificadas anteriormente como do tipo 1 (rígidas), enquanto as do tipo PR englobam as dos tipos 2 (flexíveis) e 3 (semi-rígidas). Se as ligações são dos tipos FR e flexíveis não existe a necessidade de considerar o comportamento da ligação na análise estrutural.

Conhecendo o momento em estado limite de utilização ( $M_s$ ) que atua na ligação (Figura 2.11) e a relação  $M-\phi$  da ligação pode-se delimitar a classificação como apresentado abaixo:

$$\text{FR:} \quad S_{j,s} = \frac{EI_b}{L_b} \geq 20$$

$$\text{Flexível:} \quad S_{j,s} = \frac{EI_b}{L_b} \leq 2$$

Onde:

$S_{j,s}$  é a rigidez tangente da ligação no momento  $M_s$  definido para a rotação ( $\phi_s$ ) de 2,5 mrad.

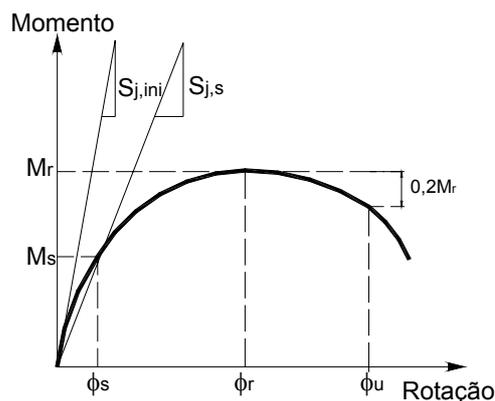


Figura 2.11: Caracterização da ligação segundo a revisão do AISC/LFRD (2005)

A revisão do AISC/LFRD (2005) refere-se também à resistência da ligação na qual é classificada como de resistência total se a resistência da ligação é maior ou igual à resistência a plastificação total da viga e de resistência parcial se for menor.

Como muitas ligações do tipo PR não exibem patamar na relação  $M-\phi$ , mesmo em grandes rotações, a resistência da ligação pode ser definida para uma rotação de 20 mrad.

A capacidade rotacional da ligação ( $\phi_u$ ) deve ser definida quando o momento da ligação diminuir 80% do seu momento resistente ou quando a ligação atingir 30 mrad.

Se a resistência da ligação excede substancialmente o momento de plastificação total da viga, a ductilidade do sistema viga-pilar é controlada pela viga e a ligação pode ser considerada com um comportamento elástico.

### 2.5.2 Classificação pelo EUROCODE 3

O EUROCODE 3 (2005) - parte 1.8 propõe que uma ligação seja classificada em três tipos: simples, contínua e semi-contínua.

I. Simples: a ligação não transmite momento fletor e pode ser considerada na análise estrutural como uma rótula;

II. Contínua: a ligação é totalmente engastada;

III. Semi-contínua: o comportamento da ligação necessita ser considerado para determinação dos esforços internos da estrutura (análise global).

De acordo com o tipo de análise global da estrutura, para que a ligação seja do tipo I, II ou III precisa enquadrar-se nas classificações quanto à rigidez e resistência apresentadas na Tabela 2.5.

Tabela 2.5: Tipos de ligações segundo o EUROCODE

Análise global	Classificação da ligação		
Elástica	Flexível	Rígida	Semi-rígida
Rígido-plástica	Flexível	Resistência total	Resistência parcial
Elasto-plástica	Flexível	Rígida e Resistência total	Semi-rígida e Resistência parcial Semi-rígida e Resistência total Rígida e Semi-rígida e Resistência parcial
Tipo de ligação	Simplex	Contínua	Semi-contínua

Na classificação quanto à rigidez rotacional é utilizado o comprimento real da viga para definir os limites de rigidez, sendo dependente do tipo de estrutura (contraventada ou não), uma vez que os efeitos da semi-rigidez das ligações diferem de um para o outro tipo de estrutura.

I. Flexível: Ligações que devem ser capazes de transmitir as forças internas (axial e cortante), sem transmitir momentos significativos. Em geral, essas ligações possuem grande capacidade rotacional;

II. Rígida: Ligações que não têm nenhuma influência significativa na distribuição de forças internas e momento na estrutura;

III. Semi-rígida: Ligações que não se encontram no critério de ligação flexível ou rígida. Essas ligações são capazes de transmitir forças internas e momento.

As ligações rígidas têm  $S_{j,ini} \geq k_b \frac{EI_b}{L_b}$  e as flexíveis  $S_{j,ini} \leq 0,5 \frac{EI_b}{L_b}$ . O

parâmetro  $k_b$  relaciona a rigidez da viga com a rigidez da ligação, sendo apresentada na eq (15). Os valores de contorno de  $k_b$ , para que uma ligação seja considerada rígida, foram obtidos a partir da relação com o parâmetro  $\rho$  que relaciona a rigidez entre a viga e o pilar dado pela eq (16). A relação entre  $k_b$  e  $\rho$  é apresentada na Figura 2.12.

$$k_b = \frac{S_j L_b}{EI_b} \quad (15)$$

$$\rho = \frac{EI_b L_c}{EI_c L_b} \quad (16)$$

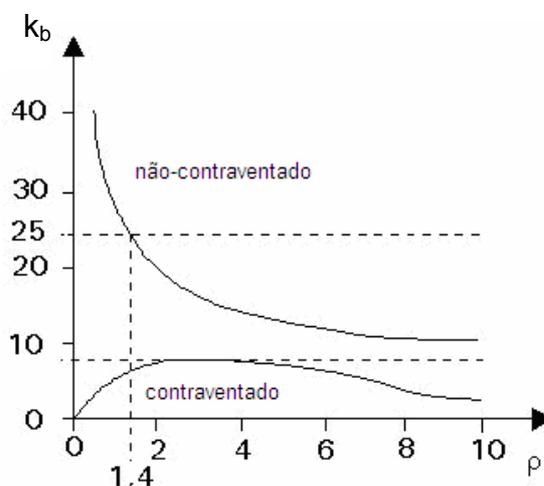


Figura 2.12: Relação entre  $k_b$  e  $\rho$  para pórtico contraventado e não contraventado

O presente estudo foi desenvolvido para o pórtico de vão e pavimento único, sendo admitido que a resistência do pórtico com ligações semi-rígidas é no máximo 5% inferior à resistência do pórtico com ligações rígidas.

De acordo com a Figura 2.12 para os pórticos contraventados, o valor de igual a 8 atende todos os casos. Para os pórticos não-contraventados, apesar do valor de igual a 25 atender apenas as situações onde  $\rho \geq 1,4$ , estudos confirmam que com  $k_b$  igual a 25 para  $\rho < 1,4$  a ligação pode ser considerada como rígida.

A Figura 2.13 apresenta os limites parametrizados para caracterizar uma ligação como rígida, semi-rígida ou flexível. O contorno tri-linear é para considerar a

degradação da rigidez da seção da viga quando esta excede o momento elástico. Portanto, os limites e os parâmetros para classificação são apresentados abaixo:

- **Estruturas contraventadas**

Para  $m < 2/3 \longrightarrow m = 8\phi$

Para  $2/3 \leq m \leq 1 \longrightarrow m = \frac{20\phi + 3}{7}$

- **Estruturas não contraventadas**

Para  $m < 2/3 \longrightarrow m = 25\phi$

Para  $2/3 \leq m \leq 1 \longrightarrow m = \frac{25\phi + 4}{7}$

Onde:

$M$  é o momento na ligação mista;

$M_p$  é o momento resistente negativo da viga mista;

$E$  é o módulo de elasticidade do aço;

$\phi_r$  é a rotação da ligação para o momento  $M$ .

No cálculo do momento de inércia da viga mista ( $I_b$ ) em momento negativo a laje de concreto pode ser considerada não-fissurada para obtenção dos esforços internos. No caso de utilizar o método fissurado, a laje de concreto deve ser desprezada, considerando agora apenas a armadura para obtenção dos esforços internos da estrutura. Maiores detalhes sobre os procedimentos da análise estrutural estão apresentados no item 2.6.

Quanto à resistência (Figura 2.14), a ligação pode ser classificada como de resistência total, parcial ou rotulada por meio da comparação do seu momento resistente com o momento resistente da viga mista.

I. Total: O momento resistente da ligação é maior ou igual ao momento resistente da viga.

II. Rotulada: O momento resistente da ligação não é maior que 25% do momento resistente da viga. No entanto deve ser capaz de transmitir os esforços internos, como também ter capacidade rotacional suficiente.

III. Parcial: Ligações que não se encontram no critério para ligação rotulada ou total.

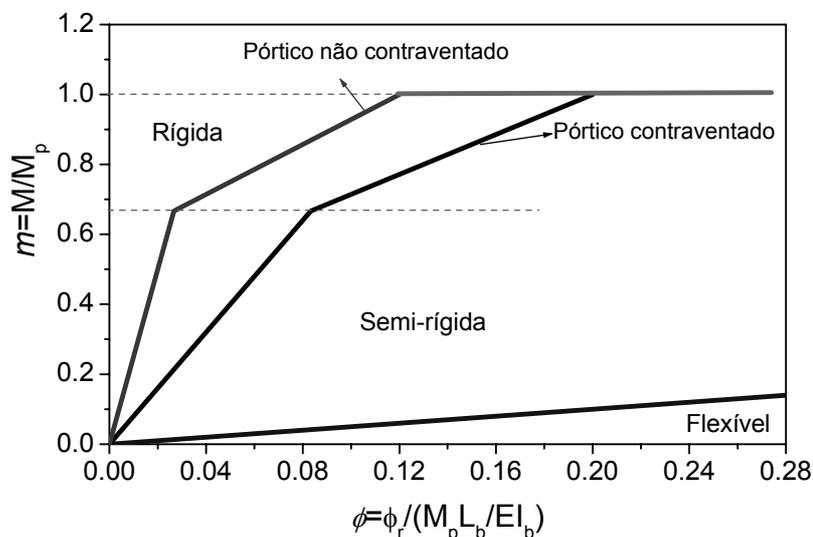


Figura 2.13: Limites para classificação da ligação quanto à rigidez – EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

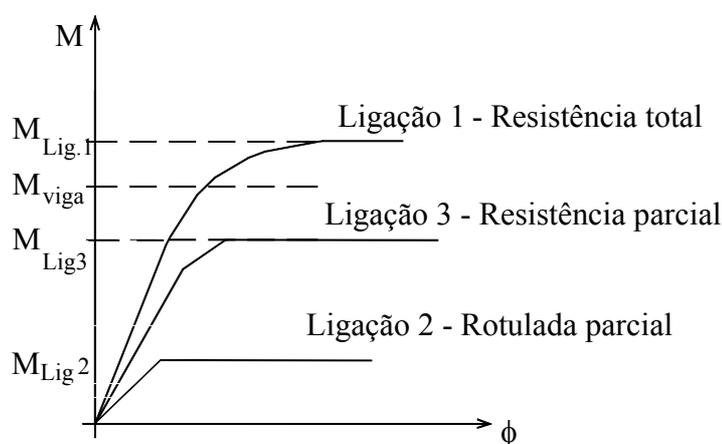


Figura 2.14: Classificação da ligação quanto a resistência

### 2.5.3 Classificação proposta por NETHERCOT

NETHERCOT et al. (1998) propuseram um sistema de classificação unificado para ligações viga-pilar. Nessa classificação as características de rigidez e de resistência das ligações são consideradas simultaneamente para os estados limites último e de utilização.

A classificação proposta procura eliminar o fato de, por exemplo, a ligação ser considerada rígida e de resistência parcial, como pode acontecer pelo EUROCODE 3. Neste caso, para a determinação dos esforços internos da estrutura, o método tradicional de ligação perfeitamente rígida só poderá ser adotada em estado limite de utilização e não em estado limite último.

As categorias definidas por NETHERCOT et al. (1998) foram: totalmente conectadas, parcialmente conectadas e flexíveis. A categoria totalmente conectada foi definida com o propósito da ligação ser considerada como perfeitamente rígida na determinação dos esforços internos da estrutura. Por outro lado, a categoria flexível foi definida para considerar a ligação como rótula ideal.

Para a classificação no estado limite último foi admitido uma variação de 5% entre os momentos na ligação denominada totalmente conectada e a ligação perfeitamente rígida.

Na classificação para o estado limite de utilização foi admitida uma variação de 10% entre as flechas da viga com ligação perfeitamente rígida e a denominada ligação totalmente conectada, como também uma variação de 10% entre as flechas da viga com ligação denominada flexível e a ligação com rótula ideal.

Os principais parâmetros para a classificação no estado limite último foram a capacidade da ligação de transmitir momento, mínima e máxima rigidez da ligação e a capacidade rotacional da ligação. No estado limite de utilização o único parâmetro foi a rigidez.

Os detalhes para o enquadramento de uma ligação nas categorias são descritos a seguir considerando cada estado limite.

### ***1. Ligações totalmente conectadas***

#### ***a) Classificação para o estado limite último***

Uma ligação é considerada totalmente conectada quando o momento resistente é maior ou igual o momento resistente da viga conectada. Além disso, a

rigidez não pode ser inferior à dada pela eq (17) para que a ligação consiga desenvolver o seu momento resistente.

$$S_j = \frac{38\alpha}{(2+\alpha)} \frac{EI_b}{L_b} \tag{17}$$

Onde:

$S_j$  é a rigidez da ligação;

$EI_b/L_b$  é a rigidez da viga;

$\alpha$  é relação de rigidez rotacional entre o pilar e a viga expressa por  $\left( \frac{K_c}{EI_b/L_b} \right)$ ;

$K_c$  é a soma da rigidez rotacional de todos os elementos conectados a ligação exceto a viga considerada.

A relação entre a rigidez necessária à ligação em função de  $EI_b/L_b$  e o  $\alpha$  é apresentada na Figura 2.15 para as categorias apresentadas, na qual pode-se observar a influência na rigidez da ligação totalmente conectada para valores menores de  $\alpha$ , situação esta comum na prática.

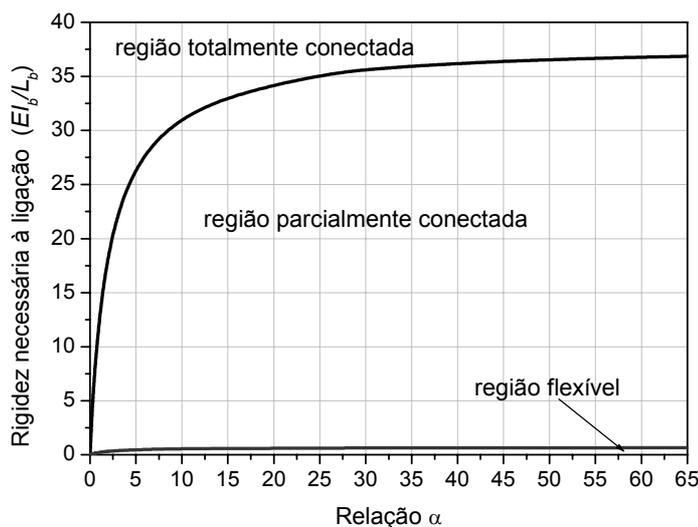


Figura 2.15: Relação entre a rigidez necessária a ligação e a rigidez relativa entre o pilar e a viga ( $\alpha$ ) para o estado limite último

b) *Classificação para o estado limite de utilização*

Uma ligação é considerada totalmente conectada quando sua rigidez é maior que a rigidez apresentada na eq (18). As deformações das vigas com ligações totalmente conectadas devem ser similares àquelas obtidas com ligações perfeitamente rígidas.

$$S_j = \frac{70\alpha^2 - 20\alpha}{(20 + 12\alpha + \alpha^2)} \frac{EI_b}{L_b} \quad (18)$$

A relação entre a rigidez da ligação em função de  $EI_b/L_b$  e o  $\alpha$  é apresentada na Figura 2.16. Para pilar interno, ou seja  $\alpha$  igual ao infinito, o contorno para ligação totalmente conectada é  $70EI_b/L_b$ .

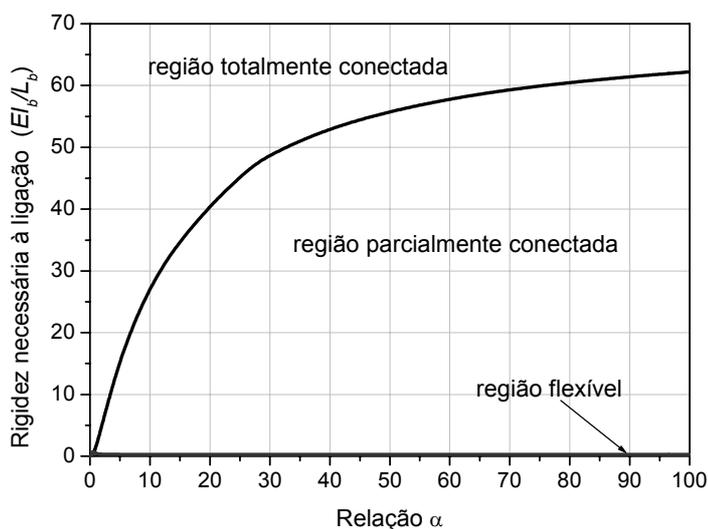


Figura 2.16: Relação entre a rigidez necessária à ligação e a rigidez relativa entre o pilar e a viga ( $\alpha$ ) para o estado limite de utilização

## II. *Ligações flexíveis*

a) *Classificação para o estado limite último*

Uma ligação é considerada flexível quando a rigidez é inferior à dada pela eq (19) ou o momento resistente é inferior a 25% do momento resistente da viga conectada.

$$S_j = \frac{0,67\alpha}{(2 + \alpha)} \frac{EI_b}{L_b} \quad (19)$$

Por meio da Figura 2.15 pode-se observar que a rigidez da ligação é muito pequena e quase não é afetada pela relação de rigidez rotacional entre o pilar e a viga ( $\alpha$ ).

As ligações flexíveis devem possuir no mínimo a capacidade rotacional obtida pela eq (21).

$$\theta_r = \left[ 0,344 + 0,561 \left( \frac{M_d - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \right] \frac{M_d L_b}{EI_b} \quad (20)$$

Onde:

$M_d$  é o momento positivo solicitante de cálculo da viga mista;

$M_y$  é o momento de início da plastificação da viga mista;

$M_p$  é o momento resistente de cálculo da viga mista.

#### b) Classificação para o estado limite de utilização

Uma ligação é considerada flexível quando sua rigidez é menor que a rigidez apresentada na eq (21).

$$S_j = \frac{70\alpha^2 - 20\alpha}{(20 + 12\alpha + \alpha^2)} \frac{EI_b}{L_b} \quad (21)$$

Por meio da Figura 2.16 observa-se que é muito difícil uma ligação encontrar o critério da rótula perfeita. O Gráfico sugere que a maioria das ligações podem ser tratadas como parcialmente conectadas.

**III. Ligações parcialmente conectadas**

*a) Classificação para o estado limite último*

São aquelas ligações que não satisfazem às condições para serem classificadas como totalmente conectadas ou como flexíveis. Essas ligações também devem possuir uma capacidade rotacional mínima que pode ser obtida pela eq (22).

$$\theta_r = \left[ 0,344 - 0,212 \frac{M_c}{M_d} + 0,561 \left( \frac{M_d - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 + M_c/M_d}} \right] \frac{M_d L_b}{E I_b} \quad (22)$$

Onde:

$M_c$  é o momento negativo solicitante de cálculo da viga mista.

*b) Classificação para o estado limite de utilização*

As ligações que não apresentam os critérios da eq (18) e eq (21) devem ser consideradas parcialmente conectadas.

O sistema de classificação apresentado anteriormente, para os dois estados limites, pode ser observado graficamente na Figura 2.17 e Figura 2.18.

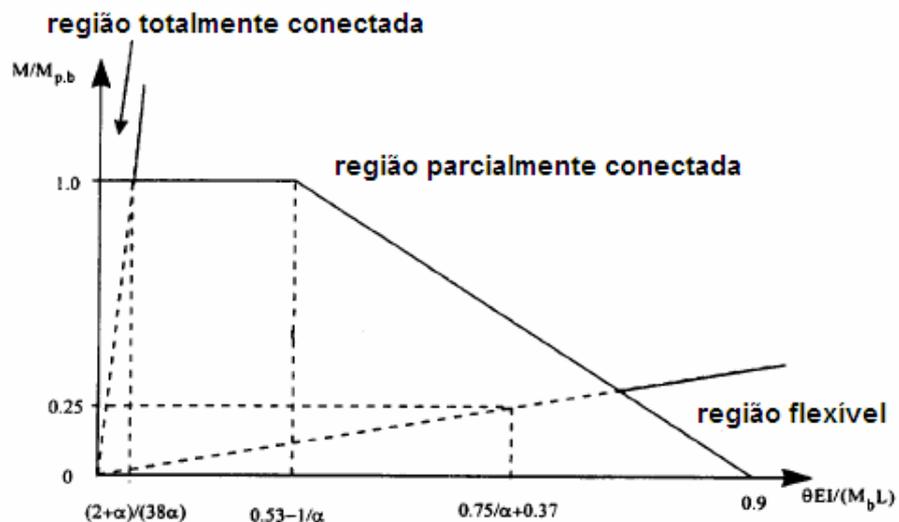


Figura 2.17: Sistema de classificação unificado para o estado limite último - NETHERCOT et al. (1998)

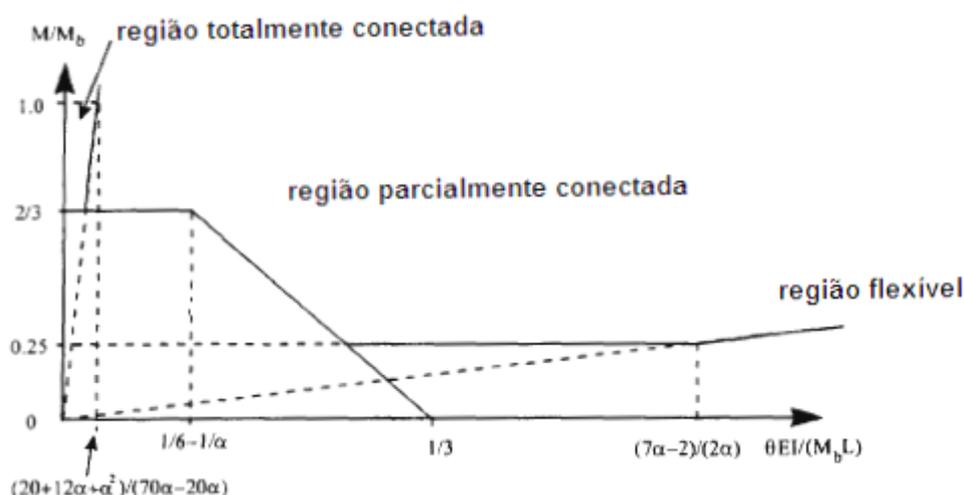


Figura 2.18: Sistema de classificação unificado para o estado limite de utilização - NETHERCOT et al. (1998)

## 2.6 Métodos de análise considerando a não-linearidade dos materiais

Os esforços internos na estrutura no estado limite último podem ser determinados por meio da análise elástica linear ou plástica. Por outro lado, somente a análise elástica linear pode ser utilizada para verificações no estado limite de utilização.

Segundo o EUROCODE 3 (2005), a análise plástica considera os efeitos da não-linearidade do material para determinação dos esforços internos no sistema estrutural e pode ser utilizada somente quando a estrutura tem capacidade rotacional suficiente nos elementos ou nas ligações. Os elementos e as ligações devem ser calculados considerando a sua resistência plástica.

Nesse caso, as seções dos elementos devem ser duplamente simétricas ou com o plano de simetria no mesmo plano da rotação do elemento, além de serem de classe 1 ou 2. Quando a rótula plástica ocorre na ligação, a ligação deverá ter resistência ou capacidade rotacional suficiente para garantir a formação das rótulas plásticas no elemento.

A análise plástica pode ser considerada pelos seguintes métodos: análise rígido-plástica e análise elasto-plástica. Essa análise só pode ser utilizada quando a estabilidade dos elementos onde se formam as rótulas pode ser assegurada.

Na análise elástica, em se tratando de ligações semi-rígidas, é necessário considerar a rigidez rotacional da ligação. Por outro lado, para determinação dos esforços internos na análise plástica, além da rigidez da ligação, também é necessário considerar o seu momento resistente.

Quando a resistência da ligação é maior que a da viga, as rotações estão concentradas principalmente na extremidade da viga. Por outro lado, no caso inverso, as rotações se concentram na ligação. Portanto, para ligações consideradas de resistência total ou totalmente conectadas, não há necessidade de verificar a capacidade rotacional da ligação.

### **2.6.1 Análise elástica linear para o estado limite último**

O tipo de análise mais utilizado na prática corrente de projetos em estruturas mistas para obtenção dos esforços internos no estado limite último é a elástica linear, na qual não há restrição quanto às classes de seção transversal.

Apesar da análise elástica linear presumir o comportamento elástico da estrutura e conseqüentemente o comportamento elástico do material, pode-se utilizar a análise no estado limite último e considerar a resistência plástica da seção transversal.

Em sistemas estruturais com vigas mistas devem ser considerados efeitos como fissuração, fluência e retração do concreto e seqüência de construção.

Desde que os elementos sejam de classe 1 ou 2 e não exista restrição quanto à flambagem lateral por distorção o efeito da fluência e retração do concreto pode ser desprezado na análise para verificação do estado limite último (exceto fadiga). Caso contrário, o efeito é considerado por meio da redução do módulo de elasticidade do concreto como apresentado no item 2.3.2.

De acordo com o EUROCODE 4 (2004), como primeira alternativa de análise (Figura 2.19) os esforços internos podem ser determinados considerando toda a seção da viga mista como não-fissurada (momento de inércia da seção mista em todo o vão é obtido pela homogeneização da seção mista assumindo que o concreto tracionado não esteja fissurado).

Após a análise, em regiões onde a tensão de tração no concreto excede

duas vezes a resistência à tração média do concreto ( $f_{ctm}$ ), a rigidez deverá ser reduzida para  $E_a I_2$ , considerando agora apenas a seção de aço e a armadura longitudinal. Com a nova rigidez a flexão é realizada uma outra análise denominada de fissurada.

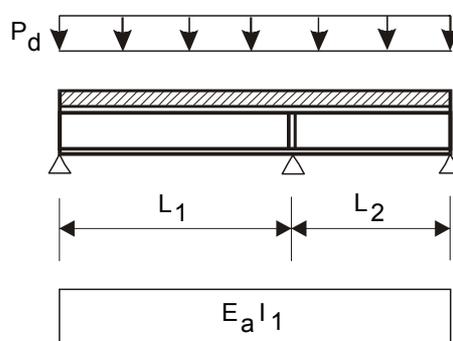


Figura 2.19: Análise elástica linear não-fissurada

Além do procedimento descrito acima, pode-se também adotar um método simplificado para vigas mistas contínuas e semi-contínuas (Figura 2.20) desde que a relação entre os tramos adjacentes não seja maior que 0,6. O efeito da fissuração pode ser considerado ao utilizar a rigidez a flexão  $E_a I_2$ , na região de momento negativo, num comprimento equivalente a 15% do vão por tramo, evitando assim a determinação “exata” do ponto de inflexão do diagrama de momento. Na região de momento positivo, a rigidez a flexão da seção mista ( $E_a I_1$ ) é determinado de maneira análoga a análise não-fissurada.

O EUROCODE 4 (2004) também permite uma análise elástica linear com redistribuição de momentos para o estado limite último (exceto fadiga) em vigas mistas contínua ou semi-contínua, desde que não necessita ser considerado no sistema estrutural o efeito global de segunda ordem.

A redistribuição de momentos satisfaz o equilíbrio da estrutura e tenta considerar, de maneira simplificada, o comportamento não-linear do material e todos os tipos de flambagens. Essa redistribuição pode ser realizada para vigas mistas com conexão total ou parcial.

A redistribuição de momentos na viga contínua ou semi-contínua consiste em diminuir os momentos negativos e aumentar ao mesmo tempo os momentos

positivos.

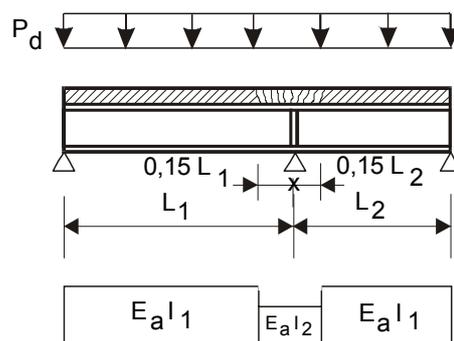


Figura 2.20: Análise elástica linear fissurada

De acordo com o tipo de análise adotada e a classe da seção transversal, o EUROCODE 4 (2004) apresenta as porcentagens máximas do valor inicial do momento fletor negativo para redistribuição (Tabela 2.6). No caso da viga possuir todas as seções de classe 1 ou 2 o momento negativo pode ser ainda diminuído em até 10% na análise não-fissurada e 20% na análise fissurada.

Para vigas com aço estrutural de resistência ao escoamento maior que 355 MPa (S355) a redistribuição deve apenas ser aplicada quando todas as seções são de classe 1 ou 2. A redistribuição não deve exceder a 30% na análise não-fissurada e 15% na análise fissurada.

Tabela 2.6: Limites para redistribuição de momentos negativos em %

<b>Classe da seção transversal na região de momento negativo</b>	<b>Análise não-fissurada</b>	<b>Análise fissurada</b>
1	40	25
2	30	15
3	20	10
4	10	0

Na análise elástica linear, em se tratando de ligações semi-rígidas, caso o momento solicitante de cálculo ( $M_{j,Sd}$ ) seja menor ou igual a  $2/3 M_{j,Rd}$  a rigidez

secante pode ser considerada igual a rigidez inicial da ligação, como apresentado pela Figura 2.21.

Por outro lado, para valores de  $M_{j,Sd}$  superior a  $2/3 M_{j,Rd}$  a rigidez secante é tomada como a rigidez inicial dividida pelo parâmetro  $\eta$ , que para ligações viga-pilar com chapa de topo ou com cantoneiras é igual a 2.

Como simplificação, evitando assim o conhecimento inicial do valor do  $M_{j,Sd}$ , pode-se considerar para todos os casos a rigidez secante calculada pelo segundo procedimento.

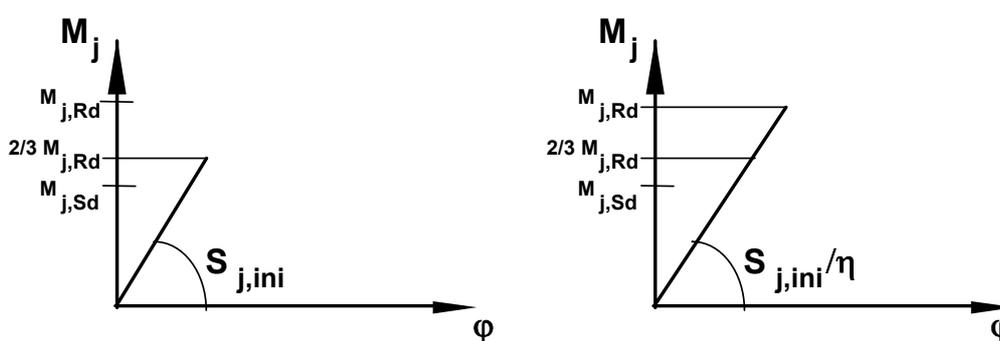


Figura 2.21: Ilustração da rigidez secante para a análise global elástica

### 2.6.2 Análise elástica linear para o estado limite de utilização

Para determinação dos deslocamentos e dos esforços internos no estado limite de utilização devem ser consideradas a fissuração, retração e fluência do concreto.

As considerações da fluência e retração do concreto seguem as recomendações mencionadas no item 2.3.3. Os deslocamentos da estrutura no estado limite de utilização são determinados de maneira análoga ao recomendado para o estado limite último. O efeito da fissuração do concreto na região de momento negativo pode ser considerado de modo semelhante ao apresentado no item anterior.

O efeito da interação parcial pode ser desprezado quando a conexão é completa. No caso de conexão parcial, o EUROCODE 4 (2004) estabelece que a interação parcial (incompleta) pode ser desprezada caso as exigências abaixo sejam respeitadas:

- a conexão de cisalhamento deve ser rigorosamente de acordo com o especificado pela norma;
- ou no mínimo a metade do número de conectores para conexão completa devem ser utilizado;
- no caso de laje com forma incorporada com nervuras perpendiculares a viga, a altura da nervura deve ser menor que 80 mm;

### **2.6.3 Análise rígido-plástica**

Na análise global rígido-plástica as deformações elásticas dos elementos e das ligações são desprezadas e as deformações plásticas são assumidas ser concentradas nas regiões de rótulas plásticas. As ligações para essa análise são classificadas apenas quanto à resistência.

Segundo o EUROCODE 4 (2004), a seção transversal onde ocorre a formação das rótulas plásticas deve ser de classe 1, sendo todas as outras seções de classe 1 ou 2.

O emprego dessa análise está condicionado às limitações abaixo, na qual considera que a resistência do pórtico é governada pelo colapso da viga.

- pode ser aplicado somente quando não necessita ser considerado no sistema estrutural o efeito de segunda ordem.
- o momento resistente da viga mista não pode ser reduzido pela flambagem lateral com distorção da viga mista junto à ligação;
- deve ser comprovado que a capacidade de rotação das ligações mistas é igual ou superior à capacidade de rotação das vigas;
- o elemento deve ter contenção lateral adequada nos pontos de formação de rótulas plásticas, na qual essa contenção deve estar posicionada a uma distância, em relação ao ponto de formação da rótula, não superior a metade da altura da seção de aço;
- vigas com aço estrutural de resistência ao escoamento menor que 355 MPa

(S355);

- cada ligação viga-pilar deve ter capacidade rotacional suficiente ou ter resistência maior ou igual a 1,2 vezes a resistência plástica da viga conectada;
- caso mais da metade da ação de cálculo esteja concentrada em um comprimento não superior a um quinto do vão, no ponto de formação de rótula plástica com a laje de concreto em compressão, não podem existir tensões de compressão em mais de 15% da altura total da seção mista; essa limitação não se aplica caso a referida rótula plástica seja a última a se formar;
- para que na análise rígido-plástica os diversos tramos possam ser analisados independentemente um do outro, um vão qualquer não pode ter comprimento 50% maior que o comprimento de um vão adjacente e um vão de extremidade não pode ter comprimento 15% maior que o comprimento do vão adjacente (Figura 2.22).

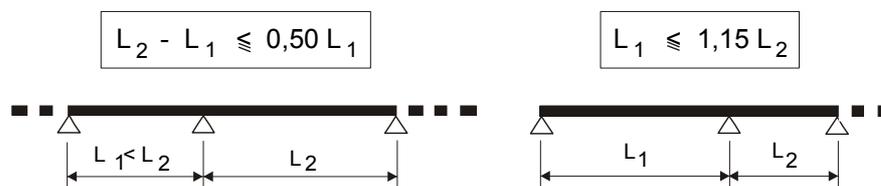


Figura 2.22: Condições de comprimento entre tramos para análise rígido-plástica

Atendidas as exigências mencionadas, o momento fletor solicitante de cálculo ( $M_{Sd}$ ), em uma seção qualquer de abscissa  $z$ , é apresentado pela eq (23). Além disso, as forças cortantes solicitantes de cálculo são dadas pela eq (24).

$$M_{Sd} = M_{Sd,q} - M_{Rd,esq}^- \frac{(L-z)}{L} - M_{Rd,dir}^- \left( \frac{z}{L} \right) \quad (23)$$

Onde:

$M_{Sd,q}$  é o momento fletor solicitante de cálculo na viga biapoiada, função da abscissa  $z$ ;

$M_{Rd,esq}^-$ ,  $M_{Rd,dir}^-$  são os momentos fletores resistentes de cálculo nas extremidades esquerda e direita, respectivamente, em módulo, das vigas mistas sujeitas a momento negativo no caso de vigas contínuas, ou das ligações mistas, no caso de vigas semi-contínuas;

$z$  é a abscissa da seção, a partir do apoio esquerdo;

$L$  é o vão da viga.

$$V_{Sd} = V_{Sd,q} + \frac{(M_{Rd,esq}^- - M_{Rd,dir}^-)}{L} \quad (24)$$

Onde:

$V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo, função de  $z$ ;

$V_{Sd,q}$  é a força cortante solicitante de cálculo na viga bi-apoiada, função da abscissa  $z$ .

Quando a análise global rígido-plástica é adotada, ligações com o momento resistente igual ou maior que 20% do momento resistente da viga mista (ligação de resistência total) não necessitam ter a capacidade rotacional verificada, pois supõem-se que a ligação tem capacidade de resistência suficiente para que a rótula plástica se forme na viga.

#### **2.6.4 Análise elasto-plástica**

Na análise elasto-plástica deve-se considerar as regiões fissuradas e não-fissuradas da viga mista (vigas contínuas ou semi-contínuas), o deslizamento da conexão de cisalhamento e eventual separação da laje (“uplift”) e a rotação devido à flambagem local nos apoios intermediários. Esse tipo de análise normalmente não é aplicado na prática corrente de projetos em estruturas mistas.

Na análise elasto-plástica a seção transversal da viga onde ocorre a formação das rótulas plásticas deve ser de classe 1, sendo todas outras seções de classe 1 ou 2.

Quando se considera a análise global elasto-plástica nos pórticos é necessário levar em conta o comportamento não-linear do material que simplificadaamente pode ser admitido bi-linear como apresenta a Figura 2.23. Ao considerar o comportamento do material perfeitamente plástico, uma rótula plástica forma-se numa seção quando toda a seção atinge a tensão de escoamento.

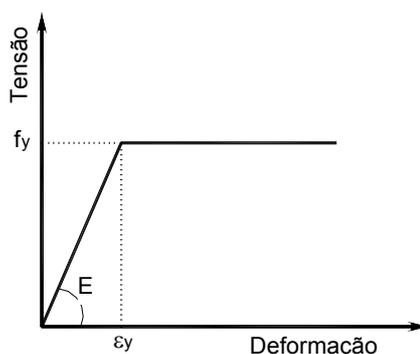


Figura 2.23: Comportamento bi-linear do material

Formada a rótula plástica, a estrutura redistribui os momentos formando outras rótulas. O colapso da estrutura ocorre depois que sucessivas rótulas plásticas tenham formado convertendo a estrutura estática ou hiperestática em hipostática.

Resumindo o exposto acima, para que todo esse mecanismo plástico ocorra é necessário o seguinte:

- o aço tenha ductilidade suficiente para que seja desenvolvida a resistência plástica da seção;
- a seção com rótula plástica deve ter capacidade rotacional suficiente sem ocorrer flambagem local (seção de classe 1 ou 2) ou lateral, permitindo a formação do mecanismo de colapso e conseqüentemente a redistribuição de momentos.
- para garantir que não ocorra instabilidade lateral no elemento sujeito a formação da rótula plástica devem existir um contraventamento lateral apropriado na região da rótula.

Em ligações semi-contínuas, o comportamento  $M-\phi$  deve ser considerado na análise, podendo como simplificação adotar uma relação bi-linear ou tri-linear apresentadas na Figura 2.24. A rigidez secante para a relação bi-linear é tomada como a rigidez inicial dividida pelo parâmetro  $\eta$ , que para ligações viga-pilar com chapa de topo ou com cantoneiras é igual a *dois*.

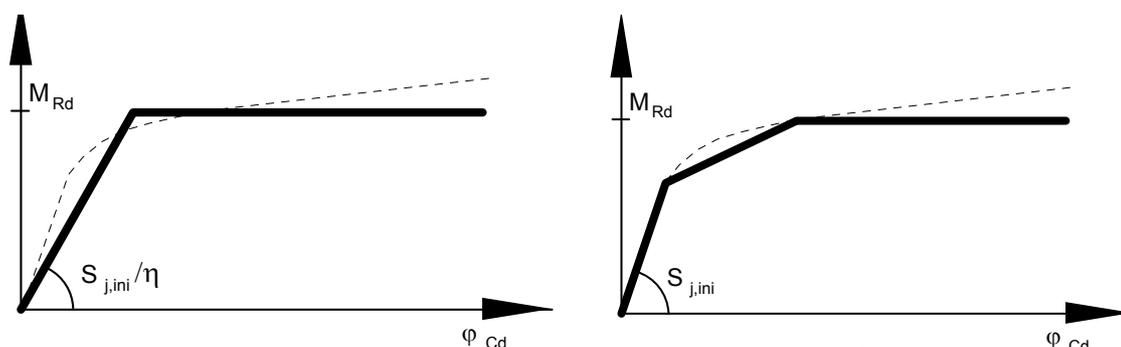


Figura 2.24: Comportamento bi-linear e tri-linear das ligações – EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

## 2.7 Comentários parciais

Nesse capítulo foram reunidas as principais considerações sobre os trabalhos mais relevantes nos últimos anos na avaliação do comportamento monotônico de ligação mista. Esse estudo inicial serviu como base para o desenvolvimento da investigação experimental.

As classificações propostas pela revisão do AISC/LFRD (1999) e pelo EUROCODE 3 (2005) seguem basicamente a mesma filosofia, ou seja, a ligação é classificada, separadamente, segundo a rigidez inicial e a momento resistente. Na classificação proposta por NETHERCOT et al. (1998), as características de rigidez e de resistência das ligações são consideradas simultaneamente para os estados limites último e de utilização.

Os principais tipos de análises estruturais foram destacados, uma vez que no final do capítulo 7 foi realizado um estudo de caso considerando a análise elástica.

# 3 MODELO ANALÍTICO PARA LIGAÇÕES VIGA MISTA-PILAR

---

## 3.1 Introdução

Nos últimos anos várias pesquisas foram realizadas com o objetivo de desenvolver formulações analíticas para determinação da rigidez inicial e momento resistente das ligações mistas para utilização na análise estrutural e dimensionamento de uma estrutura.

Dentre os principais trabalhos para determinação da rigidez inicial e momento resistente destacam-se: Anderson & Najafi (1994), Ren & Crisinel (1995), Li, Nethercot & Choo (1996b) e Ahmed, Li & Nethercot (1996).

Os modelos analíticos foram sempre desenvolvidos a partir de modelos previamente obtidos para ligações metálicas, sendo adicionados à contribuição da laje de concreto e conseqüentemente a sua armadura.

As ligações mistas são analisadas no plano bidimensional uma vez que a laje de concreto possibilita uma elevada rigidez à torção e estabilidade lateral.

A seguir apresenta-se um modelo analítico com base na metodologia de cálculo proposta pelo EUROCODE 3 (2005) - parte 1.8 para determinação do momento resistente e rigidez inicial das ligações com cantoneiras de alma e assento e chapa de topo.

Na apresentação do modelo analítico não foi considerada a verificação do cisalhamento vertical proveniente do esforço cortante na viga, uma vez que o objetivo principal foi determinar o comportamento da ligação devido ao momento fletor.

Posteriormente à apresentação do modelo proposto pelo EUROCODE 3, três modelos analíticos são apresentados para determinação da capacidade rotacional das ligações mistas.

Finalmente, o “Steel design Guide Series 8” (2001) apresentado pelo AISC para o comportamento das ligações mistas é discutido, abordando as principais características e limitações.

## 3.2 Método proposto pelo EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

### 3.2.1 Considerações iniciais

O método proposto pelo EUROCODE 3 (ligações em aço isolado) e EUROCODE 4 (ligações mistas) para avaliação da rigidez inicial e momento resistente das ligações é denominado de método das componentes, na qual o comportamento global de uma ligação é o resultado da união entre o comportamento individual das componentes relevantes na ligação.

O método é aplicável a vários tipos de ligação mista ou aço isolado, configuração geométrica, tipo de carregamento e tipo de seção de elemento (laminado ou soldado).

Os principais termos relativos às ligações em estruturas metálicas ou mistas e que serão utilizados nesse trabalho são apresentados na Figura 3.1 e descritos abaixo:

**Nó** – Ponto de interseção dos eixos da viga e do pilar;

**Zona Nodal** – Inclui o nó e as extremidades dos elementos conectados;

**Elementos de Ligação** – Elementos que efetivamente realizam a ligação, como por exemplo, soldas, parafusos, cantoneiras, chapas, etc.;

**Painel da alma do pilar** – Região da alma do pilar onde atuam esforços horizontais de cisalhamento;

**Ligação** – Região que abrange o painel da alma, os elementos de ligação e a zona nodal.

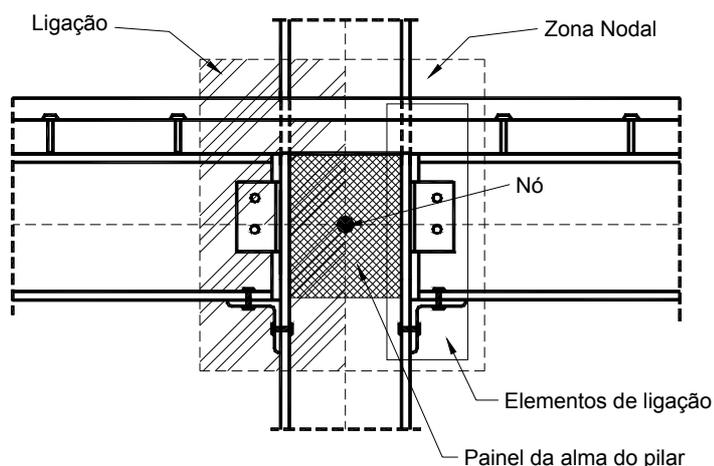


Figura 3.1: Termos destinados a ligação

A aplicação do método necessita das seguintes etapas descritas abaixo:

1. Determinar as componentes individuais em compressão, tração e cisalhamento que influenciam no comportamento da ligação;
2. Avaliar a rigidez e resistência de cada componente individual;
3. Unir as componentes individuais para determinar as características da ligação (rigidez inicial e momento resistente).

As componentes de uma ligação submetida a momento fletor negativo localizam-se em três zonas: zona de tração, compressão e cisalhamento horizontal, como ilustrado na Figura 3.2.

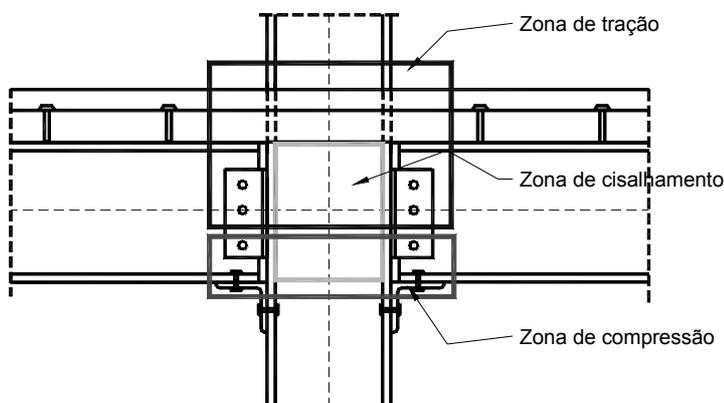
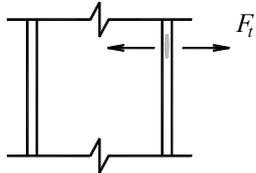
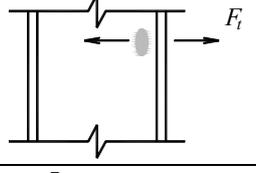
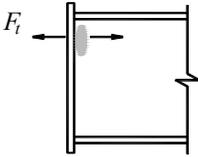
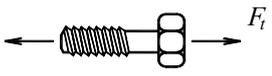
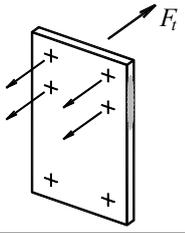


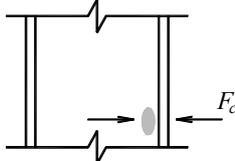
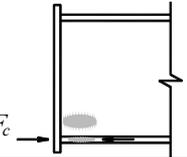
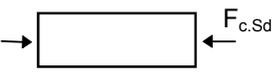
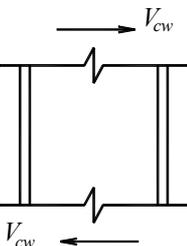
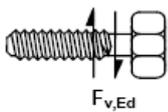
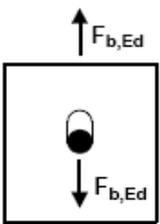
Figura 3.2: Ilustração das zonas de tensões numa ligação

A Tabela 3.1 apresenta as componentes individuais divididas em zonas de tração, compressão, cisalhamento horizontal e cisalhamento vertical que devem ser consideradas nas seguintes ligações abaixo para determinação da rigidez inicial, momento resistente e resistência ao esforço cortante:

1. Ligação com chapa de topo estendida
2. Ligação com chapa de topo
3. Ligação com cantoneira de alma e assento

Tabela 3.1: Componentes individuais das ligações mencionadas acima

Zonas	Componentes	Ilustração	Tipo de ligação
<b>TRAÇÃO</b>	Flexão na mesa do pilar		1, 2 e 3
	Tração na alma do pilar		1, 2 e 3
	Tração na alma da viga		1, 2 e 3
	Tração do parafuso		1, 2 e 3
	Flexão na chapa de topo		1 e 2
	Flexão na aba da cantoneira de alma conectada à mesa do pilar		3
	Tração na armadura longitudinal da laje		1, 2 e 3

COMPRESSÃO	Compressão transversal na alma do pilar		1, 2 e 3
	Compressão na mesa e alma da viga		1, 2 e 3
	Compressão na aba da cantoneira de assento (fixada à mesa da viga)		3
CISALHAMENTO HORIZONTAL	Cisalhamento no painel da alma do pilar		1, 2 e 3
	Cisalhamento do parafuso		1,2 e 3
CISALHAMENTO VERTICAL	Contato do parafuso (na mesa da viga, mesa do pilar, chapa de topo e aba de cantoneira)		1,2 e 3

### 3.2.2 Esforços atuantes na ligação

Uma ligação em aço ou mista deve ser calculada para resistir aos momentos fletores  $M_{b1,Sd}$  e  $M_{b2,Sd}$ , esforços normais  $N_{b1,Sd}$  e  $N_{b2,Sd}$  e os esforços de cisalhamento vertical  $V_{b1,Sd}$  e  $V_{b2,Sd}$  provenientes das vigas conectadas. No entanto, os esforços provenientes do pilar (momento fletor, esforço de cisalhamento e esforço axial) também influenciam o comportamento da ligação, uma vez que condicionam a resistência das componentes, como será visto adiante. Todos os esforços atuantes na ligação são ilustrados na Figura 3.3 para nó de pilar interno.

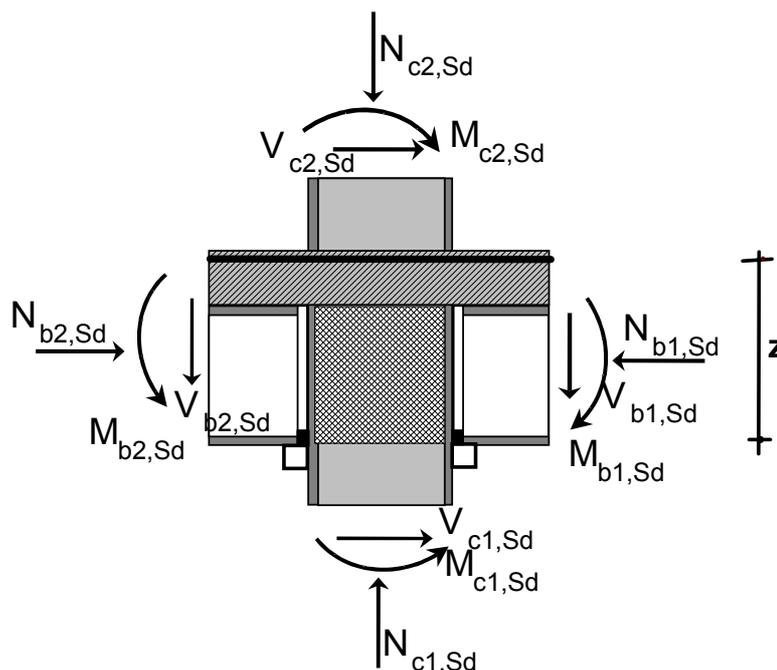


Figura 3.3: Esforços que atuam na ligação mista

Os momentos fletores provenientes das vigas introduzem outro tipo de esforço no painel da alma do pilar denominado de cisalhamento horizontal. O esforço de cisalhamento horizontal também é dependente do esforço de cisalhamento proveniente do pilar, como mostrado na eq (25).

$$V_{wp,Sd} = (M_{b1,Sd} - M_{b2,Sd}) / z - (V_{c1,Sd} - V_{c2,Sd}) / 2 \quad (25)$$

Nas ligações com pilar de extremidade o efeito do cisalhamento horizontal no painel de alma do pilar é bastante significativo, uma vez que todo o momento fletor proveniente da viga é introduzido no painel. No caso de ligações com pilar interno o efeito é aumentado proporcionalmente ao maior desbalanceamento dos momentos fletores das vigas.

O EUROCODE 3 (2005) introduz o efeito do cisalhamento horizontal no painel da alma do pilar por meio do parâmetro  $\beta$  que será detalhado no item 3.2.6. Esse parâmetro leva em conta a magnitude de carregamento em ambos os lados do pilar (pilar interno) e a posição do pilar (interno ou de extremidade).

Conforme os esforços que atuam na ligação, apresentados na Figura 3.3, pode-se discriminar dois tipos de rotações numa ligação:

1. rotações provenientes das deformações dos elementos de ligação (mesa do pilar, chapa de topo, cantoneiras, parafusos, armadura, etc.) e da deformação por compressão na alma do pilar;
2. rotações (distorções) no painel da alma do pilar provocadas pelo esforço de cisalhamento horizontal.

Para ligações de nó interno com momentos balanceados, a distorção no painel de alma do pilar não ocorre e, portanto, a rotação total da ligação é exclusivamente devida às deformações dos elementos de ligação e à deformação por compressão na alma do pilar.

Num pórtico essa rotação é considerada por meio de uma mola rotacional posicionada na extremidade da viga representando a curva momento-rotação da ligação.

Para ligações de nó externo ou nó interno com momentos desbalanceados, a distorção no painel de alma do pilar ocorre e, portanto, deve ser considerada.

O EUROCODE 3 (2005) permite, como simplificação, considerar no caso de pilar de extremidade apenas uma mola rotacional por meio da soma das rotações devido aos elementos de ligação e do painel de alma do pilar.

No caso de pilar interno com momentos desbalanceados, cada extremidade de viga deve ser modelada com uma mola rotacional levando em consideração as rotações da sua respectiva ligação e do painel da alma do pilar.

Portanto, a deformação da alma do pilar é considerada duas vezes, porém o parâmetro  $\beta$  é introduzido para considerar a relação entre o carregamento no painel de alma do pilar e de cada ligação. A Figura 3.4 ilustra as molas rotacionais para o nó interno e de extremidade introduzidas na interseção entre o eixo da viga com do pilar.

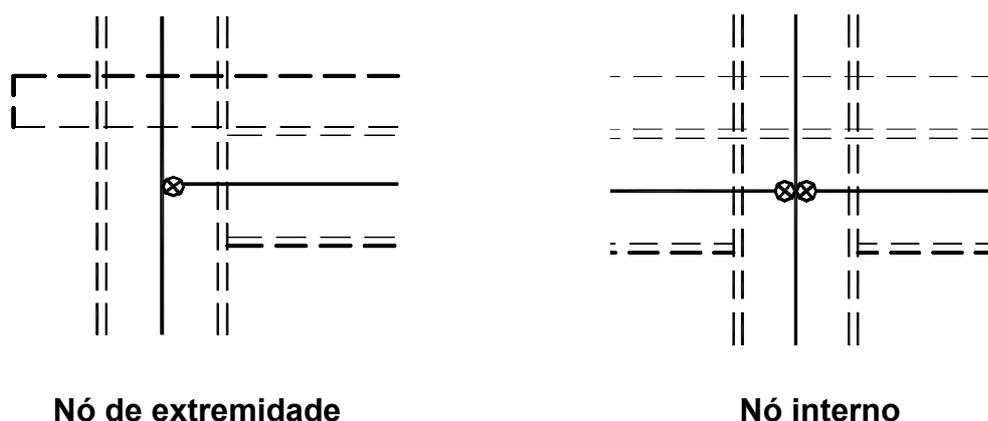


Figura 3.4: Introdução da mola rotacional no nó interno e de extremidade

### 3.2.3 “T-Stub” equivalente

Para determinação da resistência e rigidez à flexão da mesa do pilar e da chapa de topo, o EUROCODE 3 propõe a substituição da complexa configuração de charneiras plásticas ao redor do parafuso tracionado que ocorre na ligação pela utilização de um perfil “T” equivalente.

A análise dos perfis “T-stub” teve como objetivo estudar o comportamento das ligações que utilizavam o perfil “T” para conectar as mesas da viga com a mesa do pilar e posteriormente foi aplicada às ligações com chapa de topo.

ZOETEMEIJER & DEBACK (1972) apud ROMANO (2001), realizaram ensaios com diversas configurações de perfil “T” e concluíram três diferentes modos de colapso apresentados na Figura 3.5.

A capacidade resistente do perfil “T” para cada modo de colapso, apresentada na eq (26) a eq (28), assumindo que existe o desenvolvimento de forças de alavanca ( $Q$ ). O desenvolvimento dessas equações pode ser encontrado em MAGGI (2004).

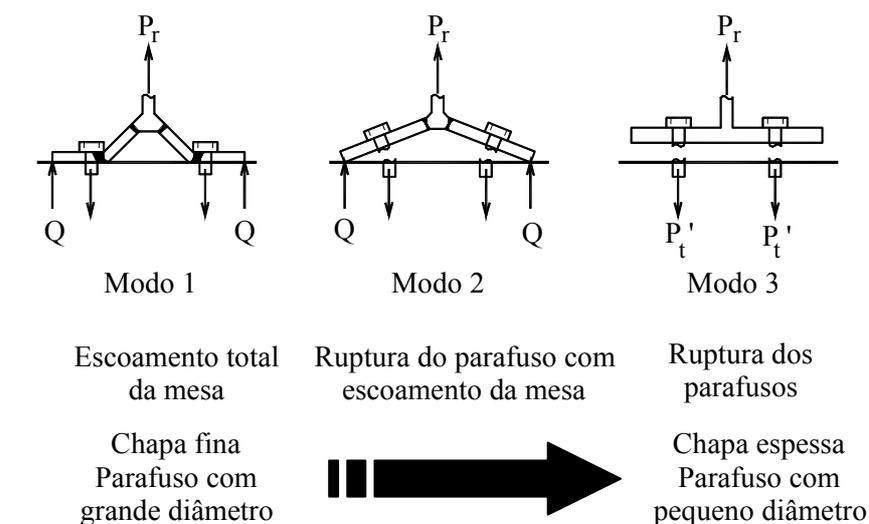


Figura 3.5: Modos de colapso do perfil “T” - FIGUEIREDO (2004)

a) Modo 1 - escoamento total da mesa do pilar ou da chapa de topo. Nesse modo a força de alavanca atinge seu valor máximo.

$$F_{t,1,Rd} = \frac{4 M_{pl,1,Rd}}{m} \tag{26}$$

b) Modo 2 - Ruptura do parafuso com escoamento da mesa do pilar ou da chapa de topo.

$$F_{t,2,Rd} = \frac{2 M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m + n} \tag{27}$$

c) Modo 3 - Ruptura do parafuso e não consideração da existência do efeito alavanca.

$$F_{t,3,Rd} = \sum F_{t,Rd} \tag{28}$$

Onde:

$m$  é a distância do centro do parafuso à face da alma do pilar ou da viga, menos 80% do raio de perfil ou da dimensão da solda ( $a\sqrt{2}$ ), conforme Figura 3.6. Para a linha de parafuso na extensão da chapa de topo,  $m$  deve ser tomado como  $m_x$ ;

$n$  é igual a  $e_{min}$  (Figura 3.6) e, no máximo igual a  $1,25 m$ . No caso da extensão da chapa de topo,  $e_{min} = e_x$ ;

$\sum F_{t,Rd}$  é o somatório da resistência à tração do parafuso de uma linha ou de um grupo apresentado na eq (29);

$$F_{t,Rd} = \frac{0,75 A_b f_u}{1,35} \tag{29}$$

Onde:  $f_u$  é a resistência última à tração do aço do parafuso;  
 $A_b$  é a área bruta do fuste do parafuso.

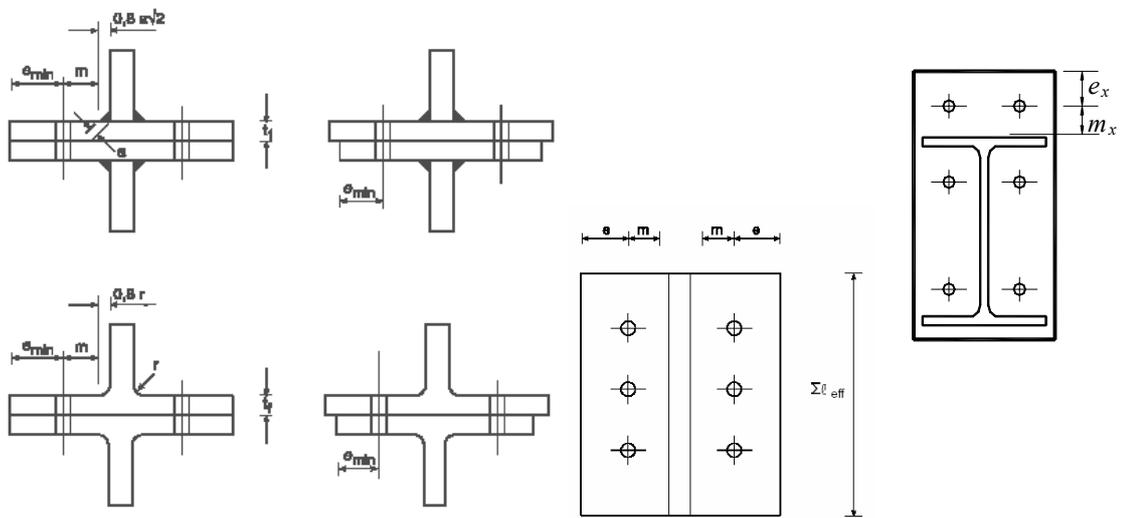


Figura 3.6: Parâmetros  $m$ ,  $m_x$ ,  $e$  e  $e_x$

$M_{pl}$  é o momento de plastificação total do perfil “T” equivalente, representando a mesa do pilar ou a chapa de topo, dado pela eq (30);

$$M_{pl,1} = \frac{\sum l_{eff,1} t^2 \frac{f_y}{1,1}}{4} \quad \text{e} \quad M_{pl,2} = \frac{\sum l_{eff,2} t^2 \frac{f_y}{1,1}}{4} \tag{30}$$

Onde:

$t$  é a espessura da mesa do pilar ou da chapa de topo;

$f_y$  é a tensão de escoamento da mesa do pilar ou da chapa de topo;

$F_t$  é a capacidade resistente da linha ou grupo de linhas de parafusos;

$\sum l_{eff,1}$  e  $\sum l_{eff,2}$  é o comprimento efetivo da linha de plastificação no perfil “T” equivalente (Figura 3.7), apresentado em forma de Tabelas, de acordo com a posição das linhas ou grupos de linhas de parafusos e da presença ou não de enrijecedores de alma do pilar ou da mesa da viga. No caso da análise de uma linha de parafusos isoladamente,  $\sum l_{eff,1} = l_{eff,1}$  (modo 1) e  $\sum l_{eff,2} = l_{eff,2}$  (modo 2).

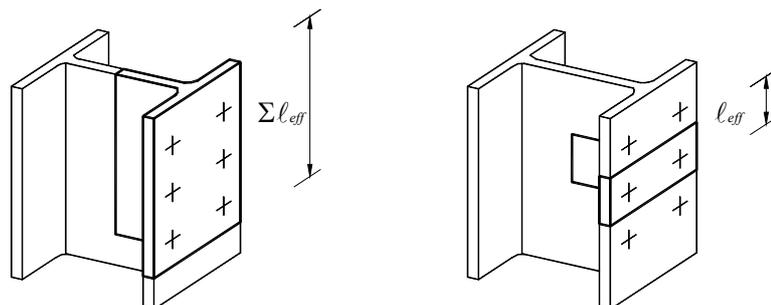


Figura 3.7: Ilustração do comprimento efetivo de um “T”-equivalente para análise de uma linha de parafuso isolada e de um grupo de linhas – COST-C1 (1996)

O EUROCODE 3 (2005) propõe que o desenvolvimento das forças de alavanca acontecerá quando  $L_b \leq L_b^*$ , sendo  $L_b$  a espessura da chapa de topo mais a espessura da mesa do pilar somada a metade da soma entre a altura da cabeça e altura da porca.  $L_b^*$  é demonstrado pela eq (31).

$$L_b^* = \frac{8,8m^3 0,75A_b}{t_f^3 \sum l_{eff,1}} \tag{31}$$

Onde:

$\sum l_{eff,1}$  é o valor do comprimento efetivo para o modo 1.

Caso não ocorra o desenvolvimento do efeito alavanca, as forças resistentes do perfil “T” são dadas pela eq (32) e eq (33).

$$F_{t,12,Rd} = \frac{2M_{pl,1,Rd}}{m} \tag{32}$$

$$F_{t,3,Rd} = \sum F_{t,Rd} \tag{33}$$

Os comprimentos efetivos equivalentes foram estabelecidos inicialmente por ZOETEMEIJER (1974) *apud* ROMANO (2001) para que pudesse utilizar a análise realizada no perfil “T” no cálculo da resistência da mesa do pilar ou da chapa de topo. O comprimento efetivo equivalente é o comprimento da mesa do perfil “T”, sem enrijecimento, que transmite o mesmo esforço pela mesa do pilar ou chapa de topo, a partir das configurações de charneiras plásticas.

A linha de parafuso tracionado deve ser analisada isoladamente como também parte de um grupo com as linhas anteriormente analisadas.

No caso da análise da linha de parafuso atuando em grupo, a resistência será dada pelo menor valor obtido entre a resistência da linha de parafuso atuando isoladamente e a resistência da linha de parafuso atuando como um grupo, subtraindo a capacidade resistente das linhas anteriores antes da distribuição interna de forças calculadas para a ação isolada.

Considerando somente a tração nos parafusos, a Figura 3.8 ilustra o processo para determinar a capacidade resistente das linhas de parafusos.

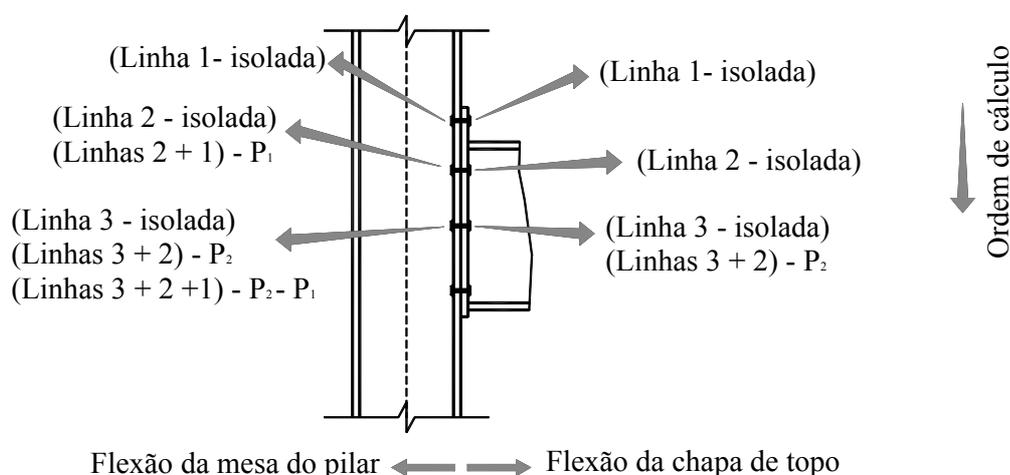


Figura 3.8: Ordem de verificação da capacidade resistente nas linhas de parafusos

O enrijecedor de alma do pilar no lado do pilar e a mesa da viga no lado da chapa de topo atuam como um divisor entre as linhas de parafusos. A linha abaixo deles não deve ser considerada em combinação com qualquer linha situada acima deles, para o correspondente lado da ligação.

### 3.2.4 Componentes individuais em tração

#### 3.2.4.1 Flexão na mesa do pilar

Como mencionado na análise do “T”-stub equivalente à resistência da linha de parafuso tracionado será dado pelo menor dos modos de colapso, sendo as linhas analisadas isoladamente ou em grupo.

A determinação do comprimento efetivo do perfil “T”-stub para mesa de pilar não enrijecida e enrijecida é apresentada na Tabela 3.2 e Tabela 3.3. Nas Tabelas aparecem os termos configuração circular e não circular que se referem às formas de charneiras plásticas que podem ocorrer na mesa do pilar ou na chapa de topo. Essas formas são ilustradas na Figura 3.9.

Tabela 3.2: Comprimento efetivo para mesa de pilar não-enrijecida

Linha de parafuso	Linha de parafuso considerada individualmente		Linha de parafuso considerada como parte de um grupo	
	Configuração circular $l_{eff,c}$	Configuração não-circular $l_{eff,nc}$	Configuração circular $l_{eff,nc}$	Configuração não-circular $l_{eff,nc}$
Interna	$2\pi m$	$4m + 1,25e$	$2p$	$p$
Externa	Mínimo $(2\pi m ; \pi m + 2e_1)$	Mínimo $(4m + 1,25e ; 2m + 0,625e + e_1)$	Mínimo $(\pi m + p ; 2e_1 + p)$	Mínimo $(2m + 0,625e + p ; e_1 + 0,5p)$
Modo 1:	$l_{eff,1} = \text{mínimo}(l_{eff,c} ; l_{eff,nc})$		$\sum l_{eff,1} = \text{mínimo}(\sum l_{eff,c} ; \sum l_{eff,nc})$	
Modo 2:	$l_{eff,2} = l_{eff,nc}$		$\sum l_{eff,2} = \sum l_{eff,nc}$	

$p$  é a distância entre duas linhas de parafusos

Tabela 3.3: Comprimento efetivo para mesa de pilar enrijecida

Linha de parafuso	Linha de parafuso considerada individualmente		Linha de parafuso considerada como parte de um grupo	
	Configuração circular $l_{eff,c}$	Configuração não-circular $l_{eff,c}$	Configuração circular $l_{eff,c}$	Configuração não-circular $l_{eff,nc}$
Interna e adjacente ao enrijecedor	$2\pi m$	$\alpha m$	$\pi m + p$	$0,5p + \alpha m - 2m - 0,625e$
Interna e não adjacente ao enrijecedor	$2\pi m$	$4m + 1,25e$	$2p$	$p$
Externa e adjacente ao enrijecedor	Mínimo $(2\pi m ; \pi m + 2e_1)$	$e_1 + \alpha m - (2m + 0,625e)$	não considerar	não considerar
Modo 1:	$l_{eff,1} = \text{mínimo}(l_{eff,c} ; l_{eff,nc})$		$\sum l_{eff,1} = \text{mínimo}(\sum l_{eff,c} ; \sum l_{eff,nc})$	
Modo 2:	$l_{eff,2} = l_{eff,nc}$		$\sum l_{eff,2} = \sum l_{eff,nc}$	

$p$  é a distância entre duas linhas de parafusos

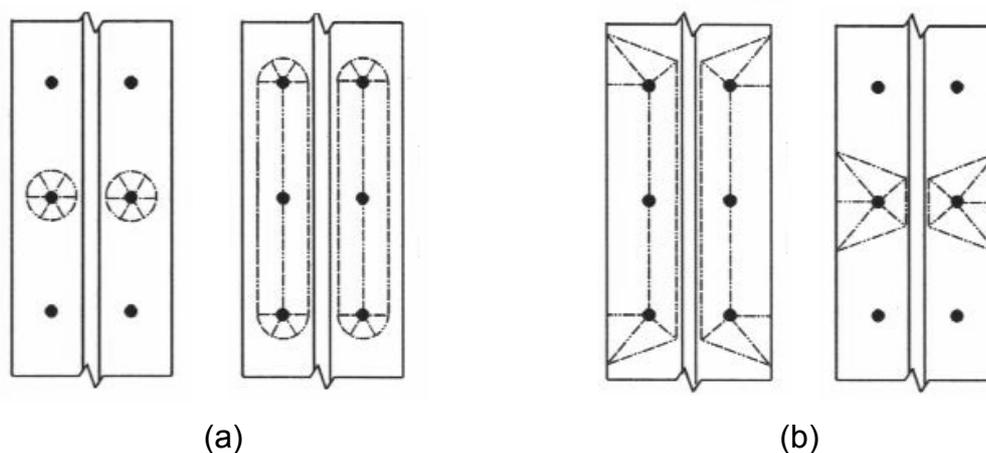


Figura 3.9: Configurações plásticas circulares (a) e não circulares (b) de charneiras plásticas – FIGUEIREDO (2004)

O parâmetro para o cálculo do comprimento efetivo da ligação com chapa de topo é ilustrado na Figura 3.10, para perfil laminado e soldado.

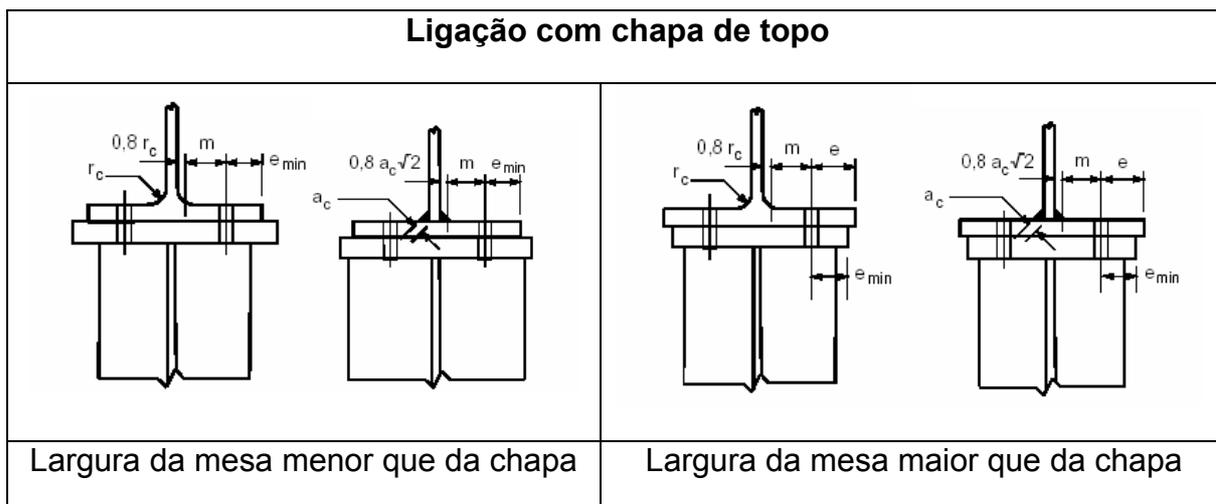


Figura 3.10: Parâmetros  $e$ ,  $e_{min}$  e  $m$

Os valores de  $\alpha$  na Tabela 3.2 e Tabela 3.3 são dados pelo ábaco da Figura 3.11 após o cálculo de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , onde:

$m_1$  é igual a  $m$ ;

$m_2$  é a distância vertical do centro do parafuso à face do enrijecedor de alma do pilar, menos 80% da dimensão da solda entre a mesa do pilar e o enrijecedor.

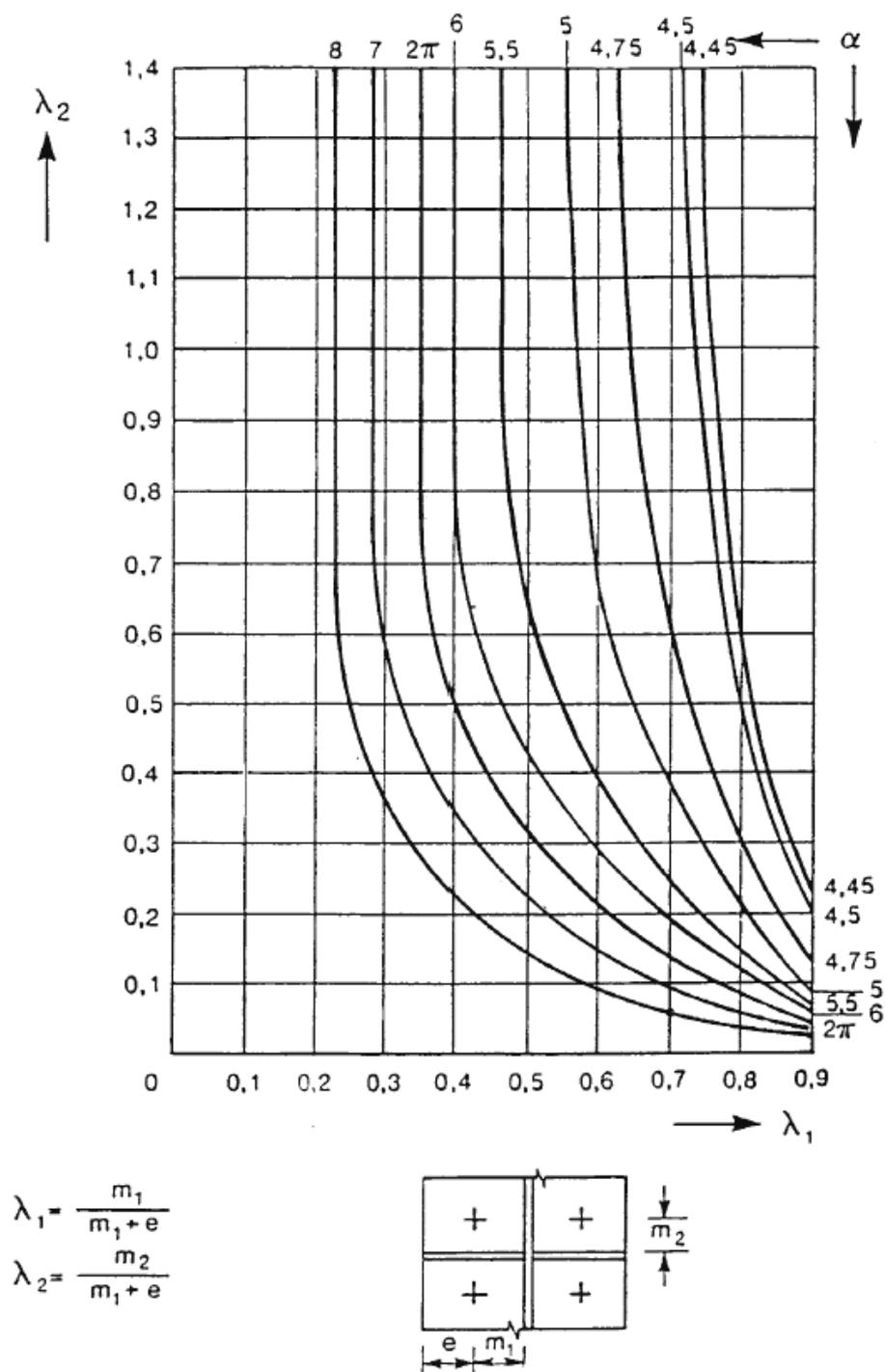


Figura 3.11: Valores de  $\alpha$  para mesa de pilar enrijecida e chapa de topo – EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

### 3.2.4.2 Tração na alma do pilar

A resistência da alma do pilar não enrijecida sujeita à tração deve ser

determinada conforme a eq (34).

$$F_{t,wc,Rd} = \omega \cdot b_{eff,t,wc} t_{wc} \frac{f_{y,wc}}{1,1} \quad (34)$$

Onde:

$\omega$  é o fator de redução devido a possíveis efeitos de iteração com cisalhamento na alma, sendo calculado por meio da Tabela 3.4;

$b_{eff,t,wc}$  para ligações parafusadas é o comprimento efetivo do “T”-stub equivalente que se refere à flexão da mesa pilar.

Tabela 3.4: Parâmetro  $\omega$

Parâmetro $\beta$	Fator de redução $\omega$
$0 \leq \beta \leq 0,5$	$\omega = 1$
$0,5 \leq \beta \leq 1,0$	$\omega = \omega_1 + 2(1 - \beta)(1 - \omega_1)$
$\beta = 1,0$	$\omega = \omega_1$
$1,0 < \beta < 2,0$	$\omega = \omega_1 + 2(\beta - 1)(\omega_2 - \omega_1)$
$\beta = 2,0$	$\omega = \omega_2$
$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \left( \frac{b_{eff,c,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}}$	$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + 5,2 \left( \frac{b_{eff,c,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}}$

$A_{vc}$  - Área da alma do pilar sob cisalhamento:

$$A_{vc} = A_c - 2b_{fc} t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c) t_{fc} \text{ (perfis laminados)}$$

$$A_{vc} = h_{wc} t_{wc} \text{ (perfis soldados)}$$

$\beta$  - Parâmetro que considera o efeito do cisalhamento horizontal na alma do pilar (item 3.2.6)

### 3.2.4.3 Tração na alma da viga

A resistência à tração da alma da viga é dada pela eq (35).

$$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} t_{wb} \frac{f_{y,wb}}{1,1} \quad (35)$$

Onde:

$b_{eff,t,wb}$  é o comprimento efetivo do “T-stub” equivalente que se refere à flexão chapa de topo, obtido para linha de parafuso individual ou em grupo.

#### 3.2.4.4 Flexão na chapa de topo

A determinação da resistência de cada linha tracionada para a flexão da chapa de topo é semelhante ao procedimento da flexão da mesa do pilar.

Para determinar o comprimento equivalente para a chapa de topo (Tabela 3.5) deve-se fazer algumas considerações:

- o parâmetro  $e_{min}$  da Figura 3.10 deverá ser usado para a parte da chapa compreendida entre as mesas da viga. Para a extensão da chapa o  $e_{min}$  é igual a  $e_x$  (Figura 3.12);
- na extensão da chapa os valores de  $(e)$  e  $(m)$  devem ser substituídos por  $(e_x)$  e  $(m_x)$ .

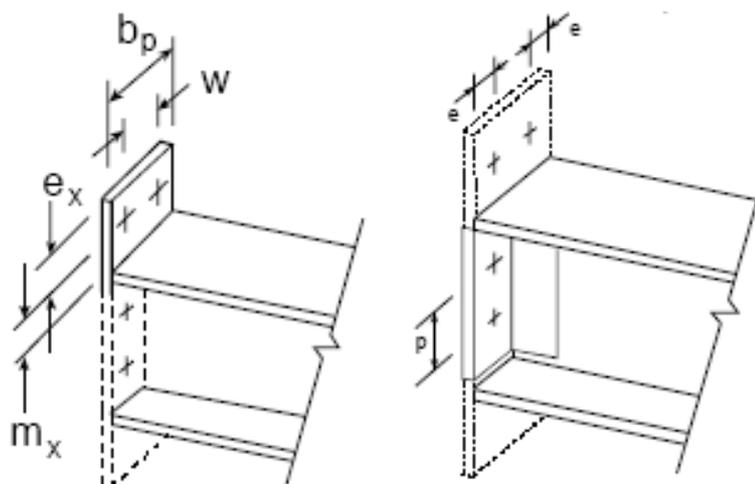


Figura 3.12: Parâmetros para a flexão da chapa de topo

Tabela 3.5: Comprimento efetivo para flexão da chapa de topo

Linha de parafuso	Linha de parafuso considerada individualmente		Linha de parafuso considerada como parte de um grupo	
	Configuração circular $l_{eff,c}$	Configuração não-circular $l_{eff,nc}$	Configuração circular $l_{eff,c}$	Configuração não-circular $l_{eff,nc}$
Acima da mesa tracionada da viga	Mínimo $2\pi m_x$ $\pi m_x + w$ $\pi m_x + 2e$	Mínimo $4m_x + 1,25e_x$ $e + 2m_x + 0,625e_x$ $0,5b_p$ $0,5w + 2m_x + 0,625e_x$	não considerar	não considerar
1ª linha abaixo da mesa tracionada da viga	$2\pi m$	$\alpha m$	$\pi m + p$	$0,5p + \alpha m - 2m - 0,625e$
Interna e não adjacente à mesa tracionada	$2\pi m$	$4m + 1,25e$	$2p$	$p$
Modo 1:	$l_{eff,1} = \text{mínimo}(l_{eff,c}; l_{eff,nc})$		$\sum l_{eff,1} = \text{mínimo}(\sum l_{eff,c}; \sum l_{eff,nc})$	
Modo 2:	$l_{eff,2} = l_{eff,nc}$		$\sum l_{eff,2} = \sum l_{eff,nc}$	

$\alpha$  é obtido da Figura 3.11.

### 3.2.4.5 Tração na armadura longitudinal da laje

A área efetiva de armadura que deve ser considerada é aquela que está na região da área efetiva da laje de concreto.

Considerando que a viga mista tem conexão de cisalhamento total na região de momento negativo, nas ligações com pilares de extremidade ou pilares internos com momentos balanceados a resistência da armadura é dada pela eq (36).

$$F_{r,Rd} = A_{s,r} \frac{f_{yr}}{1,15} \tag{36}$$

Onde:

$A_{s,r}$  é a área efetiva de armadura;

$f_{yr}$  é a tensão de plastificação do aço da armadura.

No caso de pilares internos com momentos desbalanceados ocorre diferenças de forças nas armaduras em cada lado do pilar. Para manter a força da armadura em equilíbrio na ligação, a laje de concreto no lado do menor momento atuante precisa estar em contato com a mesa do pilar, para resistir ao desbalanceamento das forças de armadura.

Segundo NETHERCOT (1996b) a força de contato entre a laje de concreto e a mesa do pilar é igual a diferença entre as forças nas armaduras de cada lado da ligação. Nesse caso pode-se determinar a resistência da armadura por meio da eq (37).

$$F_{r,Rd} = F_{r2} + F_{con} \quad (37)$$

Onde:

$F_{r2}$  é a força na armadura do lado oposto à ligação em análise;

$F_{con}$  é a resistência ao esmagamento da laje de concreto devido ao contato com a mesa do pilar.

O  $F_{r2}$  sempre se refere ao lado da ligação com menor momento atuante e, além disso, admite-se que o momento resistente desse lado é obtido considerando somente a resistência da armadura ( $F_{r2}$ ) e da mesa comprimida da viga. Portanto,  $F_{r2}$  é determinado pela relação entre o momento atuante e o braço de alavanca.

Desenvolvendo a eq (37) obtém-se a eq (38), na qual  $F_{con}$  é obtido com base no trabalho de YOGI (1973) apud NETHERCOT (1996b).

$$F_{r,Rd} = \frac{M_{c2}}{L_r} + 0,67 \beta b_{fc} h_{cl} \frac{f_c}{\gamma_c} \quad (38)$$

Onde:

$M_{c2}$  é o momento atuante no lado do menor momento na ligação;

$L_r$  é a distância da armadura ao centro de compressão da ligação (braço de alavanca);

$\beta$  é o fator para resistência à compressão local do concreto, podendo ser tomado conservadoramente igual a 2;

$b_{fc}$  é a largura da mesa do pilar;

$h_{cl}$  é a altura da laje de concreto, sendo que em laje mista somente a capa de concreto deve ser considerada;

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$\gamma_c$  é o coeficiente de segurança do concreto.

Portanto, a resistência da armadura deve-se ao menor valor entre a eq (36) e eq (38).

### 3.2.5 Componentes individuais em compressão

#### 3.2.5.1 Compressão transversal na alma do pilar

A resistência da alma do pilar não enrijecida sujeita à compressão é determinada pela eq (39) que considera o escoamento e a flambagem da chapa.

$$F_{c,wc,Rd} = \omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} \frac{f_{y,wc}}{1,1} \quad (39)$$

Onde:

$\omega$  é o fator de redução devido a possíveis efeitos de interação com cisalhamento na alma, sendo calculado por meio da Tabela 3.4;

$b_{eff,c,wc}$  é a largura efetiva da alma do pilar em compressão;

- Para ligações com chapa de topo:  $b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_p + 5(t_{fc} + s) + 2t_p$

- Para ligações com cantoneira de assento:  $b_{eff,c,wc} = 2t_a + 0,6r_a + 5(t_{fc} + s)$

onde:  $a_p$  = solda da chapa de topo com a viga;

- $a_c$  = solda de composição do pilar;  
 $s = r_c$  para pilares de seção laminada;  
 $s = \sqrt{2}a_c$  para pilares de seção soldada;  
 $t_{fb}$  = espessura da mesa comprimida da viga;  
 $t_{fc}$  = espessura da mesa do pilar;  
 $t_a$  = espessura da cantoneira de assento;  
 $r_a$  = raio de curvatura da cantoneira de assento.

$\rho$  é o fator de redução devido à flambagem da chapa dado pela eq (40);

$$\rho = \begin{cases} 1,0 & \longrightarrow \lambda_p \leq 0,72 \\ \frac{\lambda_p - 0,2}{\lambda_p^2} & \longrightarrow \lambda_p \geq 0,72 \end{cases} \quad (40)$$

Onde:

$$\lambda_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E(t_{wc})^2}}$$

sendo:  $d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c)$  (Pilares de seção laminada)

$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + \sqrt{2}a_c)$  (Pilares de seção soldada)

$k_{wc}$  é o parâmetro que considera o efeito da tensão longitudinal na alma do pilar ( $\sigma_{com,Ed}$ ) devido à força axial e o momento fletor no pilar, apresentado pela eq (41) e representado na Figura 3.13.

$$k_{wc} = \begin{cases} 1,0 & \longrightarrow \sigma_{com,Ed} \leq 0,7f_{y,wc} \\ 1,7 - \frac{\sigma_{comp,Ed}}{f_{y,wc}} & \longrightarrow \sigma_{com,Ed} > 0,7f_{y,wc} \end{cases} \quad (41)$$

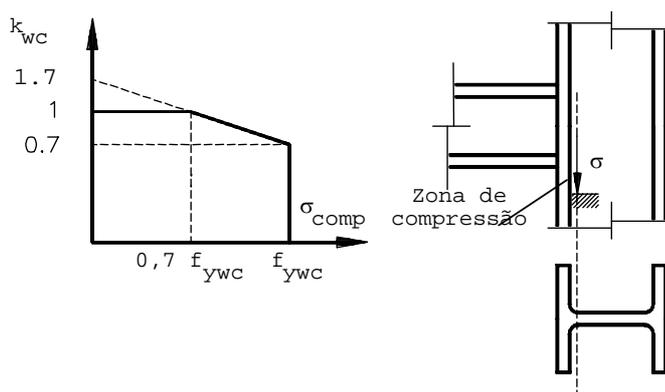


Figura 3.13: Gráfico representando os valores de  $k_{wc}$

O fator  $k_{wc}$  varia de 0,7 a 1, portanto, na primeira análise da estrutura adota-se o valor de 1 e depois verifica se a tensão de compressão longitudinal no pilar é maior que 70 % da tensão de escoamento da alma do pilar ( $f_{ywc}$ ).

A Figura 3.14 apresenta os parâmetros para o cálculo da largura efetiva da alma do pilar de seção laminada e soldada para as ligações com chapa de topo e com cantoneira de assento.

	Ligação com chapa de topo	Ligação com cantoneira de assento
Seção laminada		
Seção soldada		

Figura 3.14: Parâmetros para o cálculo da altura efetiva da alma do pilar em compressão

Quando a alma do pilar é enrijecida por meio de enrijecedores a resistência à compressão da alma pode ser aumentada. O enrijecedor deve estar alinhado com o centro de compressão da ligação.

### 3.2.5.2 Compressão na mesa e alma da viga

A resistência à compressão da mesa da viga e da parte da alma comprimida é apresentada na eq (42). Essa força atua no centro de compressão da ligação.

$$F_{c,fn,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{(h - t_{fb})} \quad (42)$$

Onde:

$h$  é a altura da viga conectada;

$M_{c,Rd}$  é o momento resistente da seção transversal da viga isolada;

$t_{fb}$  é a espessura da mesa comprimida da viga.

### 3.2.5.3 Compressão na aba da cantoneira de assento

A resistência à compressão da aba da cantoneira de assento conectada a mesa da viga é dada pela eq (43).

$$F_{c,BA,Rd} = b_L \cdot t_L \frac{f_y}{1,1} \quad (43)$$

Onde:

$b_L$  é o comprimento da aba da cantoneira conectada à viga;

$t_L$  é a espessura da aba da cantoneira conectada à viga.

## 3.2.6 Componente individual em cisalhamento horizontal

O painel da alma do pilar deforma-se devido à atuação da força de cisalhamento. A força de cisalhamento no painel da alma do pilar é uma combinação

da força de cisalhamento horizontal proveniente do binário de forças que surgem nas mesas da viga e das forças de cisalhamento no pilar acima e abaixo da ligação provenientes da análise global da estrutura.

Como simplificação pode-se determinar a força de cisalhamento horizontal que atua no painel da alma ( $V_{wp}$ ) como o produto da força  $F$  pelo parâmetro  $\beta$ , como apresentado na Figura 3.15 para a situação de pilar externo e interno.

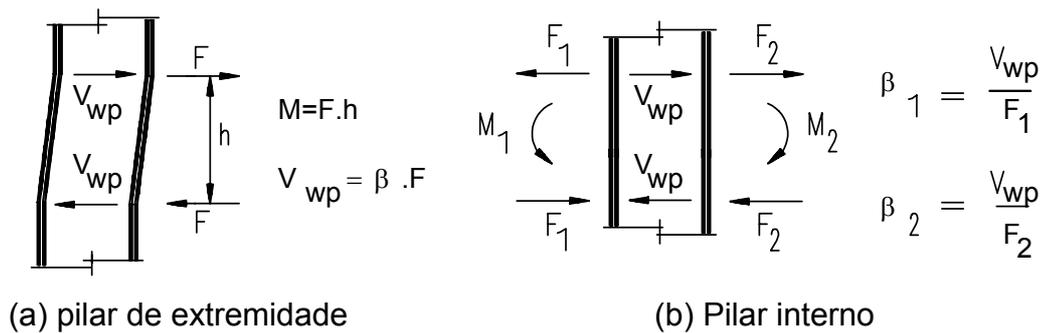


Figura 3.15: Força de cisalhamento no painel da alma do pilar

O parâmetro  $\beta$  em cada lado do pilar pode ser obtido por meio da eq (44) e eq (45), porém utilizar essas equações em projeto necessitaria de iterações, uma vez que seria necessário conhecer os momentos fletores atuando em cada lado do pilar. Para prevenir o processo iterativo, a Tabela 3.6 apresenta os valores de  $\beta$  que poderiam ser utilizados para os casos correntes em projeto.

No caso de nó de extremidade a força de cisalhamento horizontal proveniente do momento fletor da viga é significativa. Para nó interno com momentos desbalanceados, a magnitude da força de cisalhamento horizontal depende da diferença entre momentos fletores.

$$\beta_1 = \left| 1 - \frac{M_2}{M_1} \right| \leq 2 \tag{44}$$

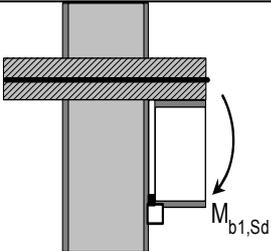
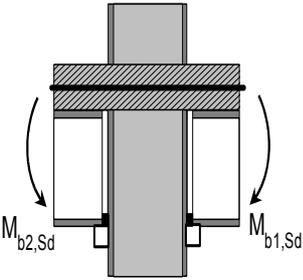
$$\beta_2 = \left| 1 - \frac{M_1}{M_2} \right| \leq 2 \tag{45}$$

Onde:

$M_1$  é o momento na interseção da viga com o pilar do lado esquerdo;

$M_2$  é o momento na interseção da viga com o pilar do lado direito.

Tabela 3.6: Valores simplificados de  $\beta$  para três casos típicos

Configuração da ligação e carregamento	Valor de $\beta$
	1
	<p>Se <math>M_{b1,Sd} \cong M_{b2,Sd} \longrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 0</math></p> <p>Se <math>M_{b1,Sd} \neq M_{b2,Sd} \longrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 1</math></p> <p>Se <math>M_{b1,Sd} &gt; 0</math> e <math>M_{b2,Sd} &lt; 0 \longrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 2</math></p> <p>Se <math>M_{b1,Sd} &lt; 0</math> e <math>M_{b2,Sd} &gt; 0 \longrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 2</math></p> <p>Se <math>M_{b1,Sd} + M_{b2,Sd} = 0 \longrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 2</math></p>

A resistência ao cisalhamento da alma do pilar não enrijecida para ligações com pilar de extremidade ou pilar interno que tenham vigas conectadas da mesma altura é dada pela eq (46). Esse procedimento só é válido quando

$\frac{d}{t_w} \leq 69 \sqrt{\frac{235}{f_{yw}}}$ , sendo  $f_{yw}$  em MPa, na qual o fator de redução 0,9 é para considerar

a tensão longitudinal de compressão no pilar.

$$V_{wp,Rd} = \frac{0,9A_{vc} \frac{f_{y,wc}}{1,1}}{\sqrt{3}} \tag{46}$$

Onde:

$$A_{vc} = A_c - 2b_{fc}t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c)t_{fc} \text{ (perfis laminados);}$$

$$A_{vc} = h_{wc} t_{wc} \text{ (perfis soldados).}$$

Essa resistência pode ser aumentada por meio da utilização de enrijecedores transversais nas zonas de tração e compressão. A eq (47) determina a resistência adicional quando se utiliza enrijecedores.

$$V_{wp,add,Rd} \leq \begin{cases} \frac{4M_{pl,fc,Rd}}{d_s} \\ \frac{2M_{pl,fc,Rd} + 2M_{pl,st,Rd}}{d_s} \end{cases} \quad (47)$$

Onde:

$d_s$  é a distância entre as linhas de centro dos enrijecedores;

$M_{pl,fc,Rd}$  é o momento resistente plástico da mesa do pilar em relação ao menor eixo de inércia (Z.f<sub>y</sub>);

$M_{pl,st,Rd}$  é o momento resistente plástico do enrijecedor em relação ao maior eixo de inércia (Z.f<sub>y</sub>).

### 3.2.7 Determinação do momento resistente da ligação

O procedimento de cálculo do momento resistente da ligação, aqui apresentado, considera que a viga está submetida a momento fletor e força cortante, não abrangendo, portanto, as situações onde a força axial na viga excede 5% da resistência plástica da seção transversal ( $0,9Af_y$ ).

A solda entre a chapa de topo e a viga não limita o momento resistente da ligação, sendo portanto calculada à parte. A solda deve ter resistência para resistir a efeitos de momento equivalente ao menor dos valores abaixo:

- momento resistente plástico da viga;
- 1,4 do momento resistente da ligação para estruturas contraventadas ou 1,7 do momento resistente da ligação para estruturas não-contraventadas.

O momento resistente da ligação é calculado com base na distribuição das forças internas na ligação obtidas por meio das forças resistentes das componentes individuais. As forças internas de compressão estão localizadas no centro de compressão da ligação, enquanto que as forças internas de tração estão nas linhas da armadura e dos parafusos tracionados mais distantes do centro de compressão.

A distribuição plástica das forças internas de tração é adotada ao invés da distribuição elástica triangular em relação ao centro de compressão. Portanto, as linhas em regiões mais enrijecidas (próximas a enrijecedores da alma do pilar e mesa da viga) assumem a maior parcela de força. Os tipos de distribuição das forças internas de tração são ilustrados na Figura 3.16.

Como a armadura tem alta ductilidade, a redistribuição plástica das forças internas acontece progressivamente a partir da linha de parafuso mais elevada em relação ao centro de compressão, porém somente quando a linha de parafuso tem capacidade de deformação suficiente. Para que uma linha de parafuso tenha capacidade suficiente devem-se respeitar as premissas abaixo:

$F_{Rd,i}$  deve estar associada a resistência à tração na alma da viga ou;

$F_{Rd,i}$  deve estar associada a resistência à tração do conjunto chapa-parafuso e sendo assim:  $F_{Rd,i} \leq 1,9 F_{t,Rd}$

Onde:

$F_{t,Rd}$  é a resistência à tração de um parafuso.

Pode acontecer que a redistribuição plástica seja interrompida pela falta de capacidade de deformação da última linha de parafuso que atingiu a resistência potencial, ou seja, nessa linha a  $F_{Rd,i} > 1,9 F_{t,Rd}$  e está associado à ruptura dos parafusos ou do conjunto chapa-parafuso. Portanto, nas linhas de parafuso abaixo dessa, as forças são distribuídas linearmente de acordo com sua distância em relação ao centro de compressão da ligação. Quando ocorre esse fenômeno, a distribuição é denominada de elasto-plástica.

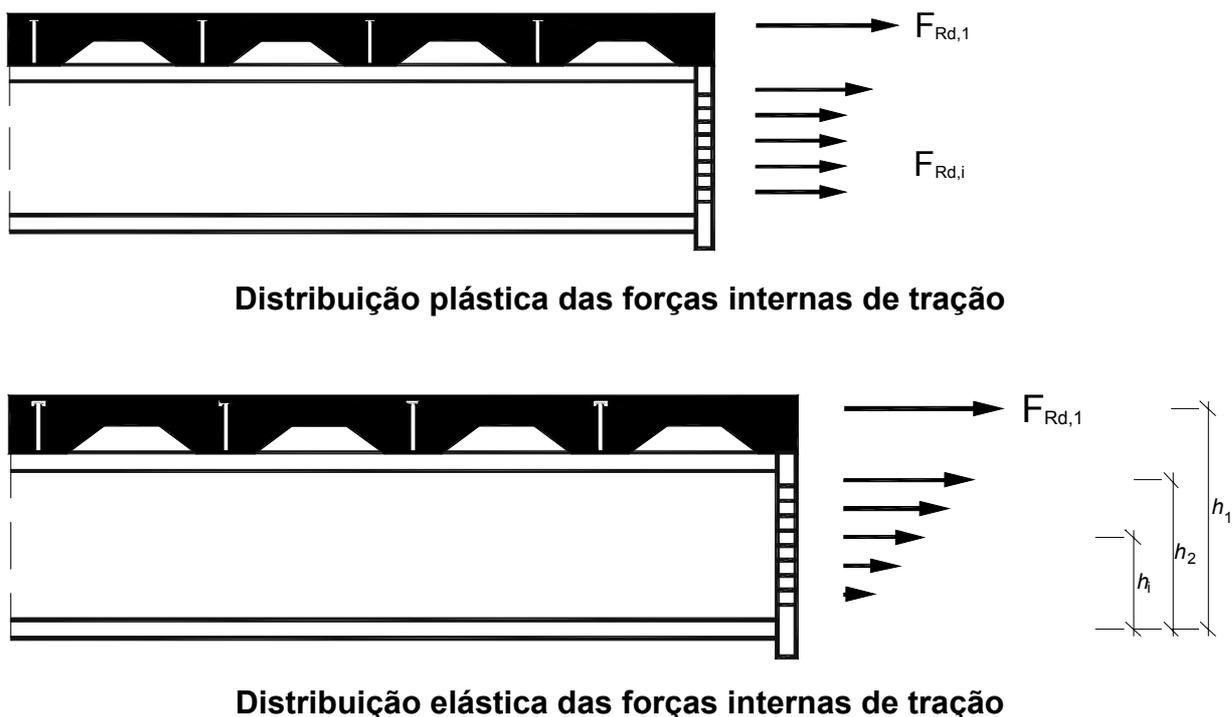


Figura 3.16: Formas de distribuição das forças internas de tração

No cálculo do momento resistente plástico de uma ligação mista, considerando a redistribuição plástica das forças internas de tração, foram tomados alguns critérios:

- As forças internas estão em equilíbrio com as forças aplicadas na ligação;
- A resistência e capacidade de deformação de cada componente não são excedidas;
- A compatibilidade de deslocamentos é desprezada.

A força na armadura longitudinal é considerada como mais uma linha tracionada, podendo assim adotar o procedimento do EUROCODE 3 (2005). Portanto, para ligações onde existem duas ou mais linhas tracionadas (considerando a armadura), o momento resistente da ligação é dado pela eq (48).

$$M_{j,Rd} = F_{r,Rd}L_r + \sum_r F_{tr,Rd}h_r \quad (48)$$

Onde:

$F_{r,Rd}$  é a resistência da linha da armadura;

$L_r$  é a distância da linha da armadura ao centro de compressão que está situado na linha de centro da mesa comprimida;

$F_{tr,Rd}$  é a resistência efetiva da linha de parafuso  $r$ ;

$h_r$  é a distância da linha de parafuso  $r$  ao centro de compressão;

$r$  é o número de uma linha tracionada específica.

A seguir são apresentados os procedimentos para o cálculo do momento resistente das ligações com chapa de topo e com cantoneiras de alma e assento.

#### 3.2.7.1 Ligação com chapa de topo

A resistência potencial à tração ( $F_{tr,Rd}$ ) de uma linha de parafuso é a menor resistência das componentes individuais abaixo:

- flexão na mesa do pilar;
- tração na alma do pilar;
- tração na alma da viga (exceto para a linha referente a parte estendida da chapa de topo);
- flexão na chapa de topo.

A resistência potencial da linha tracionada deve ser reduzida caso a somatória das linhas tracionadas, incluindo a armadura, seja maior que a resistência da alma do pilar ao cisalhamento ou maior que a resistência das componentes comprimidos. Nesse caso, interpreta-se que a distribuição plástica das forças internas tracionadas é interrompida devido à resistência à compressão.

A redução da resistência potencial da linha deve iniciar-se de baixo para

cima, ou seja da linha  $r$  para a linha da armadura, sendo realizada para garantir o equilíbrio das forças internas na ligação. Portanto, deve ser satisfeita a seguinte eq (49).

$$F_{r,Rd} + \sum F_{t,Rd} \leq F_{c,Rd} \quad (49)$$

Onde:

$F_{c,Rd}$  é o menor valor entre a resistência à compressão da alma do pilar ( $F_{c,wc,Rd}$ ), a resistência à compressão da mesa e alma da viga ( $F_{c,fn,Rd}$ ) e a resistência ao cisalhamento do painel da alma do pilar  $\left(\frac{V_{wp,Rd}}{\beta}\right)$ ;

$F_{r,Rd}$  é a resistência da linha da armadura;

$F_{tr,Rd}$  é a resistência da linha de parafuso.

Caso não seja atendida a eq (49), o procedimento de cálculo abaixo foi desenvolvido para redução da resistência potencial das linhas tracionadas, considerando ligações de chapa de topo com duas (Figura 3.17) ou três (Figura 3.18) linhas tracionadas:

- ligações de chapa de topo com duas linhas tracionadas

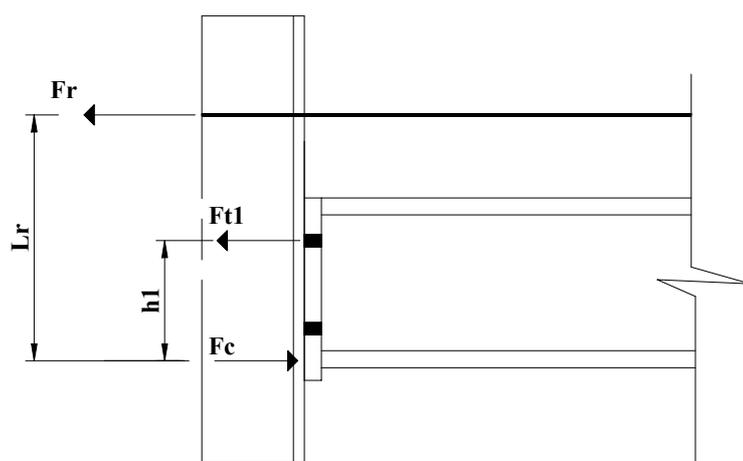


Figura 3.17: Distribuição das forças internas para a ligação com chapa de topo não-estendida

Se  $F_{r,Rd} + F_{t1,Rd} > F_{c,Rd}$  :

$$dF = F_{r,Rd} + F_{t1,Rd} - F_{c,Rd}$$

Então:

$$\text{Se } dF \leq F_{t1,Rd} \Rightarrow \begin{cases} F_{r,Rd}^* = F_{r,Rd} \\ F_{t1,Rd}^* = F_{c,Rd} - F_{r,Rd} \end{cases}$$

$$\text{Se } dF > F_{t1,Rd} \Rightarrow \begin{cases} F_{r,Rd}^* = F_{c,Rd} \\ F_{t1,Rd}^* = 0 \end{cases}$$

Portanto:  $M_{j,Rd} = F_{r,Rd}^* L_r + F_{t1,Rd}^* h_1$

Onde:

$F_{r,Rd}^*$  é a força na linha da armadura após a redução;

$F_{t1,Rd}^*$  é a força na linha de parafuso 1 após a redução.

- ligações de chapa de topo com três linhas tracionadas

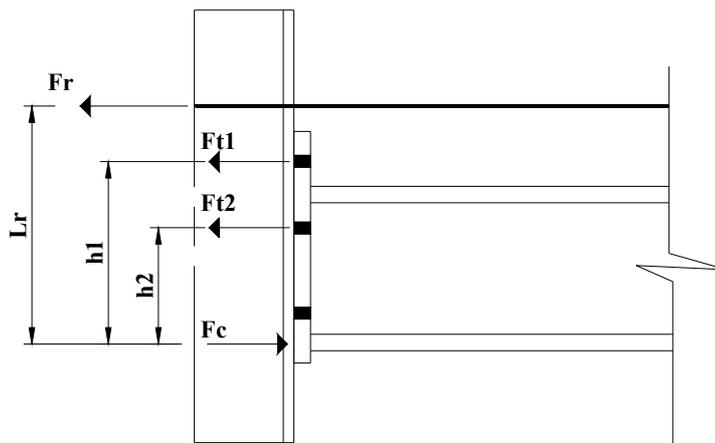


Figura 3.18: Distribuição das forças internas para a ligação com chapa de topo estendida

Se  $F_{r,Rd} + F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} > F_{c,Rd}$ :

$$dF = F_{r,Rd} + F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} - F_{c,Rd}$$

Então:

$$\text{Se } dF \leq F_{t2,Rd} \Rightarrow \begin{cases} F_{r,Rd}^* = F_{r,Rd} \\ F_{t1,Rd}^* = F_{t1,Rd} \\ F_{t2,Rd}^* = F_{t2,Rd} - dF \end{cases}$$

$$\text{Se } F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \leq dF < F_{t2,Rd} \Rightarrow \begin{cases} F_{r,Rd}^* = F_{r,Rd} \\ F_{t1,Rd}^* = F_{t1,Rd} - (dF - F_{t2,Rd}) \\ F_{t2,Rd}^* = 0 \end{cases}$$

$$\text{Se } dF > F_{t1,Rd} + F_{t2,Rd} \Rightarrow \begin{cases} F_{r,Rd}^* = F_{c,Rd} \\ F_{t1,Rd}^* = 0 \\ F_{t2,Rd}^* = 0 \end{cases}$$

Portanto:  $M_{j,Rd} = F_{r,Rd}^* L_r + F_{t1,Rd}^* h_1 + F_{t2,Rd}^* h_2$

onde:

$F_{t2,Rd}^*$  é a força na linha de parafuso 2 após a redução.

### 3.2.7.2 Ligação com cantoneiras de alma e assento

Na ligação com cantoneiras de alma e assento, além da armadura será também considerada a contribuição de duas linhas de parafusos na cantoneira de alma, conforme a Figura 3.19.

A resistência potencial à tração ( $F_{tr,Rd}$ ) de uma linha de parafuso na cantoneira de alma é a menor resistência das componentes individuais abaixo:

- flexão na mesa do pilar;
- tração na alma do pilar;
- tração na alma da viga;

- flexão na aba da cantoneira de alma (aba fixada à mesa do pilar).

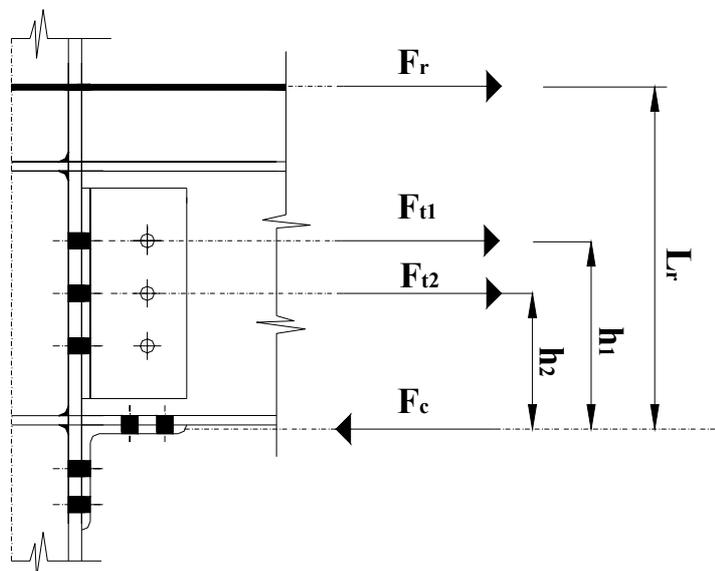


Figura 3.19: Distribuição das forças internas para ligações com cantoneiras de alma e assento

No cálculo da resistência da componente flexão na aba da cantoneira de alma considerou-se a resistência do “T”-stub tomando comprimentos equivalentes ( $l_{eff}$ ) semelhantes a da flexão na chapa de topo. O EUROCODE 3 (2005) não menciona a componente referente a flexão da aba da cantoneira de alma.

Assim como na ligação com chapa de topo, as resistências potenciais das linhas tracionadas devem ser reduzidas caso a eq (50) não seja satisfeita. Nesse caso, o procedimento de cálculo para redução da resistência é idêntico ao mencionado para ligações de chapa de topo com 3 linhas tracionadas.

$$F_{r,Rd} + \sum F_{t,Rd} \leq F_{c,Rd} \quad (50)$$

Onde:

$F_{c,Rd}$  é o menor valor entre a resistência da alma do pilar em compressão ( $F_{c,wc,Rd}$ ), a resistência à compressão da mesa e alma da viga ( $F_{c,fn,Rd}$ ), resistência à compressão da aba da cantoneira fixada na mesa da viga e a resistência ao cisalhamento do painel da alma do pilar ( $\frac{V_{wp,Rd}}{\beta}$ ).

Nas ligações com cantoneiras de alma e assento, a resistência ao cisalhamento dos parafusos que conectam a cantoneira de assento e a resistência do contato dos parafusos com a aba da cantoneira de assento ou mesa da viga devem ser maior que a força de compressão  $F_c$  (Figura 3.19).

### 3.2.8 Determinação da rigidez inicial da ligação

A rigidez inicial da ligação é obtida por meio da rigidez elástica das componentes individuais. O comportamento de cada componente é representado por uma mola na qual a relação força-deslocamento é apresentada pela eq (51). As componentes individuais com coeficientes de rigidez ( $k_i$ ) iguais ao infinito não devem ser consideradas para o cálculo da rigidez inicial da ligação uma vez que não contribuem para a deformabilidade da ligação.

$$F_i = k_i \cdot E \cdot \Delta_i \quad (51)$$

Onde:

$F_i$  é a força na mola  $i$ ;

$k_i$  é o coeficiente de rigidez do componente  $i$ ;

$E$  é o módulo de elasticidade do aço;

$\Delta_i$  é o deslocamento da mola  $i$ .

No método é considerado que tanto as deformações de compressão da mesa e alma da viga como de tração da alma da viga já estão incluídas quando a viga deforma-se por flexão, não considerando esses componentes para determinação da rigidez da ligação. Além disso, algumas hipóteses relacionadas abaixo são adotadas:

- as forças internas estão em equilíbrio com o momento fletor aplicado;
- a compatibilidade dos deslocamentos é considerada mediante uma rigidez infinita da seção transversal da viga.

A rigidez inicial é calculada admitindo que a força em ambas as linhas de

tração e compressão é igual a  $F$  e que o momento ( $M$ ) que atua na ligação é o produto entre  $F$  e a distância entre o centro de compressão da ligação e a linha tracionada ( $z$ ). Portanto, por meio da eq (52) determina-se a rigidez inicial global de uma ligação.

$$S_{j,ini} = \frac{M}{\theta} = \frac{F \cdot z}{\frac{E \cdot \Delta_i}{z}} = \frac{F \cdot z^2}{E \sum_i \frac{1}{k_i}} = \frac{E \cdot z^2}{\sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (52)$$

Onde:

$z$  é o braço de alavanca.

Quando há mais de uma linha tracionada é assumido que as deformações das linhas tracionadas são proporcionais à distância ao centro de compressão, porém as forças elásticas em cada linha tracionada são dependentes da rigidez das componentes.

Nesse caso existe a necessidade de determinar um braço de alavanca equivalente ( $z_{eq}$ ) para um coeficiente de rigidez equivalente que representa todas as linhas tracionadas consideradas ( $\kappa_{eq}$ ). O cálculo da rigidez inicial para mais de uma linha tracionada é apresentado na eq (53).

$$S_{j,ini} = \frac{E z_{eq}^2}{\frac{1}{\kappa_{eq}} + \sum_i \frac{1}{\kappa_i}} \quad (53)$$

onde:

$$z_{eq} = \frac{\sum_r \kappa_{eff,r} h_r^2}{\sum_r \kappa_{eff,r} h_r}$$

$$\kappa_{eff,r} = \frac{1}{\sum_r \frac{1}{\kappa_{i,r}}}$$

$$\kappa_{eq} = \frac{\sum_r \kappa_{eff,r} h_r}{z_{eq}}$$

$h_r$  é a distância da linha tracionada  $r$  ao centro de compressão;

$k_{i,r}$  considera as componentes individuais na linha de tração  $r$ ;

$k_i$  considera as componentes individuais na linha de compressão.

O  $\kappa_{eff,r}$  é obtido pela associação em série das componentes individuais na linha  $r$ , enquanto que  $\kappa_{eq}$  é determinado pela associação em paralelo dos coeficientes  $\kappa_{eff,r}$ .

Os modelos de molas com os coeficientes de rigidez que devem ser considerados para determinação da rigidez inicial da ligação mista com chapa de topo não-estendida, chapa de topo estendida e cantoneiras de alma e assento são apresentados na Figura 3.20, Figura 3.21 e Figura 3.22, respectivamente.

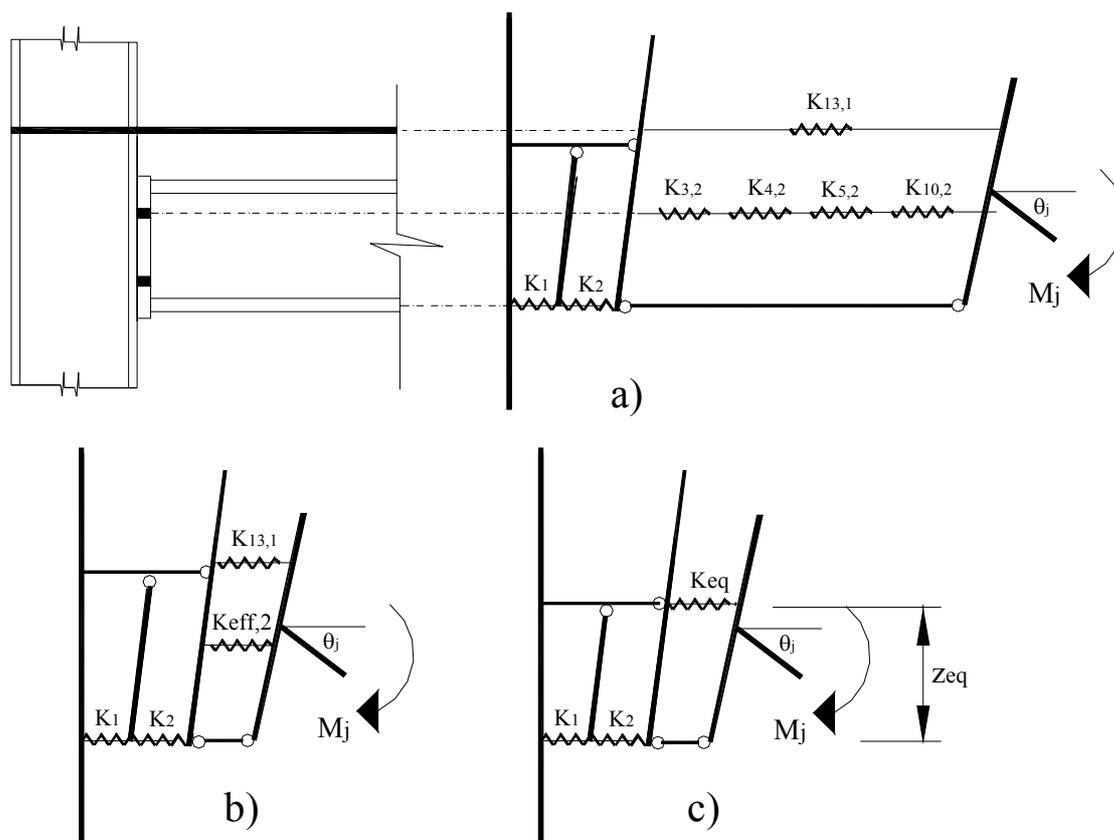


Figura 3.20: Modelo de mola para a ligação mista com chapa de topo não-estendida

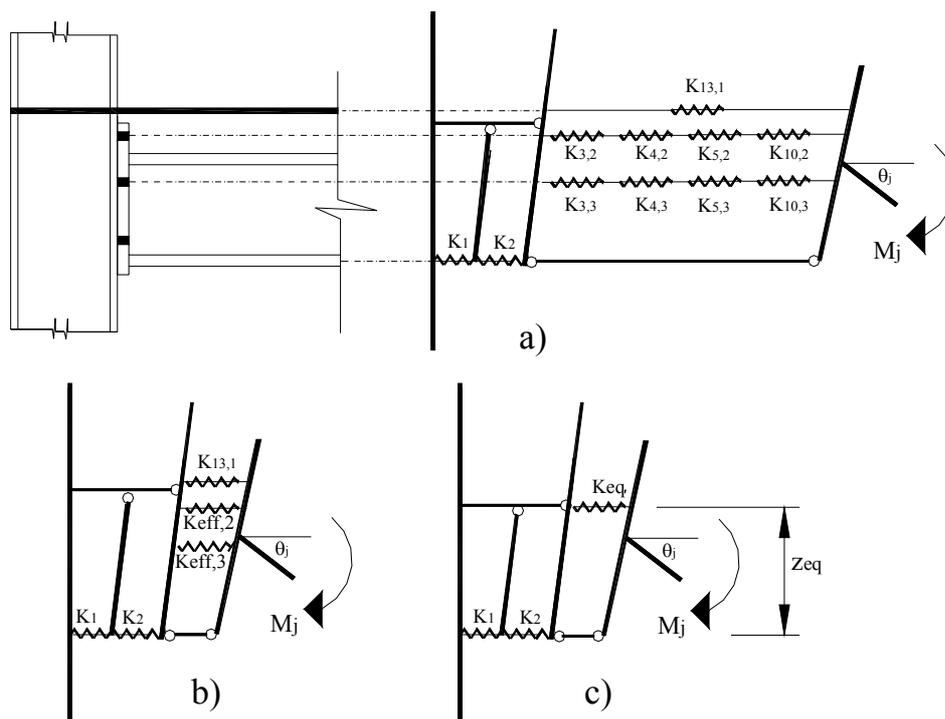


Figura 3.21: Modelo de mola para a ligação mista com chapa de topo estendida

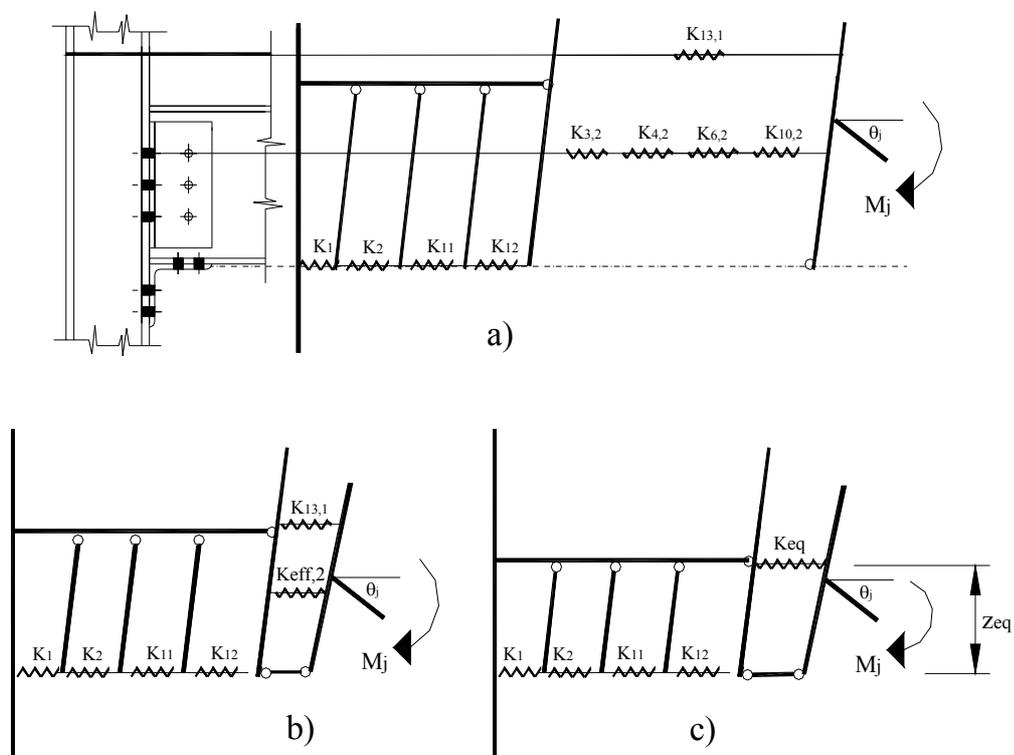


Figura 3.22: Modelo de mola para a ligação mista com cantoneiras de alma e assento

Quando a alma do pilar tem enrijecedor na região de compressão não há necessidade de considerar a compressão na alma do pilar ( $k_2$ ). Além disso, o cisalhamento no painel da alma do pilar ( $k_1$ ), para ambas as situações de pilar de extremidade e pilar interno com momentos desbalanceados, é apenas considerado para alma de pilar não enrijecida nas regiões de tração e compressão.

Nas ligações com cantoneiras as componentes  $k_{11}$  e  $k_{12}$  não são consideradas quando os parafusos são protendidos de acordo com as normalizações.

Os coeficientes de rigidez das componentes são apresentados na Tabela 3.7, na qual os parâmetros nas equações foram detalhados nos itens 3.2.4, 3.2.5 e 3.2.6.

Para considerar a deformação da conexão de cisalhamento na rigidez da armadura deve-se multiplicar o  $k_{13}$  por  $k_{slip}$  dado pela eq (54).

$$k_{slip} = \frac{1}{1 + \frac{E_r k_{10}}{K_{sc}}} \quad (54)$$

Onde:

$E_r$  é o módulo de elasticidade do aço da armadura;

$$K_{sc} = \frac{Nk_{sc}}{\nu - \left( \frac{\nu - 1}{1 + \xi} \right) \frac{h_s}{d_s}};$$

$$\nu = \sqrt{\frac{(1 + \xi)N \cdot k_{sc} \cdot \ell \cdot d_s^2}{E_a I_a}}; \quad \xi = \frac{E_a I_a}{d_s^2 E_r A_s}.$$

Onde:

$h_s$  é a distância entre a linha de armadura e o centro de compressão.

$d_s$  é a distância entre a linha de armadura e o centro de gravidade da seção da viga de aço;

$I_a$  é o momento de inércia da seção da viga de aço;

$\ell$  é o comprimento da viga em momento negativo, podendo ser tomado em pórticos contraventados o valor de 15% do vão da viga;

$N$  é o número de conectores de cisalhamento no comprimento  $\ell$ , considerando-se apenas o número necessário para interação completa;

$k_{sc}$  é a rigidez de um conector de cisalhamento, podendo ser tomado o valor de 100 kN/mm para conector “stud bolt” com 19 mm de diâmetro em ambas as lajes maciça e mista.

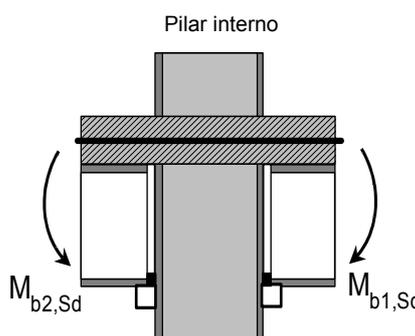
Tabela 3.7: Coeficiente de rigidez das componentes individuais

Componente individual	Coeficiente de rigidez (unidade de comprimento)	
	Não enrijecida	Enrijecida (tração e compressão)
Cisalhamento no painel da alma do pilar	$k_1 = \frac{0,38A_{vc}}{\beta z_{eq}}$	$k_1 = \infty$
Compressão na alma do pilar	Não enrijecida	Enrijecida
	$k_2 = \frac{0,7b_{eff,c,wc}t_{wc}}{d_c}$	$k_2 = \infty$
Tração na alma do pilar	$k_3 = \frac{0,7b_{eff,t,wc}t_{wc}}{d_{wc}}$	
Flexão na mesa do pilar	$k_4 = \frac{0,9\ell_{eff}t_{fc}^3}{m^3}$	
Flexão na chapa de topo	$k_5 = \frac{0,9\ell_{eff}t_p^3}{m^3}$	
Flexão na aba da cantoneira de alma	$k_6 = \frac{0,9\ell_{eff}t_{wa}^3}{m_{wa}^3}$	
Tração no parafuso	$k_{10} = 1,6 \frac{A_s}{L_b}$	
	L <sub>b</sub> é a espessura da chapa de topo mais a espessura da mesa do pilar somada à metade da soma entre a altura da cabeça e altura da porca	
Cisalhamento no parafuso	$k_{11}$ (Ver Tabela 3.8)	
Contato do parafuso com a chapa	$k_{12}$ (Ver Tabela 3.8)	
Tração na armadura	$k_{13}$ (Ver Tabela 3.9)	

Tabela 3.8: Coeficientes  $k_{11}$  e  $k_{12}$  para as ligações com cantoneiras de alma e assento

Componente	Coeficiente de rigidez	
	Sem protensão	Com protensão
Cisalhamento no parafuso	$k_{11} = \frac{16n_b d^2 f_{ub}}{Ed_{M16}}$	$k_{11} = \infty$
	$d_{M16}$ é o diâmetro do parafuso de 16 mm $n_b$ é o número de linhas de parafuso em cisalhamento	
Contato do parafuso com a chapa	$k_{12} = \frac{24n_b k_b k_t d f_u}{E}$	$k_{12} = \infty$
	$k_{b1} \leq \begin{cases} 0,25 \cdot e_b / d + 0,5 \\ 0,25 \cdot p_b / d + 0,375 \\ 1,25 \end{cases}$  $k_t \leq \begin{cases} 1,5 \cdot t_j / d_{M16} \\ 2,5 \end{cases}$	$e_b$ é a distância da linha de parafuso à face livre da chapa na direção da força; $f_u$ é a resistência última do aço que está em contato com o parafuso; $p_b$ é o espaçamento entre as linhas de parafusos na direção da força; $t_j$ é a espessura da chapa.

Tabela 3.9: Coeficiente de rigidez da armadura longitudinal

Configuração	Carregamento	Coeficiente de rigidez
Pilar de extremidade	-	$k_{13} = \frac{A_{s,r}}{3,6h}$
 <p>Pilar interno</p>	Momentos balanceados $M_{b1,Sd} = M_{b2,Sd}$	$k_{13} = \frac{2A_{s,r}}{h}$
	Momentos desbalanceados $M_{b1,Sd} > M_{b2,Sd}$	Ligação onde atua $M_{b1,Sd}$  $k_{13} = \frac{A_{s,r}}{h \left( \frac{1+\beta}{2} + K_\beta \right)}$  $K_\beta = \beta(4,3\beta^2 - 8,9\beta + 7,2)$
		Ligação onde atua $M_{b2,Sd}$  $k_{13} = \frac{A_{s,r}}{h \left( \frac{1-\beta}{2} \right)}$

$A_{s,r}$  é a área da armadura longitudinal dentro da área efetiva da laje na linha tracionada  $r$ ;  
 $M_{Sd}$  é o momento solitante de cálculo atuando na ligação;  
 $h$  é a altura da seção do pilar.

### 3.3 Estimativa da capacidade rotacional da ligação

O EUROCODE 4 (2004) não propõe nenhum modelo de cálculo específico, mas indica que a influência das fissuras do concreto, do efeito “tension stiffening” e da deformação dos conectores sejam considerados.

Para determinar a capacidade rotacional destacam-se os trabalhos do SCI/BCSA (1995), AHMED & NETHERCOT (1996) e do COST-C1 (1996). Somente o modelo apresentado pelo COST-C1 (1996) considera todos os parâmetros influentes mencionados pela EUROCODE 4 (2004).

- Método do SCI/BCSA (1995): o cálculo é realizado utilizando o alongamento da barra da armadura e admite-se que o centro de compressão está na mesa comprimida da viga, conforme a eq (55). A deformação última da armadura é tomada igual a 2%.

$$\phi_{ult} = \frac{\Delta \ell_r}{d_b + D_r} \quad (55)$$

Onde:

$$\Delta \ell_r = 0,02 \left( p_1 + \frac{d_c}{2} \right) + 0,02 \frac{(n-1)p_2}{2}$$

$p_1$  é a distância da face do pilar ao primeiro conector;

$p_2$  é o espaçamento entre os conectores;

$n$  é o número de conectores necessários para conexão total;

$D_r$  é a distância da armadura à face da mesa superior da viga;

$d_b$  é a altura da seção da viga de aço;

$d_c$  é a altura da seção do pilar.

- Método proposto por AHMED & NETHERCOT (1996): as deformações plásticas das componentes que influenciam na capacidade rotacional necessitam ser determinadas, o que, nesse caso, são a armadura, o deslizamento da conexão de cisalhamento e os parafusos.

Apesar da deformação da armadura variar entre 3000  $\mu\varepsilon$  e 15000  $\mu\varepsilon$ , é assumida uma deformação de 10000  $\mu\varepsilon$ , determinando assim o alongamento da barra por meio da eq (56).

$$\Delta l_r = 0,01 \left( p_1 + p_2 + \frac{d_c}{2} \right) \quad (56)$$

Onde:

$\left( p_1 + p_2 + \frac{d_c}{2} \right)$  é o comprimento considerado da barra;

O deslizamento da conexão de cisalhamento na interface laje-viga de aço pode ser estimado pela eq (57).

$$\Delta l_s = \frac{F_r}{K_{sr}} \quad (57)$$

Onde:

$F_r$  é a força na linha de armadura após redução da resistência efetiva, caso necessário;

$$K_{sr} = K_s n;$$

$K_s$  é obtida a partir da rigidez secante de um conector estimada em 50 kN/mm.

O alongamento do parafuso é dado pela eq (58).

$$\Delta l_b = \frac{F_b}{K_b} \quad (58)$$

Onde:

$F_b$  é a força na linha de parafuso após redução da resistência efetiva, caso necessário.

$$K_b = 155 \text{ kN/mm}$$

Definidos todas as componentes, a capacidade rotacional da ligação é determinada pela eq (59), na qual haverá mais termos relacionados ao alongamento do parafuso, caso exista mais de uma linha de parafuso.

$$\phi = \frac{\Delta \ell_r}{L_r} + \frac{\Delta \ell_s}{L_r - d'_c} + \frac{\Delta \ell_b}{L_r - d'_b} \quad (59)$$

Onde:

$L_r$  é a distância da linha da armadura à linha de centro da mesa comprimida;

$d'_c$  é a distância da linha da armadura à face superior da mesa tracionada da viga;

$d'_b$  é a distância da linha de parafuso à linha da armadura.

Esse modelo assume a plastificação total da ligação e a não possibilidade de ruptura frágil, como nos casos de ligações mistas com baixas taxas de armadura.

- COST-C1 (1996): a estimativa da capacidade rotacional apresentada pelo COST-C1 (1996) é mais complexa que as outras duas. A determinação da deformação da armadura é baseada no comprimento e ductilidade da armadura, como também no efeito “tension stiffening” do concreto entre as fissuras. Essa deformação é tomada como ( $\varepsilon_{smu}$ ), podendo ser calculada pela eq (60). A Figura 3.23 apresenta o comportamento da armadura envolvida pelo concreto.

$$\varepsilon_{smu} = \varepsilon_{sy} - \beta_t \Delta \varepsilon_{sr} + \delta_o \left( 1 - \frac{\sigma_{sr\ell}}{f_{ys}} \right) (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}) \quad (60)$$

Onde:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{y,r}}{E_s};$$

$\varepsilon_{su}$  é a deformação correspondente ao limite de resistência da armadura isolada;

$\beta_t$  é igual a 0,4 para ações de curta duração;

$$\Delta \varepsilon_{sr} = \frac{\sigma_{sr}}{E_s} - \frac{f_{ctm}}{E_c};$$

$\delta_0$  é igual a 0,8 para barras de alta ductilidade com saliências ou mossas;

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,eff}} \left( 1 + \frac{E_s}{E_c} \rho_{s,eff} \right),$$

Onde:  $\rho_{s,eff} = \frac{2A_s}{A_c}$

$A_s$  é a área de armadura dentro da largura efetiva;

$A_c$  é a área da capa de concreto, descontando-se a área da armadura longitudinal;

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} \xi, \text{ (} f_{ctm} \text{ e } f_{ck} \text{ em megapascal);}$$

$$\xi = 0,3 + 0,7 \left( \frac{\gamma_c}{24} \right);$$

$$\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3.$$

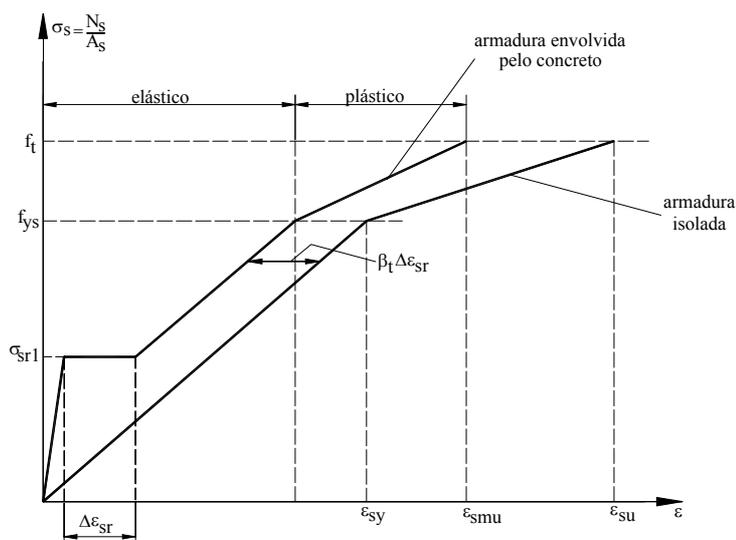


Figura 3.23: Diagrama dos comportamentos idealizados tensão-deformação da armadura isolada e da armadura envolvida pelo concreto

Além da deformação da armadura, outro parâmetro que influencia na capacidade rotacional é a deformação dos conectores. Para explicar o comportamento dos conectores dúcteis, a Figura 3.24 apresenta uma curva momento-rotação de uma ligação mista que é aproximada por um diagrama tri-linear (OABC). O deslizamento no ponto A é dado pela eq (61).

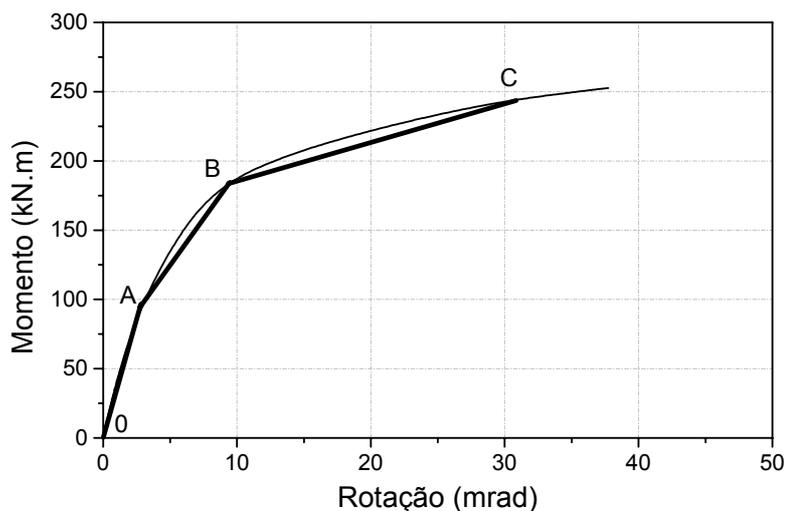


Figura 3.24: Aproximação tri-linear OABC

$$s^{(A)} = \frac{F_s^{(A)}}{K_{SC}} \quad (61)$$

Onde:

$F_s^{(A)}$  é a força na armadura para o momento na ligação no ponto A, podendo se adotado o valor de  $0,7q_{rk}$ ;

$q_{rk}$  é a resistência característica de apenas um conector;

$K_{SC}$  é a rigidez da conexão de cisalhamento, dado pela eq (54);

O ponto B corresponde ao desenvolvimento da força de interação máxima entre a armadura e a viga de aço. Portanto, para conexão completa o deslizamento em B é dado pela eq (62).

$$s^{(B)} = 2s^{(A)} \frac{F_s^{(B)}}{F_s^{(A)}} \quad (62)$$

Onde:

$$F_s^{(B)} = A_s f_{y,r}$$

Finalmente, a capacidade rotacional é calculada pela eq (63).

$$\phi_c = \frac{\Delta_{us} + \Delta_{ui} + s^{(B)}}{L_r} \quad (63)$$

Onde:

$$\Delta_{us} = L \varepsilon_{smu};$$

$$L = 0,5h_c + p_1 \leq 250mm;$$

$h_c$  é a altura da seção do pilar;

$p_1$  é a distância da face do pilar ao primeiro conector;

$\Delta_{ui}$  é a capacidade de deformação da ligação em aço, podendo ser tomado igual à 0 para ligação com chapa de topo e igual à 4 mm para ligação com cantoneira de alma e assento;

$L_r$  é a distância da linha da armadura à linha de centro da mesa comprimida;

Esse procedimento de cálculo despreza qualquer deformação inelástica da seção da viga de aço na região nodal, ou seja, região que é afetada pela ligação da viga com o pilar.

Caso a conexão de cisalhamento seja completa não é esperado que a capacidade rotacional seja limitada pelo colapso da conexão de cisalhamento. Por outro lado, em conexão parcial com conectores perfil “U” formado a frio pode ocorrer à ruptura dos conectores.

### 3.4 Método proposto pelo AISC: “Steel design Guide Series 8” (2001)

O guia de projeto em aço série 8 denominado de “Partially Restrained Composite Connections” apresenta um procedimento de cálculo para pórticos contraventados e não-contraventados de edifícios de andares múltiplos com até 10 pavimentos considerando a ligação mista semi-rígida.

A ligação mista semi-rígida apresentada no guia são as ligações com

cantoneira de alma e assento (Figura 3.25) ou com apenas a cantoneira de assento. A ligação com apenas a cantoneira de assento é recomendada ser utilizada na menor inércia do pilar em pórticos contraventados.

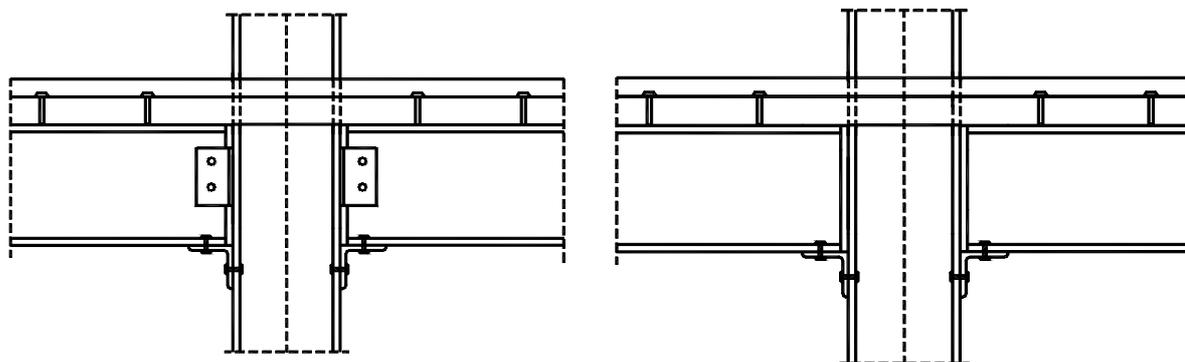


Figura 3.25: Ligações com cantoneiras de alma e assento e ligações com apenas cantoneira de assento

As ligações mistas da Figura 3.25 são denominadas de PR-CC e tem resistência menor que a da viga mista (resistência parcial). A relação momento-rotação desse tipo de ligação submetida a momento fletor negativo é apresentada na eq (64) e foi derivada de vários testes e estudos paramétricos.

$$M_n = C1(1 - e^{-C2\theta}) + C3\theta \quad (64)$$

Onde:

$$C1 = 0,18(4A_s f_{yrb} + 0,857A_l f_y)(d + Y3);$$

$$C2 = 0,775;$$

$$C3 = 0,007(A_l + A_{wl})f_y(d + Y3);$$

$M$  é o momento atuante na ligação, em kip.in;

$\theta$  é a rotação na extremidade da viga, em radianos;

$d$  é a altura da viga de aço, em in;

$Y3$  é a distância da face superior da mesa da viga de aço à linha de centro da armadura, em in;

$A_s$  é a área de aço da armadura, em in<sup>2</sup>;

$A_f$  é a área da cantoneira de assento, em in<sup>2</sup>;

$A_{wl}$  é a área bruta das duas cantoneiras de alma para cálculo do cisalhamento, em in<sup>2</sup>;

$f_{yrb}$  é a tensão de plastificação do aço da armadura, em ksi;

$f_y$  é a tensão de plastificação do aço das cantoneiras, em ksi;

OBS: 1 in = 25,4 mm; 1 in<sup>2</sup> = 645,16 mm<sup>2</sup>;

1 ksi = 0,703 kN/cm<sup>2</sup>; 1 kip.in = 0,113 kNm.

O manual apresenta uma série de tabelas com informações para o projeto de ligações mistas pré-qualificadas que foram analisadas para um grande número de mecanismo de colapso e condição de carregamento. Nessas Tabelas, por meio da configuração geométrica da ligação, tipo de aço e tipo de pórtico (contraventado ou não) pode-se obter o momento da ligação na rotação de 2,5 mrad (M2) e o momento último da ligação na rotação de 20 mrad (M1). As rotações de 2,5 e 20 mrad são as rotações de utilização e última respectivamente, podendo assim construir uma relação bi-linear.

A determinação do momento resistente de cálculo das ligações submetida a momento fletor negativo é obtida por meio da eq (65) para ligações com cantoneiras de alma e assento e eq (66) para ligações somente com cantoneira de assento, ressaltando que o momento resistente foi avaliado para uma rotação igual a 10 mrad.

$$M_n = \phi [0,245(4A_s f_{yrb} + A_{wl} f_y)(d + Y3)] \quad (65)$$

$$M_n = \phi [A_s f_{yrb} (d + Y3)] \quad (66)$$

Onde:

$\phi$  é o coeficiente de minoração da resistência igual a 0,85.

### 3.5 Comentários sobre os métodos de cálculo apresentados

O cálculo do momento resistente e da rigidez inicial apresentado pelo EUROCODE é bastante completo uma vez que abrange diferentes tipos de detalhes de ligação e configuração de carregamento. No entanto, para praticidade nos cálculos, o método necessita de programação em função da quantidade de verificações.

O método possibilita ao projetista calcular ligações mais eficientes e econômicas, uma vez que de posse das resistências e rigidez das componentes individuais é possível realizar várias composições.

Outro fator importante do método é que considera a deformabilidade do painel de alma e o efeito na ligação da força de compressão no pilar. No capítulo 7, a rigidez inicial e o momento resistente calculado pelo método das componentes são comparados com os resultados obtidos nos ensaios experimentais realizados neste trabalho.

O procedimento apresentado pelo guia de projeto em aço série 8 do AISC é mais simples, pois a determinação do momento resistente e da rigidez inicial é expressa por equações que foram geradas por meio de várias análises experimentais e estudos paramétricos. Entretanto, é válida apenas para ligações com cantoneiras de alma e assento ou somente cantoneira de assento.

Dentre os procedimentos para a estimativa da capacidade rotacional, o método apresentado pelo COST-C1 (1996) é o mais completo, no entanto é bastante sensível à deformação última adotada para armadura.

# 4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE LIGAÇÕES MISTAS COM CANTONEIRAS

---

## 4.1 Introdução

O programa experimental realizado no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais (LERM) do Departamento de Engenharia e Arquitetura do Instituto Superior Técnico (IST), Portugal, foi desenvolvido para avaliar o comportamento das ligações parafusadas viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma.

Os ensaios foram realizados em modelos de escala real que representam uma ligação entre uma viga mista e um pilar de extremidade. Essa configuração de ensaio é denominada de “T”, em que o comportamento adequado dessas ligações está associado à eficiência da ancoragem das barras de armadura longitudinal.

O programa experimental consistiu de cinco modelos com carregamento monotônico e de um modelo com carregamento cíclico. Os ensaios monotônicos foram realizados para simular o comportamento da ligação sob ações que atuam no sentido gravitacional. Nessa condição, o ensaio foi realizado para que a viga mista estivesse submetida a momento fletor negativo.

O ensaio cíclico foi realizado para avaliar o comportamento da ligação sob

ações cíclicas. O tipo de ensaio cíclico adotado foi o “quasi-static”, seguindo as recomendações do ECCS (1986) para definição da história de deslocamento.

O programa experimental teve os seguintes objetivos:

- Estudar o comportamento da ligação mediante a aplicação simultânea de um carregamento na viga mista e de uma força axial de compressão no pilar, ou seja, analisar o efeito na ligação da força de compressão no pilar;
- Avaliar a influência do enrijecedor na alma do pilar;
- Verificar a eficiência do procedimento adotado para ancoragem das barras de armadura longitudinal.

Todos modelos tiveram a mesma seção de viga, pilar e cantoneiras, mesmo tipo de laje de concreto, taxa de armadura e número de conectores.

#### 4.2 Definição e geometria dos modelos ensaiados

Os modelos ensaiados foram definidos para reproduzir uma ligação viga-pilar de extremidade inserida num pórtico misto. A Tabela 4.1 apresenta uma descrição resumida das ligações ensaiadas, na qual o valor definido para força axial de compressão no pilar é uma porcentagem do  $A_g f_y$  da seção do pilar, sendo  $f_y$  a tensão de escoamento nominal do aço.

Tabela 4.1: Descrição das ligações ensaiadas

Ligação	Ensaio	Presença de enrijecedor no pilar	Força axial no pilar
CJUMF0-1	Monotônico	Não	Nenhuma
CJSMF0-1	Monotônico	Sim	Nenhuma
CJSMF30-1	Monotônico	Sim	30%
CJUMF30-1	Monotônico	Não	30%
CJUMF50-1	Monotônico	Não	50%
CJUCF30-1	Cíclico	Não	30%

Todos os modelos foram constituídos de vigas mistas com seção laminada do tipo IPE 300, conectadas à laje de concreto por cinco conectores de cisalhamento do tipo cantoneira, estabelecendo assim uma conexão total, conforme a Figura 4.1.

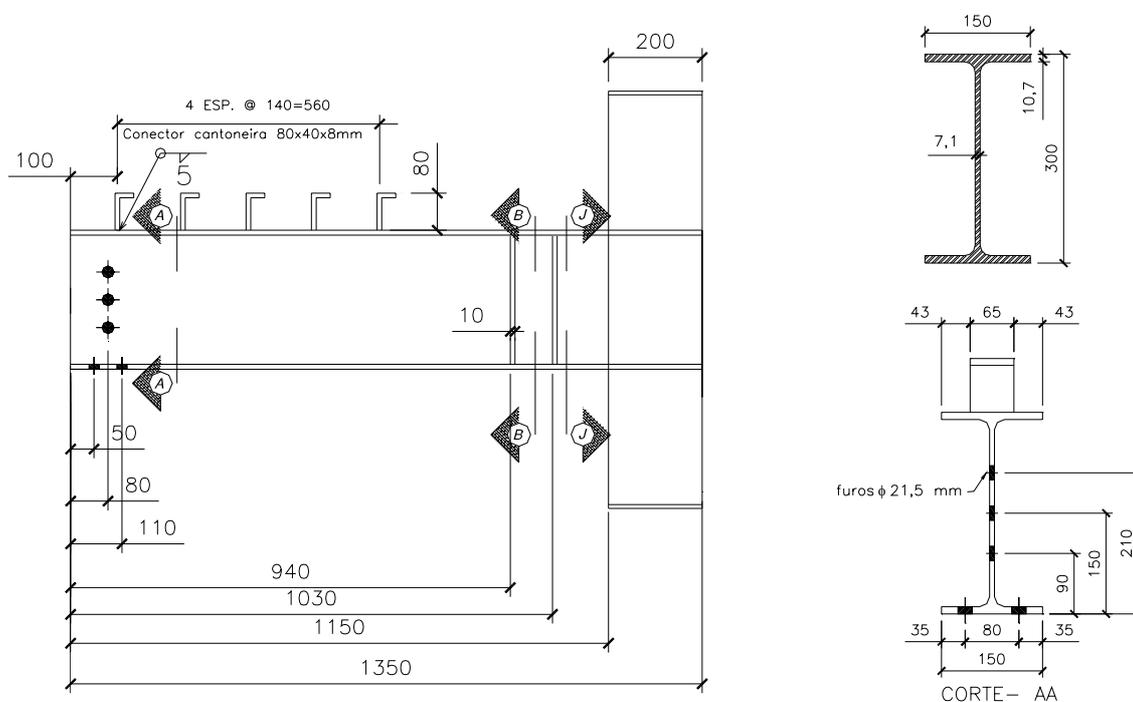


Figura 4.1: Dimensões da viga

Na posição de aplicação do carregamento foram colocados dois enrijecedores de alma e na extremidade da viga foi soldado um cabeçote para o travamento lateral da viga. As dimensões dos enrijecedores e do cabeçote são apresentadas na Figura 4.2.

A laje de concreto armado com 75 cm de largura e 10 cm de espessura foi formada com uma armadura longitudinal constituída de oito barras de 12 mm e por uma armadura transversal com barras de 8 mm e 12 mm.

A largura efetiva da laje foi definida de acordo com o EUROCODE 4 (2004). O diâmetro e o espaçamento das barras transversais também foram estabelecidos conforme a referida norma.

A armadura longitudinal representa uma taxa de aproximadamente 1,2%, na qual 6 barras contornaram o pilar e 2 barras, sobre a viga de aço, foram soldadas

à mesa do pilar. A Figura 4.3 apresenta uma visão geral da laje.

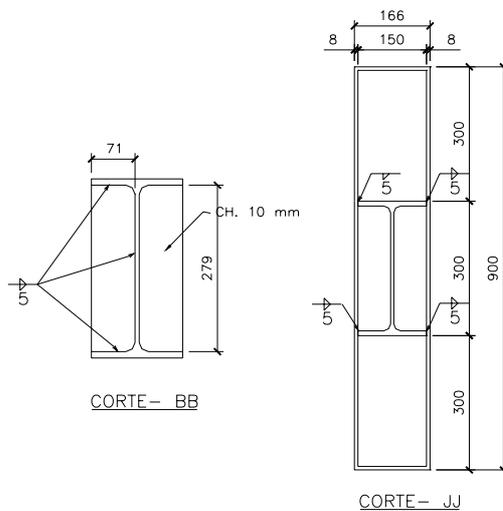


Figura 4.2: Dimensões dos enrijecedores e do cabeçote

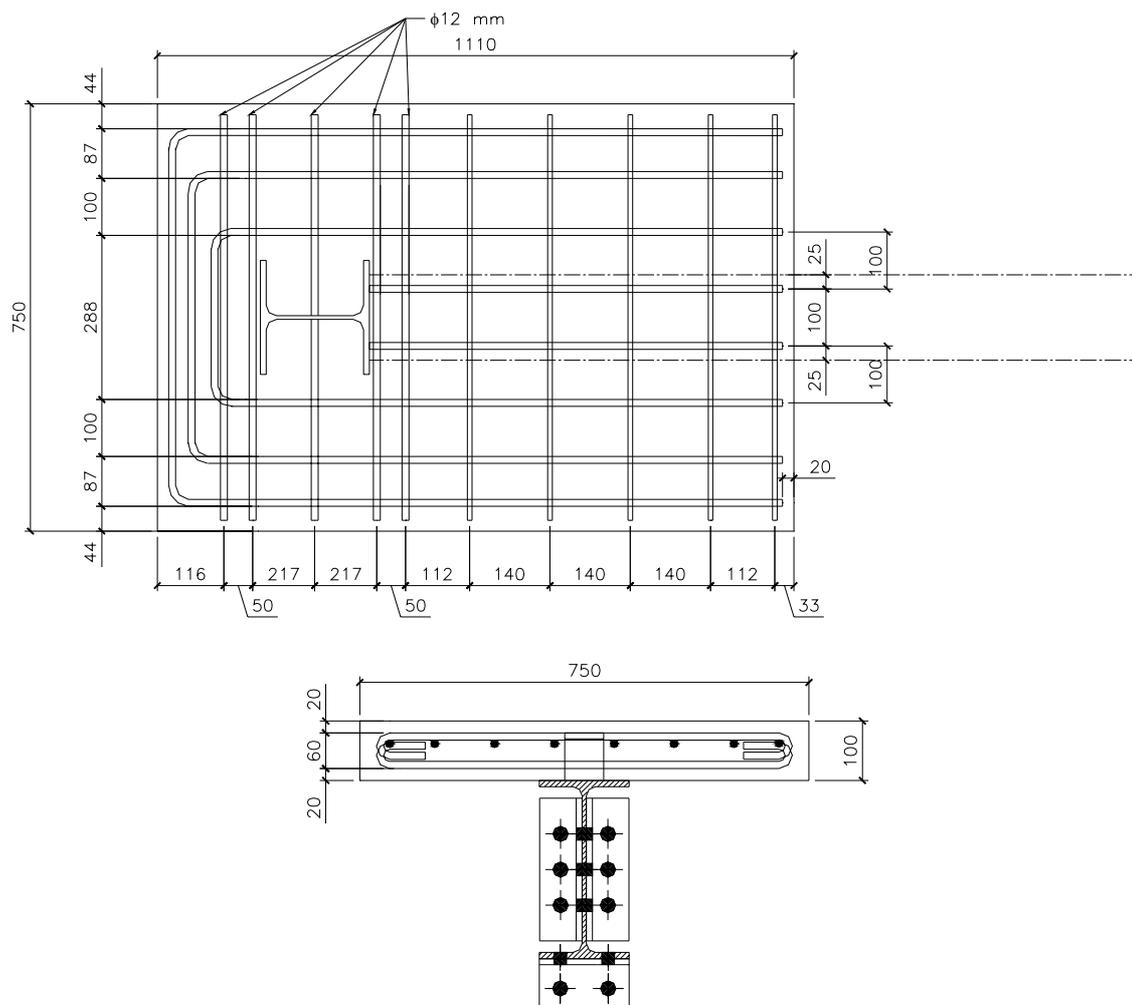


Figura 4.3: Detalhe da laje de concreto

Na borda da laje foram soldados dois perfis “U” na mesa do pilar para uma maior estabilidade dessa região no ensaio cíclico.

O pilar foi constituído de uma seção laminada do tipo HEA 200, conforme a Figura 4.4 para o pilar sem enrijecedor. Em cada extremidade do pilar foi soldada uma chapa de topo para ser parafusada no sistema de ensaio, como será visto no item 4.3.

A ligação foi composta por cantoneiras de assento e de alma parafusadas com parafusos M20 “grade” 8.8. As dimensões e furos das cantoneiras de alma e assento são apresentados na Figura 4.5.

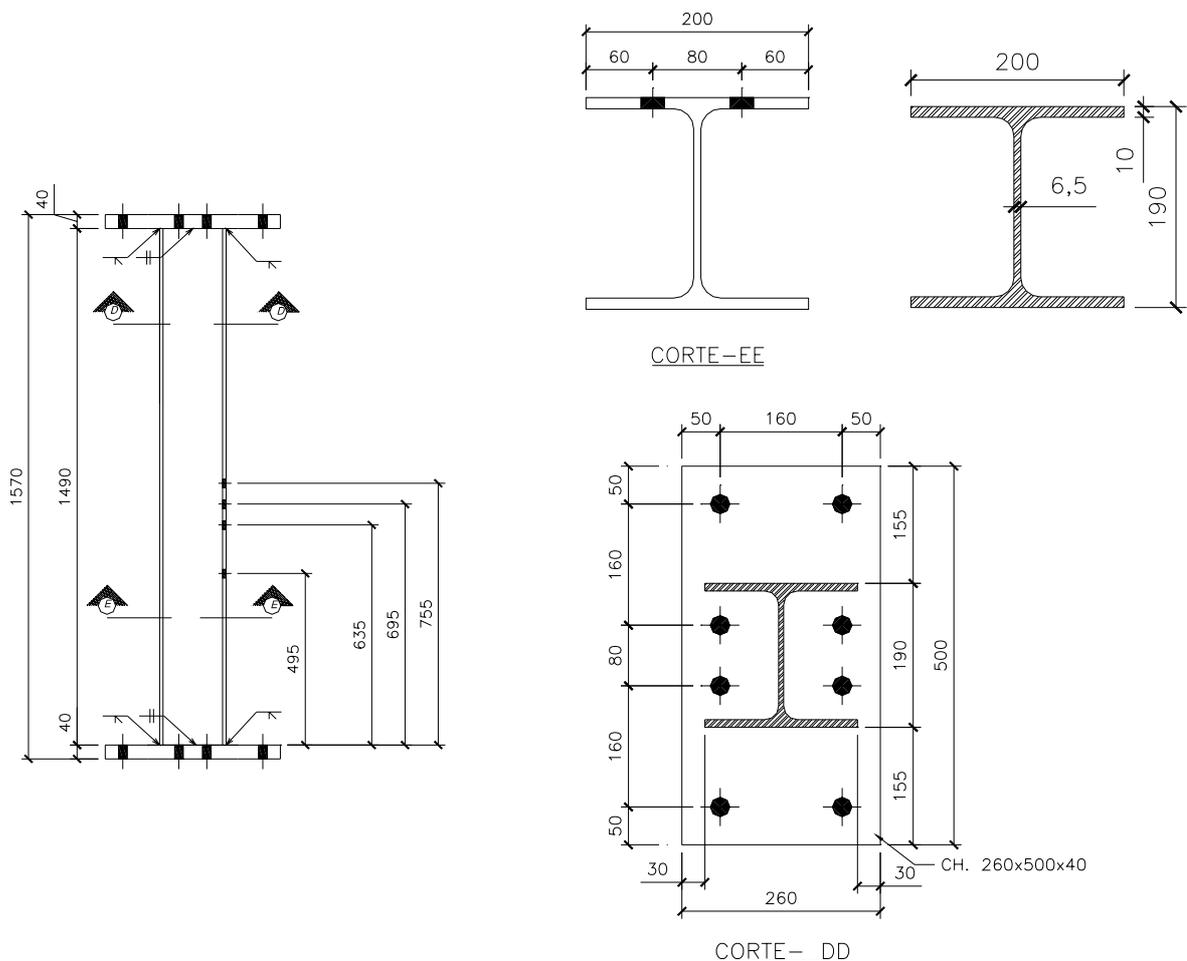


Figura 4.4: Dimensões do pilar

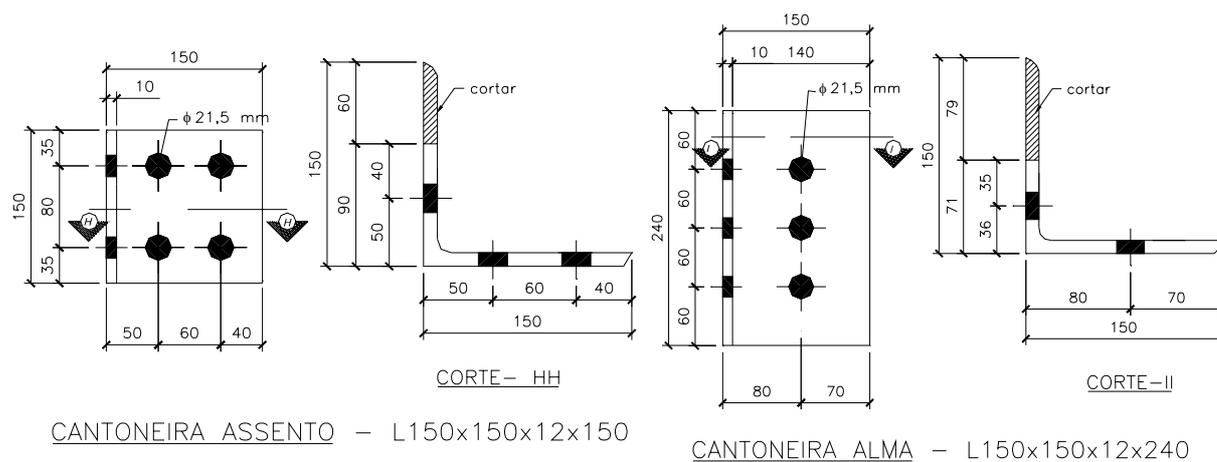


Figura 4.5: Dimensões e gabarito de furação para as cantoneiras

Uma visão geral do modelo ensaiado é apresentada na Figura 4.7 e Figura 4.7.

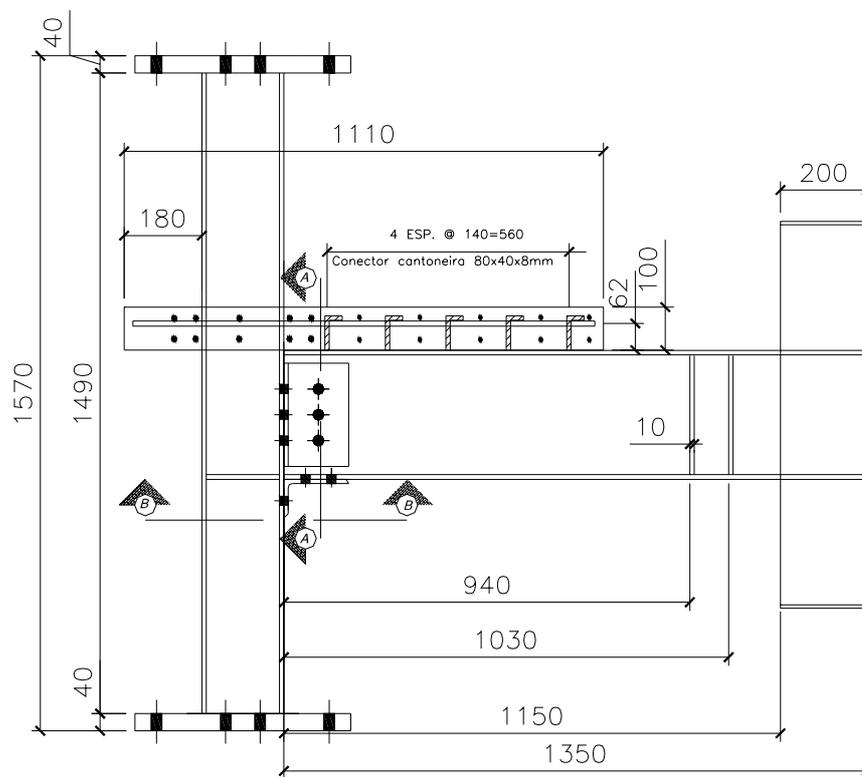


Figura 4.6: Visão geral do modelo ensaiado

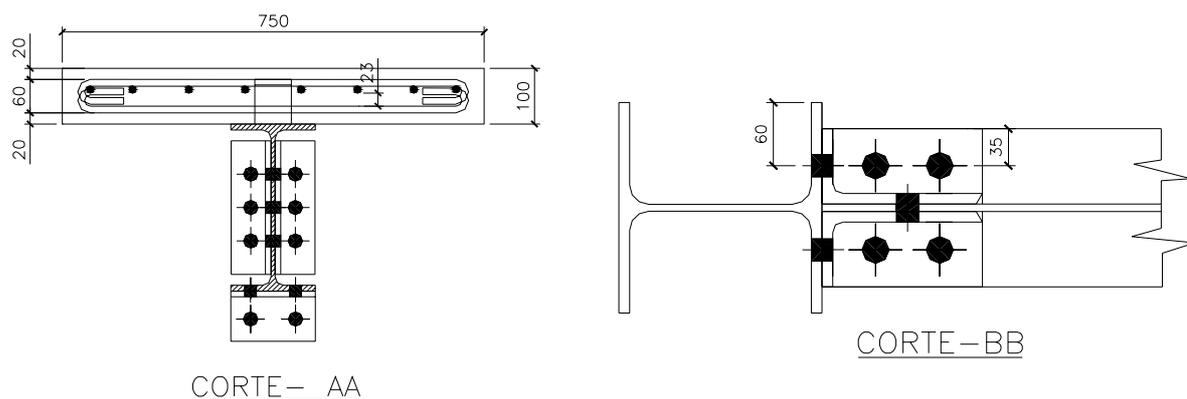


Figura 4.7: Seções do modelo ensaiado

### 4.3 Metodologia e sistema dos ensaios

Os modelos foram ensaiados num sistema que utilizou uma parede reação e um pórtico de reação disponíveis no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do IST.

Nesse sistema de ensaio a viga mista é posicionada na direção vertical e o pilar na horizontal, como apresentado na Figura 4.8.

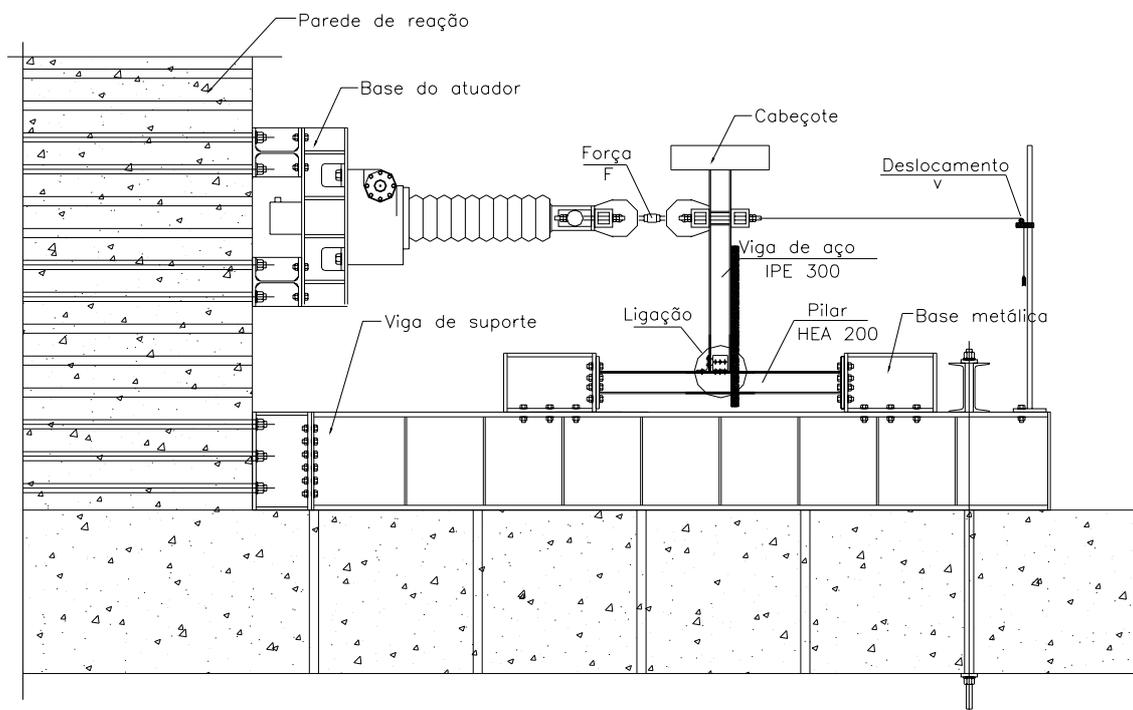


Figura 4.8: Sistema de ensaio

Na parede de reação foi parafusada uma base para o suporte do atuador mecânico e uma viga metálica de suporte, onde foram apoiadas duas bases metálicas para serem parafusadas às chapas de topo soldadas ao pilar.

O cabeçote soldado à viga foi travado lateralmente por duas guias apoiadas a um pórtico de reação. Uma visão geral do sistema e os detalhes desses elementos são ilustrados na Figura 4.9.



Figura 4.9: Detalhes do sistema de ensaio

A viga foi carregada por meio de um atuador mecânico com uma célula de carga de capacidade de 500 kN da “Hottinger Baldwin Messtechnik”.

Em todo o ensaio foi adotado o controle de força e deslocamento por meio de um programa desenvolvido no IST e para aquisição de dados utilizou-se um equipamento da “Hewlett Packard”.

A força axial de compressão no pilar foi aplicada de duas formas, sendo a primeira utilizada para os ensaios CJSMF30-1 e CJUMF30-1, enquanto que o

segundo procedimento para os ensaios CJUMF50-1 e CJUCF30-1. Os dois procedimentos são detalhados abaixo:

- no primeiro sistema foi utilizado dois atuadores hidráulicos de 600 kN conectados a uma viga metálica que transmitia a força para o pilar. Entre a viga metálica e o pilar existia uma célula de carga para medir o valor da força aplicada. A reação do sistema foi produzida por duas barras do tipo dywidag 36 mm de diâmetro, na qual os atuadores estavam fixados, conforme a Figura 4.10. As barras percorriam todo o modelo sendo fixadas do outro lado por meio de uma viga metálica apoiada na base metálica.

- no segundo sistema foi alterada a posição do atuador e da célula de carga. Nesse sistema apenas um atuador de 800 kN foi colocado entre a viga e a base metálica transmitindo, assim, a força para o pilar, conforme a Figura 4.11. A célula de carga nesse caso foi fixada na extremidade de uma das barras e encostada na viga metálica.



Figura 4.10: Detalhe da primeira forma de aplicação da força axial



Figura 4.11: Detalhe do segundo procedimento para aplicação da força axial

Os atuadores foram alimentados por uma bomba hidráulica cujo sistema de controle está apresentado na Figura 4.12.



Figura 4.12: Sistema de controle da bomba hidráulica para alimentação dos atuadores

Como metodologia de ensaio, na aplicação da força axial, a base metálica mais próxima ao atuador teve seus parafusos com a viga de suporte horizontal afrouxados. Após a força axial prevista ter sido atingida, os parafusos foram apertados. Durante o carregamento na viga, a força axial de compressão foi mantida constante ao longo de todo o ensaio.

No ensaio monotônico foi aplicado uma força de 10 kN para escorvamento do modelo. Posteriormente, deslocamentos na viga foram aplicados com incrementos de 0,2 mm.

A amplitude de deslocamento dos ciclos no ensaio cíclico foi definida em função do limite elástico de força  $F_y$  e o deslocamento correspondente  $e_y$ , obtida a partir do ensaio monotônico. De acordo com o ECCS (1986), o parâmetro elástico  $F_y$  é obtido por meio da interseção da tangente elástica ( $tg\alpha_y$ ) com a tangente plástica  $tg\alpha_p = tg\alpha_y/10$ , como apresentado na Figura 4.13.

Os ciclos para a história de deslocamento foram definidos segundo o ECCS (1986) e são descritos abaixo:

- um ciclo de amplitude  $e_y^+ / 4$ ,  $e_y^- / 4$ ;
- um ciclo de amplitude  $2e_y^+ / 4$ ,  $2e_y^- / 4$ ;
- um ciclo de amplitude  $3e_y^+ / 4$ ,  $3e_y^- / 4$ ;

- um ciclo de amplitude  $e_y^+$ ,  $e_y^-$ ;
- dois ciclos de amplitude  $(2 + 2n)e_y^+$ ,  $(2 + 2n)e_y^-$ , com  $(n=0,1,2,3,\dots)$ .

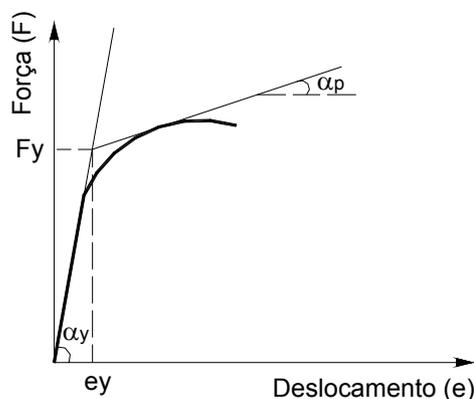


Figura 4.13: Avaliação dos parâmetros elásticos para o ensaio cíclico

#### 4.4 Instrumentação

Os modelos foram instrumentados com o objetivo de avaliar o comportamento momento-rotação da ligação e as deformações em alguns elementos dos modelos.

A Figura 4.14 apresenta a posição e a numeração dos transdutores utilizados. Os transdutores 12, 15 e 16 foram fixados na viga de aço, uma vez que mediram deslocamentos relativos em relação à viga. Os outros transdutores foram fixados em dispositivos não pertencentes ao modelo.

Na instrumentação foram utilizados transdutores de fio com curso de 500 mm (posição do atuador e em 2), transdutores com curso de 100 mm (em 3 e 4), transdutores com curso de 50 mm (em 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11) e transdutores com curso de 25 mm (em 12, 13, 14, 15, 16).

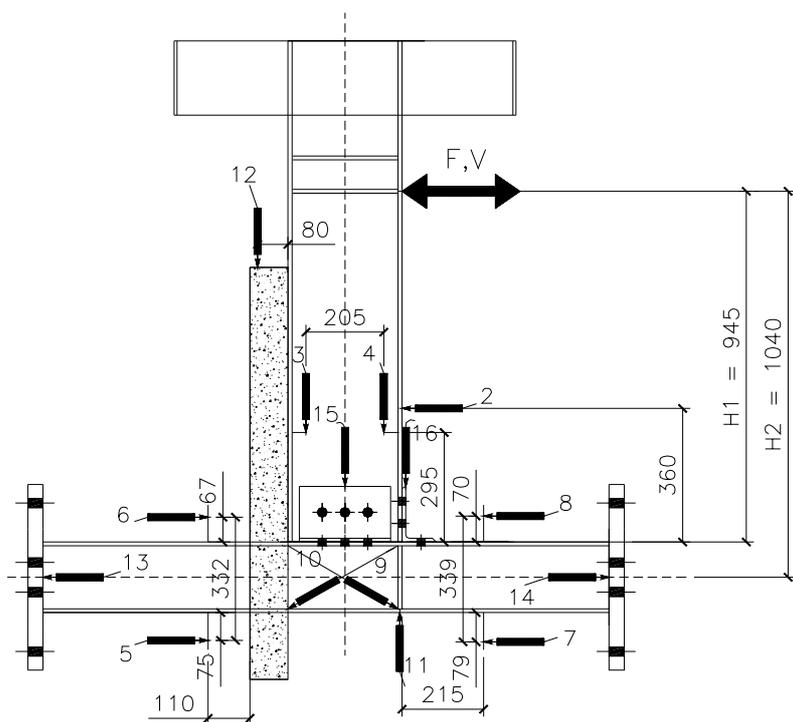


Figura 4.14: Localização dos transdutores

Como complementação da instrumentação foram colocados extensômetros elétricos de resistência de 10 mm nas armaduras longitudinais, conforme a Figura 4.15.

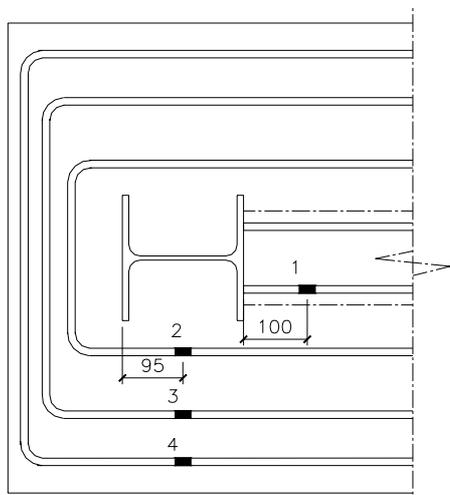


Figura 4.15: Localização dos extensômetros na armadura

Um extensômetro elétrico de resistência do tipo roseta com base de 10 mm foi colado na alma do pilar para avaliar as deformações existentes nesse ponto e três extensômetros elétricos de resistência, uniaxial com base de 20 mm, foram utilizados na mesa do pilar. A Figura 4.16 ilustra o posicionamento dos extensômetros.

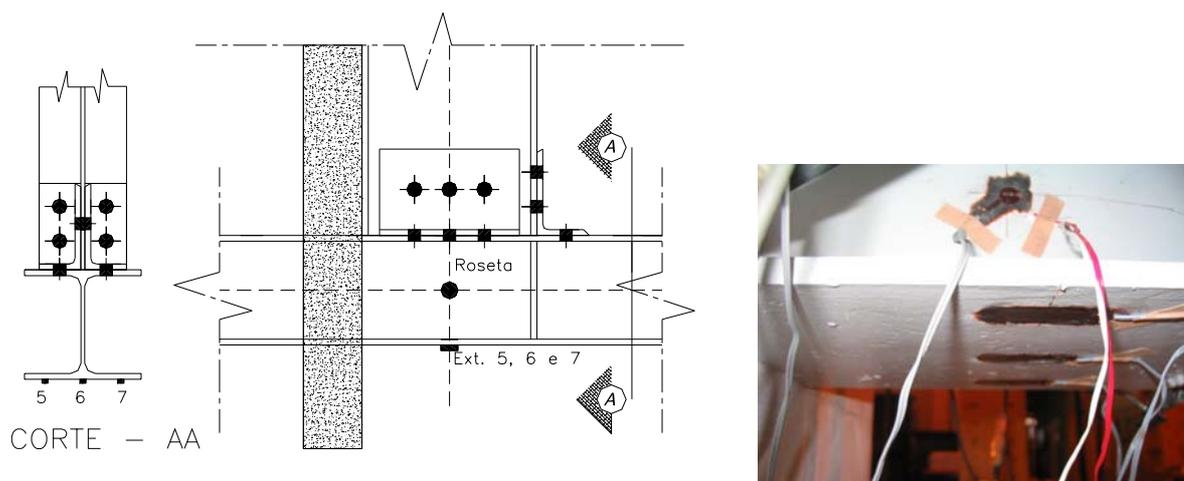


Figura 4.16: Detalhe da roseta e dos extensômetros na alma e mesa do pilar, respectivamente

#### 4.5 Caracterização dos materiais

Os ensaios de caracterização dos materiais foram realizados no Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do IST.

Para a caracterização do concreto da laje foi utilizado a máquina TONIPACT 3000 com uma velocidade de carregamento de 11.3 kN/s. O ensaio de compressão simples foi realizado nos corpos de prova cúbicos e cilíndricos como ilustrado na Figura 4.17.

Os corpos de prova cúbicos tinham uma área de contato de 225 cm<sup>2</sup> (15x15 cm), enquanto que os cilíndricos de 176,63 cm<sup>2</sup>. A Tabela 4.2 apresenta a resistência à compressão média aos 28 dias de idade para os dois tipos de corpos de prova. Os resultados de todos os corpos de prova encontram-se no anexo B.



Figura 4.17: Ensaio de caracterização do concreto

Tabela 4.2: Resistência à compressão média do concreto

Corpo de prova	Resistência (Mpa)
Cúbico	60,87
Cilíndrico	55,57

Os aços das armaduras, dos perfis e das cantoneiras foram caracterizados numa máquina INSTRON modelo 1343, conforme a Figura 4.18. Nas vigas e cantoneiras foi utilizado o aço S275 JR, enquanto que para o pilar foi adotado o S235 JR. Nas armaduras foi utilizado o aço CA 50.

Para o aço dos perfis foram ensaiados dez corpos de prova, sendo dois da mesa da viga, dois da alma da viga, dois da mesa do pilar, dois da alma do pilar e dois da cantoneira. As curvas tensão-deformação obtidas para os dez corpos de prova estão apresentadas na Figura 4.19.



Figura 4.18: Detalhe do ensaio para caracterização do aço

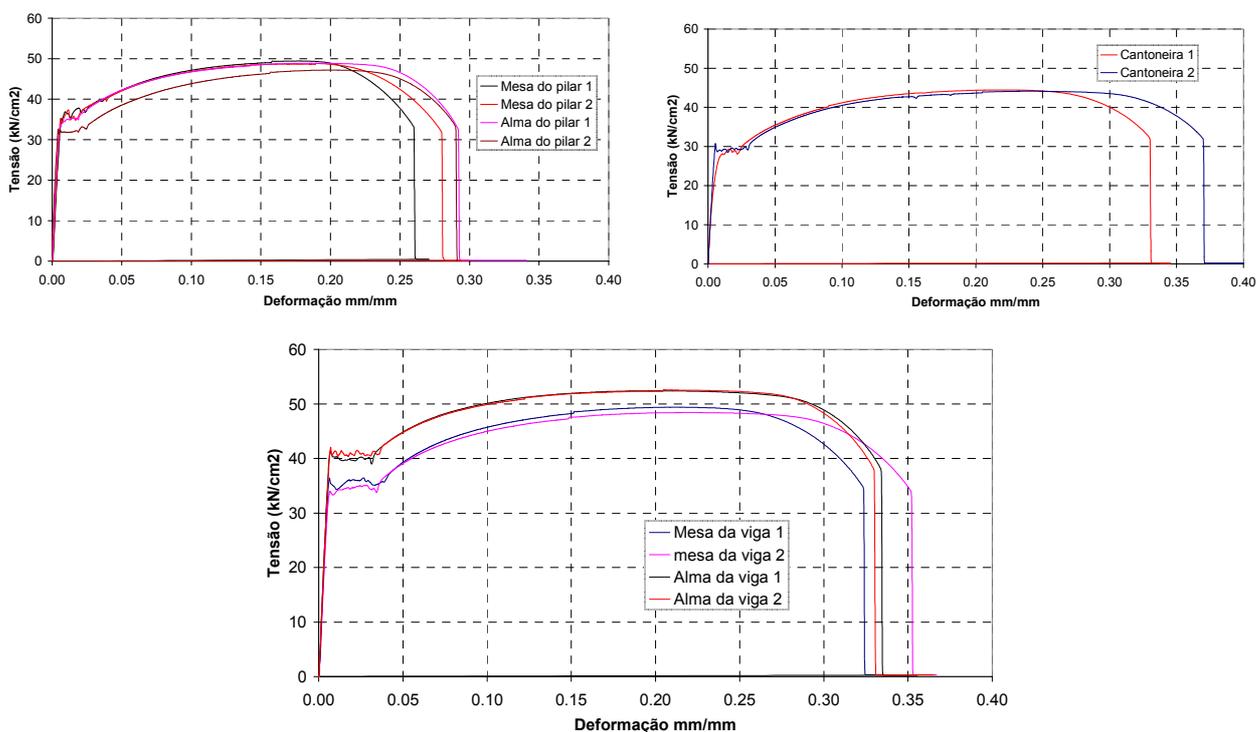


Figura 4.19: Curvas tensão-deformação para os aços dos perfis

Três corpos de prova para as barras de 8 e 12 mm pertencentes à

armadura longitudinal e transversal também foram ensaiados e os resultados obtidos estão apresentados na Figura 4.20.

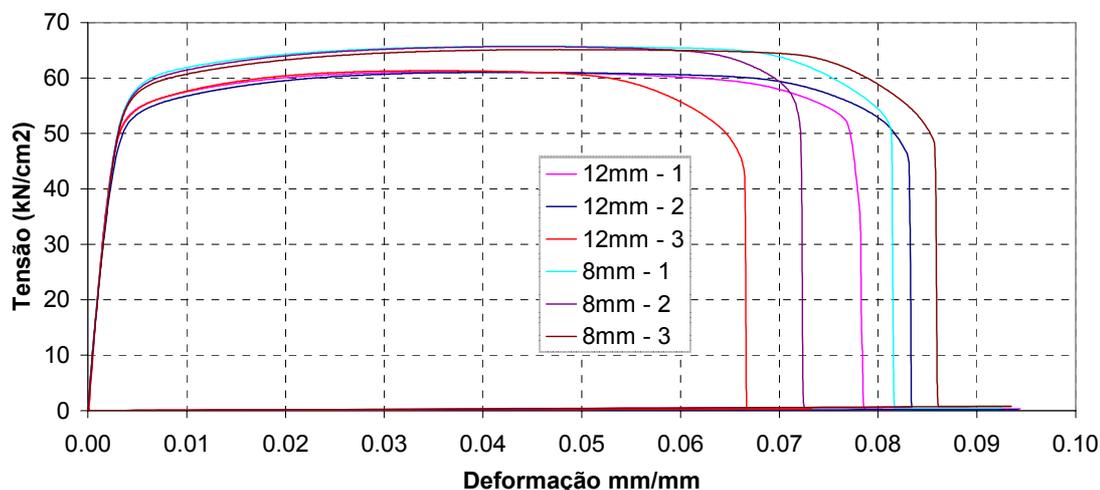


Figura 4.20: Relação tensão-deformação para os aços da armadura

A Tabela 4.3 apresenta os resumos dos resultados médios dos aços ensaiados. Os resultados de todos os corpos de prova encontram-se no anexo B.

Tabela 4.3: Resumo das características dos aços ensaiados

Corpo de prova	$f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{m\acute{a}x}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_r$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon_r$ (%)
Mesa da viga	35,06	48,88	34,27	33,80
Alma da viga	38,33	52,41	37,86	33,20
Mesa do pilar	33,26	49,02	32,47	27,00
Alma do pilar	31,44	47,93	32,69	29,10
Cantoneiras	29,89	44,23	32,03	32,10
Barra de 8 mm	57,28	65,50	50,22	7,96
Barra de 12 mm	53,83	61,16	46,76	7,58

$f_y$  é a tensão de escoamento

$f_{m\acute{a}x}$  é a tensão máxima

$f_r$  é a tensão de ruptura

$\epsilon_r$  é a deformação na ruptura

#### 4.6 Resultados experimentais

Nas Figuras 4.21 a 4.55 deste item apresentam-se os principais resultados dos ensaios monotônicos e do ensaio cíclico.

A seguir estão descritos como foram avaliados esses resultados por meio da instrumentação apresentada no item 4.4:

- momento aplicado na ligação pelo produto entre a força ( $F$ ) e a distância até a linha média da alma do pilar ( $H_2$ );
- rotação da ligação devido aos elementos de ligação (alma e mesa da viga, cantoneiras, parafusos, mesa do pilar e armadura) pelo transdutor 3 e 4;
- rotação devido à deformação do painel da alma do pilar pelos transdutores 9 e 10, sendo essa rotação subtraída da rotação devido à flexão do pilar avaliada pelos transdutores 5 e 6 e transdutores 7 e 8;
- rotação total pela soma das rotações da ligação e do painel da alma do pilar;
- deslocamento relativo entre a laje de concreto e a viga de aço pelo transdutor 12;
- deslocamento relativo entre a cantoneira de alma e a viga pelo transdutor 15;
- deslocamento relativo entre a cantoneira de assento e a viga pelo transdutor 16;
- deformação de von Mises na alma do pilar pela roseta;
- deformação na armadura pelos extensômetros 1, 2, 3 e 4;
- deformação longitudinal média na mesa do pilar pela média entre os extensômetros 5,6 e 7.

O comportamento global dos modelos está baseado na relação entre a força e o deslocamento na seção da viga onde foi aplicado o carregamento. Adicionalmente, apresentam-se as relações momento-rotação total da ligação, momento-rotação dos elementos de ligação e momento-rotação do painel da alma.

A deformação longitudinal nas armaduras e as deformações na alma do

pilar, utilizando o critério de resistência de von Mises, são apresentadas até o valor de 5000 micro-strain.

Nos ensaios cíclico e monotônico os valores positivos de força e momento significam que a viga mista foi tracionada pelo atuador, reproduzindo a situação de momento fletor negativo na viga.

**Ligação CJUMF0-1**

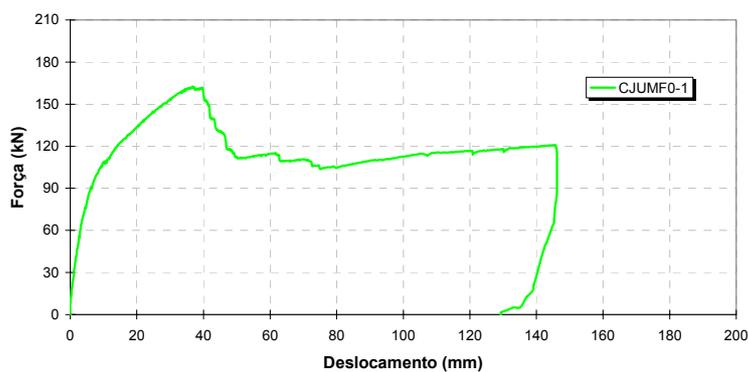


Figura 4.21: Relação força-deslocamento na posição do carregamento

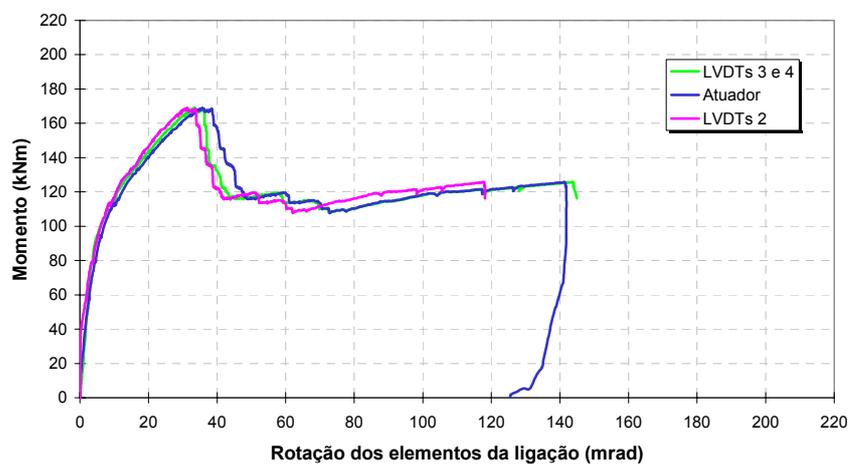


Figura 4.22: Relação momento-rotação devido aos elementos de ligação

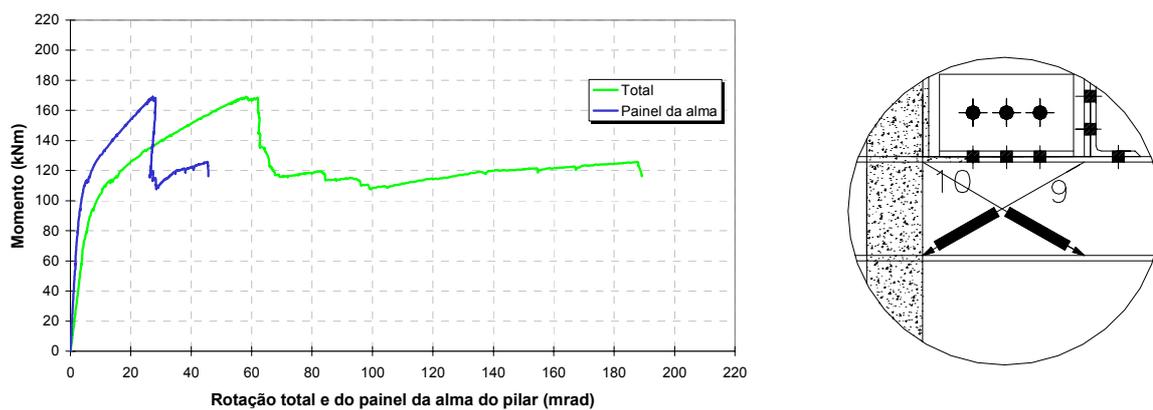


Figura 4.23: Relações momento-rotação total e momento-rotação do painel da alma

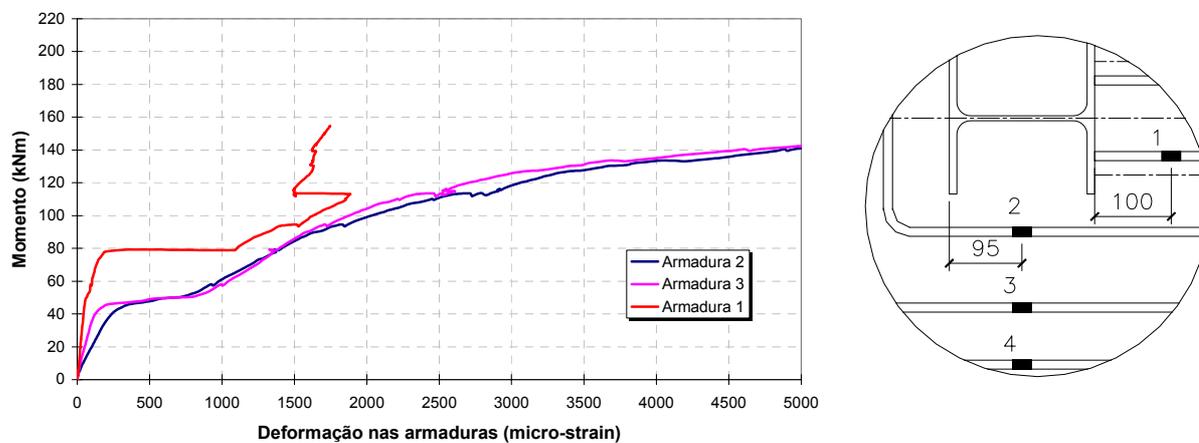


Figura 4.24: Deformação nas armaduras

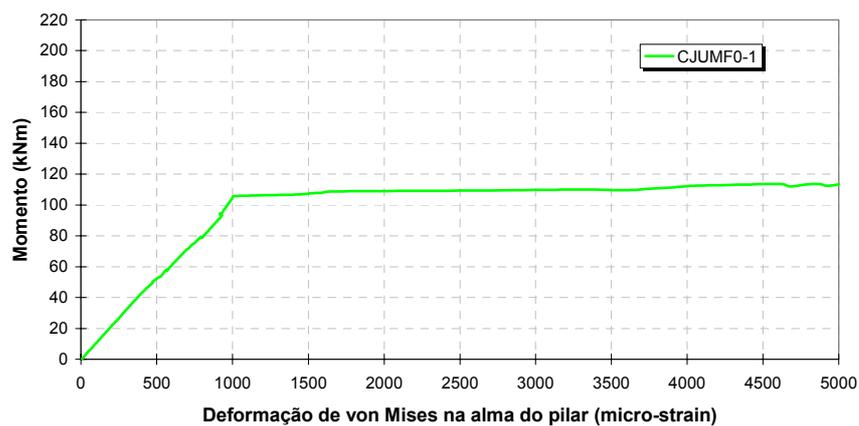


Figura 4.25: Deformação de von Mises na alma do pilar

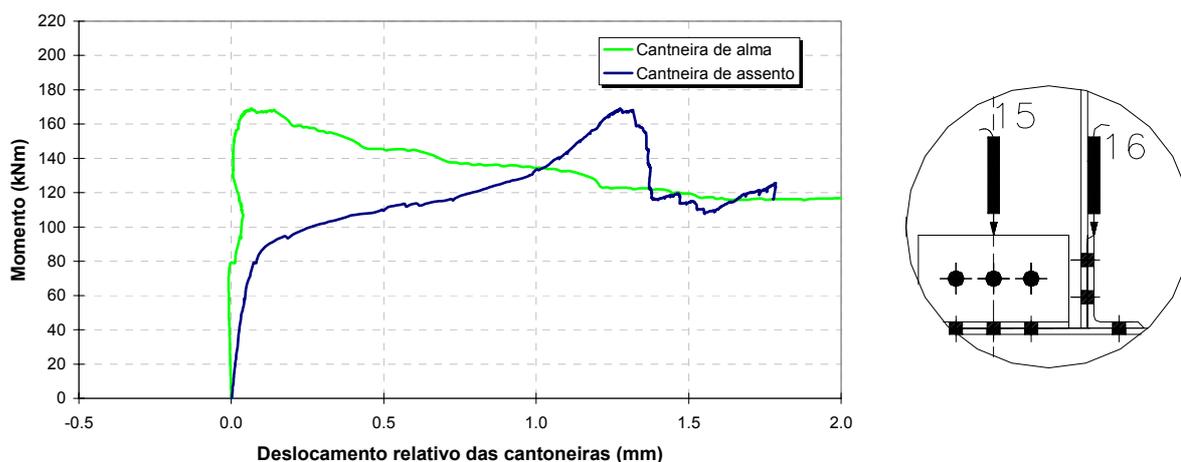


Figura 4.26: Deslocamento relativo das cantoneiras de assento e alma em relação a viga

**Ligação CJSMF0-1**

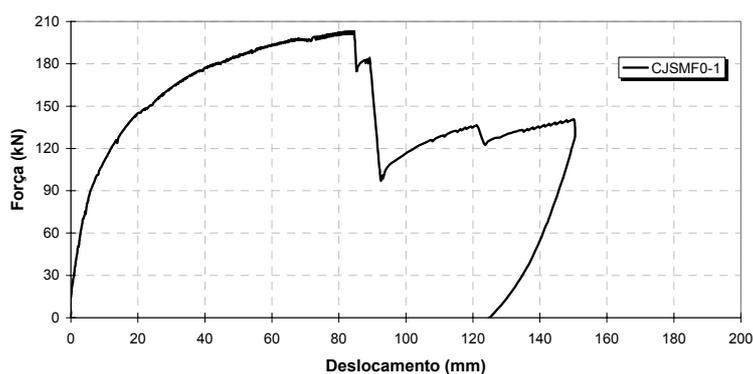


Figura 4.27: Relação força-deslocamento na posição do carregamento

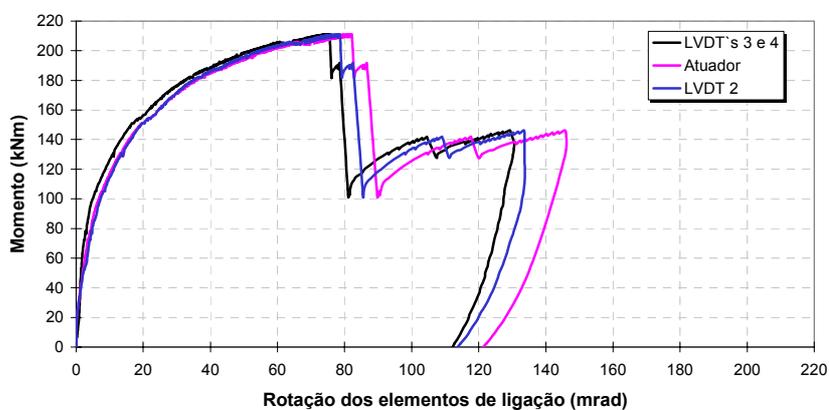


Figura 4.28: Relação momento-rotação devido aos elementos de ligação

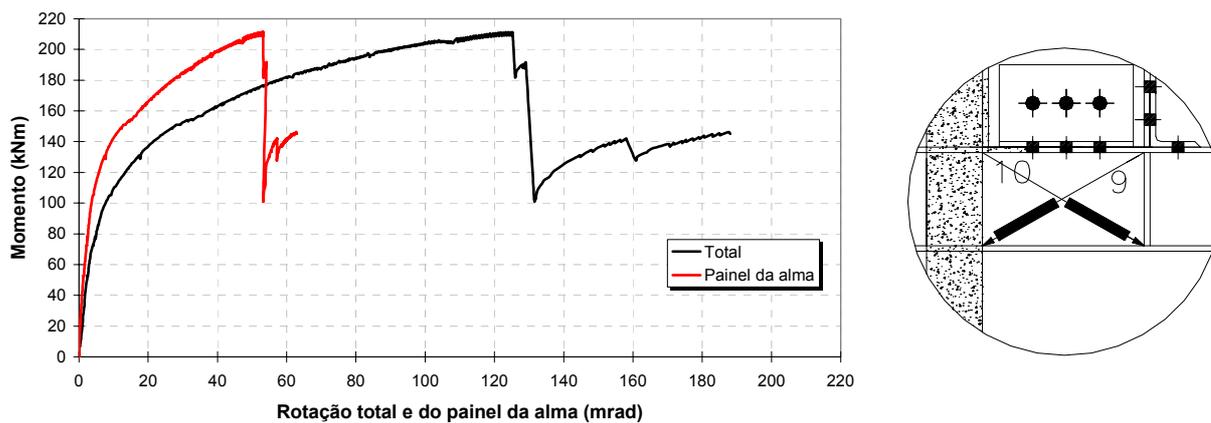


Figura 4.29: Relações momento-rotação total e momento-rotação do painel da alma

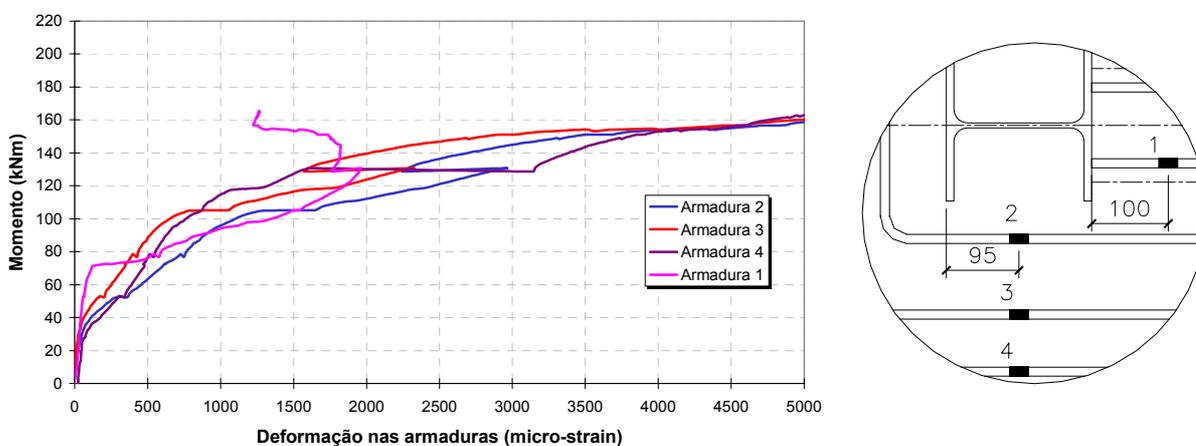


Figura 4.30: Deformação nas armaduras

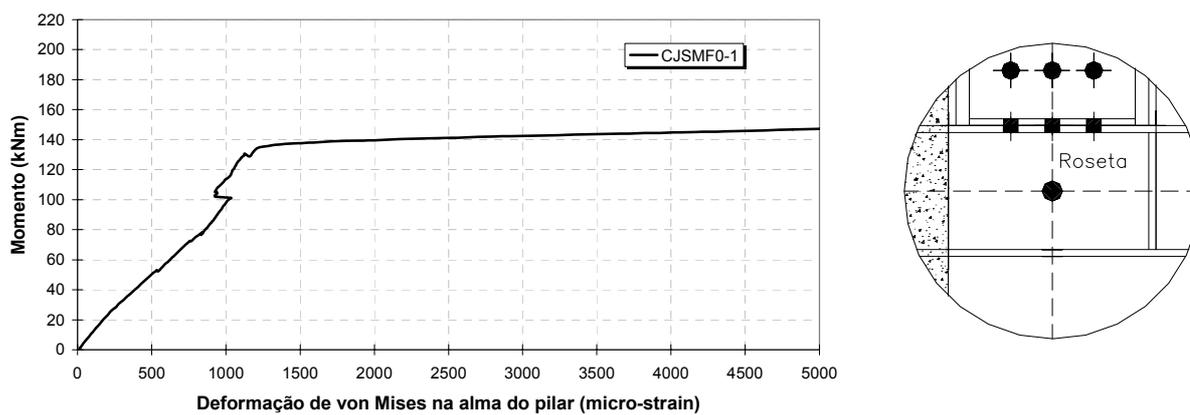


Figura 4.31: Deformação de von Mises na alma do pilar

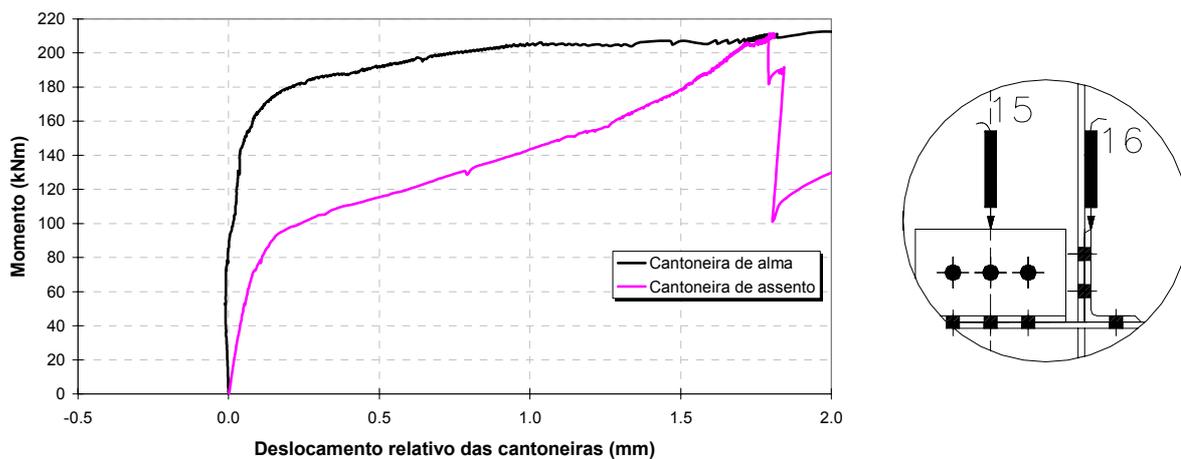


Figura 4.32: Deslocamento relativo das cantoneiras de assento e alma em relação a viga

**Ligação CJSMF30-1 – força de compressão no pilar de 380 kN**

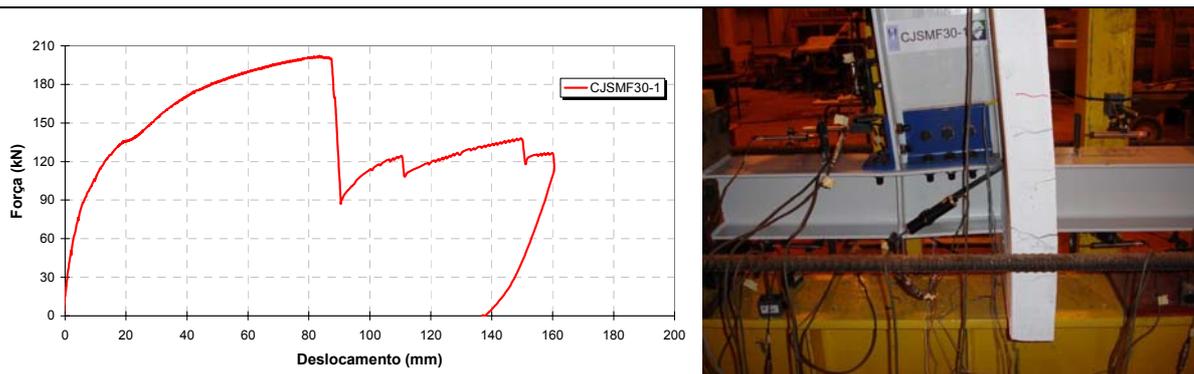


Figura 4.33: Relação força-deslocamento na posição do carregamento

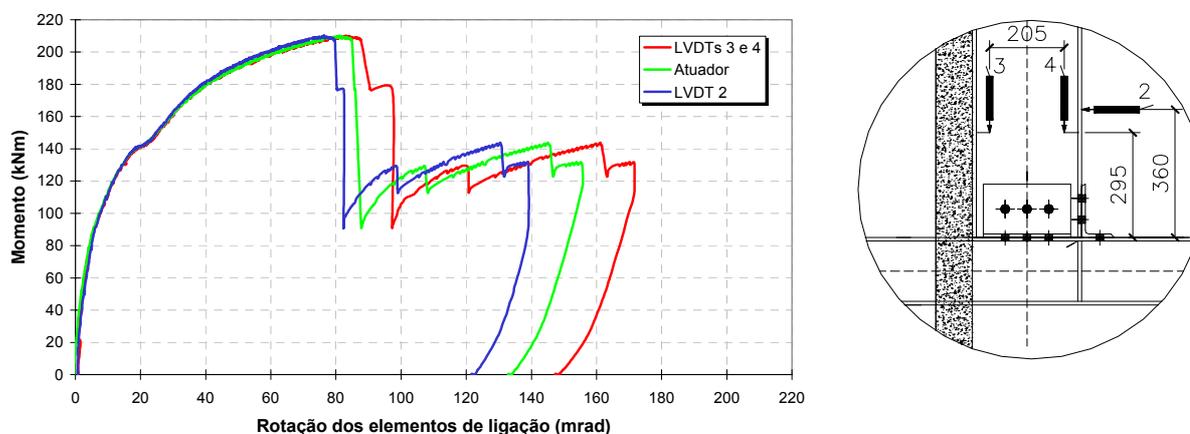


Figura 4.34: Relação momento-rotação devido aos elementos de ligação

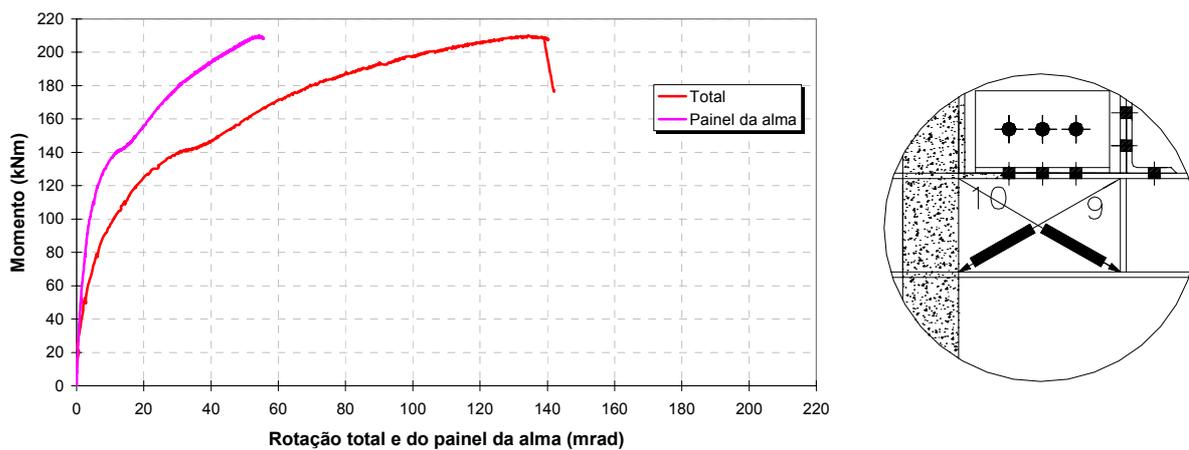


Figura 4.35: Relações momento-rotação total e momento-rotação do painel da alma

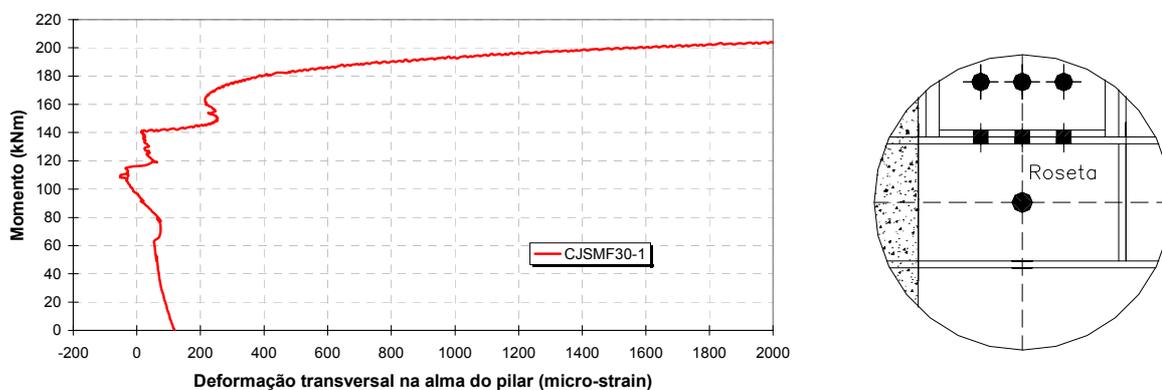


Figura 4.36: Deformação transversal na alma do pilar

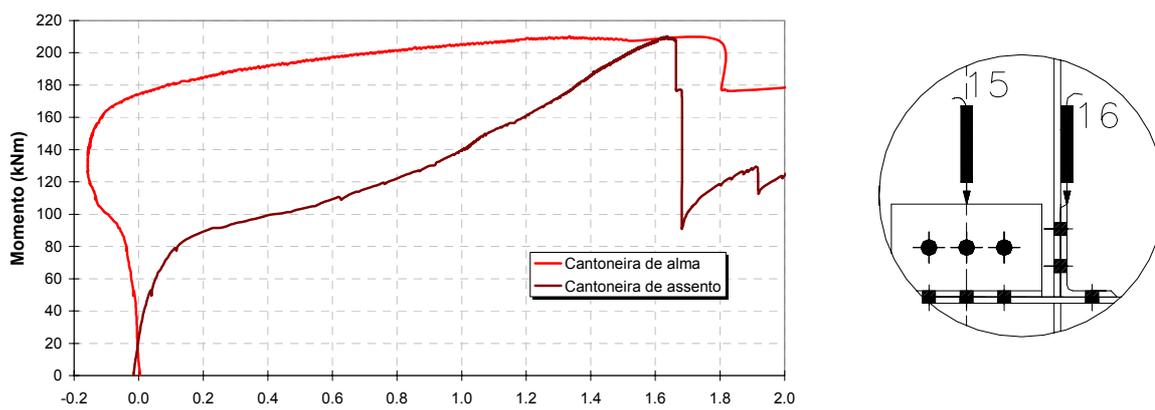


Figura 4.37: Deslocamento relativo das cantoneiras de assento e alma em relação a viga

**Ligação CJUMF30-1 – força de compressão no pilar de 380 kN**

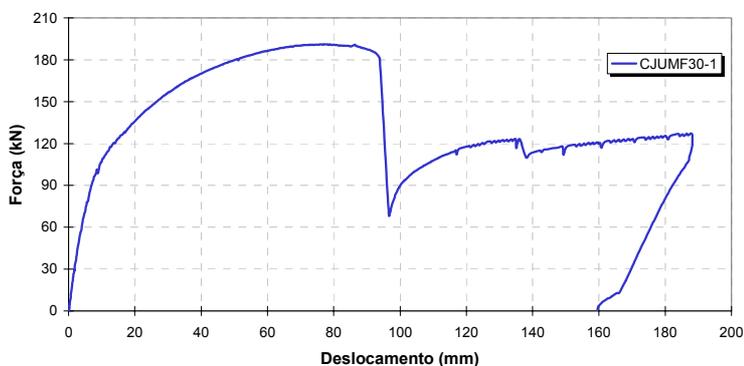


Figura 4.38: Relação força-deslocamento na posição do carregamento

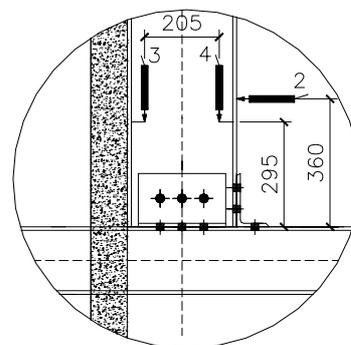
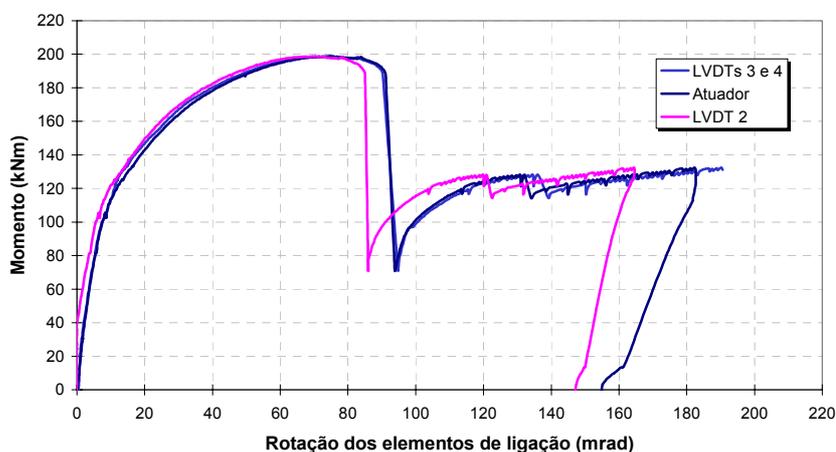


Figura 4.39: Relação momento-rotação devido aos elementos de ligação

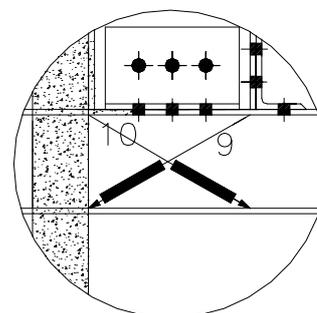
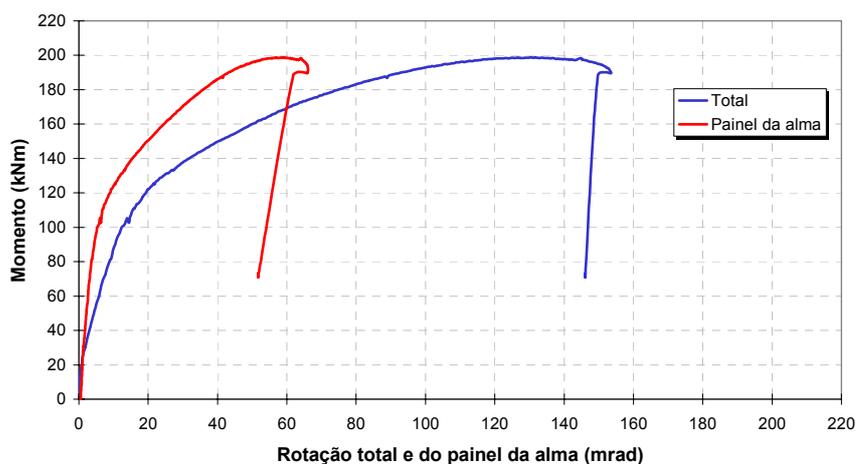


Figura 4.40: Relações momento-rotação total e momento-rotação do painel da alma

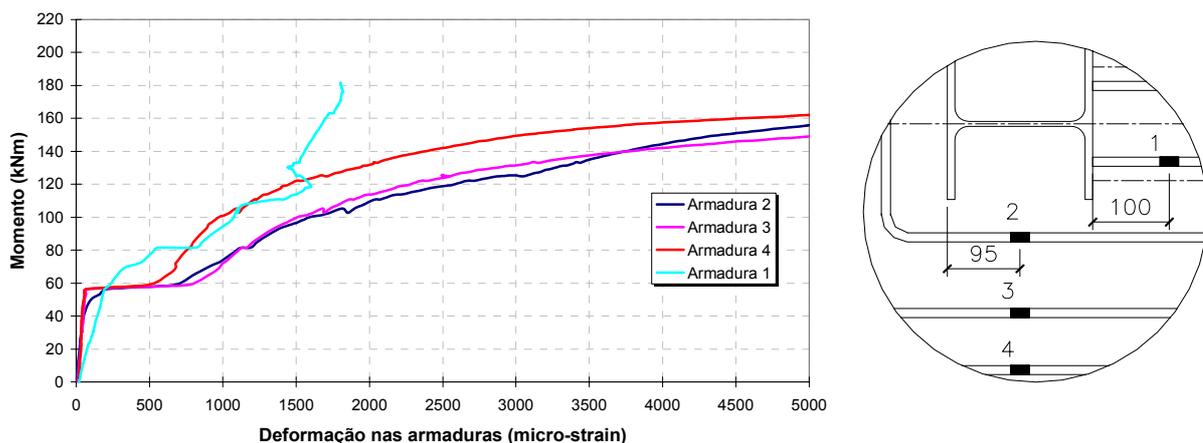


Figura 4.41: Deformação nas armaduras

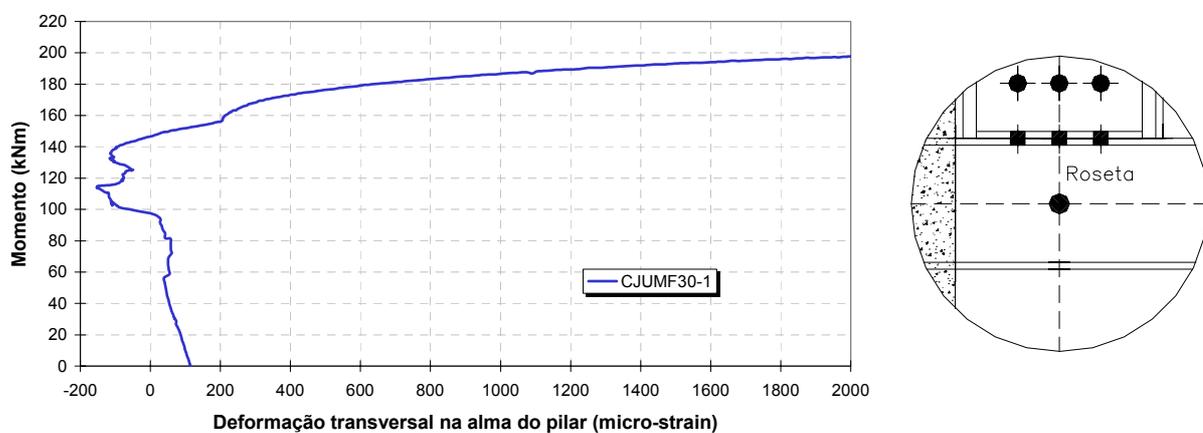


Figura 4.42: Deformação transversal na alma do pilar

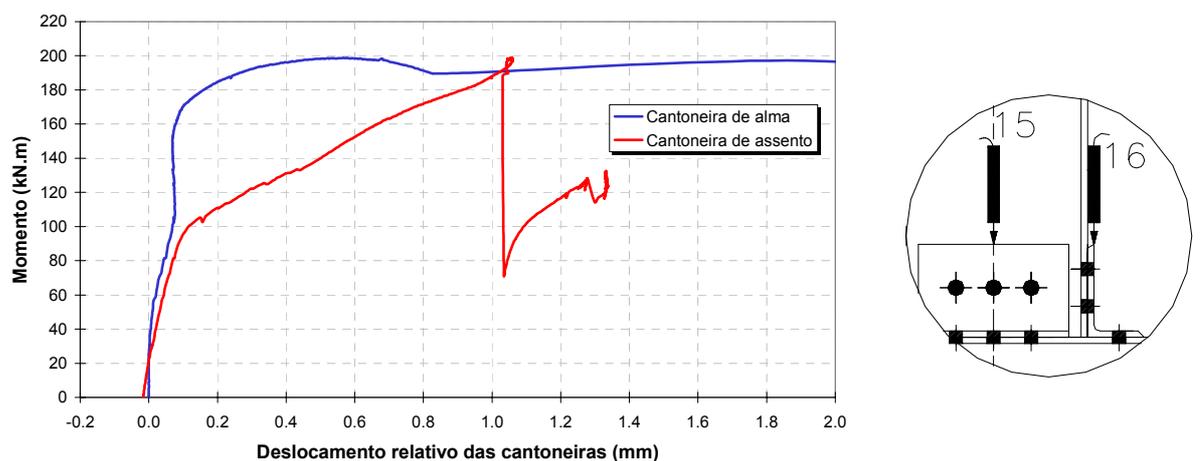


Figura 4.43: Deslocamento relativo das cantoneiras de assento e alma em relação a viga

**Ligação CJUMF50-1 – força de compressão no pilar de 630 kN**

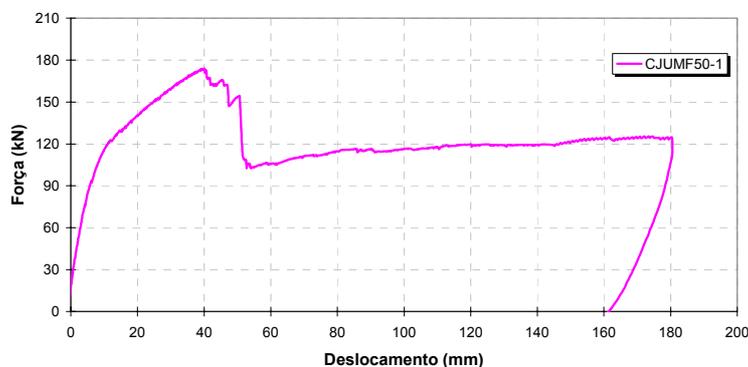


Figura 4.44: Relação força-deslocamento na posição do carregamento

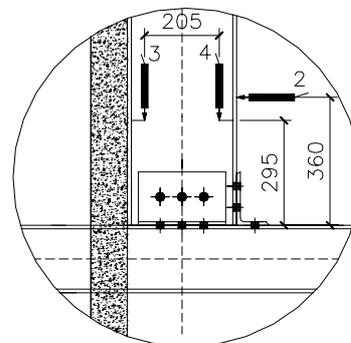
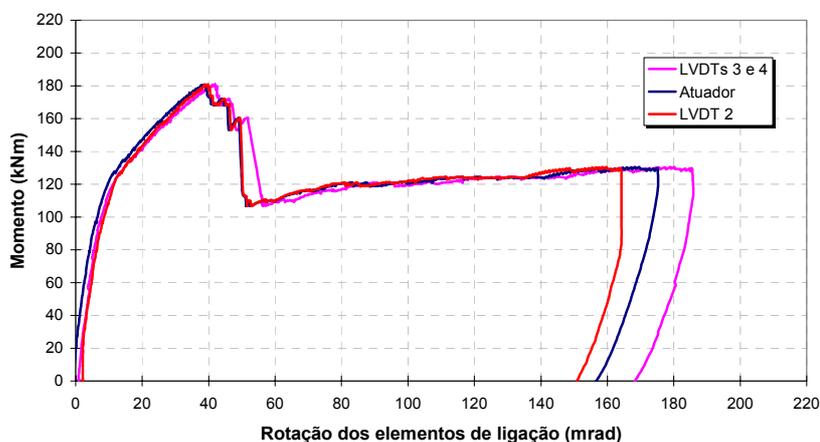


Figura 4.45: Relação momento-rotação devido aos elementos de ligação

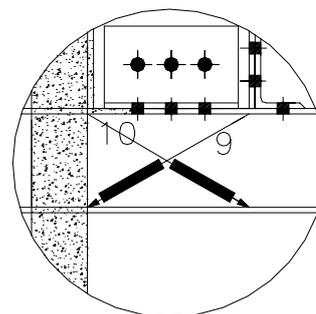
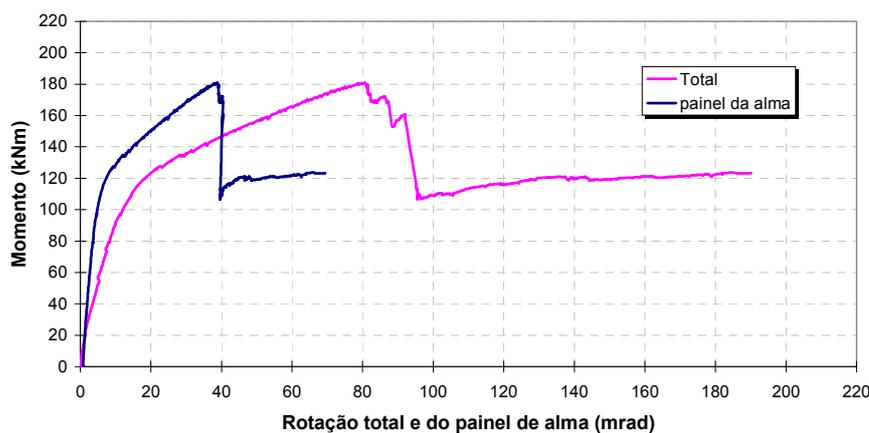


Figura 4.46: Relações momento-rotação total e momento-rotação do painel da alma

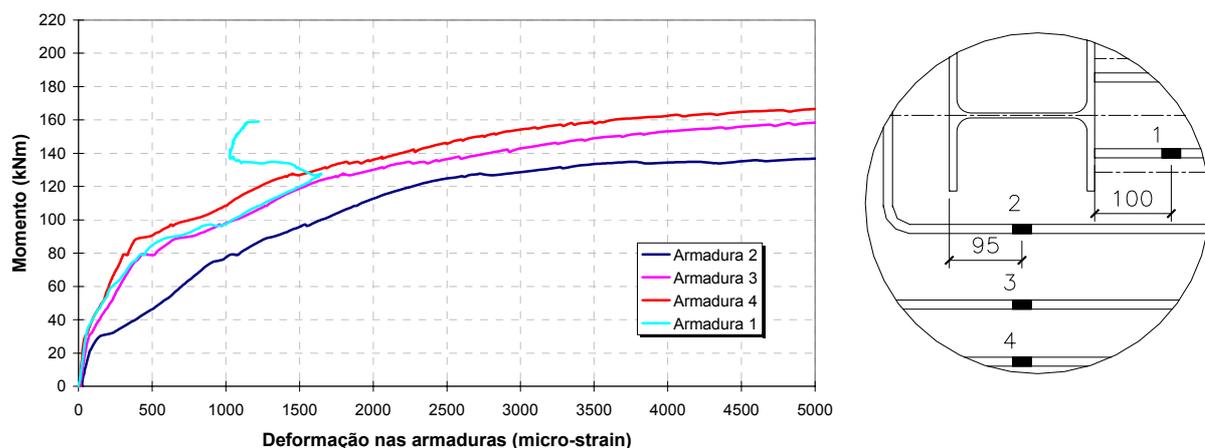


Figura 4.47: Deformação nas armaduras

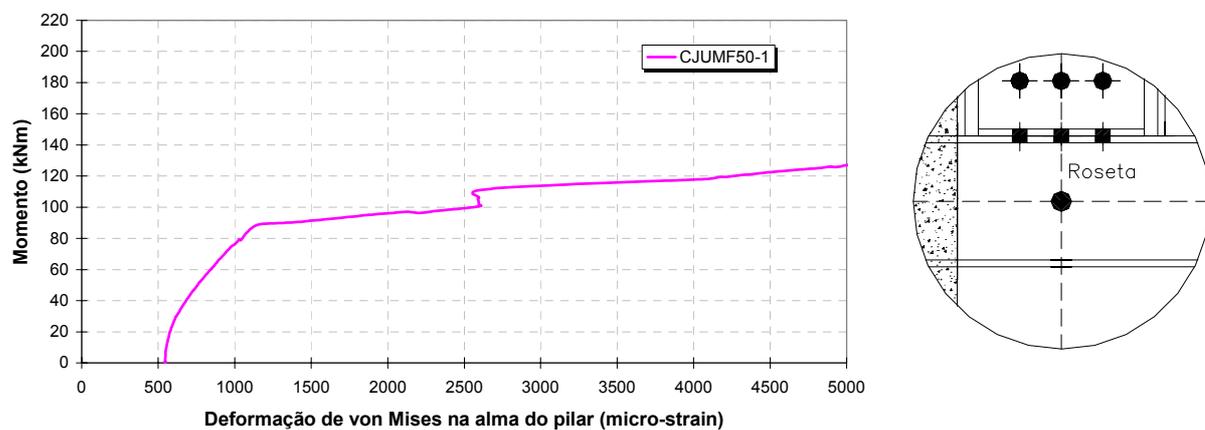


Figura 4.48: Deformação de von Mises na alma do pilar

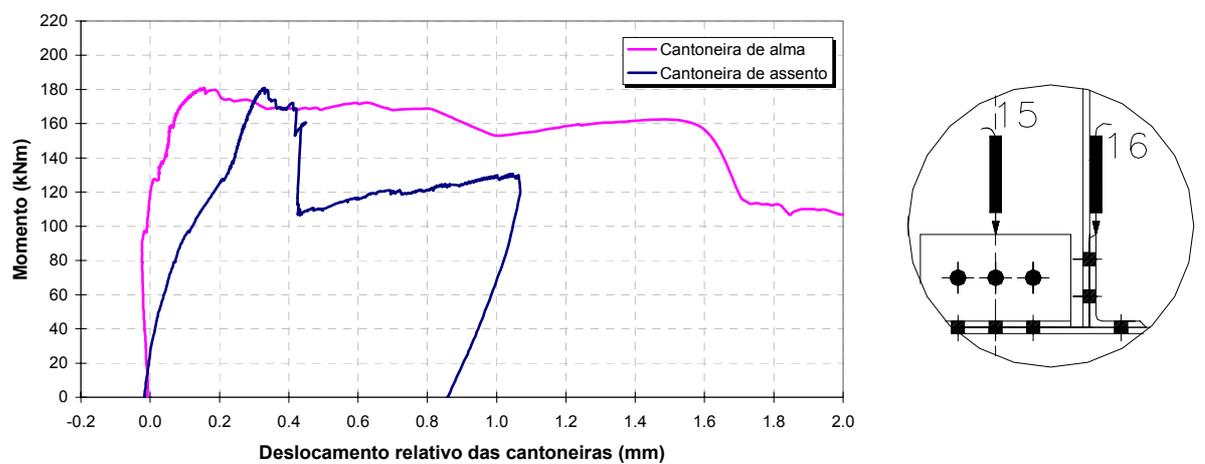


Figura 4.49: Deslocamento das cantoneiras de assento e alma em relação a viga

**Ligação CJUCF30-1 – força de compressão no pilar de 380 kN**

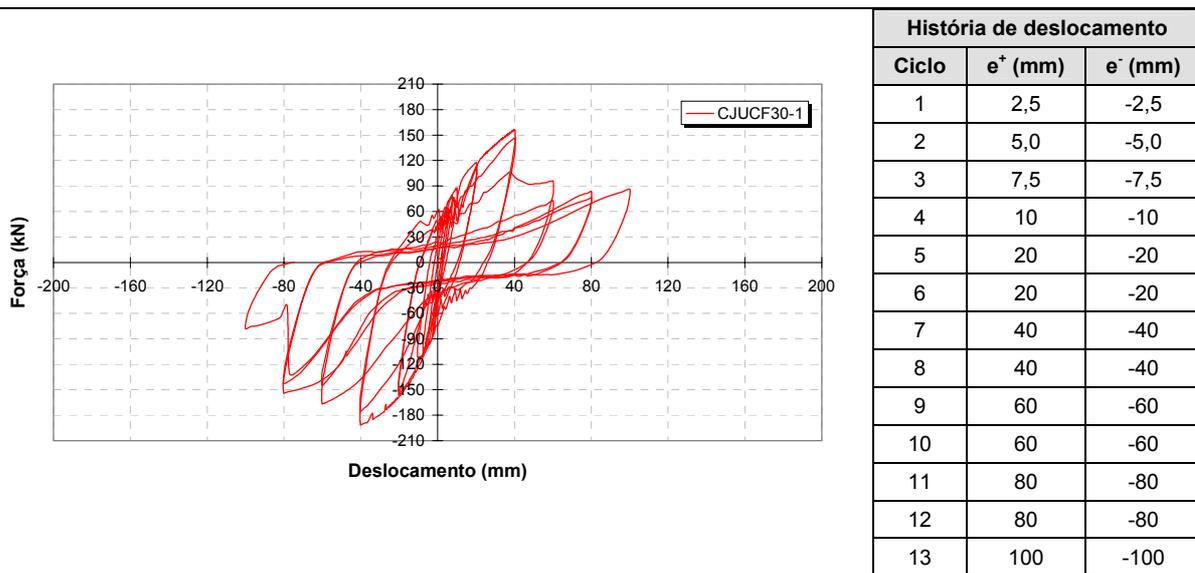


Figura 4.50: Curva histerética força-deslocamento na posição do carregamento

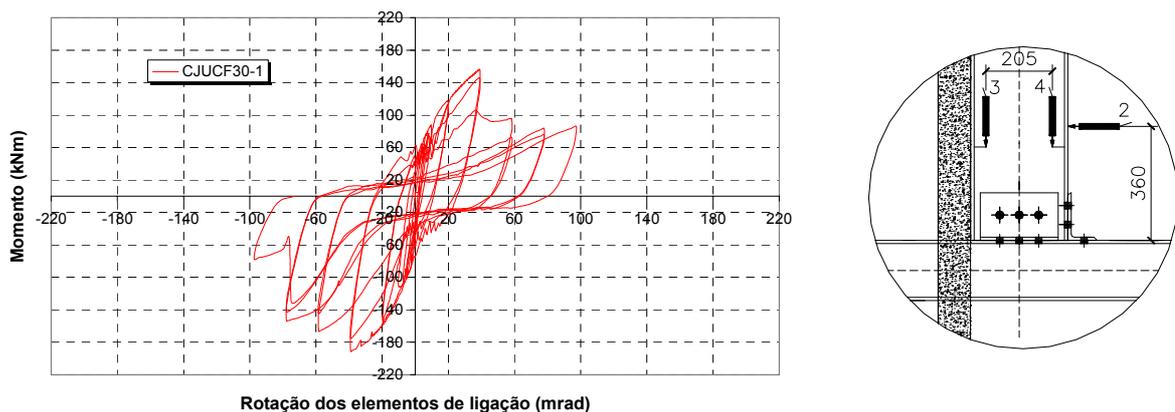


Figura 4.51: Curva histerética momento-rotação devido aos elementos de ligação

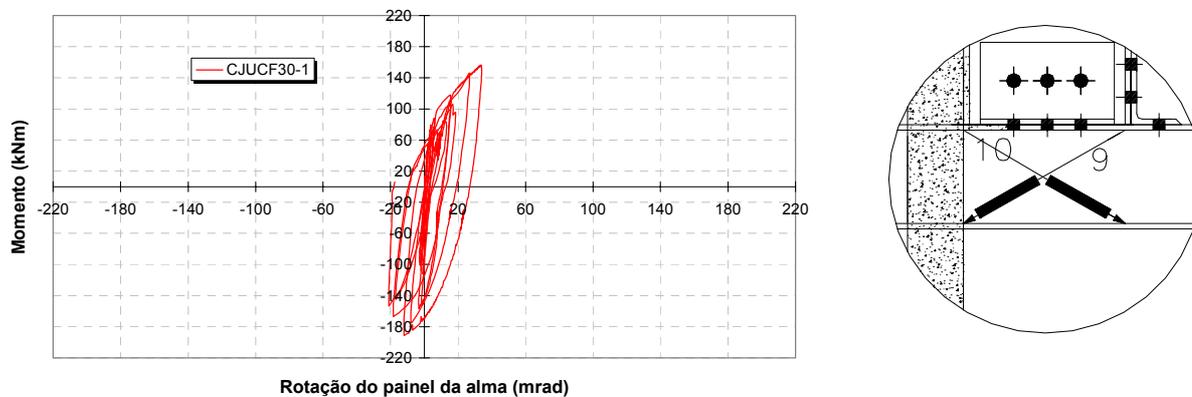


Figura 4.52: Curva histerética momento-rotação do painel da alma

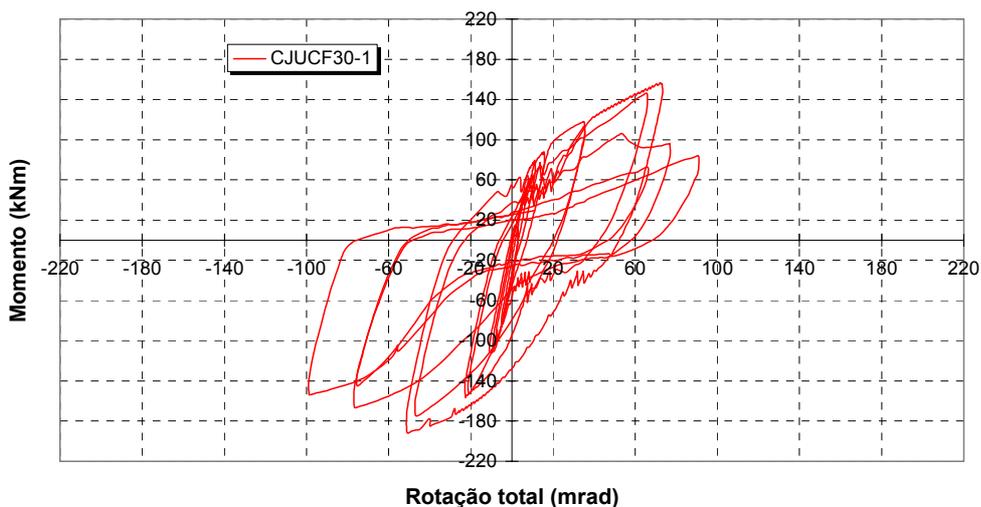


Figura 4.53: Curva histerética momento-rotação total

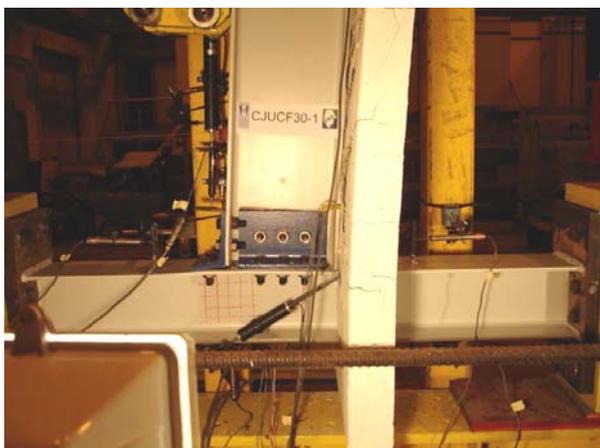


Figura 4.54: Deformação na ligação para deslocamento negativo

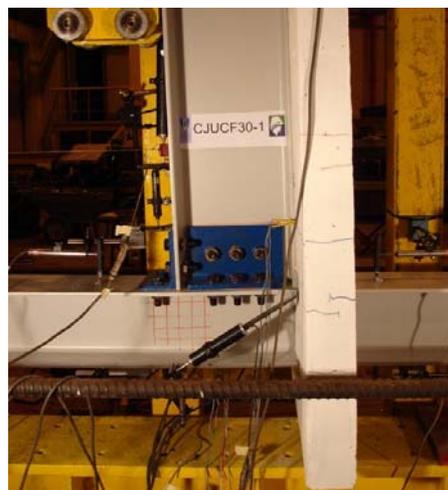


Figura 4.55: Deformação na ligação para deslocamento positivo

## 4.7 Avaliação dos resultados experimentais

### 4.7.1 Ensaios monotônicos

Os colapsos das ligações CJSMF0-1, CJSMF30-1 e CJUMF30-1 foram devido à ruptura da armadura longitudinal da laje. A ruptura da armadura ocorreu sempre na região da laje próximo da mesa do pilar, sendo que a armadura mais externa (armadura 4) iniciou esse processo de colapso, como ilustrado na Figura

4.56. Posteriormente, as armaduras 3 e 2 atingiram a ruptura.

A solda da armadura mais interna da laje (armadura 1) com a mesa do pilar mostrou-se eficiente somente até o momento de aproximadamente 110 kNm, de acordo com os resultados das deformações observados nessa barra (Figura 4.24, Figura 4.30, Figura 4.41 e Figura 4.47). Para momentos superiores a esse valor houve a ruptura da solda e conseqüente aumento da fissura na laje próxima a mesa do pilar (Figura 4.57).

Os resultados mostraram a eficiência do sistema de ancoragem das barras que contornaram o pilar. Para a barra que foi soldada a mesa do pilar, o procedimento foi válido para carregamentos referente ao estado limite de utilização.

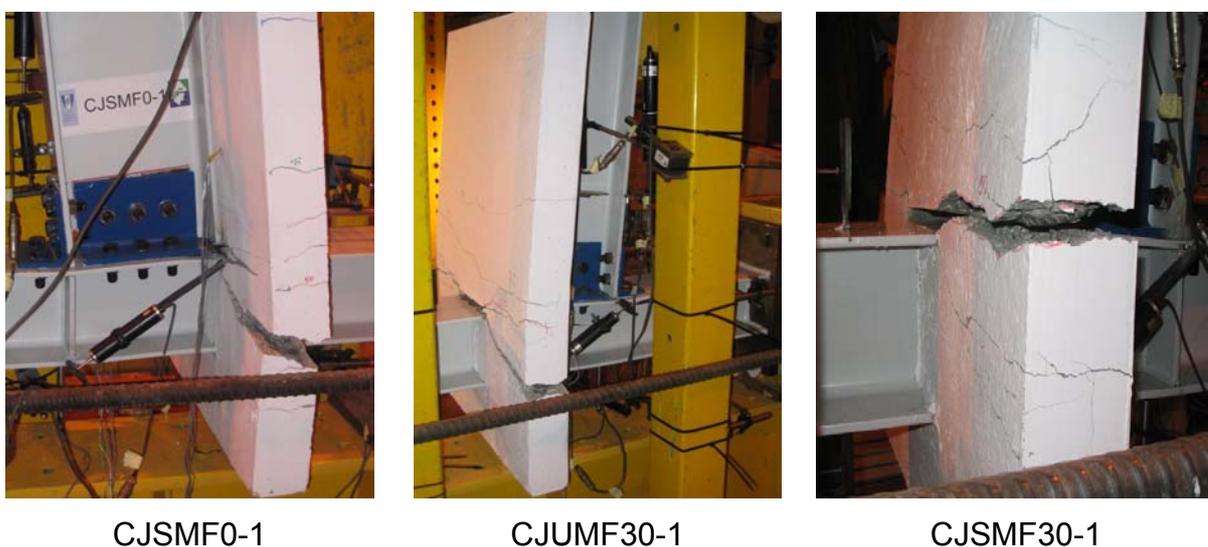


Figura 4.56: Ruptura da armadura longitudinal na laje

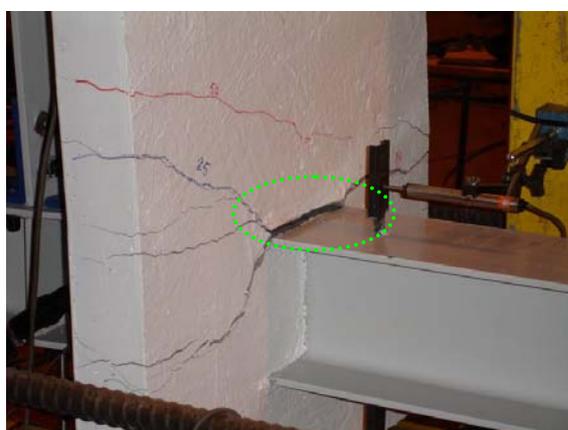
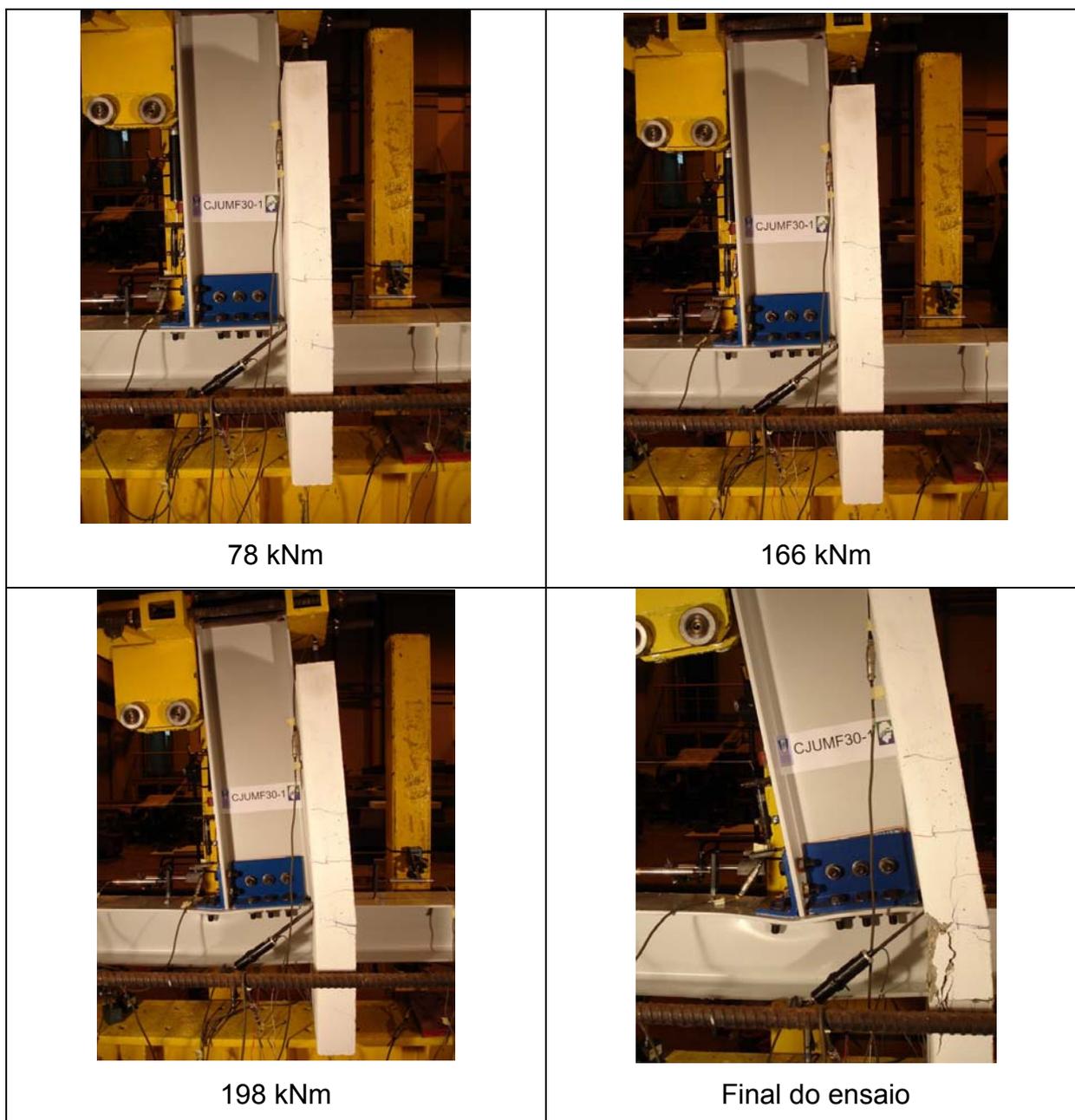


Figura 4.57: Fissura na laje próxima a mesa do pilar

Uma seqüência de fotos mostrando os deslocamentos na ligação ao longo do carregamento é apresentada na Tabela 4.4 para a ligação CJUMF30-1 com ruptura da armadura.

Tabela 4.4: Deslocamentos na ligação CJUMF30-1 ao longo do carregamento



Para as ligações CJUMF0-1 e CJUMF50-1 o colapso foi a ruptura do concreto da laje, apesar das dimensões da laje, taxa de armadura, conexão de cisalhamento e resistência do concreto serem iguais para todos os modelos. A

Figura 4.58 ilustra o colapso dos ensaios.

A alteração do tipo de colapso foi devida ao escorregamento do conector mais próximo da mesa do pilar, impossibilitando uma transferência adequada da força para a armadura. Essas armaduras não atingiram as magnitudes de deformações que levaram a suas rupturas nas ligações CJSMF0-1, CJSMF30-1 e CJUMF30-1.

A Figura 4.59 apresenta o escorregamento do conector no modelo CJUMF0-1 e o não escorregamento do conector no modelo CJUMF30-1, o que ilustra a contribuição do conector nos dois modos de colapso.



CJUMF0-1



CJUMF50-1

Figura 4.58: Ruptura do concreto da laje



CJUMF0-1

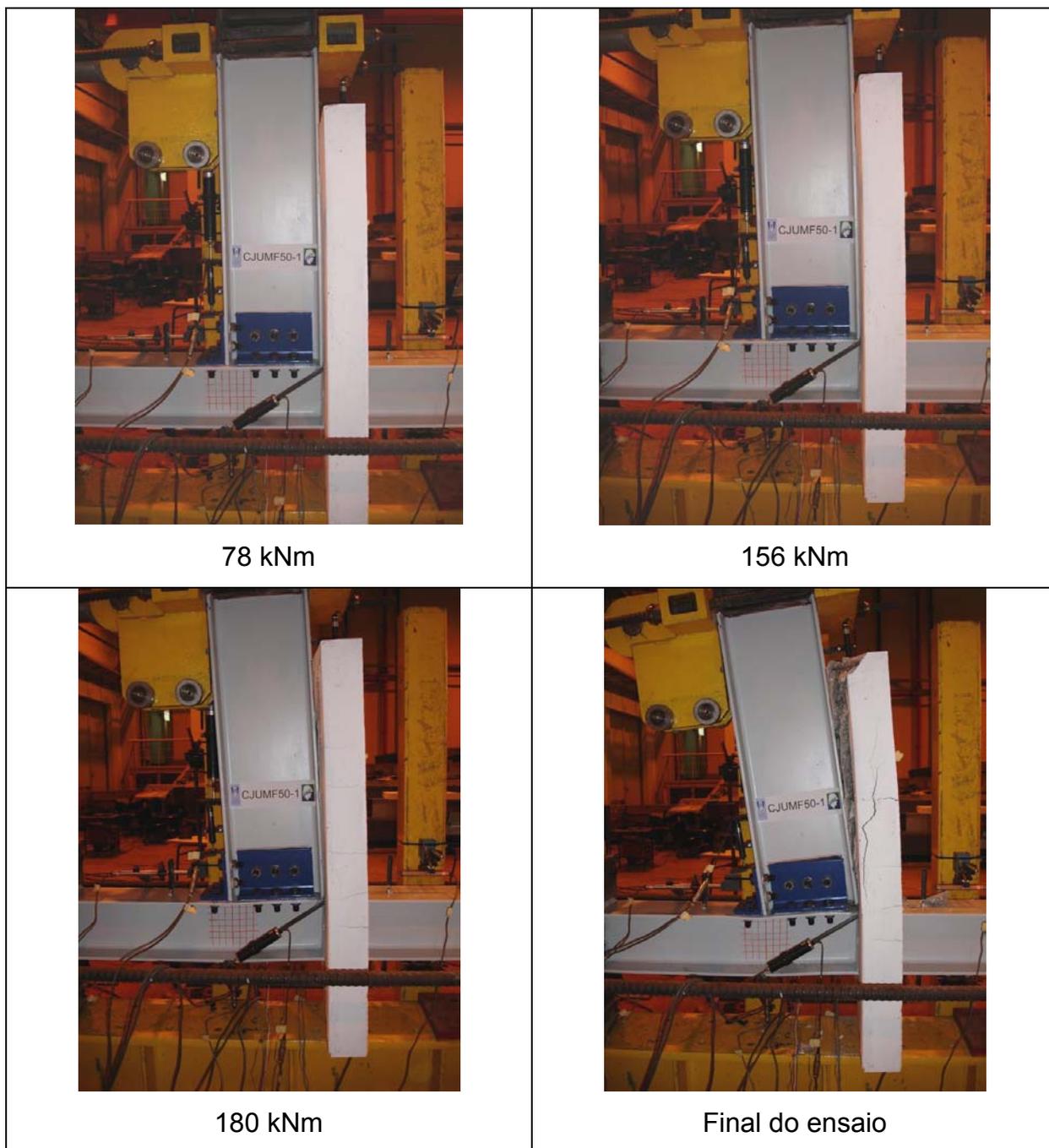


CJUMF30-1

Figura 4.59: Deformação dos conectores de cisalhamento

Uma seqüência de fotos mostrando os deslocamentos na ligação ao longo do carregamento é apresentada na Tabela 4.5, para a ligação CJUMF50-1 com ruptura do concreto.

Tabela 4.5: Deslocamentos na ligação CJUMF50-1 ao longo do carregamento



Como a ligação ensaiada foi em pilar de extremidade, a deformação da alma do pilar contribuiu significativamente para as deformações das ligações, devido às tensões de cisalhamento horizontal.

Essa deformação foi ainda amplificada para as ligações sem enrijecedor de alma, na qual também ocorreu o enrugamento da alma localizado na linha da mesa inferior da viga, como ilustrado na Figura 4.60.

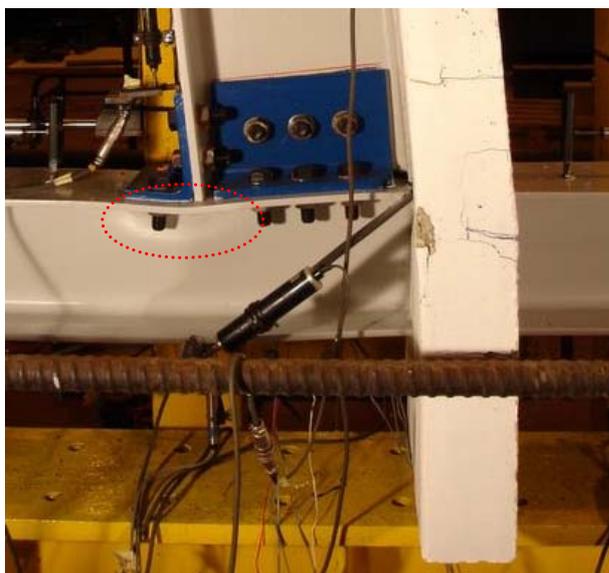


Figura 4.60: Enrugamento da alma do pilar

Em todos os ensaios monotônicos as fissuras na laje basicamente tiveram a mesma configuração, ou seja, iniciaram na região próxima ao pilar e posteriormente se expandiram ao longo da viga. Na borda da laje praticamente não houve aberturas significativas de fissuras.

Para as ligações onde a ruptura foi na armadura não houve a fissura destacada na Figura 4.61, que ilustra a progressão das fissuras na ligação CJUMF0-1 para o momento de 52, 78, 104 e 130 kNm.

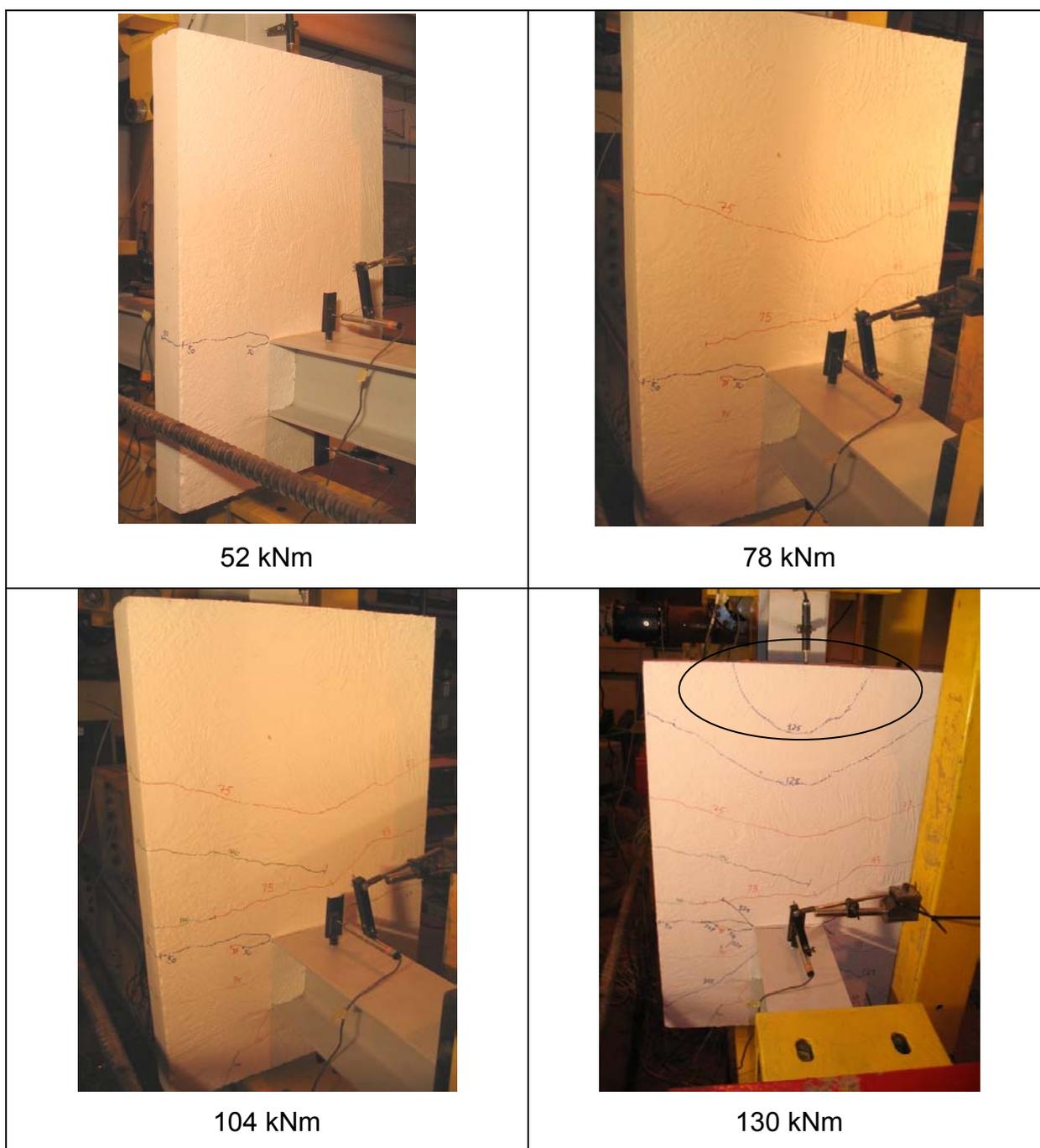


Figura 4.61: Evolução das fissuras ao longo do carregamento na ligação CJUMF0-1

Em todas as ligações ensaiadas os parafusos que conectam a aba da cantoneira de assento com a mesa da viga não apresentaram deformações significativas, mostrando que a resistência ao cisalhamento dos quatro parafusos foi bem maior que a força atuante na linha média da espessura da cantoneira de assento proveniente do momento transferido para o pilar.

Nos parafusos conectados com a mesa do pilar também não ocorreram significativas deformações por tração, indicando que esses parafusos foram pouco solicitados. A Figura 4.62 ilustra dois parafusos da cantoneira de assento que conecta com a mesa da viga e os parafusos conectam a cantoneira de alma com a mesa do pilar.

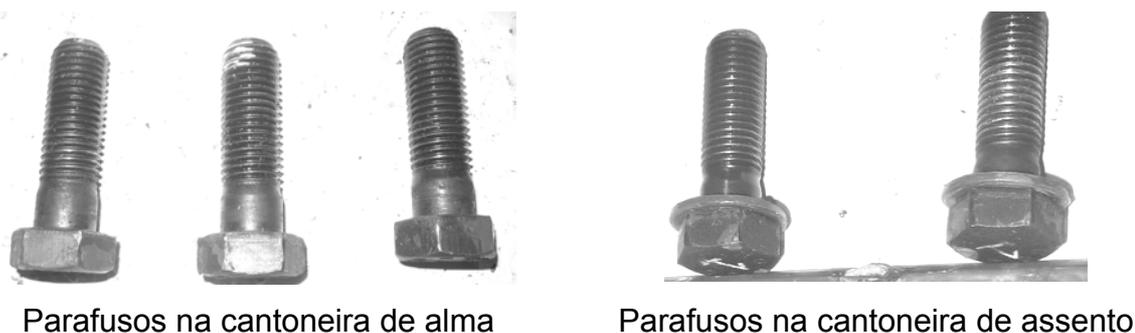


Figura 4.62: Ilustração da deformação nos parafusos

As ligações tiveram três estágios de comportamento bem definidos que foram:

- estágio 1 até o início das fissuras na laje;
- estágio 2 até o início do trecho não linear;
- estágio 3 até a colapso.

O início do trecho não-linear das ligações analisadas foi, em geral, no momento de aproximadamente 90 kNm, como apresentado na Figura 4.63. O trecho não-linear foi influenciado significativamente pelo escoamento da alma do pilar e da armadura.

Após as ligações atingirem o colapso, o momento na ligação, independentemente do tipo de colapso, foi praticamente a mesma para todos os ensaios monotônicos, ou seja, aproximadamente 120 kNm.

Isso ocorreu devido à laje de concreto armado não mais contribuir para a resistência da ligação, sendo, portanto a resistência exclusivamente conferida pelas ligações das cantoneiras de aço.

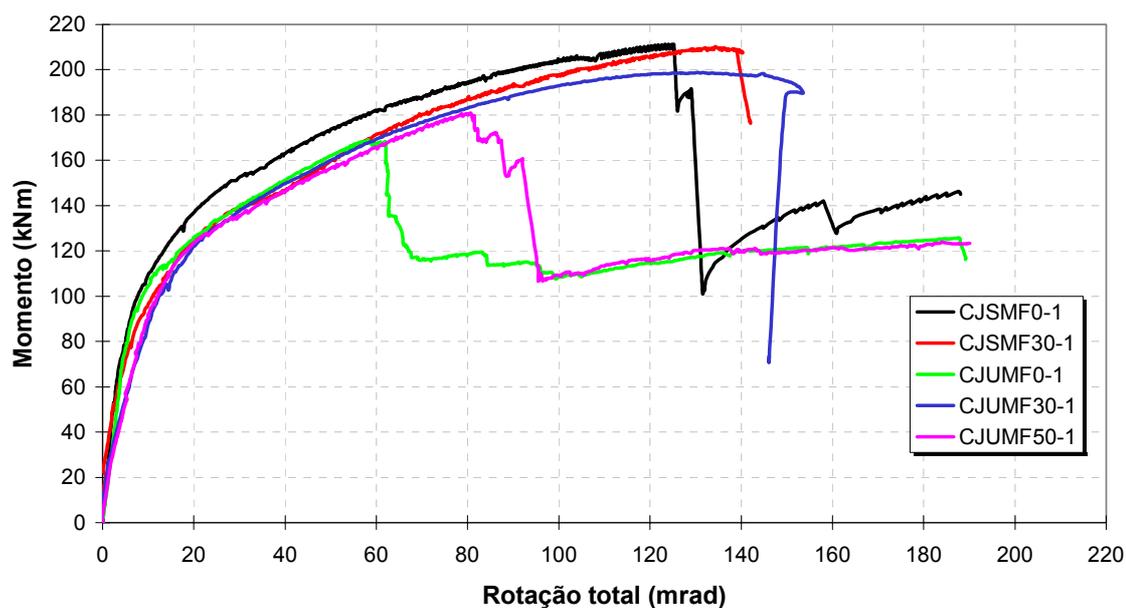


Figura 4.63: Relação momento-rotação total para todos os ensaios monotônicos

Embora as rupturas das ligações CJUMF0-1 e CJUMF50-1 terem ocorrido no concreto da laje, a capacidade rotacional atingida por ambas as ligações foram satisfatórias. Para as outras ligações com colapso devido à ruptura, a ductilidade foi bastante elevada.

Utilizando a Tabela 4.6 onde apresenta-se a rigidez inicial, o momento máximo e a capacidade rotacional de cada ligação são discutidos nos próximos itens as influências do enrijecedor de alma do pilar e da força axial de compressão no pilar. Vale ressaltar que, a rigidez inicial foi tomada para um momento na ligação equivalente a 60 kNm.

Tabela 4.6: Parâmetros principais das ligações ensaiadas

Ligação	Rigidez inicial (kNm/rad)	Momento máximo (kNm)	Capacidade rotacional (mrad)
CJUMF0-1	16682	168	59
CJSMF0-1	20141	209	125
CJSMF30-1	18010	210	134
CJUMF30-1	10215	197	143
CJUMF50-1	9611	178	81

### 4.7.2 Influência do enrijecedor de alma do pilar

As ligações sem enrijecedor e com enrijecedor apresentaram basicamente o mesmo comportamento global, representado pela relação momento-rotação total no gráfico da Figura 4.63.

Analisando a rigidez inicial das quatro ligações por meio da Figura 4.64 e da Tabela 4.6, observa-se que a presença do enrijecedor aumentou a rigidez inicial em 22% nas ligações sem força axial de compressão e em 76% nas ligações com força axial.

Como o painel da alma do pilar está comprimido devido à força longitudinal e à força de cisalhamento horizontal proveniente do momento da viga, a presença do enrijecedor teve uma influência ainda maior na diminuição da magnitude das deformações no painel e, conseqüentemente na ligação.

A diferença do momento máximo e da capacidade rotacional entre as ligações CJUMF30-1 e CJSMF30-1 foram praticamente desprezíveis, indicando que o enrijecedor teve influência somente na rigidez inicial.

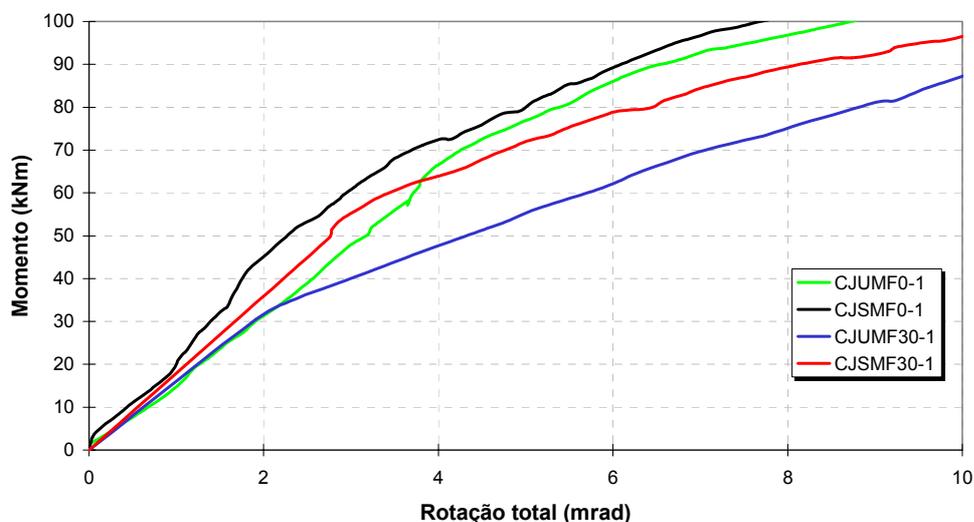


Figura 4.64: Comparação da relação momento-rotação total das ligações com e sem enrijecedor (rotação até 10 mrad)

A deformação baseada no critério de resistência de von Mises no centro da alma para os modelos com e sem enrijecedor é apresentada na Figura 4.65, onde se pode observar que a alma do pilar para o modelo sem enrijecedor

(CJUMF0-1) atingiu primeiro o escoamento.

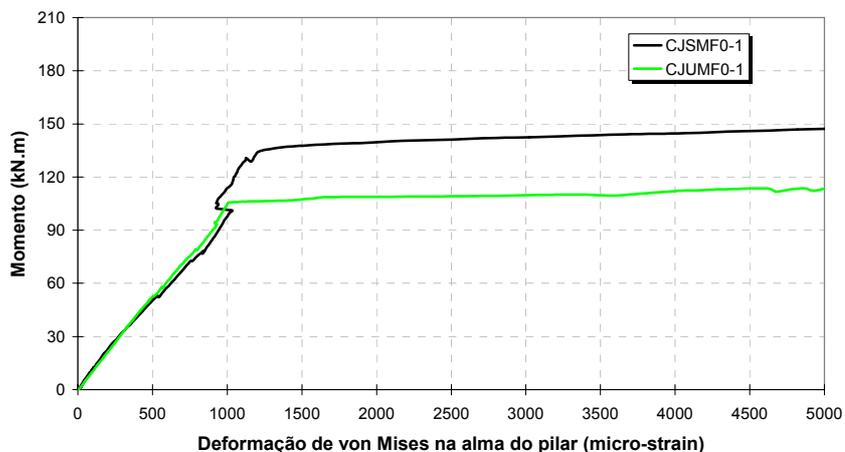


Figura 4.65: Deformação de von Mises para os modelos com e sem enrijecedor

Nas ligações sem enrijecedor a rotação do painel da alma foi maior que nas ligações com enrijecedor, como apresentado na Figura 4.66. Para todos os modelos essas rotações foram bastante significativas uma vez que para ligações com pilar de extremidade todo o momento fletor proveniente da viga é transferido para o painel de alma do pilar.

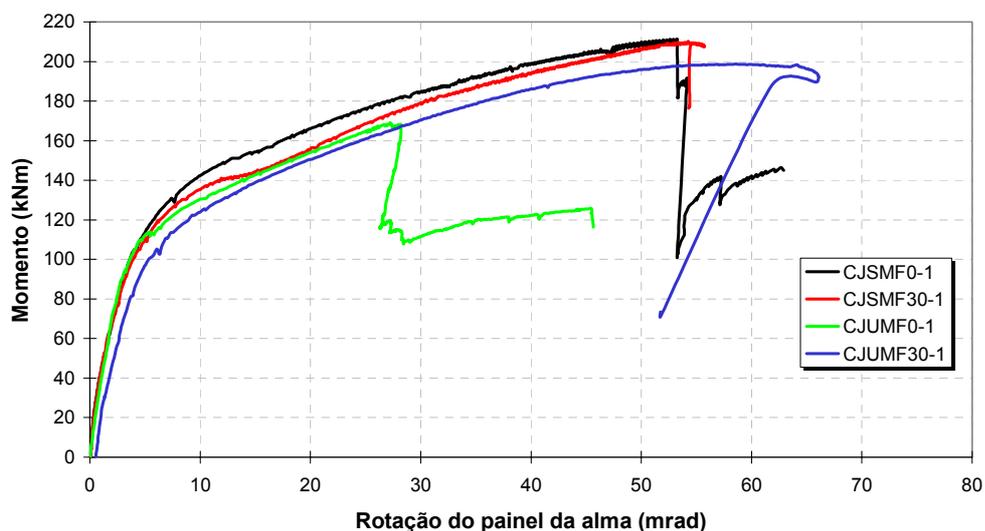


Figura 4.66: Relação momento-rotação do painel da alma para os modelos com e sem enrijecedor

### 4.7.3 Influência da força axial de compressão no pilar

A presença da força de compressão no pilar diminuiu a rigidez inicial das ligações com e sem enrijecedor. A redução dos modelos CJUMF30-1 e CJUMF50-1 para o modelo CJUMF0-1 foi de aproximadamente 39% e 42%, respectivamente, como apresentado na Figura 4.67 e Tabela 4.6. Portanto, o aumento do valor da força axial teve pouca influência na rigidez inicial da ligação.

Para as ligações com enrijecedor a redução foi de 11% (Figura 4.64 e Tabela 4.6), mostrando que a influência da força de compressão no pilar foi muito maior para as ligações sem enrijecedor do que com enrijecedor.

O momento máximo entre as ligações enrijecidas (CJSMF0-1 e CJSMF30-1) e as não enrijecidas (CJUMF0-1 e CJUMF50-1) foram praticamente iguais, indicando que a força de compressão pouco influenciou a resistência da ligação.

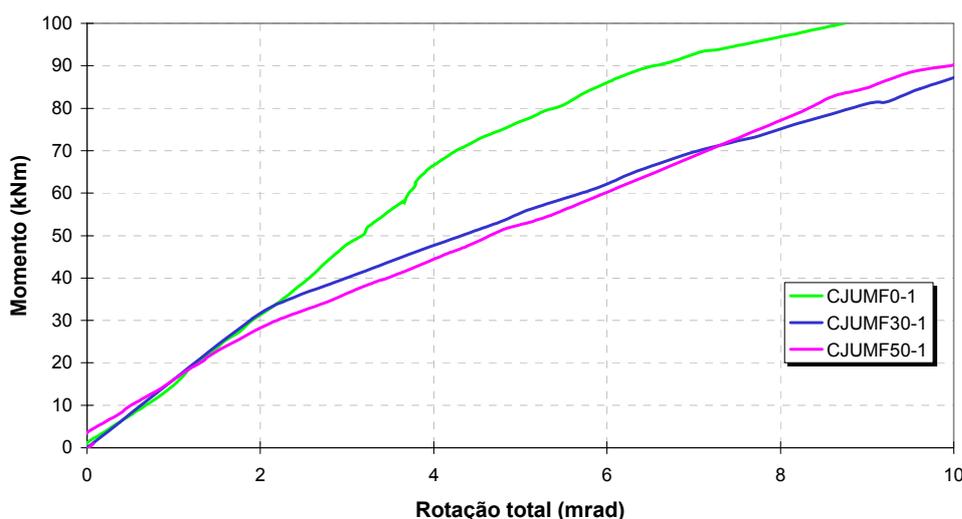


Figura 4.67: Comparação da relação momento-rotação total das ligações para diferentes forças de compressão no pilar (rotação até 10 mrad)

A presença da força axial de compressão no pilar antecipou o escoamento na alma do pilar, contribuindo assim para diminuição da rigidez da ligação. A Figura 4.68 ilustra as deformações de von Mises para as ligações CJUMF0-1 e CJUMF50-1.

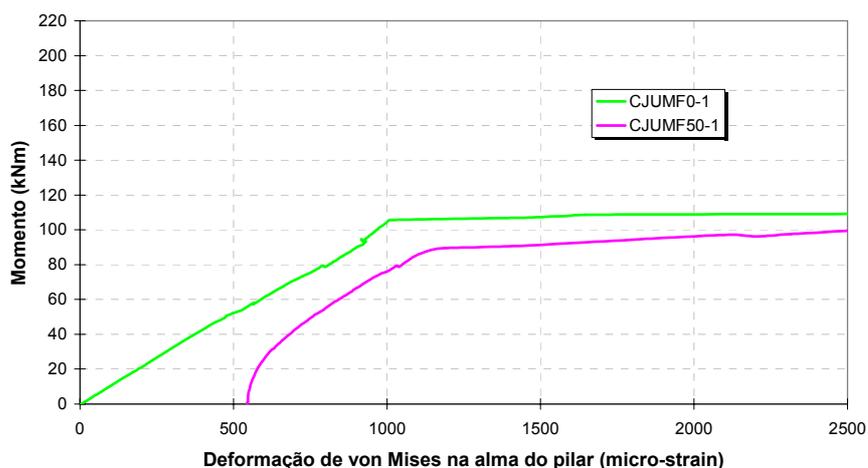


Figura 4.68: Deformação de von Mises para as ligações com e sem força de compressão no pilar

#### 4.7.4 Ensaio cíclico

A degradação da ligação CJUCF30-1 para deslocamentos positivos (momento fletor negativo) foi devido às fissuras da laje de concreto na interface laje-viga. Para deslocamentos negativos (momento fletor positivo), além das fissuras na laje, a degradação foi devida também ao esmagamento por compressão da laje na interface laje-mesa do pilar e à flexão da cantoneira de assento.

No final do ensaio, para o deslocamento negativo de  $100\text{ mm}$  ocorreu a ruptura da cantoneira de assento, como apresentado na Figura 4.69.



Figura 4.69: Detalhe da ruptura da cantoneira de assento

A partir do ensaio cíclico avaliou-se os parâmetros elásticos da ligação para os dois sentidos, como apresentado na Tabela 4.7. A rigidez inicial e resistência da ligação submetida a momento positivo foram maiores do que para o momento negativo.

Tabela 4.7: Parâmetros elásticos da ligação CJUCF30-1

Parâmetros elásticos	$K_y$ (kNm/rad)	$M_y$ (kNm)	$\phi_y$ (mrad)
Deslocamento positivo	5865	91,5	15,60
Deslocamento negativo	10963	116,1	10,59

A Figura 4.70 apresenta a comparação entre o ensaio cíclico (CJUCF30-1), a mesma ligação ensaiada monotonicamente (CJUMF30-1) e as curvas elasto-plásticas perfeitas para os deslocamentos positivos (e+) e negativos (e-) obtidas dos parâmetros elásticos da Tabela 4.7.

Os valores de rigidez e resistência da ligação para deslocamentos positivos (momento fletor negativo) no ensaio cíclico foram menores do que a mesma ligação ensaiada monotonicamente, mostrando a degradação da estrutura provocada pelo carregamento cíclico.

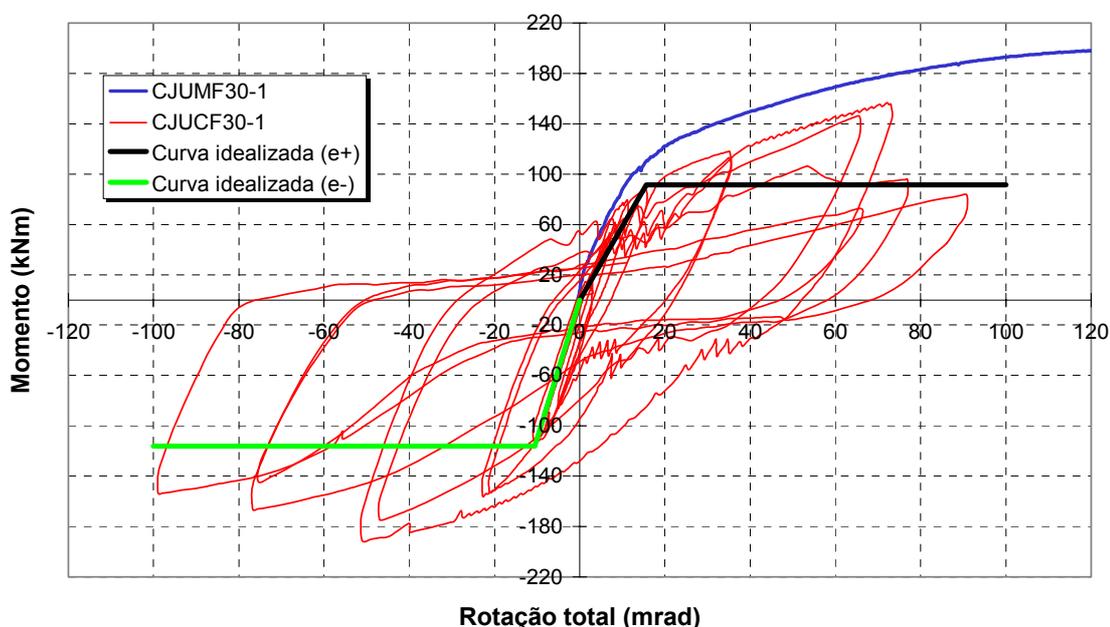


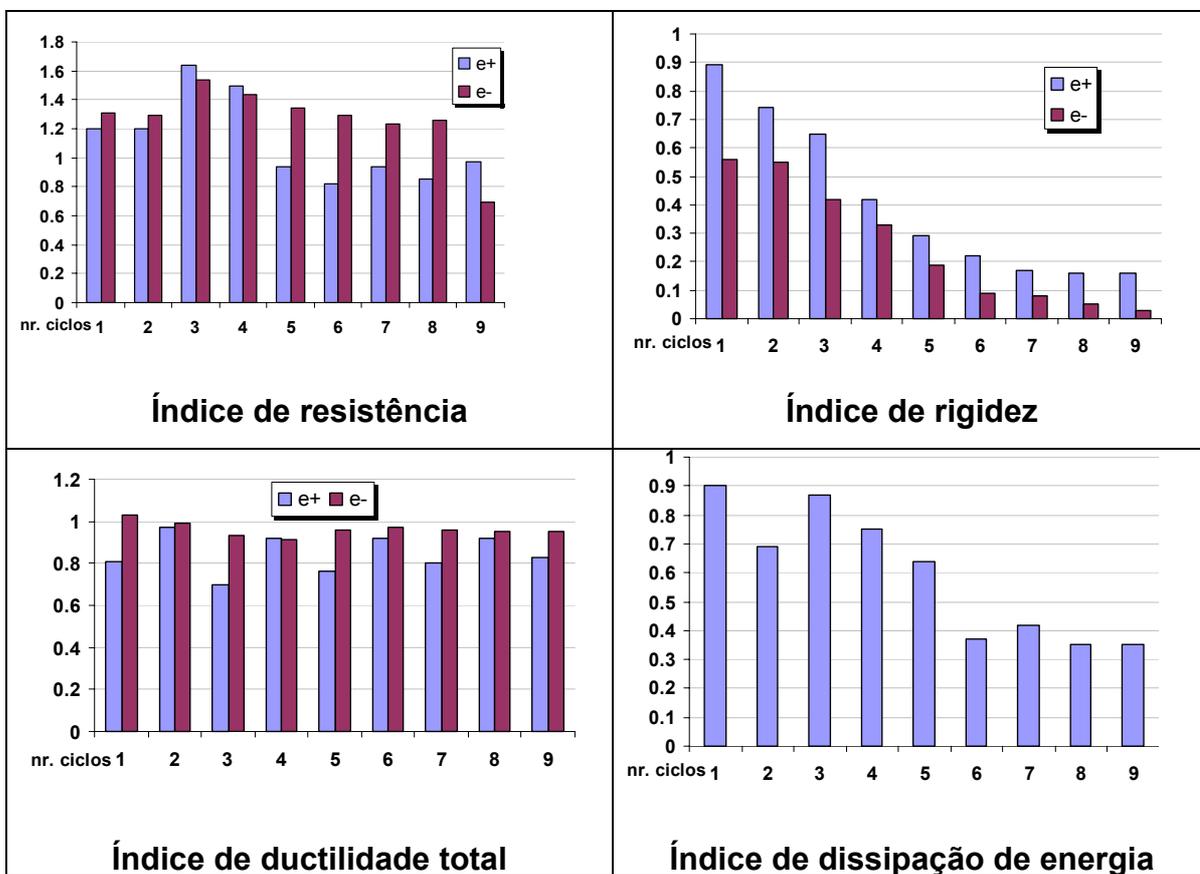
Figura 4.70: Comparação entre o comportamento momento-rotação total para os ensaios cíclico e monotônico

A contribuição da rotação do painel da alma do pilar foi significativa para a rotação total da ligação, porém a sua influência para degradação das propriedades da ligação mista foi mínima uma vez que trata-se de um elemento com bastante ductilidade.

Nos ciclos intermediários e para determinados níveis de força, a ligação apresentou um aumento de deslocamento sem aumento significativo de força. Esses acréscimos de deslocamento foram devidos à ovalização dos furos da cantoneira de alma e as fissuras com aberturas significativas na interface laje-pilar. Esse fenômeno pode ser visto na Figura 4.70, por meio “zig-zags” da curva entre os deslocamento **-10 e 10 mm**.

Alguns parâmetros para quantificar a degradação da ligação, ao longo dos ciclos plásticos, sujeita a uma ação cíclica são apresentados na Tabela 4.8. Esses parâmetros compreendem em índices de resistência, rigidez, ductilidade total e energia dissipada relativa, que foram calculados por expressões de acordo com o ECCS (1986).

Tabela 4.8: Parâmetros do ensaio cíclico ao longo dos ciclos plásticos – CJUCF30-1



O comportamento da ligação submetido a momentos fletores positivo (e-) e negativo (e+) foi diferente, principalmente com relação à degradação da resistência. Para deslocamentos positivos (e+), a degradação da resistência da ligação caiu rapidamente no quinto ciclo plástico. Por outro lado, para deslocamentos negativos (e-), a degradação da resistência mostrou-se praticamente estável até o oitavo ciclo plástico.

A degradação da rigidez nos dois sentidos foi bastante elevada. Para momentos negativos (e+), a rigidez caiu repentinamente em 38% no quarto ciclo plástico. Para momentos positivos (e-), a rigidez foi diminuindo gradativamente até o último ciclo.

A ductilidade total manteve praticamente igual a um para o deslocamento no sentido negativo. Para o sentido positivo, os valores também se encontraram próximos do valor unitário, caracterizando que a ligação teve uma boa capacidade rotacional nos dois sentidos.

O índice de energia dissipada relativa atingiu valores muito baixos a partir do sexto ciclo plástico. De acordo com o critério de colapso baseado na energia dissipada, a ligação atingiu o colapso nesse ciclo, uma vez que obteve um menor que 0,5.

#### **4.8 Comentários sobre os resultados experimentais**

Os resultados experimentais obtidos nos seis modelos apresentados nesse programa experimental foram bastante significativos para os objetivos propostos.

Nos ensaios monotônicos verificou-se a influência do enrijecedor de alma do pilar somente na rigidez inicial da ligação. As diferenças de momento máximo e capacidade rotacional entre as ligações sem enrijecedor e com enrijecedor foram desprezíveis.

Os ensaios de ligação com a aplicação de força axial de compressão no pilar permitiram simular a situação real na prática, originando uma diminuição na rigidez inicial da ligação em relação aos ensaios sem a força axial aplicada.

O ensaio cíclico, importante quanto a estrutura está submetido à ação dinâmica, apresentou resultados significativos quanto à degradação da rigidez, resistência e dissipação de energia.

No capítulo 6 análises adicionais sobre o comportamento das ligações ensaiadas são realizadas por meio dos resultados das análises numéricas. A descrição dos modelos numéricos que possibilitaram as análises encontra-se no próximo capítulo.

# 5 DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS, VIA MEF, DE LIGAÇÕES MISTAS

---

## 5.1 Considerações iniciais

Devido à grande complexidade do comportamento das ligações mistas, a utilização de modelos numéricos em elementos finitos (MEF) torna-se uma grande ferramenta para estudar os fenômenos que influenciam o comportamento da ligação.

Esse capítulo é dedicado à apresentação das concepções adotadas no desenvolvimento do modelo numérico que foi utilizado para o estudo do comportamento das ligações mistas com cantoneiras de alma e assento, como também das ligações mista com chapa de topo (ANEXO A). Discute-se alguns aspectos da modelagem relacionados à definição da geometria, aos tipos de elementos finitos utilizados, à representação das relações constitutivas dos materiais, as condições de contorno e a aplicação do carregamento.

A filosofia utilizada para a concepção do modelo numérico foi adotar procedimentos que possibilitam a análise de qualquer configuração de ligação e carregamento.

Nos modelos de ligações mistas não foi considerado o concreto da laje, no entanto a contribuição da laje para rigidez da ligação foi desempenhada por meio do comportamento da armadura longitudinal.

O modelo numérico foi analisado com o software ANSYS, utilizando-se ainda um software específico para o pré-processamento, denominado de TRUEGRID, que possibilitou ganhos significativos de produtividade na fase de construção da malha de elementos finitos.

## 5.2 Critérios gerais adotados no modelo numérico

A representatividade da modelagem numérica depende de vários critérios, dos quais os mais representativos foram a definição dos elementos finitos e a escolha dos modelos de não-linearidade dos materiais com as respectivas descrições da relação tensão-deformação. A seguir, apresenta-se a seqüência de procedimentos que foram rigorosamente seguidos para a simulação numérica.

- Definição da geometria do modelo;
- Escolha do tipo de elemento finito para cada elemento do modelo, como por exemplo, viga de aço, pilar, parafuso, armadura longitudinal, cantoneiras, chapa de topo;
- Construção da malha de elementos finitos por meio do programa TRUEGRID;
- Definição dos modelos de não-linearidades dos materiais;
- Aplicação das condições de contorno;
- Aplicação da protensão dos parafusos;
- Aplicação da força axial de compressão no pilar;
- Aplicação do carregamento na extremidade da viga.

Após a definição da geometria do modelo da ligação e a escolha do elemento finito para a viga, pilar e os diversos elementos que realizam a ligação, o processo de simulação numérica foi iniciado por uma fase denominada de pré-processamento, na qual construiu-se a geometria dos modelos, a discretização, as condições de contorno e os carregamentos.

Utilizou-se um programa específico para o pré-processamento, denominado de TRUEGRID, que juntamente com o programa ANSYS permitiu a construção rápida das malhas por meio de arquivos parametrizados. A partir desses arquivos o modelo foi processado pelo ANSYS. Essa metodologia de pré-processamento permitiu alterações em poucos minutos na geometria e carregamento do modelo.

Um outro aspecto considerado na análise numérica foi à inclusão da não-linearidade geométrica. Segundo MAGGI (2004), a inclusão da consideração de grandes deslocamentos não modifica significativamente os resultados numéricos, principalmente com relação ao comportamento global das ligações.

No entanto, a consideração de grandes deslocamentos apresentou maior representatividade na convergência da solução numérica para a determinação dos estados limites últimos das ligações, podendo gerar instabilidades localizadas.

### 5.3 Elementos finitos adotados

#### 5.3.1 Elemento SOLID 45

O elemento sólido estrutural tridimensional SOLID 45 (Figura 5.1) foi utilizado objetivando simular o comportamento da viga de aço, do pilar, da chapa de topo, das cantoneiras e dos parafusos.

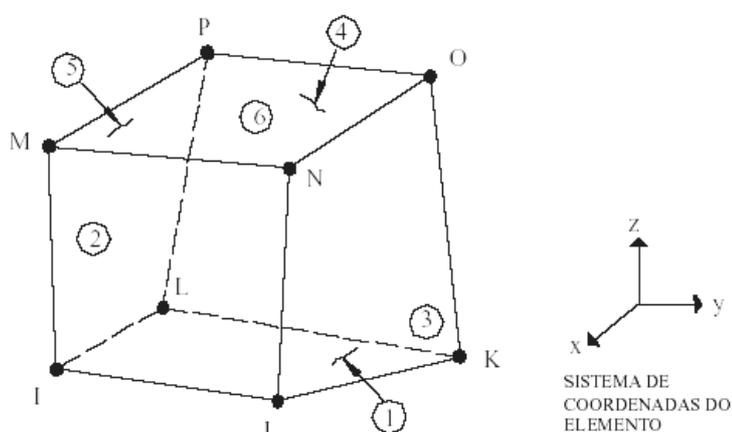


Figura 5.1: Elemento finito tipo SOLID 45

O SOLID 45 possui oito nós, sendo cada nó com três graus de liberdade, referentes às translações segundo  $x$ ,  $y$  e  $z$ . O SOLID 45 também permite considerar a plasticidade e a ortotropia do material, utilizando formulações de integração total com oito pontos de integração (pontos de Gauss).

Esse elemento pode apresentar uma resposta numérica desfavorável para esforços de flexão, devido a um efeito numérico denominado de “shear locking”, que provoca o aumento de rigidez do elemento finito. Esse efeito pode ser minimizado pela utilização de elementos com funções de interpolação quadráticas, que provocaria um aumento significativo do número de nós por elemento.

No entanto, MAGGI (2004) indica que, para problemas de plasticidade, é necessário que os elementos finitos permitam descontinuidades no campo dos deslocamentos devido ao desenvolvimento de linhas de plastificação. Neste caso, elementos com interpolação linear apresentam melhores resultados quando comparados a elementos de ordem mais alta.

Para minimizar o efeito “shear locking” utilizando elementos finitos lineares considerou-se os modos incompatíveis de deslocamento, possibilitando graus de liberdade adicionais, e fictícios, que utilizam campos mistos de deslocamento de maneira a minimizar o aumento natural de rigidez do elemento hexaédrico.

### **5.3.2 Elemento BEAM 23**

O elemento finito BEAM 23 (Figura 5.2) foi utilizado para simular o comportamento das armaduras longitudinais. Esse elemento é uniaxial com capacidade de flexão, tração e compressão, sendo composto por dois nós com três graus de liberdade por nó, translações nas direções  $x$  e  $y$  e rotação sobre o eixo  $z$ .

Por meio do elemento BEAM 23 pode-se considerar a plasticidade do material, contudo somente é admitido a sua propriedade isotrópica.

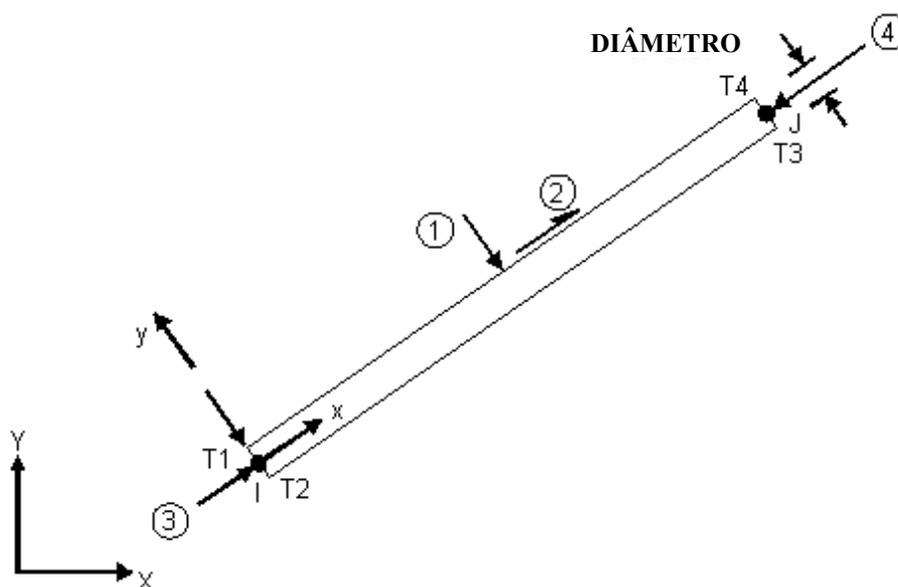


Figura 5.2: Elemento do tipo BEAM 23

### 5.3.3 Elementos BEAM 4 e COMBIN 39

O elemento do tipo BEAM 4 foi utilizado para a simulação do comportamento dos conectores de cisalhamento. Possui seis graus de liberdade em cada nó, ou seja, translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotações sobre os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Esse elemento é uniaxial com capacidade de flexão, torção, tração e compressão, porém não considera a plasticidade do material.

Para simulação do deslizamento entre o conector de cisalhamento e a armadura longitudinal foi utilizado o elemento de mola COMBIN 39 com apenas um grau de liberdade, deslocamento em  $X$  (eixo longitudinal da viga).

A relação força-deslocamento utilizada no elemento COMBIN 39 foi o comportamento força-deslizamento do conector obtido nos ensaios "Push-out". Nas ligações mistas com cantoneiras de alma e assento foi utilizado o conector tipo cantoneira (80x40x8 mm), na qual a relação força-deslizamento é apresentada na Figura 5.3.

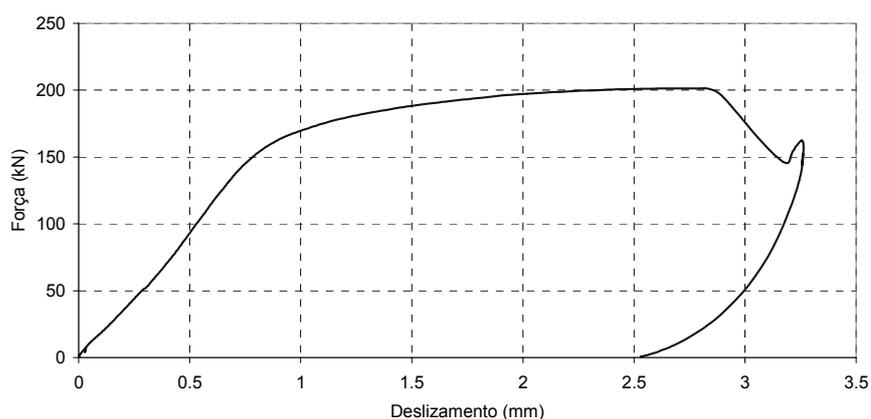


Figura 5.3: Força-deslizamento para conector cantoneira 80x40x8 mm

#### 5.3.4 Elemento de contato TARGE 170 e CONTAC 173

As ligações estudadas apresentam inúmeras descontinuidades geométricas. Nesse caso, para que a simulação numérica seja representativa deve-se considerar essas descontinuidades geométricas por meio de elementos de contato.

O contato foi definido pelos elementos TARGE 170 e CONTAC 173, os quais possuem três graus de liberdade em cada nó, com translações segundo x, y e z. Ambos trabalham associados para dar origem a uma ferramenta numérica denominada par de contato, como ilustrado na Figura 5.4.

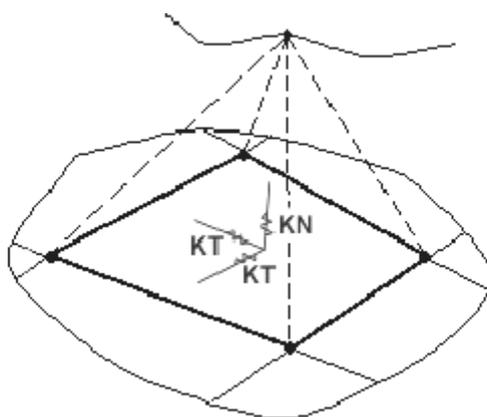


Figura 5.4: Representação de um par de contato (manual do ANSYS)

Ambos os elementos representam o modelo de contato definido pelo ANSYS como superfície-superfície, bem como possuem propriedades físicas idênticas e são utilizados para o caso tridimensional.

O elemento TARGE 170 é definido para a superfície alvo e o elemento CONTAC 173 para a superfície de contato. Essas duas superfícies precisam ser estabelecidas pelo usuário, em que a superfície alvo será aquela mais rígida e a superfície de contato a mais deformável, não levando em consideração, neste caso, o tipo de material.

Esse elemento de contato trabalha apenas quando a superfície de contato penetra na superfície alvo, ou seja, quando ocorre transferência de tensões de compressão no contato. Por outro lado, nenhuma força de tração é transferida quando ocorre separação entre as superfícies.

A rigidez entre as duas superfícies (alvo e contato) é dada por meio da rigidez de contato normal (FKN) e da rigidez de contato tangencial (FKT), que é proporcional à rigidez normal e ao coeficiente de atrito.

É necessário prever a tolerância de penetração entre as duas superfícies, denominado de FTOLN. Essa tolerância juntamente com o FKN tem grande influência na convergência durante o processamento. O FKN pode variar dependendo do tamanho do elemento finito, ou seja, modelos com malha em elementos finitos mais refinados podem ter FKN diferente de modelos menos refinados.

Apresenta-se na Tabela 5.1, de acordo com o tipo de configuração de ligação, as interfaces em que são consideradas pares de contato. Nas ligações com cantoneiras de alma e assento, exceto o par de contato que relaciona a mesa do pilar com a viga, todos outros são para cada cantoneira.

Tabela 5.1: Pares de contato para as ligações com chapa de topo e com cantoneiras

Pares de contato		
Tipo de ligação	Superfície alvo	Superfície de contato
Ligação com chapa de topo	Mesa do pilar	Chapa de topo
	Chapa de topo	Cabeça do parafuso
	Chapa de topo	Porca do parafuso
	Furos da chapa de topo e mesa do pilar	Fuste do parafuso
Ligação com cantoneiras de alma e assento	Mesa do pilar	Face da viga em contato com o pilar
	Mesa da viga	Aba da cantoneira
	Aba da cantoneira	Cabeça do parafuso
	Mesa da viga	Porca do parafuso
	Furos da mesa da viga e aba da cantoneira	Fuste do parafuso
	Mesa do pilar	Aba da cantoneira
	Mesa do pilar	Porca do parafuso
	Furos da mesa do pilar e aba da cantoneira	Fuste do parafuso

#### 5.4 Definição da geometria e malha de elementos finitos

Dois tipos de ligações foram analisados nesse trabalho: ligações com cantoneiras de alma e assento em pilar de extremidade e ligações com chapa de topo em pilar interno com momentos balanceados.

Para todas as situações de pilar foram adotadas simetrias em relação ao plano médio da alma da viga, modelando assim metade da ligação, com o objetivo de diminuir o número de nós e elementos finitos para um processamento mais rápido. Ainda, nas ligações em pilar interno, foram adotadas simetrias em relação ao plano médio da alma do pilar. A Figura 5.5 ilustra as duas simetrias.

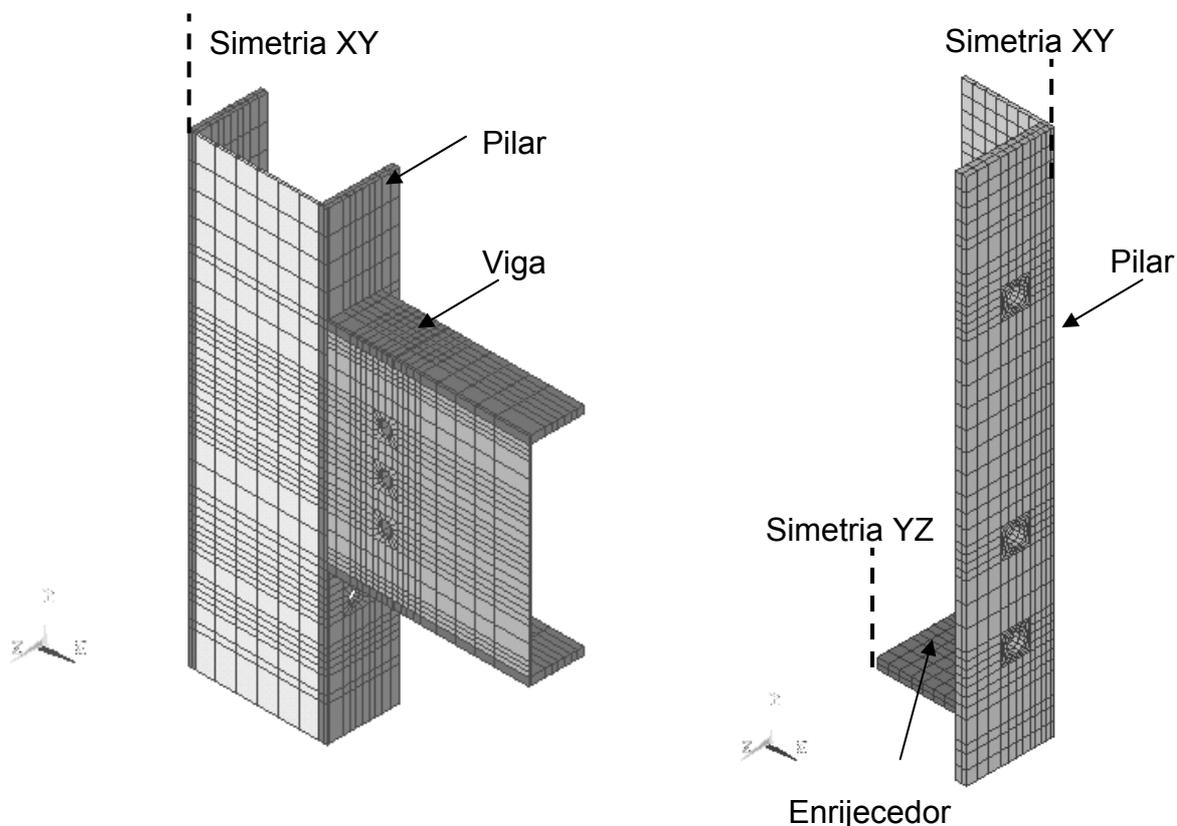


Figura 5.5: Ilustração das simetrias adotadas nos modelos

Indiferentemente do tipo de ligação mista (cantoneiras de ama e assento ou chapa de topo), foram realizadas os seguintes procedimentos descritos abaixo:

- Os nós entre o enrijecedor de alma do pilar e o pilar foram acoplados nas três direções;
- Em cada seção da viga onde existe conector de cisalhamento foram considerados acoplamentos nas direções globais Y e Z entre o nó final do elemento do conector, os nós da mola e da armadura. O deslizamento na direção global X entre o nó final do elemento do conector e os nós da armadura, na mesma seção de viga, foi conferido pela mola. A Figura 5.6 ilustra os acoplamentos entre conector de cisalhamento e barras de armadura;

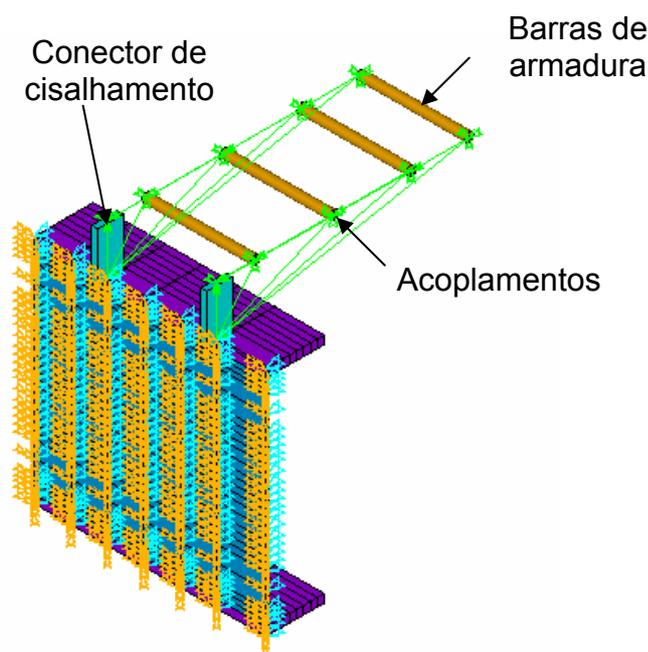


Figura 5.6: Ilustração dos acoplamentos entre conector e barras de armadura

- Até o primeiro conector de cisalhamento a discretização da viga ao longo da direção global X é mais refinada, uma vez que essa região ainda é considerada como pertencente ao nó da ligação (zona nodal), podendo existir problemas de plastificação e flambagem na região comprimida da ligação mista. As regiões dos furos também são modeladas com um número maior de elementos devido à grande concentração de tensões;
- O mesmo grau de refinamento na malha de elementos finitos mencionado acima também foi realizado na região do painel da alma do pilar;
- Em todos os furos foram consideradas as folgas entre a chapa e parafuso;
- A discretização do parafuso foi considerada como um corpo único, ou seja, os nós do fuste foram acoplados aos nós da porca e da cabeça. O fuste do parafuso foi modelado com o seu diâmetro nominal e comprimento igual às espessuras das chapas que estavam conectadas. A discretização do parafuso é ilustrada na Figura 5.7;
- Essa modelagem do parafuso juntamente com o modelo constitutivo adotado proporcionou um comportamento satisfatório quanto à capacidade resistente e

deformabilidade.

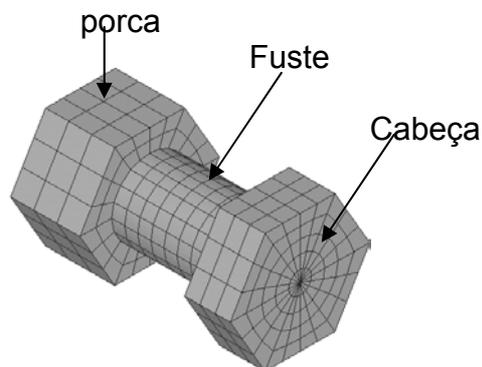


Figura 5.7: Geometria e discretização do parafuso

Nas ligações com cantoneiras de alma e assento, o modelo numérico teve um número significativo de nós e elementos finitos devido a grande quantidade de parafusos na ligação.

Os raios de curvatura das cantoneiras foram modelados, uma vez que zonas de plastificação podem surgir nessa região influenciando o comportamento da ligação.

As espessuras das cantoneiras e da mesa do pilar foram discretizadas em duas camadas de elementos finitos para que o comportamento a flexão da chapa seja representativo e os efeitos de “shear locking” sejam minimizados.

Uma visão geral do modelo numérico da ligação com cantoneiras de alma e assento é apresentado na Figura 5.8,

Para as ligações com chapa de topo, os nós da viga foram acoplados com a da chapa de topo nas direções globais X, Y e Z, não sendo portanto modelado o cordão de solda entre a chapa de topo e a viga. Essa particularidade foi avaliada por MAGGI (2004), mostrando que para as ligações com chapa de topo à consideração da solda não é significativa no comportamento da ligação.

A espessura da chapa de topo foi discretizada em 3 camadas de elementos finitos para que o comportamento a flexão oblíqua da chapa de topo seja representativo e os efeitos de “shear locking” sejam minimizados. Os detalhes dos

elementos da ligação e uma visão geral do modelo para as ligações com chapa de topo é ilustrado na Figura 5.9 e Figura 5.10, respectivamente.

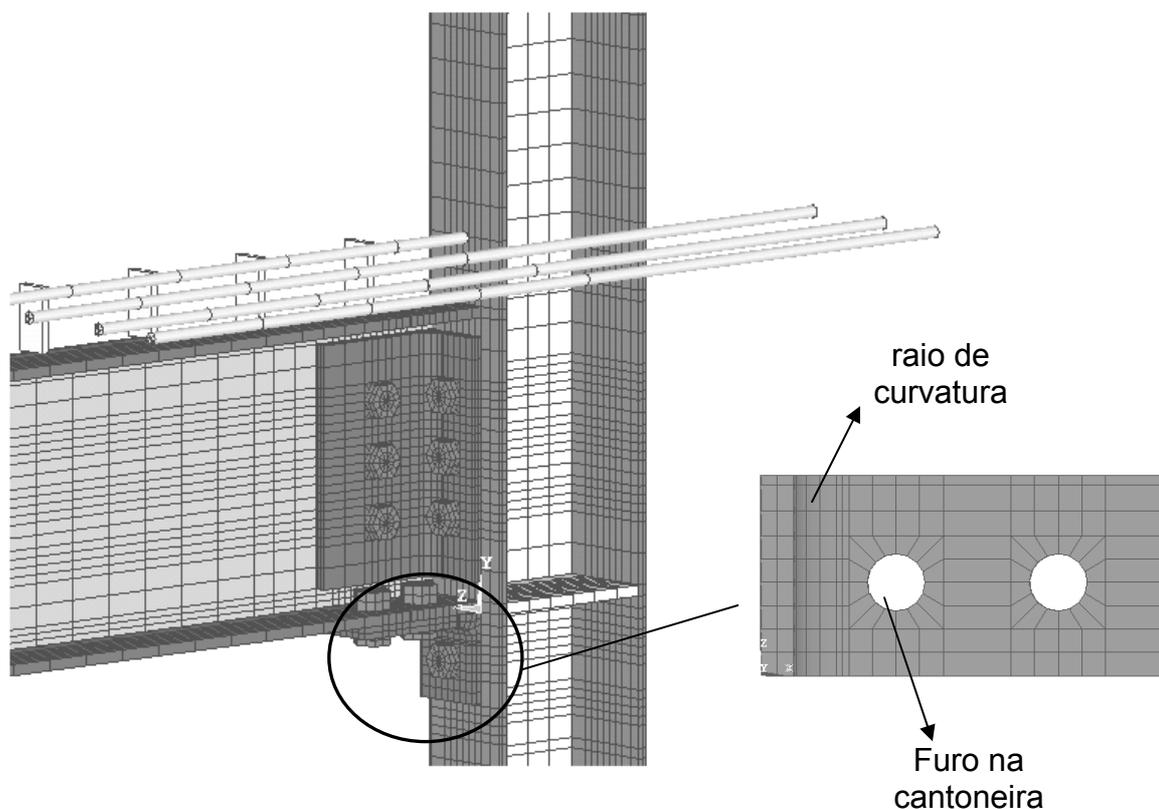


Figura 5.8: Visão geral do modelo para ligações mistas com cantoneiras de alma e assento

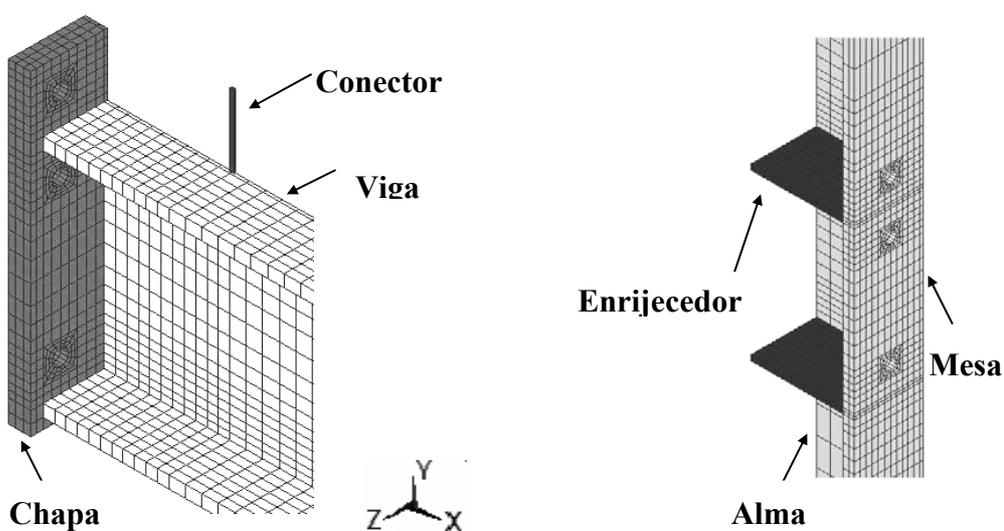


Figura 5.9: Discretização da viga, chapa de topo, pilar e conector de cisalhamento para as ligações com chapa de topo

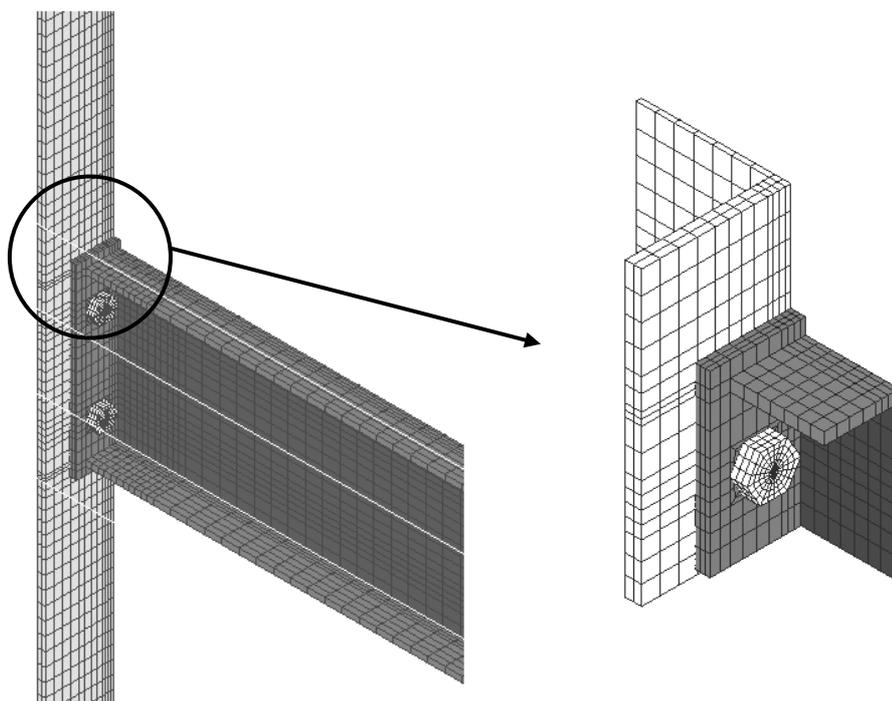


Figura 5.10: Visão geral do modelo para as ligações com chapa de topo

### 5.5 Modelos constitutivos para os materiais

A rigidez inicial das ligações mistas estudadas depende das características elásticas dos materiais, das características geométricas, da protensão dos parafusos e do tipo do carregamento. Por outro lado, o desenvolvimento de deformações plásticas e a redistribuição de tensões, assim como a caracterização do colapso, dependem somente dos modelos constitutivos utilizados na simulação da plasticidade dos materiais.

Como a rigidez inicial e a caracterização dos estados limites últimos são fatores que se deseja simular, é de fundamental importância utilizar relações constitutivas que tenham a capacidade de representar adequadamente o comportamento plástico dos materiais.

Diagramas multilíneares da relação tensão-deformação foram adotados para simular as diversas etapas da plastificação do aço incluindo patamares de escoamento, os efeitos de encruamento e os limites de deformação e de tensão

para caracterizar a ruptura.

O “software” ANSYS permite a utilização de diversos tipos de modelos constitutivos multilíneares, dentre os quais adotou-se um modelo com encruamento isotrópico, capaz de reproduzir a plasticidade do aço utilizando as tensões equivalentes de von Mises como critério de plastificação.

MAGGI (2004) propõe relações para as curvas tensão-deformação para os aços das chapas (viga, pilar, chapa de topo e cantoneiras) e dos parafusos, apresentadas nas Figura 5.11 e Figura 5.12, respectivamente.

Para o aço da armadura (Figura 5.13) também é considerado um comportamento multilinear com deformação máxima igual a  $\varepsilon_{smu}$  (Figura 3.23). O modelo constitutivo da armadura considera o comportamento da armadura envolvida pelo concreto desde a primeira fissura do concreto até a ruptura do aço da armadura. Esse modelo é baseado no efeito denominado de “Tension Stiffening”, em que a contribuição do concreto pode ser considerada para aumentar a rigidez da armadura.

Os diagramas foram propostos com base em caracterizações experimentais dos materiais realizados no Laboratório do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos-USP.

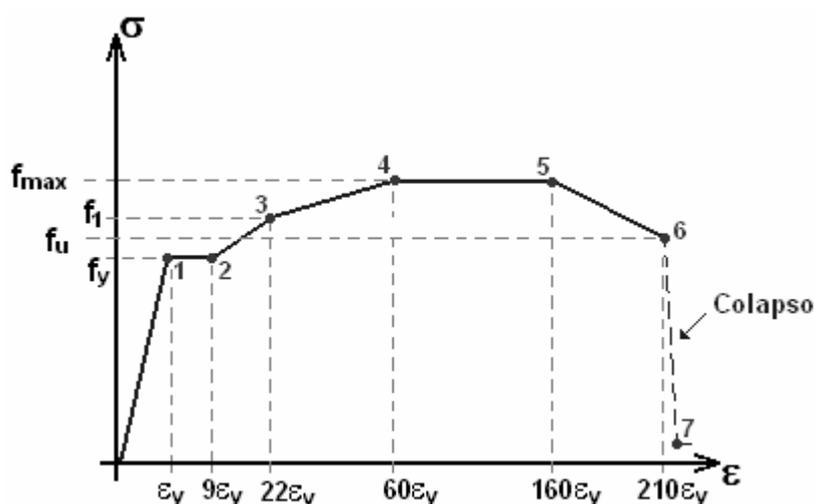


Figura 5.11: Diagrama multilinear para o aço das chapas - MAGGI (2004)

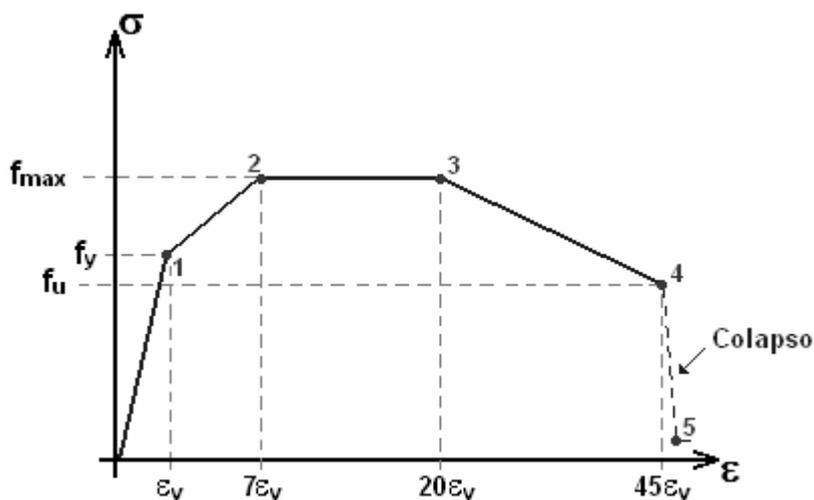


Figura 5.12: Diagrama multilinear para o aço dos parafusos - MAGGI (2004)

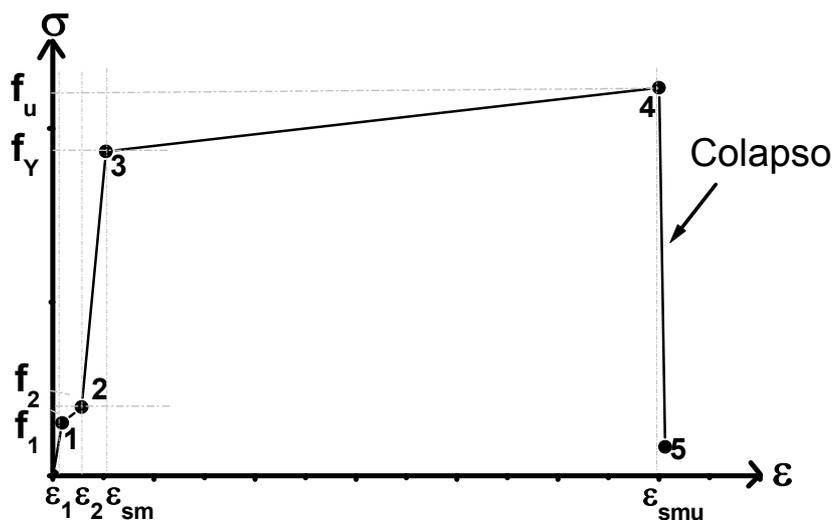


Figura 5.13: Diagrama multilinear para o aço das armaduras

Observa-se nos diagramas que após a tensão de  $f_r$  para os aços das chapas e dos parafusos e  $f_u$  para o aço da armadura, existe um trecho descendente para caracterizar a ruptura do material, em que o último ponto é obtido por uma deformação igual a 1% a mais que a deformação última e tensão igual 0,1. Esse trecho provoca uma falta de convergência na solução numérica caracterizando a ruptura do material. A

Tabela 5.2 apresenta os valores dos pontos destacados nos diagramas para cada material.

Tabela 5.2: Definição dos pontos nos diagramas

Ponto		Chapas	Parafuso	Armadura
1	$\sigma$	$f_y$	$f_y$	$\frac{A_c}{A_s} f_{ctm} (1 + \alpha \rho)$
	$\varepsilon$	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_y$	$\frac{f_{ctm}}{E_c}$
2	$\sigma$	$f_y$	$f_y + 0,25(f_u - f_y)$	$1,3 f_1$
	$\varepsilon$	$9 \varepsilon_y$	$7 \varepsilon_y$	$\frac{f_{ctm}(0,6 + \alpha \rho)}{E_s \rho}$
3	$\sigma$	$f_y + 0,5(f_u - f_y)$	$f_y + 0,25(f_u - f_y)$	$f_y$
	$\varepsilon$	$22 \varepsilon_y$	$\varepsilon_y$	$\frac{f_y}{E_s} - \frac{0,4f_{ctm}}{\rho E_s}$
4	$\sigma$	$f_u$	$f_y - 0,15(f_u - f_y)$	$f_u$
	$\varepsilon$	$60 \varepsilon_y$	$45 \varepsilon_y$	$\varepsilon_{smu}$
5	$\sigma$	$f_u$	0,1	0,1
	$\varepsilon$	$160 \varepsilon_y$	$1,01(45 \varepsilon_y)$	$1,01 (\varepsilon_{smu})$
6	$\sigma$	$f_y + 0,2(f_u - f_y)$		
	$\varepsilon$	$210 \varepsilon_y$		
7	$\sigma$	0,1		
	$\varepsilon$	$1,01(210 \varepsilon_y)$		

1)  $A_c$  corresponde à área da capa de concreto considerando a armadura;

2)  $\alpha$  é a relação entre os módulos de elasticidade do aço ( $E_s$ ) e do concreto ( $E_c$ );

3)  $f_{ctm}$  é a resistência à tração média do concreto;

4)  $\rho$  é a relação entre as áreas de aço e concreto:  $\rho = \frac{A_s}{A_c - A_s}$ .

Para utilização desses diagramas nos modelos, MAGGI (2004) propõe a

correção das tensões e deformações por meio da eq (67) e eq (68). Essa correção é feita devido aos valores de tensão e deformação serem tomados com referência à área inicial, desconsiderando-se a estricção da seção transversal na região de ruptura.

$$e = \ln(1 + \varepsilon) \quad (67)$$

$$s = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (68)$$

Onde:

$e$  é a deformação corrigida;

$s$  é a tensão corrigida;

$\sigma$  é a tensão convencional;

$\varepsilon$  é a deformação convencional.

## 5.6 Condições de contorno e carregamento

As condições de contorno representam as simetrias e restrições impostas à simulação numérica da ligação. Para modelos que representam ligações com pilar interno, a simulação da simetria com relação ao plano médio da alma da viga foi representada por meio da restrição na direção global Z. Além disso, para simular a simetria com relação ao plano médio da alma do pilar foi restringida a direção global X na alma do pilar ao longo de sua altura.

Por outro lado, para os modelos de ligações com pilar de extremidade, repetiu-se somente a restrição na direção global Z para representar a simetria da ligação com relação ao plano médio da alma da viga.

As extremidades das barras de armadura foram restringidas nas três direções globais (X, Y e Z), representando assim a ancoragem da barra no modelo real.

As faces superior e inferior do pilar foram também restringidas nas três direções globais, reproduzindo assim o sistema de ensaio.

O carregamento no modelo foi aplicado em três etapas descritas abaixo:

### **1. Etapa 1: protensão inicial nos parafusos**

Os parafusos foram protendidos por meio de imposição de variações negativas de temperatura nos fustes dos parafusos. Devido à restrição imposta pelo contato entre a cabeça e rosca do parafuso com a chapa surgem tensões de tração que se desenvolvem ao longo do fuste à medida que este se retrai. Portanto, pressões de contato aparecem entre as chapas conectadas pelo parafuso, simulando assim os efeitos da protensão inicial.

Como característica do material dos parafusos, foi adotado um coeficiente de dilatação térmico fictício de  $10^{-5}$ .

A NBR 8800 (1986) estabelece uma força de protensão mínima determinada pela eq (69), cujo valor é igual a 70% da resistência característica a tração do parafuso.

$$T_b = 0,49A_b f_{ub} \quad (69)$$

Onde:

$A_b$  - Área bruta do fuste do parafuso;

$f_{ub}$  - Resistência à ruptura do aço do parafuso.

### **2. Etapa 2: força axial no pilar**

A força axial de compressão foi aplicada na face superior do pilar, permanecendo aplicada durante a etapa 3 de carregamento.

### **3. Etapa 3: carregamento na viga**

O carregamento foi aplicado na extremidade da viga na forma de deslocamento negativo na direção vertical (Y), o que provoca uma força de reação contrária na extremidade da viga. Optou-se aplicar deslocamento ao invés de força, uma vez que por meio de deslocamento a convergência durante o processamento fica mais estável e mais rápida.

## 5.7 Comentários finais

O procedimento apresentado para a análise numérica tem como objetivo possibilitar a análise do comportamento de qualquer detalhe de ligação, uma vez que para concepção do modelo numérico é necessário apenas das dimensões da ligação e dos elementos conectados, das características dos materiais e do tipo de carregamento.

A modelagem numérica é bastante complexa, exigindo vários passos desde a obtenção da malha de elementos finitos até a fase de pós-processamento. Por esse motivo existiu a necessidade de automatizar todos os passos possibilitando alterações mais rápidas na geometria e malha de elementos finitos.

Apesar do elevado número de nós e elementos finitos, como também a consideração das não-linearidades física e geométrica, o processamento dos modelos numéricos é obtido em aproximadamente 4h, uma vez que todos os parâmetros para a análise foram cuidadosamente estabelecidos de forma que o modelo tivesse uma boa convergência.

# 6 ESTUDO NUMÉRICO DAS LIGAÇÕES VIGA MISTA-PILAR COM CANTONEIRAS

---

## 6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados numéricos, via MEF, das ligações ensaiadas monotonicamente baseado no modelo numérico apresentado no capítulo 5, possibilitando estudar os principais elementos que contribuíram para o comportamento da ligação.

Os modelos numéricos foram analisados considerando a relação constitutiva dos materiais obtida em laboratório, porém corrigindo as tensões e deformações conforme apresentado no item 5.5.

Além dos modelos em ligação mista, dois modelos em ligação somente em aço (com e sem enrijecedor), com a mesma configuração geométrica, foram analisados possibilitando comparar a rigidez e resistência com a ligação mista.

Análise numérica permitiu realizar avaliações que não foram possíveis nos ensaios experimentais, principalmente com relação à distribuição e intensidade das deformações e tensões em todos os elementos que contribuíram para o comportamento da ligação.

## 6.2 Comportamento global da ligação

As cinco ligações ensaiadas monotonicamente foram analisadas numericamente de acordo com a filosofia apresentada no capítulo 5. As ligações tiveram basicamente o mesmo comportamento, ou seja, um primeiro trecho praticamente elástico até o momento de aproximadamente 110 kNm e posteriormente deformações caracterizadas pelo comportamento plástico, como apresentado na Figura 6.1.

As rotações e deformações após a plastificação indicaram que a rigidez foi maior para ligações com enrijecedor do que sem enrijecedor. A mesma observação pode ser feita entre as ligações sem e com a presença de força axial de compressão no pilar.

A rotação do painel da alma do pilar, painel limitado pela altura da viga até a laje, aumentou para todas as ligações no regime plástico, como apresentado na Figura 6.2. O efeito da força axial de compressão no pilar e alma do pilar não-enrijecida não influenciaram a rotação do painel da alma do pilar até o momento de aproximadamente 110 kNm.

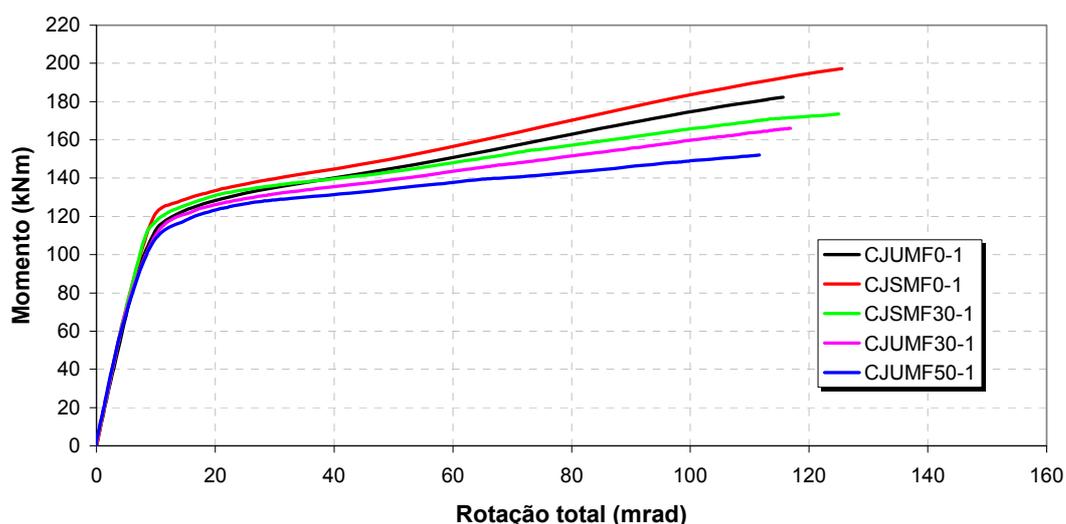


Figura 6.1: Comparação da relação momento-rotação total da ligação pelo modelo numérico

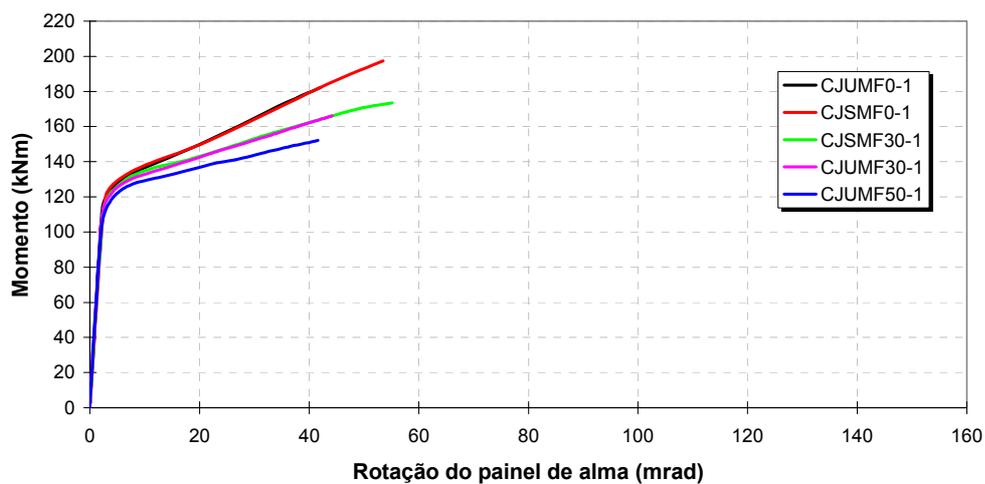


Figura 6.2: Rotação do painel da alma pelo modelo numérico

Como aspecto qualitativo, a Figura 6.3. Ilustra os deslocamentos nas ligações sem enrijecedor (CJUMF0-1), com enrijecedor (CJSMF0-1) e com força axial no pilar de 50% (CJUMF50-1).

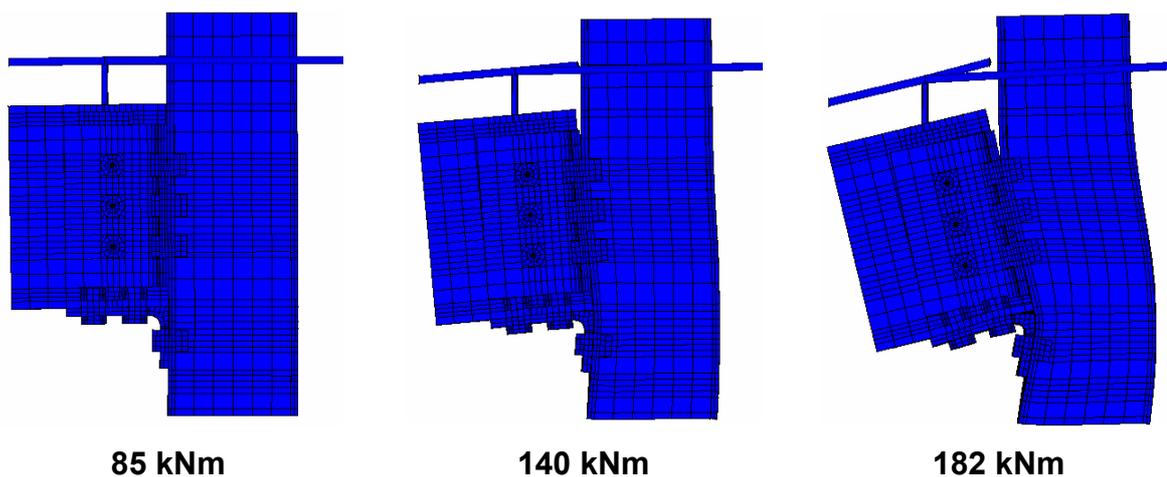


Figura 6.3: Deformações na ligação sem enrijecedor CJUMF0-1 (ampliado em três vezes)

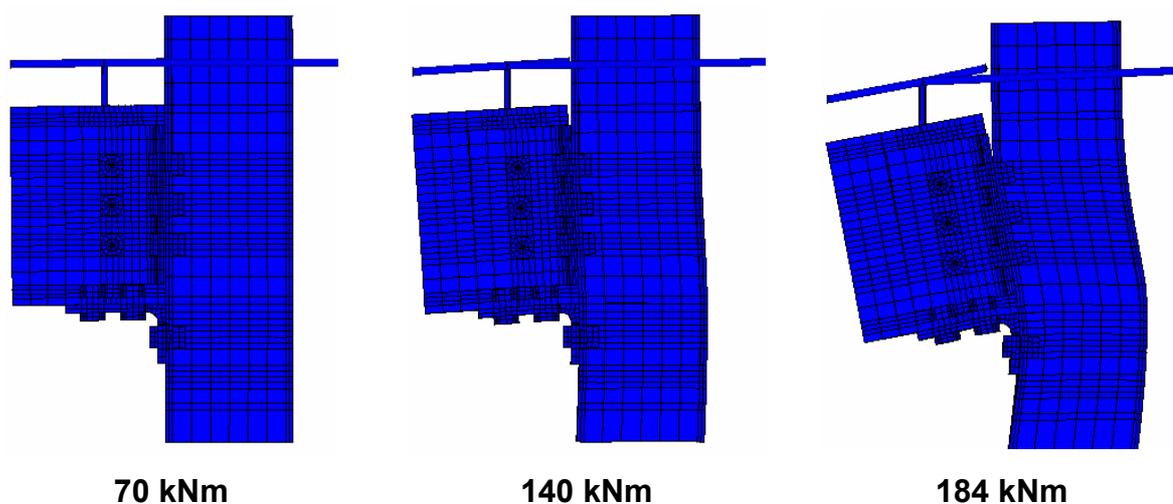


Figura 6.4: Deformações na ligação com enrijecedor CJSMF0-1 (ampliado em três vezes)

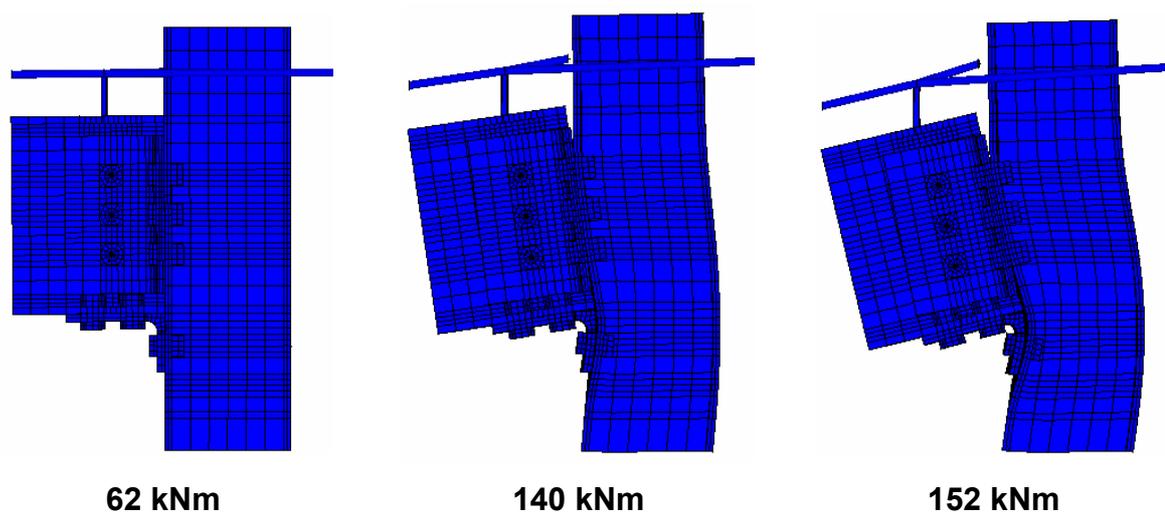


Figura 6.5: Deformações na ligação sem enrijecedor e com força axial de 50 % CJUMF50-1 (ampliado em três vezes)

Assim como no ensaio experimental, a alma do pilar e a armadura foram os responsáveis pela perda de rigidez da ligação. As Figuras 6.6, 6.7 e 6.8 apresentam as deformações na alma do pilar e na armadura para todas as ligações, observando-se que o início do patamar plástico de cada ligação coincide com o início do escoamento da alma do pilar e da armadura. Vale ressaltar as deformações na alma do pilar não se iniciam do zero nas ligações com força axial de compressão

no pilar, aplicada antes do carregamento.

Ao invés das deformações para cada barra de armadura, a Figura 6.8 apresenta as deformações médias para todas as barras, uma vez que o acoplamento realizado entre as barras de armaduras e o conector de cisalhamento não permite prever que uma barra plastifique antes da outra.

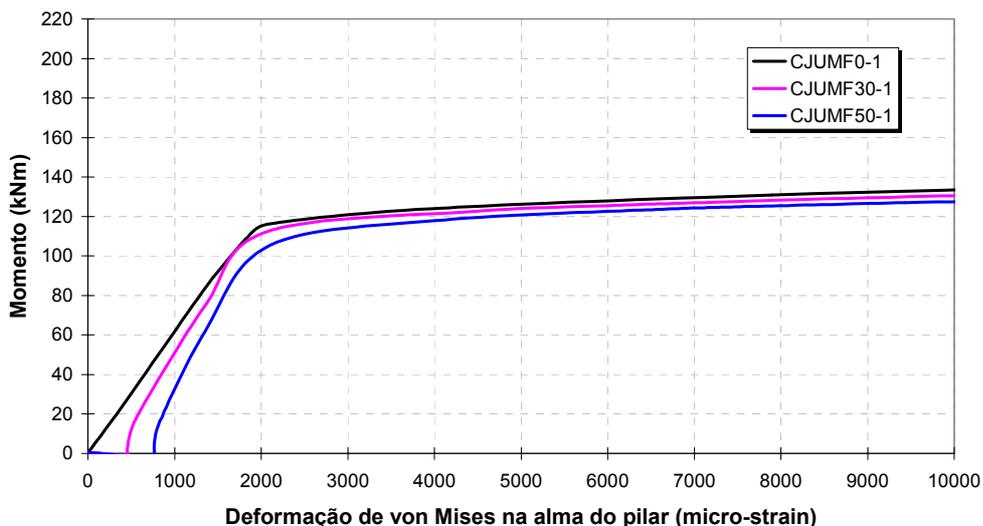


Figura 6.6: Deformação de von Mises no centro do painel da alma do pilar para as ligações sem enrijecedor

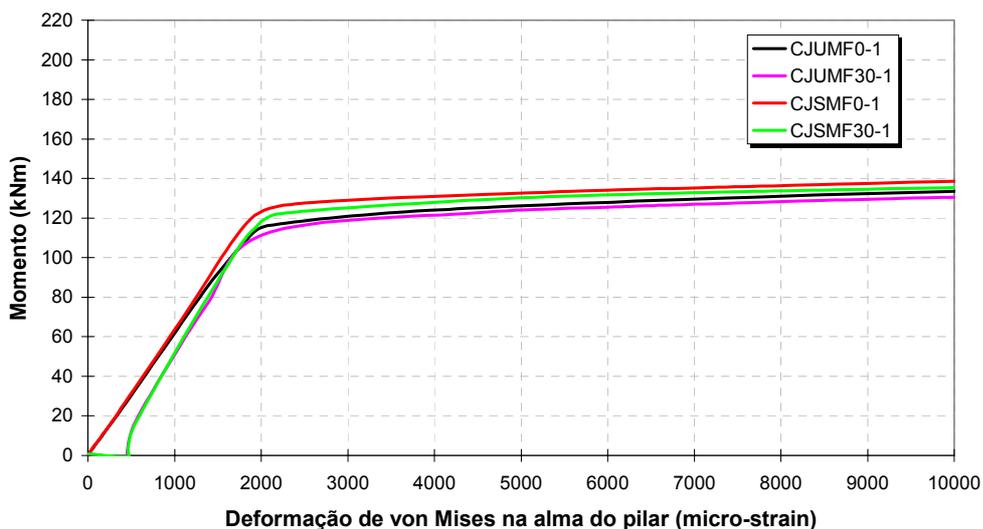


Figura 6.7: Deformação de von Mises no centro do painel da alma do pilar para as ligações com e sem enrijecedor

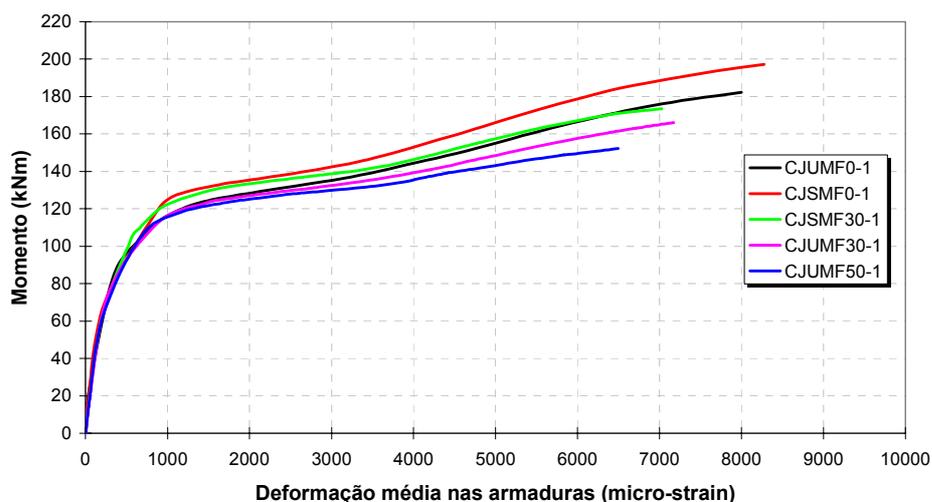


Figura 6.8: Deformação longitudinal média nas armaduras

Uma visão geral, novamente como aspecto qualitativo, dos deslocamentos e das tensões de von Mises para o momento equivalente a 140 kNm é apresentado na Figura 6.9. Vale ressaltar que a legenda da Figura 6.9 não é válida para as armaduras e conectores de cisalhamento.

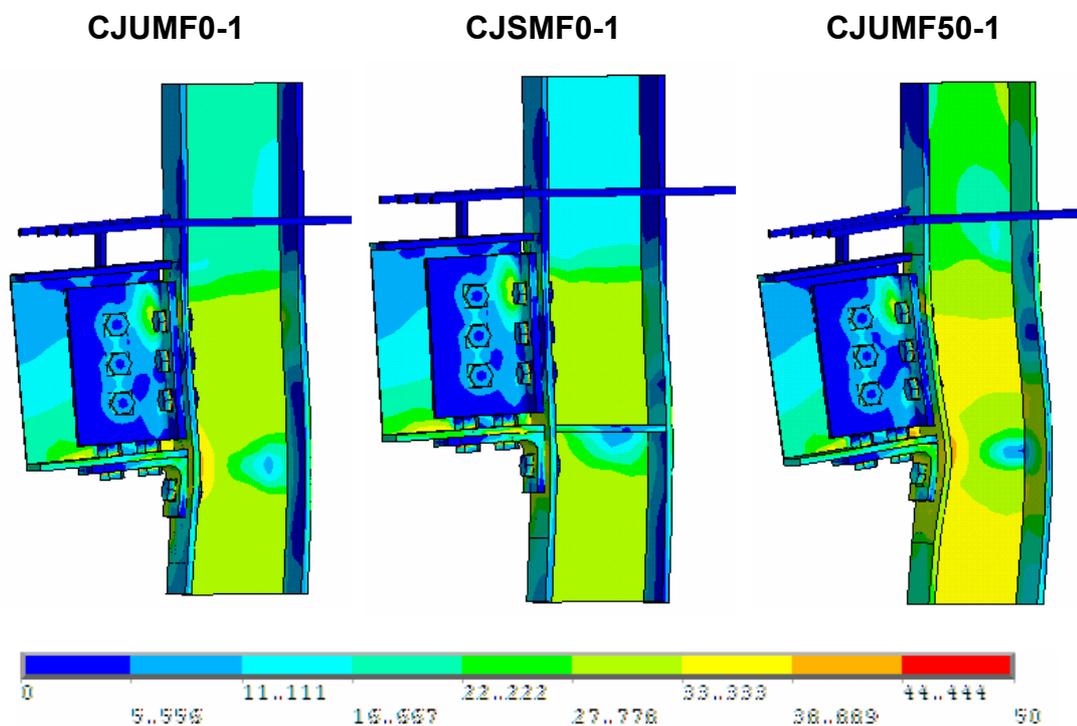
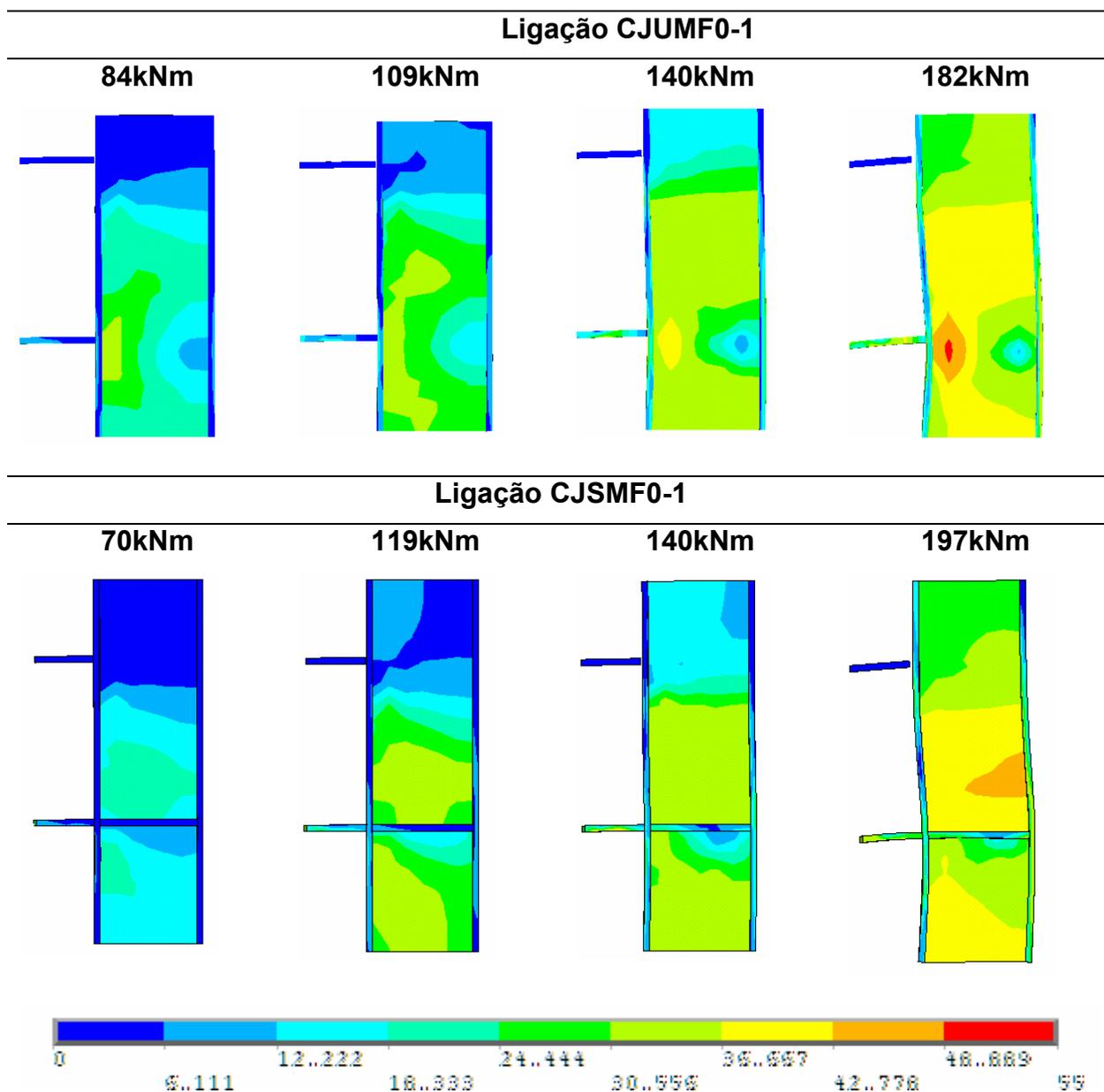


Figura 6.9: Visão geral das tensões de Von Mises ( $\text{kN/cm}^2$ ) nas ligações (deslocamentos ampliados em três vezes)

A distribuição e magnitude das tensões de von Mises no painel da alma do pilar ao longo do carregamento é apresentada na Figura 6.10, lembrando que a tensão de escoamento da alma do pilar é igual a 31,48 kN/cm<sup>2</sup>.



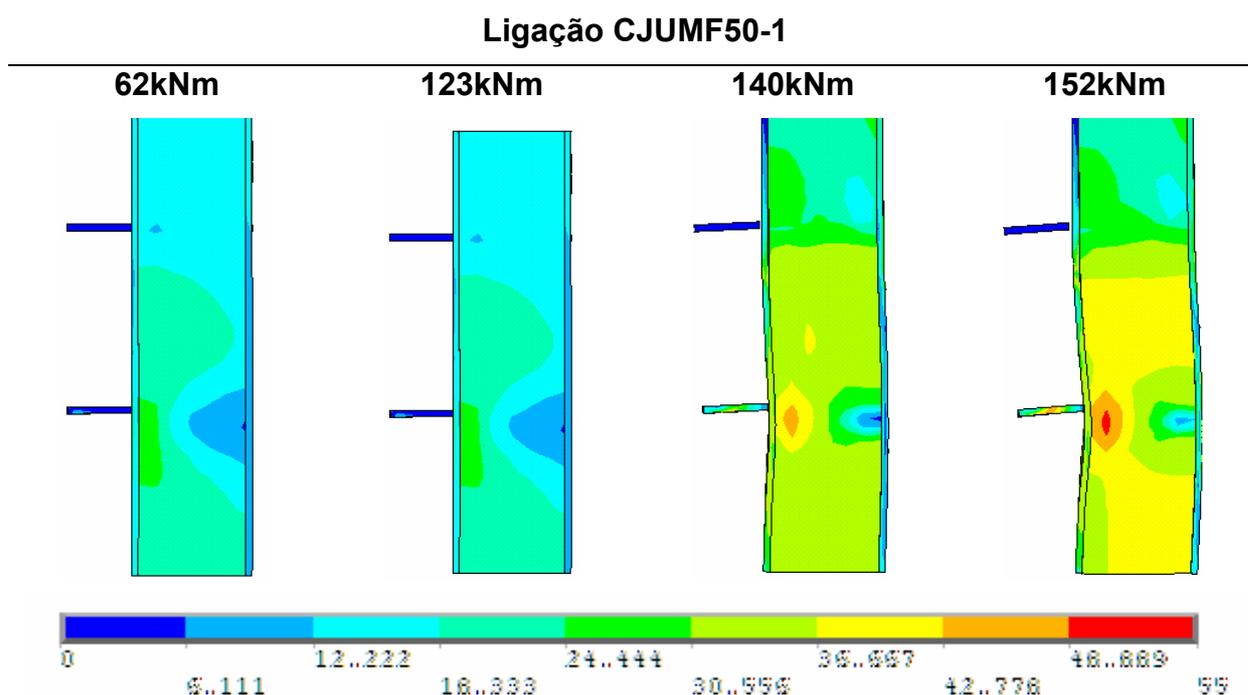


Figura 6.10: Evolução das tensões de von Mises ( $\text{kN/cm}^2$ ) no painel da alma do pilar, ao longo do carregamento, para os modelos CJUMF0-1, CJSMF0-1 e CJUMF50-1

Como eram esperadas, nas ligações sem enrijecedor (CJUMF0-1 e CJUMF50-1) as tensões foram sempre mais elevadas na zona do painel em contato com a mesa inferior da viga. Após o surgimento das tensões nessa região ocorreu uma distribuição para regiões adjacentes numa inclinação de aproximadamente  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga. Vale ressaltar, que para o mesmo estágio de carregamento (140 kNm) as tensões na ligação com força axial de compressão (CJUMF50-1) são ligeiramente maiores que na ligação sem força axial (CJUMF0-1).

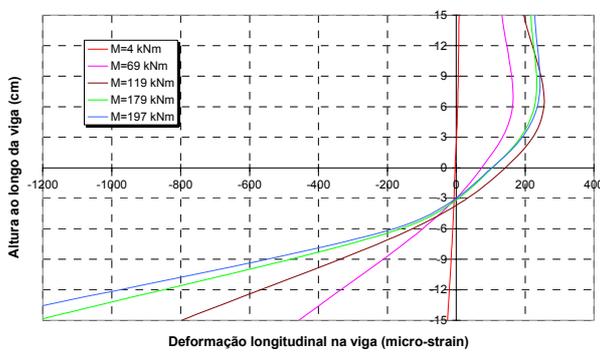
As ligações com enrijecedor na alma do pilar (CJSMF0-1) tiveram em geral tensões menores que a ligação sem enrijecedor (CJUMF0-1). As maiores tensões se concentraram acima do enrijecedor ocorrendo uma distribuição de tensões no painel de alma do pilar diferente da ligação sem enrijecedor (CJUMF0-1).

A variação da linha neutra na viga de aço numa seção distante 240 mm da face externa da mesa do pilar é ilustrada na Figura 6.11.

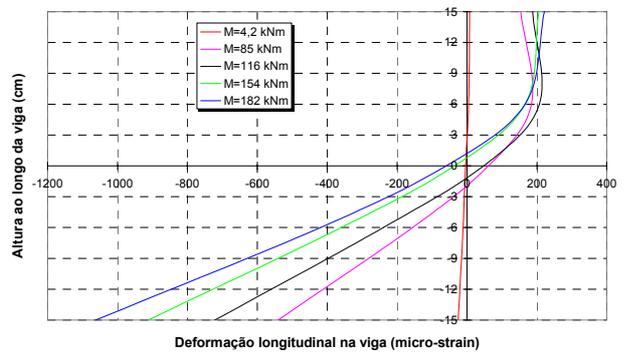
Em todas as ligações, no início do carregamento a linha neutra posicionou-se aproximadamente na linha **L2**. Com o aumento do carregamento e a

consequente perda de rigidez da armadura, a linha neutra desceu até o meio entre as linhas **L3** e **L4** onde se estabeleceu até o final do carregamento para a ligação com enrijecedor (CJSMF0-1).

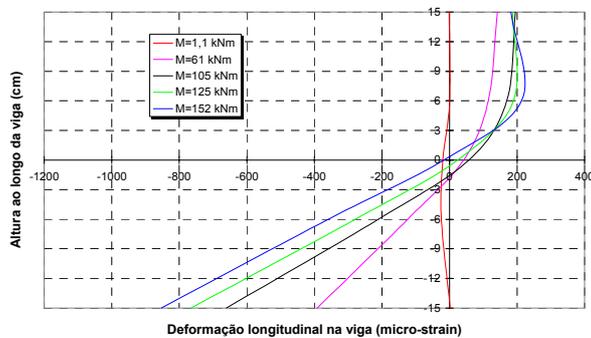
Nas ligações sem enrijecedor (CJUMF0-1 e CJUMF50-1) a linha neutra para carregamentos superiores a aproximadamente 110 kNm voltou a subir para a **L3** devido ao início do escoamento da alma do pilar na zona de contato da mesa do pilar com a mesa inferior da viga.



**CJSMF0-1**



**CJUMF0-1**



**CJUMF50-1**

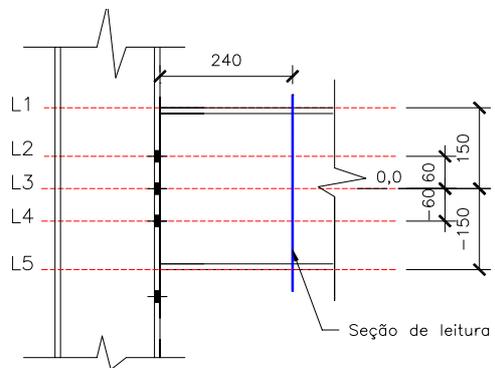


Figura 6.11: Posição da linha neutra na viga ao longo do carregamento (240 mm da face externa do pilar)

Os comportamentos dos parafusos e da armadura estão apresentados na Figura 6.12, onde observa-se que apenas a força na linha de parafuso 1 provocado pela tração superou a protensão inicial. O momento na ligação que corresponde a esse estágio pode ser calculado pela eq (70) por meio da multiplicação da força de

protensão nos parafusos da linha 1 pelo braço de alavanca até a linha média da espessura da cantoneira.

$$M_{prot} = 306 \times 0,214 = 66 \text{ kN.m} \quad (70)$$

Apesar da linha de parafuso 1 superar a protensão inicial, não houve posteriormente um significativo acréscimo de força de tração no parafuso ao longo do carregamento. Portanto, o momento desenvolvido na ligação foi praticamente devido à linha da armadura.

Conseqüentemente, o momento da ligação pode ser calculado basicamente pelo produto entre a força total nas armaduras e o braço de alavanca ( $L_r$ ). Como exemplo, para o momento na ligação de 145 kNm a força na linha de armadura é 367 kN (Figura 6.12) e de acordo com o cálculo apresentado na eq (71) chegou-se a um momento aproximadamente igual a 145 kNm.

$$M_r = 367 \times 0,386 = 141,6 \text{ kN.m} \cong 145 \text{ kNm} \quad (71)$$

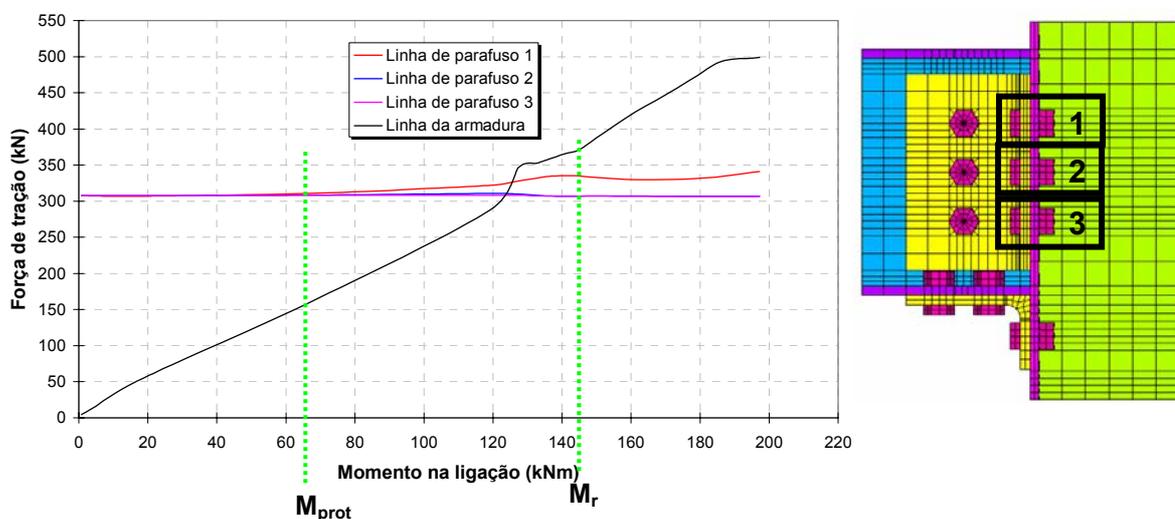


Figura 6.12: Força de tração nos parafusos e na armadura para a ligação CJSMF0-1

Até o momento na ligação referente ao início de escoamento da alma do pilar a presença da força axial de compressão no pilar pouco influenciou a força de tração no parafuso da linha 1. Após o início da plastificação a velocidade no aumento

das forças de tração foi proporcional a magnitude da força axial de compressão no pilar, uma vez que para valores mais elevados de força de compressão maiores são as deformações no painel de alma do pilar. A Figura 6.13 apresenta a relação entre a força na linha de parafuso 1 e o momento na ligação.

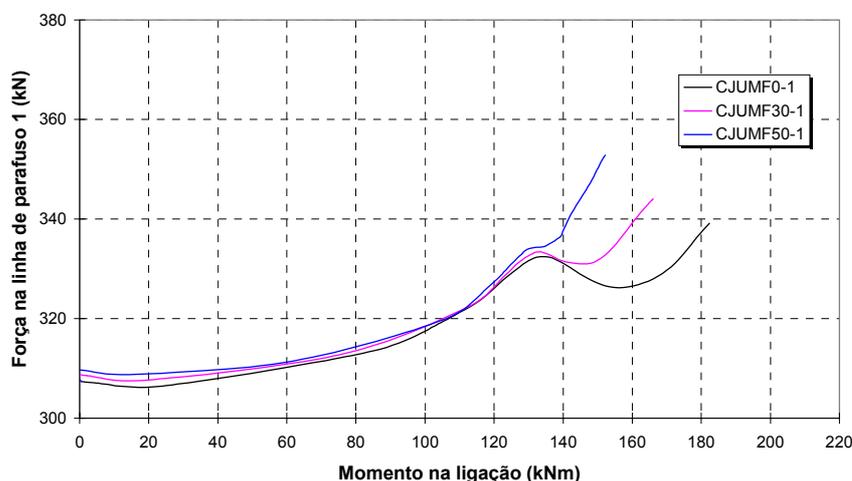


Figura 6.13: Força de tração na linha de parafuso 1 para as ligações sem enrijecedor

Novamente como aspecto qualitativo, a Figura 6.14 ilustra as tensões plásticas de von Mises (tensões acima de  $f_y$ ) na cantoneira de assento onde observa-se uma pequena plastificação na região da curvatura da cantoneira.

Por outro lado, na cantoneira de alma não houve qualquer plastificação ao longo do carregamento.

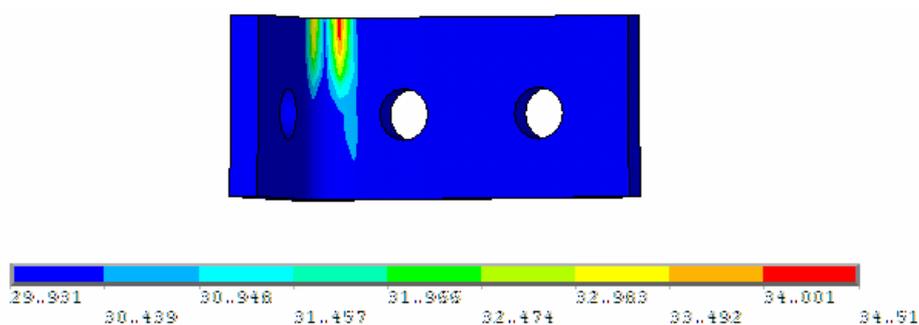


Figura 6.14: Tensões plásticas ( $\text{kN/cm}^2$ ) na cantoneira de assento (rotação total de 40 mrad)

Além das ligações mistas, duas ligações somente em aço (com e sem enrijecedor) foram analisadas numericamente para verificar o comportamento relativo entre ambas, comparando a resistência e a rigidez inicial. Vale ressaltar que

a comparação vale para avaliar a vantagem de considerar a contribuição da laje de concreto armado na ligação.

A rigidez inicial da ligação em aço com e sem enrijecedor foi 60% e 46% menor que as respectivas ligações mistas. O momento resistente para a rotação total da ligação de 30 mrad foi 50% menor para ambas as ligações em aço.

A Figura 6.16 ilustra as tensões de von Mises nas ligações mista e em aço sem enrijecedor para um momento de 85 kNm. As tensões na alma do pilar e na cantoneira de alma na ligação somente em aço foram maiores que na ligação mista uma vez que para o mesmo momento na ligação a rotação da ligação em aço é mais elevada. Além disso, como o braço de alavanca para a ligação em aço é menor que na ligação mista, para o mesmo momento na ligação a força de compressão na ligação em aço é maior originando tensões mais elevadas na alma do pilar.

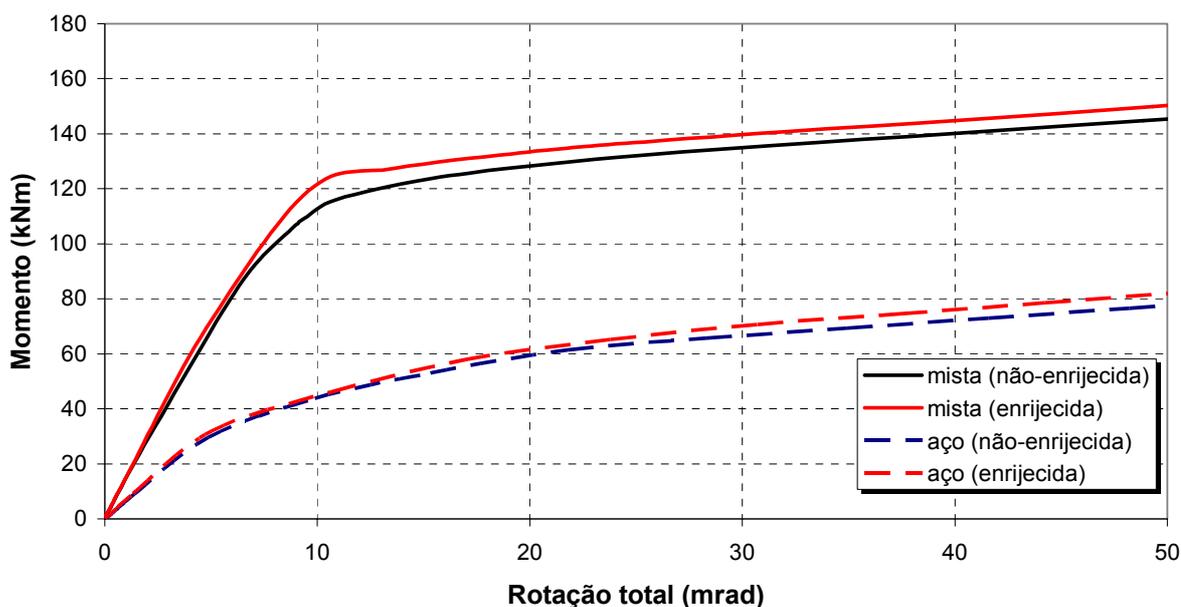


Figura 6.15: Comparação do comportamento da ligação mista com a ligação somente em aço

A ligação de aço proposta acima, obviamente não seria recomendável, porém após a ruptura da armadura ou do concreto, a ligação mista passa a ter o comportamento semelhante à ligação somente considerando os elementos de aço.

Do ponto de vista prático este resultado não seria interessante, porém a análise do pós-colapso da laje e armadura é importante para os casos de estruturas com carregamentos de sísmicos.

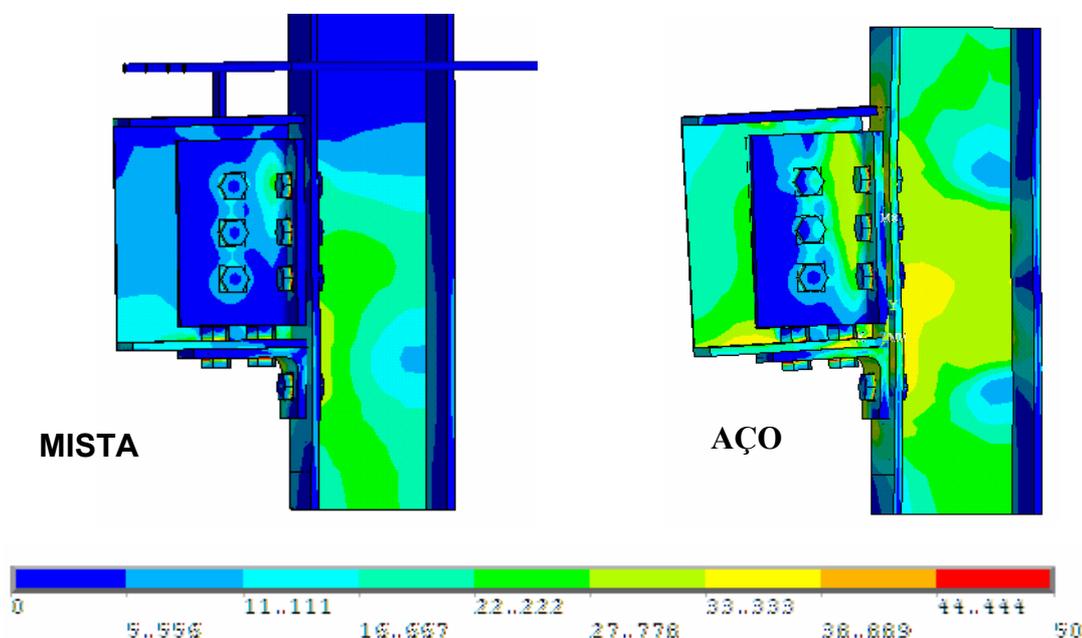


Figura 6.16: Tensões de von Mises ( $\text{kN/cm}^2$ ) nas ligações mista e em aço sem enrijecedor (ampliado em três vezes)

### 6.3 Análise das tensões na alma do pilar

Nas próximas tabelas são analisadas a distribuição e magnitude das tensões transversal (x), longitudinal (y), de cisalhamento (xy) e von Mises ao longo da altura e da largura na alma do pilar, ressaltando novamente que a tensão de escoamento da alma do pilar é  $31,48 \text{ kN/cm}^2$ .

Essa análise é particularmente importante tendo em vista que o modelo de dimensionamento do EUROCODE, método das componentes, utiliza o conceito de que a resistência da ligação está diretamente associada ao primeiro componente a atingir a plastificação, que no caso dessas ligações mistas analisadas foi a alma do pilar.

As tensões foram tomadas ao longo da largura da alma do pilar em três pontos denominados de faixa C1, C2 e C3. Nos gráficos essas tensões foram

plotadas em relação à altura do pilar, sendo que a referência (0,0) é a linha do parafuso central (L3). As descrições das linhas são mencionadas abaixo:

L1 – linha da mesa tracionada da viga;

L2 – linha do parafuso imediatamente abaixo da mesa tracionada;

L3 – linha do parafuso central;

L4 – linha do parafuso logo imediatamente acima da mesa comprimida;

L5 - linha da mesa comprimida da viga;

L6 – linha abaixo da mesa comprimida da viga.

- **Tensão transversal (x)**

A tensão transversal (x) ao longo da alma do pilar na faixa **C1** teve seu valor máximo de tração na **L2** e o seu valor máximo de compressão na **L5**.

A tensão transversal (x) de compressão na ligação com força axial (CJUMF50-1) foi ligeiramente mais elevada que na ligação sem força axial (CJUMF0-1), sendo que a diferença foi maior para valores elevados de momento.

A presença do enrijecedor diminuiu consideravelmente as tensões de compressão. Analisando a **L5** na faixa **C1** para um momento igual a 155kNm, as tensões na ligação CJUMF0-1 foram três vezes maiores que a ligação CJSMF0-1.

As tensões de compressão e de tração na faixa **C2** foram bem menores do que na faixa **C1** para todas as ligações.

Analisando as tensões de tração na **L2** para a mesma faixa, em todas as ligações a magnitude das tensões foram as mesmas.

Tabela 6.1: Tensão transversal (x) ao longo de C1 na alma do pilar

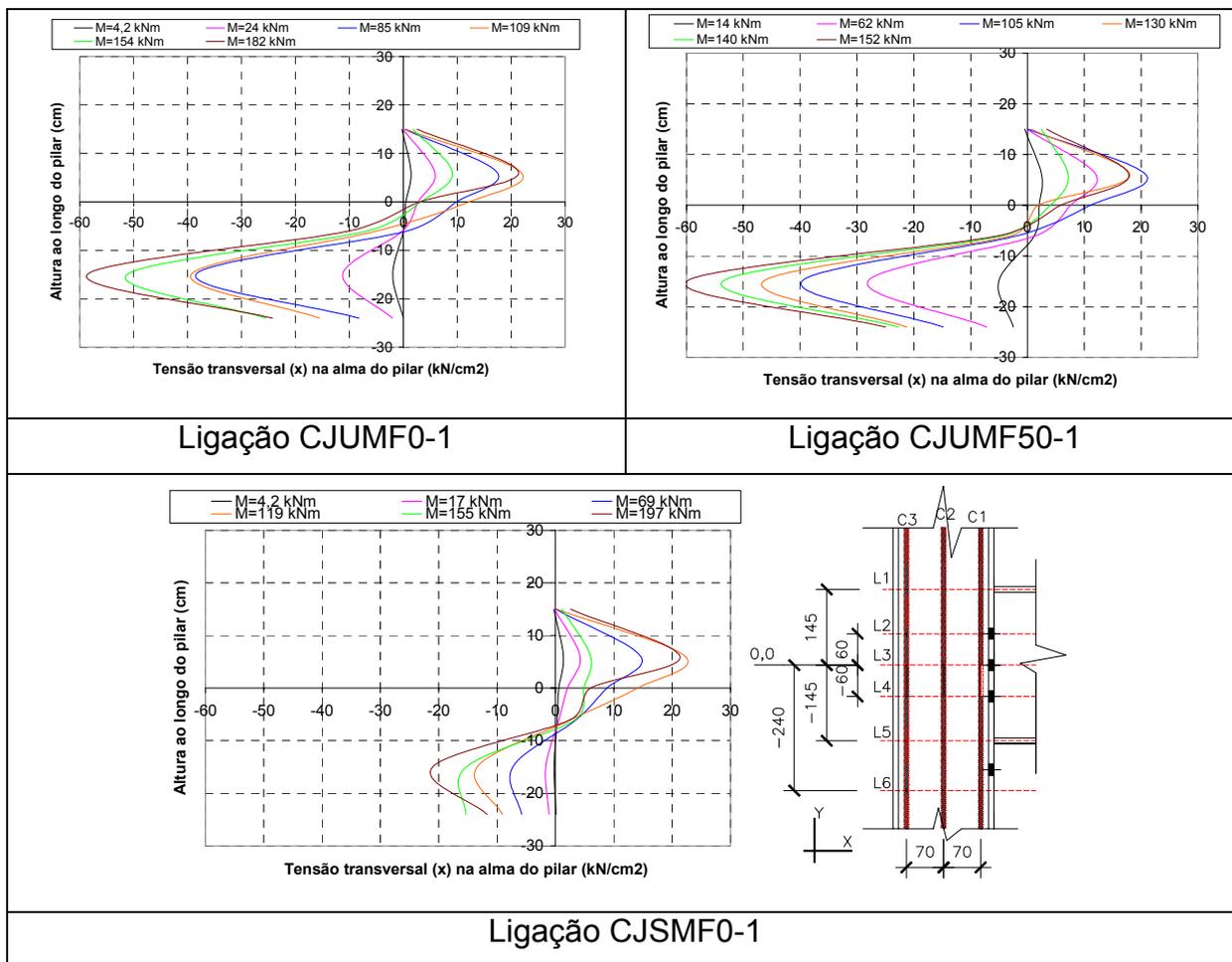
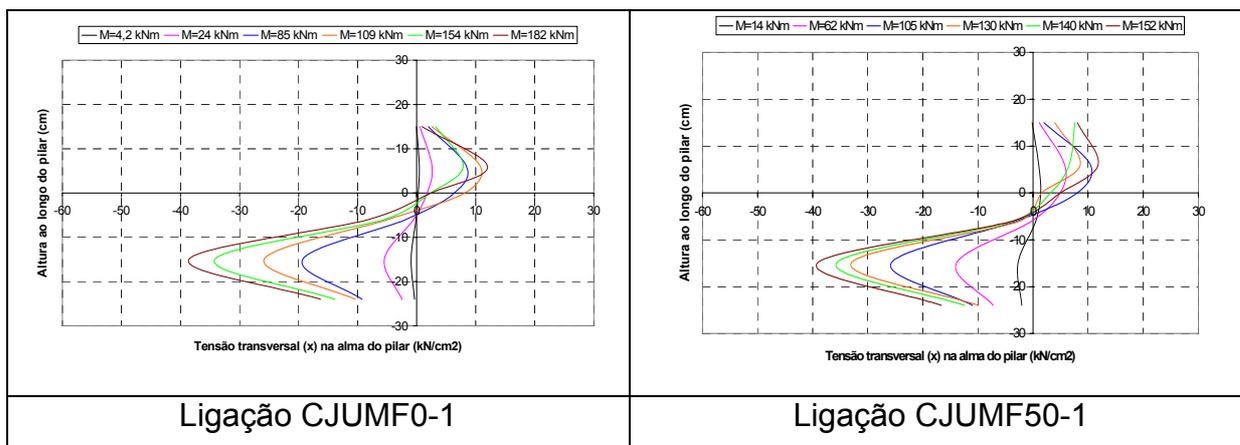
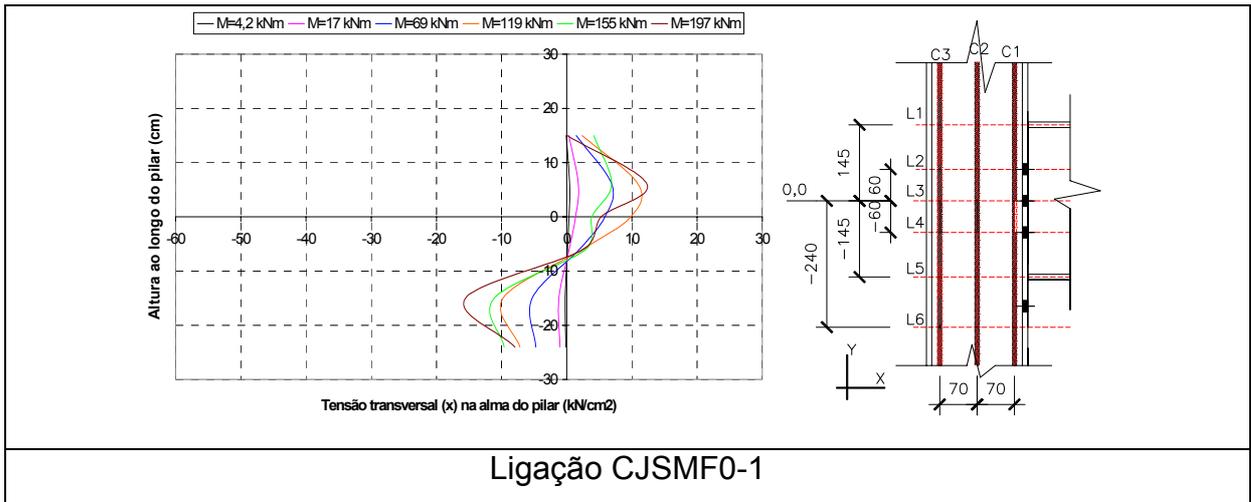


Tabela 6.2: Tensão transversal (x) ao longo de C2 na alma do pilar





• **Tensão longitudinal (y)**

Para a ligação com força axial (CJUMF50-1) na faixa **C1** as tensões longitudinais foram sempre de compressão, sendo que devido à distorção do painel da alma para momentos na ligação mais elevados as tensões de compressão nas linhas acima de **L4** diminuíram, enquanto que nas linhas abaixo de **L4** aumentaram.

Na ligação CJUMF0-1, as tensões de compressão abaixo da **L3** aumentaram ao longo do carregamento.

Na faixa **C2** as tensões são menores do que na faixa **C1**, sendo que na ligação CJUMF50-1 houve uma diminuição das tensões de compressão ao longo de toda a altura do painel da alma do pilar.

Tabela 6.3: Tensão longitudinal (y) ao longo de C1 na alma do pilar

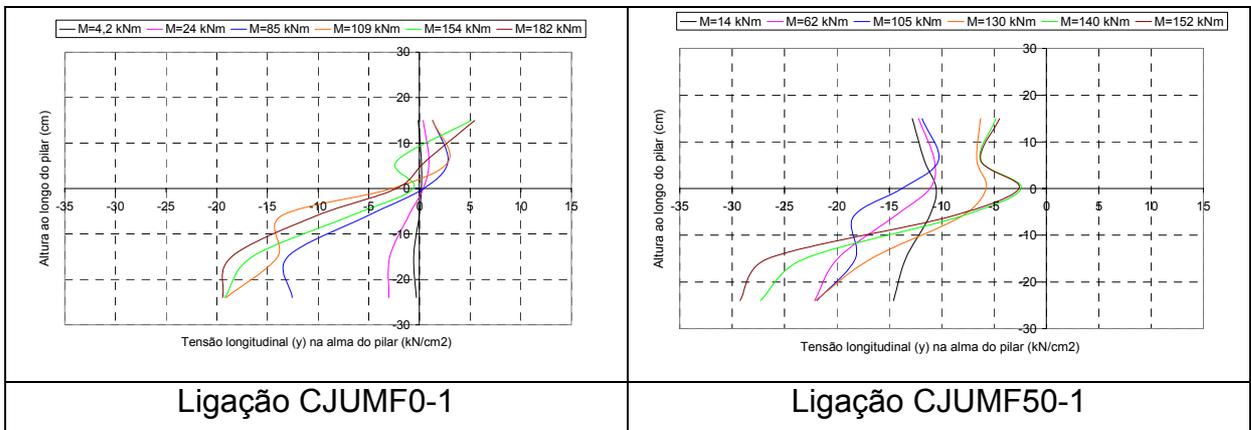
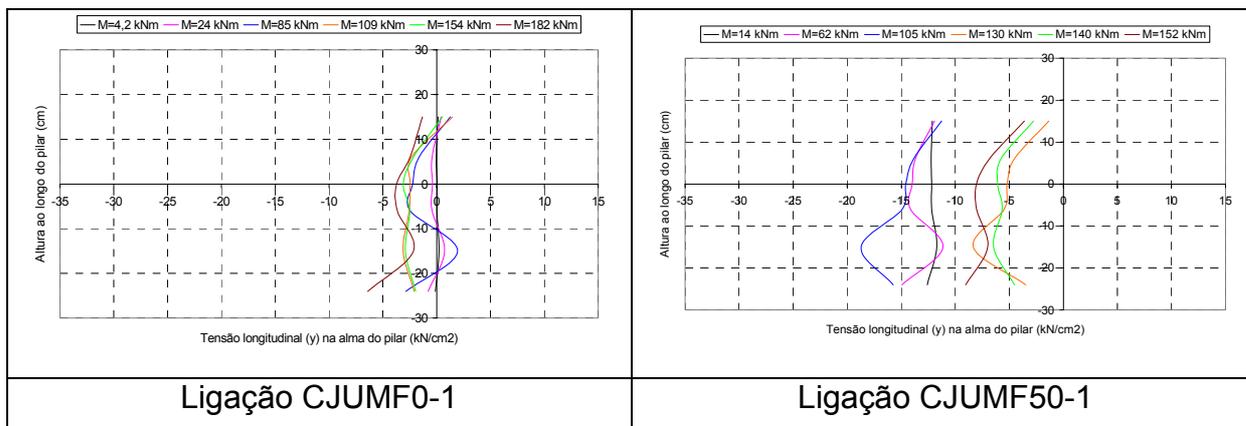


Tabela 6.4: Tensão longitudinal (y) ao longo de C2 na alma do pilar



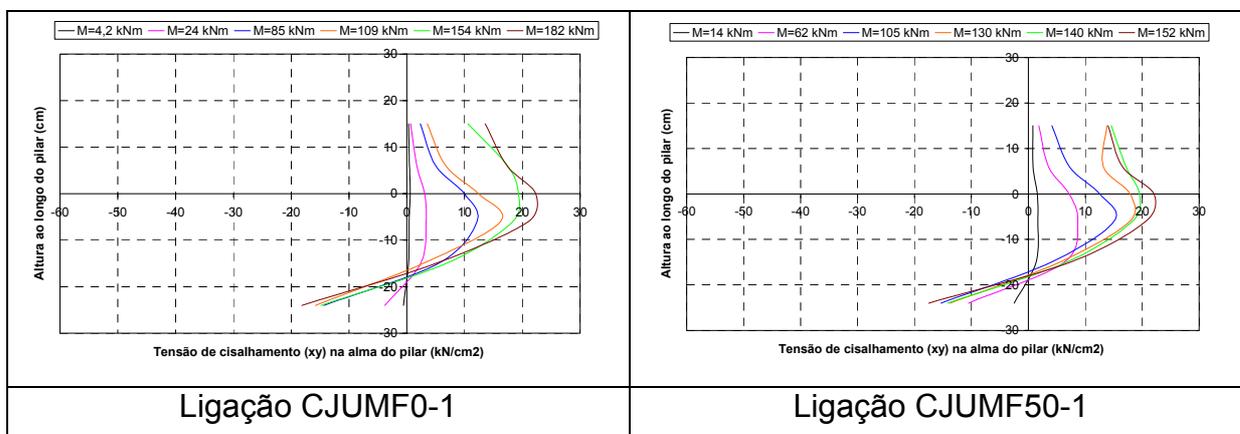
• Tensão de cisalhamento (xy)

As tensões de cisalhamento são praticamente constantes ao longo de toda a largura da alma do pilar, como apresentado nas faixas **C1**, **C2** e **C3**.

As presenças do enrijecedor na zona comprimida e da força de compressão no pilar não alteraram significativamente a distribuição e os valores das tensões de cisalhamento. Os maiores valores de tensão de cisalhamento para todas as ligações foram verificados na **L4**.

Nas ligações CJUMF0-1 e CJSMF0-1 as tensões nas linhas das mesas da viga (**L1** e **L5**) são praticamente iguais para toda a largura da alma.

Tabela 6.5: Tensão de cisalhamento (xy) ao longo de C1 na alma do pilar



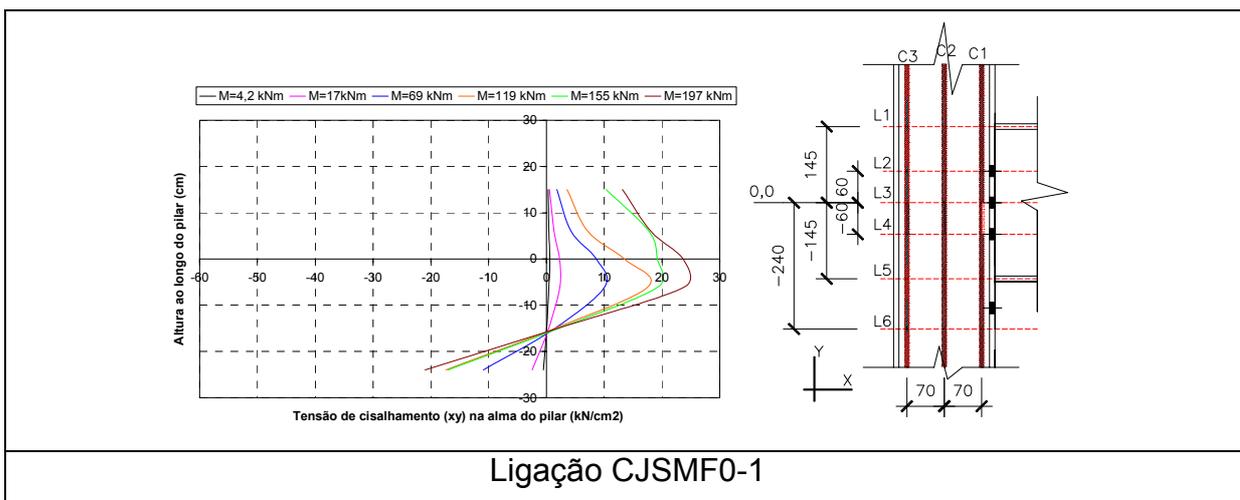


Tabela 6.6: Tensão de cisalhamento (xy) ao longo de C2 na alma do pilar

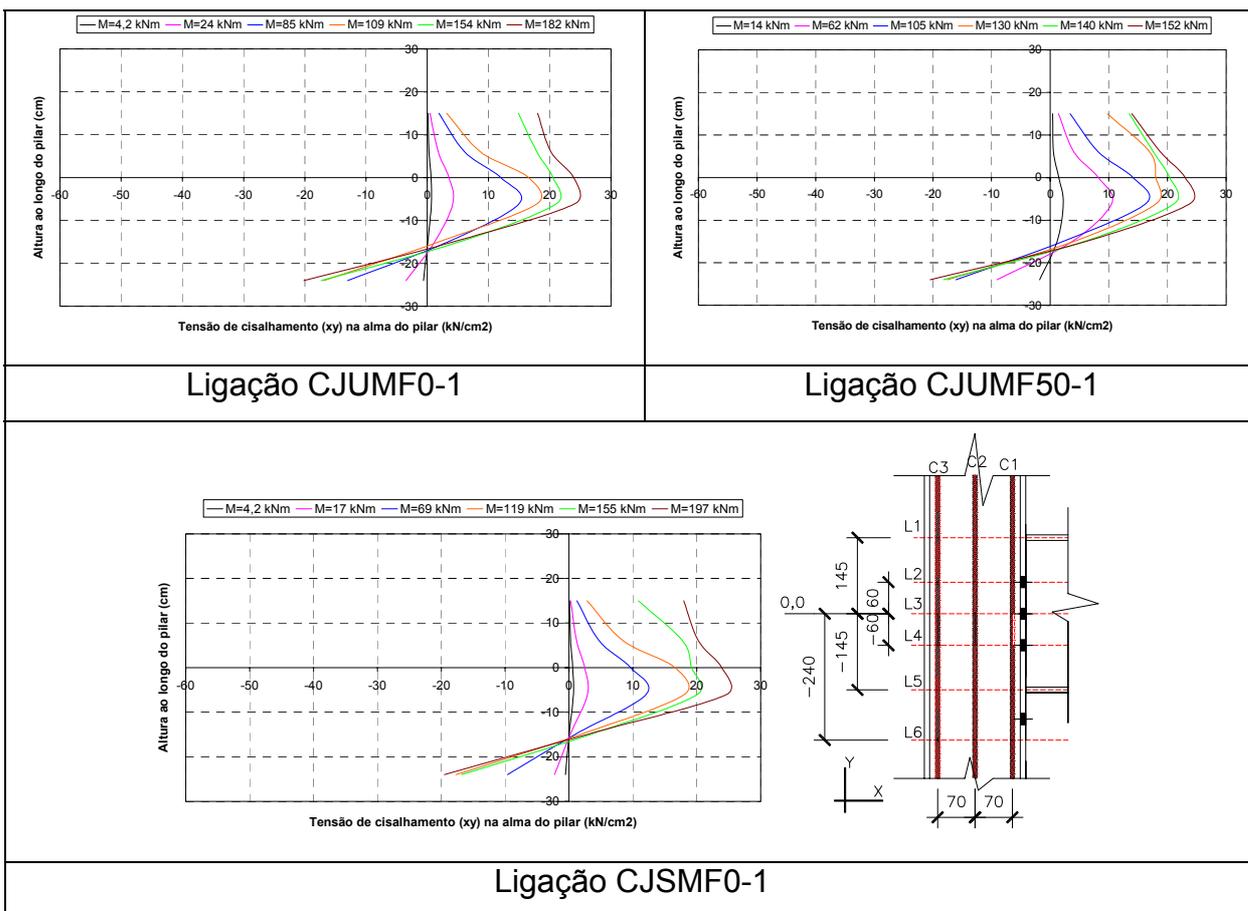
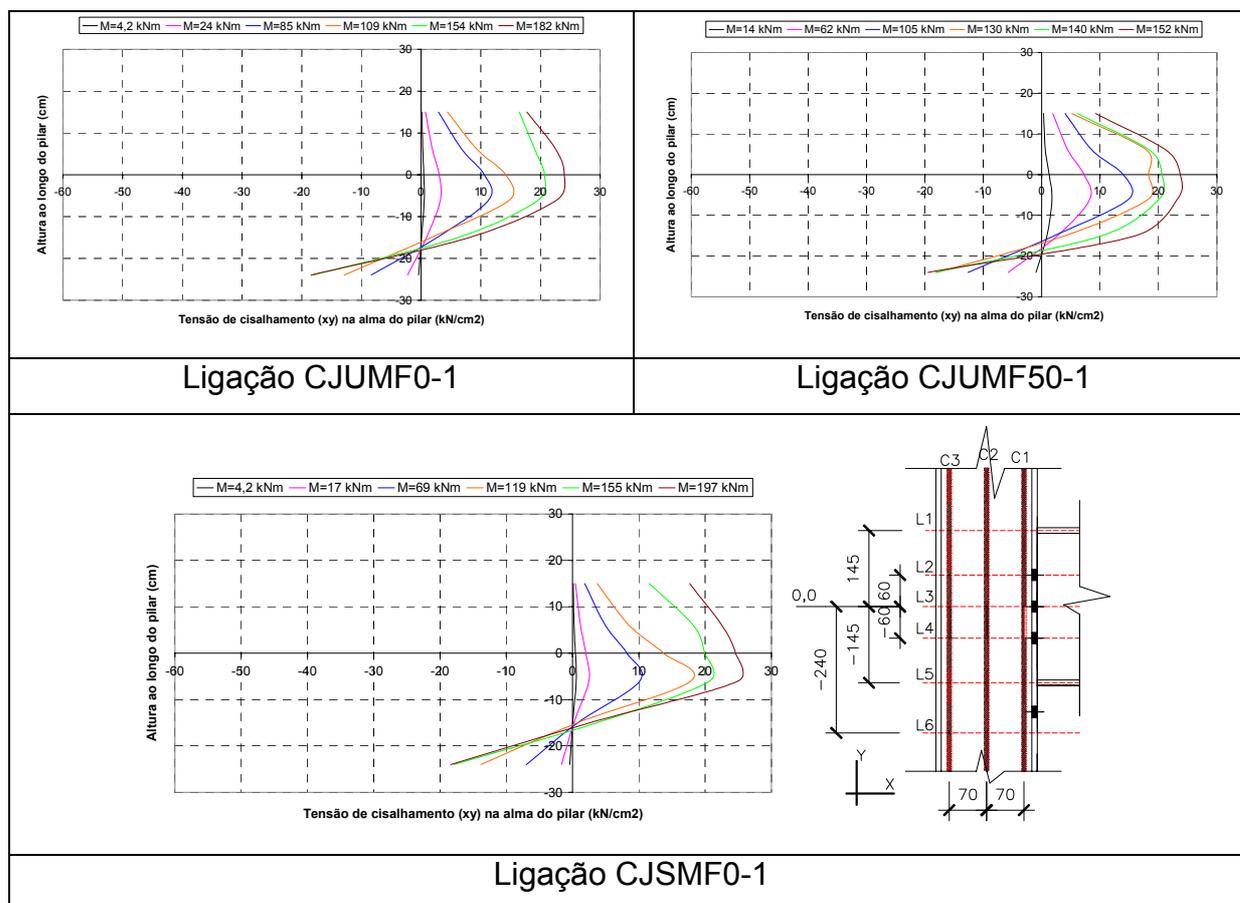


Tabela 6.7: Tensão de cisalhamento (xy) ao longo de C3 na alma do pilar



• Tensão de von Mises

As tensões de von Mises na ligação CJUMF50-1 foram ligeiramente maiores que na ligação CJUMF0-1. A presença do enrijecedor alterou a distribuição das tensões abaixo da **L3**, diminuindo consideravelmente as tensões na linha da mesa comprimida da viga (**L5**).

Devido à diminuição da tensão transversal (x) ao longo da largura da alma do pilar, a localização da maior tensão foi alterando na faixa **C3**

Sem o enrijecedor, as tensões foram mais elevadas na **L5** para a faixa **C1**. No entanto, nas faixas **C2** e **C3** as maiores tensões passaram a ser nas **L4** e **L3**, respectivamente, uma vez que nessas linhas se encontram as maiores tensões de cisalhamento (xy) e, além disso, nessas faixas ocorreram à diminuição da tensão transversal (x). Com o enrijecedor, as tensões foram mais elevadas na **L4** ao longo de toda largura da alma do pilar.

Tabela 6.8: Tensão de von Mises ao longo de C1 na alma do pilar

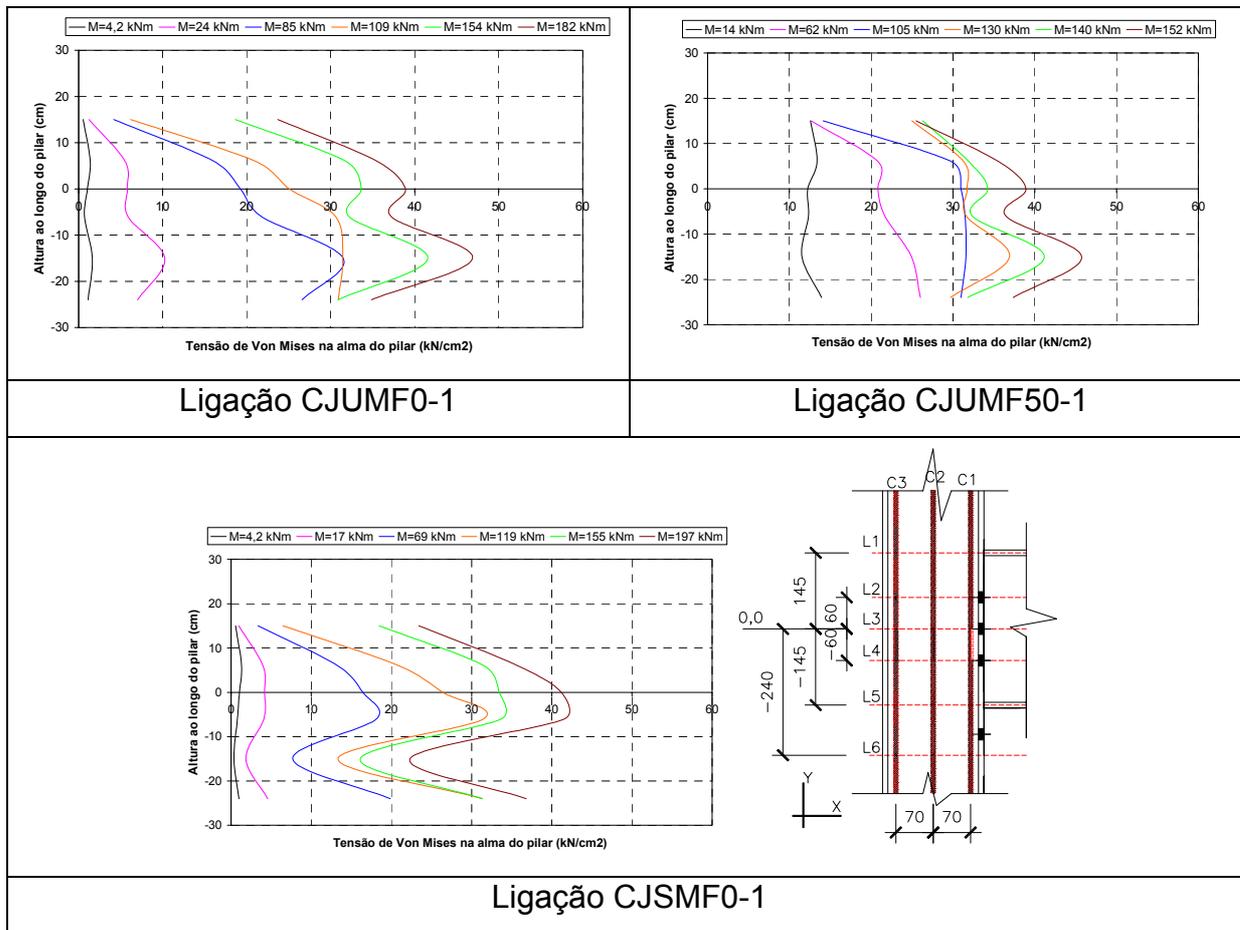
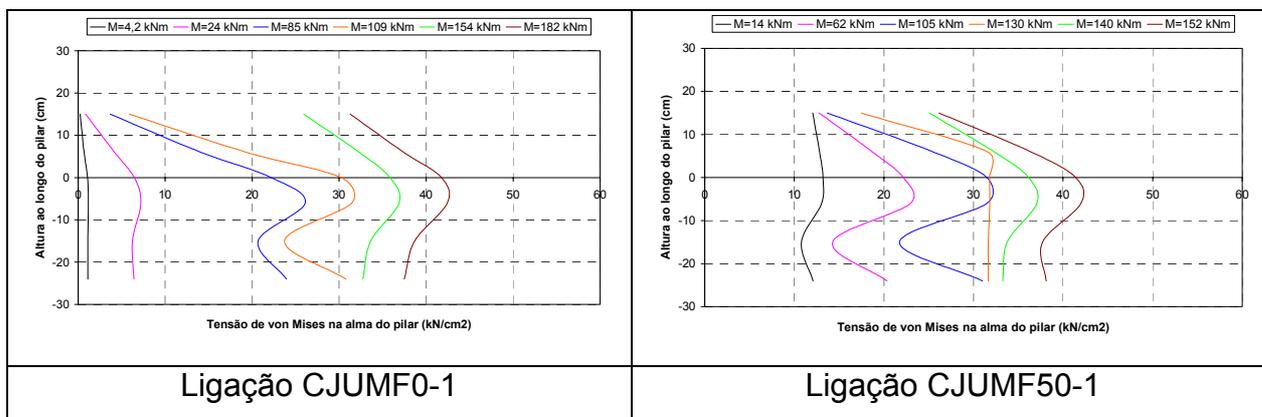


Tabela 6.9: Tensão de von Mises ao longo de C2 na alma do pilar



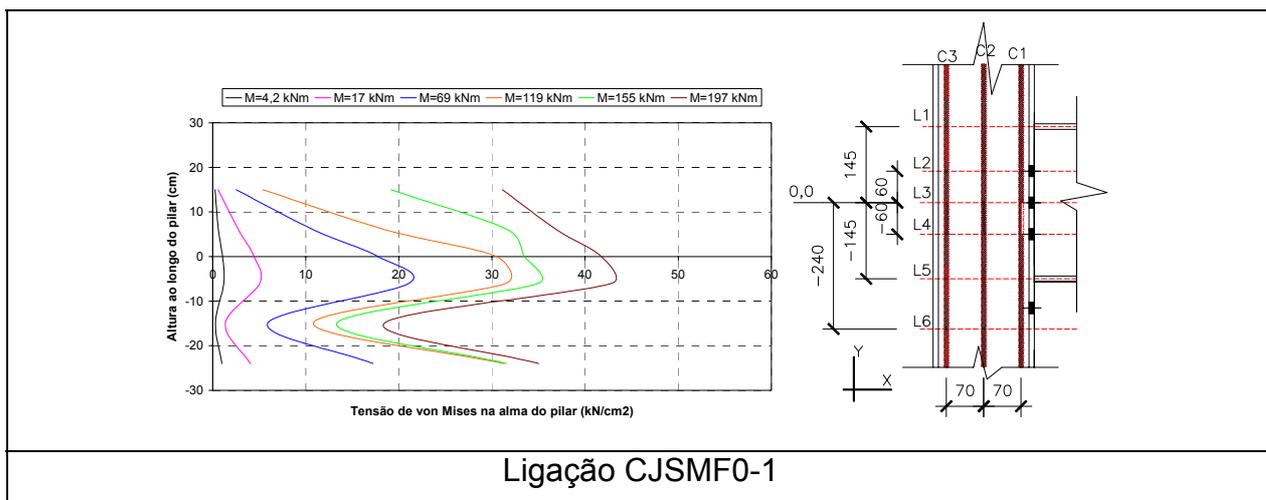
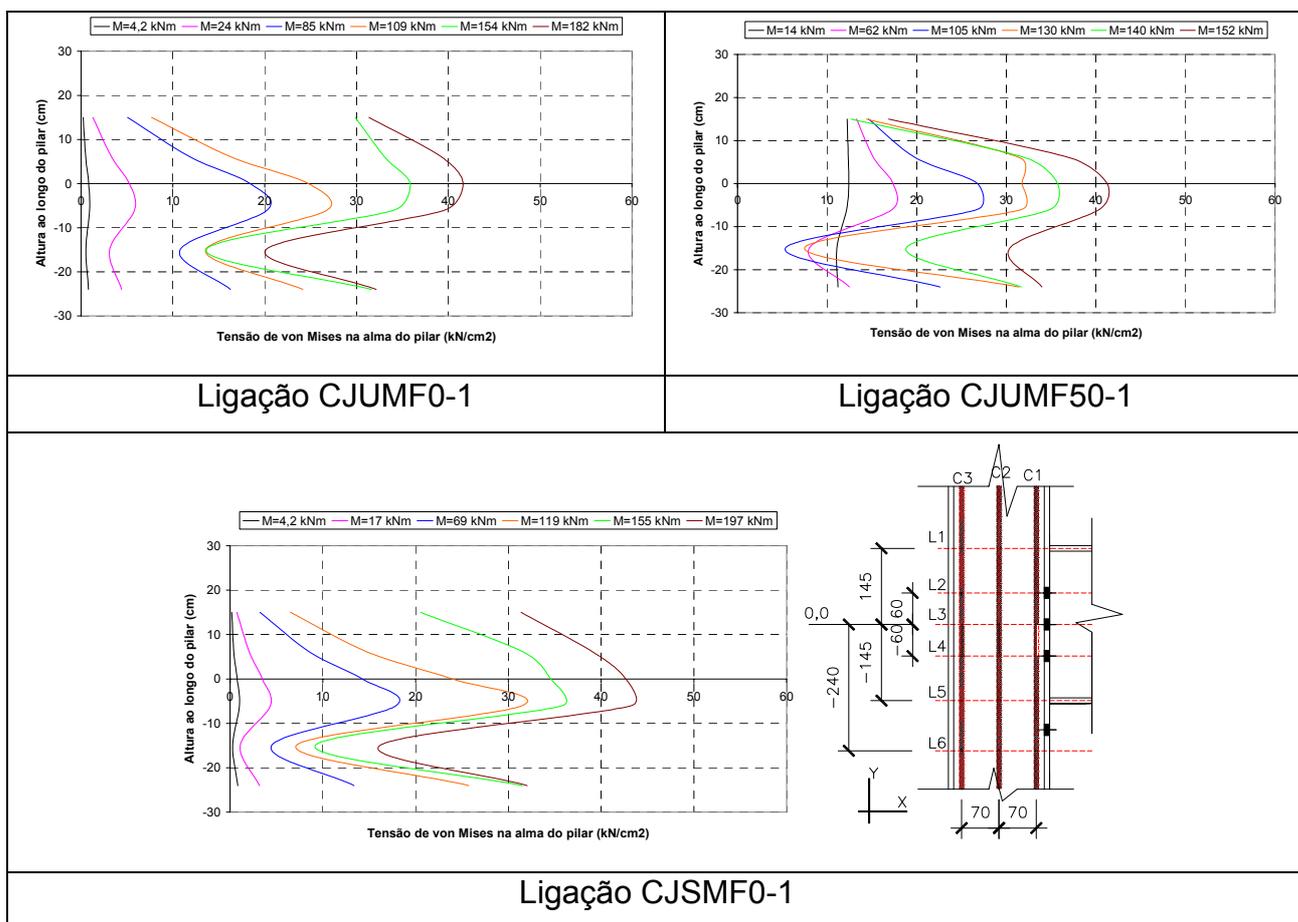


Tabela 6.10: Tensão de von Mises ao longo de C3 na alma do pilar



### 6.4 Comentários finais

Os resultados obtidos, por meio do modelo numérico, foram bastante

significativos e possibilitou um amplo estudo do comportamento das ligações viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma.

Baseado no modelo numérico conseguiu-se prever os principais elementos de colapso da ligação que foram a alma do pilar e a armadura. Nesse sentido, foi possível identificar a distribuição e magnitude das tensões longitudinal, transversal e de cisalhamento no painel da alma do pilar para as ligações sem e com enrijecedor na alma do pilar.

A análise das tensões no painel de alma do pilar foi importante uma vez que o método das componentes utiliza o conceito de que a resistência da ligação está diretamente associada ao primeiro componente a atingir a plastificação, que no caso das ligações analisadas foi a alma do pilar.

Como ilustração dos bons resultados obtidos por meio do modelo numérico, a Figura 6.17 apresenta as deformações e deslocamentos da ligação CJUMF30-1 nos modelos numérico e experimental para a rotação total da ligação de 40 mrad.

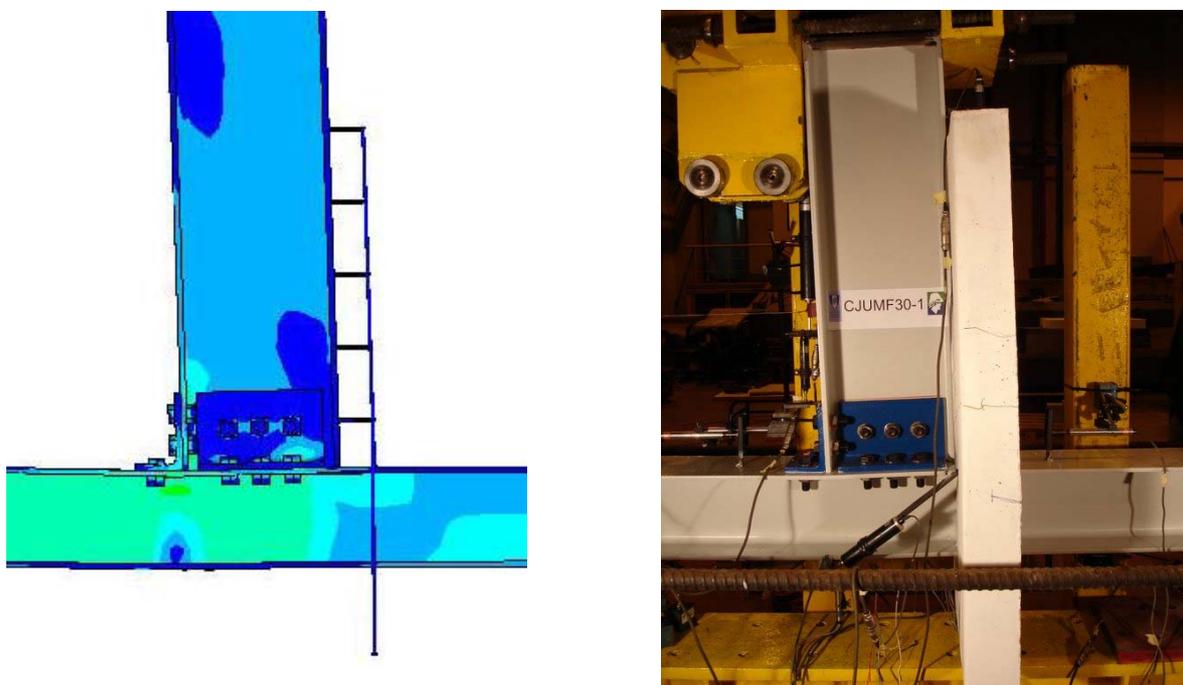


Figura 6.17: Deslocamentos da ligação nos modelos numérico e experimental para rotação total da ligação de 40 mrad

O modelo numérico não conseguiu prever rupturas envolvendo o concreto, uma vez que a contribuição da rigidez e resistência da laje tracionada é considerada por meio do comportamento da armadura.

No entanto, os resultados numéricos tanto para o estado limite de utilização como último foram bastante satisfatórios como será apresentado no capítulo seguinte por meio de análise comparativa com os resultados experimentais.

# 7 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

---

## 7.1 Introdução

Nesse capítulo, os resultados numéricos, experimentais e analíticos (método das componentes) foram analisados e comparados possibilitando discutir os principais aspectos do comportamento dos elementos que influenciaram nas ligações mistas ensaiadas experimentalmente.

Os resultados apresentados pelo método das componentes descrito no capítulo 3 foram determinados utilizando as propriedades dos materiais obtidas no laboratório, considerando o coeficiente de ponderação da resistência dos materiais igual a 1.

Os valores de rigidez inicial e momento resistente obtidos por meio das análises experimental, numérica e analítica foram apresentados, discutindo os principais fatores que influenciaram os resultados em cada uma das análises.

Finalmente, um estudo de caso considerando um pórtico misto com três pavimentos e com os carregamentos utilizados na prática corrente de projeto foi analisado levando em conta o comportamento semi-rígido da ligação mista.

## **7.2 Análise e comparação dos resultados experimental e numérico**

Neste item os principais resultados obtidos por meio das análises experimental e numérica são comparados e analisados, objetivando apresentar as vantagens e desvantagens da modelação numérica utilizada.

### **7.2.1 Curva momento-rotação total da ligação**

A resposta do comportamento global das ligações analisadas experimentalmente e numericamente é apresentada nas Figuras 7.1 a 7.5 por meio das curvas momento-rotação total da ligação. A rotação total da ligação é a somatória das rotações devido aos elementos de ligação (alma e mesa da viga, cantoneiras, parafusos, mesa do pilar e armadura) com a rotação do painel da alma do pilar.

Nos modelos numéricos das ligações sem força axial de compressão no pilar (CJUMF0-1 e CJUMF0-1) a rigidez inicial foi muito próxima dos modelos experimentais. Nas ligações com força axial de compressão no pilar (CJSMF30-1, CJUMF30-1 e CJUMF0-1) a rigidez inicial foi ligeiramente maior que nos modelos experimentais.

Tal fenômeno foi devido às condições de simetria da ligação com relação ao plano médio da alma da viga, simulando apenas metade da ligação e restringindo assim a alma do pilar. Essa consideração teve uma maior influência nos modelos com força axial de compressão no pilar, uma vez que nesses casos as rotações do painel da alma do pilar são maiores.

Como era esperado, o momento máximo obtido pelos modelos numéricos mostraram-se abaixo dos modelos experimentais, uma vez que a laje de concreto não foi simulada e a contribuição da sua rigidez e resistência foi considerada por meio do comportamento da armadura.

No entanto, em situações correntes de projeto a rotação da ligação no estado limite último dificilmente ultrapassa 40 mrad e, portanto, até essa rotação o momento obtido pelos modelos numéricos foi próximo ao momento nos modelos experimentais.

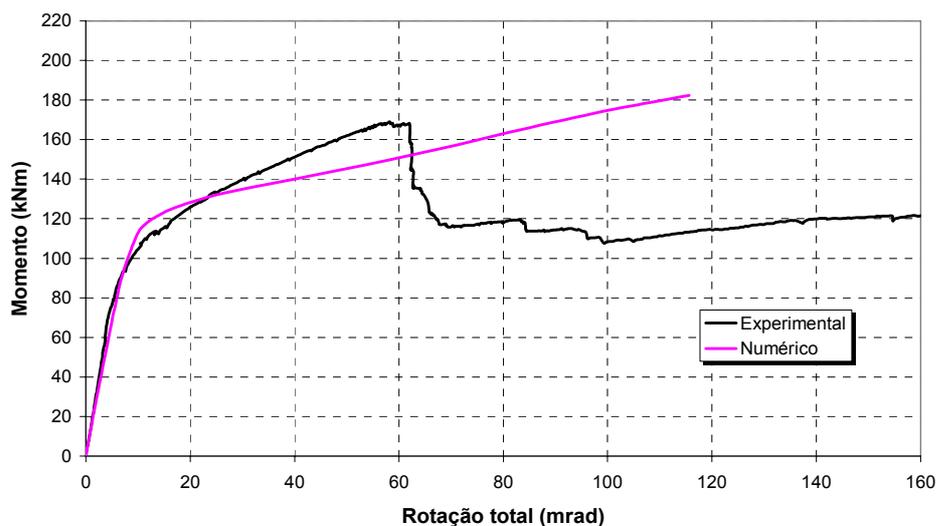


Figura 7.1: Curvas momento-rotação total da ligação CJUMF0-1

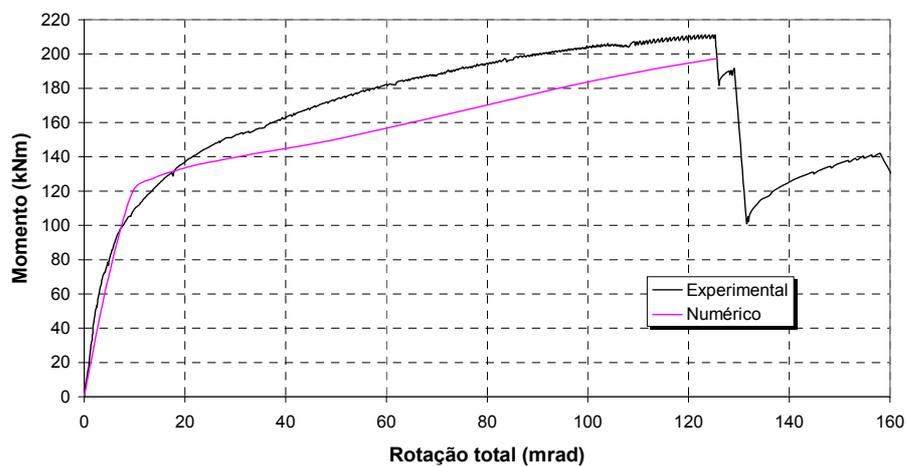


Figura 7.2: Curvas momento-rotação total da ligação CJSMF0-1

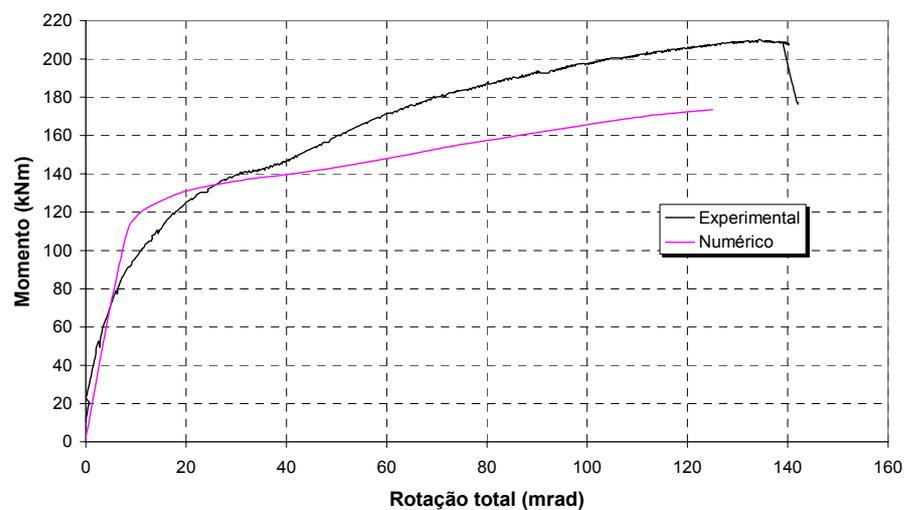


Figura 7.3: Curvas momento-rotação total da ligação CJSMF30-1

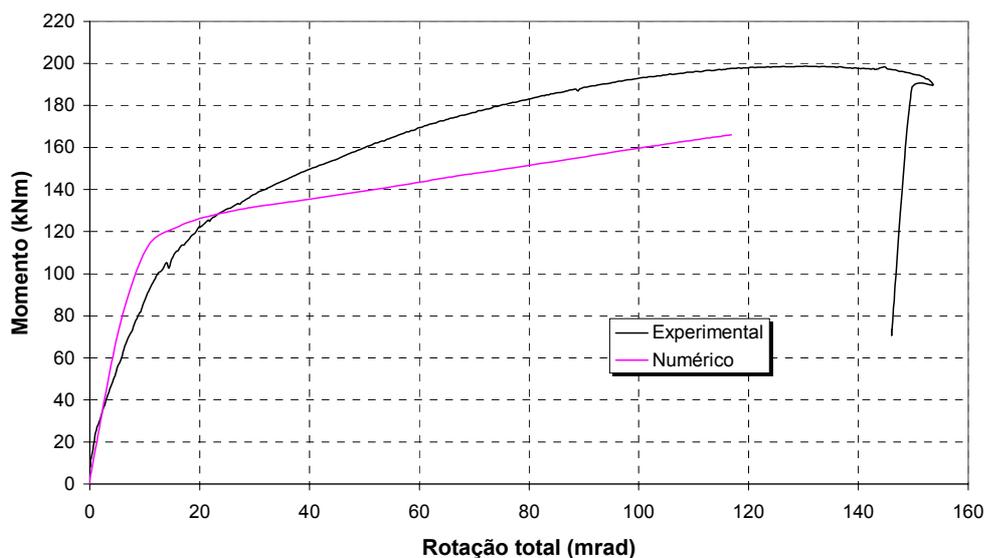


Figura 7.4: Curvas momento-rotação total da ligação CJUMF30-1

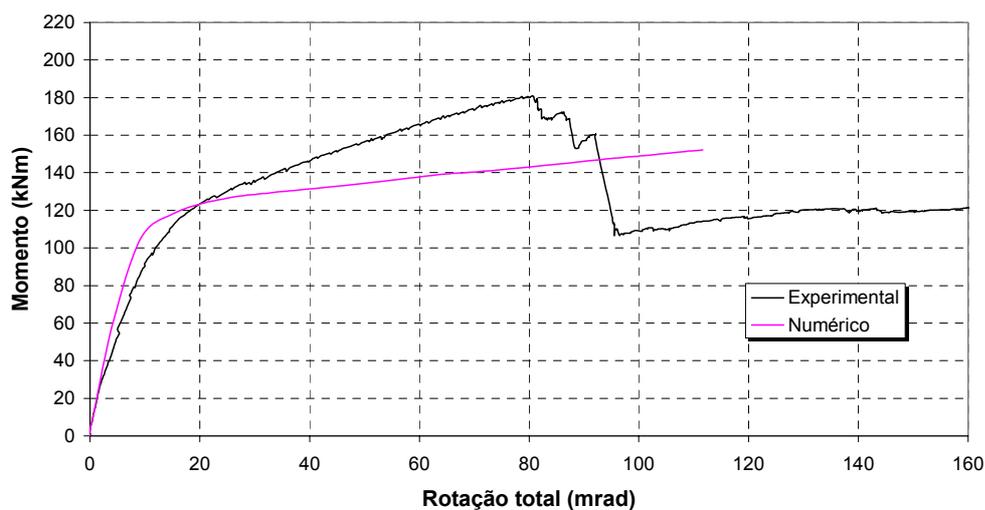


Figura 7.5: Curvas momento-rotação total da ligação CJUMF50-1

### 7.2.2 Análise do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação

Nas ligações com pilar de extremidade ou pilar interno com momentos desbalanceados, a rotação do painel da alma do pilar é significativa e deve ser considerada na rotação total da ligação, juntamente com a rotação devido aos elementos de ligação.

Para ilustrar a magnitude dos dois tipos de rotações, as Figuras 7.6 a 7.10 apresentam as rotações do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação para os modelos numéricos e experimentais.

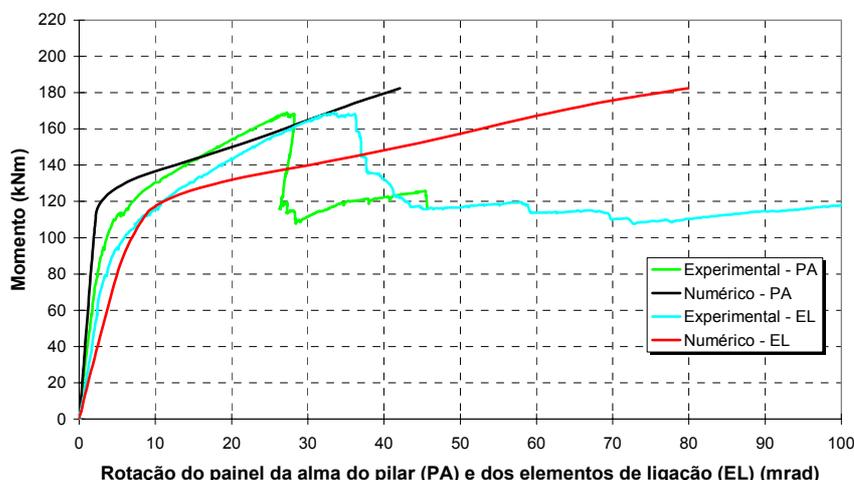


Figura 7.6: Rotação do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação (CJUMF0-1)

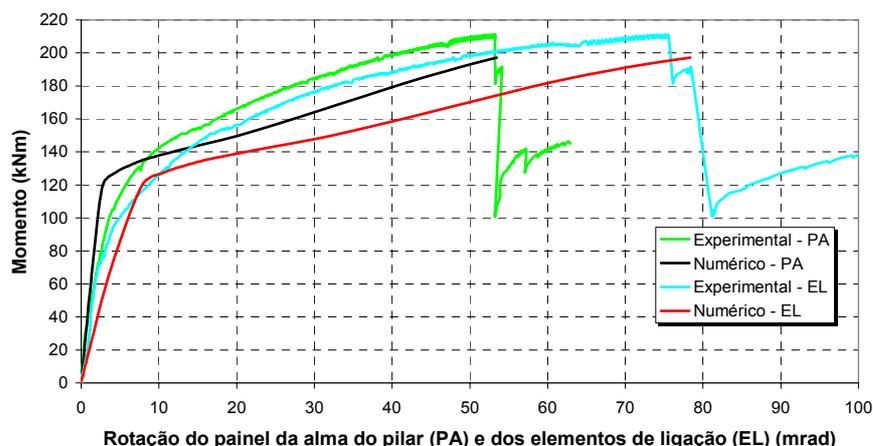


Figura 7.7: Rotação do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação (CJSMF0-1)

Para o momento na ligação de aproximadamente 110 kNm (10 mrad), a curva momento-rotação devido aos elementos de ligação nos modelos numéricos e experimentais foram próximas, mostrando que as deformações da alma e mesa da viga, das cantoneiras, dos parafusos, mesa do pilar e armadura reproduziram, com confiabilidade, os resultados experimentais.

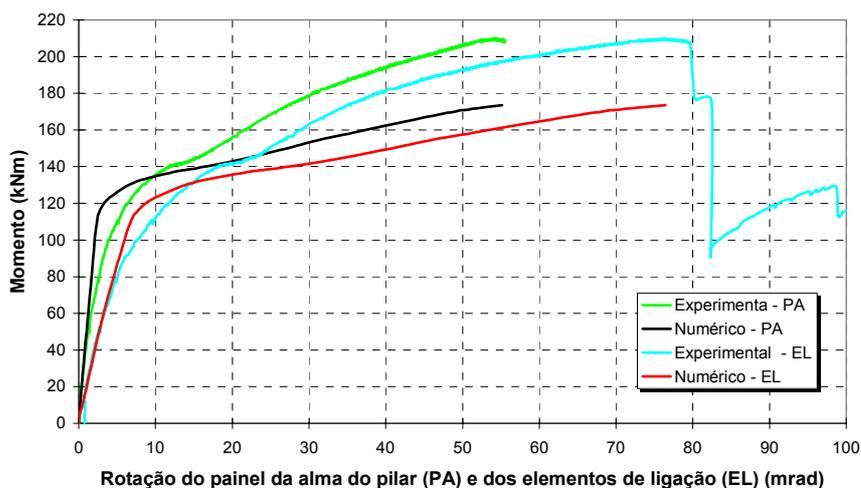


Figura 7.8: Rotação do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação (CJSMF30-1)

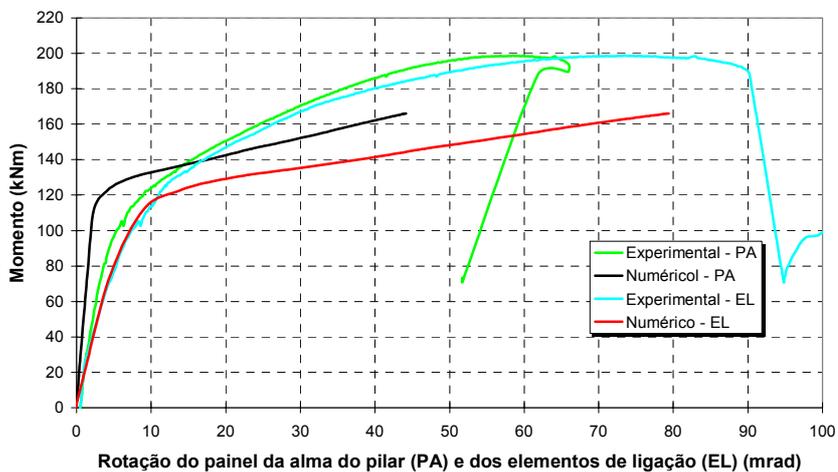


Figura 7.9: Rotação do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação (CJUMF30-1)

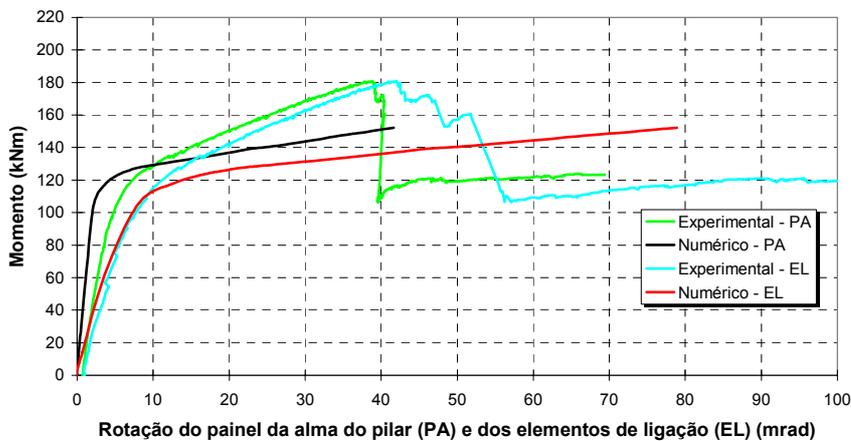


Figura 7.10: Rotação do painel da alma do pilar e dos elementos de ligação (CJUMF50-1)

Nos modelos numéricos, as rotações da alma do pilar até o momento de aproximadamente 130 kNm foram menores que nos modelos experimentais, principalmente para ligações com força axial de compressão no pilar. Isso foi devido, como já mencionado, às condições de simetria imposta na alma do pilar.

Nos dois tipos de análises, as rotações do painel da alma do pilar foram elevadas para todas as ligações, sendo aumentada devido à presença e magnitude da força axial de compressão no pilar.

Portanto, considerar as rotações do painel da alma do pilar nas análises de pórticos, quando se trata de ligações com pilar de extremidade ou pilar com momentos desbalanceados, é de fundamental importância para representar o comportamento global da região nodal.

Ainda com relação ao painel da alma do pilar, a Figura 7.11 apresenta o deslocamento transversal do pilar na linha da mesa comprimida da viga. Nos modelos numéricos, os deslocamentos nos modelos com enrijecedor foram ligeiramente menores que nos sem enrijecedor na alma do pilar. Na alma do pilar o mesmo foi observado para os modelos sem força axial de compressão no pilar em comparação aos com força axial.

Nos modelos experimentais, os deslocamentos foram menores que nos numéricos devido, provavelmente, à simplificação adotada para representar a laje de concreto. No entanto, os mesmos fenômenos foram observados, exceto de que no modelo CJUMF0-1 (sem enrijecedor) os deslocamentos no início do ensaio foram menores do que no CJSMF0-1 (com enrijecedor), sendo isso associado ao diferente escorvamento realizado.

Como avaliação do comportamento dos elementos da ligação, os deslocamentos das cantoneiras de alma e assento em relação à viga são apresentados na Figura 7.12, para os modelos numérico e experimental.

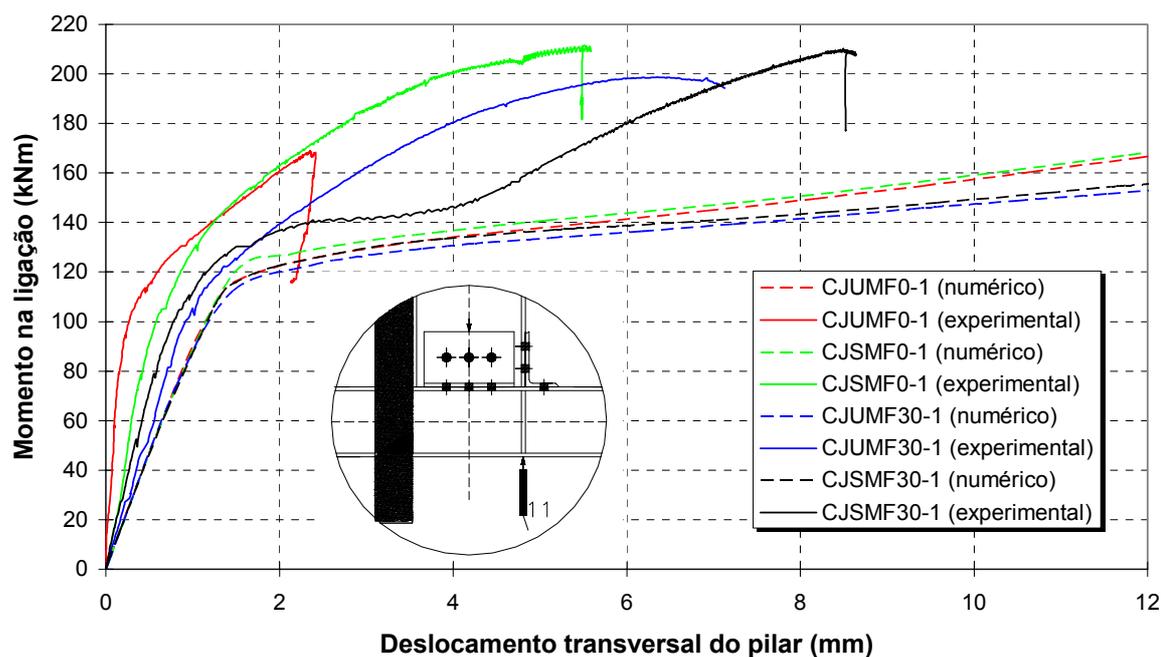


Figura 7.11: Deslocamento transversal do pilar

No modelo experimental, o deslocamento da cantoneira de alma foi quase nulo até o momento de aproximadamente 140 kNm, ou seja, 66% do momento máximo na ligação. Após esse momento, os deslocamentos aumentaram significativamente devido à acentuada diminuição da rigidez da laje de concreto, provocando uma maior contribuição da cantoneira de alma e, conseqüentemente dos seus parafusos conectados a mesa do pilar.

Na cantoneira de assento, até o momento de aproximadamente 90 kNm os deslocamentos foram pequenos. Após esse momento, devido à diminuição do atrito entre as chapas (aba da cantoneira e mesa da viga), os deslocamentos foram significativos.

As cantoneiras no modelo numérico tiveram o mesmo comportamento do experimental, ressaltando a proximidade dos resultados numérico e experimental até o momento de aproximadamente 80 kNm. No entanto, como esperado, após esse momento os deslocamentos da cantoneira de assento no modelo numérico foram bem menores que no experimental, não reproduzindo assim o escorregamento dos parafusos conectados com a mesa da viga ocorridos no ensaio.

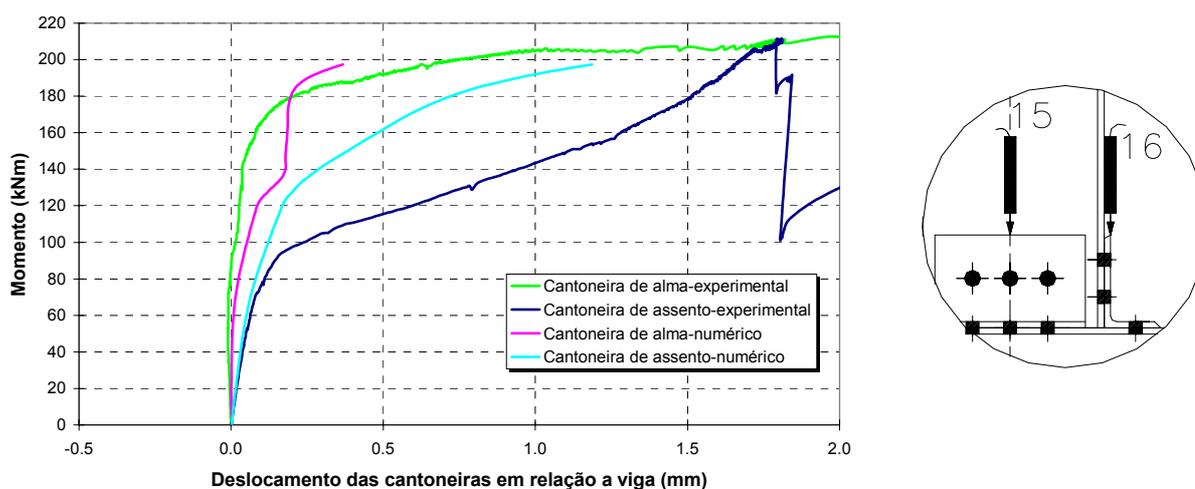


Figura 7.12: Deslocamento das cantoneiras em relação a viga (CJSMF0-1)

Com base no comportamento da cantoneira de assento e da sua influência para o comportamento global da ligação, como procedimento de projeto, os parafusos que conectam com a mesa da viga devem sempre ser protendidos de acordo com as normalizações. Esses parafusos necessitam ser verificado ao cisalhamento no estado limite de utilização por atrito e no estado limite último por contato.

### 7.3 Análise das ligações pelo método das componentes

Além das análises experimental e numérica, uma análise analítica utilizando o método proposto pelo EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8 foi realizada com o propósito de avaliar os resultados de rigidez inicial e momento resistente para as ligações com cantoneiras de alma e assento, considerando a configuração de carregamento na viga e no pilar utilizada nos ensaios.

Na versão do EUROCODE 3 (2005) não existe nenhuma abordagem sobre a contribuição da cantoneira de alma para o comportamento da ligação. Nesse sentido, como apresentado no capítulo 3, foram adotadas as equações relativas à componente flexão da chapa de topo para o cálculo da rigidez e resistência da flexão da aba da cantoneira de alma conectada a mesa do pilar.

As identificações das componentes que influenciam na rigidez inicial e resistência desse tipo de ligação estão apresentadas no capítulo 3, assim como a metodologia de cálculo.

A Tabela 7.1 resume as equações utilizadas para obtenção da rigidez e da força resistente potencial das componentes que influenciaram nas ligações ensaiadas, ressaltando que quando se tem enrijecedor na alma do pilar a componente compressão da alma do pilar é igual a infinito, ou seja, não é considerada.

Tabela 7.1: Equações para a determinação da resistência e rigidez de cada componente

Componente	Resistência ( $F_{rd}$ )	Rigidez ( $k$ )
Flexão na mesa do pilar	Teoria "T stub"	$k_3 = \frac{0,9l_{eff}t_{fc}^3}{m^3}$
Tração na alma do pilar	$F_{t,wc,Rd} = \omega \cdot b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}$	$k_4 = \frac{0,7b_{eff,t,wc} t_{wc}}{d_{wc}}$
Tração na alma da viga	$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} t_{wb} \frac{f_{y,wb}}{1,1}$	$\infty$
Tração no parafuso	$F_{t,Rd} = 2 * (0,68A_b f_u)$	$k_7 = 1,6 \frac{A_s}{L_b}$
Flexão na aba da cantoneira de alma	Teoria "T stub"	$k_6 = \frac{0,9l_{eff}t_{wa}^3}{m_{wa}^3}$
Tração na armadura longitudinal	$F_{r,Rd} = A_{s,r} f_{yr}$	$k_{10} = \left( \frac{A_{s,r}}{3,6h} \right) k_{slip}$
Compressão transversal na alma do pilar	$F_{c,wc,Rd} = \omega k_{wc} \rho b_{eff,c,wc} t_{wc} f_{y,wc}$	$k_2 = \frac{0,7b_{eff,c,wc} t_{wc}}{d_c}$
Compressão na mesa e alma da viga	$F_{c,fn,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{(h - t_{fb})}$	$\infty$
Compressão na aba da cantoneira de assento	$F_{c,BA,Rd} = b_L \cdot t_L f_{y,BA}$	$\infty$
Cisalhamento no painel da alma do pilar	$F_{wp,Rd} = \frac{0,9A_{vc} f_{y,wc}}{\beta \cdot \sqrt{3}}$	$k_1 = \frac{0,38A_{vc}}{\beta z_{eq}}$

**Símbolos:**

$\ell_{eff}$  é o comprimento efetivo do perfil “T”-stub referente à flexão da mesa de pilar ou aba da cantoneira de alma;

$L_b$  é a espessura da chapa de topo mais a espessura da mesa do pilar somada à metade da soma entre a altura da cabeça e altura da porca;

$\rho$  é o fator de redução devido à flambagem da chapa;

$\omega$  é o fator de redução devido a possíveis efeitos de interação com cisalhamento na alma;

$\beta$  é o parâmetro que considera o efeito do cisalhamento horizontal no painel da alma do pilar;

$A_b$  é a área bruta do fuste do parafuso;

$A_s$  é a área efetiva do fuste do parafuso;

$A_{s,r}$  é a área efetiva da armadura;

$b_{eff,c,wc}$  é a largura efetiva da alma do pilar em compressão;

$b_{eff,t,wb}$  é o comprimento efetivo do “T-stub” equivalente referente à flexão da chapa de topo;

$b_{eff,t,wc}$  é o comprimento efetivo do “T-stub” equivalente referente à flexão da mesa pilar;

$b_L$  é o comprimento da aba da cantoneira conectado à viga;

$d_{wc}$  é a largura da alma do pilar descontando os raios de curvatura da seção;

$A_{vc}$  é a área da alma do pilar sob cisalhamento;

$k_{wc}$  é o parâmetro que considera o efeito da tensão longitudinal na alma do pilar ( $\sigma_{com,Ed}$ ) devido à força axial e o momento fletor no pilar;

$f_u$  é a resistência última à tração do aço do parafuso;

$f_{y,BA}$  é a tensão de escoamento da cantoneira de assento;

$f_{y,wc}$  é a tensão de escoamento da alma da viga;

$f_{y,wc}$  é a tensão de escoamento da alma do pilar;

$f_{yr}$  é a tensão de plastificação do aço da armadura;

$h$  é a altura da viga conectada;

$k_{slip}$  parâmetro que considera a deformação da conexão de cisalhamento;

$m$  é a distância do centro do parafuso à face da alma do pilar ou da viga, menos 80% do raio do perfil;

$M_{c,Rd}$  é o momento resistente da seção transversal da viga isolada;

$m_{wa}$  é a distância do centro do parafuso, conectado a mesa do pilar, a face da aba da cantoneira conectada a alma da viga, menos 80% do raio da cantoneira;

$t_{fb}$  é a espessura da mesa comprimida da viga;

$t_{fc}$  é a espessura da mesa do pilar;

$t_L$  é a espessura da aba da cantoneira conectado a viga;

$t_{wa}$  é a espessura da aba da cantoneira de alma conectada a mesa do pilar;

$t_{wb}$  é a espessura da alma da viga;

$t_{wc}$  é a espessura da alma do pilar;

$z_{eq}$  é o braço de alavanca equivalente das linhas tracionadas.

No cálculo da rigidez inicial das ligações, as contribuições do cisalhamento dos parafusos e da pressão de contato nas chapas não foram consideradas, uma vez que foi realizado o controle de protensão inicial dos parafusos.

Com base no método das componentes, apresentam-se nas Tabelas 7.2 e 7.3 a força resistente potencial ( $F_{rd}$ ) e rigidez de cada componente ( $k$ ), o momento resistente ( $M_{rd}$ ) e a rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ) de cada ligação ensaiada experimentalmente.

Tabela 7.2: Caracterização das componentes, resistência e rigidez inicial das ligações CJUMF0-1, CJUMF30-1 e CJUMF50-1

Componente	$F_{rd}$ (kN)	$k$ (mm)	$M_{rd}$ (kNm)	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)
Flexão na mesa do pilar (1ª linha)	209	11,32		
Tração na alma do pilar (1ª linha)	219,7	4,77		
Tração na alma da viga (1ª linha)	199,1	$\infty$		
Tração no parafuso (1ª linha)	339,3	10,16		
Flexão na aba da cantoneira de alma (1ª linha)	135,2	71,96	<b>96</b>	<b>15791</b>
Tração na armadura longitudinal	486,8	0,75		
Compressão transversal na alma do pilar	271,5	5,89		
Compressão da mesa e alma da viga	751,5	$\infty$		
Compressão na aba da cantoneira de assento	538,0	$\infty$		
Cisalhamento no painel da alma do pilar	250	2,11		

Em todas as ligações a menor força resistente potencial na zona de compressão foi o cisalhamento no painel da alma do pilar. Por outro lado, na 1ª linha de parafuso a menor força potencial foi na componente flexão na aba da cantoneira de alma.

Tabela 7.3: Caracterização das componentes, resistência e rigidez inicial das ligações CJSMF0-1 e CJSMF30-1

Componente	$F_{rd}$ (kN)	$k$ (mm)	$M_{rd}$ (kNm)	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)
Flexão na mesa do pilar (1ª linha)	209	11,32		
Tração na alma do pilar (1ª linha)	219,7	4,77		
Tração na alma da viga (1ª linha)	199,1	$\infty$		
Tração no parafuso (1ª linha)	339,3	10,16		
Flexão na aba da cantoneira de alma (1ª linha)	135,2	71,96	<b>96</b>	<b>19084</b>
Tração na armadura longitudinal	486,8	0,75		
Compressão transversal na alma do pilar	271,5	$\infty$		
Compressão da mesa e alma da viga	751,5	$\infty$		
Compressão na aba da cantoneira de assento	538,0	$\infty$		
Cisalhamento no painel da alma do pilar	250	2,11		

Para o EUROCODE 3 (2005), a força axial de compressão no pilar não é considerada no cálculo da rigidez de nenhuma componente. Portanto, não houve qualquer diminuição da rigidez inicial para as ligações com força axial de compressão no pilar.

Por outro lado, no cálculo do momento resistente, o método das componentes considera a influência da força axial de compressão na componente *compressão da alma do pilar* por meio do parâmetro  $k_{wc}$ . Para as magnitudes de força aplicada nos ensaios o parâmetro  $k_{wc}$  foi sempre unitário e, portanto, o momento resistente para as ligações com e sem força axial foram idênticos.

O EUROCODE 3 (2005) não apresenta uma expressão para quantificar o aumento da resistência da componente *compressão na alma do pilar* quando existe a presença do enrijecedor. Essa não consideração resultou num mesmo momento resistente para as ligações com e sem enrijecedor.

Para todas as ligações, a 1ª linha de parafuso (abaixo da mesa da viga) está na zona de compressão, ou seja, a linha neutra no estado limite último está

acima dessa linha de parafuso. Esse fato deve-se a elevada área de armadura longitudinal na laje de concreto e a pequena resistência da ligação na zona de compressão.

Como a força resistente potencial de tração na armadura foi superior ao cisalhamento no painel da alma do pilar houve uma redução da força na armadura e, portanto, o momento resistente foi calculado para todas as ligações pelo binário de forças igual a 250 kN (resistência potencial no painel da alma do pilar), como ilustrado na Figura 7.13.

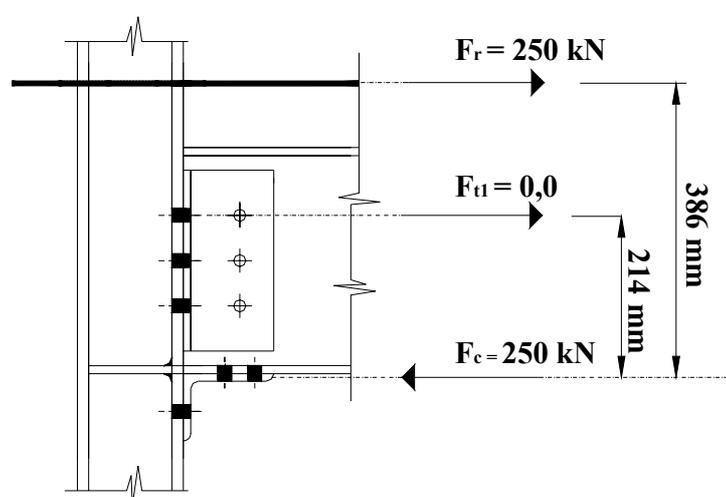


Figura 7.13: Cálculo do momento resistente de todas as ligações

Para que a 1ª linha de parafuso estivesse na zona de tração e houvesse alguma redistribuição plástica dos esforços de tração ao longo das linhas, a área de armadura longitudinal deveria ser reduzida e a resistência do painel de alma do pilar aumentada. O aumento dessa resistência poderia ser devido à colocação do enrijecedor na zona de tração ou a adoção de pilar misto.

#### 7.4 Discussão dos resultados de acordo com as três análises

Neste trabalho foram realizadas as análises experimental, numérica e analítica para obtenção do comportamento semi-rígido da ligação mista com cantoneiras de alma e assento. Nesse sentido, as Figuras 7.14 a 7.18 apresentam

as curvas momento-rotação total da ligação para as três análises, ressaltando que as curvas momento-rotação são apresentadas até a rotação de 50 mrad.

Para os resultados analíticos foram adotadas uma curva momento-rotação bi-linear e outra tri-linear, ambas permitidas pelo EUROCODE 3 (2005). Associa-se a estas uma terceira curva proposta por AHMED & NETHERCOT (1997) utilizando os valores de rigidez inicial e momento resistente calculados pelo EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8. Todas as equações para determinação das curvas analíticas momento-rotação foram apresentadas no item 2.4 do capítulo 2.

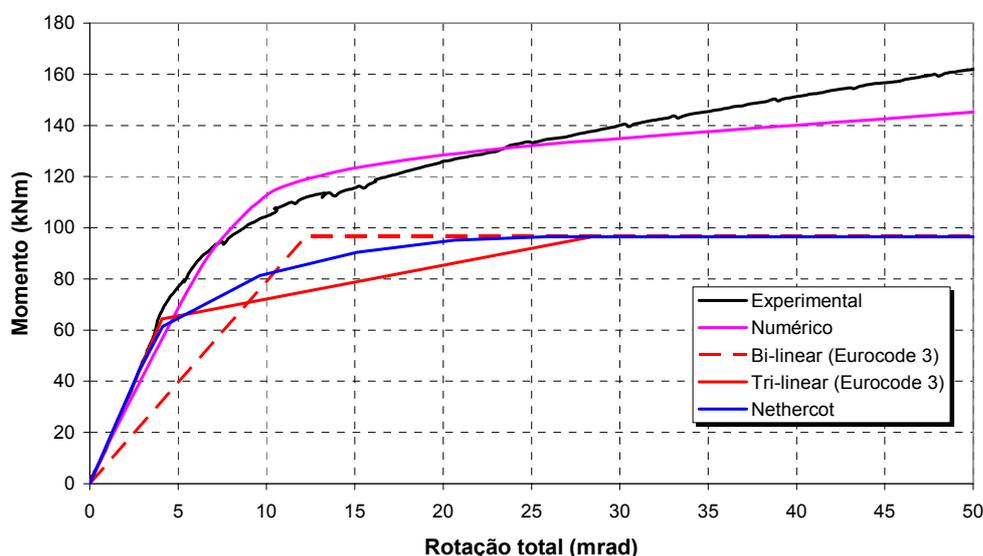


Figura 7.14: Relação momento-rotação total da ligação CJUMF0-1

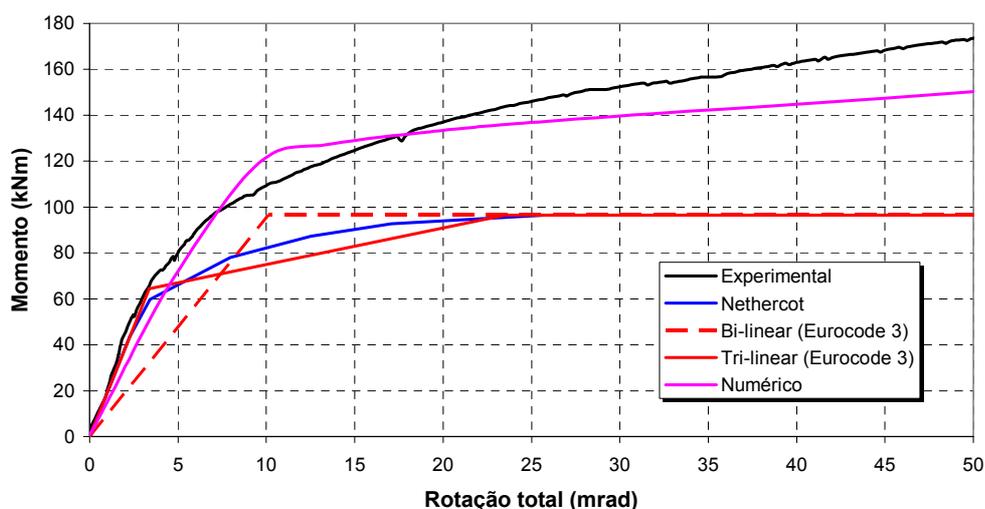


Figura 7.15: Relação momento-rotação total da ligação CJSMF0-1

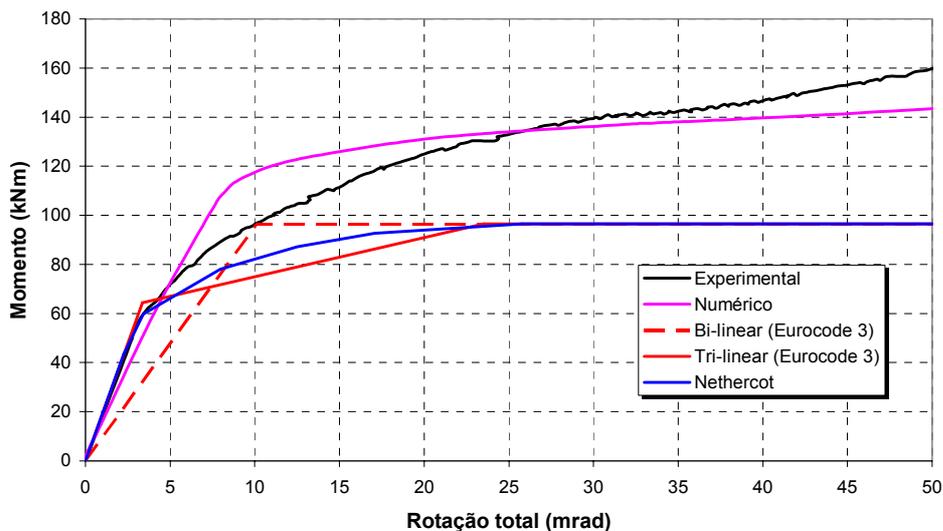


Figura 7.16: Relação momento-rotação total da ligação CJSMF30-1

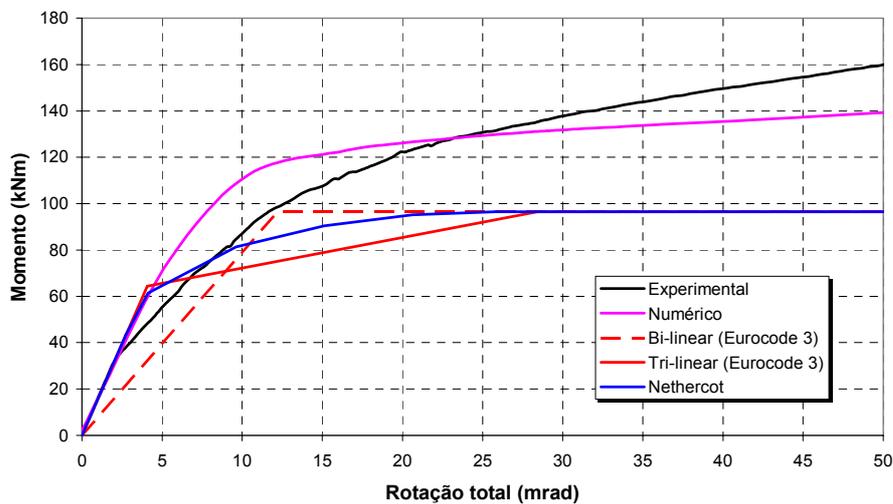


Figura 7.17: Relação momento-rotação total da ligação CJUMF30-1

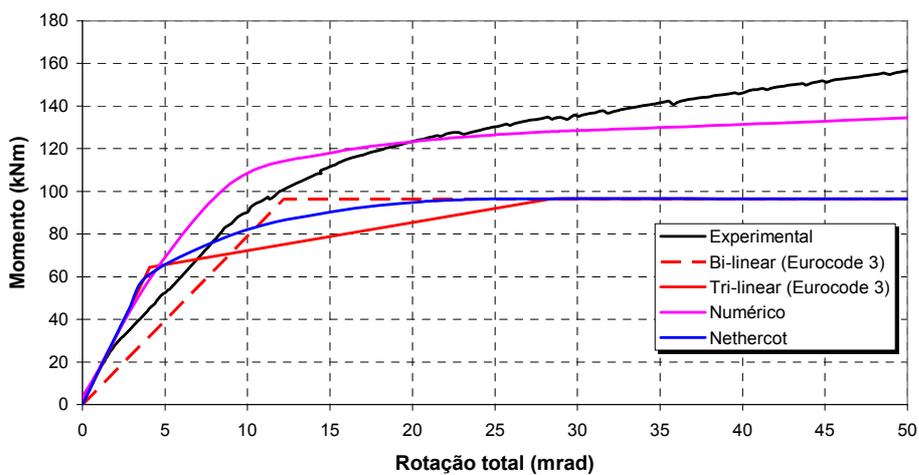


Figura 7.18: Relação momento-rotação total da ligação CJUMF50-1

A curva proposta por AHMED & NETHERCOT (1997) obteve uma forma semelhante às curvas numérica e experimental, porém com um trecho elasto-plástico perfeito após a curva atingir o momento resistente.

A utilização da relação momento-rotação com um trecho não-linear, conforme AHMED & NETHERCOT (1997), depende das características do “software” em que o projetista esteja realizando a análise estrutural.

Para a utilização corrente em projeto, o EUROCODE 3 (2005) permite a utilização da curva tri-linear ou bi-linear. No entanto, os resultados acima mostraram que, no estado limite último, dependendo do momento atuante a resposta da ligação pode ser significativamente alterada.

Como síntese, os parâmetros de rigidez inicial e momento resistente das ligações por meio do estudo experimental, numérico e analítico (EUROCODE 3) são apresentados na Tabela 7.4, ressaltando que os valores de momento resistente são equivalentes à rotação total da ligação de 30 mrad.

Ainda na Tabela 7.4 é apresentado o momento na ligação para a rotação de 10 mrad ( $M_1$ ), sendo essa rotação, em geral, correspondente ao final do trecho elástico das ligações nas análises numérica e experimental. O momento para essa rotação na análise analítica será tomado por meio da curva bi-linear.

Como apresentado anteriormente, as rotações iniciais devido aos elementos de ligação entre os modelos numérico e experimental foram próximas. Portanto, a diferença de rigidez inicial da ligação entre as duas análises foi, principalmente, devido às rotações do painel da alma do pilar.

Nas ligações onde a rotação do painel da alma do pilar foi mais significativa (CJUMF30-1 e CJUMF50-1), a rigidez inicial do modelo numérico foi maior que a do modelo experimental. Esse resultado é coerente com o mencionado anteriormente sobre a restrição imposta na alma do pilar devido à simetria na ligação.

Tabela 7.4: Momento resistente (rotação de 30 mrad),  $M_1$  (rotação de 10 mrad) e rigidez inicial para as três análises

Ligação	Parâmetro	Experimental (1)	Númérico (2)	Eurocode 3 (3)	(1) / (2)	(1) / (3)
CJUMF0-1	$M_1$ (kNm)	104	111	80	0,94	1,30
	$M_{rd}$ (kNm)	139	134	96	1,04	1,45
	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	16682	14777	15791	1,13	1,06
CJSMF0-1	$M_1$ (kNm)	110	121	96	0,91	1,14
	$M_{rd}$ (kNm)	152	140	96	1,08	1,60
	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	20141	14840	19084	1,35	1,06
CJSMF30-1	$M_1$ (kNm)	97	116	96	0,84	1,01
	$M_{rd}$ (kNm)	140	138	96	1,01	1,46
	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	18010	14746	19084	1,22	0,94
CJUMF30-1	$M_1$ (kNm)	88	110	80	0,80	1,10
	$M_{rd}$ (kNm)	137	132	96	1,04	1,43
	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	10215	14455	15791	0,71	0,65
CJUMF50-1	$M_1$ (kNm)	90	106	80	0,85	1,13
	$M_{rd}$ (kNm)	135	128	96	1,05	1,40
	$S_{j,ini}$ (kNm/rad)	9611	14292	15791	0,67	0,61

Nas outras ligações (CJUMF0-1, CJSMF0-1 e CJSMF30-1) onde as rotações da alma do pilar foram menores nos ensaios, a rigidez inicial no modelo numérico foi menor que no modelo experimental.

A rigidez inicial no modelo numérico com e sem enrijecedor (CJSMF0-1 e CJUMF0-1) é praticamente igual, não reproduzindo assim o aumento de rigidez inicial devido à presença do enrijecedor.

Isso foi associado ao fato de que com o enrijecedor na alma do pilar, a contribuição da laje de concreto para o comportamento da ligação é maior devido a menores deformações no painel de alma do pilar. Portanto, a não consideração da rigidez total da laje de concreto no modelo numérico resulta numa menor rigidez inicial da ligação.

Nas ligações com alma do pilar enrijecida (CJSMF0-1 e CJSMF30-1), a rigidez inicial determinada pelo EUROCODE 3 (2005) foi muito próxima do resultado experimental. Esse resultado mostrou que o fato do EUROCODE 3 (2005) não considerar a deformação de compressão na alma do pilar quando da presença do enrijecedor, mesmo para a alma do pilar submetida à força axial de compressão, foi satisfatória para esses ensaios.

Na ligação sem força axial de compressão no pilar e sem enrijecedor (CJUMF0-1), a rigidez inicial calculada pelo EUROCODE também foi próxima do resultado experimental, mostrando que a determinação da rigidez da componente compressão transversal da alma do pilar ( $k_2$ ) foi satisfatória.

Nas outras ligações ensaiadas experimentalmente, a rigidez inicial foi influenciada pela força de compressão no pilar e os resultados analíticos apresentaram diferenças consideráveis com os resultados experimentais. Isso ocorreu, provavelmente, devido o EUROCODE 3 (2005) não considerar as deformações na alma do pilar devido a força axial de compressão, para determinação da rigidez inicial da ligação.

Nos ensaios experimentais, a presença do enrijecedor na alma do pilar nas ligações com força axial de compressão aumentou significativamente a rigidez inicial da ligação. Como a alma do pilar nessa zona está submetida ao estado duplo de tensão de compressão, a presença do enrijecedor diminui a magnitude das tensões na alma do pilar, alterando o comportamento da ligação nessa região o que diminui a rotação.

Portanto, a influência da força de compressão no pilar foi muito maior para as ligações sem enrijecedor do que com enrijecedor. No entanto, o aumento do valor da força axial de 30% para 50% pouco alterou a rigidez inicial da ligação.

Os momentos resistentes para as duas análises (numérica e experimental) foram próximos, mostrando que as concepções adotadas para a modelagem numérica reproduzem o estado limite último das ligações.

Os resultados apresentados pelo EUROCODE para momento resistente são conservativos, ou seja, a menor diferença em relação ao experimental foi de 40%. Esse fato pode ser explicado pela condição de verificação de resistência onde

a primeira componente a atingir o estado limite último determina o máximo momento da ligação.

Os momentos resistentes para as ligações sem e com enrijecedor determinado pela análise analítica foram iguais, uma vez que o EUROCODE 3 (2005) não apresenta uma expressão para quantificar o aumento da resistência à compressão transversal da alma do pilar devido à presença do enrijecedor.

No entanto, pelos resultados experimentais e numéricos pode-se observar que a presença do enrijecedor pouco aumentou o momento resistente da ligação.

Tanto na análise numérica quanto na experimental, os momentos resistentes entre as ligações enrijecidas (CJSMF0-1 e CJSMF30-1) e as não-enrijecidas (CJUMF0-1 e CJUMF30-1) foram próximos, indicando que a força de compressão pouco influenciou o momento na ligação no estado limite último.

No entanto, para a rotação de 10 mrad, o momento na ligação diminuiu 16% e 13 % para as ligações não-enrijecidas e enrijecidas, respectivamente. Portanto, a força axial de compressão influenciou o momento na ligação para rotações em utilização.

A comparação entre os resultados numérico e experimental, de forma geral, foi satisfatória uma vez que o modelo numérico conseguiu representar a semi-rigidez da ligação no estado limite de utilização e aproximou-se do momento resistente no estado limite último da ligação.

As hipóteses adotadas para a utilização do método das componentes nas ligações mistas com cantoneiras de alma e assento foram satisfatórias, principalmente na determinação da rigidez inicial para ligações em que há pouca influência da força axial de compressão no pilar.

Como comentário final ressalta que, após a ligação atingir o colapso nos modelos experimentais a resistência da ligação é quase que totalmente responsabilidade da ligação em aço (cantoneiras e parafusos).

Esse fenômeno pode ser visualizado na Figura 7.19 por meio das curvas experimentais momento-rotação das ligações mistas CJUMF0-1 e CJSMF0-1 com as curvas numéricas das ligações de aço isolado. Após o colapso, o momento na ligação diminuiu abruptamente para um patamar que corresponde aproximadamente ao momento resistente da ligação de aço isolada.

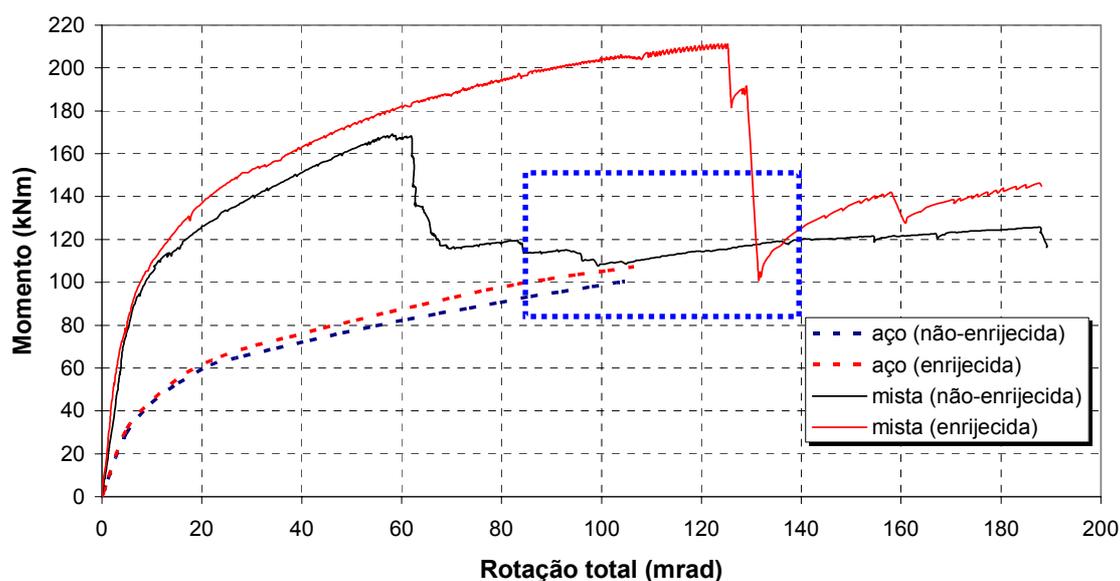


Figura 7.19: Curvas momento-rotação total das ligações somente em aço (resultado numérico) e das ligações mistas (resultado experimental)

Do ponto de vista de projeto essa constatação não representa qualquer utilidade, exceto que esse aspecto pode ser considerado numa condição de sismo, onde esse tipo de ligação tem comportamento dúctil após a ruptura da laje de concreto. Esse fato é importante para os países onde há a possibilidade de sismos.

### 7.5 Estudo de caso: análise de um pórtico misto de edifícios

Nesse item é apresentado um estudo de caso de um pórtico misto de edifícios utilizando o comportamento semi-rígido da ligação mista estudada. Nesse estudo verificou-se a influência da diferença da curva momento-rotação da ligação obtida pelo ensaio experimental e a calculada pelo método das componentes.

Adicionalmente, uma comparação entre o comportamento do pórtico com ligação semi-rígida em relação aos apoios perfeitamente engastados ou rotulados foi realizada, ressaltando que os apoios rotulados, em particular, são somente como caráter comparativo uma vez que não seria recomendada tal alternativa para o caso analisado.

O pórtico analisado é apresentado na Figura 7.20 com o total de três pavimentos. As dimensões são 12 m de altura e 22,50 m de largura. O estudo de caso foi realizado adotando as seções de pilar HEA 200 e viga mista (com perfil IPE 300) utilizados no programa experimental.

As resistências da viga mista para momento negativo e positivo são de 300 kNm e 409 kNm, respectivamente, considerando o coeficiente de ponderação da resistência dos materiais igual a 1. O momento de plastificação total da seção IPE 300 é 250 kNm.

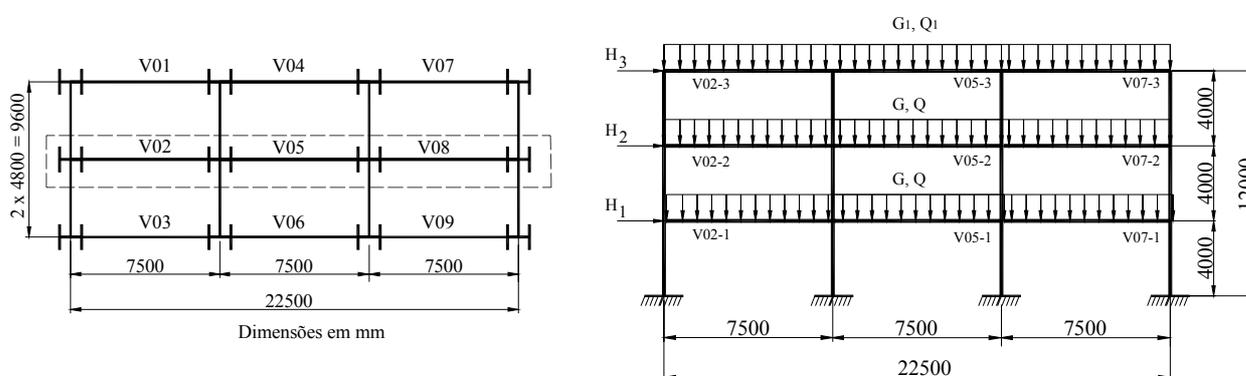


Figura 7.20: Dimensões do pórtico analisado

Os esforços internos nos estados limites último e de utilização foram determinados por meio da análise elástica em 1<sup>a</sup> ordem. As principais características da estrutura mista e as considerações realizadas na análise são descritas abaixo:

1. o sistema de construção da viga mista é escorado;
2. o pórtico analisado é não contraventado;
3. a viga mista tem conexão completa;
4. a seção da viga (IPE 300) na flexão é de classe 1;
5. nenhuma restrição a flambagem lateral por distorção da viga mista é necessária;
6. o valor para a redução do módulo de elasticidade do concreto nos estados limites último e de utilização foi igual a *dois*, considerando assim o efeito da fluência do concreto;

7. a análise elástica considerada é a fissurada adotando rigidez a flexão do elemento igual à  $E_a I_2$ , na região de momento negativo, num comprimento equivalente a 15% do vão por tramo (ver item 2.6.1).

O pórtico foi submetido a ações gravitacionais permanentes (G) e sobrecarga (Q) e ações horizontais concentradas devido ao vento (H). As intensidades das ações estão listadas na Tabela 7.5 com as respectivas combinações críticas para os estados limites último e de utilização (combinação freqüente) de acordo com o EUROCODE (2002) - prEN 1990. Vale ressaltar que as forças horizontais equivalentes devido a imperfeições globais do pórtico (falta de verticalidade dos pilares) não foram consideradas.

Tabela 7.5: Valores das ações e combinações utilizadas na análise

Ações						
Permanente		Sobrecarga		Vento		
G (kN/m)	G <sub>1</sub> (kN/m)	Q (kN/m)	Q <sub>1</sub> (kN/m)	H <sub>1</sub> (kN)	H <sub>2</sub> (kN)	H <sub>3</sub> (kN)
30,35	21,00	10,00	5,00	7,24	7,24	3,62
Combinações ELU				Combinações ELS		
ELU (1)		ELU (2)		ELS (1)	ELS (2)	
1,35G + 1,5Q + 0,6x1,5H		1,35G + 1,5H + 0,7x1,5Q		G + 0,5Q	G + 0,2H + 0,3Q	

De acordo com a classificação proposta pelo EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8 as ligações ensaiadas são consideradas semi-rígidas e de resistência parcial, como apresentado na Figura 7.21 para um vão de viga igual a 7,5 m e sistema não-contraventado.

A curva momento-rotação experimental utilizada na análise para todos os nós foi referente à ligação CJUMF50-1, uma vez que é a situação que mais se aproxima dos casos correntes já que os pilares estarão submetidos à força axial.

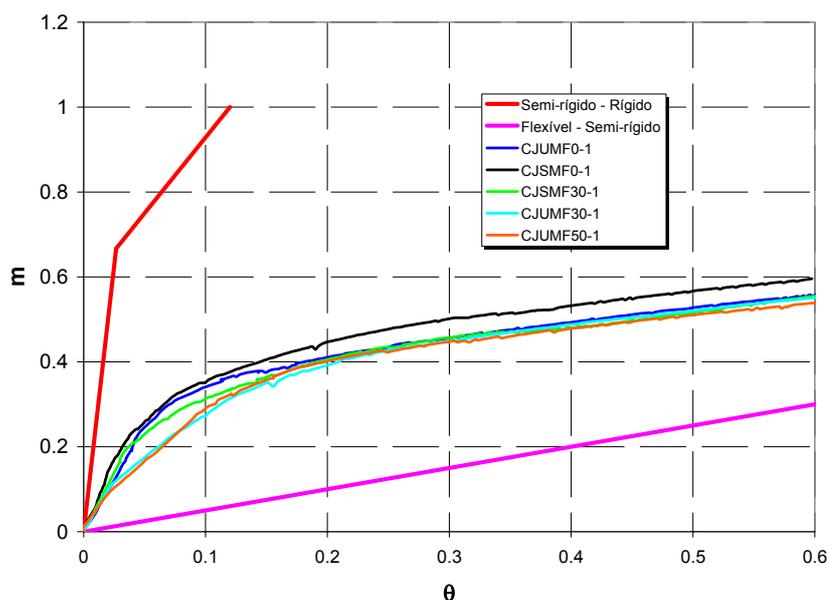


Figura 7.21: Classificação das ligações ensaiadas de acordo com o EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

Quatro diferentes comportamentos na região nodal foram considerados, sendo que o comportamento semi-rígido da ligação foi representado por uma mola com rigidez rotacional secante igual a  $S_{j,ini}/2$  (ver item 2.6.1). Os valores da rigidez inicial encontram-se na Tabela 7.4.

- comportamento 1 - Engastamento perfeito;
- comportamento 2 - Rotulada;
- comportamento 3 - EUROCODE 3 (2005) -  $S_j = 7895 \text{ kNm/rad}$  ;
- comportamento 4 – Experimental -  $S_j = 4806 \text{ kNm/rad}$  .

Os momentos fletores positivos e negativos na viga V02-2 no estado limite último são apresentados na Tabela 7.6. Adicionalmente, o deslocamento horizontal no topo do pórtico e a flecha máxima na viga V02-2 no estado limite de utilização são destacados.

Tabela 7.6: Principais resultados da análise elástica

Tipo de nó	Momento fletor negativo (kNm)		Momento fletor positivo (kNm)	Deslocamento horizontal no topo (mm)	Flecha máxima na viga (mm)
	Nó externo	Nó interno			
1-Engastado	113,00	229,66	206,67	2,00	17,10
2-Rotulado	-	-	375,67	33,10	33,20
3-Eurocode 3	70,76	99,97	291,02	3,20	25,10
4-Experimental	54,56	73,73	312,00	3,90	26,90

Exceto para o nó rotulado, a flecha na viga V02-2 foi menor que o limite de  $L/250$  imposto pelo EUROCODE 3 (2005). As situações 1, 3 e 4 apresentaram deslocamentos horizontais no topo dentro do limite de  $H/500$  imposto pelo EUROCODE 3 (2005).

Os momentos negativo (nó interno) e positivo obtido com a rigidez do EUROCODE foram 36% maior e 6,7% menor, respectivamente, do que os obtidos com a rigidez experimental. Em relação ao nó externo a diferença foi de 30%.

O resultado obtido com a ligação semi-rígida (rigidez experimental) foi para momento negativo (nó interno) 68% menor que o resultado com os nós engastados. No entanto, o momento positivo foi 40% maior do que com nós engastados. Por outro lado, o momento positivo com nós rotulados foi 20% maior do que com os nós semi-rígidos (rigidez experimental).

Com base nos resultados apresentados podem-se realizar algumas considerações:

- o comportamento semi-rígido da ligação (rigidez experimental) adotado nos apoios originou momentos negativos em estado limite último na ordem 32% do momento de engastamento perfeito, no entanto, o deslocamento horizontal no topo foi aproximadamente 2 vezes maior;
- o deslocamento horizontal no topo com os apoios rotulados foi aproximadamente 8,5 vezes maior que os apoios semi-rígidos (rigidez experimental), porém vale ressaltar que essa observação é apenas quantitativa uma vez que para pórticos não-contraventados não é

recomendável a utilização de nós rotulados;

- com as duas considerações acima podemos observar nesse caso prático a vantagem da utilização das ligações semi-rígidas, uma vez que conseguiu-se reduzir os momentos negativos em relação aos nós engastados e diminuir consideravelmente os deslocamentos horizontais em relação aos nós rotulados. No entanto, pelo fato da resistência da viga mista submetida a momento fletor positivo ser, em geral, aproximadamente 1,1 a 1,5 maior que a resistência da viga submetida a momento fletor negativo, o aumento do momento positivo e a diminuição do momento negativo proporcionado pela ligação semi-rígida conduziu ao melhor aproveitamento das características de um pórtico misto.

Os momentos solicitantes de cálculo ( $M_{j,Sd}$ ) nos nós interno e externo com a rigidez experimental foram menores que  $2/3 M_{j,Rd}$  (89,10 kNm), portanto segundo o EUROCODE 3 (2005) a rigidez secante pode ser considerada igual a rigidez inicial da ligação. Por outro lado, com a rigidez da mola do EUROCODE os momentos foram maiores que  $2/3 M_{j,Rd}$  (63,36 kNm).

Como não foi necessário considerar os efeitos de 2ª ordem (esforços internos causados por deformações devido à análise global em 2ª ordem não ultrapassaram os da análise em 1ª ordem em 10%) e as seções das vigas são de classe 1 poderia ser realizada a redistribuição de momentos para o estado limite último com as porcentagens apresentadas no item 2.6.1.

A Figura 7.22 ilustra a deformação na ligação obtida no ensaio experimental para o momento negativo de 40 kNm, equivalente ao estado limite de utilização obtido na análise para a viga V02-2 (rigidez experimental). Observa-se que praticamente não há deformação na ligação metálica, como também não foram observadas fissuras na laje de concreto. Em geral, as fissuras na laje iniciaram-se no momento equivalente a 52 kNm.

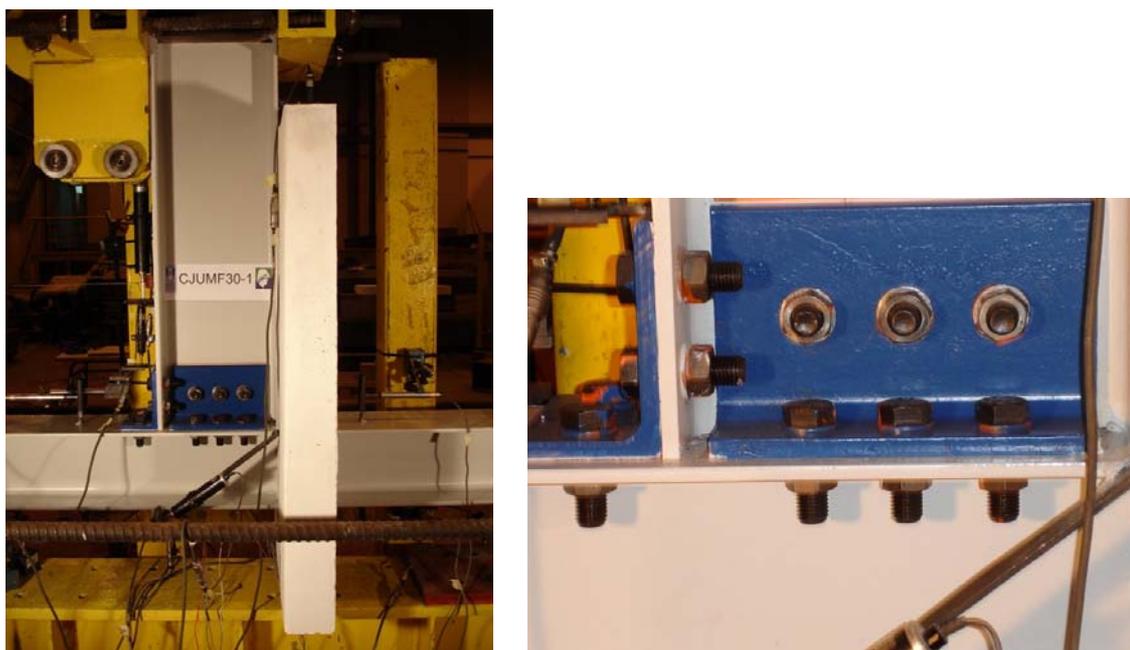


Figura 7.22: Deformação na ligação para o momento equivalente a 40 kNm

## 7.6 Comentários finais

Os resultados apresentados nesse capítulo mostraram que o procedimento analítico para ligações mistas com cantoneiras de assento e alma apresentou melhores resultados para rigidez inicial da ligação quando o efeito da força axial de compressão no pilar não foi significativo.

Os resultados numéricos foram validados pelos resultados experimentais, tornando assim uma boa ferramenta para estudos paramétricos de ligações mistas com cantoneiras.

O estudo de caso realizado permitiu avaliar os benefícios da ligação semi-rígida numa estrutura aporticada mista com relação ao melhor aproveitamento das características de uma viga mista, ou seja, maior resistência para momentos positivos e menor resistência para momentos negativos.

## 8 CONCLUSÕES FINAIS

---

O trabalho de investigação desenvolvido nesta tese teve como objetivo avaliar o comportamento das ligações viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma nos âmbitos experimental, numérico e analítico.

O programa experimental foi desenvolvido em ligações com pilar de extremidade utilizando perfis laminados do tipo europeu. Nos ensaios, além de modelos submetidos a carregamento monotônico, foi aplicado num modelo carregamento cíclico com o objetivo de avaliar a degradação da ligação mista para ações dinâmicas.

Portanto, as principais conclusões obtidas decorrentes do programa experimental são descritas a seguir:

- O sistema de ancoragem das barras contornando o pilar mostrou-se eficiente uma vez que todas atingiram deformações elevadas e que foram capazes de desenvolver forças de tração e contribuir para a rigidez e resistência da ligação mista. O cordão de solda, entre as duas barras de armadura em cima da viga de aço e a mesa do pilar, apresentou bons resultados para rotações na ligação até 10 mrad.
- A presença da força de compressão no pilar diminuiu a rigidez inicial das ligações sem enrijecedor em aproximadamente 40%. No entanto, o aumento do valor da força axial de 30% para 50% da capacidade de plastificação do

pilar praticamente não alterou a rigidez inicial da ligação. Analisando o momento na ligação para a rotação de 10 mrad, a força axial de compressão proporcionou uma diminuição no momento na ligação em 16%.

- Nas ligações com enrijecedor de alma do pilar, a aplicação da força de compressão no pilar reduziu a rigidez inicial em 11%, mostrando que a influência da força de compressão para a rigidez inicial foi muito maior para as ligações sem enrijecedor do que com enrijecedor na alma. A redução no momento da ligação para a rotação de 10 mrad foi de 13%, ou seja, mesmo patamar comparado às ligações sem enrijecedor de alma.
- Os ensaios foram realizados utilizando uma seção de pilar compacta e, conseqüentemente, para seções semi-compactas ou esbeltas a influência da força axial de compressão no pilar pode ser ainda maior, tanto para a rigidez inicial como para o momento resistente.
- Após o momento de colapso das ligações ensaiadas, devido à ruptura da laje de concreto ou ruptura da armadura, o momento na ligação diminuiu abruptamente para um patamar equivalente à resistência da ligação em aço (cantoneiras e parafusos), resultando numa ductilidade elevada até o final do ensaio. Esse fato é importante para os países onde há possibilidade de sismos uma vez que essa ligação teve comportamento dúctil após a ruptura da laje de concreto.
- As ligações viga mista-pilar com cantoneiras de assento e alma ensaiadas apresentaram elevada capacidade rotacional.
- O comportamento da ligação submetida ao carregamento cíclico foi condicionado pelas fissuras da laje de concreto na interface laje-viga, esmagamento do concreto na interface laje-mesa do pilar e flexão da cantoneira de assento. As duas barras com seção “U” colocadas na borda da laje foram bastante eficientes quanto à diminuição das fissuras nessa região. O comportamento cíclico da ligação foi caracterizado pela elevada degradação da rigidez e quantidade de energia dissipada. Adicionalmente, para momentos negativos na ligação ocorreu também uma forte degradação da resistência.

Dentro dos objetivos propostos e limitações com relação à modelagem da laje de concreto e quantidade de elementos finitos, o modelo numérico para ligações viga-pilar mista com cantoneiras de assento e alma apresentaram resultados satisfatórios, uma vez que conseguiu representar a semi-rigidez da ligação no estado limite de utilização e aproximou-se do momento resistente no estado limite último da ligação.

Considerando os aspectos mencionados acima, pode-se fazer as seguintes conclusões quanto à análise numérica das ligações ensaiadas experimentalmente:

- A utilização de elementos finitos tridimensionais na parte metálica da ligação mista reproduziu satisfatoriamente os estados limites últimos da ligação. Para todas as ligações analisadas não foram realizados qualquer tipo de calibração com os resultados experimentais, ou seja, com as propriedades dos materiais e dimensões da ligação os modelos foram processados apenas uma única vez.
- Ao considerar a simetria da ligação com relação ao plano médio da alma da viga foi necessário aplicar restrições na alma do pilar para deslocamentos fora do plano. Essa consideração originou uma rigidez inicial maior que no modelo experimental para àquelas ligações que obtiveram maiores rotações no painel da alma do pilar.
- Para rotações na ligação até 10 mrad, as curvas momento-rotação, devido aos elementos de ligação, entre os modelos numéricos e experimentais foram próximas, mostrando que as deformações da alma e mesa da viga, das cantoneiras, dos parafusos, mesa do pilar e armadura reproduziram, com confiabilidade, os resultados experimentais.
- A simulação da rigidez e resistência da laje de concreto tracionada por meio do comportamento da armadura foi satisfatória. No entanto, com essa simplificação, a modelagem numérica não consegue prever eventuais colapsos que possam ocorrer na laje, como os efeitos da fissuração, sua distribuição e os esmagamentos do concreto junto ao conector de cisalhamento e na interface laje-mesa do pilar.

- A simulação das descontinuidades geométricas nas ligações com cantoneiras de alma e assento, consideradas por meio de inúmeros pares de contato, foram satisfatórias, reproduzindo os deslocamentos relativos das cantoneiras de alma e assento em relação à viga, principalmente para carregamentos no estado limite de utilização.
- O modelo numérico teve seus resultados validados pelos resultados experimentais podendo ser aplicado para futuras análises paramétricas. No entanto, vale ressaltar que os resultados numéricos devem ser utilizados com ponderação uma vez que não considera as imperfeições geométricas dos perfis.

O procedimento analítico desenvolvido para avaliar a rigidez inicial e momento resistente das ligações mistas com cantoneiras de assento e alma, com base na metodologia proposta pelos EUROCODES 3 e 4, apresentou bons resultados quanto à rigidez inicial para todas as ligações com enrijecedor na alma do pilar e para a ligação sem enrijecedor e sem força axial de compressão no pilar.

Nas ligações sem enrijecedor na alma do pilar e com a força axial de compressão de 30% e 50% da capacidade de plastificação do pilar, os resultados analíticos para a rigidez inicial apresentaram diferenças consideráveis em relação aos resultados experimentais. Provavelmente, isso ocorreu pelo fato do EUROCODE 3 (2005) não considerar as deformações na alma do pilar devido à força axial de compressão no cálculo da rigidez inicial.

Nesse sentido, é importante ressaltar também que, no cálculo do momento resistente da ligação quando a força axial de compressão aplicada é menor que 70% da capacidade de plastificação do pilar, não é necessário considerar o seu efeito na componente compressão transversal na alma do pilar.

A hipótese adotada de que a deformação inicial da componente flexão da aba da cantoneira de assento é semelhante à deformação da componente flexão da chapa de topo conduziu a valores de rigidez inicial da ligação mista satisfatórios.

Para todas as ligações o comportamento da ligação foi influenciado pelas deformações no painel da alma do pilar. Portanto, nas ligações em pilar de

extremidade, para uma maior rigidez e resistência da ligação mista é necessária a utilização de enrijecedores de alma do pilar ou a adoção de pilar misto, diminuindo assim as deformações por cisalhamento e compressão transversal no painel da alma.

De modo geral, este trabalho foi bem sucedido uma vez que as investigações experimentais foram conduzidas dentro dos procedimentos recomendáveis.

A influência da força axial de compressão no comportamento da ligação deve ser ainda mais investigada, tanto em modelos isolados de ligação como em modelos de pórticos mistos. Nesse sentido, ensaios podem ser realizados considerando maiores valores de força axial de compressão e diferentes esbeltez de alma de pilar.

A partir da constante evolução dos programas comerciais para a realização de análises em elementos finitos, a laje de concreto e, conseqüentemente, a não-linearidade do concreto deve ser incorporada nos modelos de ligações mistas, possibilitando avaliar os estados limites de utilização e último do concreto da laje.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

AHMED, B. & NETHERCOT, D.A. (1995) Numerical Modelling of composite flush end-plate connections. *Journal of Singapore Structural Steel Society*, 6 (1), p.87-102.

AHMED, B. & NETHERCOT, D.A. (1996). Effect of high shear on moment capacity of composite cruciform endplate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.40, n.2, p.129-163.

AHMED, B. & NETHERCOT, D.A. (1997). Design of Composite Finplate and Angle Cleated Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.41, n.1, p.1-29.

AHMED, B. & NETHERCOT, D.A. (1997). Prediction of initial stiffness and available rotation capacity of major axis composite endplate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.41, n.1, p.31-60.

AHMED, B. & NETHERCOT, D.A. (1998). Effect of column axial load on composite connection behaviour. *Engineering Structures*, v.20, n.1-2, p.113-128.

AHMED, B.; LI, T.Q. & NETHERCOT, D.A. (1995). Modeling composite connection response. Connections in Steel Structures III: *Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.259-268

ALTMANN, R.; MAQUOI, R. & JASPART, J-P. (1991). Experimental study of non-linear behaviour of beam-to-column composite joints. *Journal of Constructional Steel Research*, v.18, p.45-54.

ALVES, V.C.G (2000). Ligações Mistas Aço concreto, Viga-Pilar e Viga-Viga, com Resistência Parcial. Belo Horizonte. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (1999). *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. Chicago, USA.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (2005). *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. Chicago, USA ("Draft" da versão de 1999).

- AMMERMAN, D.J. & LEON, R. (1987). Behavior of Semi-rigid Composite Connections. *Engineering Journal/AISC*. P. 53-61.
- ANDERSON, D. & NAJAFI, A.A. (1991). Semi-continuous composite frames in EUROCODE 4. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.142-151.
- ANDERSON, D. & NAJAFI, A.A. (1994). Performance of composite connections: major axis end plate joints. *Journal of Constructional Steel Research*, v.31, p.31-57.
- ANDERSON, D. (1995). EUROCODE 4 and design of composite joints. Connections in Steel Structures III: *Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.223-235.
- ARIBERT & LACHAL (1992). Experimental investigation of composite connections in global interpretation. *Proceedings of COST C1 Conference on semi-rigid joints*, Strasburg, France, p.158-169
- ARIBERT, J-M. (1995). Influence of slip of the shear connection on composite joint behaviour. Connections in Steel Structures III: *Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.11-22
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 (2001). *Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800 (1986). *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de Revisão da NBR 8800 (1986). *Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios*. Rio de Janeiro.
- BENUSSI, F.; BERNUZZI, C.; NOÈ, S. & ZANDONINI, R. (1996). Experimental analysis of semi-rigid composite frames. In: *Proceedings of the IABSE Colloquium: Semi-rigid structural connections*, Istanbul. p. 105-114.
- BENUSSI, F.; NETHERCOT, D.A. & ZANDONINI, R. (1995). Experimental behaviour of semi-rigid connections in frames. Connections in Steel Structures III: *Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.57-66
- BERNUZZI, C. & ZANDONINI, R. (1996). Slim Floor Steel-Concrete Composite Systems. In: *Conference on Composite Structures III*, Irsee, junho, p. 486-499.
- BERNUZZI, C.; CHEN, S.L. & ZANDONINI, R. (1997). Modelling the nodal zone behaviour in a composite frame. In: *Proceedings of the IABSE International Conference: Composite Construction - Conventional and Innovative*, Innsbruck.
- BERNUZZI, C.; NOÈ, & ZANDONINI, R. (1991). Semi-rigid composite joints: experimental studies. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.189-200.
- BROWN, N.D. & ANDERSON, D. (2001). Structural properties of composite major axis end plate connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.57, p.327-349.
- CALADO, L. & MELE, E. (2000). Experimental Behaviour of Steel Beam-to-Columns

Joints: Fully Welded vs Bolted Connections. *Twelfth World Conference on Earthquake Engineering*. Auckland, New Zealand.

CEB-FIP (1990). *Model Code for Concrete Structures*. Capítulo 1-3. Vienne.

COST C1 (1996). Composite steel-concrete joints in braced frames for buildings. Brussels, Luxembourg.

EUROCODE 3 (2005). *Design of steel structures – Part 1-1: General Rules*. European Committee for Standardization, Brussels.

EUROCODE 3 (2005). *Design of steel structures – Part 1-8: Design of joints*. European Committee for Standardization, Brussels.

EUROCODE 4 (2004). *Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization, Brussels.

EUROCODE 2 (2003). prEN 1992-1-1. Design of Concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings (*“Final Draft”*).

EUROCODE (2002). prEN 1990. Basis of structural design.

EUROCODE 3 (1993). Design of steel structures: Part 1.1 - General rules and rules for buildings - Revised Annex J: Joints in building frames.

EUROCODE 3 (1992). Design of steel structures: Part 1.1 - General rules and rules for buildings.

EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (1986) - ECCS. Technical Committee 1 – Structural Safety and Loadings Technical Working Group 1.3 – Seismic Design. *Recommended Testing Procedure for assessing the behaviour of Structural Steel Elements under Cyclic Loads*. Nº 45. 1ª Edition.

EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK (1999) - ECCS. Technical Committee 11 – Composite Structures. *Design of Composite Joints for Buildings*. Nº 109. 1ª Edition. Brussels: European Committee for Standardization.

FIGUEIREDO, L. M. B., TRISTÃO, G. A., GONÇALVES, R. M., MAGGI, Y. I. (2004). Modelo Analítico para Cálculo do Momento Resistente de Ligações Mistas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida. *Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural*. Mendoza, Argentina, 17 a 21 Mayo.

FIGUEIREDO, L.M.B. (2004). *Ligações mistas aço-concreto - Análise teórica e experimental*. São Carlos. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FIGUEIREDO, L.M.B.; TRISTÃO, G.A.; GONCALVES, R.M.; MAGGI, Y.I. (2004) . Modelo Analítico para Cálculo do Momento Resistente de Ligações Mistas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida. *In: Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural*, Mendoza.

GOMES, F. (2002). The EC3 classification of joints and alternative proposals. *Eurosteel 2002*, p. 987-996.

GRIFFIS, L.G. (1996). Composite construction III Conference - Design session overview. Building at last: *Proceedings of structures congress*. p. 368-372.

- JOHNSON, R. P. (1994). *Composite Structures of Steel and Concrete, Vol.1: Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings*. Second Edition, Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- KATTNER, M. & CRISINEL, M. (2000). Finite element modelling of semi-rigid composite joints. *Computers & Structures*, v.78, p. 341-353.
- KEMP, A.R. & NETHERCOT, D.A. (2001). Required and available rotations in continuous composite beams with semi-rigid connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.57, p.375-400.
- KENNEDY, D.J.L. (1996). Research at composite construction III Conference. Building at last: *Proceedings of structures congress*. p. 363-367.
- KIM, Y. & CHEN,W.F. (1998). Practical Analysis for Partially Restrained Frame Design. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 124, n. 7, p. 736-748.
- KIM, Y. and CHEN, W., F. (1998). Practical Analysis for Partially Restrained Frame Design. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 124, p. 736-748
- KISHI, N. & CHEN,W.F. (1990). Moment-Rotation Relation of Semirigid Connections with Angles. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 116, n. 7, p. 1813-1834.
- KISHI, N. & CHEN,W.F. (1990). Moment-Rotation Relation of Semirigid Connections with Angles. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 116, n. 7, p. 1813-1834.
- LEE, S.-J. & LU, L.-W. (1991). Cyclic load analysis of composite connection subassemblages. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.209-216.
- LEON, R.T. & AMMERMAN, D.J. (1990). Semi-Rigid Composite Connections for Gravity Loads. *Engineering Journal/AISC*. p. 01-11.
- LEON, R.T. & FORCIER, G.P. (1991). Parametric study of composite frames. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.152-159.
- LEON, ROBERTO T. (1990). Semi-Rigid Composite Construction. *Journal Constructional Steel Research*. Volume 15, p. 99-120.
- LEON, ROBERTO T. (1994). Composite Semi-Rigid Construction. *Engineering Journal/AISC*. p. 57-67.
- LI, T.Q.; MOORE, D.B.; NETHERCOT, D.A. & CHOO, B.S. (1996a). The experimental behaviour of full-scale, semi-rigidly connected composite frame: detailed appraisal. *Journal of Constructional Steel Research*, v.39, n.3, p.193-220.
- LI, T.Q.; MOORE, D.B.; NETHERCOT, D.A. & CHOO, B.S. (1996b). The experimental behaviour of full-scale, semi-rigidly connected composite frame: overall considerations. *Journal of Constructional Steel Research*, v.39, n.3, p.167-191.
- LI, T.Q.; NETHERCOT, D.A. & CHOO, B.S. (1996a). Behaviour of flush end-plate composite connections with unbalanced moment and variable shear/moment ratios I. Experimental behaviour. *Journal of Constructional Steel Research*, v.38, n.2, p.125-164
- LI, T.Q.; NETHERCOT, D.A. & CHOO, B.S. (1996b). Behaviour of flush end-plate

composite connections with unbalanced moment and variable shear/ moment ratios – II. Prediction of Moment Capacity. *Journal of Constructional Steel Research*, v.38, n.2, p.165-198

LI, T.Q.; NETHERCOT, D.A. & LAWSON, R.M. (2000). Required rotation of composite connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.56, p.151-173.

LIEW, J.Y.R.; TEO, T.H.; SHANMUGAM, N.E. & YU, C.H. (2000). Testing of steel-concrete composite connections and appraisal of results. *Journal of Constructional Steel Research*, v.56, p.117-150.

MAGGI, Y. I., GONÇALVES, R. M., TRISTÃO, G. A. (2005) Experimental and Numerical Behavior of Bolted T-Stub Applied for Design of Extended End Plate Connections. *Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures*. Maastricht, Netherlands, 08 - 10 June.

MAGGI, Y.I., GONÇALVES, R.M., LEON, R.T., RIBEIRO, L.F.L. (2005). Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling. *Journal of Constructional Steel Research*. Vol. 61, p. 689–708.

MAGGI, Y.I. (2004). *Análise do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida*. São Carlos. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MAGGI, Y.I. (2000). *Análise numérica, via MEF, do comportamento de ligações parafusadas viga-coluna com chapa de topo*. São Carlos. Dissertação (Mestrado). 195p. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

NETHERCOT, D.A. & ZANDONINI, R. (1989). Methods of Prediction of Joint Behaviour: Beam-to-Column Connections. *Chapter 2, Structural Connections, Stability and Strength*, Edited by Narayanan, R., London.

NETHERCOT, D.A. & ZANDONINI, R. (1994). Recent studies on the behavior of semi-rigid connections. Structures congress XII: *Proceedings of paper presented at the Structures congress'94*, Atlanta. p.1143-1148.

NETHERCOT, D.A. (1991). Tests on Composite Connections. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.177-188.

NETHERCOT, D.A. (1995). Design of composite connections. *Structural Engineer*, v. 73, n.13, p.218-219.

NETHERCOT, D.A. (1995). Requirements and Capabilities for Composite Connections in Non-Sway Frames. Connections in Steel Structures III: *Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.473-481

NETHERCOT, D.A. (2000). Frames Structures: global performance, static and stability behaviour – General Report. *Journal of Constructional Steel Research*, v.55, p.109-124.

NETHERCOT, D.A.; LI, T.Q., AHMED, B. (1998). Unified Classification System for Beam-to-Column Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.45, p.39-65.

PRELORENTZOU, P.A. (1991). *Um estudo sobre ligações viga-coluna em estruturas*

de aço. São Carlos. Dissertação (Mestrado). 221p. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

QUEIROZ, G. & ALVES, V.C.G. (1999). Utilização de ligações mistas em estruturas de edifícios. II Seminário Internacional “O uso de estruturas metálicas na construção civil.” 9 a 12 de novembro.

QUEIROZ, G. & TSCHEMMERNEGG, F. (1995). Mechanical modeling of semi-rigid joints for the analysis of framed steel and composite structures. *Connections in Steel Structures III: Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.237-247.

QUEIROZ, G.; MATA, L.A.C. & ALVES, V.C.G. (2000). Parâmetros que influenciam na resistência, rigidez e capacidade de rotação de ligações mistas. III Seminário Internacional “O uso de estruturas metálicas na construção civil.” 12 a 15 de setembro.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J.; MATA, L.A. (2001). *Elementos das estruturas mistas aço-concreto*. Belo Horizonte, Editora O Lutador. 336p.

REN, P. & CRISINEL, M. (1995). Prediction method for moment-rotation behaviour of composite beam to steel column connection. *Connections in Steel Structures III: Proceedings of the Third International Workshop*, Trento. p.33-46

RIBEIRO, L.F.L. (1998). *Estudo do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-coluna com chapa de topo: análise teórico-experimental*. São Carlos. Tese (Doutorado). 524p. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

RICHARD C., KAEHLER & FISHER, J.M. (1998). Design Rules for Connections in the USA. *Journal of Constructional Steel Research*, v.10, p.463-476.

ROMANO, V.P. (2001). *Dimensionamento de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo: Modelo do EUROCODE 3*. Ouro Preto. Dissertação (Mestrado) – Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto.

SHANMUGAM, N.E.; YU, C.H.; RICHARD LIEW, J.Y.; TEO, T.H. (1998). Modelling of steel-concrete composite joints. *Journal of Constructional Steel Research*, v.46, n.1-3, Paper n.138.

SIMÕES, R.A.D. (2000). Comportamento de Ligações Mistas Viga-Pilar sob Acções Estáticas e Cíclicas. Coimbra. Tese (Doutoramento). 258p. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

SIMÕES, R.A.D.; SILVA, L.A.P.S. & CRUZ, P.J.S. (1999). Análise experimental de ligações mistas viga pilar. *Encontro nacional de construção metálica e mista*. Coimbra, 18 e 19 de novembro. p. 607-620.

STEEL DESIGN GUIDE SERIES 8 – AISC (2001). *Partially restrained composite connections*. Chicago, USA.

TRISTÃO, G. A., CALADO, L., GONÇALVES, R. M. (2005) *Comparação entre Procedimento Europeu e Americano tendo por base a Análise Experimental e a Modelação Numérica: Aplicação ao caso de Ligações Viga-Pilar com Cantoneiras*. V Congresso de Construção Metálica e Mista. Lisboa, Portugal, 24 – 25 Novembro.

TRISTÃO, G.A.; GONCALVES, R.M.; MUNAIAR NETO, J.; MAGGI, Y.I. (2005).

Beam-To-Column Connections Numerical Modelling, *Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures*, Maastricht, Netherlands, 08 - 10 June.

TRISTÃO, G.A.; GONCALVES, R.M.; MAGGI, Y.I.; MUNAIAR NETO, J. (2004). Advanced Finite Element Modelling of Composite Connections. *In: XXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, Recife.

TRISTÃO, G.A.; MAGGI, Y.I.; GONCALVES, R.M.; FIGUEIREDO, L.M.B. (2004). Avaliação do Efeito Alavanca em Perfis “T” Parafusados. *In: Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural*, Mendoza.

TRISTÃO, G.A.; FIGUEIREDO, L.M.B.; GONCALVES, R.M. (2003) . Análise Teórica e Experimental do Comportamento de Ligações de Aço e Mista com Chapa de Topo Estendida. *In: IV Congresso de Construção Metálica e Mista*, Lisboa.

TRISTÃO, G.A. (2002). *Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica*. São Carlos. 114p. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

TRISTÃO, G.A; MUNAIAR NETO, J.; GONÇALVES; R.M.; MALITE, M. (2002). Numerical response of shear connectors behavior with simulation of Push-out test. *In: Third Joint Conference of Italian Group of Computational Mechanics and Obero-Latin American Association of Computational Methods in Engineering*, Giulianova, Itália.

TSCHEMMERNEGG, F. (1991). The non-linear behaviour of composite joints. Connections in Steel Structures II: *Proceedings of the Second International Workshop*, Pennsylvania. p.201-208.

XIAO, Y.; CHOO, B.S. & NETHERCOT, D.A. (1994). Composite connections in steel and concrete I. Experimental behaviour of composite beam-column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.31, n.1, p.3-30.

XIAO, Y.; CHOO, B.S. & NETHERCOT, D.A. (1996). Composite connections in steel and concrete. Part 2. Moment capacity of End plate beam to column connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v.37, n.1, p.63-90.

ZANDONINI, R. (1989). Semi-rigid composite joints. *In: Structural connections: Stability and strength*. Ed. R. Narayanan, Elsevier Applied Science, Londres. p.63-120.

ZANDONINI, R.; BERNUZZI, C. & PARDATSCHER, (1997). A study on the semi-continuity in slim-floor steel-concrete composite systems. *Giornate Italiane della costruzione in acciaio*.

ZANDONINI, R.; ZANON, (1992). Semi-rigid joint action in composite frames: numerical analysis and design criteria. Composite construction in steel and concrete II: *Proceedings of an engineering foundation conference*. p.397-342.

# ANEXO A: ANÁLISE DE LIGAÇÕES COM CHAPA DE TOPO

---

Neste anexo são apresentados e discutidos resultados experimentais e numéricos de ligações viga mista-pilar com chapa de topo estendida e não-estendida. Os ensaios experimentais foram realizados por outros pesquisadores e em diferentes centros de pesquisas.

As diferenças de programas experimentais e de laboratórios possibilitaram uma maior confiabilidade nos resultados dos modelos numéricos, uma vez que estamos tratando de diferentes materiais, seções mistas, equipamentos de laboratório e profissionais que realizaram os ensaios.

Em todos os programas experimentais foram realizados ensaios com ligação somente em aço de mesma geometria que a ligação mista para comparações entre o comportamento da ligação mista com a ligação de aço.

## **A.1 Ligação com chapa de topo estendida**

O ensaio de ligação mista e em aço com chapa de topo estendida foi realizado no laboratório de estruturas da EESC-USP (FIGUEIREDO (2004)). Foram ensaiados dois pares de modelos cruciformes, sendo um par somente em aço e um par misto, com as mesmas configurações geométricas (Figura A.1).

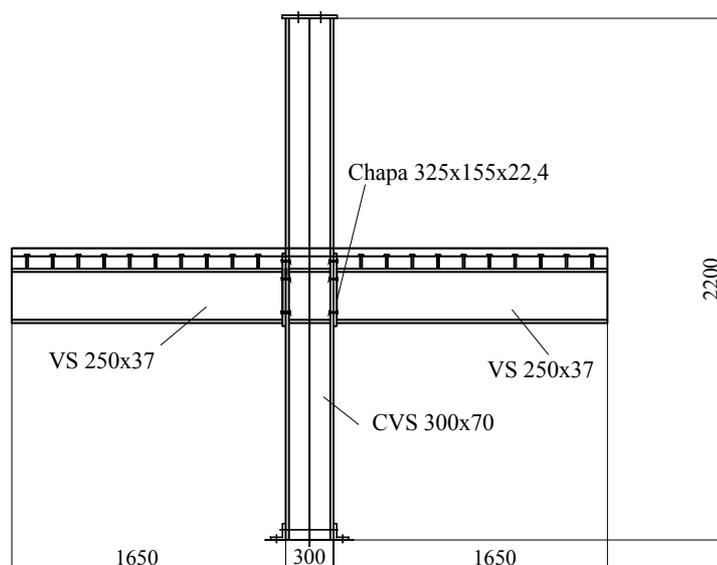


Figura A.1: Modelo de ligação mista com chapa de topo estendida – FIGUEIREDO (2004)

As seções das vigas (VS 250×37) e pilar (CVS 300×70) são soldadas, conforme a Figura A.2. O pilar tem enrijecedores de alma com chapas de espessura de 8 mm nas alturas das mesas da viga. As vigas também têm enrijecedores a 15 cm das extremidades livres. A chapa de topo tem espessura de 22,4 mm e dimensões 325×155 mm, parafusada a mesa do pilar através de seis parafusos com diâmetro de 16 mm.

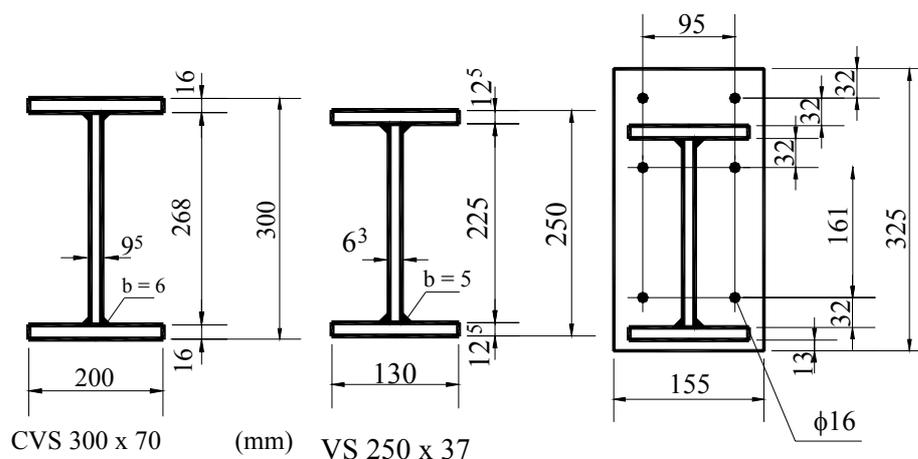


Figura A.2: Dimensões dos perfis e da chapa de topo

No modelo misto, a laje de concreto com largura de 1250 mm e espessura de 100 mm é maciça com concreto de resistência à compressão de 44,2 MPa. A armadura longitudinal é formada por dez barras com  $\phi 12,5$  (resultando em uma taxa de armadura de 1%), sendo que a distância do topo da viga de aço ao centro da armadura é 74 mm. A armadura transversal da viga é formada por barras com  $\phi 10$  espaçadas de 15cm, o que resulta em uma taxa de 0,5% de armadura, valor recomendado pela NBR 8800 (1986). Os conectores têm  $\phi 19$  mm com altura de 75 mm, espaçados de 15 cm, resultando em conexão completa.

A Tabela A.1 apresenta as características dos materiais obtidas no laboratório.

Tabela A.1: Características dos materiais utilizados

<b>Material</b>	<b>Tensão de plastificação</b>	<b>Módulo de Elasticidade</b>	<b>Tensão última</b>
Aço dos perfis e da chapa de topo	$f_y = 30 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 60,7 \text{ kN/cm}^2$
Aço da armadura	$f_y = 56 \text{ kN/cm}^2$	$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 67,0 \text{ kN/cm}^2$
Aço dos parafusos	$f_y = 63,5 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 82,5 \text{ kN/cm}^2$

Antes da aplicação do carregamento os parafusos foram protendidos por meio de uma torquímetro com uma força de 85 kN. Posteriormente, o pilar foi tracionado por meio de um atuador servo-controlado e as extremidades das vigas foram restringidas, produzindo assim reações nas extremidades fixas da viga, conforme a Figura A.4.

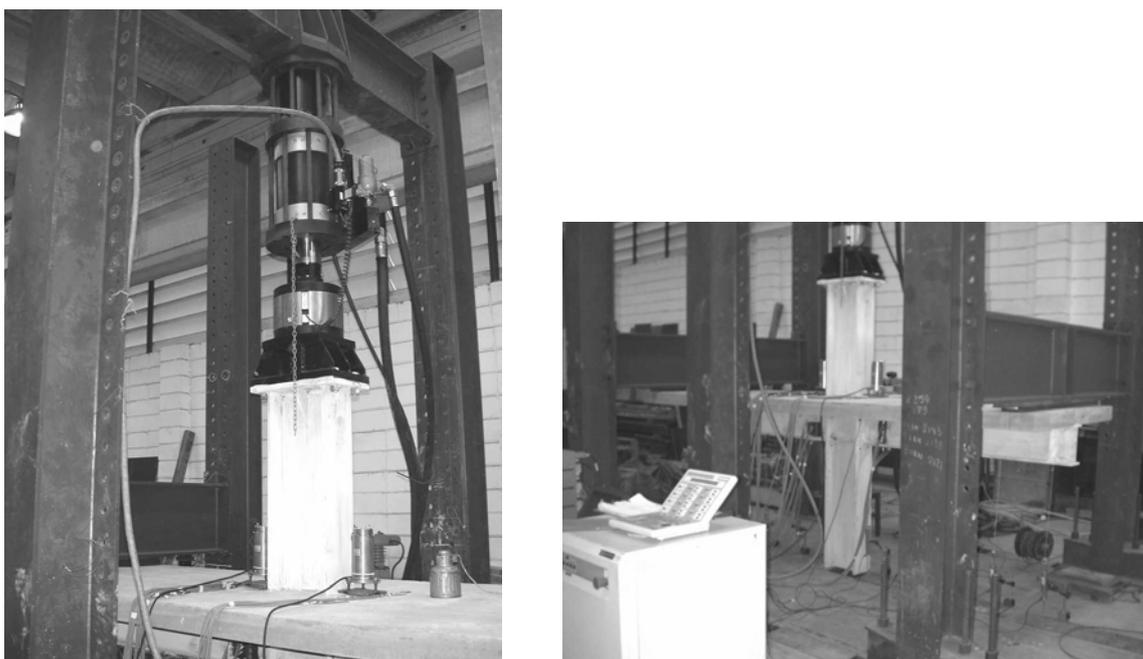


Figura A.3: Detalhe da aplicação do carregamento

As deformações nas vigas foram medidas em uma seção à 125 mm da face da chapa de topo. Os extensômetros foram posicionados nas mesas e alma do perfil conforme o esquema ilustrado na Figura A.4. Nessa mesma seção (à 125 mm da face da chapa de topo) as barras superiores longitudinais da armadura também foram monitoradas por extensômetros.



Figura A.4: Extensômetros no perfil de aço – FIGUEIREDO (2004)

Os deslocamentos verticais das vigas foram medidos por transdutores de

deslocamento posicionados conforme a Figura A.5. Além dos transdutores da viga, pode-se observar na Figura A.6 que foram colocados dois transdutores, T11 e T12, entre as chapas de topo, com objetivo de medir a abertura relativa entre elas. Vale ressaltar que esses transdutores foram posicionados na altura da mesa superior nos modelos.

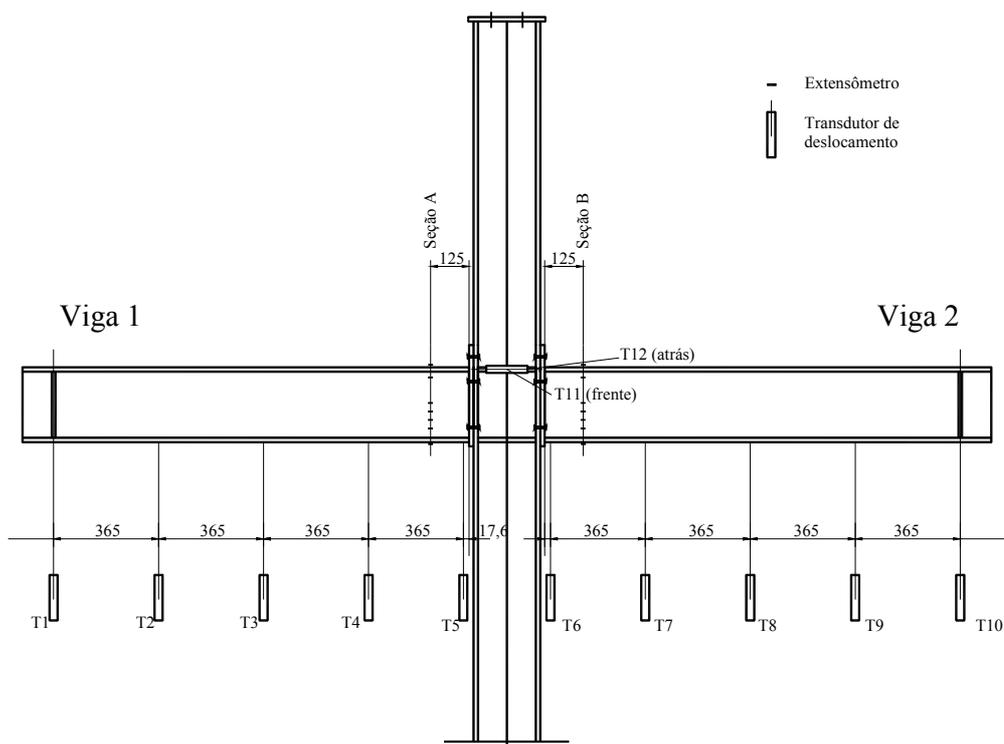


Figura A.5: Desenho esquemático com os transdutores de deslocamento - FIGUEIREDO (2004)



Figura A.6: Ilustração dos transdutores para medir a abertura relativa entre as duas chapas de topo.

Complementando a instrumentação, no modelo misto foram posicionados dois inclinômetros sobre a laje em cada viga mista, a uma distância de 100 mm da face do pilar (Figura A.7). Para o modelo de aço isolado apenas um inclinômetro foi posicionado sobre a viga 2 a uma distância de 250 mm da face do pilar. Os inclinômetros tinham o objetivo de medir a rotação da viga.



Figura A.7: Inclinômetros posicionados sobre a laje e sobre a viga de aço, respectivamente

### ***A.1.1 Resultados experimentais***

Nos modelos mistos (CTM) ambos os ensaios foram interrompidos quando apresentavam deslocamentos considerados excessivos para a segurança dos instrumentos, sendo o colapso de ambas as ligações devido à instabilidade da mesa comprimida seguida da alma. Em ambos os modelos da ligação em aço isolado (CTA) o colapso ocorreu pela ruptura do parafuso abaixo da mesa tracionada da viga.

O comportamento global das ligações é apresentada pela Figura A.8 por meio da relação momento-rotação, na qual a rotação foi medida pela diferença de deslocamento vertical nos transdutores T6 e T7 dividida pela distância horizontal entre eles.

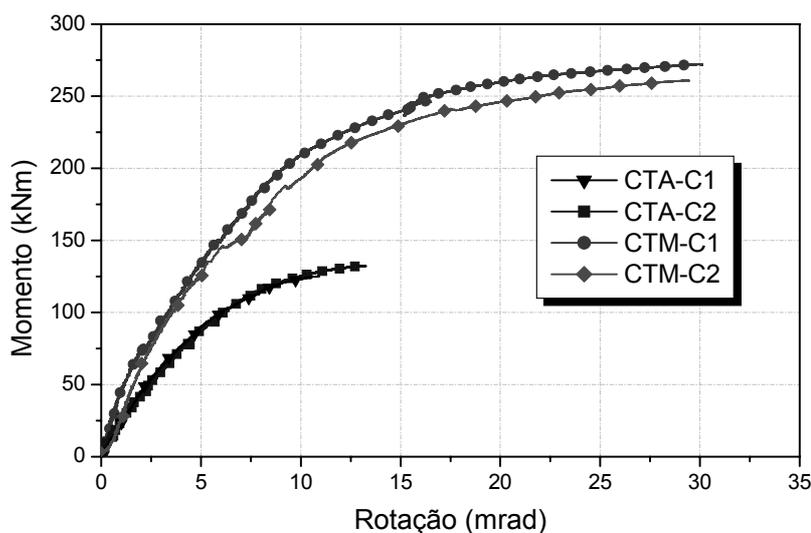


Figura A.8: Momento-rotação das ligações

Nos modelos em aço, apenas nas mesas da viga as deformações apresentaram um início de escoamento no final do carregamento (Figura A.9). Para os modelos mistos (Figura A.10), no início do carregamento as deformações na mesa superior permanecem comprimidas devido à rigidez da laje e com o aumento do carregamento passam a ficar tracionadas. Para a parte comprimida da seção as deformações foram elevadas ocasionando inclusive a interrupção do ensaio.

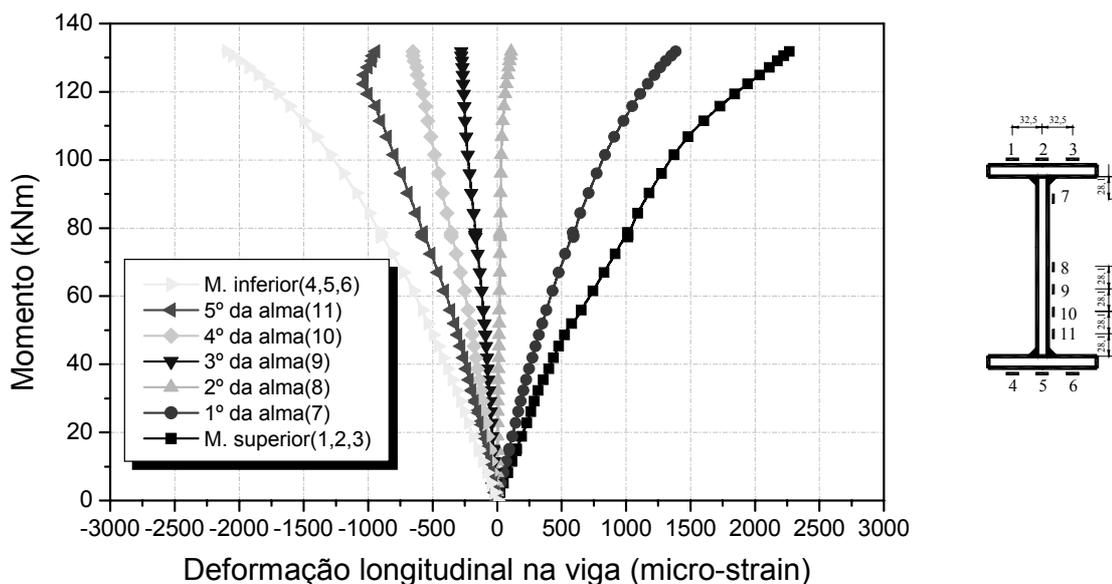


Figura A.9: Deformações na viga de aço - modelo CTA-C2

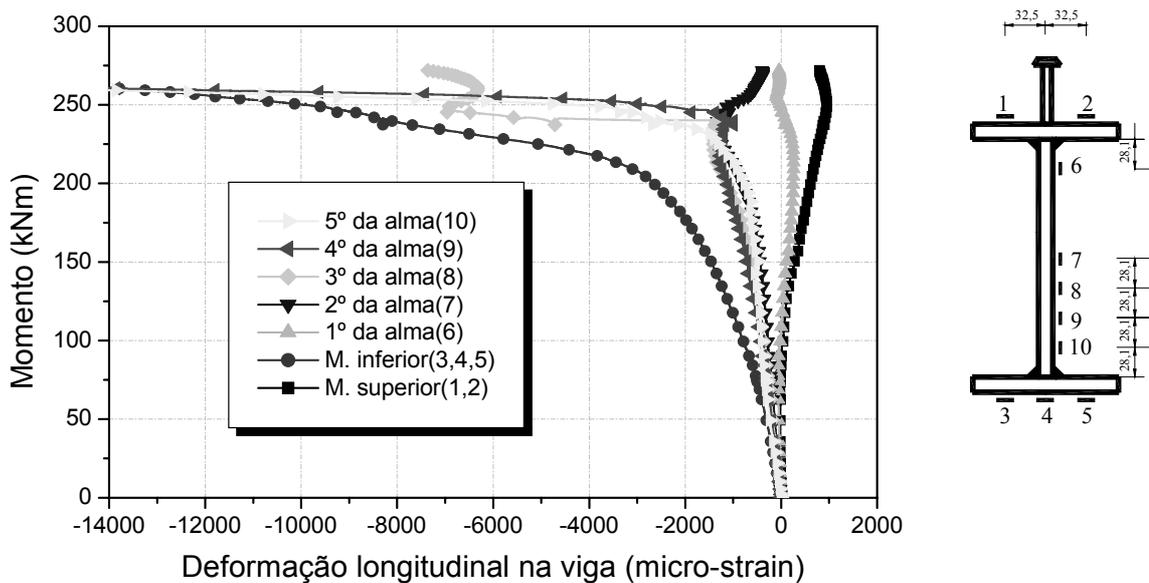
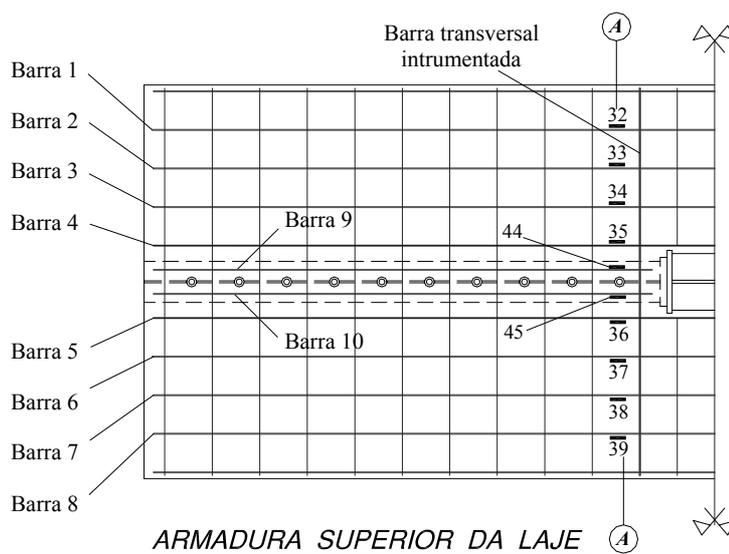


Figura A.10: Deformações na viga de aço- modelo CTM-C1

Nem todas as armaduras apresentaram escoamento no final do carregamento, conforme a Figura A.11. Pela elevada deformação da mesa comprimida da viga antes do escoamento da armadura concluiu-se que o estado limite último da ligação não foi o escoamento da armadura.



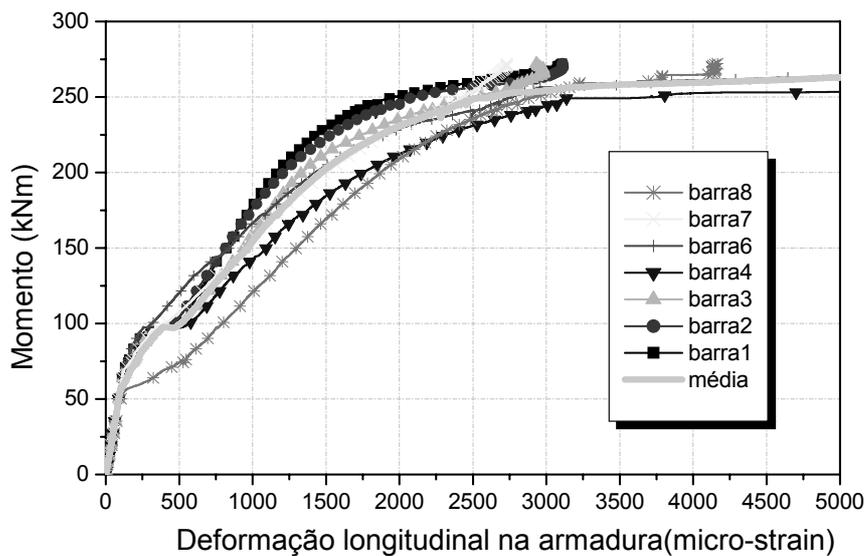


Figura A.11: Deformação longitudinal na armadura

### A.1.2 Resultados numéricos

A Figura A.12 apresenta a comparação da relação momento-rotação entre o resultado numérico e experimental.

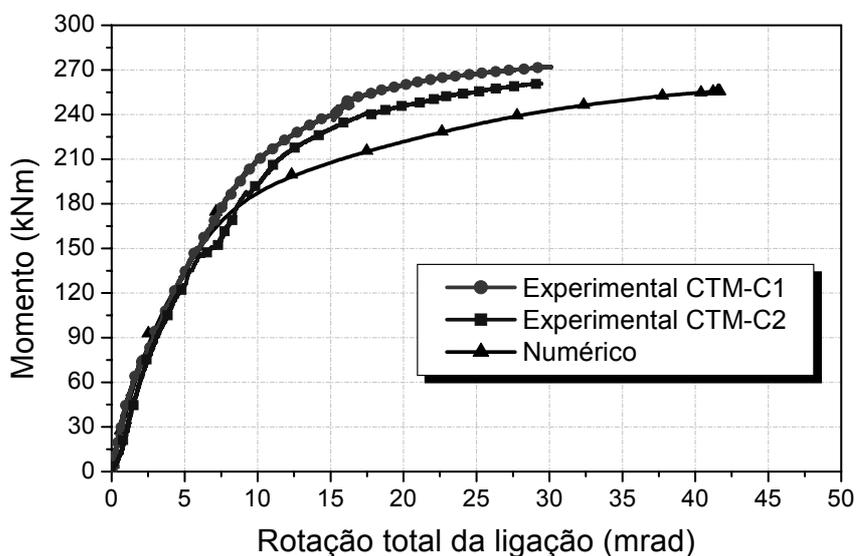


Figura A.12: Comparação da relação momento-rotação

O momento resistente médio do ensaio foi de 266 kNm, sendo

interrompido na rotação de aproximadamente 30 mrad, enquanto que para essa mesma rotação no modelo numérico o momento foi de 240,2 kNm.

As relações de rigidez inicial e momento resistente entre o resultado médio do ensaio e da análise numérica (Tabela A.2) foram de 0,95 e 1,10, respectivamente.

Tabela A.2: Parâmetros principais da ligação mista CTM para as duas análises

<b>Tipo de análise</b>	<b>Rigidez inicial</b>	<b>Momento resistente</b>
Experimental – CTM-C1	31945	271,2
Experimental – CTM-C2	29094	260,6
Numérica	32068	240,2

Tanto no ensaio quanto na análise numérica o modo de colapso da ligação foi a flambagem local na mesa comprimida da viga seguida da alma. Portanto, o momento resistente foi governado pela compressão da mesa e alma da viga, ou seja, a somatória da força de tração (parafusos mais armadura) é bem maior que a força de compressão. A Figura A.13 mostra as deformações nas mesas e na alma da viga obtidas no ensaio (CTM-C1) e na análise numérica.

A Figura A.14 ilustra a concentração de tensões (equivalentes plásticas) na região comprimida da ligação para o momento último, na qual o valor mais elevado encontra-se na mesa da viga. Assim como no modelo experimental, o modelo numérico apresentou flambagem da mesa da viga, como destacado na Figura A.14. As tensões plásticas equivalentes de von Mises referem-se às tensões de von Mises cujos valores estão acima da tensão de escoamento especificada para o material, no caso 29,1 kN/cm<sup>2</sup>.

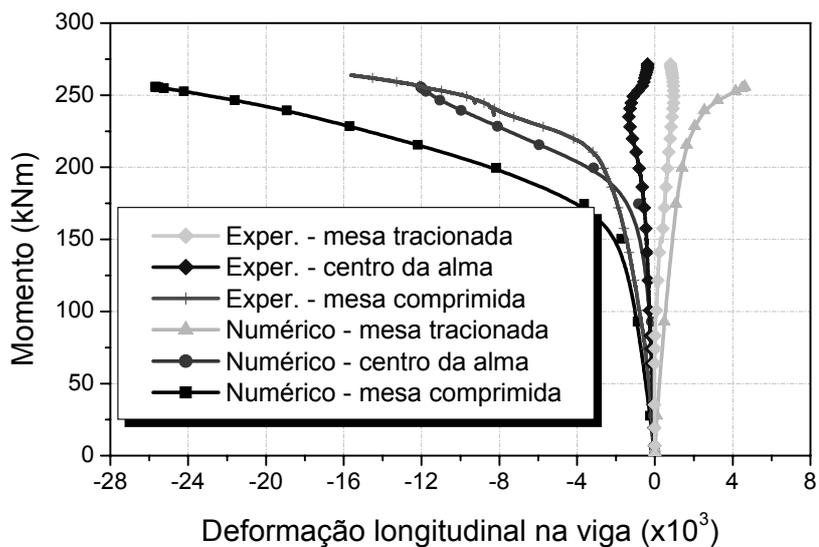


Figura A.13: Deformação longitudinal na viga de aço na ligação mista CTM-C1

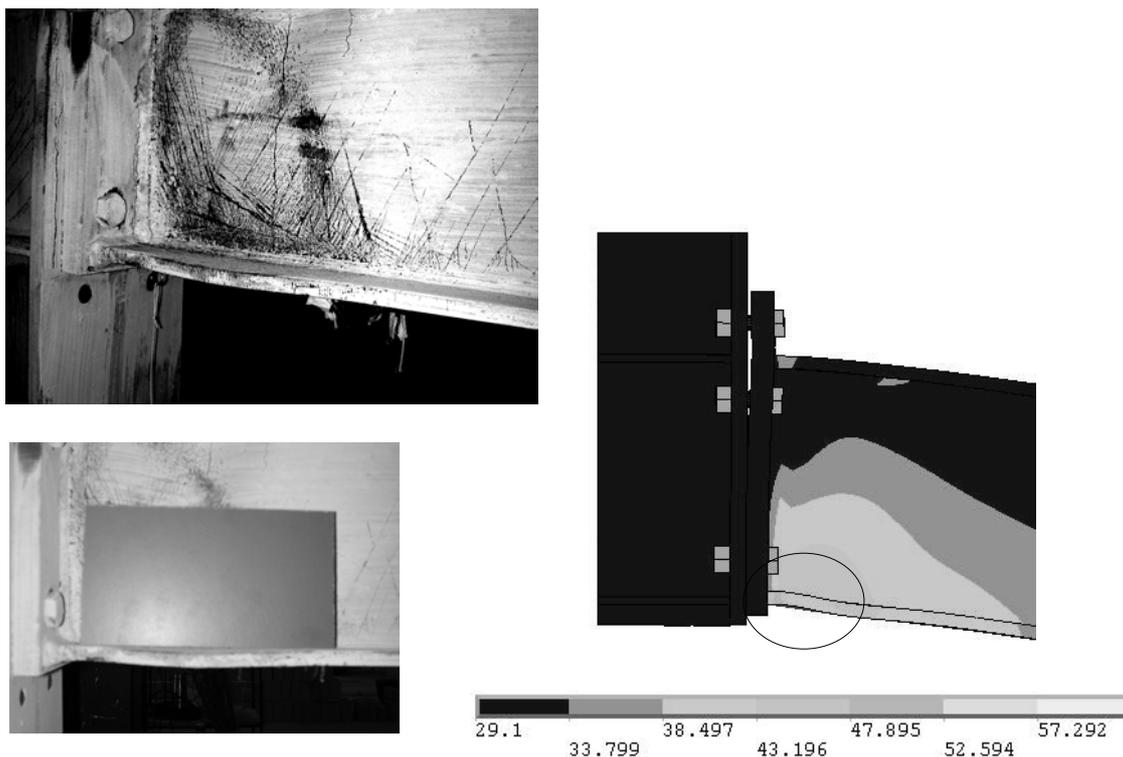


Figura A.14: Ilustração da flambagem da mesa no modelo experimental e das tensões equivalentes de von Mises (kN/cm<sup>2</sup>) no modelo numérico – ligação mista CTM-C1

A deformação longitudinal na armadura (Figura A.15), no ensaio (CTM-C1) e no modelo numérico, foram próximas tanto no início do carregamento quanto no final. Tanto nos ensaios quanto no modelo o escoamento da armadura não foi o modo de colapso, apesar de ser o principal responsável em resistir à força de tração.

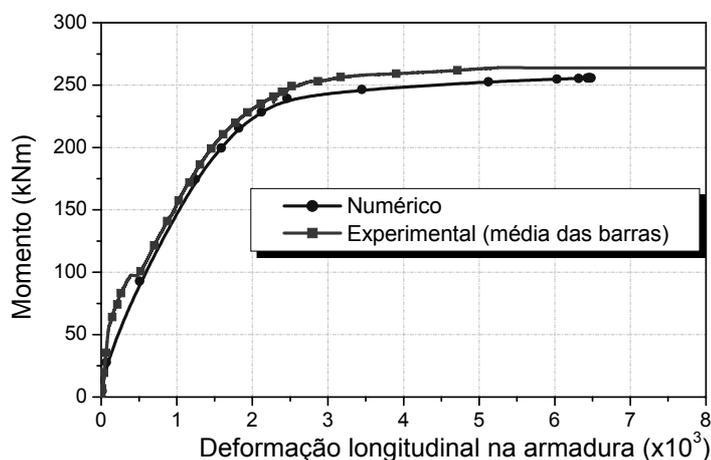


Figura A.15: Deformação da armadura – ligação mista CTM-C1

A força no parafuso (Figura A.16) começou a aumentar quando o momento na ligação atingiu o momento que pode ser resistido pela aplicação da protensão nos parafusos, ou seja, momento de aproximadamente 86,86 kNm. A força no parafuso externo foi sempre maior que a do parafuso interno, porém nenhum deles atinge a força de ruptura.

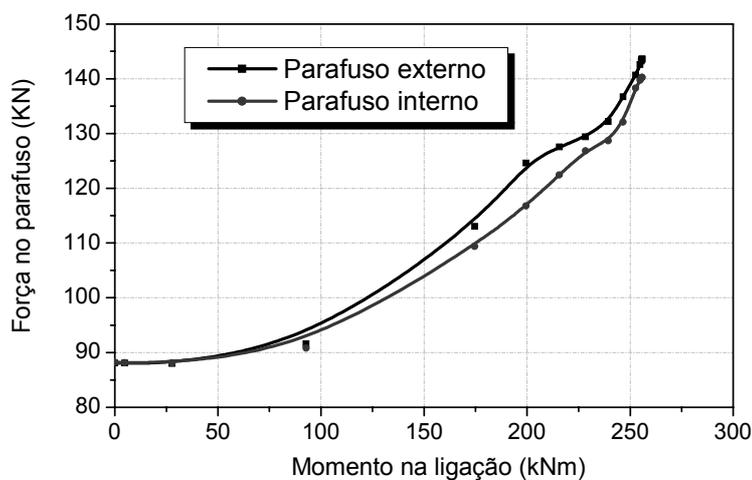


Figura A.16: Força nos parafusos no modelo numérico – ligação mista CTM-C1

A formação da rótula plástica na chapa ocorreu na altura da interface entre a mesa e a alma da viga no momento de aproximadamente 215 kNm. Pela Figura A.17 pode-se observar que as tensões tendem a propagar-se em direção ao parafuso interno.

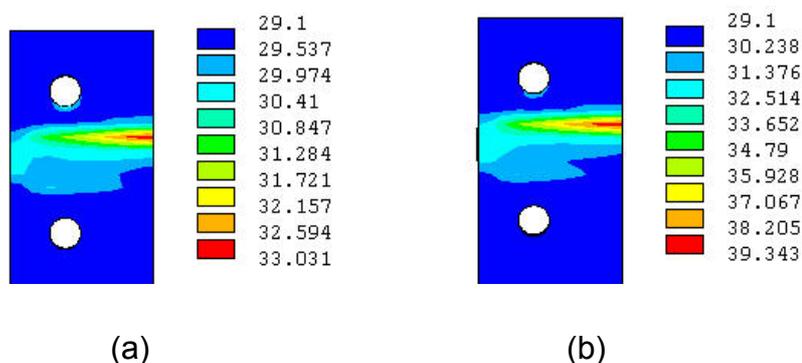


Figura A.17: Tensões (equivalente plástica) na chapa ( $\text{kN/cm}^2$ ): (a) formação da rótula plástica ( $M = 215 \text{ kNm}$ ) e (b) momento último – ligação mista CTM-C1

A ligação mista (Figura A.18) tem o comportamento nitidamente semi-rígido para o sistema não-contraventado. Para o sistema contraventado a ligação também pode ser considerada semi-rígida, uma vez que antes de  $2/3 M_u$  a ligação perde rigidez e passa a ter um comportamento semi-rígido.

Para a classificação da ligação foi admitido um vão de viga mista de 7m e laje de concreto não-fissurada para o cálculo do momento de inércia da viga mista. Para vãos menores os valores limites aumentarão, uma vez que a relação entre a rigidez da viga e da ligação será mais elevada.

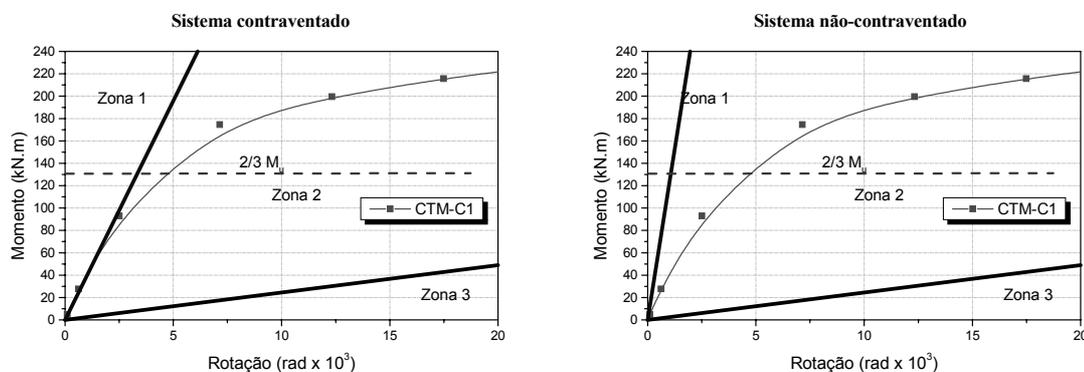


Figura A.18: Classificação da rigidez da ligação mista de acordo com EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

Quanto à resistência, a ligação mista é classificada como de resistência total (Figura A.19), na qual o momento resistente da ligação mista é 1,2 maior que da viga mista.

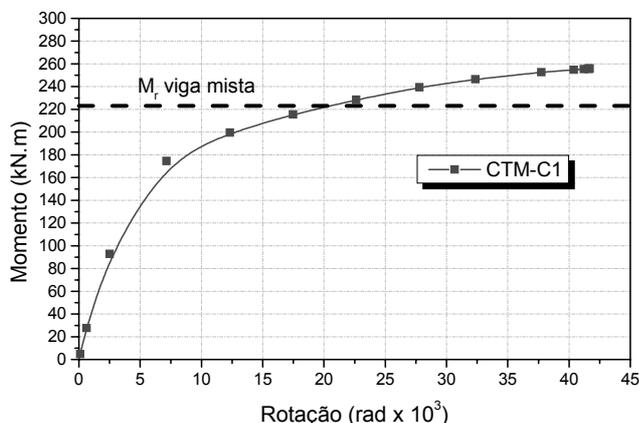


Figura A.19: Classificação da ligação mista quanto à resistência

### ***A.1.3 Análise paramétrica de alguns componentes da ligação***

A ligação com chapa de topo estendida CTM-C1 foi utilizada como referência para analisar o efeito de alguns parâmetros importantes numa ligação mista com chapa de topo, como por exemplo a variação do grau de conexão de cisalhamento, a variação da espessura da chapa de topo e a taxa de armadura.

- **Grau de conexão de cisalhamento**

O EUROCODE 4 (2004) tem recomendado que na região de momento negativo a conexão de cisalhamento deve ser completa. Por essa afirmativa resolveu-se avaliar o efeito do grau da conexão de cisalhamento no comportamento da ligação.

Resultados da ligação mista CTM-C1 cuja conexão é completa foi comparada com resultados da mesma ligação, porém adotando agora conexão parcial de 70% (4 “stud bolts” espaçados de 450 mm).

Por meio da Figura A.20 pode-se observar que a conexão parcial diminui

o momento último e a capacidade rotacional da ligação, porém a rigidez inicial se mantém constante.

Em comparação com a ligação de conexão completa (CTM-C1), a conexão de cisalhamento parcial resultou numa alteração no mecanismo de distribuição de forças, ou seja, a armadura recebeu uma parcela menor de força (Figura A.21) enquanto que os parafusos, principalmente o acima da mesa da viga, receberam maior parcela de força de tração (Figura A.22), alterando assim o modo de colapso para a ruptura do parafuso na parte estendida da chapa de topo.

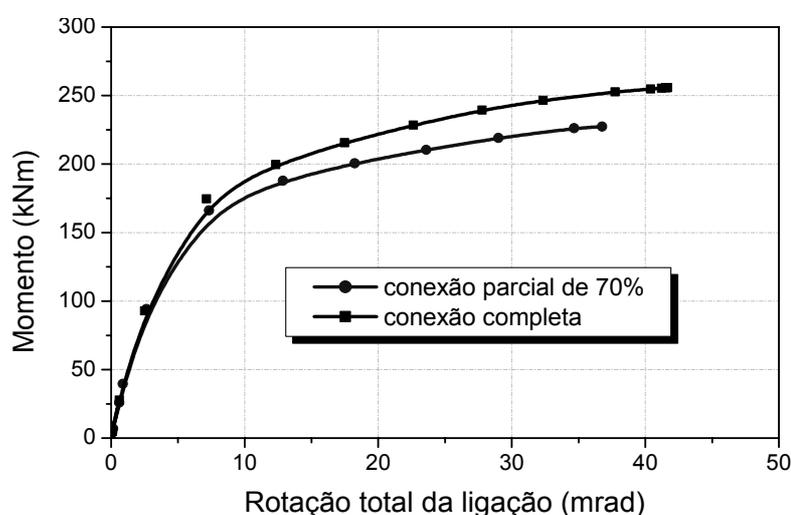


Figura A.20: Efeito da conexão de cisalhamento na relação momento-rotação

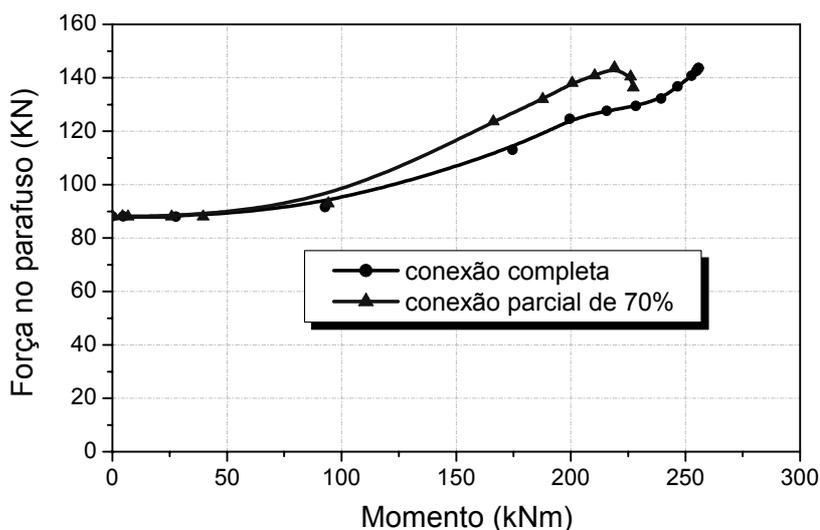


Figura A.21: Efeito da conexão de cisalhamento na força do parafuso na parte estendida da chapa

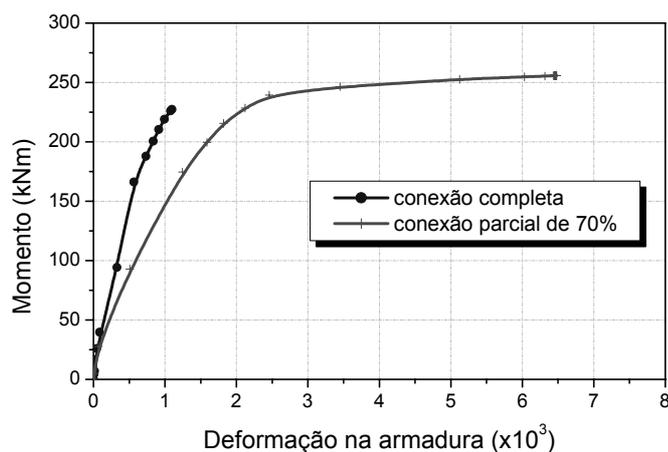


Figura A.22: Efeito da conexão de cisalhamento na deformação da armadura

- **Espessura da chapa de topo**

O efeito da espessura da chapa de topo para o comportamento da ligação foi avaliado. Além da espessura de 22,4 mm da ligação CTM-1, foram analisadas espessuras de 12,5, 16 e 25 mm.

De acordo com a Figura A.23, Figura A.24 e Figura A.25 a variação da espessura da chapa não alterou o mecanismo de distribuição de forças na ligação, ocorrendo o mesmo modo de colapso para todas as espessuras, ou seja, a flambagem da mesa comprimida.

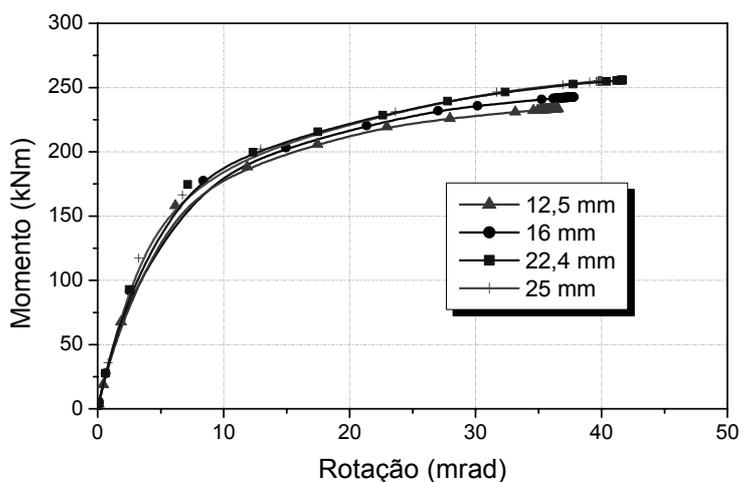


Figura A.23: Efeito da variação da espessura na relação momento-rotação

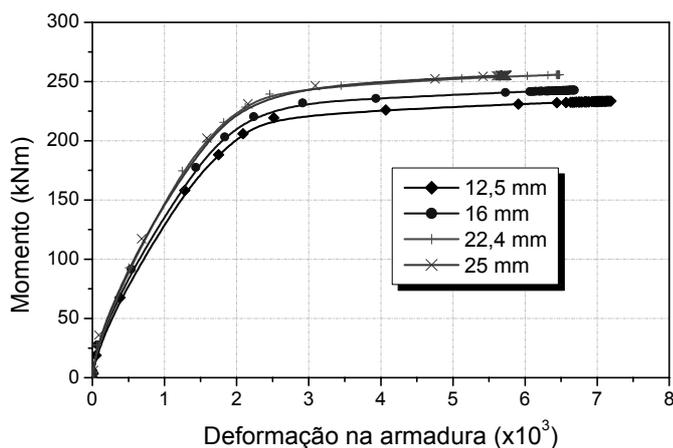


Figura A.24: Efeito da variação da espessura na deformação da armadura

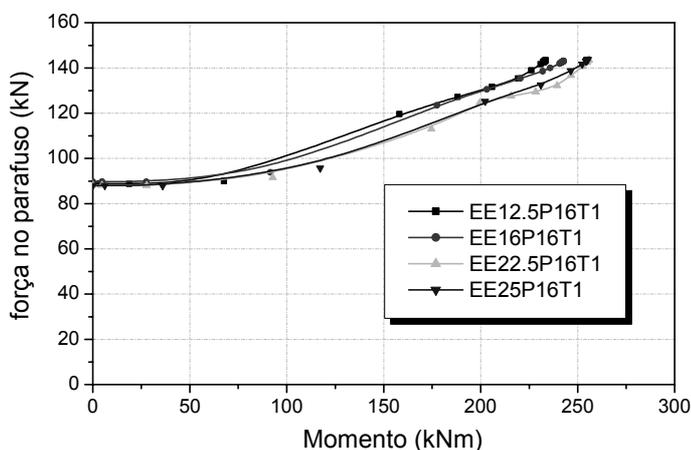


Figura A.25: Efeito da variação da espessura no parafuso da parte estendida da chapa

#### • Efeito da área de armadura

Com o objetivo de estudar o efeito da taxa de armadura no comportamento da ligação mista com chapa de topo estendida foram analisadas mais três taxas de armadura, 0,60%, 1,2% e 1,4% da área efetiva da laje de concreto.

O aumento da área de armadura proporcionou maior momento último e capacidade rotacional da ligação (Figura A.26). No entanto, a rigidez inicial permaneceu praticamente a mesma.

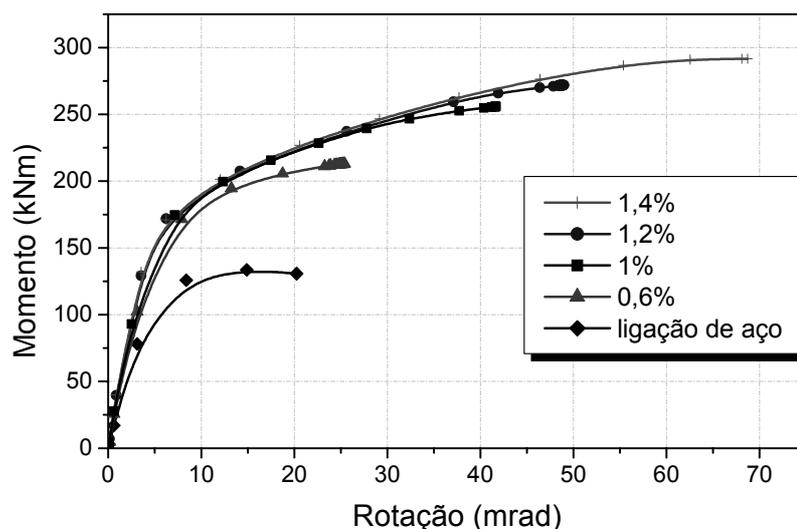


Figura A.26: Efeito da área de armadura na relação momento-rotação

Devido à capacidade rotacional elevada na ligação com taxa de armadura de 1,4%, após grandes deformações na mesa comprimida (Figura A.27) e na armadura (Figura A.28) o parafuso atingiu a ruptura (Figura A.29). Os resultados mostraram que a variação da área de armadura não alterou o mecanismo de forças na ligação, entretanto, quanto menor a área de armadura maior a força nos parafusos.

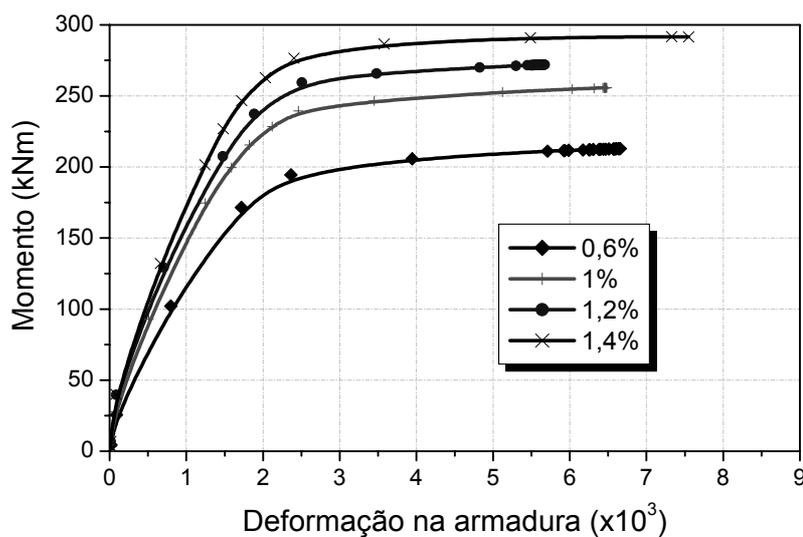


Figura A.27: Deformação na armadura para diferentes taxas de armadura na laje

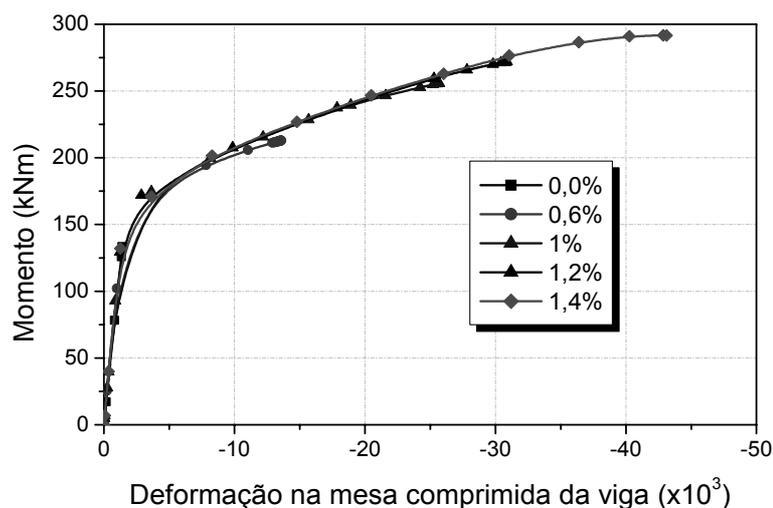


Figura A.28: Efeito da área de armadura na deformação na mesa comprimida da viga

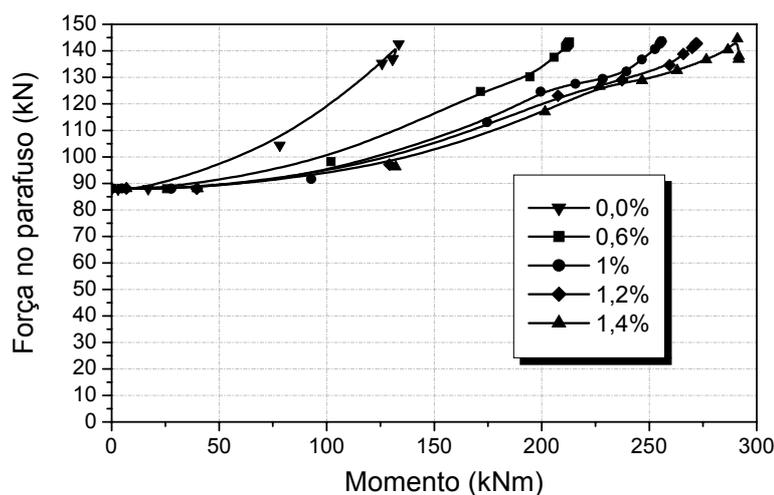


Figura A.29: Efeito da área da armadura na força no parafuso da parte estendida da chapa

De acordo com a Tabela A.3, com 0,6% de taxa de armadura conseguiu-se um aumento significativo na capacidade resistente da ligação (62%). No entanto, esse aumento não foi proporcional, ou seja, comparando as ligações com taxas de 1% e 1,4% a capacidade resistente aumentou apenas 14%. Quanto à capacidade rotacional, para essas mesmas taxas (1% e 1,4%) o aumento foi de 40%.

Tabela A.3: Modos de colapso

Taxa de armadura	Área de armadura (cm <sup>2</sup> )	M <sub>u</sub> (kNm)	φ <sub>u</sub> (mrad)	M <sub>u</sub> /M <sub>u, aço</sub>	φ <sub>u</sub> /φ <sub>u, aço</sub>	ρ <sub>F</sub> *	Colapso
0%	0	131	20,3	0	0	0	A
0,6%	7,36	213	25,6	1,63	1,25	0,84	C
1%	12,27	256	41,8	1,95	2,06	1,40	B
1,2%	14,71	272	48,9	2,07	2,40	1,69	B
1,4%	17,16	292	68,8	2,22	3,39	1,97	B

Modos de colapso: (A) Ruptura do parafuso; (B) Flambagem local (mesa e alma); (C) plastificação da armadura.

\*  $A_{r,y,r}/A_{f,y,s}$

A relação  $\rho_F$  pode ser utilizada para prevenção da flambagem local. A análise mostrou que para valores menores que 1 o modo de colapso não foi a flambagem da mesa, no entanto para valores maiores que 1 é necessário a utilização de mesas compactas para que a ligação tenha boa capacidade resistente e rotacional.

De acordo com a classificação do EUROCODE 3 (2005), as ligações mistas com taxa de 0,6 e 1% estão no limite entre semi-rígida e rígida para vão o de 7 m. Para o vão de 10 m ambas as ligações são nitidamente rígidas (Figura A.30). Quanto à resistência, ambas as ligações são de resistência total para os vãos de 7 e 10 m.

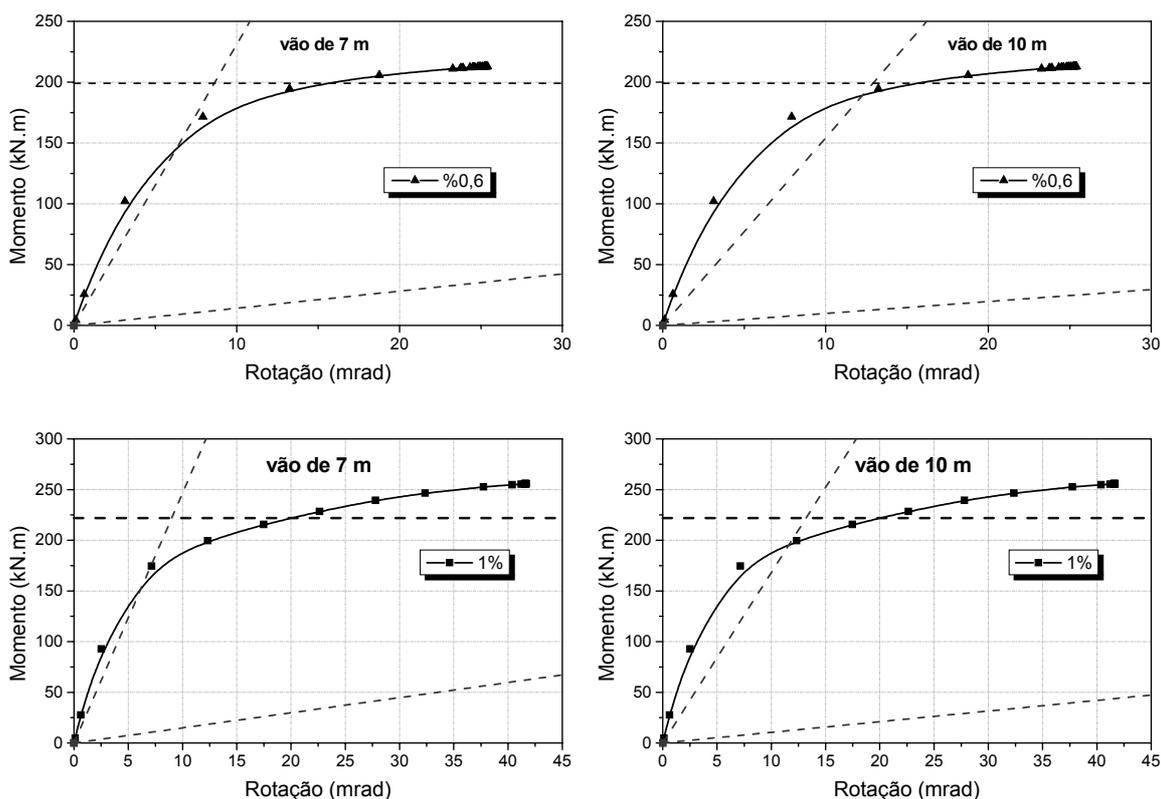


Figura A.30: Classificação das ligações mistas para variação da área de armadura e vão de viga

## A.2 Ligação com chapa de topo (“flush end-plate”)

### A.2.1 Ensaios realizados por Nethercot

Nethercot realizou ensaios na Universidade de Nottingham em ligações, mistas e somente em aço, com chapa de topo (“flush end plate”). A ligação em aço tinha as mesmas configurações geométricas da ligação mista. A Figura A.31 apresenta o modelo ensaiado, mostrando também a viga ligada ao eixo de menor inércia do pilar, simulando a situação na prática.

Os modelos consistiam de um pilar 203×203 UC46 com 1800 mm de altura, engastado no topo e na base, e de duas vigas em balanço 254 × 102 UB25 com 1480 mm de comprimento. A chapa de topo, de dimensões 280×130×10 mm, foi soldada à viga e parafusada ao pilar por meio de 4 parafusos M20. A distância entre

os furos ( $\phi 22$  mm), centro a centro, vertical era de 175 mm e horizontal de 70 mm. Os perfis da viga e do pilar bem como o gabarito da chapa de topo estão apresentados na Figura A.32.

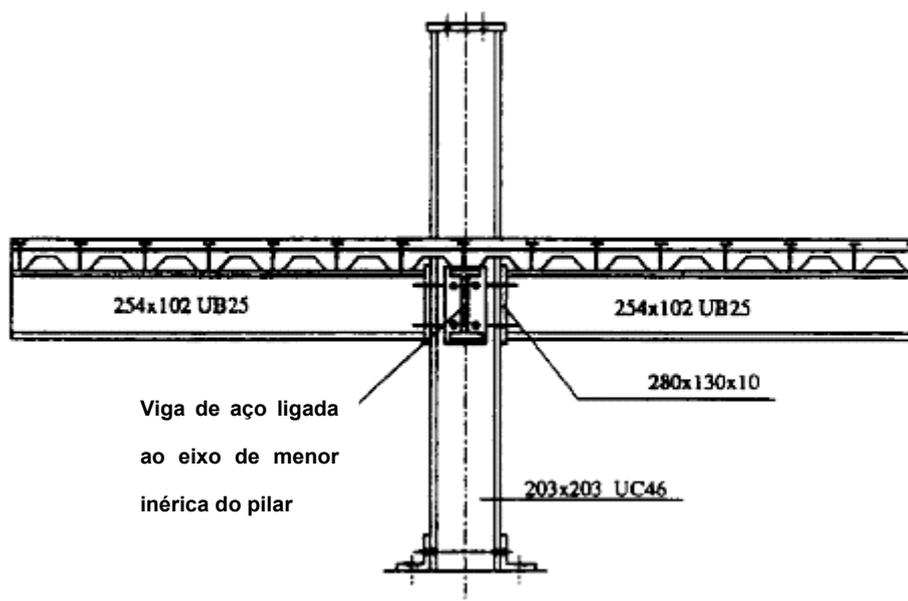


Figura A.31: Visão geral do modelo

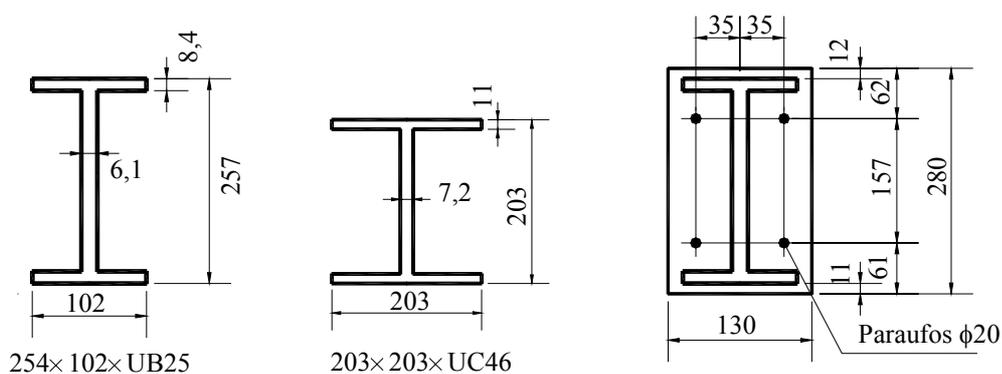


Figura A.32: Dimensões (em mm) das vigas, do pilar e da chapa de topo, respectivamente

Nos modelos mistos, a laje tinha forma de aço incorporada com altura de 46 mm e foi armada longitudinalmente com 4 barras  $\phi 12$  mm e 4  $\phi 10$  mm (resultando na taxa de 1,25%) posicionadas à 80 mm do topo da viga de aço. Também foram

posicionadas barras  $\phi 10$  mm espaçadas de 10 cm, formando a armadura transversal (Figura A.33). A conexão de cisalhamento entre a viga de aço e a laje foi feita por 2 filas de conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça de  $\phi 19$  mm e altura pós-soldagem de 90 mm, formando uma conexão completa, onde o espaçamento entre os conectores é 230 mm.

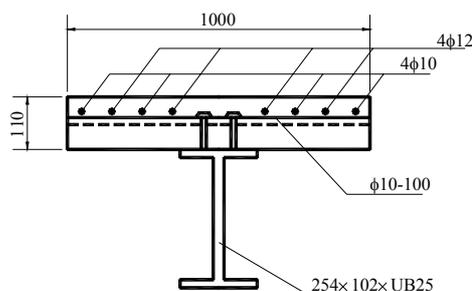


Figura A.33: Seção da viga mista

A Tabela A.4 apresenta as características dos materiais em aço. O concreto da laje tinha resistência à compressão de 30 MPa.

Tabela A.4: Características dos materiais em aço

<b>Material</b>	<b>Tensão de plastificação</b>	<b>Módulo de Elasticidade</b>	<b>Tensão última</b>
Aço da alma do pilar	$f_y = 35,4 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20200 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 50,0 \text{ kN/cm}^2$
Aço da mesa do pilar	$f_y = 33,3 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20300 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 47,9 \text{ kN/cm}^2$
Aço da alma da viga	$f_y = 43,5 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20600 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 54,8 \text{ kN/cm}^2$
Aço da mesa da viga	$f_y = 41,3 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20400 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 54,3 \text{ kN/cm}^2$
Aço da chapa de topo	$f_y = 27,8 \text{ kN/cm}^2$	$E = 19900 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 44,8 \text{ kN/cm}^2$
Aço da armadura	$f_y = 48,8 \text{ kN/cm}^2$	$E = 19900 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 85,0 \text{ kN/cm}^2$
Aço dos parafusos	$f_y = 64,0 \text{ kN/cm}^2$	$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$	$f_u = 80,0 \text{ kN/cm}^2$

Os deslocamentos verticais das vigas foram medidos por transdutores de deslocamentos (LVDT). As mesas das seções da viga e da alma do pilar tiveram suas deformações medidas por extensômetros lineares, enquanto que os centros das almas das vigas e pilar tiveram rosetas medindo as deformações nas três direções, obtendo assim o estado de tensão nessas regiões (Figura A.34). As deformações lineares nas barras da armadura longitudinal foram medidas na seção equivalente à linha de simetria da alma do pilar. Os parafusos tracionados também tiveram suas deformações medidas para obtenção das forças nos parafusos, por meio de fatores de calibração para cada parafuso.

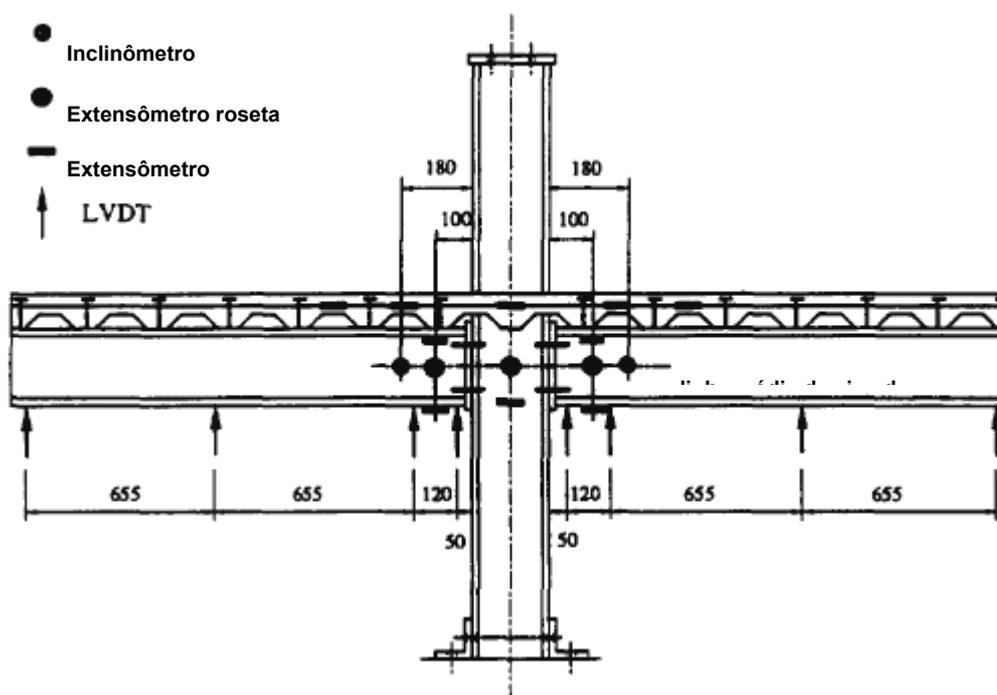


Figura A.34: Configuração geral da instrumentação

Três inclinômetros posicionados nas almas das vigas e do pilar mediram as rotações no plano desses elementos.

#### *A.2.1.1 Resultados experimentais e numéricos*

Ao contrário de ensaios realizados por outros pesquisadores, nesses

modelos colocou-se uma viga ligada ao eixo de menor inércia do pilar. Essa configuração de ensaio resultou em considerar no modelo numérico a alma do pilar restringida na direção Z, direção longitudinal da viga secundária, somente na área da alma do pilar onde se encontra a ligação de chapa de topo no eixo de menor inércia.

A comparação da relação momento-rotação entre os resultados numérico e experimental apresentou-se satisfatória (Figura A.35). O modelo numérico conseguiu representar os parâmetros de rigidez inicial, momento último e capacidade rotacional das ligações analisadas.

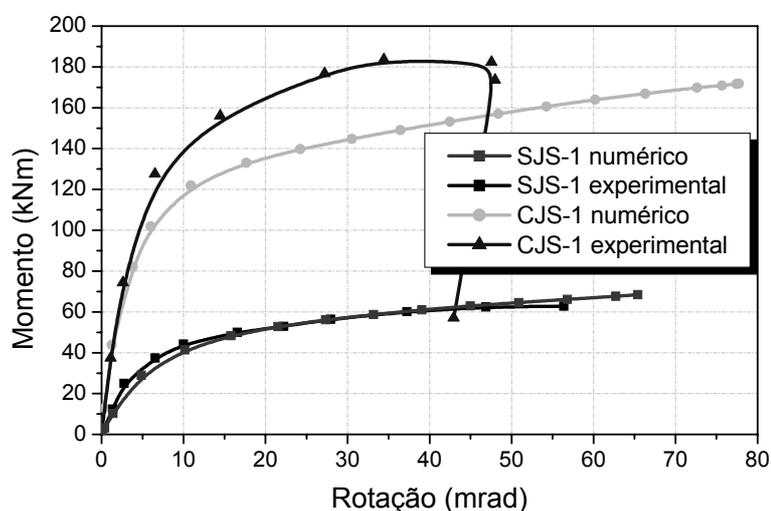


Figura A.35: Comportamento momento-rotação

A Tabela A.5 apresenta a comparação dos valores de rigidez inicial e momento resistente (obtido na rotação de 48 mrad), por meio das análises experimental e numérica.

Assim como no ensaio experimental, na ligação de aço SJS-1 a chapa de topo foi o primeiro componente da ligação a plastificar (Figura A.36), uma vez que a sua rigidez é menor que a da mesa do pilar e do parafuso. Na seqüência plastificaram o parafuso (Figura A.37) e a alma do pilar na zona de compressão. O elemento de colapso da ligação SJS-1 foi a chapa de topo.

Tabela A.5: Parâmetros principais da ligação para as 2 ligações analisadas

	Análise	Rigidez inicial (kNm/rad)	Momento resistente (kNm)
SJS-1	Experimental	9064	63
	Numérica	7025	68
CJS-1	Experimental	26010	182
	Numérica	23343	160

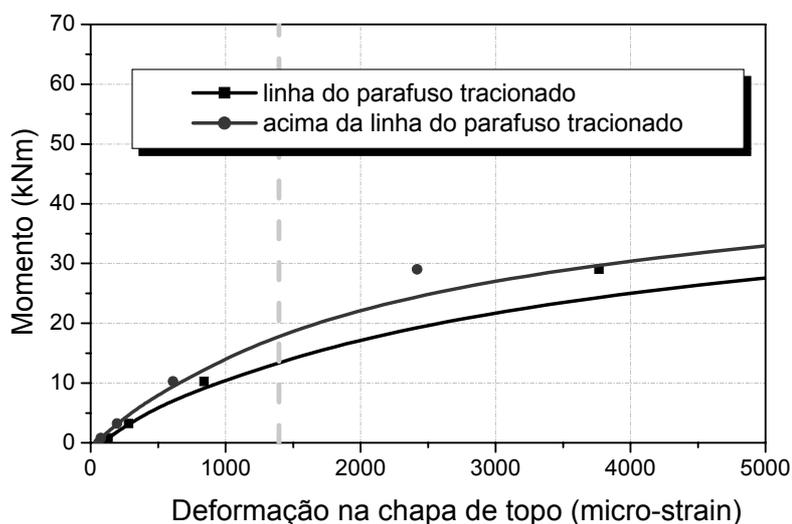


Figura A.36: Deformação na chapa de topo para a ligação de aço SJS-1

Na ligação mista CJS-1 a alma do pilar na zona de compressão foi a componente que mais influenciou no comportamento da ligação (Figura A.38), sendo o primeiro componente a plastificar. A armadura plastificou logo em seguida mas não atingiu a ruptura (Figura A.39). A mesa e a alma da viga também tiveram grandes deformações.

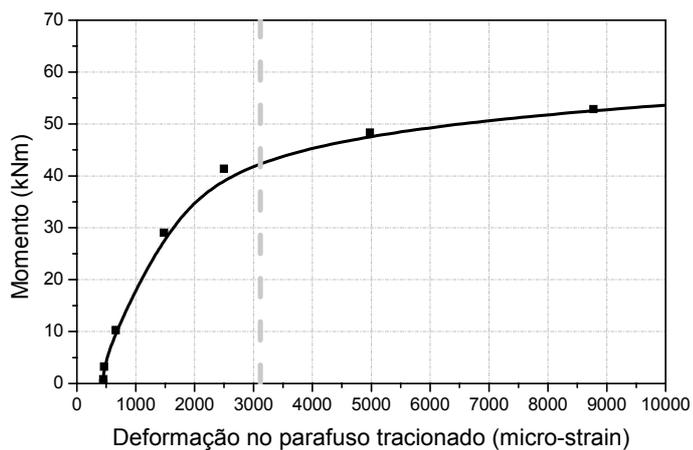


Figura A.37: Deformação do parafuso na ligação de aço SJS-1

O parafuso tracionado começou a ter alguma deformação quando a armadura plastificou, atingindo a plastificação no momento equivalente a 139 kNm, porém não atingiu a deformação de ruptura.

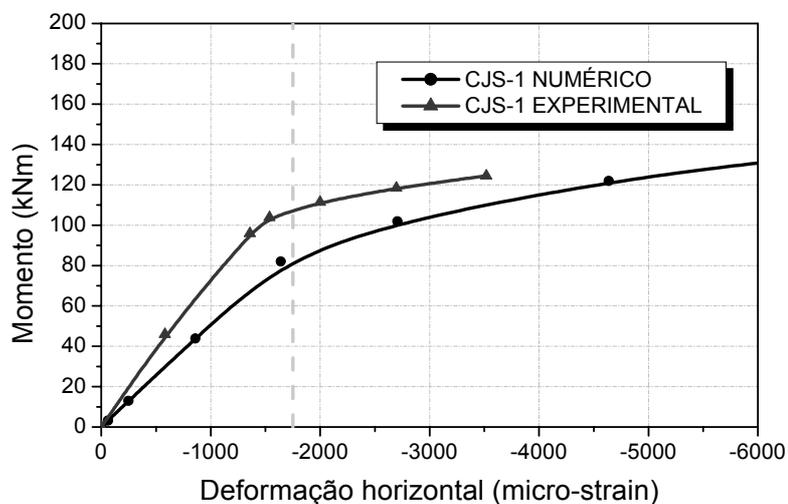


Figura A.38: Deformação horizontal da alma do pilar (linha da mesa comprimida da viga)

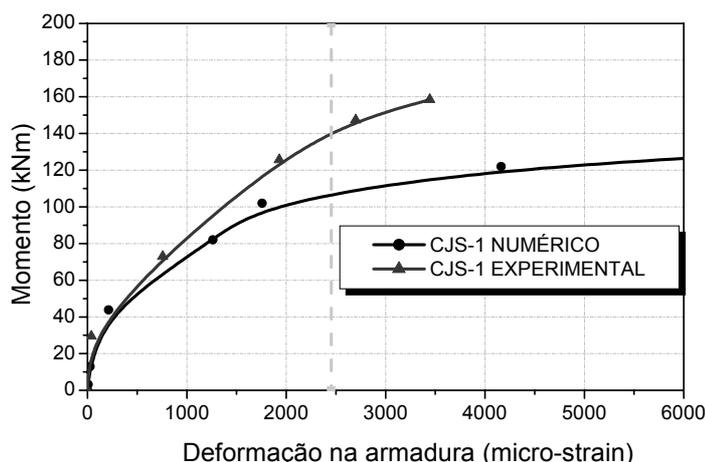


Figura A.39: Deformação na armadura - ligação mista CJS-1

A distribuição de tensões (equivalentes plásticas) na ligação mista CJS-1 para momento último é apresentada na Figura A.40. Elevados valores de tensão foram encontrados na alma do pilar e na parte comprimida da viga ocasionando a flambagem da mesa da viga (destacado na Figura A.40). Também foi observada uma elevada flexão da chapa de topo devido a maior rigidez do parafuso em relação à chapa de topo. A linha neutra plástica da ligação localizou-se aproximadamente na linha média da viga de aço.

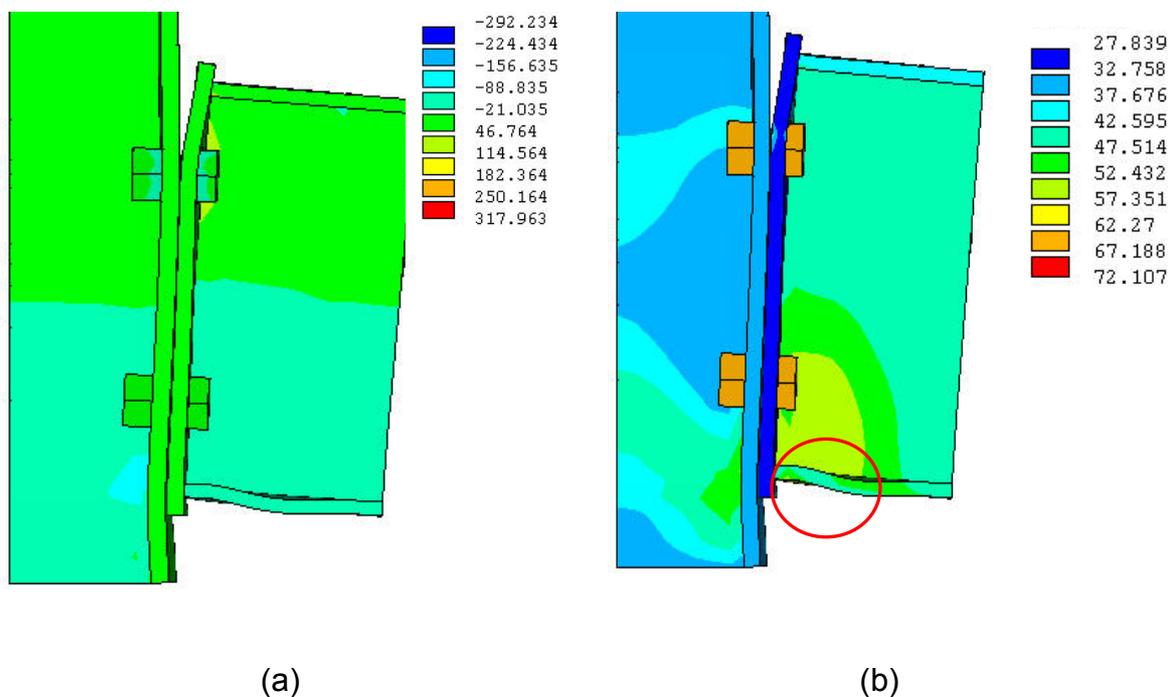


Figura A.40: Tensões ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ ) horizontais (a) e plásticas (b) na ligação mista CJS-1

Pelas análises experimental e numérica, a alma do pilar foi o primeiro componente da ligação CJS-1 a atingir o estado limite último.

As tensões na alma do pilar iniciaram-se na altura da mesa comprimida da viga e propagaram-se no ângulo de aproximadamente 45° em relação à chapa de topo. Na Figura A.41 é apresentada a evolução das tensões equivalentes plásticas na alma do pilar.

Quando as tensões na alma atingiram as primeiras tensões plásticas no momento equivalente a 82 kNm a rigidez da ligação começou a diminuir.

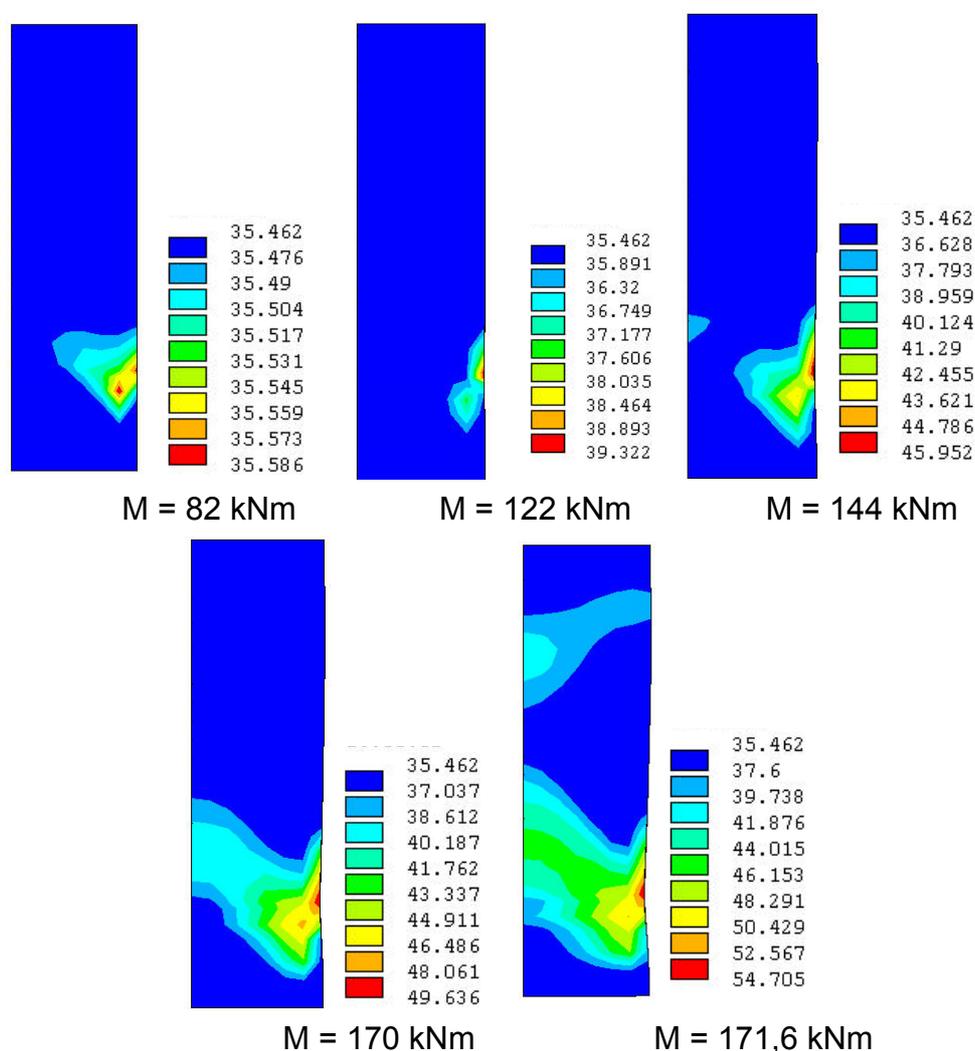


Figura A.41: Evolução das tensões equivalentes plásticas (kN/cm<sup>2</sup>) na alma do pilar da ligação mista CJS-1

Conforme a Figura A.42 a ligação mista CJS-1 tem comportamento semi-rígido para os sistemas não-contraventado e contraventado. Para essa classificação foi admitido um vão de viga de 7m e laje de concreto não-fissurada para o cálculo do momento de inércia da viga mista.

Quanto à resistência (Figura A.43), a ligação mista CJS-1 é de resistência parcial, ou seja, tem momento resistente igual a 86% do momento resistente da viga mista.

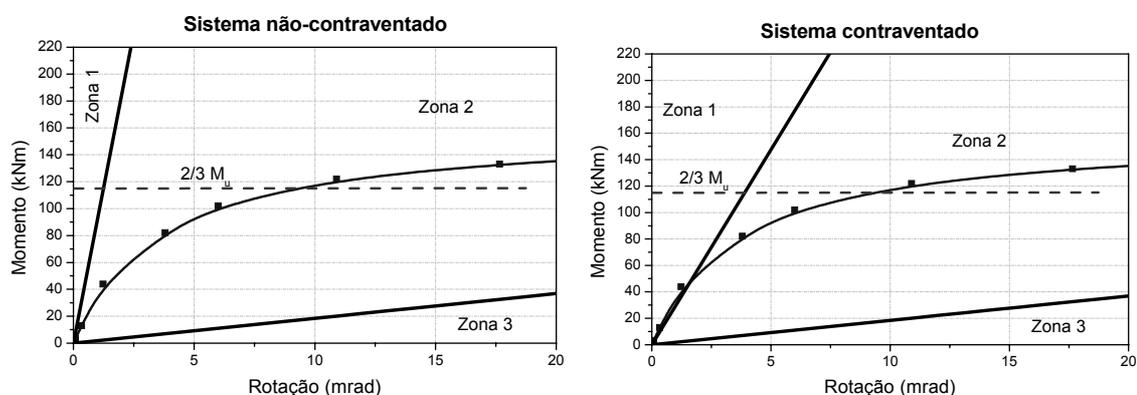


Figura A.42: Classificação da ligação CJS-1 quanto à rigidez de acordo com EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

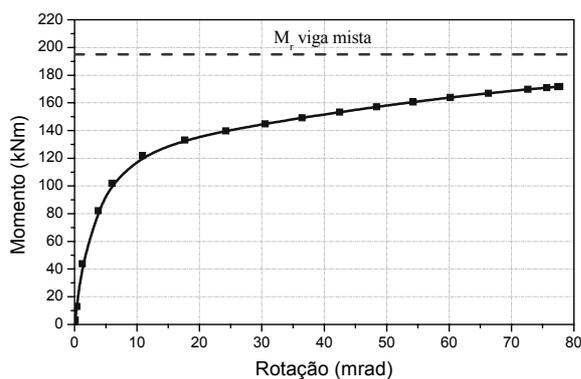


Figura A.43: Classificação da ligação CJS-1 quanto à resistência

### ***A.2.2 Ensaios realizados por Anderson***

Ensaios de ligações mistas com chapa de topo não estendida foram realizados na Universidade de Warwick sob a supervisão de Anderson. Ao contrário dos ensaios realizados por Nethercot, essas ligações tinham três parafusos (um na tração e dois na compressão) para resistir a forças maiores de cisalhamento, uma vez que nas ligações foram adotadas seções de aço com altura de 457 mm. Essa viga mista com essa seção de aço é capaz de superar vãos de aproximadamente 12 m.

Quatro diferentes ensaios foram realizados com ligações no eixo de maior inércia do pilar, configurando um arranjo cruciforme, sendo um dos modelos com ligação somente em aço, na qual para todos os modelos foi colocado enrijecedor de alma na parte comprimida do pilar.

- Ensaio 1: ligação somente em aço com espessura de chapa de 15 mm;
- Ensaio 2: ligação mista com espessura de chapa de topo de 15 mm;
- Ensaio 3: ligação mista com espessura de chapa de topo de 15 mm e diferente disposição de armadura em relação ao ensaio 2;
- Ensaio 4: ligação mista com espessura de chapa de topo de 10 mm e disposição de armadura igual ao ensaio 2.

Os modelos consistiam de um pilar 203×203 UC52, rotulado na base e, duas vigas em balanço 457×152 UB52. A chapa de topo, de dimensões 500×200×15 mm, foi soldada à viga e parafusada ao pilar por meio de seis parafusos M20. Os perfis da viga e do pilar, bem como o gabarito da chapa de topo estão apresentados na Figura A.44.

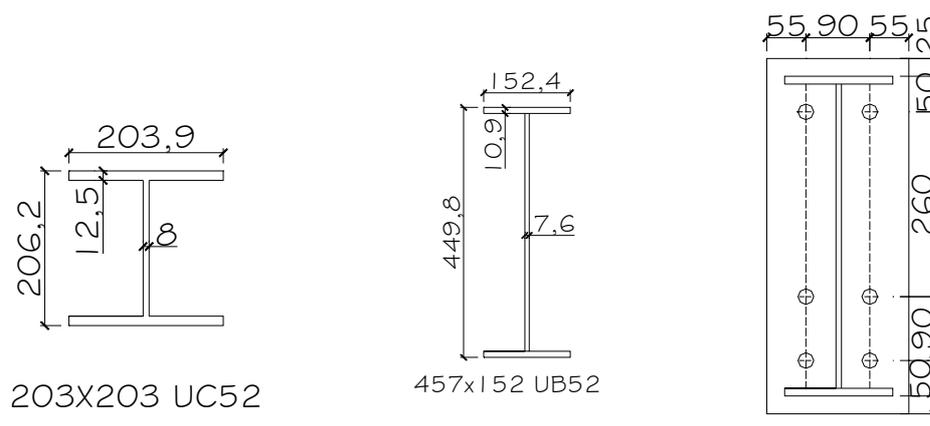


Figura A.44: Dimensões (em mm) das vigas, do pilar e da chapa de topo, respectivamente

Nos modelos mistos, a laje com 120 mm de espessura tinha forma de aço incorporada perpendicular à seção da viga com altura de 46 mm, sendo armada longitudinalmente com quatro barras  $\phi 16$  mm (resultando na taxa de 1 %) posicionadas a 87 mm do topo da viga de aço. Também foi posicionada uma malha de  $142 \text{ mm}^2/\text{m}$  como armadura secundária. A conexão de cisalhamento entre a viga de aço e a laje foi feita por uma fila de conector de cisalhamento do tipo pino com cabeça de  $\phi 19$  mm e altura pós-soldagem de 100 mm, formando uma conexão completa, onde o espaçamento entre os conectores é de 222,5 mm.

No ensaio 2 as distâncias a e b (Figura A.45) são 270 e 100 mm, respectivamente, enquanto que para os ensaios 3 e 4 são 270 e 220 mm, respectivamente.

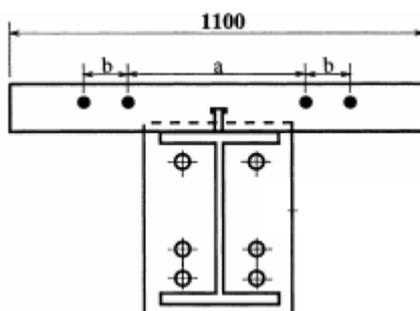


Figura A.45: Seção da viga mista

A Tabela A.6, Tabela A.7 e Tabela A.8, apresentam as características dos

materiais para todos os quatro ensaios.

Tabela A.6: Características dos aços dos perfis e da chapa de topo

Material	Ensaio 1		Ensaio 2		Ensaio 3		Ensaio 4	
	$f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> )	E (kN/cm <sup>2</sup> )						
Aço da alma do pilar	31,8	20800	29,5	19400	28,9	20100	31,1	19200
Aço da mesa do pilar	28,1	20900	26,6	21500	27,6	19900	27,1	19700
Aço da alma da viga	33,9	19700	32,9	19800	33,1	19900	33,7	20400
Aço da mesa da viga	31,2	21100	31,2	19400	29,3	19800	32,4	20700
Aço da chapa de topo	30,5	21500	30,5	21500	30,5	21500	35	20100

Tabela A.7: Características do aço da armadura

Material	$f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> )	E (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_u$ (kN/cm <sup>2</sup> )	Alongamento na ruptura em %
Armadura 16 mm	50,4	20000	61,1	26

Tabela A.8: Características do concreto da laje

Material	Ensaio 2		Ensaio 3		Ensaio 4	
	$f_c$ (Mpa)	$f_{ct}$ (Mpa)	$f_c$ (Mpa)	$f_{ct}$ (Mpa)	$f_c$ (Mpa)	$f_{ct}$ (Mpa)
Concreto	45,05	3,85	45,75	3,40	38,90	3,60

Antes da aplicação do carregamento os parafusos foram protendidos para uma força de 142 kN. Posteriormente, as extremidades das vigas foram carregadas por meio de um atuador hidráulico posicionado a 1410 mm da face externa da mesa do pilar.

#### A.2.2.1 Resultados experimentais e numéricos

A Figura A.46 apresenta os resultados obtidos pelo modelo numérico e a comparação com os ensaios experimentais.

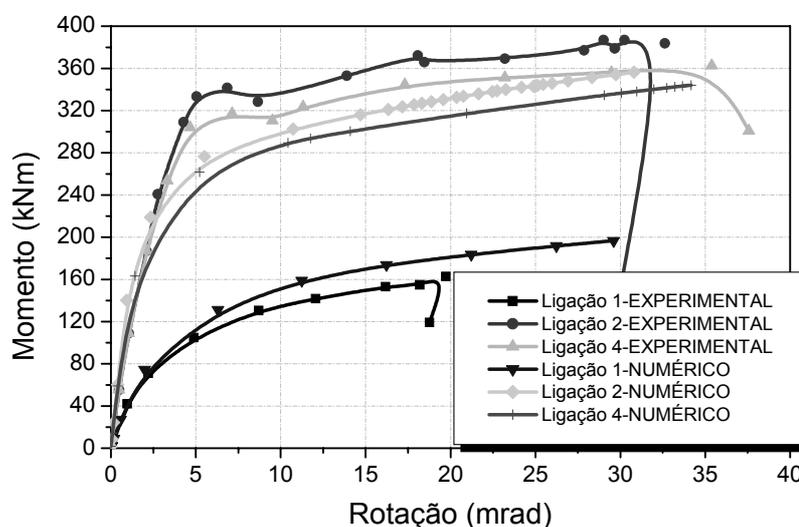


Figura A.46: Relação momento-rotação das ligações analisadas

De maneira geral, tanto a rigidez inicial, momento último e capacidade rotacional obtiveram bons resultados. Vale ressaltar que na ligação 1 o ensaio foi paralisado antes da condição última da ligação, que seria a ruptura do parafuso, e por isso existe diferença de capacidade rotacional entre o numérico e o experimental.

Apesar da menor espessura de chapa de topo na ligação 4 em relação a ligação 2, assim como nos ensaios experimentais, não houve grandes diferenças de rigidez inicial, momento último e capacidade rotacional.

A Tabela A.9 mostra a comparação da rigidez inicial e momento último

com base nas análises experimental e numérica.

Tabela A.9: Parâmetros principais da ligação para as três ligações analisadas

	<b>Análise</b>	<b>Rigidez inicial (kNm/rad)</b>	<b>Momento resistente (kNm)</b>
<b>LIGAÇÃO 1</b>	Experimental	43617	162
	Numérica	42246	197
<b>LIGAÇÃO 2</b>	Experimental	98132	380
	Numérica	129270	357
<b>LIGAÇÃO 4</b>	Experimental	95779	370
	Numérica	109146	345

Como observado por Anderson (2001) nos ensaios e confirmado no modelo numérico, na ligação 2 a mesa do pilar, principalmente, na linha do parafuso tracionado apresentou grandes deformações (Figura A.47) devido a não presença do enrijecedor de alma do pilar na zona tracionada.

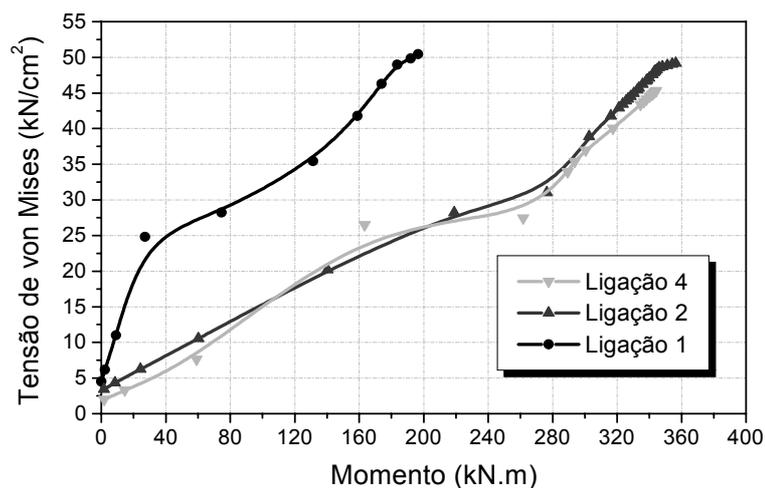


Figura A.47: Tensão de von Mises na mesa do pilar (linha do parafuso tracionado) no modelo numérico

Essa região da mesa do pilar foi a primeira região da ligação a plastificar, ocorrendo logo em seguida a plastificação da armadura (Figura A.48). Esses dois componentes foram responsáveis pela diminuição da rigidez da ligação. Na ligação 4 a armadura plastificou primeiro (momento igual a 180 kNm) seguida da mesa do pilar.

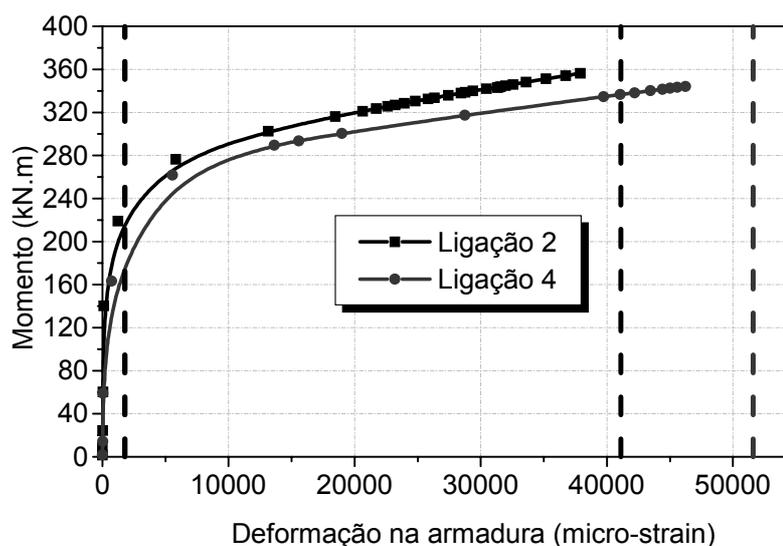


Figura A.48: Deformação na armadura no modelo numérico

A distribuição da tensão horizontal na ligação 2 (Figura A.49) para o momento último mostrou que a linha neutra da ligação está, aproximadamente, na linha do 2º parafuso (de cima para baixo). As maiores concentrações de tensões plásticas localizaram-se na mesa do pilar e na mesa inferior da viga, onde ocorreu a flambagem antes do momento último.

Além dos fenômenos ocorridos na ligação 2, pelo fato da espessura da chapa de topo ser menor na ligação 4, ocorreu também a flexão da chapa de topo em torno do parafuso tracionado (Figura A.50).

As tensões plásticas na mesa do pilar da ligação 2 concentram-se basicamente nas regiões do furo e próxima a intercessão entre a mesa e alma da viga (Figura A.51).

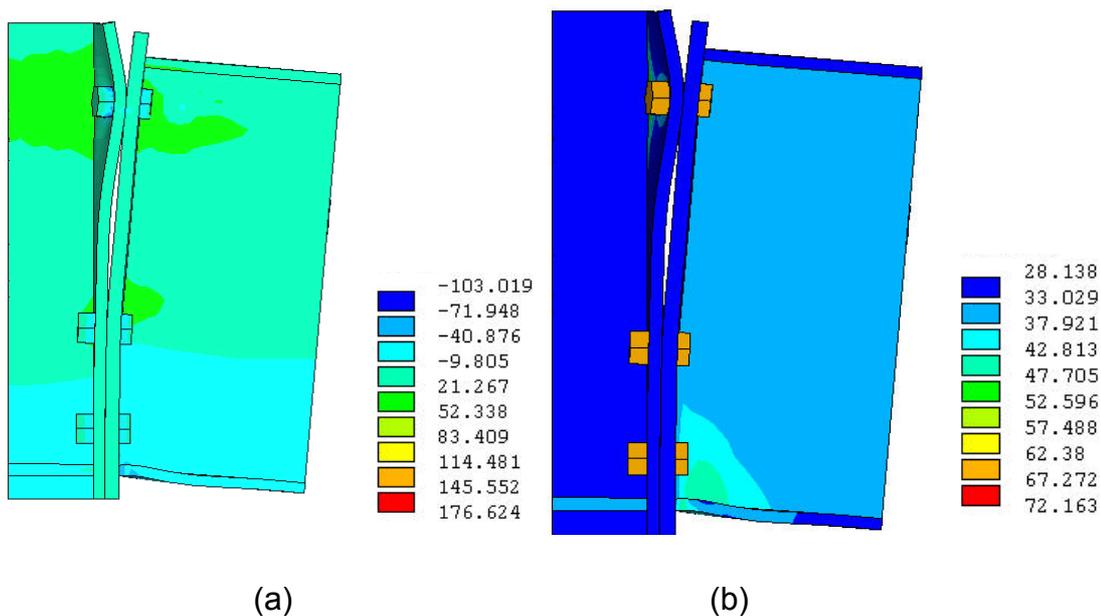


Figura A.49: Tensões (kN/cm<sup>2</sup>) longitudinais (a) e equivalentes plástica (b)..... da ligação 2

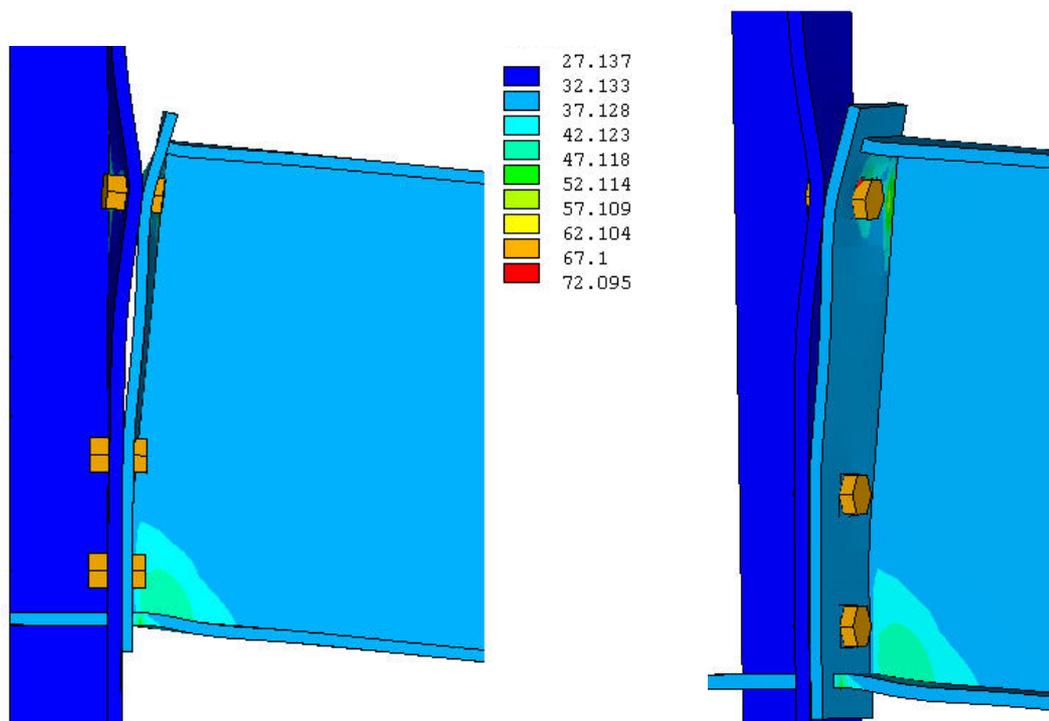


Figura A.50: Tensões equivalentes plásticas (kN/cm<sup>2</sup>) na ligação 4

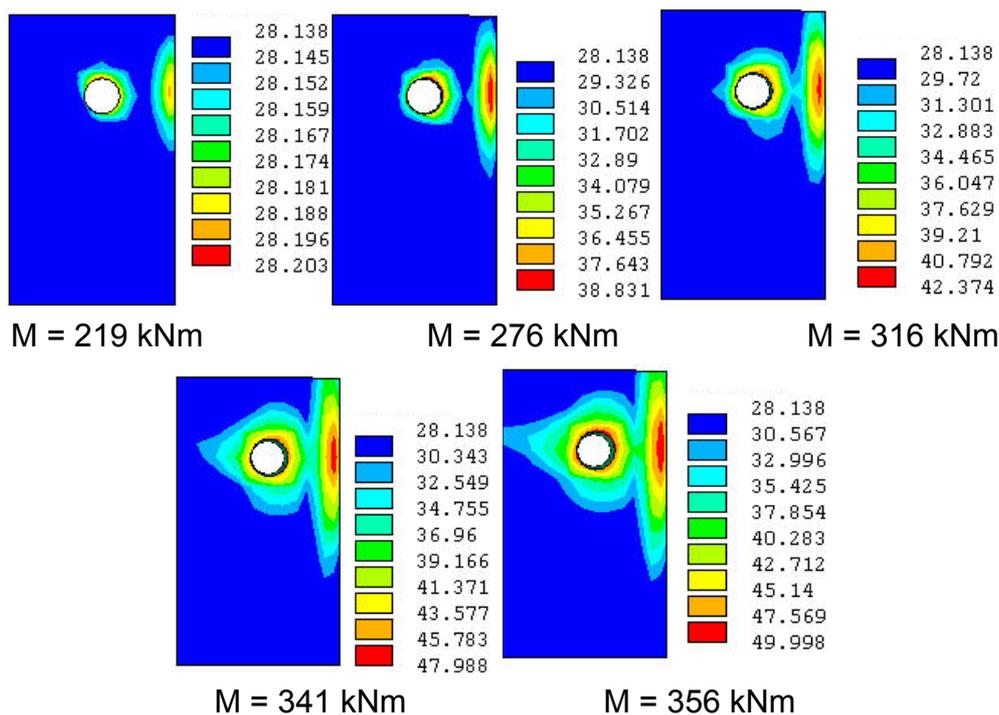


Figura A.51: Evolução das tensões equivalentes plásticas ( $\text{kN/cm}^2$ ) na mesa do pilar da ligação 2 (região do parafuso tracionado)

Como também observado experimentalmente, nas ligações 2 e 4 a mesa comprimida da viga atingiu a plastificação antes do colapso da ligação (Figura A.52).

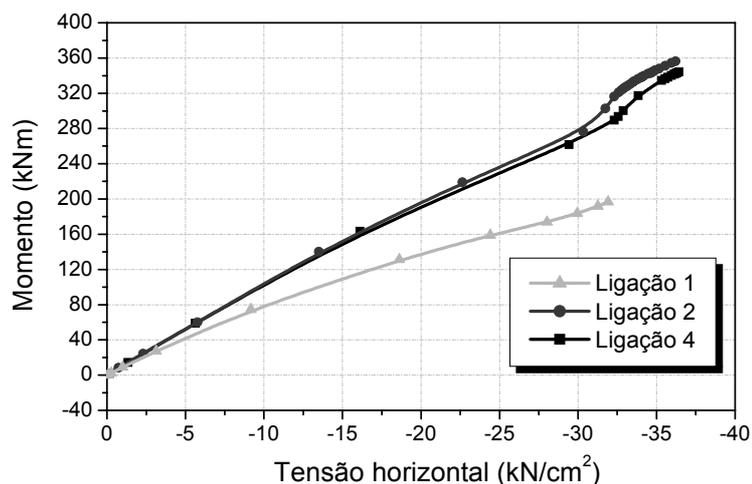


Figura A.52: Tensão longitudinal na mesa comprimida da viga no modelo numérico

Na ligação 1 a chapa de topo não atingiu a plastificação (Figura A.53)

devido a sua maior rigidez em relação à mesa do pilar, apesar da grande rigidez do parafuso em relação à chapa de topo.

As tensões na ligação 4 foram maiores que a da ligação 2, devido à menor espessura de chapa de topo. Após o momento de 300 kNm as tensões na ligação 2 se estabilizaram e não atingiram a tensão de escoamento.

Tanto na ligação 2 quanto na ligação 4 o parafuso não atingiu a força de ruptura.

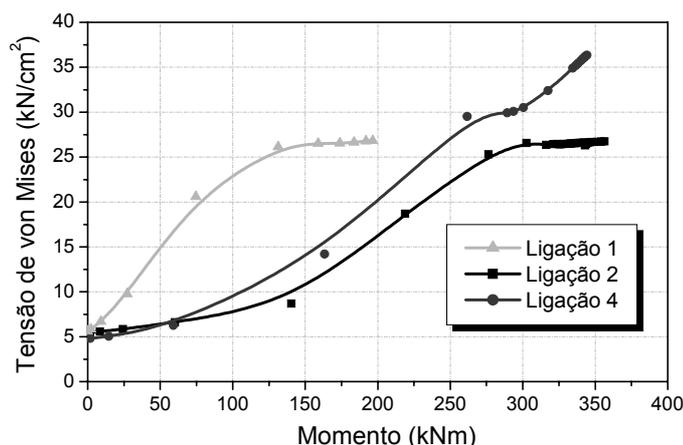


Figura A.53: Tensões de von Mises na chapa de topo (linha do parafuso tracionado) no modelo numérico

Conforme a Figura A.54 as ligações 2 e 4 podem ser consideradas semi-rígidas para o sistema não-contraventado. Entretanto, para o sistema contraventado a ligação 2 é considerada rígida, uma vez que até muito próximo de  $2/3M_u$  está na zona 1, e a ligação 4 semi-rígida. Para essa classificação foi admitido um vão de viga de 12m e laje de concreto não-fissurada para o cálculo do momento de inércia da viga mista.

Quanto à resistência, ambas as ligações são de resistência parcial como apresentado pela Figura A.55.

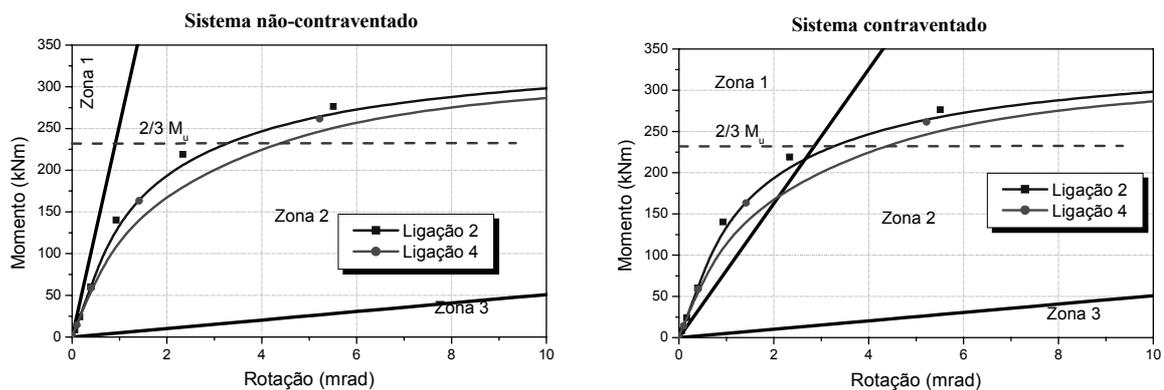


Figura A.54: Classificação das ligações 2 e 4 quanto à rigidez de acordo com EUROCODE 3 (2005) – parte 1.8

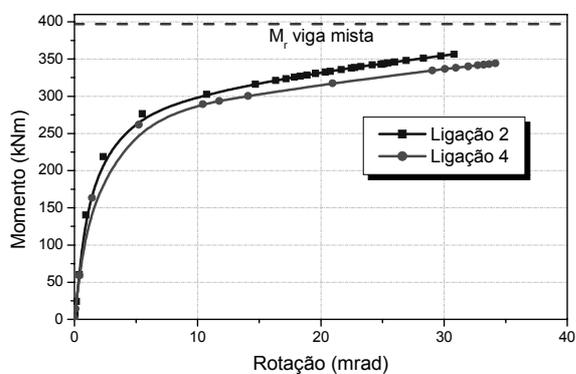


Figura A.55: Classificação das ligações 2 e 4 quanto à resistência

## ANEXO B: CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS UTILIZADOS NOS ENSAIOS

Apresenta-se nas Tabelas B.1 e B.2 a caracterização do concreto e do aço utilizados nos ensaios experimentais.

Tabela B.1: Resistência à compressão do concreto

<b>Corpo de prova</b>	<b>Tipo</b>	<b>Resistência (Mpa)</b>
1	Cúbico	61,22
2	Cúbico	60,15
3	Cúbico	61,22
<i>Média</i>	<i>Cúbico</i>	<i>60,87</i>
4	Cilíndrico	56,58
5	Cilíndrico	54,51
6	Cilíndrico	58,92
7	Cilíndrico	56,90
8	Cilíndrico	52,76
9	Cilíndrico	50,76
10	Cilíndrico	54,94
11	Cilíndrico	56,58
12	Cilíndrico	58,44
13	Cilíndrico	55,04
14	Cilíndrico	55,79
<i>Média</i>	<i>Cilíndrico</i>	<i>55,57</i>

Tabela B.2: Resumo das características dos aços ensaiados

Corpo de prova	$f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{m\acute{a}x}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_r$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon_r$ (%)
Mesa da viga 1	36,4	49,37	34,69	32,40
Mesa da viga 2	33,71	48,38	33,85	35,20
<i>Média</i>	<i>35,06</i>	<i>48,88</i>	<i>34,27</i>	<i>33,80</i>
Alma da viga 1	37,46	52,55	38,00	33,40
Alma da viga 2	39,2	52,26	37,72	33,00
<i>Média</i>	<i>38,33</i>	<i>52,41</i>	<i>37,86</i>	<i>33,20</i>
Mesa do pilar 1	32,24	49,35	33,07	26,00
Mesa do pilar 2	34,28	48,69	31,86	28,00
<i>Média</i>	<i>33,26</i>	<i>49,02</i>	<i>32,47</i>	<i>27,00</i>
Alma do pilar 1	31,78	48,75	32,34	29,20
Alma do pilar 2	31,1	47,1	33,03	29,00
<i>Média</i>	<i>31,44</i>	<i>47,93</i>	<i>32,69</i>	<i>29,10</i>
Cantoneira 1	-	44,36	32,16	33,03
Cantoneira 2	29,89	44,10	31,89	37,17
<i>Média</i>	<i>29,89</i>	<i>44,23</i>	<i>32,03</i>	<i>32,10</i>
8mm – 1	57,85	65,72	50,71	8,10
8mm – 2	57,52	65,66	51,81	7,20
8mm – 3	56,48	65,12	48,14	8,57
<i>Média</i>	<i>57,28</i>	<i>65,50</i>	<i>50,22</i>	<i>7,96</i>
12mm – 1	54,00	61,13	51,74	7,80-
12mm – 2	53,00	61,02	45,48	8,30
12mm – 3	54,50	61,32	43,06	6,65
<i>Média</i>	<i>53,83</i>	<i>61,16</i>	<i>46,76</i>	<i>7,58</i>
<i>f<sub>y</sub> é a tensão de escoamento</i>				
<i>f<sub>máx</sub> é a tensão máxima</i>				
<i>f<sub>r</sub> é a tensão de ruptura</i>				
<i>ε<sub>r</sub> é a deformação na ruptura</i>				

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)