Alcione D'agostini Annes

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: INTERAÇÕES NO PROCESSO DE FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Educação, da Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial e final para obtenção do grau Mestre em Educação, tendo como orientadora a Prof^{a} D^{ra} Neiva Ignês Grando.

Passo Fundo
2006

A614e Annes, Alcione D'Agostini

Educação matemática : interações no processo de formação do conceito de função / Alcione D'Agostini Annes. – 2006.
131 f. ; 29 cm.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, 2006.
Orientação: Drª. Neiva Inês Grando.

1. Educação. 2. Funções (Matemática). 3. Ensino médio. 4. Análise de interação em educação I. Grando, Neiva Inês, orient. II. Título.

CDU: 372.851

Catalogação: bibliotecário Juliano de Lima Rodrigues - CRB 10/1642

Especial agradecimento à Professora Doutora **Neiva Ignês Grando** que, de forma competente, paciente e amiga orientou-me na realização deste trabalho.

À Professora Doutora **Nilce Fátima Scheffer** e ao Professor Doutor **Eldon Henrique Mühl**, cujas sugestões contribuíram para dar qualidade ao trabalho.

Aos **professores** do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Passo Fundo pela significativa contribuição para a minha formação.

Aos colegas de mestrado pelos momentos agradáveis que juntos passamos mas em especial à colega e amiga **Sylvana Carpes Moraes** pela amizade, pelo carinho e pela solidariedade e prontidão nas horas de necessidade.

À minha **mãe** pela ajuda e apoio em todos os momentos.

Ao meu marido, **Juares**, pela paciência, pelo chimarrão, pelo apoio, pelo incentivo.

Aos meus queridos filhos **Cassiano**, **Maurício**, **Rafael** e **Guilherme,** grandes incentivadores e colaboradores, sempre preocupados com minha tranqüilidade para a realização desta pesquisa.

A todas as pessoas amigas que de uma forma ou outra contribuíram e apoiaram para a realização desta.

RESUMO

A presente dissertação é o resultado de uma investigação relacionada aos processos interativos e dialógicos entre os alunos e a professora e entre os próprios alunos, no processo ensino-aprendizagem de uma turma de primeira série do ensino médio de uma escola estadual do Município de Passo Fundo, interferem no processo de elaboração coletiva do conhecimento em sala de aula. Para tanto, elaborou-se uma proposta pedagógica sobre o conceito de função envolvendo as atividades cotidianas da vida dos alunos e seus pais, sendo aplicadas pela própria pesquisadora. A pesquisa fundamentou-se na teoria histórico-cultural, servindo como base para a análise dos dados assim como na didática da matemática, matemática, etnomatemática e, ainda, nos estudos referentes ao tema. Os resultados obtidos levaram à conclusão de que as interações são determinantes para a dinâmica das aulas, contribuindo significativamente para a elaboração dos conceitos com significado, além de oportunizar à superação das dificuldades demonstradas pelos alunos, assim como auxiliá-los no processo de generalização. Ressalta-se a importância do diálogo no processo educativo como um modo de promoção do sujeito tendo a linguagem como fator essencial para o desenvolvimento mental, exercendo uma função organizadora do pensamento. Outrossim, destaca-se a análise da própria prática no processo de produção de novos conhecimentos com o fim específico de melhor compreender o processo educativo e, ainda, de possibilitar uma reflexão crítica quanto à prática pedagógica da professora, buscando dar mais qualidade a ela.

Palavras-chave: interações, diálogo, educação matemática, ensino médio,conceito de função.

ABSTRACT

The present dissertation is the result of an investigation related to the interactive and dialogic processes among the students and the teacher and even among the own students in the teaching/learning process of the first class of the senior high school of a public school from Passo Fundo Township interferes with the process of collective working out, of the classroom knowledge. For that, a pedagogical proposal was prepared for the funtion concept, involving the daily activities of the students life and their parents.The present proposal was applied by the own researcher. The aim was identifying on the activities developed by the students, the aspects related to the objective intention of the present research.The research was based on the historical/cultural theory and it was usefull as a base for the data analysis as well as the mathematics educational, mathematics, ethnomathematics and, yet, the studies related to the subject. The obtained results led to the conclusion that the interactions are determinative for some classes dynamic and that they significantly contribute for the elaboration of the concepts with meanings, besides to give opportunity in overcoming difficulties showed by the students, as well as helping them in the process of generalization.It stands out the importance of the dialogue on the educational process as a way to promote the man having the language as a essencial factor for the mental development, exercising a thought organizer funtion. Otherwise,it emphasizes the analysis of the practical itself in the production process of the new knowledges with the specify purpose of better understanding of the educational process and, yet, to make possible a critical reflection related to the educational practice of the teacher, in order to give more quality to it.

Key Words: interactions,dialogue,daily,mathematical education,high school and function concept.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Minha trajetória como professora começou em 1971, quando me decidi por essa profissão ao iniciar o curso de Ciências Naturais na UPF. Em 1973 ingressei no Instituto Educacional de Passo Fundo, inicialmente como professora de Física no antigo 2° grau e, após, também com a disciplina de Ciências no 1° grau. No ano seguinte, em 1974, passei a trabalhar na Escola Estadual Cardeal Arcoverde; passei após pelo Colégio Estadual Gervásio Lucas Annes e, em 1984, na Escola Estadual Joaquim Fagundes dos Reis, onde me encontro até hoje. Nesse período, passei por três concursos estaduais, podendo garantir 40 horas nos dois primeiros e, em 2000, fiz o terceiro concurso, pelo qual permaneço 20 horas atuando até o presente momento.

Apesar de ter na matemática a grande paixão, obriguei-me a cursar Ciências Biológicas (licenciatura plena) em razão da mudança de nível do Plano de Carreira do magistério público estadual e por não ser oferecida a licenciatura plena em matemática em Passo Fundo. Lecionei Ciências de 5ª a 8ª, matemática no ensino fundamental e no ensino médio, ainda as disciplinas de química e biologia. Atualmente continuo atuando no magistério público estadual com a disciplina de matemática, com pretensões de alçar ao terceiro grau. Quero ressaltar a minha participação em todos os movimentos reivindicatórios do magistério público estadual desde o ano de 1979 como momentos importantes da minha prática docente (FREIRE, 1996, p. 66). Dessa forma, acredito ter servido de exemplo para meus alunos, mostrando-lhes que a luta em favor da dignidade de direitos é uma ação pedagógica da qual todo trabalhador deve participar, imbuído na busca coletiva de resultados, sempre de forma séria e ética. Assim, penso ter contribuído no sentido de "desvelar as contradições de estrutura social que sustenta as relações sociais vigentes". (LIBÂNEO, 2005, p. 76).

Como educadora, sempre tive a preocupação com um trabalho sério e, sempre que possível, busquei atualização em cursos, jornadas, colóquios. Entretanto, creio que o maior passo foi dado nesse momento, com o mestrado, no qual senti um grande avanço na minha formação pessoal e, sobretudo, profissional. No sentido profissional, o mestrado proporcionou-me ampliar sensivelmente os conhecimentos, analisar reflexivamente as ações pedagógicas, buscando erros e acertos, estudar as várias epistemologias, investindo naquela que talvez esteja em melhor sintonia com minha postura pedagógica, visando aprimorar o processo ensino-aprendizagem. Isso sem contar as oportunidades não só de pesquisar, mas, sobretudo, de desenvolver o ato de escrever. Talvez a escrita seja um dos pontos mais importantes do estudo, pois creio que só escreve quem lê, quem pensa, quem analisa, quem interpreta, enfim "o modo de ser linguagem, na forma de escrita, é [...], pela leitura, [...] a mais elevada tarefa da compreensão." (ROHDEN, 2000, p. 168). Nesse sentido, talvez consiga articular uma pedagogia dirigida aos interesses e necessidades dos alunos, chegando a uma forma de melhor servir à causa da educação. (KILPATRICK, 1978, p. 65).

Refletir sobre a própria situacionalidade, criticamente, creio ser um dos quesitos básicos de qualquer componente curricular, pois todos os sujeitos se encontram situados em condições temporal-espaciais que os definem e em que eles também se definem. Nesse sentido, refletir sobre sua situação significa pensar a própria existência, "um pensar crítico através do qual os homens se descobrem em situação". (FREIRE, 1983, p. 119). Quem não consegue fazer uma análise da sua existência? Quem não consegue verificar os porquês das diferenças? Os professores não podem ajudar nessas reflexões? Não serão eles que detêm o conhecimento para essa discussão?

Mühl, ao fazer uma análise do pensamento de Habermas, diz que "em todo ato humano existe sempre uma intencionalidade". (2003, p. 62) Nesse caso, está incluso o "agir educativo", no qual a ação pedagógica é orientada em função de uma pré-compreensão que o orienta. Nesse sentido, o desenvolvimento de uma educação transformadora inicia com a reconstrução dessa pré-compreensão, de modo que fazer uma avaliação crítica, de forma participativa, do agir pedagógico do professor pode representar um passo significativo para um "processo educativo inovador". Ainda nas palavras do autor, somente a compreensão do sentido pedagógico não é suficiente. Para ele, "todo o saber e fazer pedagógico só são passíveis de serem considerados como válidos e, portanto, emancipadores, quando submetidos a uma validação consensual pela comunidade escolar tendo por critério uma argumentação isenta de toda e qualquer outra coação que não a do melhor argumento". (p. 63).

Montaigne (apud MORIN, 2003, p. 21), ao formular a primeira finalidade de ensino, afirmou que "mais vale uma cabeça bem-feita que bem-cheia", revelando o "bom ensino" como uma forma de organizar os conhecimentos e de evitar uma acumulação estéril. Organizar os conhecimentos significa preocupar-se com análise e síntese como processo; significa "investir um conhecimento particular em seu contexto e situá-lo em seu conjunto" (p. 24), ou, ainda, organizar os saberes de forma contextualizada e globalizada integrando os conteúdos num contexto global.

Trata-se de procurar estabelecer as relações recíprocas entre o objeto de estudo e seu contexto, reconhecendo as relações de reciprocidade entre si. Além disso, entender a educação como um processo que acontece na interação entre os sujeitos nele envolvidos pela compreensão do pensamento de Vygotsky em relação à teoria histórico cultural pode, talvez, contribuir para que o aprendizado ocorra de forma mais significativa. Nesse sentido, acredito que poderei contribuir no sentido de dar mais qualidade às aulas de matemática buscando um melhor desempenho por parte dos alunos.

Para isso, antes de mais nada é necessário conceber a educação matemática como ao alcance de todos, sem os estigmas comumente usados como"muito difícil", "não tem utilidade", "só é usada na escola", entre outros. Com essa constatação, procurar trabalhar de modo que os alunos percebam a matemática como uma ciência de fundamental utilidade para o cotidiano das pessoas sendo uma ferramenta essencial na interação dos sujeitos com o meio. Assim, criar um ambiente de estudo dinâmico e interativo em sala de aula, no qual as atividades se baseiem nas concepções e conjeturas dos alunos, de suas experiências de vida.

Dessa forma, aproveitando a experiência docente de tantos anos, constatando os problemas decorrentes do ensino de matemática nas escolas, busquei refletir sobre a prática pedagógica de sala de aula, numa tentativa de compreender como se dá o processo ensino-aprendizagem de conhecimento pelos alunos da 1ª série do ensino médio no desenvolvimento do conceito de função. Especialmente, procurei compreender como as interações em sala de aula interferem no processo de elaboração e significação do conhecimento tão valorizado e significativo para essa época.

O século XX foi marcado por avanços que assinalaram, de forma significativa, o desenvolvimento científico e tecnológico, com invenções que modificaram o cotidiano das pessoas. As últimas invenções tornaram a vida do homem mais fácil, confortável, agradável e, com o processo de globalização, o mundo diminuiu suas fronteiras, reduzindo as distâncias entre os vários pontos do planeta. Nesse sentido, impôs-se uma nova ordem nas relações políticas, sociais e culturais. O conhecimento tornou-se a principal ferramenta de inserção do homem nessa sociedade planetária, determinando as condições de desenvolvimento, as regras sociais e os padrões de comportamento. Nesse quadro, a educação tem um papel fundamental, sendo a geradora desse conhecimento.

Entretanto, essa realidade permanece distante de muitos, promovendo mais radicalmente sua exclusão do mundo, e a escola, ao invés de ser um espaço promotor da interpretação de todos os aspectos que norteiam a vida do ser humano, continua reafirmando a seletividade e o fracasso. Assim, é um desafio para a educação a busca de formas que promovam o acesso aos saberes a todos os indivíduos que, contextualizados com sua realidade, assumam sua parcela de responsabilidade frente a ela, sendo capazes de transformá-la[1] de acordo com suas necessidades e o bem-estar social.

Refletindo sobre o processo histórico da humanidade, vemos que foi a partir da segunda metade do século passado que mais se acumularam conhecimentos e mais se acelerou o processo de transformações sociais. Os valores, padrões e modelos de comportamento sofreram transformações, trazendo insegurança às pessoas. Apesar das grandes mudanças, a cultura, entendida como compartilhar conhecimento e compatibilizar o comportamento (D'AMBROSIO, 2002, p. 19) dos seres humanos em sociedade, não acompanhou a velocidade das mudanças tecnológicas atuais.

O desenvolvimento tecnológico, com a criação de novas necessidades aos seres humanos, é um processo irreversível, mesmo que grande parte da população não tenha acesso aos seus benefícios. Além disso, seu desenvolvimento trouxe alterações sociais e acarretou novos problemas, até então inexistentes. As cidades passaram a crescer de forma desordenada em razão da migração de camponeses do meio rural em busca de trabalho, agravando os problemas urbanos, como habitação, saúde, educação, saneamento, entre outros. A redução do mercado de trabalho no processo produtivo, em decorrência da substituição da mão-de-obra humana pela tecnologia, gerou desemprego em grande escala e, como conseqüência, houve um rebaixamento do valor da força de trabalho, reduzindo as

[1] Segundo Gandin (1988, p. 95), para mudar a realidade são necessárias ações continuadas e sucessivas que vão se construindo ao longo do tempo. Para esse autor é necessário uma análise sobre a sociedade, sobre o homem e, ainda, sobre a educação, buscando procedimentos pedagógicos com coerência, conforme o contexto, tendo clareza sempre dos objetivos que se quer atingir.

possibilidades de melhores salários e condições de trabalho; por conseqüência, aumenta a diferença entre os que detêm a riqueza e aqueles que não têm acesso a ela. Assim, a luta de classes passa por transformações, alterando seu foco de interesses, passando da reivindicação por melhores condições de trabalho para a manutenção dos benefícios já conquistados.

Essa realidade é observada principalmente nos países subdesenvolvidos, nos quais o regime capitalista impõe suas relações econômicas e sociais e, ainda, determina os valores, as regras e as formas de comportamento às pessoas como condição de sua participação na economia de mercado. Nesse sentido, nota-se uma imposição da cultura dos países desenvolvidos sobre os demais através dos meios de comunicação, de pressões sociais e econômicas, numa tentativa de eliminar a identidade cultural desses povos. Por outro lado, há uma resistência dessas populações dominadas para manter a sua identidade cultural, evitando se submeter às leis determinadas pela economia capitalista.

Um dos fatores marcantes nos últimos tempos é a expansão da economia de mercado sobre todo o planeta. Sob o nome de "globalização", a internacionalização da economia rompeu fronteiras, colocou no mercado dos países subdesenvolvidos os produtos do mundo industrializado, instalou empresas em regiões onde as condições de mercado são melhores e a mão-de-obra é mais barata. Dessa forma, impõe seu estilo de vida, maneira de pensar, seus valores, suas formas de comportamento, enfim, sua cultura. Aqui cabe uma questão: corre-se o risco de uma homogeneização da cultura?

As relações culturais ocorrem conforme a organização dos diferentes grupos sociais. O modo de pensar, de agir, de educar, ou seja, de organizar a vida, varia conforme a natureza de cada grupo. Apesar de os usos de bens de consumo pela humanidade serem praticamente os mesmos (salientando-se que a maioria das pessoas não tem acesso a eles), conforme as suas características e as necessidades cada grupo social tende a recriar sua funcionalidade de acordo com a utilidade imediata. Portanto, não é o fato de as pessoas consumirem os mesmos produtos, de estarem apoiadas nas mesmas leis de mercado e econômicas que as tornará uniformes quanto à cultura. Segundo Paviani:

> Quem não participa do processo de modo consciente, sem postura ética, estética e política definida, tende a regredir em seu grau de civilização como indivíduo e como cidadão; quem aceita as significações do mundo cultural sem as refletir criticamente cai nas armadilhas ideológicas da sociedade do consumo da globalização dos valores de uma cultura em prejuízo de outra. (2003a, p. 159).

Portanto, é preciso levar em conta as questões colocadas pelo processo de globalização, principalmente as econômicas, que, de forma perversa, acentuam as desigualdades sociais, provocando tensões e desequilibrando as estruturas sociais, nas quais a dominação se sobrepõe à cooperação. Paradoxalmente, os países dependentes tentam manter sua identidade cultural apesar da enxurrada de elementos externos que procuram influenciar o modo de vida das pessoas. Nesse sentido, com o aumento das desigualdades e a propagação do consumo, acirram-se cada vez mais os conflitos urbanos, gerando violência e insegurança entre a população.

Cabe salientar que não podemos negar os grandes benefícios que a ciência trouxe para o conforto e bem-estar da vida na Terra; o que questionamos e causa muita preocupação são as conseqüências que trouxe às pessoas, aumentarem as diferenças entre ricos e pobres, criando bolsões de miséria, o que, por sua vez, eleva cada vez mais o número de conflitos e desagregação humana. Conforme Paviani:

> Para evitar a desintegração cultural, um dos remédios é a educação, o espírito crítico diante da centralidade do mercado, que define as necessidades e orienta os desejos. O mercado exige o fim das fronteiras; a propriedade passa para a mão de poucos "donos" ; o avanço científico e tecnológico automatiza a produção substituindo os trabalhadores. Todos esses desafios sufocam as culturas e, com elas, o Outro. Nessa perspectiva, os processos educativos, como processos de socialização, tem pouca eficácia quando desligados dos processos culturais. (2003b, p.162).

Diante do exposto, entendendo que o desenvolvimento global é irreversível, necessitamos refletir com os alunos sobre a realidade que se apresenta, a fim de reconstruirmos criticamente o saber pedagógico para que se torne um recurso de emancipação. (MÜHL apud FAVERO, 2003, p. 30).

Quando colocamos a educação como um caminho para a reflexão sobre as mudanças necessárias, responsabilizamos todas as áreas do saber. Nesse sentido, a matemática, por meio da educação matemática, tem o dever de dar sua contribuição, porque modula e constitui uma vasta gama de fenômenos sociais, tornando-se parte da realidade e constituindo-se numa introdução às formas de conhecimento que são partes de muitas tecnologias e técnicas, não só em padrões avançados, mas também na vida cotidiana. (SKOVSMOSE, 2005, p. 48-53). Para o autor, "[...] o dever da Educação Matemática não é apenas ajudar os estudantes a aprender certas formas de conhecimento e de técnicas, mas também convidá-los a refletirem sobre como essas formas de conhecimento e de técnicas devem ser trazidas à ação."

Analisando histórica e epistemologicamente a educação matemática no contexto da educação formal, observamos que mesmo neste novo século as dificuldades com relação à compreensão dos saberes matemáticos desenvolvidos em sala de aula permanecem. Apesar dos muitos estudos e pesquisas feitos e em andamento e dos avanços tecnológicos presentes, o ensino da matemática continua sem muito significado, com ênfase nos aspectos da memorização e da repetição em detrimento da reflexão, da análise e da compreensão, reafirmando o desinteresse, o medo, o desânimo pela disciplina e, assim, mantendo os números da exclusão.

Nesse sentido, consolidam-se as diferenças cognitivas entre os "mais capazes" e "menos capazes" e aprofundam -se os equívocos reflexivos que impedem que o ser realmente humano seja inserido num contexto social de vida digna e justa. No entendimento de Allevato e Onuchic:

> Mudar nosso sistema de Educação Matemática radicalmente, tendo como primeiro objetivo atingir a vasta maioria dos estudantes, é criar uma consciência do quê, do como e do por quê da Matemática. Tal consciência nos faz chegar a duas importantes razões para mudar: para que os cidadãos de amanhã apreciem o papel penetrante da Matemática na cultura onde vivem e para que os indivíduos que têm interesse em Matemática e talento para ela sejam expostos à sua verdadeira natureza e extensão. (2005, p. 214).

Nesse sentido, se o aprendizado da matemática não se constituir no cumprimento de meras finalidades de exercitar a inteligência, ou ainda, em algo tedioso (sem significado ou sentido), mas estiver impregnado do propósito de dar livre curso à criatividade do aluno, assim como desenvolver suas capacidades latentes, (OSORIO,1989, p. 93), poderá, quiçá, atrair mais a atenção dos jovens. Outro problema presente na educação como um todo se encontra no que Outeiral (1994, p. 39), admite que é importante que o adulto, no caso o professor em contato com o adolescente, tenha uma "visão binocular", ou seja, de dentro para fora, do adolescente real e das memórias adolescentes, "carregadas de impulsos, fantasias, desejos, emoções, etc., não como algo indesejável, mas como demonstração de vida".

Quanto mais o mundo se desenvolve, mais as pessoas interagem e mais ainda precisam umas das outras. Todo e qualquer processo de aprendizado é adquirido pela contribuição de outros sujeitos, por meio de experiências diferenciadas. Como o ambiente de sala de aula é rico em interações, pensamos em aproveitar essa categoria para analisar as situações de aprendizagens que podem ocorrer, fazendo uso da cooperação entre os sujeitos integrados na proposta. Com isso, buscamos trazer para a educação formal o saber cotidiano, ou seja, a cultura que permeia a vida dos alunos, suas famílias, a comunidade onde vivem, sem superficializar e banalizar o ensino da matemática, numa tentativa não ingênua, muito menos romântica, de construir os conceitos matemáticos utilizando-se das experiências vividas por eles sempre de forma interativa.

Diz Duarte que "a escola como um dos lugares privilegiados na e para elaboração do conhecimento é palco permanente de múltiplas vozes, de múltiplos atores-autores sociais". (2001, p. 93). Portanto, legitimar uma política democrática no ambiente da sala de aula poderá produzir sujeitos autônomos, criativos, curiosos, capazes de assumir posturas coerentes diante de problemas ou fatos concretos do ambiente externo.

O homem, ao nascer, insere-se e integra-se num ambiente sociocultural que será determinante para seu desenvolvimento, sua sobrevivência, suas relações, emoções, filosofias, crenças, artes, etc num espaço rico de saberes vivenciados na sua prática coletiva. Tais saberes quando ignorados pela escola, podem representar um descompromisso com o cotidiano vivencial do aluno e a sua realidade social. Netto e Carvalho afirmam que, "muitas vezes, buscamos nosso referencial de ação nas complexas relações sociais de reprodução e dominação, ignorando o cotidiano como palco onde estas mesmas relações se concretizam e se afirmam." (1996, p. 51).

A educação matemática, especialmente, precisa ter um olhar e uma leitura, estabelecendo um elo entre a matemática da escola e a matemática da vida, e a etnomatemática visa buscar essa relação da realidade sociocultural com o contexto da escola. Conforme Duarte:

> A atividade escolar é vista como algo que não faz parte da vida cotidiana do indivíduo, como algo estranho e até hostil a essa vida. O objetivo passa a ser, então, o de diminuir essa distância, aproximar a escola do cotidiano, fazer da educação escolar um processo de formação que prepare melhor o indivíduo para enfrentar os problemas do cotidiano. (2001, p. 37)

Entretanto, como estabelecer essa relação? Como o cotidiano fará parte do currículo de matemática? Como essa relação entre a matemática da vida e a matemática escolar poderá acarretar transformações no cotidiano do aluno? Como lidar com os diferentes saberes? Como construir os conhecimentos a partir do cotidiano de forma crítica, sem superficializá-los e banalizá-los?

A preocupação com o ensino-aprendizagem, sobretudo na escola pública, onde se encontra a clientela com maiores problemas sociais e mais suscetíveis de exclusão, leva a que busquemos formas para tentar superar os problemas que se apresentam na educação e, em especial, na educação matemática. Tornou-se imperioso repensar – e com urgência – o ensino, detectando suas falhas, buscando suprir suas deficiências com metodologias que acompanhem as necessidades e exigências da sociedade com o cuidado sempre centrado no bem-estar de todos.

Precisamos desenvolver os conteúdos de matemática em sala de aula de modo que o aluno os percebam nos seus contextos vivenciais, úteis nas diversas situações do seu dia-a-dia. Além disso, valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, integrando-os e ampliando-os ao conteúdo formal, enriquecendo, dessa forma, os valores culturais e o saber formal, pode servir como motivação para o ensino-aprendizagem. Para Rays, "a ação pedagógica, quando dialética, crítica e concreta, provoca a busca de correlações entre o saber escolar e o conhecimento social". (2000, p. 52).

Outrossim, acreditamos ser necessário compreender o processo de formação de conceitos e, ainda, como os sujeitos internalizam os significados dos conceitos desenvolvidos em sala de aula, o que implica um "alargamento e enriquecimento psico-intelectual". (MOYSÉS, 1997, p. 29). Nesse sentido, devemos levar em conta como o aluno compreende, realiza e controla os diversos processos da matemática propostos nas atividades pedagógicas de ensino. Além disso, estabelecer relações de cooperação e intercâmbio entre os sujeitos que participam do processo educativo, tendo o professor como impulsionador, pode representar uma contribuição para a criação de zonas de desenvolvimento proximal no processo cognitivo dos alunos.

O currículo da matemática passa a fazer parte do currículo da vida, ampliando-o e fundamentando-o segundo a realidade de cada sujeito, reconhecendo que só há construção a partir das relações entre humanos. Nesse sentido, entendemos que o aluno poderá dar importância aos significados que está construindo na escola, especialmente na matemática, podendo assumir sua parcela de responsabilidade pelo mundo e, de forma crítica e responsável, participar da construção de uma sociedade melhor.

Neste trabalho temos o objetivo de "matematizar" algumas situações do cotidiano na escola básica, respeitando as raízes históricas da comunidade envolvida no processo, com seriedade e reflexivamente, valorizando o aluno como sujeito da história e tendo como princípio contribuir no sentido de dar significado à educação matemática. A pesquisa terá como ambiente uma turma de alunos do primeiro ano do ensino médio do Colégio Estadual Joaquim Fagundes dos Reis, suas famílias e a comunidade em que vivem, na qual se procurará, pelo estudo da função polinomial do primeiro grau, experenciar uma atitude relacional, numa abordagem histórico cultural do saber cotidiano da matemática e do saber formal desta disciplina.

Para articular essa prática, importante será buscar na teoria histórico-cultural o embasamento reflexivo e teórico necessário. É com base nessa teoria que fazemos a abordagem do pensamento conceitual, dos modos de analisar o processo de desenvolvimento do conhecimento e aprendizagem de forma interacionista, do significado social, tendo a cultura como parte constitutiva da natureza humana e o ser como produto e agente histórico desse contexto. E é na concepção de Vygotsky, nos seus estudos, que buscamos estabelecer uma relação contemporânea, dialógica, reflexiva, interpretativa e hermenêutica com a práxis pedagógica que se desenvolverá no processo dialético da matemática formal com a matemática do cotidiano.

Então perguntamos: como as interações no processo de formação do conceito de função podem contribuir para dar significado ao ensino-aprendizagem de matemática?

Na seqüência, apresentamos os resultados obtidos pelo estudo em questão, divididos em três capítulos. No primeiro descrevemos a metodologia, refletindo, inicialmente, sobre a prática do educador, as idéias que orientaram a presente dissertação e, após, a metodologia propriamente dita.

No segundo, apresentamos os suportes teóricos que serviram de embasamento para a pesquisa, possibilitando realizar a análise de forma mais significativa, sempre voltada para os fundamentos que nortearam todo o processo. Apresentamos alguns aspectos da história da matemática, refletimos sobre a educação matemática e fazemos uma pequena abordagem sobre as pesquisas no campo da etnomatemática e um breve estudo das funções do primeiro grau. Em seguida, delineamos alguns aportes da teoria histórico-cultural, baseada nas concepções de Vygotsky, e, finalmente, identificamos os pontos comuns entre a etnomatemática e o pensamento vygotskyano.

Por fim, no terceiro capítulo abordamos as análises desenvolvidas conforme as práticas realizadas e os dados obtidos durante todo o processo de investigação junto aos alunos. Procuramos, durante toda a análise, aproximar os fundamentos teóricos aos dados elencados nos vários instrumentos utilizados, a fim de interpretar a importante contribuição da interação na compreensão dos conceitos referentes à função polinomial do primeiro grau.

1 METODOLOGIA

Neste capítulo, abordamos os princípios teórico-metodológicos que serviram como orientação para o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, fazemos uma reflexão sobre a prática pedagógica; após, algumas considerações sobre interação e aprendizagem e, em seguida, a dinâmica que adotamos para a pesquisa.

1.1 Refletindo a prática

Analisando o desenvolvimento científico e tecnológico ocorrido no século passado e sua continuidade neste, vemos e reconhecemos a importante contribuição[2] da matemática para esse fim. Nesse contexto, entendemos a importância do processo de ensino-aprendizagem para os dias de hoje. Os conhecimentos científicos que implementam

[2] Skovsmose fez uma reflexão a respeito das contribuições da matemática sobre o desenvolvimento da sociedade industrializada estabelecendo que esse desenvolvimento é "alimentado matematicamente". (2005, p. 35). Para o autor, a "matemática está posicionada no centro do desenvolvimento social e da produção de maravilhas tanto quanto de horrores". (p. 49). A presença da matemática na economia, na engenharia, nos negócios, na estatística, acaba por fazer parte da realidade social. "Os negócios não poderiam existir em sua forma histórica sem alguma matemática". (p. 47). A matemática, por meio de seus cálculos, suas equações, contribuiu para a construção de bombas, armas, planos de guerra, entretanto também participou de maravilhas, como da construção dos computadores, no estudo dos genomas entre tantos outros. Nesse sentido, pela importante contribuição da matemática nos avanços tecnológicos, investimentos na área de pesquisas estão disponibilizados. Conforme D'Ambrosio, há o fortalecimento das várias áreas de pesquisa em educação matemática, com pesados investimentos objetivando o desenvolvimento científico e tecnológico dos países buscando novas tecnologias. "Tal desenvolvimento serve como ponto de apoio para a adoção de novas opções socioeconômicas visando uma efetiva melhoria na qualidade de vida e do bem-estar dos povos. (1986, p. 17).

os avanços partem dos saberes desenvolvidos inicialmente na escola. Entretanto, nosso ensino continua com problemas, sobretudo em se tratando de matemática.

Nesse sentido, o que nos estimula é a grande preocupação dos responsáveis pelo processo educativo, principalmente os professores, e o grande número de pesquisas desenvolvidas e em desenvolvimento sobre o assunto. Conforme Perez:

> Diante de uma crescente conscientização da profissionalização do magistério, que reflete uma profunda insatisfação e descontentamento pela baixa aprendizagem, por parte dos alunos, somos levados a sonhar com uma nova educação, que vise a criar novos ambientes, e que proporcione mudanças em posturas e formação pré-serviço e continuada de professores de Matemática, com características de pesquisadores em seu ambiente de trabalho. (2005, p. 250)

Refletir sobre a própria prática pedagógica parece ser o início da busca de um bom ensino. Podemos até argüir que a reflexão é um ato de interação assim como o processo educativo também é interação. Como isso ocorre? No momento em que o professor "dialoga " com suas atitudes, seus planos, sua pedagogia, sua metodologia, reconhecendo seus problemas, adversidades, dificuldades, numa profunda reflexão sobre o seu saber/fazer, assume um compromisso de mudança.

Para Alarcão (2003, p. 46), a noção de professor reflexivo relaciona-se à sua conscientização ao refletir sobre a sua ação como criador da prática, não como mero reprodutor de idéias e metodologias. Nesse sentido, alguns critérios podem ser considerados essenciais na formação de um educador, que, ao indagar e questionar sua prática pedagógica, vai em busca de possibilidades e conhecimentos que o ajudarão em situações futuras de ensino e aprendizagem. Entre esses elencamos a forma autônoma de pensar e organizar sistematicamente as ações, a compreensão da realidade, a valorização da importância do papel da pesquisa como meio para mudança, o caráter participativo e democrático do seu fazer pedagógico e, ainda, a consideração da experiência profissional como valor formativo.

Freire, em sua sabedoria, reflete:

> É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. O próprio discurso teórico, necessário à reflexão crítica, tem de ser de tal modo concreto que quase se confunda com a prática. O seu "distanciamento" epistemológico da prática enquanto objeto de sua análise, deve dela "aproximá-lo" ao máximo. Quanto melhor faça essa operação tanto mais inteligência ganha da prática em análise e maior comunicabilidade exerce em torno da superação da ingenuidade pela rigorosidade. Por outro lado, quanto mais me assumo como estou sendo e percebo a ou as razões de ser de porque estou sendo assim, mais me torno capaz de mudar, de promover-me, no caso, do estado de curiosidade ingênua para o de curiosidade epistemológica. (1996, p. 39).

Nesse sentido, acreditamos ser relevante a tomada de consciência do professor com relação a sua ação, procurando sempre interpretar o que ocorre na sua sala de aula e no seu ambiente profissional, analisando o currículo existente relacionado às práticas e às aprendizagens dos alunos, buscando novas maneiras de desenvolver um assunto (POLENTINI, 1999, p. 252), assim como verificar como as interações no ambiente escolar podem promover a aprendizagem dos alunos.

No processo de conhecer, compreender e interpretar, todo o sujeito participa de uma conversação, seja verbal ou do pensamento. Participar de conversações nos discursos sociais em sala de aula pode representar o modo da apropriação de significados e da sua formação. Entendemos que não há significado num único sujeito e que o conhecer e o aprender constituem-se a partir de relações entre os indivíduos envolvidos em atividades que fazem parte de um espaço estruturado social e culturalmente por meio da linguagem.

Quando nos manifestamos, quando argumentamos, estamos desenvolvendo um processo mútuo do aprender ou do ensinar. Acredita-se que os sujeitos aprendam pela suas competências argumentativas e pela participação nos discursos sociais, no nosso caso, professor/aluno ou aluno/aluno. Pela relação interpessoal com outros sujeitos, o aluno pode interiorizar as formas culturalmente estabelecidas de funcionamento psicológico. (OLIVEIRA, 1997, p. 38).

Os estudantes, quando interagem no contexto de realização de atividades conjuntas, podem criar zonas de desenvolvimento. (GOODMAN; GOODMAN, 1996, p. 224). A ação comunicativa é profícua em se tratando de uma possibilidade de pensarmos e encaminharmos o processo pedagógico, tendo em vista que se volta para a prática da linguagem por sujeitos constituídos. Nesse caso, o conhecimento constitui-se do convívio com os objetos, com os instrumentos e, sobretudo, com as pessoas.

A educação é um processo interativo e a escola é o espaço para o entendimento compartilhado entre os sujeitos organizados, que, na sala de aula, têm lugar para o encontro, para estabelecer as relações educativas que ocorrem pela linguagem, esta o componente básico da interação. O conhecimento que se forma pela interação social, resultante da comunicação entre os sujeitos, será um "complexo de códigos e de símbolos que são organizados intelectual e socialmente", formando um conhecimento dividido pelo grupo. (D'AMBROSIO, 2002, p. 58 -59).

Assim, em todo o lugar onde houver convivência, interação entre sujeitos estarão sendo produzidos saberes. E a escola, como espaço formal da educação, é o local onde se produzem conhecimentos e onde o aluno pode, talvez, constituir-se em sujeito social e politicamente emancipado. Nesse sentido, esta pesquisa se valeu das interações como processo de investigação, conforme descrevemos em seqüência.

1.2 Idéias orientadoras da investigação

Num primeiro momento, verificamos que a escola, do modo como está organizada, pouco contribui para a geração e a difusão do conhecimento vivo e integrado nos valores e expectativas da sociedade. (D'AMBROSIO, 2004, p.80). Acreditamos que a escola poderá ter sentido se levar a que o aluno compreenda o mundo em que vive, com suas contradições, seus problemas, e que o ato educativo seja composto de saberes que o educando incorpore na sua ação diária. (RODRIGUES, 1989, p. 24). Para Rodrigues, "a educação escolar não pode ser pensada como algo neutro em relação ao mundo, mas como algo que produz, na sua própria dinâmica, caminhos diferenciados para a ação social concreta em função de interesses e necessidades dos próprios educandos". (p. 23)

Assim, reinvestir os conhecimentos desenvolvidos na sala de aula em contextos variados fora da escola, nas situações da vida cotidiana, seja profissional, seja política, seja familiar ou mesmo pessoal (PERRENOUD, 2000, p. 57), talvez possa servir como um meio de reflexão-ação sobre o "destino humano." (MORIN, 2003, p.17).

Entretanto, como implementar isso? Como superar o contexto mobilizador estabelecido há décadas, apesar de todo avanço tecnológico? Que caminhos percorrer? Como ajudar o aluno refletir sobre o seu contexto social por meio da matemática?

Essas questões levaram-me a compreender que se fazia necessário desenvolver um estudo mais profundo sobre os aportes que envolvem a educação, centrando no educando toda a atenção. Assim, o sujeito como ser social, cultural, inserido num contexto local, regional e global, que interage para aprender e para ensinar, é o foco desta dissertação, tendo a educação matemática como suporte no seu desenvolvimento. Da mesma forma que a etnomatemática poderá contribuir nesse processo inicialmente, reconhecendo e respeitando as raízes dos sujeitos (D'AMBROSIO, 2002, p. 42), ainda, buscamos "o acesso a um maior número de instrumentos materiais e intelectuais" (p. 81) que, se contextualizados, devidamente, poderão possibilitar uma "maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação". (p. 81).

Dessa forma, buscamos nas metodologias qualitativas os parâmetros que permearam as investigações deste trabalho, pois "pesquisar, em educação, significa trabalhar com algo relativo a seres humanos ou com eles mesmos, em seu próprio processo de vida". (GATTI, 2002, p. 12). Para Demo, "pesquisar é demonstrar que não se perdeu o senso pela alternativa, que a esperança é sempre maior que qualquer fracasso, que é sempre possível reiniciar". (1991, p. 40). Assim, a educação matemática como parte do processo, através da educação como um todo, precisa preocupar-se com a formação do ser humano como ser no mundo, inteiro, único, coletivo, integrado, social, cultural. Dessa forma, as características básicas que conduziram meu trabalho basearam-se nas apresentadas por Bogdam e Biklen:

> 1. a pesquisa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.
> 2. os dados coletados são predominantemente descritivos.
> 3. a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto.
> 4. o "significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador
> 5. a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. (apud LUDKE e ANDRE, 1986, p. 11, 12, 13).

Ao fazer uso da qualidade em detrimento da quantidade, a hermenêutica serve como arte para descobrir as entrelinhas para além das linhas, o contexto para além do texto, a significação para além da palavra. (DEMO, 1991, p. 22). Então, tendo claros os aportes metodológicos e definida a teoria histórico-cultural como fonte epistemológica, procedemos ao estudo da função. A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2005 no Colégio Estadual Joaquim Fagundes dos Reis, em Passo Fundo, especificamente com uma turma do primeiro ano do ensino médio.

Pelo Colégio Estadual Joaquim Fagundes dos Reis[3] já passaram alunos que hoje ocupam espaços significativos na cidade, assim como aqueles que, por várias razões, não conseguiram e talvez nunca conseguirão se sobressair como referência para o município. Entretanto, de uma forma ou de outra, tiveram seu valor para a escola, assim como se sabe que esse educandário marcou sensivelmente aqueles que por lá passaram.

A história do "Fagundes" (como é conhecido) tem seu marco inicial datado de 28/06/1928, no decreto de criação do Grupo Escolar do Boqueirão, que foi em 9 de abril de 1931 que nasceu essa escola no velho casarão da Avenida Brasil esquina com a rua 20 de Setembro. A escola iniciou com a matrícula de 120 alunos distribuídos do 1º ao 5º ano, e, ao findar o primeiro ano de existência, registrou-se uma matrícula de 202 alunos. Diversos foram os prédios que abrigaram a escola nascida no Boqueirão até que fosse definido seu próprio espaço. Somente em novembro de 1962 foram ocupadas as dependências do prédio onde está instalado até os dias de hoje o Colégio Joaquim Fagundes dos Reis.

À medida que o tempo foi passando, foram sendo ampliadas as suas dependências, assim como a demanda pelas várias séries, obrigando as direções a criar outros níveis de escolaridade. Durante muitos anos o colégio destacou-se pela qualidade do curso técnico em Contabilidade, formando pessoas que atuaram eficientemente como contadores nos diversos ramos de atividades comerciais e industriais de município.

Hoje o colégio conta com aproximadamente 1700 alunos, distribuídos no ensino fundamental, ensino médio, duas turmas de pré-escolar, uma turma de técnico em contabilidade e, ainda, quatro turmas de deficientes auditivos. O colégio tem suas atividades desenvolvidas nos três turnos (manhã, tarde e noite), contando com 120 professores, além de funcionários e amigos da escola. Pela sua localização central, a clientela provém de vários bairros da cidade e também conta com alunos vindos da zona rural. O nível socioeconômico fica entre médio-baixo e médio, sendo o curso noturno constituído, basicamente, de estudantes trabalhadores.

Com seu princípio filosófico que norteou a ação educativa de "escola dinâmica, criativa e integradora", o Fagundes, por meio de seu corpo docente, procurou cumprir sua

[3] Os dados que aparecem no texto foram obtidos junto à secretaria e também no setor pedagógico no plano político-pedagógico do referido colégio.

tarefa de educar, sempre zeloso de seu desempenho e democrático nas suas ações. (FREIRE, 1996, p. 97). Apesar das dificuldades (carga horária máxima, problemas de ordem disciplinar, pouco interesse por parte dos alunos, baixos salários, falta de espaços para estudos e discussões), os professores, em sua maioria, mesmo desestimulados e preocupados, resistem e "continuam realizando o seu trabalho, sem perder a esperança e, principalmente, acreditando que depende deles a superação de muitos desses problemas". (FREITAS et al., 2005, p. 99).

O planejamento de ensino segue as diretrizes gerais dos Parâmetros Curriculares Nacionais, com ênfase na participação e contextualização, tendo os objetivos voltados à produção dos conhecimentos, numa abordagem humanística. Quanto à avaliação consideram-se aspectos relacionados às atividades desenvolvidas, assim como os relacionados a sua postura como cidadão, ou seja, respeito, responsabilidade, participação, entre outros, levando em conta seus limites, suas dificuldades, suas carências, sempre procurando ajudá-lo na superação desses entraves.

A escola oferece também oficinas de dança e de música instrumental, assim como a formação da banda escolar, envolvendo muitos alunos nessas atividades, colaborando, dessa forma para a formação integral deles.

Das seis turmas de ensino médio do turno da manhã nas quais atuamos em quatro, escolhemos uma para participar da presente pesquisa, cuja caracterização fazemos a seguir.

Ao iniciar o ano letivo, havia na turma 42 alunos, entretanto, a partir do mês de maio, cinco solicitaram transferência, três se evadiram e um cancelou a matrícula. Os alunos dessa turma eram oriundos de outras escolas do município, principalmente das municipais e alguns da zona rural. A média de idade fica em torno de 14 ou 15 anos, havendo um maior número de meninas.

A turma caracterizava-se pela receptividade, afetividade e interesse. Os alunos realizavam as tarefas sempre que solicitados, demonstrando boa vontade e interesse na participação durante o desenvolvimento da pesquisa. Para organizar as atividades pedagógicas foi feito um levantamento da profissão dos pais dos alunos e suas próprias, com base no que pudemos traçar um perfil socioeconômico da turma. Observamos, assim, que os alunos pertencem, em sua maioria, a um nível socioeconômico médio-baixo, refletido pelo tipo de trabalho da maioria dos pais e mães. Alguns poucos trabalham meio expediente ou esporadicamente, porém podemos verificar que o trabalho não atrapalha seus estudos.

A opção por essa turma, em detrimento das demais turmas, para o desenvolvimento da presente proposta foi em razão da diversidade das atividades profissionais dos pais, mães e dos próprios alunos, do seu nível socioeconômico e de sua condição de vida. Nesse sentido, levamos ainda em consideração a procedência dos alunos, visto que alguns residem na zona rural, com importantes contribuições para a educação matemática, pois as atividades praticadas nas lavouras e no comércio de produtos agrícolas contemplam uma gama de saberes matemáticos (cálculos e relações de compra e venda, medidas, porcentagem, entre outros). Outro fator que influenciou na opção por essa turma foi o gosto pela expressão oral, o que julgamos oportuno aproveitar pelo fato de a proposta de pesquisa estar baseada nas interações, sobretudo dialógicas. Assim,

> o diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidariza o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depositar idéias de um sujeito no outro, nem tampouco tornar-se simples troca de idéias a serem consumidas pelos permutantes. (FREIRE, 1983, p. 93).

A partir disso, colocamos que nossas experiências adquirem significado quando conseguimos explicá-las, tornando-nos, assim, sujeitos históricos participantes nas realidades em que estamos inseridos. Nesse caso, os discursos sociais, sendo produto da interação entre os sujeitos, como construções coletivas em torno dos temas tratados, podem representar uma reconstrução de significados produzindo, pelos argumentos, reflexões e explicações sobre os objetos estudados podendo ampliar os saberes aos conhecimentos elaborados coletivamente.

Esclarecemos que a investigação foi feita com apenas uma das turmas de 1ª série do ensino médio, a qual serviu como parâmetro para uma análise comparativa em termos de resultados das aprendizagens em relação àquelas que não participaram do estudo. Antes de iniciarmos o desenvolvimento da pesquisa, fizemos junto aos pais dos alunos um pedido de autorização para que pudéssemos desenvolver o presente estudo na turma de seus filhos, conforme Apêndice 1. Esclarecemos que todos os pais concordaram com a realização da pesquisa.

Para desenvolver o conteúdo de funções fizemos uso das atividades profissionais dos pais dos alunos e deles próprios. Para isso foi feito um levantamento, por meio de questões (Apêndice 2), pelo qual verificamos a profissão de cada um e indagamos sobre a relação que pais e alunos vêem entre a matemática escolar e a matemática do cotidiano da vida. De posse desses dados, foram organizadas as atividades, que, no decorrer das aulas, eram revisitadas, reprogramadas ou modificadas de acordo com as necessidades imediatas de compreensão dos conteúdos abordados. Entre as atividades demos prioridades à resolução de problemas por considerarmos que "ajuda os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática" e ainda por requerer "um amplo repertório de conhecimentos" (ONUCHIC, 1999, p. 208), como, por exemplo, a interpretação.

Muitas vezes optamos pelas sugestões dos alunos quanto à organização das atividades, tendo em vista os seus interesses e ou necessidades. Algumas aulas foram gravadas e, após, transcritas; outras foram objeto de memória,[4] cuidando-se sempre para manter a consistência das informações. Ainda, sempre que possível, fazíamos anotações consideradas relevantes durante os períodos.

As atividades desenvolvidas pelos alunos em todas as aulas foram sempre registradas em folhas de ofício recolhidas ao final dos períodos. Foram também realizadas avaliações que serviram como base para verificar o nível de aprendizado dos estudantes e a conseqüente retomada do assunto, quando necessário. De acordo com a proposta, as aulas primaram pelo diálogo, sempre incentivado por nós. Nesse sentido, a interação na sala de aula entre todos os sujeitos representou o foco central para a concretização do processo ensino-aprendizagem de funções.

Mudanças qualitativas no processo ensino-aprendizagem da matemática, mais especificamente no ensino de funções, fizeram com que buscássemos nas interações um meio de diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos em sala de aula. Nesse sentido, organizamos as atividades de forma a proporcionar em todos os momentos das aulas, maneiras propiciassem essas interações seja em forma de diálogo, atividades em duplas de alunos, grupos, ou ainda, em forma de seminário, apresentação das atividades por parte dos alunos. Acreditamos que, assim, as interações promovidas entre os sujeitos comprometidos com o processo pedagógico em sala de aula poderão resultar numa contribuição eficaz para o bom desempenho do construto pedagógico.

---

[4] Entendemos memória como um recurso pedagógico e investigativo. Nesse sentido, o uso da memória teve um caráter reflexivo, visando à transformação da prática pedagógica. O professor, ao pensar e escrever a prática em sala de aula, assume uma função de "tratamento" com o objetivo de explicar ou esclarecer ações e reações, procurando organizar formas de "ordenar o vivido e redimensionar a ação futura". (BENINCA et al., 2004, p. 66).

Para proceder à análise, inicialmente, lemos todo o material por várias vezes, buscando localizar situações identificadas com os aportes teóricos e metodológicos relacionados à teoria histórico-cultural. Após sucessivas leituras e interpretações do material de análise, foram feitos os recortes necessários para a compreensão do processo interativo como fundamento para a formação e significação dos conceitos relacionados a funções.

Como conseqüência do desenvolvimento de uma metodologia baseada no cotidiano de vida dos alunos emergiram algumas questões que originaram discussões, explicações e pesquisa sobre os problemas causados pelo fumo, as "guerras" no futebol e as dificuldades por que passam as pessoas que trabalham sem assistência legal. Dessa forma, a análise dos diversos materiais produzidos pode mostrar como a aprendizagem cooperativa interfere no desenvolvimento cognitivo quando dois ou mais parceiros interagem.

2 CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS

Uma das variáveis fundamentais para a realização de uma pesquisa é o embasamento teórico, que, com certeza, dá ao pesquisador condições epistemológicas e metodológicas de realizá-la. Nesse sentido, buscamos alguns aspectos que consideramos relevantes no que diz respeito à matemática e também à teoria histórico-cultural, visando assegurar a "retaguarda" necessária para "interpretar, ou pelo menos saber propor pistas de interpretação possível" (DEMO, 1991, p. 23), para a análise a que nos propomos a fazer.

Acreditamos que uma revisão histórica da matemática constitui um terreno fecundo para a análise de alguns fatos, ou de alguns tópicos que ajudarão a entender o desenvolvimento da matemática, da educação matemática e, conseqüentemente, do estudo de função constituindo a base epistemológica da matemática visando à organização desta pesquisa. A partir do aprofundamento desses conhecimentos estabelecemos as relações com as atividades desenvolvidas junta aos alunos e a posterior análise. Iniciaremos retomando a história da matemática com seus momentos importantes para o presente estudo; após, segue uma reflexão sobre a educação matemática, destacando a proposta de D'Ambrosio sobre etnomatemática, seguida de uma abordagem sobre função, sua história, sua importância, seu conceito culminando na linguagem matemática, fundamental para o significado dos conceitos e a formação dos mesmos.

2.1 Uma visão histórica do conceito de função

Num momento em que as tecnologias de informação e comunicação se desenvolvem rapidamente, encontramos problemas no ensino-aprendizagem da matemática nas escolas, apesar de ela estar tão diretamente ligada a esse desenvolvimento. Por isso, é importante conhecer a história da matemática desde a Antiguidade, verificando a sua presença em todos os momentos históricos e em todas as civilizações. A reflexão sobre a educação matemática justifica a intenção do programa de etnomatemática na busca de alternativas para tornar o ensino-aprendizagem um fator de conhecimento, valorizando as diversas culturas e os saberes cotidianos.

Os registros são antigos e muitos. No antigo Egito, reconhecido como berço da cultura, a geometria era muito utilizada pelos agricultores que residiam às margens do rio Nilo, principalmente para a medição dos campos[5] e o desenvolvimento da agricultura; na astronomia, a matemática servia como base para o conhecimento das estações. A história relata que, em razão da necessidade de sobrevivência, o povo egípcio, para desenvolver sua agricultura, construiu reservatórios de água, canais de irrigação no rio Nilo e, ainda, drenou pântanos e regiões alagadas. Esse cenário da história demonstra que a principal ferramenta utilizada para o desenvolvimento dessas atividades, sem dúvida, era a matemática. Nas palavras de Manacorda:

> Pode-se deduzir que um povo residente às margens de um grande rio e com uma agricultura avançada tivesse acumulado e transmitido desde tempos remotíssimos noções de alto nível não somente sobre a agricultura e a agrimensura, mas também sobre as ciências que lhes servem de base: a geometria, para a medição dos campos, a astronomia, para o conhecimento das estações, e, especialmente, a matemática, que é o instrumento básico de uma e de outra. (2001, p. 10).

Segundo documentos, a civilização egípcia é a mais antiga e formou-se a partir do quarto milênio a.C. Um dos registros mais antigos consta da época ramsediana que é a

[5] No antigo Egito, as enchentes causavam problemas aos trabalhadores e aos donos das terras porque, quando as águas voltavam aos seus níveis normais, os terrenos não mais possuíam suas linhas demarcadas. Era necessário remarcar suas fronteiras e, para isso, se fez uso da geometria a fim de realizar a sua medição. (CARAÇA, 1984, p. 32).

Carta Polêmica do escriba Hori ao escriba Amenemope, na qual aquele desafia este a responder a questões de matemática, geometria, geografia, entre outras (MANACORDA, 2001, p. 34). Além deste, outros documentos comprovam a presença da matemática na antiguidade. Relata Manacorda:

> Quanto ao ensino da matemática e da geometria, além do *papiro Anastasi I* temos somente outros dois papiros: o primeiro, de uso escolástico, é o *Papiro de Moscou,* e o outro de caráter técnico, é o *Papiro de Rhind.* Os dois documentos mostram as tarefas práticas relacionadas com a função do escriba, ou melhor, dos escribas e suas múltiplas especializações, que compreendiam o cálculo das superfícies dos campos, dos volumes dos armazéns ou dos edifícios, das instalações para a fabricação do pão, das dosagens para a cerveja ou dos impostos dos súditos e assim por diante. O *Papiro de Moscou* relata problemas relativos ao cálculo de frações e de volumes e contém, enfim, a avaliação do mestre: Encontraste a resposta exata. (p. 34).

Podemos observar que esses documentos representam uma preciosa fonte de informações históricas, além de comprovar as importantes contribuições que a matemática dessa época, ou seja, da Antiguidade, trouxe para os momentos subseqüentes. Encontramos também nesses achados arqueológicos representações de jogos e de brincadeiras em textos literários e formas iconográficas, como um testemunho de que as crianças também se envolviam em atividades educacionais.

A Babilônia,[6] antigo reino situado nas redondezas dos rios Tigre e Eufrates na Mesopotâmia,[7] destacou-se, entre outros aspectos, pelos feitos da sua grande civilização no que concerne a uma das primeiras formas de escrita e a um conjunto de leis e estudos de matemática, astronomia e outras ciências. Com relação à matemática, textos literários revelam que os babilônios dividiam o círculo em 360 graus e a hora, em 60 minutos; conheciam as frações, os quadriláteros, a raiz quadrada e eram capazes de prever os eclipses do Sol e da Lua. Além disso, sabiam calcular áreas de triângulos e quadriláteros, volumes de prismas e de pirâmides. Cabe salientar que o critério utilizado pelos babilônios e pelos egípcios foi o empírico e, ainda, que não se encontra entre os seus textos matemáticos nada semelhante a uma demonstração do saber matemático.

---

[6] A Babilônia foi uma das maiores cidades da Antiguidade e um importante centro de comércio, além de capital do seu antigo reino. A cidade ficava cerca 97 km ao sul de Bagdá, nas margens do rio Eufrates, onde está hoje situada a cidade de Al Hillah, no Iraque. Entre 2.700 e 500 a.C. existiu na região uma grande civilização que produziu uma das primeiras formas de escritas, um conjunto de leis e estudos de matemática, astronomia e outras ciências (ENCICLOPEDIA DELTA UNIVERSAL, 1985, p. 1033-1034).

[7] A Mesopotâmia é a região do Oriente Médio localizada entre os rios Tigre e Eufrates, que deságuam no golfo Pérsico. Palavra de origem grega significa ‘terra entre rios”. (BOYER,1996, p. 16)

Na Mesopotâmia a matemática também serviu como uma ciência extremamente prática para a organização da agricultura. Como a região era muito castigada pelo seu clima árido, o desenvolvimento da agricultura dependia da construção de canais de irrigação para levar água a essas áreas, assim como da construção de diques para conter as chuvas dos rios Tigres e Eufrates. Nesse contexto, as necessidades ligadas à produção da subsistência levaram a que os povos dessa região buscassem na sua prática empírica os conhecimentos matemáticos para desenvolver seus projetos. Apesar de os conhecimentos matemáticos serem, ainda, rudimentares, a sua aplicabilidade teve fundamental importância para conceber a engenharia desse período, seja no projeto de irrigação, seja na construção de diques.

Seguindo por esse caminho, chega-se à Grécia, berço da filosofia e de um povo que muito influenciou, e ainda influencia, a civilização ocidental. Aos primeiros filósofos coube a procura de respostas sobre a origem do homem e sobre a essência de todas as coisas. Grande contribuição cultural veio das artes e da literatura. No campo da política, a democracia surgiu em oposição à ditadura, criticada pelos pensadores políticos gregos, que

defendiam a idéia de governo por meio da lei. E na matemática, qual a contribuição dos gregos? O que a filosofia tem a ver com a matemática?

Ao analisar a história dos filósofos gregos, observamos uma ligação muito presente da matemática no seu pensamento. E foram os primeiros filósofos gregos que trouxeram do Egito os conhecimentos básicos de geometria. Entre eles se destaca Tales de Mileto (640-548 a.C.), com trabalhos referentes à semelhança de triângulos, à medida da altura de um monumento pela sombra projetada, ao emprego de arcos de círculos para medição de ângulos e, ainda, à explicação dos eclipses do Sol e da Lua. Pitágoras, um dos mais importantes filósofos do seu tempo, defendia a idéia de que o princípio de todas as coisas era o número, assim como muitos lhe atribuem a demonstração do teorema que leva o seu nome. No relato de Pereira:

> Se, do ponto de vista filosófico, suas elucubrações parecem hoje desprovidas de sentido, as suas intervenções e de seus seguidores, os pitagóricos, em relação à matemática tiveram um valor dos mais significativos no processo de desenvolver a ciência e a história da matemática. O teorema que leva o seu nome, mesmo que não seja possível precisar exatamente todo o seu processo de sistematização, possui direta relação com o pensamento de Pitágoras sobre a geometria, os números e a grande magia escondida neles. (2002, p. 54).

O teorema de Pitágoras, que estabelece uma relação das medidas dos lados num triângulo retângulo, durante séculos foi alvo de estudos e encontra-se presente até hoje nos currículos escolares de ensino fundamental, médio e cursos superior nos quais a matemática é desenvolvida.

Não podemos deixar de citar Platão ao pensar na filosofia e na matemática no contexto grego, como registra Bicudo:

> Há, como bem salienta Wedberg (1955), principalmente, cinco grupos de teorias sobre a natureza da matemática que ou são sugeridas pelo próprio Platão ou são a ele atribuídas por Aristóteles. Tais grupos podem, resumidamente, ser assim descritos:
> 1- Teorias que localizam os objetos da matemática em uma pressuposta divisão do universo.
> 2- Teorias concernentes à geração (não temporal) no domínio das idéias, dos chamados Números Ideais.
> 3- A teoria de que todas as idéias são números.
> 4- Teorias que tratam da explanação do mundo sensível em termos de espaço e de noções matemáticas.
> 5- Pontos de vista referentes à metodologia da matemática. (1999, p. 124-125).

Esses temas se encontram na obra de Platão, nos seus "Diálogos". Apesar de muitos atribuírem aos seus estudos uma atitude nitidamente contemplativa, outros sugerem a hipótese de que o novo progresso da ciência matemática no começo do século IV a.C. é, em parte, obra sua.

Entre os gregos que se destacaram por seus estudos matemáticos pode-se citar ainda Euclides (século III a.C.), que se notabilizou pelos *Elementos de geometria*, obra na qual agregou conhecimentos anteriores aos seus estudos e expôs, de forma dedutiva, a geometria do plano e do espaço. Outro considerado por muitos como o maior gênio matemático da Antiguidade foi Arquimedes, que contribuiu de forma notável com a geometria ao aperfeiçoar o método de exaustão, usado nas medidas de áreas e volumes; estudou a esfera, o cone e o cilindro, enunciando suas propriedades, além de outras contribuições no campo da aritmética, da física e da engenharia.

Por sua vez, na Grécia antiga, apesar de o desenvolvimento da matemática estar voltado para a conceituação, os teoremas e axiomas, destinava-se também à resolução de problemas práticos. Ao mesmo tempo, alguns estudiosos gregos, por meio de situações do cotidiano, com o auxílio de matemática, formularam hipóteses e proposições importantes para o desenvolvimento científico. Exemplo disso é o caso de Arquimedes, que, ao emergir em uma banheira com água, descobriu como calcular a massa de ouro constante numa coroa. Nesse sentido, ao modular uma situação do cotidiano e com o auxílio da matemática, esse pensador grego desenvolveu uma proposição importante para a ciência, e durante esse período a matemática abstrata conquistou entre os gregos maior espaço.

Observa-se que "a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem" (BOYER, 1996, p. 1), mas com o desenvolvimento das sociedades, antes rudimentares, houve uma evolução, passando de simples ferramenta auxiliar na resolução de problemas práticos para uma ciência impulsionadora do desenvolvimento científico. Cabe salientar que a matemática grega serviu como base para a matemática atual e como ponto de partida para o desenvolvimento tecnológico dos nossos dias.

Por sua vez, os árabes tiveram um papel muito significativo ao transmitir os processos do cálculo numérico e do cálculo algébrico ao Ocidente latino ao adotarem o sistema de numeração escrita dos hindus e utilizarem na trigonometria o seno e a tangente. A figura de maior destaque foi a do astrônomo e matemático Al-Khowarizmi, considerado um dos principais criadores da álgebra.

Os indus também desenvolveram uma matemática prática para auxiliar no comércio com o objetivo de registrar compras, dívidas e juros. Além disso, o matemático Báskara obteve uma fórmula de calcular áreas de forma rápida e fácil, dando uma contribuição muito grande para o desenvolvimento da geometria e, conseqüentemente, para a sua utilização prática.

Do século XIV ao século XVI ocorreu um grande avanço científico e, conseqüentemente, da matemática, que muito contribuiu para os descobrimentos marítimos, culminando com a Revolução Industrial no final do século XVII e começo do século XVIII. A partir desse período, a matemática sofreu um impulso muito grande e, pode-se dizer, influenciou em quase todas as áreas do conhecimento, provocando, a partir do século XX, mudanças sensíveis na vida das pessoas em razão do grande avanço tecnológico.

Esse breve relato evidencia um pouco do desenvolvimento histórico da matemática prática ou cotidiana das civilizações mais estudadas. Porém, sabemos que cada povo ou civilização, à sua maneira, lidou com a matemática conforme suas necessidades de sobrevivência, criando soluções próprias para seus problemas. Os povos primitivos utilizavam-se de cordas com nós ou pedras para realizar a contagem. Uma das importantes civilizações que se utilizaram desse artefato foi a civilização inca, que, por meio dos quipós,[8] registrava informações literárias e numéricas. Registra-se aqui que a representação dos números sobre os quipós é similar ao nosso sistema numérico de base 10. Os quipos também continham datas importantes da história, da música, de leis e de tratados de paz (MANGIN, [s.d]., p. 21).

Por sua vez, os maias, outra importante civilização, também tinham a sua matemática, utilizando um sistema de unidade de tempo e dois tipos de numeração de base 20. Os dois tipos de numeração possuem zeros tanto na posição final como na posição interior. Pelas suas descobertas, os maias aplicavam os conhecimentos numéricos aos calendários e às efemérides dos principais planetas vistos a olho nu (CAUTY, [s.d.], p. 10); ainda, utilizavam pontos e barras para representar os inteiros de 1 a 19, e a unidade principal de medida do tempo era o ano.

Quanto aos índios brasileiros, com sua cultura milenar, eles têm sua lógica própria, medindo o tempo com tiras de taquara; contam somente até cinco e utilizam-se de conhecimentos práticos sobre refração para a pesca, entre tantas outras práticas matemáticas.

Os chineses, com seus cálculos astronômicos, voltaram-se a tentar prever os fenômenos celestes e, ao mesmo tempo, calcular a posição do Sol e da Lua (MARTZLOFF, [s.d.], p. 26). Os quadrados mágicos do Islã a forma como os cientistas árabes divulgavam seu saber matemático em forma de versos são alguns dos tantos exemplos de atividades matemáticas desenvolvidas por algumas civilizações, que de maneira particular inventaram sua própria maneira de contar e medir. (D'AMBROSIO, [s.d.], p. 6).

Além disso, as pessoas, no seu dia-a-dia, no seu trabalho, em afazeres domésticos e comerciais, criam as suas formas, os seus meios de contar, classificar, categorizar, comparar, medir, avaliar etc. Portanto, cada povo, cada região, cada comunidade tem sua organização, seu modo de vida, suas características, representadas na cultura que os caracteriza. Relata D'Ambrosio:

[8] Significa "nó" em quíchua, a língua dos incas. Era constituído de uma corda espessa, a principal, ligada outras de 20 a 50 cm de comprimento, podendo conter até duas mil cordas. Algumas outras, secundárias, são presas às superiores ou às pendentes; a maior parte das cordas tem nós. Pelos escritos deixados pelo historiador mestiço Garcilaso de La Veja, o americano Leland Locke descreveu um quipó do Museu de História Natural de Nova York e sabia que o valor dos números codificados pelos nós dependia de sua posição ao redor das cordas. Cada uma normalmente tinha três grupos de nós: um inferior, que ele interpretou como o das unidades; um central, para as dezenas; e um próximo à corda principal, para as centenas. Percebeu ainda que cada grupo de cordas pendentes era enlaçado por uma corda superior cujo valor indicado correspondia à soma das outras (MANGIN, [s.d.], p. 21).

> Ao reconhecer que os indivíduos de uma nação, de uma comunidade, de um grupo compartilham seus conhecimentos, tais como a linguagem, os sistemas de explicações, os mitos e cultos, a culinária e os costumes, e têm seus comportamentos compatibilizados e subordinados a sistemas de valores acordados pelo grupo, dizemos que esses indivíduos pertencem a uma cultura. Assim, falamos de cultura da família, da tribo, da comunidade, da agremiação, da profissão, da nação. ([s.d.], p. 18-19)

Nessa perspectiva, os povos, com sua organização, suas formas coletivas de agir e pensar, assim como pelos mecanismos utilizados para produzir seus conhecimentos, dando significado a suas experiências de vida, passadas de um grupo (ou sociedade) a outro, no senso comum de cada cultura em si, formaram a base do conhecimento científico elaborado pela humanidade nesses milhares de anos. Apesar de se reconhecer esse fato como verdade, para Knijnik (2004, p. 22), os conhecimentos produzidos pelos povos na sua vida cotidiana são considerados como não- ciência, pois, epistemologicamente, não são produzidos pelos "iluminados" considerados capazes de p roduzir ciência.

No caso específico da matemática, o conhecimento acumulado pelos povos em seu dia-a-dia, além de milenar, compõe a cultura quase como uma forma epistemológica de cada grupo em si e ontológica para cada ser em si. Nesse sentido, muitos estudiosos estão buscando recuperar as histórias de grupos culturais, principalmente daqueles que ficaram à margem da história por não fazerem parte dos setores dominantes da sociedade, visando reaver seus modos de lidar com os processos matemáticos. Assim, pesquisar a matemática no meio cultural e antropológico pode ser uma forma de resgatar, valorizar e, ainda, manter as tradições culturais dos povos, seja dos índios, seja dos negros ou dos sem-terra que muito tem a oferecer com suas sabedorias para as civilizações em geral. D'Ambrosio denomina essa matemática de "etnomatemática" e esclarece:

> Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão , de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo ticas] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo matema] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo etnos]. Daí chamar o exposto acima de Programa Etnomatemática. (2002, p. 60).

Nesse sentido, há um grande número de trabalhos científicos, não só com o intuito de resgate historiográfico como também de análise e interpretação das formas como cada povo lidava com seus conhecimentos, como os aplicava e, ainda, as contribuições que trouxeram às demais civilizações. Dessa busca criteriosa, exaustiva e hermenêutica por parte dos pesquisadores resultou um conjunto de teses e dissertações ricas em conteúdos históricos, sociológicos e antropológicos dos grupos estudados, num desvelamento cultural e multicultural no qual a matemática serviu como o tema gerador.

O pensamento matemático sempre exerceu fascínio em todas as épocas da história da humanidade. Muitas vezes, a sua teoria foi resultado de necessidades práticas; outras, da curiosidade de encontrar explicações para os fenômenos ligados a ela e outras, ainda, da magia e encanto que são próprios de seus mistérios. Comprovadamente, a história demonstra a contribuição que os estudiosos da Antiguidade trouxeram, resultando em benefícios para a era moderna. Nesse sentido, acreditamos também que uma das maneiras de entender o processo de formação de um conceito, é o processo de desenvolvimento histórico pelo qual ele perpassou.

Conhecer a história do desenvolvimento dos conceitos matemáticos e, em especial, os ligados às funções, tema desta pesquisa, pode contribuir para uma melhor compreensão dos seus significados e da sua evolução através dos tempos. Apresentaremos neste breve histórico do conceito de função alguns aspectos da história da matemática que consideramos importantes para alcançar o seu entendimento. Analisando a história da matemática poderemos observar que a evolução do conceito de função ocorreu de maneira gradativa e alguns séculos se passaram até que atingisse a sua forma atual. Conforme alguns pesquisadores, tal evolução (do conceito de função) teve sua gênese há cerca de quatro mil anos, quando as primeiras noções intuitivas desse conceito apresentavam idéias de elementos de variação e dependência.

Para Youschkvich (apud PELHO, 2003, p. 19), a noção de função divide-se em três etapas principais: na Antiguidade,[9] na qual havia alguns casos de dependência entre duas quantidades, não aparecendo ainda a idéia de variáveis e de funções; na Idade Média,[10] onde as noções de função se apresentavam por meio da forma geométrica e mecânica com ênfase ainda nas descrições gráficas ou verbais; por fim, no período Moderno, ao final do século XVI, mais especificamente durante o século XVII, quando as expressões analíticas

[9] A partir do quarto milênio a. C., formou-se no Egito a mais antiga das civilizações (ARANHA, 1996, p. 31), tendo como fim desse período a queda do Império Romano, com a invasão dos bárbaros no ano de 476 d.C. (p. 59).

[10] Conforme Aranha (1996, p. 70), a Idade Média inicia a partir da queda do Império Romano, no ano 476, finalizando com a tomada de Constantinopla pelos turcos, em 1453.

de função começaram a se sobressair revolucionando a matemática pela sua excepcional eficácia e assegurando um lugar de destaque nas ciências exatas.

Podemos verificar em Caraça a constatação de Youschkvich quanto ao período antigo, com relação às funções, ao citar Heródoto, conhecido como pai da história, ao referir-se às origens da geometria:

> Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado na terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos. (1984, p. 32).

Observamos no fragmento acima uma relação de correspondência (pagamento de tributos em função da porção de terra recebida) como uma primitiva noção de função.

Também para Kleiner (apud COSTA, 2004, p. 21) a evolução do conceito de função parte do "instinto de funcionalidade", encontrada em tabelas[11] organizadas por astrônomos babilônicos, ou, ainda, nos estudos de geometria por meio do cálculo de áreas desenvolvidos pelos gregos. Nesse sentido, as idéias presentes nesse período giravam em torno de relações que se estabeleciam, em geral, entre os geométricos.

Por um longo período (vinte séculos a.C. até o século XIV), as relações funcionais numéricas foram incluídas em tabelas e, entre os séculos XIV e XVI d. C., desenvolveram-se estudos a respeito da dependência de quantidades de descrições verbais, relações numéricas e gráficos. Observamos, nesse caso, a demonstração do conhecimento da noção de dependência entre quantidades variáveis.

De acordo com Boyer (1996, p. 180), a primeira sugestão, na história da matemática, de uma função aparece na obra de Nicole Oresme[12] escrita em 1360, na qual generalizou a teoria da proporção estudada por Bradwardine[13] ao tentar exprimir potências com expoentes racionais. Entretanto, a contribuição maior, conforme o autor, está na

---

[11] Segundo Boyer (1996, p. 17), as leis, os registros de impostos, estórias, lições de escolas, cartas pessoais, assim como outros registros matemáticos, foram encontrados em tabletas de barro, nas quais com um estilete, os mesopotâmios gravavam no barro mole, sendo, após, cozidas ao sol ou em fornos.

[12] Segundo Boyer (1996, p. 179) Nicole Oresme (1323-1382) foi um sábio parisiense que se tornou bispo de Lisieux e que traçou um gráfico indicando a maneira como as coisas variam. Ele traçou um gráfico velocidade-tempo para um corpo que se move com aceleração constante. (p. 180-181).

[13] Thomas Bradwardine (1290?-1349) foi um filósofo, teólogo e matemático que chegou à posição de arcebispo de Canterbury.

introdução da noção de representação gráfica utilizando-se da diferença de graus de intensidade das variáveis velocidade-tempo relacionadas de um determinado fenômeno. Destaca Boyer:

> Tudo que é mensurável, escreveu Oresme, é imaginável na forma de quantidade contínua; por isso ele traçou um gráfico velocidade-tempo para um corpo que se move com aceleração constante. Ao longo de uma reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes), e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitudes um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representa a velocidade. As extremidades desse segmento, ele percebeu, jazem ao longo de uma reta; e se o movimento uniformemente acelerado parte do repouso, a totalidade dos segmentos velocidade (que chamamos ordenadas) preencherá o triângulo retângulo. (1996, p. 180-181).

Ainda conforme Boyer, "os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, às nossas ordenada e abcissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica". (1996, p. 181). Acrescenta que "a representação gráfica conhecida então como a latitude de formas, continuou a ser um tópico popular desde o tempo de Oresme até Galileu". (p.181).

Galileu Galilei (1564-1642), ao descrever fenômenos da natureza por meio da matemática, fez uso de grandezas físicas que se inter-relacionavam como uma forma de modelar funções.

Para Kline (apud PELHO, 2003, p. 20), a contribuição de Galileu Galilei para a evolução do conceito de função se deu quando ele fez uso de instrumentos de medidas em experiências, adicionando um tratamento quantitativo nas suas representações gráficas. Conforme o autor, Galileu Galilei, ao descrever "o espaço percorrido por um corpo em queda a partir do repouso com movimento uniformemente acelerado, depende do quadrado do intervalo de tempo utilizado ao percorrer essa distância", está se referindo a variáveis e a funções, pois estabeleceu uma correspondência entre as quantidades analisadas.

Em Descartes (1596-1650) observamos o estabelecimento de relações de dependência entre quantidades variáveis utilizando uma equação em x e y, a qual possibilitou o cálculo de valores de uma variável a partir dos valores da outra. (ZUFFI, 2001, p. 11). A autora constata ainda que as primeiras contribuições efetivas para a formação do conceito de função surgiram com os trabalhos de Newton (1642-1727) e com Leibniz (1646-1716). Ressalta ainda, que foi Newton quem estabeleceu pela primeira vez um termo específico para funções, quando utilizou o nome de "fluentes" representando relações entre variáveis.

Boyer (1996, p. 269) destaca: "Newton também começou a pensar, em 1665, na taxa de variação, ou fluxo,de quantidades variáveis continuamente, ou fluentes tais como comprimentos, áreas, volumes, distâncias, temperaturas". Já, para Kline (apud PELHO, 2003, p. 69) coube a Leibniz, em 1673, a introdução da palavra 'função", quando se referiu a "qualquer quantidade variando ponto a ponto de uma curva: as coordenadas de um ponto, a inclinação e o raio de curvatura de uma curva".Ainda para este autor, Jean Bernouilli, em 1697, no seu trabalho com funções faz alusões a quantidades formadas por variáveis e quantidades constantes. No ano seguinte, Bernouilli utilizou a palavra "função" de Leibniz com o significado de "quantidades que dependem de uma variável". Bernouilli, conforme Kline, experimentou ainda várias notações para uma função de x, entre as quais "fx" é a que mais se aproxima à notação usada atualmente f(x), introduzida por Euler em 1734.

Para Youschkevich (apud PELHO, 2003, p. 35) a primeira definição explícita de função aparece num artigo de Bernouilli (1718) publicado na Academia Real de Ciências de Paris com as seguintes palavras: "Chamamos de função de uma quantidade variável a uma quantidade composta de alguma maneira desta variável e de quantidades constantes". Aponta também que o desenvolvimento posterior essencial do conceito de função caberia ao trabalho de Leonardo Euler (1707-1783), ampliando a idéia de "fluentes" de Newton para a análise (ramo mais abrangente da matemática), caracterizada pelo estudo de processos infinitos. Conforme o autos, Euler considerou função como uma equação ou uma fórmula qualquer incluindo variáveis e constantes.Youschkevich reforça que os estudos de Euler foram fundamentais para o desenvolvimento do conceito de função, com grandes contribuições em relação à linguagem simbólica e às notações utilizadas nos dias de hoje, como, por exemplo, o f(x).

A formação inicial de um conceito, em geral, é feita pela criação de uma linguagem para explicar fenômenos naturais,[14] normalmente perceptíveis ou úteis aos sujeitos. Dessa forma, esses sujeitos podem delinear as suas explicações espontaneamente sobre esses fenômenos, mesmo não tendo tido contato com os conhecimentos científicos que os constituem. Nesse sentido, a matemática apresenta-se com uma linguagem própria, não apenas para justificar fenômenos da natureza, mas, e sobretudo, para resolver problemas

[14] São fenômenos naturais o movimento dos corpos, a vaporização da água sob a ação do calor, a passagem de uma corrente elétrica num condutor, a germinação duma semente, o exercício de direitos políticos pelos cidadãos (CARAÇA, 1984, p. 119), entre outros.

nem sempre palpáveis, pois muitas vezes se apresentam de modo totalmente abstrato. É o caso de situações nas quais o sujeito cria ou elabora problemas com a intenção de compreender um determinado fenômeno por ele percebido. Para ilustrar esse fato podemos partir da idealização de um sistema monetário, pois, para que fosse formado ou construído, muitas questões e problemas foram gerados para a sua concretização. Entretanto, nem sempre, dentro da matemática, os problemas são gerados em situações da vida prática, visto que são resultado do alto grau de desenvolvimento da área em questão.

Observamos no desenvolvimento histórico da matemática que os conceitos atuais e mais complexos, foram formados após evoluções contínuas por muitos estudiosos e em vários períodos. Portanto, esses conceitos, com toda sua complexidade, muito dificilmente se revelarão espontaneamente mesmo no ambiente escolar. É o caso, por exemplo, do conceito matemático de função,visto que, apesar de se ter uma concepção espontânea de variação e de correspondência entre duas grandezas, faz-se necessário buscar nas definições de Dirichlet (1837) e Bourbaki (1939) a caracterização das propriedades específicas que o formam. Sabemos, entretanto, que a idéia de variação por si só não é suficiente para caracterizar por completo o conceito matemático de função.

Para Vygotsky (2005, p. 133), os sujeitos não conseguem elaborar conceitos científicos pela simples observação de um fenômeno natural, chegando à abstração, se não puderem contar com o auxílio de uma instrução culturalmente elaborada. Assim, pela linguagem matemática passam os significados que caracterizam um objeto, na qual a aprendizagem só se confirma pela compreensão desses significados.

Para a compreensão do conceito de função algumas idéias devem ser explicitadas por meio da linguagem matemática: as noções de correspondência; as propriedades que caracterizam particularidades na relação para que esta seja considerada uma função; os diferentes papéis dos conjuntos de domínio, contradomínio e imagem; os critérios de escolha e localização de elementos para a identificação desta correspondência no gráfico cartesiano; a observação das "leis" ou "regras" como executando transformações globais entre dois conjuntos, os quais poderiam ser, inclusive, não-numéricos; a infinidade de pares que estão representados por meio de um gráfico ou de uma expressão algébrica de uma função; a discriminação entre função e equação, a distinção entre a curva do gráfico que representa uma função e eventuais situações físicas de deslocamento que a função representa. (ZUFFI; PACCA, 2000, p. 24).

Para melhor compreensão do conceito de função, faz-se necessário compreender todos os acima citados, pois há uma correlação entre eles.

Caraça (1984, p. 129) concebe o conceito de função da seguinte forma:

– Sejam x e y duas variáveis[15] representativas de conjuntos de números, diz-se que y é função de x e escreve-se:

$$y = f(x)$$

Se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido x • y. A x, chama-se variável independente, a y variável dependente.

Podemos verificar essa relação por meio de uma situação concreta. Caraça (1984, p. 126) propõe um problema físico qual mede a variação de quantidades de tempo e espaço na queda de uma pedra no vácuo, realizada em condições físicas ideais, analisando como faremos para determinar a regularidade[16] desse fenômeno, ou seja, estabelecer uma lei ou uma regra quantitativa que satisfaça a essa regularidade. De acordo com o autor, medem-se as alturas da queda em intervalos de tempos iguais estudando a variação dessas alturas de queda e elabora-se uma tabela onde constará a regularidade do fenômeno observando-se uma correspondência entre os números formados pelos pares como podemos observar:

Tempos (em segundos)	1	2	3	4	5	...
Espaços (em metros)	4,9	19,6	44,1	76,4	122,5	...

Pela tabela podemos concluir que há uma regularidade, visto que o comportamento é o mesmo em todo o processo, isto é, a cada segundo a distância aumenta em 4,9 o quadrado do segundo seguinte, ou seja:

$$4{,}9 \;.\; 1^2 = 4{,}9 \;.\; 1 = 4{,}9$$
$$4{,}9 \;.\; 2^2 = 4{,}9 \;.\; 4 = 19{,}6$$
$$4{,}9 \;.\; 3^2 = 4{,}9 \;.\; 9 = 44{,}1 \;....$$

[15] Dada a importância do conceito de variável para a matemática, apesar dos alunos já terem se utilizado desse conceito em anos anteriores, achamos oportuno retomar para que o seu significado ficasse bem claro. Para Usiskin a variável deve ser pensada "simplesmente como um símbolo pelo qual se pode substituir coisas (mais precisamente, coisas de um determinado conjunto, enquanto consideradas indistintas)". (1995, p. 11).

[16] Ocorre uma regularidade quando o comportamento é idêntico durante todo o desenvolvimento de um processo. (CARAÇA, 1984, p. 119).

Quando isso acontece, pode se criar uma lei que determina a regularidade durante todo o processo. Nesse caso, utilizaremos uma letra para indicar a variação dos segundos:

$$Y = 4{,}9\ x^2$$

Obtemos, assim, o que se chama de uma "expressão analítica", que é um modo de estabelecer a correspondência entre as duas variáveis (p.131):

X • representa os segundos (variável independente); e

Y • representa as distâncias (variável dependente).

Outra representação que acreditamos ser de fundamental importância para o aprendizado do conceito de função é a gráfica. Essas representações talvez sejam a forma mais usada nas funções em que as informações sobre linearidade, intervalos de crescimento e decrescimento, regularidades, máximos e mínimos, continuidade, taxas de variação sejam adequadamente apresentadas. (TRINDADE, 1996, p. 144-145). Nesse sentido, no estudo das representações gráficas de funções as idéias de variável, dependência, correspondência, regularidade, par ordenado formam um conjunto de elementos essenciais ao conceito de função que poderão ficar cada vez mais claros à medida que os gráficos vão sendo interpretados.

Podemos observar que, para se formar o conceito de função, faz-se necessária a compreensão de vários outros conceitos, os quais se não forem bem desenvolvidos, dificultam a sua elaboração. Acreditamos que somente o estudo analítico das funções, pode-se constituir um obstáculo à aprendizagem desse conceito. O ensino de funções pode ser feito a partir de exemplos concretos e interessantes, como se viu anteriormente, sendo, talvez um campo mais fértil para sua compreensão. A variedade de aplicações no que se refere a esse tema é muito grande, conseqüentemente compreender o seu significado torna-se uma questão de relevância. Nas palavras de Vergnaud (1996), "é através das situações e dos problemas que um conceito adquire sentido". (p. 156).

O estudo das funções encontra aplicações em várias áreas do conhecimento além da matemática. Pela sua importância e grande aplicabilidade, faremos a seguir um breve relato evidenciando a sua influência em alguns campos de estudos.

2.1.1 A importância do conceito de função

O conceito de função vem alcançando uma certa centralidade no ensino-aprendizagem de matemática na área educacional pelo número de trabalhos que vêm sendo realizados sobre o tema e pelas dificuldades envolvidas na formação desse conceito.

Analisando algumas das áreas do conhecimento, notamos que a importância do conceito de função não se restringe apenas à matemática, pois, pela aplicação intensiva desse conceito em outros campos do conhecimento, evidencia-se o caráter unificador que assume, agregando a si conhecimentos múltiplos e em diversas áreas. Dessa forma, pode servir também como suporte para a formação de outros conceitos originados de outras áreas do conhecimento.

Uma das áreas do conhecimento que, historicamente, esteve ligada à matemática é a física. Observamos pelos estudos realizados desde a época de Aristóteles que muitas vezes se confundiam num único objetivo com muitos benefícios à compreensão tanto da física quanto da matemática. Nos estudos realizados por Arquimedes, Oresme, Galileu Galilei, entre outros, podemos constatar a presença de muitas idéias ligadas às funções matemáticas.

Quanto ao ensino-aprendizagem de física, evidencia-se, entre outros, a presença do conceito de função nas relações que caracterizam movimentos uniformes e uniformemente variados, em que o espaço percorrido por um móvel varia em função do tempo, podendo a velocidade variar ou não, incluindo nessa situação o conceito de aceleração constante. Nesse sentido, conforme Zuffi e Pacca (2002, p. 8), a diferença entre a física e a matemática, no caso citado, está nas notações usadas: na matemática, normalmente se usam as letras "x" e "y" para as variáveis dependentes e independentes, ao passo que na física utilizam-se outras notações para indicar as variáveis. Além disso, é muito comum nas aulas de física a interpretação de gráficos, principalmente quando se trata do estudo dos movimentos. Além da física, se olharmos os livros e textos de química , de biologia, medicina, Agronomia, notaremos que contêm não só fórmulas matemáticas, mas, também, representações gráficas que servem para a análise de variáveis ligadas a cada um de seus ramos.

Na medicina, a análise da freqüência cardíaca de um paciente é um exemplo concreto da aplicação do conceito de função nessa ciência, permitindo que tenhamos um diagnóstico preciso sobre o estado em que se encontra e, logo, aumentando as possibilidades de obter êxito no tratamento de algum distúrbio. (LOPES ; MEDEIROS, 1999, p. 89)

A economia é outro campo fértil da presença do conceito de função, seja na análise de gráficos, seja no estudo das variáveis econômicas, nas suas diferentes formas de relações. (ROSSETTI, 2002, p. 38). Conforme autor, "as relações funcionais expressam a correspondência ou o regime de dependência entre variáveis. Relações desta natureza são usualmente verbalizadas da seguinte forma: a variável x é função de y. Isso significa que a magnitude de x depende da de y". (p. 39). Nesse caso, as variáveis econômicas representadas por x e y referem-se à relação entre preço e produto.

Além da física também a química, a biologia, a agronomia utilizam-se de fórmulas matemáticas e representações gráficas para a análise de variáveis ligadas a cada um desses campos de estudo. E para a educação matemática qual a importância do conceito de função?

É necessário acrescentar aos destaques levantados até aqui a generosa contribuição para o desenvolvimento do pensamento matemático que os múltiplos e distintos sistemas, tais como gráficos, diagramas, tabelas e equações, representam. Assim, "a importância de se atingir um amplo entendimento do conceito de função é maior do que pode parecer ao considerar o uso de funções em um curso inicial *standard* de cálculo [...]. Funções ocorrem por toda a matemática e são usadas em modos muito diversos". (SELDEN apud LOPES, 2004, p. 50).

Zuffi e Pacca (2002) são autores que afirmam que dentro da educação matemática, boa parte da matemática moderna se organiza em torno do conceito de função e de suas ramificações. Nesse sentido, muitas são as pesquisas sobre o ensino-aprendizagem do conceito de função, entretanto as dificuldades apresentadas pelos alunos são ainda muito grandes.

Campos (2000) apresenta um estudo sobre as relações entre matemática e física referentes aos conteúdos específicos de cinemática escalar (física) e de funções (matemática), analisando as preocupações pertinentes ao processo de ensino aprendizagem. Sua pesquisa voltou-se para o ensino médio, mais especificamente, envolveu alunos do primeiro ano e destacou a possibilidade de que alguns fenômenos físicos possam ser abordados tomando como base as relações matemáticas.

Em Santos (2005) encontra-se o estudo sobre a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes de equação $y = ax + b$ pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, com o auxílio de um *software* feito especialmente para esse fim.

Pelho (2003), por sua vez, analisa em seu trabalho a introdução do conceito de função pela importância da compreensão das variáveis dependentes e independentes e, ainda, a relação entre elas. A autora realizou a análise por meio da elaboração e conseqüente aplicação de atividades pedagógicas utilizando como ferramenta o *software* Cabri-Geométre II, lápis e papel. O desenvolvimento da proposta ocorreu com alunos do segundo ano do ensino médio e a autora observou, segundo os dados coletados, uma evolução quanto à compreensão e à apreensão do conceito de função.

Podemos identificar nesses trabalhos as dificuldades para estabelecer conexões entre as várias representações de funções (leis, tabelas, diagramas), assim como para identificá-las nas demais áreas do conhecimento. Outra dificuldade observada refere-se à complexidade na formação do conceito de função, cuja abordagem, geralmente se dá por meio de um excessivo tratamento algébrico, muitas vezes sem significado aparente para o aluno.

Nesse sentido, as atividades algébricas poderão privilegiar a compreensão dos conceitos a partir de situações de aprendizagem, ou situações-problema, apresentando-se com maior significado para o aluno. Na interpretação de Grando,

> o processo ensino-aprendizagem é regido por contratos didáticos que podem influenciar o motivo da atividade de estudo. Um contrato didático que privilegie a contextualização do conhecimento tanto em nível epistemológico-histórico como em nível de utilização em diferentes práticas sociais atuais, certamente, cria expectativas diferentes tanto por parte do professor como dos estudantes. A diversidade de contextos situacionais, além de contribuir para a visualização do conceito matemático em situações reais, proporciona condições mais significativas para desenvolver a capacidade de resolver problemas, considerada como uma das atividades básicas da educação matemática. (1998, p. 175).

Dessa forma, pensamos que, proporcionando experiências variadas, o aluno poderá desenvolver uma capacidade significativa de pensar abstratamente, adquirindo uma base consistente para o desenvolvimento dos conceitos referentes ao campo algébrico, entre os quais o de função. Nesse caso, é importante e necessário propor aos alunos situações que possam, além de investigar padrões, identificar suas estruturas e, sobretudo, entender e elaborar a linguagem algébrica adequada a elas, ou seja, uma linguagem que expresse as regularidades.[17]

Assim, à medida que o sujeito começa a pensar, analisar e discutir sobre um determinado conceito, estabelecendo relações com outros campos do conhecimento e dentro da própria matemática, visualizando a importância que representa para o ensino e a aprendizagem, talvez possa compreender o seu significado. Podemos incluir nesse contexto a dependência do aprendizado à linguagem matemática, com seus símbolos específicos, como veremos a seguir.

2.2 Refletindo sobre a educação matemática

Como observamos anteriormente, embora nascido das necessidades cotidianas a matemática tornou-se com o tempo privilégio de "mentes iluminadas" e poucos detinham essa "capacidade" de alcançar o seu conhecimento. Sem desmerecer a grande contribuição que eles trouxeram para o desenvolvimento científico, mas com o intuito de fazer uma reflexão sobre a matemática como educação e ao alcance de todos, é necessário uma análise crítica dos vários elementos que a norteiam.

De um modo geral, a educação matemática abrange também o estudo e a compreensão das relações entre os processos de ensino-aprendizagem em matemática e dos fatores que agem sobre eles. Analisando esse conceito, constatamos uma grande amplitude na sua constituição, dando a entender que tudo pode ser matemática assim como nada é matemática; por isso, faz-se necessário delimitá-lo. Primeiramente, quando se trata de ensino-aprendizagem de educação matemática, a preocupação deve ser centrada na matemática. É importante acrescentar as contribuições que as demais disciplinas lhe impõem como uma disciplina interdisciplinar, porém reconhecer que suas fronteiras permitem identificar a matemática como um campo de estudo. Dessa forma, ao reconhecer as especificidades e particularidades de cada ramo do conhecimento, gera-se um respeito mútuo capaz de compreender e admitir que, com relação à educação, o objetivo é um só e, apesar de complexo, pode ser obtido de maneiras diferentes e segundo vários pontos de vista.

[17] Segundo Caraça (1984, p. 119), as regularidades representam comportamentos idênticos desde que as condições iniciais sejam as mesmas.

Um dos aspectos relevantes da matemática é a sua aplicabilidade. Ao olharmos para qualquer lado, lá está a matemática; portanto, podemos dizer, sem medo de errar, que a sociedade e o mundo estão "contaminados" de matemática. Ela foi e é uma das principais ferramentas da sociedade, pois a sua utilidade vai desde as atividades mais simples do dia-a-dia das pessoas aos trabalhos mais sofisticados e complexos. Já foi muito discutida e interpretada por filósofos e também já serviu para preparar elites dirigentes, mas foi com o avanço da ciência moderna, a partir do século XVIII, que a matemática ganhou espaço na educação.

Com a expansão da educação, no final do séc XVIII, a educação matemática passou a ser universal, ou seja, deveria atingir a todos e ser a mesma em todo o mundo, porém apenas na década de 1950 ganhou maior intensidade. A partir do Terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 3) (1976) em Karlsruhe, na Alemanha, iniciaram-se as discussões sobre o porquê de se ensinar matemática. (D'AMBROSIO, 1998, p. 11). A partir desse momento, a educação matemática passou a ter uma importância no contexto cultural. O ensino acentuou-se, passando a ter relevância os aspectos epistemológicos e lógicos da matemática no sentido de produzir conhecimento matemático no aluno.

Para isso, iniciou-se um período de muitos estudos e pesquisas visando a um ensino de matemática contextualizado, aplicável e de qualidade, capaz de ir além das abordagens tradicionais. Nessa concepção, buscaram-se caminhos com a finalidade de implementar um processo dinâmico de construção cultural, histórica e social da matemática como educação.

Na história da educação matemática, tomando como referência o Brasil, encontramos no seu decorrer muitos problemas no que se refere ao ensino-aprendizagem. Uma das causas dos problemas com o ensino-aprendizagem, para D'Ambrosio (1999), e encontra-se na fragmentação do conhecimento em disciplinas e áreas para justificar "ações setoriais no exercício do poder". Nas palavras do autor: "o conhecimento, que foi gerado e organizado para satisfazer os anseios de sobrevivência e de transcendência [...] é devolvido, já elaborado e organizado aos seus geradores, para que os mesmos sobrevivam e sirvam ao poder". (p. 106).

Infelizmente, o processo de construção dos conhecimentos utilizados na experiência matemática da maioria de nossos alunos ainda, em pleno século XXI, continua como estrutura de poder e, na sala de aula, é exercido pelo professor. Valendo-se das palavras de D'Ambrosio (1993), "o professor faz questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência, conseqüentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor". (p. 36). Nesse sentido, o professor "apodera -se" do conhecimento matemático e muitas vezes o usa, até de forma inconsciente, como instrumento de dominação do espaço educativo. Isso sem contar quando o conhecimento é desenvolvido a favor da reprodução da dominação, baseado na idéia de neutralidade para o bem do ensino. Como salienta Mühl (2003, p. 302), é de fundamental importância para a educação que "o conhecimento seja entendido enquanto parte do mundo da vida e que a compreensão do seu sentido, isto é, sua inteligibilidade depende do desenvolvimento da análise hemenêutica". Entretanto, salienta ainda o autor que não é suficiente o entendimento do sentido no exercício hermenêutico; é necessário, ainda, "colocar, a cada instante, o conhecimento sob julgamento para verificar se a possibilidade da manutenção dos seus critérios de validação". Dessa forma, talvez, as relações de poder existentes se transformem contribuindo para o "aperfeiçoamento das vivências sociais". (p. 302).

Nesse sentido, o ensino baseado nos conteúdos organizados de forma isolada, sem estabelecer relações entre os vários conceitos e as várias disciplinas, ignorando o conhecimento que o aluno traz consigo, desenvolvido dentro do seu meio social, ou ignorando o contexto histórico no qual a matemática está inserida, é um dos problemas detectados pelos PCNs que interferem no ensino, trazendo muitas dificuldades para a aprendizagem. Na análise de Vygotsky:

> O ponto de partida dessa discussão é o fato de que o aprendizado das crianças começa muito antes de elas freqüentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia. Por exemplo, as crianças começam a estudar aritmética na escola, mas muito antes elas tiveram alguma experiência com quantidades – tiveram de lidar com operações de divisão, adição, subtração e determinação de tamanho. Conseqüentemente, as crianças têm a sua própria aritmética pré-escolar. (1998, p. 110)...

Considerar o conhecimento já produzido pelos alunos pode ter um significado importante nas situações pedagógicas em sala de aula. Nesse sentido, os conceitos já elaborados poderão servir como impulso para a formação de outros conceitos. O desenvolvimento de conceitos científicos depende e se constrói a partir de um conjunto já existente de conceitos cotidianos. (PANOFSKI; STEINER; BLACKWELL, 1996, p. 246). Essa tarefa o aluno não realizará sozinho, mas num ambiente interativo, juntamente com todos os atores do processo educacional, podendo estimular o crescimento coletivo e individual e incentivar o respeito às diversidades.

No contexto da etnomatemática, a cultura representa um dos aspectos essenciais para a valorização e o reconhecimento das formas de produção do conhecimento matemático. Conforme os PCNs, "no que se refere à inserção no mundo da cultura, a pluralidade de etnias existente no Brasil, que dá origem a diferentes modos de vida, valores, crenças e conhecimentos, apresenta-se para a educação matemática como um desafio interessante". (BRASIL, 1998, p. 27).

Levando em conta a formação social e política dos vários grupos culturais existentes, a organização de cada um se utiliza de artefatos comuns, como, por exemplo, a mesma linguagem, o mesmo sistema de numeração; utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais do seu dia-a-dia, como também recebem informações pelos diversos meios de comunicação, que muitas vezes são incompatíveis com o pensamento do grupo em questão.

O currículo de matemática pode contribuir no sentido de valorizar a pluralidade sociocultural e, ao mesmo tempo, o respeito às outras culturas, ajudando a manter sua identidade e sua dignidade, evitando um processo de dominação de uma sobre a outra. Por sua vez, a matemática contextualizada irá se mostrar como mais um recurso, criando possibilidades para que o aluno, no seu espaço social, torne-se um ser capaz de transformar seu ambiente.

A postura do professor, nessa abordagem, deixa de ser tradicional, ou seja, não mais visa à mera reprodução dos conteúdos, e, sim, considera autor o aluno como formador do seu conhecimento. De acordo com os PCNs,

> tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado,pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos. Essa consideração implica rever a idéia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência. (BRASIL, 1998, p. 36).

Dessa maneira, o papel do professor ganha novas dimensões na organização da aprendizagem. Além de conhecer a realidade social de seus alunos, as suas expectativas, os seus conhecimentos, ele precisará criar situações-problema envolvendo ambientes que possibilitem a formação dos conceitos matemáticos, articulando-os a outros, comparando e discutindo resultados, num clima de interação, cooperação e solidariedade. Nas palavras de Onuchic e Allevato,

> o objetivo dos professores deveria ser o de ajudar as pessoas a entenderem Matemática e encorajá-las a acreditar que é natural e bom poder continuar a usar e aprender Matemática sempre que necessário. É essencial que se ensine de modo que os alunos possam ver a Matemática como algo natural e agradável em seu ambiente. (2005, p. 229).

Além disso, a seleção de conteúdos deve levar em conta a relevância dos procedimentos e atitudes sociais, da sua identificação com as formas e saberes culturais, à sua relação com os demais conceitos e, ainda, estabelecer atitudes que envolvam o componente afetivo,[18] como o interesse e a motivação, essenciais no processo educativo (PCNs). Segundo D'Ambrosio, "muito mais que a importância acadêmica das disciplinas, o currículo reflete o que a sociedade espera das respectivas disciplinas que o compõem". O programa etnomatemática é um programa de pesquisa que procura "entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade". (2002, p. 63).

Apesar de todos os esforços, ainda encontramos problemas no ensino aprendizagem da matemática. O fazer pedagógico, distante da realidade social e cultural, dominada por posturas autoritárias e mecanicistas, referenda o fracasso escolar. Nesse sentido, ao organizar e dirigir as situações de aprendizagem, o professor deve tentar "suscitar o desejo de aprender" nos seus alunos (PERRENOUD, 2000, p. 69), com atividades voltadas aos seus interesses e às suas necessidades como sujeito histórico. Por isso, o papel do professor tem uma importância fundamental no processo pedagógico por ser ele o principal responsável pela informação dos conhecimentos matemáticos produzidos historicamente aos alunos, e um dos grandes responsáveis por possíveis mudanças que possam ocorrer no contexto da escola ou da sociedade. (PEREZ ,1999, p. 269).

---

[18] Segundo Freire (1996, p. 141) "a afetividade não se acha excluída da cognoscibilidade". Isso significa que o ato de ensinar é um ato de "bem querer" tanto com relação aos alunos como ao próprio fazer pedagógico. Conforme esse autor, o querer bem não significa "condicionar a avaliação do trabalho escolar de um aluno ao maior ou menor bem querer que tenha por ele" ou que "interfira no cumprimento ético de meu dever de professor no exercício de minha autoridade". (p. 141). A prática educativa quando desenvolvida num ambiente alegre, de respeito ao outro e ao ato de ensinar, com responsabilidade ética pode ser um componente afetivo, motivador para a atividade pedagógica. Nas palavras de Freire "como prática estritamente humana jamais pude entender a educação como um experiência fria, sem alma, em que os sentimentos e as emoções, os desejos, os sonhos devessem ser reprimidos por um espécie de ditadura reacionalista". (145).

Para que as transformações necessárias aconteçam, os envolvidos precisam conhecer e ter ciência de sua realidade. Conhecer a realidade significa fazer uma leitura dinâmica de sua cultura, interpretá-la e traduzi-la, estabelecendo relações e compartilhando saberes. Utilizando as palavras de D'Ambrosio,

> a estratégia mais promissora para a educação, nas sociedades que estão em transição da subordinação para a autonomia, é restaurar a dignidade de seus indivíduos, reconhecendo e respeitando suas raízes. Reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes. (2002, p. 42).

Assim, pelo saber/fazer matemático dos alunos no seu cotidiano e pelo saber histórico acumulado, a educação matemática poderá ser uma forma de aprimorar os conhecimentos agregados na modernidade que orientam o dia-a-dia de cada indivíduo, de forma ética, cooperativa e solidária.

Entretanto, é muito comum nos processos educativos das escolas ignorar o conhecimento produzido no cotidiano das pessoas. Observa-se, ainda, que esse mesmo conhecimento tem relação com o conteúdo desenvolvido na sala de aula, porém, como não é considerado como produção científica, não é valorizado e, conseqüentemente, deixado de lado. Se pensarmos em termos de matemática, esse quadro é ainda mais grave, pois ela está presente em todos os momentos da vida desde a infância, nas brincadeiras, nos jogos, nos afazeres diários, mais tarde nas diversas profissões, nas várias áreas do conhecimento, assim como nas atividades em geral, numa riqueza de saberes tão grande e variada que nos faz reconhecer a importância de integrá-los aos conteúdos formais da sala de aula.

Para D'Ambrosio,

> o cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos matemáticos e intelectuais que são próprios à sua cultura. (2002, p. 22).

Esse cotidiano a que se refere D'Ambrosio esteve, e está, presente em toda a história da humanidade na qual os saberes sempre estiveram a serviço das necessidades e anseios das diversas civilizações. Para ele, "um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas." (D'AMBROSIO,1999, p. 97).

O fracasso escolar, durante muito tempo, como processo de exclusão da qual a disciplina de matemática faz parte causou e ainda causa muita reprovação. Nesse sentido, a formação de investigadores nessa área garantiu espaços nas universidades por meio de programas de graduação e pós-graduação com o objetivo de refletir e buscar alternativas pedagógicas e metodológicas para minimizar essa situação. O cuidado com a aprendizagem e o compromisso com a mudança passam a ser objeto de interesse nos meios acadêmicos. Conforme Baldino (1999, p. 225), "agir a partir e sobre as falas matemáticas, torna-se então, a condição do compromisso de mudança." É necessário articular todos os envolvidos no processo educacional para, no mesmo espaço de discussão, ressignificar o ensino de matemática. Nesse sentido, verificamos que no campo da matemática, assim como da educação matemática as buscas e os estudos visando um aprimoramento pedagógico do ensino da matemática ganhou relevância pelo grande número de pesquisas realizadas e em andamento nas universidades brasileiras.

2.3 Pesquisas atuais em educação matemática

A produção no campo da matemática e, mais especificamente, da etnomatemática ganhou ênfase na década de 1970 no sentido de buscar outras alternativas para o ensino da matemática em razão da preocupação com a educação como um todo, mas, sobretudo, com a educação matemática. O ensino da matemática sempre se apresentou como o responsável pelo fracasso escolar, culminando com a evasão e exclusão de grande número de alunos da escola. O resgate do saber cultural, dos conhecimentos produzidos pelas diversas culturas, a busca por um ensino contextualizado, a reflexão sobre o cotidiano vivencial, suas várias facetas e, ainda, a reafirmação da identidade cultural de cada povo serviram como cenário de estudos e pesquisas com o objetivo de obter melhores resultados para o ensino da matemática, com o fim único de exorcizar o fracasso produzido pelo ensino tradicional e oficial.

A pesquisa realizada por Ieda Maria Giongo teve como cenário três fábricas ligadas ao setor calçadista da região do Vale do Taquari, no Rio Grande do Sul, com alunos e alunas trabalhadoras, professores e "chefes" das fábricas em questão . A autora analisou como se relacionam "os saberes da escola" e os saberes do "mundo do trabalho" e verificou que a escola ignora os conhecimentos produzidos fora do âmbito escolar valorizando apenas os conhecimentos formais essencialmente acadêmicos. Para Giongo (2004, p. 217), "a Etnomatemática destaca a importância de que se efetive uma conexão entre a escola e o que lhe é exterior, o que inclui, certamente, o mundo do trabalho, como a cultura fabril calçadista que examinei nesta dissertação".

A busca pelo conhecimento cotidiano também centrou a pesquisa realizada por Cláudia Glavan Duarte, intitulada "Etnomatemática, currículo e práticas sociais do mundo da construção civil, na qual a autora examinou como eram produzidos os saberes matemáticos pelos operários da construção civil no seu local de trabalho e que implicações curriculares poderiam ser obtidas a partir dessas tarefas. Conforme Duarte (2004, p. 183), "a investigação evidenciou as especificidades dos saberes matemáticos produzidos nas práticas sociais examinadas, apontando para a dicotomia existente entre tais saberes e aqueles legitimados pela matemática acadêmica para integrar o currículo escolar". Proponho, então, uma reflexão sobre tais dicotomias.

Também nesse caso, a pesquisadora observou que existe uma "demarcação" entre o saber cotidiano e o saber científico. O saber cotidiano, no caso dos pedreiros, é desqualificado em detrimento do conhecimento acadêmico dos engenheiros, mesmo tendo os primeiros toda uma experiência nessa profissão durante muito tempo e rica em saberes práticos. Para Chassot,

> há necessidade de tornar o nosso ensino mais sujo, isto é, encharcá-lo na realidade. Há, usualmente, uma preocupação de se fazer um ensino limpo. A matematização parece ser um indicador de quanto o que ensinamos é para mentes privilegiadas e, portanto, desvinculado da realidade do mundo que se pretenderia explicar". (apud DUARTE, 2001, p. 188)

Desde que a matemática entrou nos currículos escolares foi uma disciplina que sempre "assustou", cau sou "medo" e foi objeto de exclusão. Certamente, há um pouco de exagero nisso, pois muitos benefícios trouxe e, como já vimos, não se tem condições de viver sem ela porque a vida está impregnada de matemática. Na década de 1970, com o surgimento da matemática moderna, pensava-se ser essa a solução para o seu ensino, porém o que ocorreu foi o seu fracasso. Na busca por alternativas, alguns matemáticos começaram a trabalhar essa matéria fora dos bancos escolares, ou seja, em fábricas, nos morros, com pedreiros, utilizando-se do conhecimento culturalmente formado, mas foi Ubiratan D'Ambrosio, em 1985, que utilizou pela primeira vez o termo "etnomatemática". Para o autor, "o grande motivador do programa de pesquisa que denomino Etnomatemática é procurar entender o saber fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações." (2002, p. 17).

A escola, como o espaço oficial para desenvolver e construir o conhecimento, sempre esteve distante do "saber/fazer" de seus alunos. Os aspectos social e cultural na produção da matemática devem ser uma referência no trabalho escolar de acordo com a proposta de etnomatemática. Desmistificar a matemática e aproximá-la dos interesses e necessidades das pessoas pode contribuir no sentido de torná-la fácil e interessante. A postura tradicional, que se assenta nos paradigmas baseados nos conteudismos por eles mesmos e no abstratismo, torna-se vazia e exaure-se em si mesma. Segundo Libâneo:

> [...] de um lado há o aluno, socialmente determinado, pertencente a uma classe social,que domina um saber não-sistematizado, valores, gostos, falas, interesses, necessidades, enfim, portador de uma primeira educação, adquirida no seu meio sociocultural. Esta realidade é o referencial concreto de onde se deve partir o domínio do conteúdo estruturado trazido pelo professor, que, por sua vez, é o representante do mundo social adulto, com mais experiência e mais conhecimento em torno das realidades sociais e com o domínio pedagógico necessário para lidar com os conteúdos, cuja função consiste em guiar o aluno em seus esforços de sistematização e reelaboração do saber. (2005, p. 98).

De alguns anos para cá, as pesquisas comprovaram que a matemática da escola deve estar em sintonia com a matemática da vida e, ainda, que não existe uma só matemática, mas muitas matemáticas. Os seus conceitos e os conteúdos devem estar sempre relacionados a cada contexto, pois a sociedade, os povos, as civilizações possuem as suas formas, os seus meios de lidar com o conhecimento matemático.

A etnomatemática tem como objetivo valorizar e reconhecer essas formas de produção do conhecimento matemático. Conforme D'Ambrosio, "o cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura". (2002, p. 22). Cada grupo de pessoas, cada família ou os trabalhadores de uma fábrica organizam-se, agrupam-se e compartilham suas experiências e seus conhecimentos, o que determina uma forma de comportamento baseado nessa troca de saberes e que, conseqüentemente, produzirá novos conhecimentos, constituindo a cultura de cada grupo.

Numa mesma cultura, geralmente os indivíduos que a compõem utilizam os mesmos objetos, tanto materiais como intelectuais, no seu cotidiano, o que implicará a maneira como eles lidarão com as situações que se apresentarem e, ainda, com o ambiente em que vivem. Como os ambientes são muitos e diferentes, as etnomatemáticas também passam a ser muitas e diferentes, o que significa uma riqueza cultural que jamais pode ser negada ou ignorada.

Construir o conhecimento matemático baseado na cultura das pessoas tem um significado de valorização dessa cultura, ao mesmo tempo em que é um resgate da dignidade de seus indivíduos. De acordo com Freire (1996, p. 30): "Por que não estabelecer uma intimidade entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos?" Não podemos, com isso, rejeitar a matemática formal, acadêmica; precisamos sim, integrá-la à vida das pessoas, dando-lhe sentido e tornando-a interessante. Isso significa privilegiar o raciocínio qualitativo numa tentativa de promover uma educação mais crítica e de respeito a diversas culturas. Dessa forma, tanto o aluno como o professor poderão adotar uma outra postura, num paradigma educacional que proporcione meios para preservar a diversidade e, por outro lado, eliminar a desigualdade, conduzindo à formação de uma outra sociedade. Para o autor:

> Como subjetividade curiosa, inteligente, interferidora na objetividade com que dialeticamente me relaciono, meu papel no mundo não é só o de quem constata o que ocorre mas também o de quem intervém como o sujeito de ocorrências. Não sou apenas objeto da História mas seu sujeito igualmente. No mundo da História, da cultura, da política, constato não para me adaptar mas para mudar. (1996, p. 76-77)

2.4 Sobre a linguagem matemática

"Não é fácil definir a álgebra". (p. 9). Assim se expressa Usiskin (1995, p. 9) sobre a concepção da álgebra da escola média quando tem a ver com a compreensão do significado das "letras" (conhecidas como variáveis) e das operações envolvidas com elas.

Para melhor compreender a linguagem matemática, faz-se necessário conhecer um pouco da história do desenvolvimento da álgebra e as suas concepções atuais.

Originalmente, a palavra "álgebra" é uma variante latina da palavra árabe *al jabr,* utilizada no título do livro *Al-jabr wa'l muqabalah*, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn – Musa al Khowarismi ("pai da álgebra"). Segundo Boyer, apesar de obra de al Khowarismi ser de nível mais elementar do que o que se encontra na obra de Diofante, está mais próxima da álgebra elementar de hoje, "pois o livro não se ocupa de problemas difíceis de análise indeterminada mas contém uma exposição direta e elementar da resolução de equações, especialmente de segundo grau". Considerada um sistema para resolver problemas matemáticos que envolvam números desconhecidos, a álgebra remonta à Antiguidade.

Contribuições dadas pelos egípcios ao usar um certo simbolismo para a resolução de problemas num processo conhecido como "método da falsa posição", ou, então, os babilônios, ao empregarem uma linguagem geométrica, chamando de "lado" a incógnita "x", são representativas para o desenvolvimento da álgebra .

Fiorentini, Miorin e Miguel (1992) identificaram três momentos no desenvolvimento da álgebra, de acordo com as fases evolutivas da linguagem algébrica: a retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica. A álgebra retórica (ou verbal) refere-se àquela em que os argumentos da resolução de um problema são escritos sem abreviação ou símbolos específicos. "Todos os passos relativos aos esquemas operatórios sobre números e equações eram descritos em linguagem corrente". (p. 79-80). Esta álgebra teria sido a praticada pelos egípcios, babilônios e os gregos pré-diofantinos.

No segundo estágio, a álgebra apresentava-se sincopada, adotavam-se abreviações para algumas quantidades e operações que se repetissem com mais freqüência. Diofanto de Alexandria (século III) foi o primeiro a utilizar notações algébricas, ou seja, a álgebra sincopada. Foi ele quem introduziu um símbolo para a incógnita – a letra sigma do alfabeto grego – fazendo uso de uma forma mais reduzida para expressar suas equações. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1992, p.80). Ainda segundo os autores, esse estilo foi utilizado por algebristas italianos do século XVI no qual citam a expressão *cubus p.6 rebus aequalis* 20, de Cardano (1545), como sendo a forma sincopada de exprimir uma equação, que correspondia a "$x^3 + 6x = 20$".

A fase simbólica corresponde ao momento em que as resoluções de problemas são expressas por símbolos representando as idéias algébricas, o que passou a ser feito na

Europa Ocidental em meados do século XVII (SANTOS, 2005, p. 7). François Viète (1540-1603) foi o principal responsável pela inclusão de novos símbolos na álgebra, adotou o uso de vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida e consoantes para representar quantidades incógnitas. Nesse sentido, a partir do novo caráter simbólico assumido pela letra, verifica-se o "verdadeiro nascimento da Álgebra". (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1992, p. 81), ou seja, Viète foi o fundador da álgebra.

Muitos outros se seguiram, entre eles Descartes (1596-1650), que consolidou a linguagem simbólica utilizando as últimas letras do alfabeto (x, y, z) como incógnitas e as primeiras (a,b,c,...), como quantidades fixas. Durante o século XVIII coube aos trabalhos de Euler, Lagrange e Gauss, sobre o cálculo infinitesimal, darem um salto de qualidade no estudo das equações. Seu estudo permitiu a percepção de que as propriedades das equações algébricas não dependeriam do fato de os coeficientes e as variáveis dessas equações serem números. (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1992, p. 81).

Entre as várias concepções de Usiskin (1995, p. 15) sobre a álgebra, ao se referir a ela "como estudo de relações entre grandezas", aponta a natureza do ente algébrico como generalização, como acontece na função em que a variável assume os valores do domínio, gerando imagens, pela função no contradomínio.

Observamos nesse relato que a matemática apresenta uma linguagem com símbolos próprios, mas que a ligação entre a linguagem[19] e a comunicação é um fator natural, uma vez que este último é a principal função da primeira. O ato de comunicar é uma forma de intercâmbio lingüístico entre dois ou mais interlocutores, sendo um modo de interação entre os sujeitos. Nesse sentido, a eficácia da comunicação pode ser determinada pelo grau de aproximação entre as informações trocadas.

Sendo a linguagem vista como um sistema de signos, o discurso como o uso de um sistema lingüístico em contextos próprios, dá-se de maneira a dar significado às situações concretas e devidamente contextualizadas e, no caso de educação matemática, "recheada" de uma grande quantidade de dados e de informações, tais como "as tabuadas de multiplicação; os valores de algumas funções o significado e valores de muitos símbolos (ð, por exemplo), equivalência entre diferentes unidades de medidas, valores de raízes quadradas, fórmulas de comprimentos, áreas, volumes". (MARKARIAN, 1998, p. 27-28).

[19] A linguagem não é apenas e somente uma comunicação entre as pessoas, ela é "também um meio, uma forma de consciência e do pensamento humanos, não destacado ainda da produção material". (LEONTIEV, 2004, p. 93). Serve como suporte consciente da realidade.

Para este autor, "o aprendizado da matemática depende muito de uma linguagem e de símbolos próprios e específicos". (p. 28). Conforme relata, essas linguagens e os símbolos tornam a matemática mais inacessível, sendo, porém, um mal necessário. Nas suas palavras,

> a linguagem, os símbolos e os padrões matemáticos bem assimilados e utilizados sistematicamente em outras esferas da atividade e na ciência são ferramentas de comunicação e sistematização fundamentais. Enriquecem a capacidade de transmissão, simplificam modos de pensar, ajudam a chegar diretamente ao cerne dos problemas. Mais ainda, o bom manejo desses elementos na linguagem oral clarifica a apresentação de idéias complicadas e evita circunlóquios e rodeios na descrição de situações. (p. 29)

Nesse sentido, a linguagem matemática, quando veiculada em sala de aula, deve ser esclarecedora para que possa ser compreendida pelos alunos. "Quem fala uma língua que nenhum outro entende, não fala". (GADAMER, 2000, p. 124). Quando bem colocados, os padrões, os esquemas, as palavras-chave podem auxiliar na compreensão dos conteúdos desenvolvidos. A representação gráfica, que inclui em seus procedimentos quantidades significativas de abstrações, entre as quais as coordenadas, os conceitos de domínio e imagem, a construção e interpretação dos gráficos, está entre os simbolismos da matemática que, como expressão de uma linguagem, podem assegurar uma capacidade maior de sintetizar idéias. Micotti afirma que

> o saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem ações abstratas. A leitura (compreensão) de escritas matemáticas requer o conhecimento do sistema de notação. Sem este conhecimento, torna-se difícil ligar as expressões simbólicas com os seus significados. Tais características exigem do ensino medidas específicas para que as informações veiculadas nas aulas se transformem em conhecimento. Para resolver uma equação, o indivíduo precisa saber, pelo menos, o significado dos símbolos utilizados, as relações implícitas e os passos e ou procedimentos adequados a cada situação; se desconhecer isso, ou parte disso, os resultados são prejudicados. (1999, p. 163).

Pelo seu caráter abstrato e apesar de a matemática ser utilizada e ser presença constante na vida diária das pessoas, as idéias e as formas como se lida com ela parecem muito diferentes das utilizadas no dia-a-dia. É o caso, por exemplo, da utilização das letras,[20] que dificulta para muitos as conexões entre a matemática formal e a matemática da vida. Entretanto, para Bkouche , Charlot e Rouche (apud MICOTTI, 1999, p. 165), a dificuldade apresentada pelo aluno quanto ao aprendizado de matemática não se encontra na sua forma abstrata, mas, sim, no fato de a aprendizagem se apoiar na memorização, levando à não-compreensão dos sentidos dos saberes. Ainda segundo os autores, a solução para sanar essas dificuldades é uma "aprendizagem matemática fundamentada na atividade intelectual de quem aprende". Isso significa organizar as situações de ensino-aprendizagem de maneira que auxiliem o aluno na compreensão dos significados dos símbolos utilizados, respeitando as suas possibilidades de raciocínio, ao mesmo tempo em que haja um aperfeiçoamento desse raciocínio.

Assim, talvez, a matemática formal deixe de se apresentar como de "difícil compreensão, "precisa e rigorosa", "sem significado para a vida prática", como comumente se costuma designar essa área do conhecimento de enorme riqueza e aplicabilidade. A matemática apresenta-se constituída de um código próprio e de uma gramática própria, porém necessita, para o seu desenvolvimento, da linguagem natural, sem a qual não haveria aprendizagem.

Na interpretação de Gadamer (2000, p. 127), "é a linguagem o verdadeiro centro do ser humano, quando se a vê apenas naquele domínio que só ele preenche, o domínio do estar com o outro, o domínio da compreensão, tão imprescindível à vida humana quanto o ar que respiramos". Nesse caso se encontra a matemática, mais especificamente, a educação matemática, com seus símbolos, seus conceitos, seus significados, seus sentidos, sempre no "jogo de fala e réplica". (p. 125).

---

[20] As letras quando têm o significado de variáveis, servem como generalizadoras de modelos. Essa concepção serve para a álgebra e também para a aritmética, pois é impossível para esta última, estudar de forma adequada sem lidar com variáveis. Muitas vezes, as relações entre números que se deseja escrever matematicamente, são feitas utilizando as variáveis como ferramenta. (USISKIN, 1995, p. 13) Para a autora, uma variável é ainda um argumento quando representa um dos valores do domínio de uma função, ou um parâmetro, representando um número do qual dependem outros números (p. 16). Nesse contexto, cabem as noções de variável independente e dependente relacionadas às funções com os usos distintos das variáveis, sendo a álgebra a chave para a compreensão e a caracterização das estruturas matemáticas.

2.5 Implicações da teoria histórico-cultural sobre o estudo de função

É verdadeira a proposição de que a responsabilidade da escola é educar. Esse é um fato, senão óbvio, real, verdadeiro e inquestionável. Todavia, o que questionamos é o porquê de a escola não estar conseguindo desempenhar o seu papel com competência colocando em dúvida a sua função social. Os professores precisam desenvolver e aplicar estratégias em sala de aula que tornem o conteúdo algo atraente e de fácil entendimento. Para isso, além de transpor as dificuldades que a própria estrutura educacional impõe, a falta de políticas públicas adequadas, ou a não-aplicação delas, os baixos salários dos educadores, as salas de aula com excesso de alunos, formação inadequada, entre outras, ele precisa elaborar uma proposta pedagógica que revele a "força motivadora da aprendizagem". (LIBÂNEO, 2005, p. 35).

Uma das expectativas da atividade escolar é que os seus resultados extrapolem a sala de aula e sejam aplicados fora do ambiente escolar, gerando benefícios aos indivíduos na medida em que pode aplicar o aprendizado em situações práticas ou em novos estudos. (MICOTTI, 1999, p. 154). Para isso, faz-se necessário uma proposta pedagógica que vá além da decoração ou de uma educação mecanicista, ou seja, dar significado e sentido aos pressupostos pedagógicos, tarefa que cabe não só ao professor. Os procedimentos didáticos em sala de aula devem ser organizados de forma a dar vazão à participação dos alunos, num processo contínuo de interações. O professor precisa refletir sobre a concepção da escola como um local que auxilia o aluno a desenvolver seu potencial, que o estimula a pensar e o ajuda a descobrir caminhos para tentar transformar a sua realidade com base nas necessidades da coletividade. Assim, o professor se vê desafiado a aprender a ensinar de maneira diferente daquela que aprendeu.

Associado a isso, cabe ressaltar a crescente preocupação por parte dos educadores com o aparente desinteresse de muitos jovens em relação à sua vida escolar. Isso sem contar que o mundo contemporâneo, globalizado, exige dos seus cidadãos uma educação mais qualificada, que acompanhe os crescentes avanços presentes na atualidade. Para isso, é necessário refletir sobre a atual conjuntura social, política e educacional, buscando uma pedagogia que promova a aprendizagem, à qual se atribua significado. (GADOTTI, 2005, p. 47). Nas palavras de Gadotti, "o professor precisa, hoje, adequar sua função, educar no mundo globalizado, até para transformar o modelo de globalização dominante essencialmente perverso e excludente". (p. 21)

Nesse sentido, pesquisadores e educadores têm buscado subsídios em várias áreas do conhecimento com o objetivo de garantir o bom desempenho da aprendizagem escolar, a investigação sobre o ensino voltada para a psicologia do desenvolvimento. (BRUN, 1996, p. 17). Assim, buscamos na teoria histórico-cultural os conhecimentos que serviram como suporte para a análise e compreensão do processo ensino-aprendizagem implementado nas aulas de matemática, palco desta pesquisa.

Entre os pressupostos epistemológicos da teoria histórico-cultural elaborada por Vygotsky estão a perspectiva cultural, a formação de conceitos e o processo socio-interacionista. Para ele, o sujeito participa da construção de sua própria cultura e da sua história de forma interativa, nas relações intra e interpessoais. Nas experiências de aprendizagens compartilhadas, o processo de constituição do conhecimento promove o desenvolvimento do indivíduo desde a infância, permitindo o seu avanço. Nesse sentido, por meio de signos, o indivíduo formula conceitos utilizando suas funções intelectuais e, com o uso da função comunicativa da linguagem, realiza processos de interlocução com seus pares.

O paradigma interacionista de Vygotsky, estudado por ele nas primeiras décadas do século passado, propõe , baseado no materialismo-histórico, a interação entre o sujeito e o meio ambiente. O foco de sua teoria decorre da epistemologia dialética materialista, na qual o desenvolvimento da consciência social depende da existência material. Segundo Vygotsky: "O controle da natureza e o controle do comportamento estão mutuamente ligados, assim como a alteração provocada pelo homem sobre a natureza altera a própria natureza do homem." (1998, p. 73). Nessa interação, o significado social adquire um sentido pessoal, pois pelo mecanismo de internalização da consciência social desenvolve-se a consciência individual.

Para Vygotsky, a cultura é parte constitutiva da natureza humana, visto que o ser humano é produto do seu contexto social e agente histórico desse contexto. Nesse processo, a interação social refere-se a ações compartilhadas, em que os processos cognitivos se realizam por vários sujeitos ou, ainda, pela ajuda oferecida ao sujeito na realização de uma tarefa. Assim, a partir do contato com uma pessoa mais experiente as potencialidades do aluno são transformadas em situações que ativam nele esquemas processuais, cognitivos e comportamentais, podendo produzir novas potencialidades, num processo dialético contínuo.

A cultura proporciona ao indivíduo os elementos simbólicos que representam a realidade, isto é, a totalidade de significações que permitem construir a interpretação do mundo real; ela fornece o espaço de negociação por meio da qual seus membros estão sempre recriando e reinterpretando as informações, os conceitos e as significações. (OLIVEIRA, 1997, p.38-39). Nesse sentido, "a cultura é, portanto, parte constitutiva da natureza humana, [...]". (REGO, 1995, p. 27). O sujeito, desde o seu nascimento, incorpora-se à história e à cultura daqueles que fazem parte do seu meio, com suas experiências, seus valores, seus hábitos, seus comportamentos, sua linguagem; então, participando de forma interativa, constrói sua própria história, modificando-se e também promovendo transformações nos indivíduos a sua volta. No dizer de Oliveira :

> O processo de desenvolvimento do ser humano, marcado por sua inserção em determinado grupo cultural, se dá "de fora para dentro". Isto é, primeiramente o indivíduo realiza ações externas, que serão interpretadas pelas pessoas a seu redor, de acordo com os significados culturalmente estabelecidos. A partir dessa interpretação é que será possível para o indivíduo atribuir significados a suas próprias ações e desenvolver processos psicológicos internos que podem ser interpretados por ele próprio a partir dos mecanismos estabelecidos pelo grupo cultural e compreendidos por meio dos códigos compartilhados pelos membros desse grupo. (1997, p. 38-39).

Assim, a interação que o homem realiza com o seu meio sociocultural proporciona-lhe condições de construir seu sistema de signos, permitindo-lhe decodificar o mundo. Para isso, ele faz uso de uma importante ferramenta, a linguagem, a qual intervém no seu processo de desenvolvimento por toda sua vida. Como um produto da atividade humana, a linguagem é o meio que as pessoas utilizam na sua interação social para a comunicação com o outro. Segundo Vygotsky (2005), a linguagem é o instrumento responsável pela construção de conhecimentos e importante agente da estrutura do pensamento. Para o autor, "o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos lingüísticos do pensamento [...]". (p. 62).

A linguagem, além de reestruturar as diversas funções psicológicas, tais como a memória, a atenção, a formação de conceitos, contribui, por meio da fala, para a construção de conceitos na relação intersubjetiva entre pessoas. Esclarece-nos Luria:

> [...] o domínio do sistema de linguagem garante o salto do conhecimento sensorial ao racional, que é talvez o acontecimento mais importante na evolução da vida psíquica. Graças à linguagem, o sujeito pode penetrar na profundidade das coisas, sair dos limites da impressão imediata, organizar seu comportamento dirigido a uma finalidade, descobrir os enlaces e as relações complexas que são inatingíveis para a percepção imediata, transmitir a informação a outro ser humano, o que constitui um poderoso estímulo para o desenvolvimento mental, pela transmissão de informação acumulada ao longo de muitas gerações. (1986, p. 202).

Nesse caso, cabe ressaltar a importância que o significado da palavra representa na relação entre o pensamento e a linguagem. Vygotsky afirma que "o significado de uma palavra representa um amálgama tão estreito do pensamento e da linguagem, que fica difícil dizer se se trata de um fenômeno da fala ou de um fenômeno do pensamento". (2005, p. 150). Nesse sentido, reforça que "uma palavra sem significado é um som vazio" .(p. 150) e que "o significado de cada palavra é uma generalização ou um conceito". (p. 151).

Assim, pela acepção da palavra estabelece-se a mediação simbólica entre o sujeito e o mundo real, dando-lhe condições de compreensão das questões que estão a sua volta. Para Oliveira (1997, p. 48), "os significados são construídos ao longo da história dos grupos humanos, com base nas relações dos homens com o mundo físico e social em que vivem, eles estão em constante transformação". Esse fato é observado durante o desenvolvimento do indivíduo, principalmente durante o processo escolar, como poderemos observar no capítulo 3. Oliveira reforça que as transformações que ocorrem quanto à significação nesta fase (a escolar) ocorrem com a intervenção do professor, "não mais apenas a partir da experiência vivida, mas, principalmente, a partir de definições, referências e ordenações de diferentes sistemas conceituais, mediadas pelo conhecimento já consolidado na cultura". (p. 50).

A função da linguagem, além de exercer o papel de instrumento de comunicação, permite ao indivíduo formular conceitos, ou seja, abstrair e generalizar a realidade por meio de atividades complexas. Vygotsky afirma:

> A formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa, em que todas as funções intelectuais básicas tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou palavra, como o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos. (2005, p. 72-73).

Para Vygotsky, o pensamento conceitual emerge quando um problema é colocado ao indivíduo, estimulando suas faculdades mentais pelo ambiente que o cerca, considerando "como uma função do conhecimento social e cultural global do adolescente". (p. 73) Nesse sentido, um conceito forma-se também abstraindo e isolando elementos de forma abstrata, independente da atividade concreta. Vygotsky (2005, p. 95) afirma que para a verdadeira formação de conceitos a síntese deve combinar-se com a análise. Na sua análise esclarece que "o adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras" (p. 99), indicando a dificuldade que ele apresenta ao realizar a abstração.

Da mesma forma, quando, após a apropriação de um conceito, novas situações concretas se apresentarem, encontrará novamente dificuldades na sua elaboração. Conforme Vygotsky (2005), "a transição do abstrato para o concreto mostra-se tão árdua para o jovem como a transição primitiva do concreto para o abstrato". (p. 100). Nesse sentido, chama a atenção para o percurso que os adolescentes desenvolvem na formação de conceitos: quando examinamos o processo de formação de conceitos em toda sua complexidade, este surge como um *movimento* do pensamento dentro da pirâmide de conceitos, constantemente oscilando entre duas direções, do particular para o geral e do geral para o particular. (p. 100-101).

Na perspectiva vygotskyana, a linguagem do meio ambiente, com seus significados, indica o caminho que as generalizações infantis seguirão. O pensamento da criança desenvolve-se de acordo com o seu nível intelectual, e é a comunicação verbal com os adultos que impulsionará o amadurecimento do pensamento conceitual. A função comunicativa da linguagem permite ao homem vivenciar um processo de interlocução constante com seus semelhantes. No entanto, a linguagem não exerce apenas o papel de instrumento de comunicação; também permite ao homem formular conceitos e, portanto, abstrair e generalizar a realidade pelas atividades mentais complexas.

Pela palavra designam-se e representam-se objetos, mas também se abstraem e se generalizam suas características. Nesse sentido, para que se forme o pensamento conceitual o professor pode proporcionar atividades que estimulem o intelecto dos alunos conduzindo a que seu raciocínio atinja níveis mais elevados.

Vygotsky, em suas experiências, dividiu o processo de formação de conceitos em três fases principais. Na primeira predomina a imagem sincrética, na qual a criança ao agrupar objetos, o faz de forma desorganizada, sem qualquer fundamento, misturando os mais diferentes elementos de forma desarticulada, revelando uma extensão difusa do significado do signo, que designou como "palavra artificial".

Na segunda fase, denominada "pensamento por complexos", a criança estabelece relações entre os objetos, afastando-se do sincretismo e avançando em direção ao pensamento objetivo. Segundo Vygotsky, "o pensamento por complexos já constitui um pensamento coerente e objetivo, embora não reflita as relações objetivas do mesmo modo que o pensamento conceitual". (2005, p. 76). O pensamento por complexos representa uma passagem para um nível mais elevado, o pseudoconceito, que serve de ligação entre o pensamento por complexos e o pensamento conceitual, pois dá início à unificação das impressões desordenadas, criando uma base para generalizações posteriores.

A terceira e última fase é aquela que, após o desenvolvimento do pensamento abstrato, combinado com o pensamento por complexos em sua fase mais adiantada, permite que o sujeito avance até a formação dos verdadeiros conceitos. Assim Vygotsky a explica: "Um conceito só aparece quando os traços abstraídos são sintetizados novamente, e a síntese abstrata daí resultante torna-se o principal instrumento do pensamento." O papel decisivo nesse processo é garantido pela palavra, por meio da qual se dirigem todos os processos parciais da fase mais avançada da formação de conceitos.

Vygotsky investigou ainda dois tipos de conceitos: "cotidianos" e os "científicos". Os conceitos cotidianos são aqueles construídos a partir da vivência do sujeito, do seu dia-a-dia; compreendem, ainda, aqueles que, durante seu processo de desenvolvimento, a criança vai formulando na medida em que utiliza a linguagem para nomear objetos e fatos presentes em sua vida diária. Ao falar, ela vai se referindo à realidade exterior e, quanto mais interage dialogicamente com seus semelhantes, mais vai se distanciando de uma fase em que o conceito está diretamente ligado ao concreto para tornar cada vez mais abstrata a forma de generalizar a realidade. Por exemplo, a criança, quando bem pequena, para falar de um carro, tem de estar diante dele, mas, aos poucos, vai se distanciando dessa situação, em que o nome faz parte do objeto para se referir a ele, ou seja, é possível falar de um carro mesmo que não esteja diante de um.

Os conceitos científicos formam-se, em geral, a partir da aprendizagem sistematizada, principalmente por meio da educação. (LURIA, 2001, p. 114). A escola tem um papel importante na formação dos conceitos científicos porque propicia um conhecimento sistemático sobre aspectos que não estão associados ao seu campo de visão.

Dessa forma, o aluno, além de ter acesso ao conhecimento científico construído e acumulado pela humanidade, de forma mediada, pode se conscientizar dos seus próprios processos mentais. Por conseguinte, o aprendizado escolar exerce significativa influência no desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Portanto, destacamos a importância do aprendizado no desenvolvimento do sujeito pela relação com o ambiente sociocultural, mediado pela participação de outros indivíduos da mesma espécie. Para Vygotsky, muitas vezes a pessoa não consegue, de forma independente, realizar tarefas, precisando, para isso,do auxílio de outras, o que ele chamou de "nível de desenvolvimento potencial", ou seja, a capacidade para realizar as tarefas somente com a ajuda de outros. Essa idéia exprime a importância que Vygotsky atribui à interação social no processo de construção das funções psicológicas humanas e, conseqüentemente, ao seu desenvolvimento individual. Nesse sentido, estabelece dois níveis de desenvolvimento nos indivíduos: o real, que é aquele no qual o sujeito realiza tarefas de modo independente, e o proximal, que "é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes". (VYGOTSKY, 1998, p. 112).

Assim, compreende-se que a zona de desenvolvimento proximal é o percurso que o sujeito vai percorrer para desenvolver suas capacidades mentais, consolidando-as até chegar ao nível de desenvolvimento real. Nesse sentido, o nível de desenvolvimento potencial representa as etapas posteriores às já alcançadas, com a relevante contribuição de outras pessoas, interferindo no resultado da ação individual. Cabe aqui salientar a importância da interação social nesse processo. Portanto, o nível de desenvolvimento mental do aluno não pode ser determinado apenas pelo que consegue produzir de forma independente. É necessário conhecer o que consegue realizar mesmo necessitando do auxílio de outras pessoas para fazê-lo. E é com base nesses dois níveis que se define a zona de desenvolvimento proximal. Na interpretação de Oliveira:

> A zona de desenvolvimento proximal refere-se, assim, ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções consolidadas, estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real. A zona de desenvolvimento proximal é, pois, um domínio psicológico em constante transformação : aquilo que uma criança é capaz de fazer com a ajuda de alguém hoje, ela conseguirá fazer sozinha amanhã. É como se o processo de desenvolvimento progredisse mais lentamente que o processo de aprendizado; o aprendizado desperta processos de desenvolvimento que, aos poucos, vão tornar-se parte das funções psicológicas consolidadas do indivíduo. (1997, p. 60).

Por meio de experiências de aprendizagens compartilhadas atua-se na zona de desenvolvimento proximal, de modo que funções psicológicas ainda não consolidadas venham a amadurecer. Dessa forma, verificamos o quanto a aprendizagem interativa permite que o desenvolvimento avance, ressaltando a importância das trocas interpessoais na constituição do pensamento. A internalização desse conhecimento ocorre por meio da linguagem e por meio da interação com pessoas do seu ambiente, com o que a criança apreende seus significados lingüísticos e, com eles, o conhecimento de sua cultura. Para Leontiev (2004, p. 279), o homem "é um ser de natureza social", de modo que a formação humana depende da sua vida em sociedade e é baseada na sua cultura.

Portanto, o funcionamento mental mais complexo das crianças forma-se nas regulações verbais realizadas por outras pessoas conduzindo a que sejam substituídas aos poucos por auto-regulações, à medida que a fala vai sendo internalizada. Assim, para a prática pedagógica, o conceito de desenvolvimento proximal traz algumas implicações, pois o professor passa a ser agente do processo educacional e rompe-se com o conceito de que as turmas devem ser organizadas de forma homogênea; o diálogo deve permear constantemente o trabalho, sendo a linguagem a ferramenta psicológica mais importante. Além disso, o processo de apropriação de significados passa a ter uma importância vital.

Cabe aqui abrir um parênteses para analisar o papel da escola nesse processo. A tendência da escola, ainda hoje, é de valorizar apenas o nível de desenvolvimento real dos alunos. Observamos isso facilmente quando eles têm de realizar as atividades propostas sozinhos. Não que eles não o devam fazer, porém, quando o aluno demonstra dificuldade, o professor, ou seus pares, intervindo, estimulando-o ou apoiando-o, por meio de experiências de aprendizagem compartilhadas, poderão ajudá-lo a resolvê-las.

Nessa perspectiva, o professor deve organizar atividades em grupo que estimulem a cooperação entre os seus componentes, fortalecendo, assim, funções ainda não consolidadas ou contribuindo para a abertura de zonas de desenvolvimento proximal até que o aluno consiga produzir as atividades de modo independente. Palangana (1998,

p. 152) destaca a importância da experiência compartilhada, do diálogo, da colaboração, na concepção da aprendizagem como um processo de trocas verdadeiramente social. Conforme suas idéias:

> Do ponto de vista da instrução sistemática, esse é o grande desafio que se coloca a uma prática pedagógica pretensamente interacionista: discutir as interações criança/adulto e criança/criança com base em dados empíricos contextualizados historicamente. O desenvolvimento não se produz, apenas, por uma soma harmoniosa de experiências, mas acima de tudo através de vivências em matrizes sociais diferentes, cujos interesses e valores são, freqüentemente, contraditórios. A criança aprende opondo-se a alguém, identificando-se, imitando, estabelecendo analogias, internalizando símbolos e significados, tudo isso em um ambiente social e historicamente localizado. Assim, é preciso considerar que as interações sociais educativas pressupõem a manifestação e o confronto de diferentes idéias, gestadas em momentos distintos. (1998, p. 157).

Portanto, a aprendizagem interativa contribui para que o desenvolvimento avance. As trocas interpessoais para a constituição do conhecimento levam a que as funções mentais sejam desafiadas, ampliando o seu nível de aprendizagem e contribuindo, assim, para o desenvolvimento do aluno. Desse modo, ele consegue, após as experiências compartilhadas, produzir atividades individualmente.

Ao mesmo tempo, a formação da consciência e sua gênese social, assim como o uso das ferramentas simbólicas para a construção das funções psicológicas superiores, constitui-se na essência da teoria histórico-cultural desenvolvida por Vygotsky. A posição vygotskyana com relação ao desenvolvimento do ser humano constitui-se na afirmação de que a consciência possui uma estrutura semiótica e que o método mais adequado para investigá-la é analisar e compreender como se formam os signos. Nesse sentido, o sujeito não se constitui de dentro para fora nem é um reflexo passivo do meio em que vive, mas produto do contexto sociocultural, assim como a consciência não é originária dos signos, mas resultado dos próprios signos. Segundo Vygotsky: "O uso de signos conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processos psicológicos enraizados na cultura." (1998, p. 54).

Para ele, os princípios das funções superiores do indivíduo são fundamentais na idéia de que esses processos têm uma origem social, provinda das relações do indivíduo com os objetos e com outras pessoas, ou seja, das condições objetivas da sua vida social. Esses processos refletem concretamente sua ação sobre os objetos, principalmente os sociais. Num sentido mais amplo, essa gênese social significa que toda cultura é social, pois é produto da vida e da atividade social do indivíduo.

Os signos, como instrumentos psicológicos, constituem-se em ferramentas auxiliares no controle da atividade psicológica, aparecendo como marcas externas que fornecem um suporte concreto para a ação do homem no mundo. Segundo Vygotsky: "A internalização de formas culturais de comportamento envolve a reconstrução da atividade psicológica tendo como base as operações com signos." O processo de combinação de uso de ferramentas simbólicas, proporcionadas pelos signos e pela cultura nas atividades psicológicas, constitui a função psicológica superior.

As funções psicológicas superiores são de natureza cultural e concebidas como transformações qualitativas que ocorrem na inter-relação de fatores externos e internos. São esses mecanismos psicológicos que diferenciam o ser humano dos animais e que o tornam capaz de raciocinar, planejar, tomar decisões, solucionar problemas. Segundo Vygotsky, "o momento de maior significado no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata acontece quando a fala e a atividade prática, então duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem". (1998, p. 33).

Nesse sentido, tanto a fala quanto o uso de signos representam uma mudança fundamental no desenvolvimento intelectual, desencadeando novas relações com o meio, bem como uma nova organização no comportamento, passando a controlar e planejar suas ações. Quando a criança organiza suas atividades, usa a fala de modo diferenciado, ou seja, inicialmente, guia a sua ação e, após, planeja-a visando à socialização do seu intelecto prático. A fala assume, dessa maneira, funções diferentes no processo de desenvolvimento (produzindo mudanças qualitativas). Ainda, com o uso da fala ocorre a evolução da percepção e, conseqüentemente, um avanço no desenvolvimento cognitivo com a utilização de formas mais complexas: passa a fazer uso da síntese, tornando a fala analítica.

Outra função importante da estrutura psicológica é a atenção, pois ela dirige voluntariamente o aluno para elementos do ambiente definidos como relevantes, significativamente construídos. Anteriormente, a criança solucionava problemas de forma involuntária; agora, a partir de uma conexão estabelecida, passa a usar um sistema de signos no seu processo de escolha.

Ampliando o campo da atenção, o sujeito constrói estruturas dinâmicas e sucessivas ao longo do tempo, combinando elementos dos campos visuais, passado e presente, num único campo de atenção, que leva à reconstrução de outra função, a memória. Em relação a essa função, o foco principal baseia-se na distinção entre dois tipos de memória: a memória natural muito próxima da percepção, que surge a partir de estímulos externos, e a memória indireta mediada pelos signos. O uso de signos conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento, que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processos psicológicos de origem sociocultural. A memória é evocada de forma diferente durante o processo de desenvolvimento. Segundo Vygotsky: "Para as crianças pensar significa lembrar; no entanto, para o adolescente, lembrar significa pensar." (1998, p. 67).

Quando acontece uma referência entre instrumento e signo na atividade psicológica, usa-se o termo "funções psicológicas superiores" ou "comportamento superior." As atividades vão sendo transformadas durante o processo de internalização: uma operação externa é reconstruída internamente; um processo interpessoal transforma-se em intrapessoal pelo uso da atenção voluntária e da memória lógica, e, finalmente, as vivências construídas ao longo do desenvolvimento transformam o processo interpsicológico em intrapsicológico.

As funções psicológicas superiores construídas na mediação com instrumentos e signos acontecem de fora para dentro do indivíduo, constituindo a internalização um processo fundamental no desenvolvimento do funcionamento psicológico humano e provocando, assim, a compreensão dos conceitos estudados.

A etnomatemática procura entender as possibilidades de incorporar ao currículo escolar a diversidade cultural, trazendo para a escola a memória cultural dos mais variados grupos humanos, seus mitos, seus códigos e símbolos, procurando resgatar aspectos que historicamente têm ficado fora da educação formal. Nesse sentido, o cotidiano trazido para dentro da escola mostra-se como um lugar onde os indivíduos do grupo compartilham saberes, códigos de conduta, crenças, valores, enfim, uma realidade interpretada e subjetivamente dotada de significados atribuídos pelos que a vivenciam.

Nesse "clima" interativo e cultural, as funções superiores da pessoa, como interpreta Vygotsky, são relações sociais internalizadas. As funções psicológicas são funções de significação que as múltiplas relações sociais têm para cada um dos envolvidos nela, com todas as contradições e conflitos que envolvem em determinadas condições sociais. Portanto, a etnomatemática pode exercer uma grande influência no desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Analisando os pressupostos do paradigma interacionista de Vygotsky, encontramos muitos pontos em comum com a etnomatemática:

- a cultura e a história como responsáveis pela construção do saber e conseqüentemente do desenvolvimento do indivíduo;
- o conhecimento dá-se com base em relações interpessoais e intrapessoais, pois é na troca com outros sujeitos que vão se internalizando conhecimentos, papéis e funções sociais;
- a história e a cultura caracterizam-se como peças importantes na construção do conhecimento, no qual estão presentes as experiências, os hábitos, as atitudes, os valores e a linguagem daqueles que vivem num mesmo contexto;
- a linguagem exerce um papel fundamental na comunicação assim como no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretar o mundo real.

Pela concepção de Vygotsky, é na zona de desenvolvimento proximal que a interferência de outros indivíduos é a mais transformadora; logo, um ambiente etnomatemático, onde as relações do indivíduo com o meio sociocultural são essenciais, gerará um espaço de interferência constante na promoção do desenvolvimento. Nesse sentido, o processo ensino-aprendizagem toma como ponto de partida o nível de desenvolvimento real do sujeito, ou seja, os conhecimentos que ele traz consigo, os significados do seu grupo cultural que servirão como base para promover conhecimentos e, conseqüentemente, formar cidadãos com condições de intervir e transformar o seu meio conforme as suas necessidades.

3 INTERAÇÕES NO CONTEXTO ETNOMATEMÁTICO E A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

O processo ensino-aprendizagem ocorre, sobretudo, quando se estabelecem relações entre sujeitos, as quais podem se dar em vários ambientes, institucionais ou não. O mundo contemporâneo assiste a um desenvolvimento *on line* na produção do conhecimento. Na escola esse papel cabe ao professor com seu aluno, ou, ainda, aluno com aluno, pela interação entre os sujeitos "mais experientes em colaboração com os menos experientes" (VYGOTSKY, 2005, p. 133), tendo como meio a linguagem para a construção dos conceitos de forma sistematizada. Ao utilizarmos de situações do cotidiano profissional de pais e alunos, as experiências de aprendizagens compartilhadas podem contribuir para a compreensão dos conceitos pertinentes à função, conteúdo desenvolvido nas primeiras séries do ensino médio.

Assim, neste capítulo apresentamos a análise do processo em que a interação entre sujeitos na sala de aula (professor/alunos e alunos/alunos) pode promover a aprendizagem e, conseqüentemente, o desenvolvimento dos alunos, ou seja, ao dar um passo no aprendizado, o aluno desenvolve-se duas vezes mais (VYGOTSKY, 1998, p. 109). A fase empírica da investigação foi realizada com uma turma de primeira série do ensino médio no período de abril a julho de 2005, na qual a professora foi a própria pesquisadora. Para realizar a análise fizemos uso da transcrição das aulas, gravadas em fita cassete, dos relatórios dos alunos, dos seus trabalhos e das conversações anotadas.

Ao trabalhar com situações do dia-a-dia, buscamos verificar se houvera avanços quanto à compreensão dos significados dos conceitos matemáticos relacionados à função com base na teoria histórico-cultural e nos fundamentos da matemática. Nesse sentido, a "partilha" de informações no processo poderá promover um grande adicional ao entendimento dos conceitos, enriquecendo, dessa forma, a aprendizagem.

Os critérios estabelecidos vêm ao encontro da busca exaustiva de muitos educadores pela melhoria na qualidade do processo ensino-aprendizagem de matemática, fundamental nesse momento de crescimento tecnológico. Assim, pretendemos compreender como as interações sociais podem contribuir para que os conceitos ligados à função, quando são utilizadas situações- problema do cotidiano, servem como apoio pedagógico para a compreensão pelos estudantes. Com isso, esperamos contribuir no sentido de valorar a cultura ou os conhecimentos prévios dos alunos como alternativa para enriquecer a compreensão dos conteúdos já citados, tão utilizados em diversas atividades profissionais.

O presente capítulo divide-se em três partes, assim constituídas: a primeira consta da descrição da proposta, como foi aplicada, com considerações sobre as situações surgidas durante o processo; na segunda analisamos como as interações entre os sujeitos podem contribuir para a compreensão e a formulação dos conceitos num ambiente dialógico, promovendo o seu desenvolvimento; por fim, na terceira, explicitamos as implicações que a presente pesquisa suscitou.

3.1 Os caminhos percorridos

Como a intenção era realizar as atividades com instrumentos relacionadas ao cotidiano de vida dos alunos e de seus pais, antes de desenvolver a proposta propriamente dita, fizemos um levantamento das atividades extraclasse desenvolvidas por eles e procuramos saber como percebem as relações do meio em que vivem com o conteúdo formal e sistemático da matemática desenvolvido na escola (Apêndice 2). Com o objetivo de fazer da matemática "algo vivo" (D'AMBROSIO, 2002, p. 46), com os resultados obtidos fizemos uso de situações reais para desenvolver a compreensão dos conteúdos propostos.

Nessa perspectiva, a pesquisa foi realizada utilizando instrumentos do cotidiano do aluno, de sua família e por meio de maneiras, de modos, de técnicas que permitem explicar, conhecer, entender, lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural na qual ele está inserido (D'AMBROSIO, 200 4, p. 26). Nesse caso, a interação social na sala de aula, acreditamos, tem um importante papel na condução das atividades. Conforme expressa Cros, '[...] hemos definido la clase como um gênero discursivo, es decir, como um conjunto de enunciados que se producen em um âmbito convencionalizado, de rasgos discursivos y la utilización de unos recursos destinados a incrementar la eficácia del discurso". (2003, p. 71).

Para começar, procuramos saber dos alunos e de seus pais que relação existe, no seu entendimento, entre a matemática utilizada no dia-a-dia e a desenvolvida em sala de aula por meio da seguinte questão: "A matemática da escola tem alguma relação com a matemática do cotidiano fora da escola? Justifique."

Analisando o material coletado, verificamos que para a maioria dos estudantes e dos pais a relação que existe concentra-se apenas nas operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), como podemos observar em algumas respostas:

> Luís[21]: Algumas coisas sim, como somar e subtrair e, às vezes, a multiplicação.
> Anita: Eu acho que um pouco, porque nas despesas você precisa fazer contas para pagar.
> José: Sim, mais é usada só o básico, adição, subtração, multiplicação e divisão.

Alguns arriscam expressar algo mais como:

> Renata:Sim, quando faço compras para calcular quanto tenho, quanto posso gastar, o custo e ainda, para fazer bolo, pão, etc. a quantidade dos ingredientes.
> Vicente: Sim. No nosso trabalho temos que somar o dinheiro ganho e diminuir as despesas, dividir entre os empregados e deixar uma porcentagem para nós.

Percebemos, pelas respostas obtidas, que os alunos conseguem visualizar na matemática do cotidiano apenas as quatro operações (com exceção do estudante Luís, que excluiu a divisão no seu dia-a-dia), excluindo qualquer outro conteúdo da matemática formal no seu contexto diário. Talvez isso seja resultado de um ensino-aprendizagem realizado de maneira descontextualizada, no qual o professor, ao desenvolver os conteúdos,

---

[21] Os nomes dos alunos foram substituídos por nomes fictícios nesse diálogo e nos demais presentes nesta pesquisa.

não foi capaz de conectá-los aos contextos naturais e socioeconômicos da realidade. (D'AMBROSIO, 2002, p. 63).

A aluna Renata faz uma relação importante e muito comum no dia-a-dia das famílias com a atividade culinária, que muito bem poderia ter servido para desenvolver uma relação com os números racionais e, ainda, servir como reflexão para questões como nutrição, saúde, fome, entre outras. Se assim ocorresse, talvez os alunos tivessem condições de verificar que educar matematicamente também pode servir como tarefa formadora de cidadãos. (FREIRE, 1996, p. 33). Para o autor:

> Estar no mundo sem fazer história, sem por ela ser feito, sem fazer cultura, sem "tratar" sua própria presença no mundo, sem sonhar, sem cantar, sem musicar, sem pintar, sem cuidar da terra, das águas, sem usar as mãos, sem esculpir, sem filosofar, sem pontos de vista sobre o mundo, sem fazer ciência, ou teologia, sem assombro em face do mistério, sem aprender, sem ensinar, sem idéias de formação, sem politizar não é possível. (p. 58, grifo do autor).

É necessário chamar a atenção que, de acordo com Freire, todos nós educadores devemos ter responsabilidades com relação à educação, independentemente da disciplina que ministramos ou do grau de ensino.

No caso de Vicente, como ele trabalha com seus pais na lavoura, no cultivo de hortaliças, e ajuda-os na comercialização dos produtos, com facilidade conseguiu relacionar, além das operações comuns da prática diária, o cálculo de porcentagem utilizado como produto final para verificação de lucros. Nessa situação real e concreta, é possível explorar as experiências por ele vivenciadas e incorporá-las ao conjunto de informações estabelecidas, podendo, além de relacioná-las com o conteúdo formal, utilizá-las também para a percepção da sua realidade. (D'AMBROSIO, 1986, p. 51).

Podemos observar ainda que alguns alunos não conseguem identificar nenhuma relação entre o cotidiano fora da escola e o da sala de aula, como percebemos nas seguintes declarações:

> Roberta: Na verdade não. Matemática é uma coisa boa mas é muito complicado.
> Mário: Na minha vida não, mas tem muita gente que precisa, exemplo, os contadores.

Apesar de os alunos não conseguirem perceber concretamente as conexões, notamos que, quando a estudante Roberta se refere a "uma coisa boa", na sua opinião, a matemática pode ser "boa" por ser algo útil, apesar de sua aprendizagem ser "complicada." No caso do estudante Mário, ao exemplificar a atividade do contador, apesar de ter feito a relação, não conseguiu percebê-la.

Para D'Ambrosio (1999, p. 97), um dos maiores erros que praticamos em educação matemática é o de separar a matemática das atividades desenvolvidas pelos sujeitos, a qual está presente em todas as formas de fazer e de saber. Os professores não conseguem levar o aluno a ter essa percepção, e a escola não proporciona situações que promovam análises e interpretações do cotidiano do sujeito. (SOUZA, 1999, p. 142). Acreditamos que esse possa ser um dos motivos pelos quais os alunos não conseguem relacionar suas vivências e atividades com o saber sistemático.

As respostas dadas por alguns pais não estão muito distantes do pensamento dos filhos. Vejamos:

> Pai 1: Sim é utilizada em várias coisas ao calcular um metro de madeira, ao calcular um hectare de terra, no escoamento de produtos.
> Pai 2: Acho que sim, pois eu vivo somando, diminuindo, multiplicando e dividindo as contas.
> Pai 3: Depende da matemática, porque essas contas e problemas não são usados. É mais contas de mais (no mercado, farmácia,...) e de menos, vezes e dividir. Certas contas não são usadas.
> Mãe: Não. Acho que a matemática moderna só serve para confundir a cabeça das crianças, porque só a usamos na teoria e não na prática. Não acho que tenha grande importância, me pergunto por que usar letras em contas se, no final, elas não terão importância alguma e nunca ou raramente irão aparecer.

Novamente percebemos pelas respostas que as interpretações dadas pelos alunos e pelos pais investigados se assemelham. Em geral, eles consideram a matemática escolar fora do contexto concreto da vida profissional e mesmo diária, a não ser as operações básicas da aritmética. Talvez esse seja um dos motivos pelos quais os alunos, e mesmo os pais, considerem a matemática escolar como algo distante, muitas vezes inútil e sem sentido. Isso talvez possa ser resultado da forma como o professor desenvolve os conteúdos, não permitindo aos alunos perceberem a presença da matemática nos diversos contextos reais. Pensamos que, se o professor reconhecer seu aluno como um sujeito histórico, poderá dar sentido à valorização da transmissão da experiência histórico-social e, também, do conhecimento socialmente existente na prática educativa. (DUARTE, 2001, p. 93).

Segundo D'Ambrosio (2002, p. 22), "o cotidiano está impregnado de saberes e fazeres próprios da cultura". Afirma o autor que o conhecimento faz parte do meio sociocultural no qual o sujeito está inserido; logo, o ponto de partida do processo educativo encontra-se nos diversos ambientes em que o sujeito se integra, seja na família, seja no trabalho, seja nas atividades do dia-a-dia, nas brincadeiras. Portanto, ao chegar à escola, o aluno está "impregnado" de conhecimentos que adquiriu na sua interação social com o meio e que constituem o seu conjunto de valores, normas de comportamento e estilo de saberes "compartilhados por indivíduos vivendo num determinado tempo e espaço". (D'AMBROSIO, 2005, p. 21).

Nesse sentido, citamos também a dificuldade que os alunos enfrentam ao se deparar com as "letras" (chamadas variáveis) no estudo da matemática. A concepção atual de variável tem a conotação de símbolo, a qual pode ser substituída por coisas de um determinado conjunto, quando consideradas distintas. Assim como os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, as variáveis nem sempre são letras. Na geometria os pontos representam as variáveis; a variável f, na análise, muitas vezes representa uma função. (USISKIN, 1995, p. 11).

O uso das variáveis é muito comum como um instrumento para expressar uma generalização, ou, ainda, todos os casos particulares de uma maneira concisa. (DEMANA, LEITZEL, 1995, p. 74). Para os autores "a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretos dá aos alunos a percepção de que as variáveis podem representar números de vastos conjuntos numéricos e de que elas são instrumentos úteis na descrição de generalizações" (p. 74), que mais adiante aparecerão no processo de análise.

Podemos verificar que um dos aspectos que, normalmente, representam uma dificuldade para os alunos em relação aos conteúdos matemáticos é a abstração. Entretanto, como sabemos, a abstração favorece a generalização dos conceitos e amplia as possibilidades do saber matemático. (MICOTTI, 1999, p. 162). Observamos que, apesar de a matemática estar presente na vida diária das pessoas, as idéias e os procedimentos matemáticos parecem distintos dos utilizados no dia-a-dia. Para a autora, "a experiência prática não é diretamente retratada nos entes criados pela razão humana, cujas relações são logicamente definidas e expressas em equações". E mais, "essas relações também são estabelecidas segundo pressupostos e conceitos criados pelo raciocínio". (p. 163). Nas suas palavras,

> o saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem ações abstratas. A leitura (compreensão) de escritas matemáticas requer o conhecimento do sistema de notação. Sem esse conhecimento, torna-se difícil ligar as expressões simbólicas com os seus significados. Tais características exigem do ensino medidas específicas para que as informações veiculadas nas aulas se transformem em conhecimento. Para resolver uma equação, o indivíduo precisa saber, pelo menos, o significado dos símbolos utilizados, as relações implícitas e os passos e os procedimentos adequados a cada situação; se desconhecer isso ou parte disso, os resultados são prejudicados. (1999, p. 163).

Nesse sentido, Micotti amplia seu pensamento, indicando o aspecto que diferencia o saber matemático de outros saberes:"O método dedutivo, as demonstrações, as relações conceituais logicamente definidas e a especificidade das representações simbólicas com seus significados precisos, diferenciam o saber matemático dos demais saberes". (p. 163).

Dessa forma, entendemos ser importante organizar atividades de ensino que propiciem o aperfeiçoamento do raciocínio do aluno estabelecendo relações entre o conteúdo a ser trabalhado, o método e os processos cognitivos. Para tanto, o professor, ao planejar as suas aulas, pode organizar situações-problema que exijam do aluno a interpretação, o pensar, ou seja, "fazer inferências sobre o que observa". (MICOTTI, 1999, p. 165).

Acreditamos que utilizar as representações sociais, o conhecimento particular, da vivência do aluno, pode servir como uma ferramenta eficaz no sentido de ajudar no trato da matemática em sala de aula. Como sabemos, a matemática sempre teve uma função social e profissional: contar, calcular, resolver problemas. Assim, o professor e o aluno, como atores sociais, carregam consigo saberes construídos no dia-a-dia trazendo esse conhecimento para a escola. Nesse caso, a identificação dos elementos desse conhecimento cotidiano, estabelecendo relações com o conhecimento formal da sala, de aula pode representar um passo importante em relação às dificuldades que se observam no dia-a-dia escolar em relação à educação matemática. Assim, concebemos a identificação das representações dos alunos (saberes do dia-a-dia) sobre as dimensões abstratas e concretas da matemática tão importantes no seu desenvolvimento como uma relação que poderá contribuir para o ensino-aprendizagem da matemática

Ainda com relação às informações obtidas por pais e alunos, as respostas serviram como suporte na organização das atividades pedagógicas na busca da formulação dos conceitos e da compreensão da função. Acreditamos que, ao incluir situações da vida cotidiana nas atividades pedagógicas, podemos dar sentido à realidade (LEMBO, 1975, p.18), tornando o ensino-aprendizagem da matemática significativo e atraente. Assim, cada idéia, cada movimento e cada vivência (VYGOTSKY, 2004, p. 462) serviram como inspiração para a elaboração da prática pedagógica.

Nesse sentido, na elaboração e na execução deste estudo tivemos a preocupação de, conforme afirma Duarte, "reconhecer a historicidade do ser humano," sua realidade, se u contexto social, cultural e escolar, tendo como foco a aprendizagem da matemática num ambiente essencialmente interativo. Priorizamos a participação ativa e cooperativa dos alunos tendo o cuidado de respeitar a individualidade de cada um, suas falas, seus questionamentos, suas dúvidas, suas posições e, sobretudo, seu silêncio. Fizemos uso do diálogo em quase todos os momentos, lançando-lhes perguntas, induzindo-os ao raciocínio, numa tentativa de conseguir avanços quanto às formas superiores de pensamento.

Normalmente, após as discussões e interlocuções, os alunos realizavam tarefas orientadas por escrito, com o objetivo principal de avaliar os progressos ou as dificuldades manifestadas e, conseqüentemente, de seguir ou rever a seqüência didática e metodológica da próxima aula. Para isso, analisávamos os diálogos, o material escrito, as gravações e a própria dinâmica da sala de aula e elaborávamos ou reelaborávamos a seguinte, focadas sempre nas dificuldades manifestadas pelos alunos ou na metodologia empregada, procurando adequá-la às necessidades, no sentido de qualificar a compreensão dos conceitos abordados.

O processo desenvolveu-se num ambiente interativo-afetivo, num clima de liberdade e respeito, valorizando as exposições e incentivando-as. As atividades foram sempre realizadas de forma coletiva, com os sujeitos posicionados em círculo, ou interagindo dois a dois, ou, ainda, em grupos de três ou mais alunos. Além disso, sempre que necessário, atendíamos individualmente cada aluno.

Destacamos como ponto crucial os cuidados que tivemos durante todo o processo com relação a caminhar com os olhos sempre voltados para os pressupostos teóricos definidos como marco para a condução da pesquisa, neste caso a teoria histórico-cultural, tendo como suporte a etnomatemática, para a melhoria do processo ensino-aprendizagem.

3.1.1 O processo

A opção pela escolha da turma para desenvolver a pesquisa deu-se pelo fato de ser um grupo heterogêneo quanto às atividades dos pais e deles mesmos, por ser uma turma que apresentava maior carência financeira e, sobretudo, pela empatia estabelecida desde o primeiro dia de aula entre a professora e os alunos. Registramos que, quando foi comentado com os alunos sobre a proposta de trabalho a realizar na turma, a receptividade foi muito boa, tanto que participaram ativamente durante todo o processo. Como o grupo era constituído por adolescentes, a proposta foi elaborada com atividades que os desafiassem a pensar sobre situações reais com o intuito de elaborar conceitos.

Para Vygotsky (2005, p. 104), "o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero", logo, o professor que desenvolve suas atividades baseadas nessa lógica não obtém bons resultados. Dessa forma, procuramos elaborar atividades que incentivassem o raciocínio, a reflexão, baseadas em situações de interesse dos alunos. Vergnaud afirma a respeito:

> um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Esse processo de elaboração programática é essencial para a psicologia e para a didática, bem como, de resto, para a história das ciências. Falar de elaboração pragmática não constitui de modo nenhum, uma avaliação prévia da natureza dos problemas para os quais um conceito novo traz uma resposta: estes problemas tanto podem ser teóricos como práticos. (1996, p. 156).

Assumimos aqui que, ao longo do presente trabalho, a formação dos conceitos foi produto da participação dos sujeitos em interações de forma compartilhada, nas quais as situações-problema apresentadas serviram para a sua compreensão e elaboração. Nesse sentido, o conhecer e o aprender constituíram atividades de natureza social. Numa abordagem sociocultural os conceitos estão enraizados em linguagens sociais e são apropriados com base nos discursos que estão neles inseridos. Em razão disso, priorizamos desenvolver a proposta de forma dialógica e interativa com o objetivo de produzir movimentos de aprendizagens com riqueza de argumentos. Conforme o pensamento de Quiroga:

> Na dialética da interação e da tarefa compartilhada, todos e cada um são protagonistas de seu esclarecimento como sujeitos do conhecer. Todos são filhos de sua própria aprendizagem. É o diálogo grupal que possibilita a conceitualização a conquista de um nível simbólico que integra o plano da experiência, mas também o supera. (1987, p. 26).

É importante ressaltar que, apesar da liberdade quanto à manifestação de idéias por parte dos alunos, procuramos manter a coerência quanto ao tema desenvolvido, evitando mudanças ou desvios no caminho seguido. O diálogo serviu como uma prática pedagógica articulada entre a professora e os alunos, buscando comunicar-se a partir do aprofundamento e da compreensão do tema abordado. (BENINCÁ; ARAÚJO, 2004, p. 19). Percebemos que, à medida que as aulas avançavam, mais alunos criavam "coragem" e expunham oralmente suas idéias de forma natural e espontânea. Acreditamos que, ao estabelecer uma relação de confiança e valorização às exposições dos alunos, eles se sentiram motivados a falar sem receio de se exporem negativamente.

Apesar de promovermos a interação verbal na maior parte do desenvolvimento da proposta, tivemos sempre cuidado com os alunos que realizavam sua aprendizagem de forma introspectiva, verificando sua compreensão, interagindo individualmente ou analisando suas tarefas escritas. Observamos que muitos deles, apesar de não se expressarem oralmente, conseguiram um bom nível de compreensão. A essas colocações acrescentamos a importância das interações no processo ensino-aprendizagem, como salientam Goodman e Goodman:

> O estudante está imerso em um contexto situacional no qual os problemas precisam ser resolvidos e as experiências precisam ser compreendidas. O professor está presente quando as interações de aprendizagem acontecem mas sempre no papel de um mediador, apoiando tais interações sem pretender provocá-las diretamente nem controlar o aprendizado. Desta forma, as forças da invenção e da convenção são liberadas e o professor apóia o aluno para que ele alcance o equilíbrio. (1996, p. 232).

Procuramos, no decorrer da proposta, gerar situações-problema que propiciassem o envolvimento dos alunos, instigando-os a refletirem, a interrogarem, a argumentarem, a explicarem o tema estudado tendo o cuidado constante de evitar o "controle" sobre a aprendizagem. Nesse ambiente, fomos parte do processo, fazendo muitas vezes o papel do aluno,[22] a ponto de chamar a atenção de Pedro, que numa determinada ocasião falou: "A senhora virou uma aluna". Disso podemos entender a força da relação estabelecida entre a professora e os alunos e, ainda, uma proximidade muito grande com eles, encorajando-os a participarem mais ativamente do processo.

Outrossim, tivemos a preocupação com a capacidade de desenvolvimento cognitivo de cada aluno, respeitando suas condições intelectuais e, de acordo com as concepções epistemológicas da proposta, buscamos qualificar cada vez mais os conhecimentos por eles adquiridos. Conforme os argumentos de Micotti,

> fundamentar o ensino na atividade intelectual do aprendiz significa, entre outras coisas, respeitar suas possibilidades de raciocínio e organizar situações que propiciem o aperfeiçoamento desse raciocínio; significa estabelecer relações entre conteúdo, método e processos cognitivos. Este procedimento requer do professor:o domínio da matéria de estudo; a realização do mapeamento conceitual do conteúdo (reconhecimento dos conceitos básicos de assunto em pauta e das relações que se estabelecem entre eles). Requer também a identificação das modalidades de recursos cognitivos e dos conceitos cujo domínio os alunos manifestam em suas atividades. Este exame permite organizar as situações de aprendizagem como mediação para o saber matemático. (1999, p. 165)

Nesse caso, as práticas do professor vão se moldando ao longo do percurso didático-pedagógico, num constante movimento de pensar, fazer e refazer essa ação pedagógica viabilizando-a. Esclarece Micotti:

> Cabe ao professor planejar situações problemáticas (com sentido, isto é, que tenham significado para os estudantes) e escolher materiais que sirvam de apoio para o trabalho que eles realizarão nas aulas. Atividades que propiciem a sua manifestação sobre os dados disponíveis e possíveis Este procedimento requer do professor: o domínio da matéria de estudo; a realização do mapeamento soluções para os problemas que desencadeiem suas atividades intelectuais. Nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar – fazer inferências sobre o que observa, a formular hipóteses – não necessariamente, a encontrar uma resposta correta. A efetiva participação dos alunos neste processo depende dos significados das situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que já dominam. (p. 165).

[22] Para entender a posição de um aluno em relação à aprendizagem, o professor pode observar como ele interage com o objeto de estudo. Nesse sentido, o professor precisa compreender como o aluno constrói e organiza o conhecimento. (MICOTTI, 1999, p. 164). Acreditamos que para alcançar esse objetivo o professor precisa se colocar no lugar do aluno.

Para tanto, procuramos estabelecer relações com as diversas situações do cotidiano dos alunos, atribuindo significados aos conteúdos trabalhados e tendo sempre o cuidado para que os alunos se apropriassem do saber constituído (BROUSSEAU, 1996, p. 40), criando situações para que a apropriação dos conhecimentos acontecesse, reconhecendo quando ela se reproduzia. (p. 52).

Vários foram os momentos, movimentos e retornos para que acontecesse a apropriação do significado do conceito de função dada a sua complexidade, pois envolve os conceitos de domínio, contradomínio, conjunto imagem e regra de correspondência, além da própria dificuldade dos alunos, principalmente pelo fato de ser a primeira vez que tomavam contato com o tema. Entretanto, para chegar a uma condição de compreensão e formulação desses conceitos foram criadas situações como uma tentativa para explicitação das mesmas. Constatamos uma dificuldade, expressada pelos alunos e pensada por Vygotsky (2005): "O adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito." (p. 99).

Carina, que compreendeu o significado de função, definiu-a da seguinte maneira: "É uma relação que se associa, uma depende da outra, e cada grandeza tem que ter uma ligação para que seja feita a relação de cada."

A princípio, parece muito estranha a forma como ela definiu função, porém, pela situação concreta em que trabalhávamos, ela compreendeu que havia uma relação entre os conjuntos A e B. Assim, quando ela diz "cada grandeza tem que ter uma ligação para que seja feita a ligação de cada", percebe que para todo elemento de x que pertence ao conjunto A existe um só elemento y relacionado ao conjunto B. (IEZZI; MARAKAMI, p. 81).

Observamos ainda que os alunos tiveram dificuldades para interpretar as funções por meio de representações gráficas e, sobretudo, para localizar o domínio, o contradomínio e a imagem das funções desenvolvidas, assim como para a elaboração da regra de associação partindo do gráfico da função. Ao verificar tais dificuldades, refletindo sobre elas e definindo propósitos clareadores da ação educativa, optamos por realizar atividades compartilhadas, aproveitando o auxílio daqueles que haviam compreendido e realizado as tarefas de forma correta para a mediação da linguagem. Para

Tudge (1996, p. 154), "a interação com um parceiro mais competente tem-se mostrado muito eficiente na indução do desenvolvimento cognitivo".

A responsabilidade pelo processo cognitivo conduz a que a professora organize outras atividades (outros problemas), que possam garantir um certo êxito do ensino-aprendizagem. Vygotsky (2004, p. 168) afirma que "é necessário organizar a aula de modo tão pedagógico, desmembrar de tal forma o material que sobre os momentos de ascensão da força da atenção recaiam as passagens mais importantes e de choque [...]". Dessa forma, obtivemos avanços que puderam ser percebidos ao ser realizada uma atividade individual. Pensamos que, conforme as palavras do autor citado, os alunos conseguiram avançar no seu ritmo cognitivo. Auxilia-nos Vygotsky:

> Garantir o êxito do ensino e da aprendizagem, o mestre deve assegurar não só todas as condições do desenvolvimento correto das reações mas, o que é mais importante, uma atitude correta. De pleno acordo com a teoria psicológica, pode-se dizer que a ênfase principal na educação é de recair precisamente sobre as atitudes. Em função disso o mestre deve sempre levar em conta se o material que ele oferece corresponde às leis básicas da atividade da atenção. (2004, p. 168).

Assim, além de organizar as atividades que mantivessem os alunos sempre com a atenção voltada ao tema desenvolvido, procuramos manter em sala de aula um ambiente de liberdade, baseado no pensamento de Freire:

> a liberdade sem limite é tão negada quanto a liberdade asfixiada ou castrada. O grande problema que se coloca ao educador ou à educadora de opção democrática é como trabalhar no sentido de fazer possível que a necessidade do limite seja assumida eticamente pela liberdade. Quanto mais criticamente a liberdade assuma o limite necessário tanto mais autoridade tem ela, eticamente falando, para continuar lutando em seu nome. (1996, p. 105).

Vale acrescentar que o que pode ter contribuído para conseguirmos desenvolver a proposta nesse ambiente de liberdade com limites, sem sofrimentos para ambas as partes (professora e alunos), foi o respeito às individualidades, assim como o carinho e o afeto demonstrado aos alunos.

Foi também nesse ambiente que fizemos avaliações com o objetivo de identificar as dificuldades e, conseqüentemente, reprogramar as atividades, diversificando-as numa tentativa de melhorar o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Esse processo foi realizado no decorrer de toda proposta, de forma contínua, pelo acompanhamento das atividades realizadas. Além disso, também avaliamos e analisamos a sua metodologia, as suas ações, a sua prática educativa, os instrumentos utilizados e sua coerência com a proposta. Nesse sentido, parafraseando Freire (1996) "pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo", ou, ainda, "pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade". (p. 29).

O professor, ao avaliar a sua prática pedagógica, encontra-se sempre em movimentos de ressignificações e reprogramações, procurando superar problemas e dificuldades, pensando e refletindo sobre métodos que o auxiliem a avaliar cada situação concreta de ensino. Nesse sentido, é preciso, num movimento contínuo, procurar articular teoria e prática, concebendo o conhecimento como uma atividade inseparável da prática social, buscando garantir a união entre o desenvolvimento subjetivo e o mundo objetivo, entre o cultural e o social dos alunos. Nas palavras de Duarte:

> Para o educador, sua reprodução como indivíduo torna-se um processo de desenvolvimento de sua personalidade quando ele pode produzir a humanização dos educandos. A atividade educativa é uma atividade objetivadora e a objetivação que ela produz é o desenvolvimento dos indivíduos educandos. A objetivação do educador só se efetiva com a concomitante apropriação pelo educando. Nesse caso a atividade do educador não é um mero meio para satisfazer a necessidade de sobrevivência física, mas sim a satisfação de uma necessidade vital para ele como indivíduo, a necessidade de formar outros indivíduos de maneira humanizadora. E essa formação humanizadora tem um caráter concreto, ou seja, ela significa que o educador se posiciona ética e politicamente perante a sociedade na qual vive ele e o educando. (2001, p. 56-57).

Em suma, devemos ir além das interpretações literais, compreendendo e aprendendo a pensar criticamente, levando os alunos a se apropriarem das próprias histórias, ou seja, mergulhando em suas biografias e sistemas de significados, falando com suas próprias vozes, autenticando suas próprias experiências. (GIROUX, 1986, p. 246). A atividade educativa, nesse contexto, transforma educador e educando, dando-lhes legitimidade e autonomia nos seus discursos, nas suas falas, nos seus argumentos, nos seus escritos. Acreditamos que essa conquista conseguiremos, basicamente, pelas relações que os sujeitos estabelecem entre si mediatizados pela linguagem, que ocorrem, neste caso, na sala de aula, onde as situações de realização conjunta das atividades escolares promovem as condições para a constituição dos sujeitos singulares e, ao mesmo tempo, inseridos no seu ambiente histórico-cultural.

Nesse sentido, percebemos que existe um farto material de saberes presentes no dia-a-dia dos indivíduos, como podemos constatar com os alunos nas atividades socioculturais, como no processo de compra e venda, que serve como exemplo de uma prática diária e comum a todas as classes sociais. Nesse caso, as formas de resolução de operações aritméticas, resolução de problemas de proporcionalidade, entre outras, são exemplos em que o conhecimento matemático é utilizado por sujeitos com pouca ou nenhuma escolaridade. (SCHLIEMANN, 1998, p. 11). Para a autora, as dificuldades que os alunos apresentam com a aritmética escolar não se devem à sua incapacidade de raciocinar matematicamente, mas à não-compreensão dos sistemas simbólicos e das convenções desenvolvidas na escola. A autora comprovou tal fato ao analisar as estratégias de resolução de problemas em diferentes situações, verificando que, fora da escola, as pessoas conseguem resolver problemas mentalmente e sem dificuldades, encontrando as respostas às indagações, ao passo que na escola apresentam dificuldades errando com muita freqüência. Segundo Schliemann,

> [...] embora a experiência escolar tenha um papel importante na determinação da forma como as pessoas enfrentam problemas em contextos desconhecidos, o conhecimento matemático desenvolvido nos contextos da vida diária são flexíveis e gerais. As estratégias desenvolvidas para resolver problemas em um contexto específico podem ser aplicadas a outros contextos, desde que as relações entre as quantidades no novo contexto sejam conhecidas do sujeito e, para ele, estejam relacionadas da mesma forma como as quantidades no contexto de origem estão. (1998, p. 18-19).

É importante salientar que a matemática da vida diária muitas vezes impõe limites ao tipo de conhecimento matemático, apesar de estar presente em quase todas as situações. (p. 22). Nesse caso, faz-se necessário planejar as atividades de forma a desenvolver um conhecimento matemático mais amplo, mantendo o significado dos conhecimentos adquiridos, como ocorre no dia-a-dia. Entretanto, que estratégias podem ser utilizadas para dar significado à matemática da vida diária na escola? Ou, ainda, como desenvolver atividades em que os conhecimentos se tornem objetos com significados para os alunos, ampliando-os mesmo quando não se referem a situações da vida diária?

Acreditamos que o aluno deve perceber a necessidade dos procedimentos formais podendo dispor de um método informal para a resolução de um determinado tipo de problema. A partir dessa constatação, poderá reconhecer e discutir o método informal utilizado considerando as possíveis deficiências do método aplicando em outros problemas com um grau de dificuldade maior; então, o aluno poderá, talvez, reconhecer a necessidade de um método formal para a resolução do problema. (BOOTH, 1995, p. 35). Essa pode ser uma forma de tratar a matemática do cotidiano em que o aluno, utilizando situações diárias e aplicando os seus métodos próprios, consiga resolver problemas relacionados às situações dadas. Atividades de compra e venda podem promover o conhecimento formal pelas vias do cotidiano. (SCHLIEMANN, 1998, p. 11), assim como tantas outras situações do cotidiano que envolvem conhecimento matemático.

O diálogo transcrito a seguir pode demonstrar uma situação em que o conhecimento da matemática da vida, de forma interativa com os sujeitos envolvidos no processo, encaminha-se para o conhecimento formal, proporcionando o uso de notações, permitindo a discussão sobre novos objetos conceituais, podendo, quiçá, tornar mais claros e significativos esses conceitos. Para se chegar ao conceito da lei de formação ou regra de correspondência para uma determinada situação, utilizamos a profissão da mãe de uma aluna, diarista, estabelecendo os seus ganhos semanais em razão do número de tardes trabalhadas:

> Prof.: Se ela trabalhar uma tarde por semana quanto receberá?
> Vicente: 35 reais.
> Prof.: Se ela trabalhar duas tardes?
> Pedro: 70 reais.
> Prof.: E se forem quatro tardes?
> Vicente: 140 reais.
> Prof.: Como se pode encontrar cada um desses valores?
> Carina: Somando.
> Prof.: Como?
> Carina: 35 + 35 dá 70, duas tardes; 35 + 35 + 35 dá 105, três tardes.
> Prof.: Tem outra maneira?
> José: duas vezes 35.
> Prof.: E por quatro tardes?
> José: quatro vezes 35.
> Prof.: Como podemos escrever tudo isso de uma única maneira?
> José: x vezes 35 igual a y.
> Prof.: Se eu escrever $y = 35x$ é a mesma coisa?
> Bruna: Sim.

Podemos observar nessa simulação que a situação representada pela relação trabalho/ganho, comum na vida desses estudantes, levou-os a responderem as questões conseguindo generalizar e chegando à lei de formação $y = 35x$. Pelos conhecimentos anteriores dos alunos podemos avançar no conhecimento matemático com a formação de novos conceitos. Na compreensão de Vygotsky (2005, p. 142-143), "a transformação dos pré-conceitos (é o que geralmente são os conceitos aritméticos da criança em idade escolar) em conceitos verdadeiros, tais como os conceitos algébricos dos adolescentes, é alcançada por meio das generalizações do nível anterior". Nesse caso, podemos observar que os alunos evoluíram para um plano mais elevado de pensamento quando ocorreu a generalização, como no momento em que o aluno José percebeu a regularidade do processo, conseguindo substituir os números por letras e elaborar uma lei que representasse o processo como um todo. Podemos perceber também que a evolução no pensamento dos alunos ocorreu graças às interações, permeadas pelo diálogo, que ocorreram entre a professora com os alunos.

Assim, passamos a analisar como as interações promovem a subjetividade, a autonomia, e legitimam o saber constituído e a constituir durante todo o processo da presente pesquisa.

3.1.2 Como a interação entre sujeitos pode contribuir para a formação do conceito de função

Analisaremos agora como as práticas interativas no âmbito escolar entre os sujeitos nelas envolvidas promovem o desenvolvimento cognitivo e participam da formulação dos conceitos referentes à função. Para isso contribuíram os pressupostos epistemológicos da teoria histórico-cultural num ambiente etnomatemático. Entre os aspectos analisados destacam-se: interação no processo de formação de conceitos, sentido e significado, influência da linguagem e dos signos no desenvolvimento intelectual, zona de desenvolvimento proximal e promoção da autonomia.

Como o sujeito está inserido num ambiente de significações formadas numa determinada cultura, isto é, num ambiente social e culturalmente organizado, a forma como ele elabora seu conhecimento se gesta nas interações sociais. Entendemos, desse modo, que nessa organização social e cultural podemos encontrar as possibilidades de produção de significados que darão base e impulso à formação do sujeito, constituindo–o. Nesse sentido, "o processo ensino-aprendizagem pode-se realizar como uma interação dialética entre o sujeito e o mundo objetivo e o conhecimento caracterizado como uma construção social". (GIROUX, 1986, p. 283).

Assim, durante o desenvolvimento deste estudo observamos que a interação teve uma importância fundamental para a compreensão dos significados dos conceitos estudados. Além disso, nessa concepção de construção social, o discurso (falado ou escrito), que envolveu falantes e ouvintes, com a participação da professora, serviu como orientação e definição para os rumos da produção do conhecimento. O diálogo constante marcou significativamente o ambiente interativo da sala de aula, configurando uma grande diferença em relação às metodologias pautadas nos monólogos.

Foi num ambiente rico e dinâmico de interações que buscamos desenvolver e viabilizar a emergência de zonas de desenvolvimento proximal.[23] (VYGOTSKY, 1998, p. 113). Nesses espaços interativos viabilizaram-se as trocas interpsicológicas para que os processos intrapsicológicos delas derivadas ocorressem.

Dessa forma, ao se enraizar no processo interativo e discursivo a essência da formação dos significados, buscamos valorizar e respeitar a fala dos alunos procurando compreender sua forma de interpretação e expressão. Abrimos, aqui, um parênteses para reconhecer que "a escrita também é uma fala sem interlocutor". (VYGOTSKY, 2005. p. 123). A maneira como a aluna Carina expressou o conceito de função, como já mencionamos anteriormente, serve para exemplificar esse fato.

Ainda, na identificação de função por meio de representações por diagramas, numa das atividades propostas, o aluno Pedro justificou que um dos casos não representava uma função porque "não é possível uma variável ser duas coisas ao mesmo tempo". Nesse caso, ele quis dizer que aquela situação não representava uma função porque um elemento do conjunto A estava relacionado a dois elementos do conjunto B.

Nesse contexto, à medida que se desenvolviam as atividades, procurávamos transferir a linguagem usada pelos alunos nas suas formas de expressão para a linguagem formal da matemática. Além disso, observamos que, nos modos interacionais que os alunos vivenciaram quando interagem entre si muitos, aspectos são reproduzidos e outros, recriados. Em vários momentos eles orientaram, apoiaram, deram respostas, corrigiram as atividades do colega, assumindo muitas vezes posturas e colocações semelhantes às da professora.

[23] Segundo Vygotski (1998), a ZDP permite delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento propiciando o acesso ao que já foi atingido, como também àquilo que está em processo de maturação. (p. 113).

Assim, embasados nas situações relatadas, buscamos verificar como as interações entre os sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem promoveram o desenvolvimento dos conceitos relacionados à função. Para isso, procuramos estruturar a análise de acordo com a intencionalidade da proposta, em conformidade com a sua aplicação junto aos alunos. Portanto, o estudo tem a seguinte proposta de análise: as práticas interativas como veículo de sentido e significado dos conceitos de função e suas implicações num contexto etnomatemático.

3.2 As práticas interativas, veículo de sentido e significado dos conceitos de função

Ao analisar os discursos estabelecidos em sala de aula, podemos constatar a disposição dos estudantes de explicitar suas idéias, e mesmo aqueles que se mantinham em silêncio tinham sua atenção voltada ao ambiente interativo verbal . Para Vygotsky (2004, p. 284), o sujeito não deve ser compreendido como pronto, acabado, mas em constante estado dinâmico em relação com o meio.

Para conceituar função consideramos importante que o aluno tenha bem claro, entre outros, o significado do conceito de variável. Por isso, ao iniciar nossos estudos fizemos junto a eles (alunos) uma revisão desse conceito perguntando: "O que é variável?" Vejamos algumas respostas:

É alguma coisa que vario

são nº que podem mudar dependendo da
problema

São coisas que variam, que ocorrem
mudanças.

são as letras que podem ser substitui
das por numeros.

Os fatores q/ podem modificar o resultado ou
até mesmo a conta

Como a metodologia utilizada foi a interativa, exigiu-nos um papel mais ativo (LURIA apud DIAZ, 1996, p.137), sempre com o cuidado de modelar o discurso no planejamento, direcionando e monitorando as atividades. (DÍAZ; NEAL; WILLIAMS, 1996, p. 137). Assim, as atividades foram organizadas com o objetivo de chegarmos aos conceitos pretendidos e seu significado. Acreditamos que os sujeitos aprendem pelas suas capacidades argumentativas[24] e pela participação nos discursos sociais. Por isso, entendemos que as aprendizagens se dão em contextos de participação na linguagem, mediadas pelas diferenças de entendimentos entre os sujeitos que participam das conversas. Podemos observar isso pelo seguinte diálogo:

> Professora - Quanto ganha a diarista por tarde trabalhada?
> Natália – 35 reais.
> Professora – Se ela trabalhou duas tardes?
> José – 70
> Professora – E se forem três tardes?
> Carina – 105.
> Professora – O ganho depende do quê?
> Carina – Do trabalho.
> José – Dos dias trabalhados.
> Natália – Não é dos dias é das tardes, ela só trabalha à tarde.
> Professora – Ela pode ganhar 70 reais por uma tarde trabalhada?
> Pedro – Pode.
> Professora – Como?
> Pedro –Se ela trabalhar em duas casas.
> Natália – Como é que ela vai trabalhar em duas casas numa única tarde? Tem muito serviço.
> Carina – Tu não viu que a mãe da Natália trabalha numa casa cada tarde? É que nem o cigarro, que não pode ter mais de um preço no mesmo lugar.

Alguns aspectos podem ser observados nessa conversa, cuja intenção era chegar ao conceito de função. Inicialmente, verificamos que o pensamento e a palavra são partes imprescindíveis à formação de conceitos, sendo uma tarefa ativa do intelecto "constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de problemas". (VYGOTSKY, 2005, p. 66-67).

Observamos nessas interlocuções que foi possível manter a atenção dos alunos sobre o assunto – relação número de tardes trabalhadas e ganho –, o que possibilitou uma pré-compreensão do tema que nos propúnhamos desenvolver. Exemplo disso é a relação

---

[24] Entendemos capacidades argumentativas aos procedimentos verbais utilizados para ensinar ou ainda os recursos lingüísticos que intencionalmente servem para, por meio da comunicação, produzir conhecimento. (CROS, 2003, p. 24). (Tradução nossa).

de um elemento do primeiro conjunto (número de tardes trabalhadas na semana) com apenas um elemento do segundo conjunto, ou seja, o valor ganho. Nesse caso, a pré-compreensão pode servir de base para as elaborações posteriores em direção a uma reconstrução de significados, tornando-os cada vez mais complexos e abstratos.

Assim, procuramos identificar nesse diálogo a relação de dependência entre as variáveis (número de tardes trabalhadas x valor ganho) para a gênese do conceito de função. (CHAVES; CARVALHO, 2004, p. 10).

Ainda referentemente ao diálogo citado, notamos que o aluno, num determinado momento, seleciona os aspectos que mais lhe chamam atenção, estabelecendo-lhes outro significado e dando-lhes um interpretação própria. (MICOTTI,1999, p. 158). Isso pode ser evidenciado quando Pedro argumenta que, para ganhar mais, ele pode trabalhar em outra casa; ou, ainda, Carina ao incluir o tema do cigarro, desenvolvido em outra ocasião; como também a fala da aluna Natália referindo-se ao fato do excesso de trabalho em caso de trabalhar em mais de um lugar. Observamos também que essa "prática pedagógica participativa" pode constituir-se em algo elaborado pela interação entre os sujeitos em questão e que resultou num saber presente no "mundo da vida dos participantes". (MÜHL, 2003, p. 296)

Para ficar bem claro o significado de dependência das variáveis, buscamos noutra situação-problema a identificação dessa dependência, porém, neste caso, com o uso de tabelas.

Para tanto compreende-se

> a identificação de regularidades em situações reais, em seqüências numéricas [...] é uma habilidade essencial à construção do conceito de função. Por meio da produção e interpretação de tabelas, os alunos podem construir o conceito de função como uma série de operações aritméticas realizáveis sobre quantidades dispostas horizontal e verticalmente na tabela. Podem calcular imagem de números dados, números que têm dadas imagens, e até procurar a regra que determina a relação entre os valores dados e as imagens desses valores. Atividades com tabelas são portanto, de fundamental importância para o aprendizado de funções (Trindade e Moretti, 2000, p. 46-47)

A tabela foi assim organizada:

O tio de José em sua viagem até o Maranhão, fez uma média de gasto por refeição, chegando ao valor de R$4,80. Nesse caso, vamos verificar quanto ele irá gastar por dia se fizer de 1 a 5 refeições.

Nº de Refeições	Valor Pago
1	4,80
2	9,60
3	14,40
4	19,20
5	24,00

Como interpretação dada ao problema, apresentamos alguns trechos do diálogo ocorrido.

> Prof: Que relação estamos estabelecendo nesse caso?
> Anita: Na tabela?
> Prof: Sim.
> Luís: Número de refeições com quanto foi pago.
> Prof: Como se fez essas relações? Aleatoriamente?
> Pedro: Porque uma refeição se gastou 4,80; duas foi 9,60 e assim por diante.
> Prof: Então o que se fez?
> Pedro: Para ligar uma variável com uma resultante
> Prof: Então para cada elemento da primeira coluna
> Natália: tem um elemento na outra
> Luis: Daí repete.

Observamos nas respostas que um fator importante para o surgimento do pensamento conceitual é a resolução de um problema (VYGOTSKY, 2005, p. 73) (DEMANA; LEITZEL, 1995, p. 70), pois por meio dele podemos ajudar os alunos a dar significado aos conceitos além dos processos e das técnicas operatórias necessárias. (ONUCHIC, 1999, p. 208). Vemos que, quando Luís percebe que existe a repetição do mesmo procedimento para determinar os valores referentes aos gastos conforme o número de refeições, ele identifica a regularidade presente no processo.

Utilizando a mesma situação-problema e a tabela organizada, objetivamos a formação do conceito de domínio, contradomínio e imagem:

> Prof.: Que letras vamos usar para representar uma variável dependente? E para uma variável independente?
> Anita: x ou y.
> Prof.: Poderia ser outra letra?
> Anita: Não sei.
> Roberta: Acho que não.
> Prof.: Por quê?
> Roberta: A gente sempre usa essas.
> Prof.: Como vocês estão acostumados a trabalharem com essas letras vamos continuar com elas.
> Anita: Então quer dizer que poderiam ser outras?
> Prof.: E por que não? Então vamos representar o primeiro grupo, das variáveis independentes por x e chamaremos de domínio e o segundo grupo, das dependentes por y e chamaremos de contradomínio. Agora respondam: todos os elementos do 2º grupo estão relacionados com os do 1º?
> Anita: Não.
> Prof.: Vejam bem se 4,80 é reflexo de 1; 9,60 é reflexo de 2 por que 14,40 é reflexo de 3?
> Bruna: Porque tá ligado ao 3.
> José: 4,80 vezes 3 é 14,40.
> Prof.: Em vez de usarmos o termo reflexo que outro nome podemos usar?
> José: Espelho.
> Prof.: O que o espelho reflete?
> Luis: A gente.
> Anita e Pedro: Imagem. (Responderam ao mesmo tempo)
> Prof.: Será que podemos dizer que 4,80 é imagem de 1? 9,60 é imagem de 2?
> Pedro: Claro.
> Prof.: E com relação às variáveis?
> Anita: Como assim, prô?
> Prof.: Elas podem ser uma imagem da outra?
> Bruna: A que depende é a imagem da outra.
> Prof.: Então, o contradomínio e o conjunto imagem é sempre o mesmo?
> Natália: Não, porque, quando sobrar, é porque os que sobram não são imagem.

O conceito de função inclui os conceitos de domínio, contradomínio, conjunto imagem e, como já vimos anteriormente, da regra de correspondência ou lei de formação, formando um sistema de conhecimentos. Observamos, nesse caso, que a formação de um conceito implica uma série de conceitos subordinados e "pressupõe também uma hierarquia de conceitos de diferentes níveis de generalidade". (VYGOTSKY, 2005, p. 116). O conceito de função é um bom exemplo de conceito científico, que, pela sua hierarquização, faz parte de um sistema tal como Vygotsky considera que um conceito deva fazer para que possa submeter-se à consciência e ao controle deliberado do indivíduo. Nas palavras de Vygotsky:

> Parece-nos óbvio que um conceito possa submeter-se à consciência e ao controle deliberado somente quando começa a fazer parte de um sistema. Se consciência significa generalização, a generalização, por sua vez, significa a formação de um conceito supra-ordenado que inclui o conceito dado como um caso específico. Um conceito supra-ordenado implica a existência de uma série de conceitos subordinados, e pressupõe também uma hirarquia de conceitos de diferentes níveis de generalidade. (2005, p. 116).

Dessa forma, entendemos, com base nas idéias de Vygotsky, o quão importante são os "conceitos subordinados", especialmente por fazerem parte de um sistema. Nesse sentido, a complexidade do conceito de função é também muitas vezes responsável pelas dificuldades dos alunos. (MARKOVITS; EYLON; BRUCKHEIMER, 1995, p. 59). Esses autores, em seus estudos, detectaram algumas dificuldades referentes ao significado do conceito de função que também podemos constatar entre alguns dos alunos que fizeram parte desta pesquisa. Entre as dificuldades apresentadas pelos alunos citamos: identificação de imagens para funções dadas na forma algébrica; localização do domínio e da imagem nos eixos em representações gráficas. Dentre as atividades desenvolvidas descrevemos algumas que demonstram essas dificuldades.

A dificuldade observada durante a realização desta atividade está no fato de o aluno não conseguir muitas vezes identificar imagens para funções dadas na forma algébrica, como podemos verificar nos casos abaixo:

$f(x)=x+1 : 0+1=1 \,//\, 1+1=2 \,//\, 2+1=3 \,//\, 3+1=4$

$D(f)=\{0,1,2,3\}$

$Im(f)=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$a \to f(x) = x+1 \quad 0+1=1$

$D(f)=\{0,1,2,3\}$

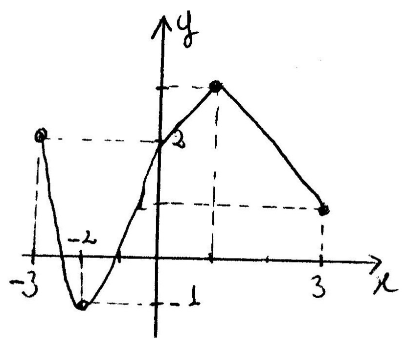
$Im(f)=\{4,5,6,7,8,9\}$

Nesses dois casos os alunos não conseguiram determinar corretamente o conjunto imagem. Acreditamos que o fator que dificulta o entendimento se encontra no fato de o contradomínio e o conjunto imagem fazerem parte do mesmo conjunto, confundindo o aluno, já que o conjunto imagem deve ser tirado do contradomínio.

Notamos também que os alunos não encontraram dificuldades na localização do domínio pelo simples fato de verificar sua inclusão no primeiro conjunto. Entretanto, para determinar se um número é imagem pela função dada, é necessário calcular o seu valor substituindo cada valor do domínio na função e verificar se o número pertence ao contradomínio. Os alunos citados conseguiram localizar corretamente o domínio de cada função, porém não identificaram as imagens, o que pode ser uma conseqüência também da dificuldade que o aluno tem em distinguir o conjunto imagem e o contradomínio. (MARKOVICS; EYLON; BRUCKHEIMER, 1995, p. 57).

A outra dificuldade já citada centrou-se na não-localização, por parte de alguns alunos, do domínio e do conjunto imagem na representação gráfica, como observamos abaixo:

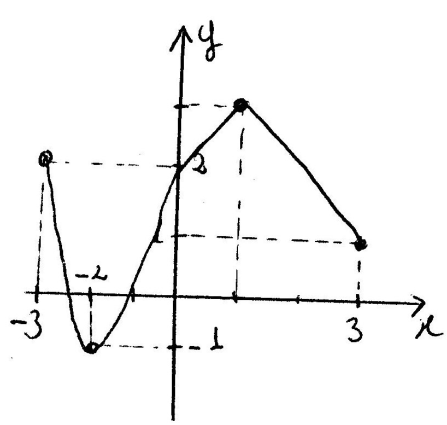
Aluno 1



$D(f) = \{2, 1\}$

$Im(f) = \{3, -2, 3\}$

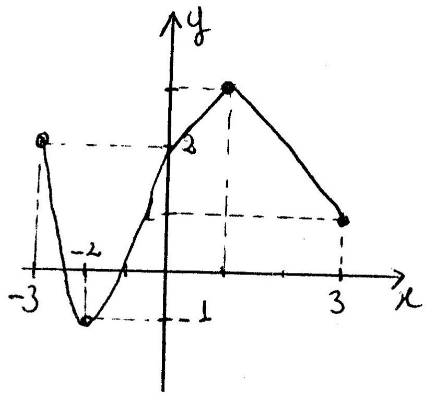
Aluno 2



$D(f) = \{-3; -2; -1; 3\}$

$Im(f) = \{2\}$

Aluno 3



D(f) = {-3, -2, -1, 3}
Im(f) = {2}

Chamamos a atenção para o fato de que, durante toda a interlocução, viabilizamos o diálogo procurando sempre interagir com os alunos. Pensamos que é na troca com os alunos e consigo mesmos que vão se internalizando os conhecimentos; nesse caso, verificamos que o processo se dirige do plano social para o individual. Nesse sentido, a linguagem exerce um papel fundamental, permitindo ao aluno abstrair e generalizar a realidade. Para Luria, "a linguagem é o elemento mais decisivo na sistematização da percepção; na medida em que as palavras são, elas próprias, produto do desenvolvimento sócio histórico, tornam-se instrumentos para a formação de abstrações e generalizações e facilitam a transição da reflexão sensorial não-mediada para o pensamento mediado, racional". (1990, p. 66-67). Os processos mentais, mediados por sistemas simbólicos, fazem com que os sujeitos atuem com as representações de objetos e situações do mundo real que, mesmo na sua ausência, são capazes de manipular essas representações, criando os objetos imaginários. Vygotsky (2005) coloca que é no "significado da palavra que o pensamento e a fala se unem em pensamento verbal". (p. 5).

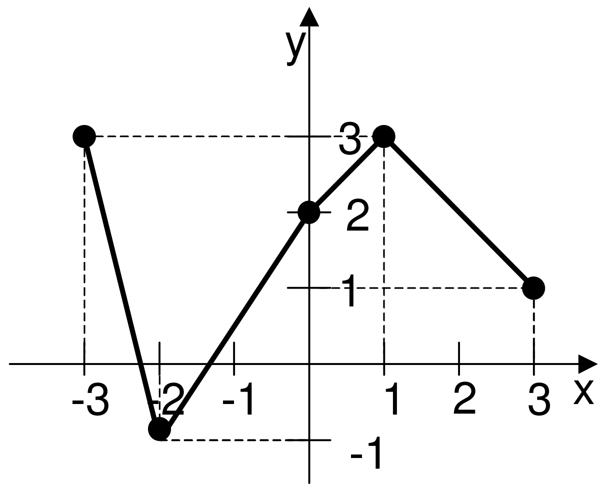
Apesar das dificuldades, constatamos que, ao passar para a realização de atividades abstratas, os alunos, em sua maioria, conseguiram responder às questões, demonstrando um certo nível de apropriação dos significados envolvidos. Entre as atividades desenvolvidas apresentamos algumas que foram tomadas para a análise.

1. Determine o domínio e a imagem das funções definidas de A={0,1,2,3} em B = {0,1,2,3, 4,5,6,7,8,9} para:

a) f (x) = x + 1

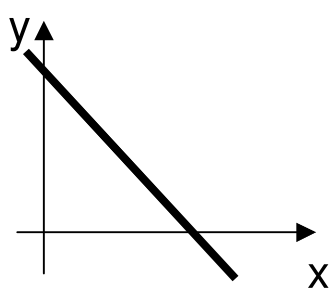
b) f (x) = 5 - x

2. Determine o domínio, o contradomínio e a imagem da função f representada no gráfico abaixo:

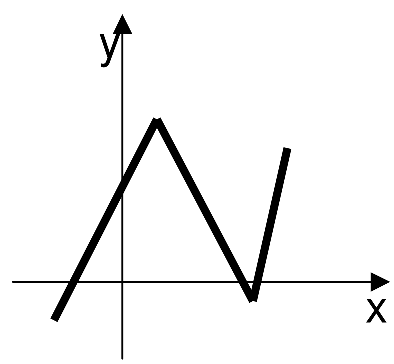


3.Verifique se os gráficos abaixo representam funções e justifique os dois casos (sim ou não):

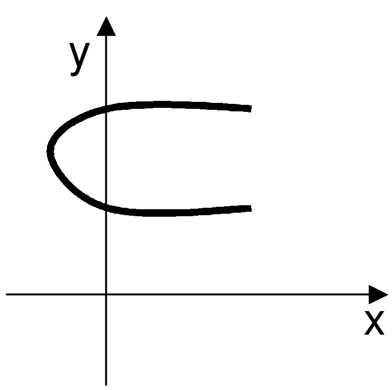
a)



b)



c)



Essas atividades exigiram que o aluno se utilizasse dos conhecimentos que formam o conceito de função, já que foram propostas com o objetivo de verificar o nível de apropriação dos mesmos. Segundo Luria,

> o pensamento conceitual envolve uma enorme expansão das formas resultantes da atividade cognitiva. Uma pessoa capaz de pensamento abstrato reflete o mundo externo mais profundo e completamente e chega a conclusões e inferência a respeito do fenômeno percebido, tomando por base não só a sua experiência pessoal, mas também os esquemas de pensamento lógico que objetivamente se formam em um estágio avançado do desenvolvimento da atividade cognitiva. (1990, p. 135).

Com relação à primeira atividade, verificamos que a maioria dos alunos conseguiu determinar tanto o domínio como o contradomínio e a imagem. Acreditamos que os alunos associaram os conjuntos A e B às várias situações-problema do seu cotidiano, o que facilitou o entendimento. Para determinar a imagem eles deveriam ter substituído os valores do domínio em cada uma das funções, verificando, após, no contradomínio a presença das imagens. Entretanto, alguns não conseguiram distinguir o conjunto imagem do contradomínio. Para sanar essa dificuldade, retomamos as situações-problema fazendo perguntas específicas, propiciando aos alunos determinar o conjunto imagem comparando-o ao contradomínio. (CHALOUH; HERSCOVICS, 1995, p. 58).

Na segunda atividade, aproximadamente 50 % da turma conseguiu identificar o domínio e a imagem, porém tivemos uma preocupação com os alunos que não desenvolveram a tarefa. Verificando com eles essa dificuldade, uma das constatações foi que não perceberam que na representação gráfica o eixo do x representa o domínio e o eixo y, o contradomínio, no qual se localizam as imagens. Nesse caso, novamente a nossa interferência se fez necessária para retomar os conceitos não compreendidos. Assim, verificamos a necessidade da colaboração dos sujeitos para que o processo da aprendizagem ocorra. (VYGOTSKY, 2005. p. 133).

Conforme Markovics (1995, p. 56), os alunos conseguem, muitas vezes, fazer a ligação entre os elementos da definição verbal de funções e os elementos da representação gráfica visual. Nesse caso, a dificuldade envolve "o duplo papel dos pontos situados nos eixos: são pontos do plano com coordenadas (x, 0) ou (0, x) e, como tais, podem representar pares (domínio e imagem), correspondentes à intersecção do gráfico com um dos eixos; contudo, são também pontos dos eixos e, como tais, podem representar ponto sobre o eixo ou imagens". Esta representa a terceira dificuldade indicada acima.

Nesse caso, novamente se tentamos superar essas dificuldades com perguntas que diziam respeito à conexão entre os elementos da função e sua representação gráfica, sempre mostrando o duplo papel dos eixos coordenados e, ainda, com a aplicação de outras atividades.

A terceira atividade exigiu do aluno a noção do significado de função. Nesta atividade os alunos não encontraram tanta dificuldade como no anterior para determinar o domínio e a imagem, apesar de alguns não terem conseguirem resolvê-la.

No caso da representação "a", todos os alunos indicaram como sendo função e argumentaram ser função pelo fato de o domínio ter apenas uma imagem. Entretanto, alguns alunos não conseguiram perceber que na representação "b" também havia uma imagem para cada domínio; no caso da representação "c" os alunos identificara m-na prontamente como não- função.

Ao constatar as dificuldades apresentadas pelos alunos, acreditamos que, pelos argumentos estabelecidos nas interações professor/aluno e mesmo aluno/aluno quanto à apreensão dos significados, talvez se tenha obtido êxito nos conteúdos desenvolvidos. Nesse caso, ao interagir com os alunos, explicando, informando, questionando, corrigindo e solicitando-os a explicar (VYGOTSKY, 2005, p. 133), nós os levamos a conseguir formar os conceitos. Para Vygotsky, "um conceito só a parece quando os traços abstraídos são sintetizados novamente, e a síntese abstrata daí resultante torna-se o principal instrumento do pensamento" (2005, p. 98). Podemos perceber esse fato no diálogo desenvolvido entre os alunos, visto que uma das atividades realizadas em grupo permitiu-lhes, reciprocamente, tirar as dúvidas existentes. Assim, o que o aluno pode fazer hoje com o auxílio dos colegas poderá fazê-lo amanhã por si só. (VYGOTSKY, 2001, p. 113).

Podemos perceber pelo diálogo a seguir quão significativas foram as interações no desenvolvimento dos conceitos:

> Natália: É que durante os 5 meses o corte de cabelo manteve-se em 10 reais
> Aí então o corte de cabelo é 10 reais por mês se corta o cabelo uma vez por mês é 10 reais, duas vezes é 20, três vezes 30. Acho que deve ser alguma coisa assim. X é o mês e y o preço do corte de cabelo por mês.
> Mara: poderia ser x vezes 20 igual a 5 é que x vezes 10 é igual a 20. Alguma pergunta?
> Luís: E a imagem qual é?
> Natália: A imagem é o y. Tudo o que resulta do x vezes 10 é 10, 20, 30, 40 e 50. Que é o resultado. De um a cinco cortes quanto receberá? Ela para trabalhar no salão de beleza recebe 20 reais por dia só que ela recebe 5 reais por corte. De um a cinco cortes quanto ela receberá?
> Mara: Então olha aqui x substitui por 1, 2, 3, 4 e 5 vezes 20 igual a cinco.
> Natália: Não. É vezes 5 porque aqui ó o 20 é o que ela ganha por dia, e de um a cinco cortes quanto ela recebe? x vezes 5 = 20.
> Luís: 20 é o salário fixo e o 5 é o que recebe por cada corte. Dois cortes vai ganhar 10.
> Natália: Então x vezes 5 = y. Daí é de um a cinco dias mais o vinte.
> Luís: Um a cinco cortes não dias.
> Fábio: Por que 10 no lugar do y?
> Natália: É assim. Tu tem que fazer o 5 vezes o x igual a y. Aí tu tem que trocar o x pelo número de cortes de cabelo. Aí fica uma vezes 5 é 5; duas vezes 5 é 10. Aí o y é o resultado do corte quanto ela ganha. Entendeu?
> Luís: Mais o 20 que é o salário fixo.
> Fábio: Ah! Tá.
> Mara: É. Então eu tenho que fazer uma vezes 5; duas vezes 5; três vezes 5 e somar com 20?

Nesse caso, notamos que, quando os alunos são convidados a auxiliar seus pares, fazem-no com muita prontidão, ao mesmo tempo que os que são auxiliados respondem também de forma interessada. Nas palavras de Conne:

> Na interação entre diversos sujeitos, o meio não comporta apenas objetos, mas parceiros que agem sobre esse meio, de acordo com os conhecimentos nele induzidos. Por seu turno, o meio reage, quer diretamente, quer pelas ações suscitadas nos parceiros. A interação cognitiva não é completada da mesma maneira que numa situação isolada, onde dispositivo e conhecimento remetem um para o outro. A interação de um conhecimento com a situação repercute-se nos conhecimentos dos outro, o que amplifica os processos cognitivo, favorecendo, por exemplo, as descentrações, e permite a objetivação dos conhecimentos. Ainda que os conhecimentos mobilizados por cada um destes atores não sejam idênticos, as trocas e as colaborações fazem com que eles tenham uma parte comum, identificável com a maneira como transformam a situação, de acordo com os modelos que cada um tem dela, e com a finalidade da colaboração. (1996, p. 237).

Nesse sentido, podemos verificar o quanto a aprendizagem interativa permitiu o desenvolvimento dos sujeitos nela envolvidos. Ao propormos desafios aos alunos ajudando-os a resolvê-los e, ainda, realizando com eles ou proporcionando-lhes atividades em grupos, de forma solidária, pensamos que contribuímos para a abertura de zonas de desenvolvimento proximal. Segundo Oliveira (1997, p. 62), "o professor tem o papel explícito de interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente". Para Vygotsky (1998, p. 113), "a zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão mas que estão presentemente em estado embrionário".

Por isso, acreditamos que a aprendizagem é fundamental para o desenvolvimento e, nessa perspectiva, "o pensamento classificatório não é apenas um reflexo da experiência individual, mas uma experiência partilhada". (LURIA, 2001, p. 48).

Uma outra situação que resultou no desenvolvimento do sujeito pela ajuda do colega pode ser observada no seguinte diálogo:

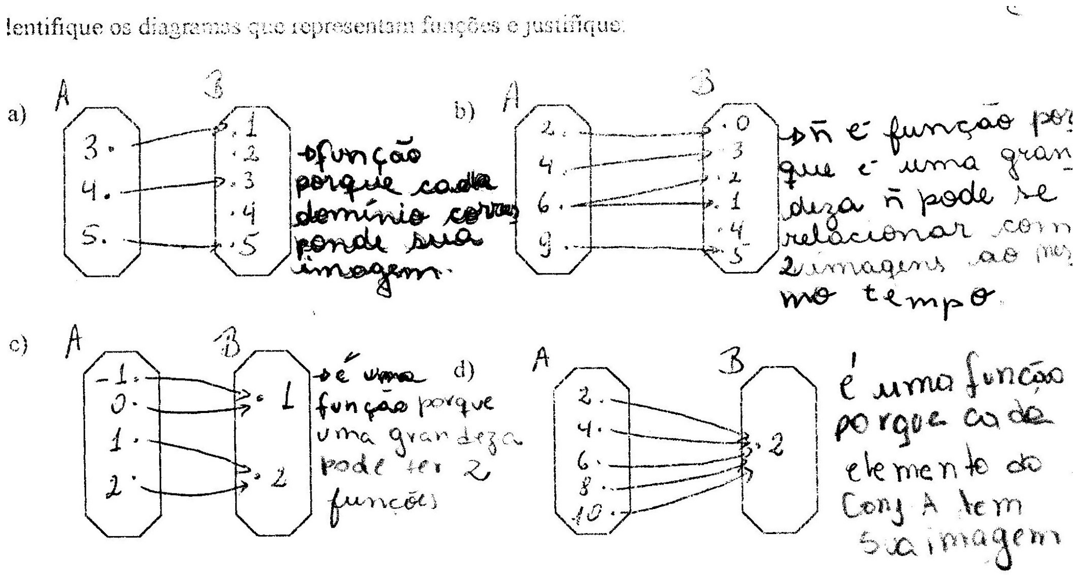
> Mauro: Então quando que é uma função ou não?
> Bruna: Quando o ponto x não pega duas vezes no ponto y. Que nem o y é a imagem. Então o domínio não pode ter duas imagens. Não pode passar duas vezes pelo y. Aqui é uma função porque não vai ter duas imagens.
> Anita: E esse gráfico aqui é?
> Bruna: Não, porque tem duas imagens.
> Mauro: É o 3 e o 5 né?
> Bruna: Isso mesmo.

No diálogo a ajuda ao colega com dificuldade promove o desenvolvimento de quem é ajudado, assim como de quem ajuda. Na concepção de Vygotsky, o processo de desenvolvimento e a relação do sujeito com seu meio sociocultural e com sua situação de organismo não se desenvolvem plenamente se não houver o apoio de outros indivíduos de sua espécie. (OLIVEIRA, 1997, p. 61).

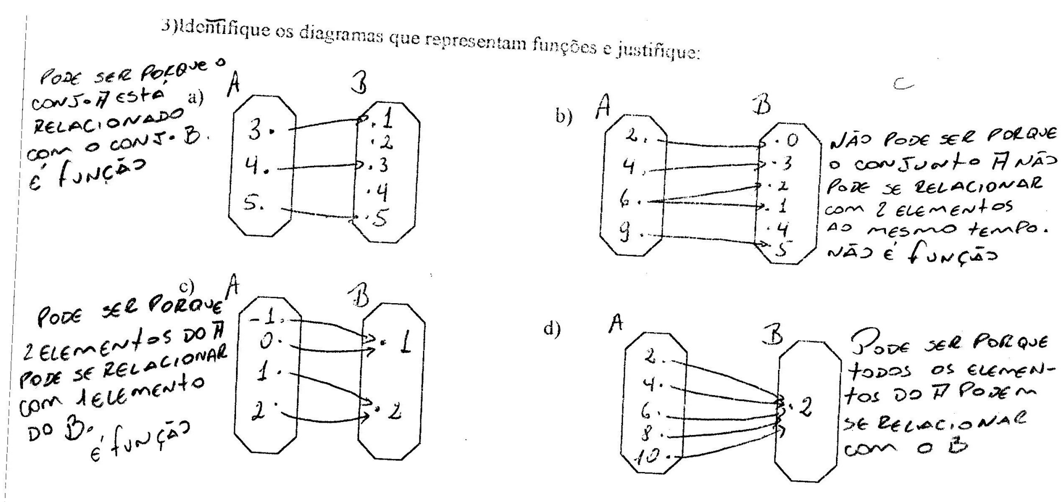
Observamos esse desenvolvimento nos alunos que participaram desta pesquisa, que, no decorrer das aulas, conseguiram gradualmente compreender os conceitos de forma a usar corretamente a linguagem matemática. Um dos exemplos está presente no diálogo acima quando a aluna Bruna se refere ao conceito de função dizendo: "Aqui é uma função porque não vai ter duas imagens", usando a linguagem matemática, não mais os atributos anteriormente utilizados, como número de refeições e valores, ou mesmo outros. Para Goodman, "é igualmente importante reconhecer o papel central que a linguagem tem na aprendizagem humana. A linguagem torna possível compartilhar experiências, ligar nossa mente e produzir uma inteligência social muito superior à individual". (1996, p. 227). Nesse sentido, para Vygotsky "o ensino só é efetivo quando aponta para o caminho do desenvolvimento".(VEER; VALSINER, 2001, p. 358).

Outra constatação importante foi observada ao analisarmos o material escrito pelos alunos que não se manifestaram oralmente durante a dinâmica das aulas. Apresentamos a seguir alguns exercícios por eles respondidos:

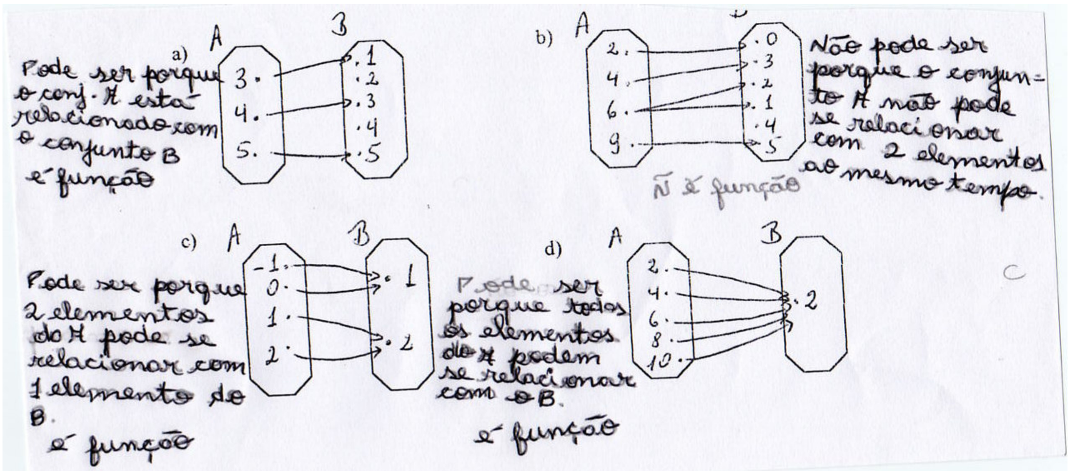
Aluno 1:



Aluno 2:



Aluno 3:



Nas situações apresentadas podemos observar os momentos de interações que ocorreram entre os alunos que "apenas" ouviram as falas da professora e os demais colegas. Constatamos pelas respostas que houve a interiorização das ações exteriores (VYGOTSKY, 2005, p.197), como no caso do aluno que declarou que a representação é função "porque cada domínio corresponde sua imagem". Nesse caso é possível identificar o processo desencadeado pelas interações entre os sujeitos da prática educativa, na qual o aluno teve a possibilidade de refletir psiquicamente sobre as relações entre o motivo objetivo da relação e o seu objeto. (LEONTIEV, 2004, p. 85). Nas palavras do autor, "a significação é, entrada na minha consciência (mais ou menos plenamente e sob todos os aspectos), o reflexo generalizado da realidade elaborada pela humanidade e fixado sob a forma de conceitos, de um saber ou mesmo de um saber-fazer (modo de ação generalizado, norma de comportamento, etc)". (p. 102).

Nesses exemplos os alunos, ao citarem corretamente o domínio e a imagem das funções, ao identificarem e justificarem as funções, ou, ainda, ao elaborarem corretamente a lei de formação, demonstraram que as funções mentais se desenvolveram coletivamente para depois se tornar uma função psicológica individual. (VYGOTSKY, 2000, p. 29). Acreditamos que o raciocínio, nesses casos, nasceu a partir das interlocuções realizadas no ambiente da sala de aula. Para Vygotsky (2005, p. 24),"o verdadeiro curso do desenvolvimento do pensamento vai do social para o individual", sendo que "o conhecimento é resultante da aprendizagem do ser humano em interação com outros homens pelo mecanismo da ação discursiva". (MÜHL, 2004, p. 47).

Salientamos que o ponto inicial para a formação de conceitos foi baseado sempre nos conhecimentos cotidianos, ou seja, aqueles trazidos pelos alunos. Os alunos a todo o momento eram incentivados a dar respostas, seguindo sempre para a nomenclatura específica, avançando, pela interação, nos conceitos científicos. Para Vygotsky (2005), "o domínio de um nível mais elevado na esfera dos conceitos científicos também eleva o nível dos conceitos espontâneos". (p. 34). Nesse sentido, os alunos conseguiram facilmente estabelecer relações do número de refeições com os valores pagos, apresentando um pouco de dificuldade para elaborar a lei de formação que rege a situação apresentada. Ainda, o aluno Pedro, ao se referir à relação entre domínio e imagem numa determinada situação, valeu-se de um recurso seu "para ligar uma variável com uma resultante". Igualmente, ao trabalhar com as tabelas, o aluno conseguiu perceber a regularidade existente, embora não tenha conseguido definir regularidade.

Assim, buscamos fazer com que esse conhecimento já existente fosse se integrando aos conceitos científicos, transferindo o conhecimento cotidiano para o conhecimento formal. Nesse caso, "quando o currículo fornece o material necessário, o desenvolvimento dos conceitos científicos ultrapassa o desenvolvimento dos conceito espontâneos". (VYGOTSKY, 2005, p. 132). Nesse sentido, os alunos passaram a compreender os sistemas de representações e as regras que regem as ações abstratas presentes no conceito de função. Isso foi possível observar nos vários momentos em que muitos deles localizaram domínio, imagens ou diferenciaram o contradomínio de imagens, ou, ainda, na formação da regra de correspondência identificando seus elementos. Salientamos as palavras de Micotti:

> o saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem ações abstratas. A leitura (compreensão) de escritas matemáticas requer o conhecimento do sistema de notação. Sem este conhecimento, torna-se difícil ligar as expressões simbólicas com os seus significados. Tais características exigem do ensino medidas específicas para que as informações veiculadas nas aulas se transformem em conhecimento. Para resolver uma equação, o indivíduo precisa saber, pelo menos, o significado dos símbolos utilizados, as relações implícitas e os passos ou os procedimentos adequados a cada situação; se desconhecer isso, ou parte disso os resultados são prejudicados. (1999, p. 163)

No diálogo a seguir observamos que as informações trocadas entre os alunos com o auxílio da professora numa atividade em grupo transformaram-se em conhecimento.

> Prof.: Vamos representar essa função no plano cartesiano. O que é o plano cartesiano? Quem lembra?
> Vicente: Uma cruz
> Pedro: De 90°
> Prof.: Como assim? Como estão colocadas as retas?
> Carina: Linhas verticais e horizontais
> Pedro: Retas paralelas.
> Luís: Paralelas?
> José: Não, é uma horizontal e uma vertical.
> Vicente: Cruzadas.
> Anita: Semi-retas.
> Prof.: O que é uma semi-reta?
> Pedro: Quando não é completa.
> Prof.: E o que mais?
> José: Perpendiculares.
> Prof.: O que representa cada reta do plano?
> Anita: A horizontal o x e a vertical o y.
> Prof.: Em vez de x e y qual o significado da reta do x?
> José: As tardes trabalhadas.
> Carina: O contradomínio.
> José: O conjunto A
> Prof.: O que é o conjunto A.
> Carina: As tardes trabalhadas
> José.: E o que representa as tardes trabalhadas?
> Anita: O domínio da função.
> Carina.: E a reta do y o que vai ser?
> Luís: O ganho.
> Prof.: E o que o ganho representa em relação ao domínio?
> Paula: A imagem.

Nessa conversação podemos verificar que alguns conceitos, como reta, semi-reta, ângulo, paralelas, vertical, horizontal, perpendiculares, fazem parte dos conhecimentos abstratos desses alunos, destacando-se aqui a importância dos conhecimentos anteriores, que, com certeza, poderão interferir na compreensão dos novos conceitos, nesse caso fundamentais para a construção da representação gráfica das funções.

Acreditamos que essas atividades desencadearam o desenvolvimento da capacidade intelectual, aperfeiçoando o raciocínio ao estabelecerem relações entre o conteúdo estudado (funções) e as demais representações implícitas entre elas: retas, semi-retas, ângulo e perpendiculares. O aluno conseguiu, nesse caso, perceber de forma categorizada o sistema gráfico, selecionando os elementos essenciais para a formação do mesmo. Para Vygotsky (1998), a "percepção é parte de um sistema dinâmico de comportamento". (p. 44). Assim, o aluno, ao ser solicitado a representar no plano cartesiano o gráfico de uma determinada função, fê-lo mediante estímulos apoiados em elementos mediadores que o ajudaram a lembrar conteúdos específicos. (OLIVEIRA, 1997, p.77). Para a autora, "a memória mediada permite ao indivíduo controlar seu próprio comportamento, por meio da utilização de instrumentos e signos que provoquem a lembrança do conteúdo a ser recuperado", de forma deliberada.

Essa situação pode indicar que, no andamento das atividades, a atenção dos alunos estava conectada aos mecanismos de percepção e memória mediados pelos significados adquiridos ao longo de seu desenvolvimento. Esse fato está representado no fato de que para construir o gráfico no plano cartesiano se faz necessária a compreensão de domínio e imagem, assim como a localização de pontos formados pelos pares ordenados. Nesse caso, o aluno estará se apoiando em representações mentais, conceitos, imagens, entre outros, sendo capaz de controlar sua própria ação psicológica utilizando-se de recursos internalizados. (OLIVEIRA, 1997, p. 78).

Entretanto, podemos verificar que os alunos, no caso adolescentes, ao lembrarem os significados dos conceitos anteriormente desenvolvidos, estão realizando uma operação em que "lembrar significa pensar" (VYGOTSKY, 1998, p. 67). Para tanto, fizeram uso de signos como instrumento psicológico, os quais auxiliaram no desempenho das atividades psicológicas. Conforme o autor, a "internalização de formas culturais de comportamento envolve a reconstrução da atividade psicológica tendo como base as operações com signos". (p. 74). Tais signos são artefatos sociais que servem para melhorar os processos psicológicos, de alguns dos quais se fez uso (os signos) durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Uma das atividades em que os alunos se valeram de signos para desenvolver o conceito de função foi a comparação feita utilizando a situação dos jogadores de futebol num determinado jogo, no qual o técnico determina a posição de cada um em campo, não podendo ter duas posições num mesmo jogo. Essa representação faz o aluno lembrar que, numa função, para cada valor de x em A corresponde um único valor de y em B, ou seja, cada valor do domínio pode ter apenas uma imagem. Nesse caso, os signos estão representados pelos jogadores (nomes) e as respectivas posições em campo (ataque, defesa, goleiro, laterais, meio), ao passo que as variáveis x e y são signos que representam o domínio e a imagem, respectivamente. Assim, observamos que a mediação por signos pode servir como um meio de intervenção de elementos sócio-históricos nas relações entre os sujeitos e o objeto do conhecimento, auxiliando as atividades psíquicas.

Além disso, analisando as diversas interlocuções, tanto orais quanto escritas, procuramos respeitar a forma de expressão dos alunos, porém, aos poucos, foram sendo substituídas as palavras conforme a linguagem matemática. Exemplo é o fato de os alunos inicialmente utilizarem os termos "tardes trabalhadas", "número de refeições", passando, no decorrer das aulas, a utilizar o termo "domínio" e, para ganho e gasto, o termo "imagem". Acreditamos que a forma como as ativ idades foram desenvolvidas, utilizando situações-problemas do cotidiano, talvez tenha facilitado a apreensão por parte dos alunos da linguagem matemática. Segundo Luria:

> A palavra e a oração, como formas básicas da linguagem, constituem não somente formas de reflexo da realidade e de expressão da idéia em forma verbal; o domínio do sistema de linguagem garante o salto do conhecimento sensorial ao racional, que é talvez o acontecimento mais importante na evolução da vida psíquica. Graças à linguagem, o sujeito pode penetrar na profundidade das coisas, sair dos limites da impressão imediata, organizar seu comportamento dirigido a uma finalidade, descobrir os enlaces e as relações complexas que são inatingíveis para a percepção imediata, transmitir a informação a outro homem, o que constitui um poderoso estímulo para o desenvolvimento mental, pela transmissão de informação acumulada ao longo de muitas gerações. (1986, p. 202).

Observamos no fragmento abaixo o significado e o valor das palavras proferidas por Bruna à indagação de Luís:

> Luís: Mas quando é que é uma função ou não?
> Bruna: Quando o ponto x não pega duas vezes o ponto y, que nem o y é a imagem. Então o domínio não pode ter duas imagens senão não é função. Não pode passar duas vezes pelo y. Aqui, no caso do gráfico "a", é uma função porque não vai passar duas vezes pelo y.

Nessas situações de ensino em que ocorreu uma interação entre dois alunos, a linguagem corrente ou usual serve como base para as representações da linguagem matemática, havendo uma interdependência da linguagem da matemática em relação à linguagem usual.

Podemos verificar durante todo o processo que os aspectos analisados sempre estiveram atreladas à categoria maior desta pesquisa, ou seja, as interações. Constatamos que essa categoria, quando praticada em situações que privilegiem o cotidiano de vida dos alunos, pode, talvez, ser uma alternativa para a condução de práticas educativas significativas e atraentes para os sujeitos nelas envolvidas. Nesse sentido, o trabalho colaborativo pode se constituir em mais um elemento fundamental, não só para o desenvolvimento do aluno, mas também para o meu crescimento profissional como professora. Assim, “a relação entre professor e aluno é uma relação ativa, de vinculações recíprocas e, que, portanto, todo professor é sempre aluno e todo aluno, professor”. (GRAMSCI, 1986, p. 37).

A seguir apresentamos algumas questões relevantes emergidas durante o processo de desenvolvimento desta proposta como conseqüência da sua dinâmica.

3.3 Algumas implicações

Alguns fatos ocorridos durante o desenvolvimento da proposta não poderiam ser ignorados em razão de os considerarmos relevantes não só para o desenvolvimento do estudo, mas, e principalmente, pelos aspectos didáticos e pedagógicos suscitados. Para Onuchic e Allevato (2005), “o professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer”. (p. 221).

Ao iniciarmos as atividades, alguns alunos se manifestaram dizendo que o que estávamos fazendo não era matemática, pelo fato de desenvolvermos as tarefas com situações do seu cotidiano, com o que eles não estavam acostumados. Uma aluna declarou que “prefere contas”, e outra, “báskara”. Portanto, notamos que a matemática é tid a como essencialmente numérica. Contudo, apesar das considerações iniciais, a participação dos alunos nos diálogos foi muito intensa, interessada e com uma argumentação rica, que contribuiu de forma significativa para o processo.

Quando propusemos uma atividade relacionada à profissão da mãe da aluna Natália, que é diarista, numa das indagações, um aluno comentou sobre a questão da exploração e da falta de amparo legal a essa profissão, gerando polêmica e muita discussão em sala de aula. Numa outra situação, quando estabelecemos relações referentes à profissão do pai de Pedro, representante comercial de uma companhia de cigarros, a polêmica gerada foi maior e serviu como aula de cidadania na aula de matemática. Alguns alunos trouxeram para a aula farto material explicativo sobre os males causados pelo fumo, os quais foram lidos e debatidos. Um dos alunos pediu cópia desses materiais para levar ao pai, que recentemente havia parado de fumar, indicando que o comportamento é a ligação entre a realidade que informa e a atitude que a modifica. (D’AMBROSIO, 2002, p. 56)

Outro aluno, cujos avós e tios têm plantação de fumo numa cidade do interior do estado, fez uma pesquisa junto ao seu pai trazendo para a aula todo o processo de produção e comercialização, explicando, respondendo às perguntas dos colegas de forma bem clara e com conhecimento, além de trazer fotos ilustrando a sua apresentação. Com relação a esse assunto, ele explicou também os problemas causados à terra pela monocultura e informou que essa atividade serve como subsistência para a família, mas eles não fazem uso do cigarro, em razão dos prejuízos que causa. Para D'Ambrosio (2002), "o acesso a um maior número de instrumentos materiais e intelectuais dão, quando devidamente contextualizados, maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação". (p. 81).

Além desses assuntos, a aula de matemática também propiciou uma discussão sobre a violência nos campos de futebol, quando estabelecemos relações sugeridas por dois estudantes que fazem uso dessa prática. Outra aluna enumerou todos os apetrechos utilizados para a prática de equitação, explicando a função de cada um. Aqui chamamos a atenção para o fato de que essa aluna, a princípio, tinha uma grande dificuldade de se expressar oralmente. Analisando essas atitudes, pensamos que a proposta de trabalho propiciou a participação autônoma dos alunos, dando-lhes uma certa autonomia para se posicionarem e opinarem sobre os temas discutidos.

Vale acrescentar a atitude de interesse demonstrada pelo aluno Pedro durante todo o processo, já que ele era considerado aluno "problema" pelos demais professores da turma. Deduzimos disso que a liberdade de expressão, aliada aos assuntos sempre em torno das práticas cotidianas, num ambiente rico de interações, pode ter contribuído para despertar o interesse desse aluno.

A aula teve seus momentos de descontração, que apareceram nas falas dos estudantes, como, por exemplo, quando foi perguntado o que há num salão de beleza e um aluno, rapidamente disse: "Fofoca, qual é o salão que não tem fofoca?" Também quando uma aluno se referiu aos produtos falsificados adquiridos num país próximo ao Brasil. Chamaram a atenção dos estudantes as gravações feitas, tanto que alguns deles pediram que gravássemos sua voz para depois ouvi-la.

Após um certo tempo de desenvolvimento da proposta, perguntamos aos alunos se o que estávamos trabalhando era matemática ou se existia matemática em todos os assuntos. Para nossa alegria, numa polifonia de vozes, ouvimos muitos "sim". Contudo, o fato que não poderíamos deixar de explicitar é que, ao final do desenvolvimento do conteúdo de funções, a aluna Natália sugeriu: "Prô, vamos continuar desse jeito?". Assim, concordamos com Wanderer (2004, p. 259) ao expressar: "A Matemática é concebida como uma atividade humana e não apenas como um conjunto de técnicas e conceitos que expressam apenas a visão dos grupos dominantes."

CONCLUSÃO

Na análise efetuada ao longo deste texto procuramos mostrar que a perspectiva interacionista da teoria histórico-cultural, tendo a etnomatemática como contexto para sua realização, talvez possa ser um caminho para dar significado à formação dos conceitos da matemática desenvolvidos em sala de aula. Com o estudo buscamos verificar alguns aspectos que podem melhorar o ensino da matemática, atribuindo significado aos conceitos de forma a que o aluno consiga elaborá-los mais facilmente. Para tanto fizemos uso das interações e do diálogo aliado ao cotidiano de vida dos alunos no desenvolvimento da pesquisa e conseqüente análise.

Numa primeira avaliação partimos da constatação de que, em relação à participação dos alunos, foi extremamente positiva visto que eles demonstraram muito boa vontade e interesse. Acreditamos que, possivelmente, eles se sentiram valorizados por terem sido escolhidos para participar deste projeto em detrimento das demais turmas. Esse fato nos estimulou a continuar o estudo e planejar atividades que os envolvessem de forma a se sentirem sujeitos do processo. Nesse sentido, observamos que com o andamento das aulas, aos poucos, os alunos iam adquirindo confiança em si e na própria professora e, com isso, tornavam-se autônomos (FREIRE, 1996, p. 59) nas suas falas e também nas práticas pedagógicas assumindo muitas vezes o papel da professora ao ajudarem os colegas.

Salientamos que para o desenvolvimento deste estudo tivemos de assumir uma nova postura didática e metodológica, diferente da adotada até então. Buscamos outra maneira de fazer educação matemática, vinculando o mundo social dos estudantes com a sala de aula. Por isso, tivemos algumas dificuldades, decorrentes do fato de estarmos trabalhando com "algo novo", tendo sempre de buscar os subsídios teóricos para o andamento da pesquisa.

Muitas vezes nos angustiamos porque a preocupação com o "vencer os conteúdos" representou um entrave, sobretudo quando comparávamos a turma envolvida com as demais, nas quais os conteúdos estavam "mais adiantados". Entretanto, com o passar do tempo, ao adquirir mais confiança e segurança na proposta, procurando melhorar e qualificar as atividades e, ainda, analisando o processo como um todo, verificamos que é possível organizar situações de aprendizagens que contemplem os conteúdos, conseguindo separar os essenciais dos "supérfluos" e contemplando os pré -requisitos necessários.

Verificamos também que o espaço aberto para os alunos se expressarem espontaneamente, com respeito à individualidade de cada um, representou um fator significativo, pois podemos constatar mais facilmente as deficiências, as dificuldades por eles apresentadas, o que favoreceu a retomada dos conteúdos, assim como a disposição dos colegas de se ajudarem mutuamente. Além disso, contribuiu para que aqueles alunos que não se manifestavam oralmente também tivessem oportunidade de interagir, mesmo que de forma silenciosa.

Nesse caso, destacamos que o processo dialógico na elaboração do conhecimento foi um importante componente social, permitindo que professora e alunos, de forma interativa e solidária, refletissem coletivamente as situações apresentadas. Concordamos com Freire quando coloca que "o diálogo é uma exigência existencial". E mais: "e se ele é o encontro em que se solidariza o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depósitos de idéias de um sujeito para outro [...]". (1983, p. 93). Assim, tivemos o cuidado, sem ser autoritária, de manter as falas voltadas ao tema, de maneira séria e reflexiva, sempre com argumentos consistentes.

Considerando que o conhecimento se dá a partir da experiência no mundo da totalidade concreta das relações, por meio da fala estabelecemos as inter-relações do pensamento e da linguagem. No entendimento de Vygotsky, o significado ocupa um lugar de destaque na teoria epistemológica porque se torna o principal componente da palavra, e é nesse significado que o pensamento e a fala se unem, formulando, então, o pensamento verbal. São os significados que medeiam as relações entre o indivíduo e o exterior a ele, provocando transformações. Nesse caso, durante o transcorrer da presente pesquisa, percebemos essas transformações à medida que íamos avançando nas falas, nas quais as palavras iam adquirindo significados conforme conduzíamos as situações para a elaboração e compreensão dos conceitos pretendidos. Um dos exemplos para esse fato ocorreu com o significado da palavra "variável" no contexto desenvolvido, visto que os alunos, inicialmente, atribuíram o conceito conforme as suas concepções. Porém, no decorrer dos diálogos, confrontando-se com outras possibilidades de elaboração, conforme as significações construídas formalmente, aproximaram os sentidos em trânsito na sala de aula atribuídos pelos alunos aos modos de utilização da linguagem matemática.

Nesse caso, constatamos o quão importante é o papel do professor no processo, como garantia de um ensino-aprendizagem intencionalmente mais eficaz, procurando "auxiliar o aluno a descobrir o seu projeto de realização de situações de aprendizagens adequadas no acompanhamento do aluno, na observação do seu desempenho". (GRILLO, 2001, p. 40). Por essa verificação concluímos que não basta saber o quê ensinar, mas também como ensinar. Por essas e outras situações decorridas no andamento da pesquisa, observamos que precisamos organizar o nosso fazer pedagógico ajustando-o às situações sempre de acordo com um julgamento criterioso das ações implementadas em sala de aula. Nesse sentido, uma constatação fundamental é o reconhecimento por parte da professora de que o processo ensino-aprendizagem exige dela um constante pesquisar, reconhecendo-se como uma "constante aprendiz", obrigando -se a revisar suas práticas e reafirmando, dessa forma, o seu compromisso com o seu papel de educadora.

As análises realizadas permitiram-nos verificar ainda que o processo interativo entre sujeitos pode contribuir significativamente na produção e compreensão dos conhecimentos e que, pela linguagem, é possível produzir novos significados. Analisando os diálogos entre os alunos e as idéias por eles elaboradas, pudemos observar que, ao propor uma atividade, esta deve ser organizada de forma a, além de expressar os seus conhecimentos prévios, proporcionar uma intervenção na zona de desenvolvimento proximal numa tentativa de promover seu avanço. Para tanto, procuramos organizar as situações de aprendizagem envolvendo situações-problema voltadas para o contexto social e de vida dos alunos que chamassem sua atenção. Dessa forma, podemos observar que os alunos, com base no seu sistema de significação, interpretavam as situações-problema desenvolvidas, ressignificando-as.

Em nosso estudo percebemos também que o aluno apresentou uma certa dificuldade quanto a sua capacidade de mudar de uma categoria para outra, sendo esta uma das principais características do "pensamento abstrato" ou do "comportamento categorial essencial a ele". (LURIA, 1990, p. 66). Buscamos, assim, na linguagem o instrumento para a sistematização e a generalização dos conceitos, isolando certos atributos distintos dos objetos como base de categorização, fazendo inferências aos elementos que destinavam a cada objeto uma categoria específica. (p. 69). Essa análise nos permitiu verificar que uma pessoa capaz de pensamento abstrato consegue refletir sobre o mundo externo de forma mais profunda e completa, chegando mais facilmente a conclusões e inferências a respeito do tema desenvolvido, "tomando por base não só a sua experiência pessoal, mas também os esquemas do pensamento lógico que objetivamente se formam em um estágio avançado do desenvolvimento da atividade cognitiva". (p. 135).

Ainda pudemos verificar que os conteúdos matemáticos não devem ser caricaturados sob a forma de um conjunto de conceitos genéricos empurrados "güela abaixo", mas considerando sua evolução histórica, sua presença no contexto cultural em que foram gerados e, sobretudo, pela sua relevância e aplicação no cotidiano. Acreditamos que o processo pedagógico envolvendo as vivências dos alunos permitiu-nos ampliar e problematizar suas visões em relação às situações discutidas; assim, envolveu os estudantes de modo a que expusessem suas vidas e discutissem questões como injustiça, exploração e violência. Nesse sentido, verificamos que desenvolver as atividades matemáticas com base na vida cotidiana dos alunos pode se constituir num dos modos de manifestação e possível transformação da realidade histórica (TEDESCO, 1999, p. 34), como pudemos perceber nas atitudes de alguns alunos. A matemática pode, certamente, contribuir com a "eqüidade e justiça social" se for desenvolvida de forma contextualizada. (D'AMBROSIO, 2002, p. 76).

Assim, ao responder à pergunta que se constituiu no problema desta pesquisa, assim formulada: "Como as interações no processo de formação do conceito de função podem contribuir para dar significado ao ensino-aprendizagem de matemática?", verificamos que a pesquisa proporcionou-nos refletir sobre a educação e, sobretudo, sobre a educação matemática como processo social. As práticas implementadas pela professora, assim como as respostas dos alunos, decorrem das relações sociais estabelecidas na sala de aula e como resultado do contexto social no qual estão inseridos. Observamos que o processo educativo acontece coletivamente e que o caminho ainda é muito longo no sentido de encontrarmos as possíveis soluções para os problemas e as mudanças necessárias. Temos de nos exaurir nas buscas, nos estudos, nos meios que futuramente poderão, talvez, trazer resultados mais positivos para a educação, contemplando a dignidade da condição humana.

Analisando a trajetória deste projeto desde o seu início, podemos notar os avanços ao longo do processo na formação intelectual e profissional da pesquisadora pelas leituras, reflexões, análises, interpretações e escrita que se impuseram como forma de crescimento. Constatamos ainda que esse processo não termina, que é um constante recomeçar, reaprender, ou seja, educar.

Gostaria de, (não) concluindo, compartilhar as palavras de Freire:

Fazendo-se e refazendo-se no processo de fazer a história, como sujeitos e objetos, mulheres e homens, virando seres da inserção no mundo e não da pura adaptação ao mundo, terminaram por ter no sonho também um motor da história. Não há mudança sem sonho como não há sonho sem esperança. (2005, p. 91).

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *História da educação*. 2. ed. ver. São Paulo: Moderna, 1996.

ÀVILA, Geraldo. Objetivos do ensino da matemática. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 27, 1995. p. 1-9.

BALDINO, Roberto Ribeiro. Pesquisa-ação para formação de professores: leitura sintomal de relatórios. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo: SP: Unesp, 1999. p. 221-245.

BENINCÁ, Elli; ARAÚJO, Elenita T. G. O diálogo no cotidiano do educador. In: MÜHL, E. H.; ESQUINSANI, Valdocir. *O diálogo ressignificando o cotidiano escolar*. Passo Fundo: UPF, 2004. p. 15-21.

BICUDO, Irineu. *História da Matemática: o pensamento da filosofia Grega Antiga e seus reflexos na educação do mundo ocidental*. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo, SP: Unesp, 1999. p. 117-127.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didactica da matemática. In: BRUN, Jean (Dir.). *Didactica das matemáticas* . Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

BRUN, Jean. Evolução das relações entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a didactica da matemática. In: BRUN, Jean (Dir.). *Didactica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 17-33.

CAMPOS, Celso Ribeiro. *O ensino da matemática e da física numa perspectiva integracionista*. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais de matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa. Lisboa, 1984.

CAUTY, André. Aritmética maia. *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 11, p. 10-15, [s.d.].

CHALOUH, Louise; HERSCOVICS, Nicolas. Ensinando expressões algébricas de maneira significativa. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 37-48.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; CARVALHO, Hamilton Cunha de. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma seqüência de ensino-aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII. *Anais*... Comunicação científica. CT. 3. Recife: 2004.

CONNE, F. Saber e conhecimento na perspectiva da transposição didática. In: BRUN, Jean (Dir.). *Didactica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

CROS, Anna. *Convencer em clase*: argumentación y discurso docente. Barcelona: Ariel S. A., 2003.

COSTA, Acylena Coelho. *Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pro-Posições*. v. 4, n. 1[10], 1993. p. 35-40.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação*: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus. Campinas: 1986.

______. *Etnomatemática*: arte ou técnica de explicar e conhecer. 5. ed. São Paulo: Ática, 1998.

______. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo, SP: Unesp. 1999. p. 97-115.

______. *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

______. *Educação matemática*: da teoria à prática. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 2004.

______. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. DE. C. (Org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 2. ed. revisada. São Paulo: Cortez, 2005. p. 13-29.

______. Volta ao mundo em 80 matemáticas. *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 11, p. 6-9, [s.d.].

DEMANA, Franklin; LEITZEL, Joan. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo:Atual, 1995.

DEMO, Pedro. *Pesquisa*: princípio científico e educativo. 2. ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1991.

DÍAZ, Rafael M.; NEAL, Cynthia J.; WILLIAMS. Marina Amaya. As origens sociais da auto-regulação. In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação*: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 123-149.

DUARTE, Cláudia Galvan. Implicações curriculares a partir de um olhar sobre o "mundo da construção civil". In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. DE (Org.). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004. p. 183-202.

DUARTE, Newton. *Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vigotski*. 3. ed. ver. e ampl. Campinas, SP: Autores Associados, 2001.

ENCICLOPÉDIA DELTA UNIVERSAL. Rio de Janeiro: Delta, 1985.

FAVERO, Altair Alberto. Racionalidade e educação numa perspectiva habermasiana. In: FAVERO, A. A.; DALBOSCO, C. A.; MÜHL, E. H. (Org.). *Filosofia, educação e sociedade.* Passo Fundo: UPF, 2003. p. 13 – 36.

FIORENTINI, Dario; MIORIN, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, v. 3, n. 1[7], p. 39-54, 1992.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 13. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

______. *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 27. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

______. *Pedagogia da esperança*: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 12. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FREITAS, Maria Teresa Menezes et al. O desafio de ser professor de matemática hoje no Brasil. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Cultura, formação e* *desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática*. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005. p. 89-105.

GADAMER, Hans-Georg. Homem e linguagem; In: ALMEIDA, Custódio Luiz Silva de; FLICKINGER, Hans-Georg; RHODEN, Luiz. (Org.). *Hermenêutica filosófica.* Porto Alegre: Edipucrs, 2000. p. 117-127.

GADOTTI, Moacir. Boniteza de um sonho: ensinar-e-aprender com sentido. Curitiba: Positivo, 2005.

GANDIN, Danilo. *Escola e transformação social*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1988.

GATTI, Bernardete Angelina. *A construção da pesquisa em educação no Brasil*. Brasília: Plano, 2002.

GIONGO, Ieda Maria. Etnomatemática e práticas da produção de calçados. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. DE (Org.). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004. p. 203-218.

GIROUX, Henry. *Teoria crítica e resistência em educação*: para além das teorias da reprodução. Petrópolis, RJ: Vozes, 1986.

GOODMAN, Yetta M; GOODMAN, Kenneth S. Vygotsky em uma perspectiva da "linguagem integral". In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação*: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 219-244.

GRANDO, Neiva Ignês. *O campo conceitual de espaço na escola e em outros contextos culturais*.1998. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

GRAMSCI, Antonio. *Concepção dialética da história*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1986.

GRILLO, Marlene. Prática docente: referência para formação do educador. In: CURY, Helena Noronha. (Org.). *Formação de professores de matemática*: uma visão multifacetada. Porto Alegre: Edipucrs, 2001.

IEZZIM, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar.* 7. ed. São Paulo: Atual, 1993.

KILPATRICK, William Heard. *Educação para uma civilização em mudança*. 16. ed. São Paulo: Melhoramentos; [Rio de Janeiro] : Fundação Nacional de Material Escolar, 1978.

KNIJNIK, Gelsa. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural , o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. DE (Org.). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004. p. 19-38.

LEMBO, John M. *Por que falham os professores*. São Paulo: EPU, 1975.

LEONTIEV, Aléxis. *O desenvolvimento do psiquismo*. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LIBANEO, José Carlos. *Democratização da escola pública*: a pedagogia crítico-social dos conteúdos. 20. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2005.

LOPES, Janice Pereira. *Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar*: problematizando o conceito de função afim. 2004. Dissertação. (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de santa Catarina, Florianópolis, 2004.

LÓPES, Mario; MEDEIROS, J. Laurentys. *Semiologia médica*: as bases do diagnóstico clínico. Revinter, 1999.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LURIA, Alexander Romanovich. *Pensamento e linguagem*: as últimas conferências de Luria. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

______. Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais. São Paulo: Ícone, 1990.

______. Vigotskii. In: VYGOTSKY, Lev S.; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alex N. (Org.). *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.* São Paulo: Ícone, 2001.

MANACORDA, Mario Alighiero. *História da educação*: da Antiguidade aos nossos dias. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MANGIN, Loïc. O enigma dos quipos. *Scientific American Brasil*, São Paulo, n. 11, p. 20-23, [s.d.].

MARTZLOFF, Jean-Claude. A matemática provisória da astronomia chinesa. *Scientific American Brasil,* São Paulo, n. 11, p. 24-29, [s.d.].

MARKARIAN, Roberto. A matenática na escola: alguns problemas e suas causas. *Revista do Professor de Matemática,* USP, n. 38, 1998.

MARKOVICS, Zvia; EYLON, Bat Sheva; BRUCKHEIMER, Maxim. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Orgs.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual,1995.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo, SP: Unesp, 1999.

MORIN, Edgar. *A cabeça bem-feita*: repensar a reforma, reformar o pensamento. 8. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2003.

MOYSES, Lúcia. *Aplicações de Vygotsky à educação matemática*. Campinas, São Paulo: Papirus, 1997.

MÜHL, Eldon Henrique. Educação e emancipação: construção e validação consensual do conhecimento pedagógico. In: FÁVERO, Altair Alberto; DALBOSCO, Cláudio Almir; MÜHL, Eldon Henrique (Org.). *Filosofia, educação e sociedade*. Passo Fundo: UPF, 2003. p. 61-72.
.

______. Hermenêutica e educação: desafios da hermenêutica na formação dialógica do docente. In: MÜHL, Eldon Henrique; ESQUINSANI, Valdocir Antonio (Org.). *O diálogo ressignificando o cotidiano escolar*. Passo Fundo: UPF, 2004. p. 38-51.

NETTO, José Paulo; CARVALHO, Maria do Carmo Brant de. *Cotidiano*: conhecimento e crítica. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1996.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. *Vygotsky*: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipioni, 1997.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo, SP: Unesp, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 2. ed. revisada – São Paulo: Cortez, 2005. p. 213 – 231.

OSORIO, Luiz Carlos. *Adolescente hoje*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1989.

OUTEIRAL, José Ottoni. *Adolescer*: estudos sobre adolescência. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

PALANGANA, Isilda Campaner. *Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky* (a relevância do social). São Paulo:Plexus, 1998.

PANOFSKY, Carolyn P., STEINER, John, BLACKWELL, Peggy J. O desenvolvimento do discurso e dos conceitos científicos. In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação*: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 245-260.

PAVIANI, Jayme. Relações culturais e desafios éticos. In: FAVERO, A. A.; DALBOSCO, C. A.; MÜHL, E. H. (Org.). *Filosofia, educação e sociedade*. Passo Fundo: UPF, 2003. p. 154-163.

PELHO, Edelweiss Benez Brandão. *Introdução ao conceito de função*: a importância da compreensão das variáveis.2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. *Teorema de Pitágoras*: lembranças e desencontros na matemática. Passo Fundo: UPF, 2002.

PERRENOUD, Philippe. *Pedagogia diferenciada*: das intenções à ação. Trad. de Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PEREZ, Geraldo. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 263- 282.

______. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. DE C. (Org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 2. ed. ver. – São Paulo: Cortez, 2005. p. 250-263.

POLENTTINI, Altair F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.) *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo, SP: Unesp, 1999. p. 247-261.

QUIROGA, Ana. In: Instituto Pichon-Rivière de São Paulo: O processo educativo segundo Paulo Freire e Pichon-Rivière. Petrópolis, RJ: Vozes, 1987. p. 15-26.

RAYS, Oswaldo Alonso. *Trabalho pedagógico*: hipóteses de ação didática. Santa Maria: Pallotti, 2000.

REGO, Teresa Cristina. *Vygotsky*: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

RODRIGUES, Neidson. *Da mistificação da escola à escola necessária*. São Paulo: Cortez, 1989.

ROHDEN, Luiz. Hermenêutica e linguagem. In: ALMEIDA, Custódio Luiz Silva de; FLICKINGER, Hans-Georg; ROHDEN, Luiz. (Org.) *Hermenêutica filosófica*: nas trilhas de Hans-Georg Gadamer. Porto Alegre: Edipucrs, 2000. p. 151-202.

ROSSETTI, José Pachoal. *Introdução à economia*. 20 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

SANTOS, Leila Muniz. *Concepções do professor de matemática sobre o ensino de álgebra.* 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SCHLIEMANN, Analúcia D.Da matemática da vida diária à matemática da escola. In: SCHLIEMANN, Analúcia D.; CARRAHER, David (Org.). *A compreensão de conceitos aritméticos*. Campinas, SP : Papirus, 1998. p. 11-38.

SOUZA, Antonio Carlos Carrera de. O reencantamento da razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 137-149.

SKOVSMOSE, Olé. Matemática em Ação. In: BICUDO, M. A. V. ; BORBA, M. DE C. (Org.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. 2. ed. rev. São Paulo: Cortez, 2005. p. 30-57.

TEDESCO, João Carlos. *Paradigmas do cotidiano*: introdução à constituição de um campo de análise social. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 1999.

TRINDADE, José Análio de Oliveira. *Os obstáculos epistemológicos e a educação matemática.* 1996. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

TRINDADE, José Análio de; MORETTI, M. T. Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação. *Zetetikê*, CEPEM-FE/Unicamp, n. 13/14, p. 29-49, jan./dez. 2000.

TUDGE, Jonathan. Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal e a colaboração entre pares: implicações para a prática em sala de aula. . In: MOLL, Luis C. *Vygotsky e a educação*: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 151-168.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VALSINER, Jaan; VEER, René van der. *Vygotsky, uma síntese*. 4. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2001.

VERGNAUD, Gerard. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (Dir.). *Didactica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. *A formação social da mente*: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

______. Psicologia concreta do homem. *Educação e Sociedade*, Campinas, n. 71, p. 23-44, 2000.

______. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VYGOTSKY, Lev S.; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alex N. (Org.). *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 2001.

______. *Psicologia pedagógica*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

______. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

WANDERER, Fernanda. Educação de jovens e adultos, produtos da mídia e etnomatemática. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. DE (Org.). *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004. p. 253-271.

ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jenuína L. A. Sobre funções e a linguagem matemática de professores do ensino médio. *Zetetiké*, Campinas/SP, v., 8, n. 13/14, p. 1-166, jan./dez. 2000.

______. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. Educação matemática em revista. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. São Paulo: (SBEM), ano 8, n. 9/10, p. 10-16, 2001.

______. O conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. *Ciência e Educação*. São Paulo, v. 8, n. 1, p. 35-41, 2002.

ANEXOS

Anexo A – Autorização dos pais ou responsáveis pelos alunos para a realização da pesquisa. Termos da autorização:

Colégio Estadual Joaquim Fagundes dos Reis

Srs. Pais ou responsáveis

Eu, professora Alcione D'Agostini Annes, peço aos senhores, autorização, para realizar junto a seus filhos um trabalho de pesquisa que servirá para análise do meu trabalho de dissertação de Mestrado em Educação que estou cursando na Universidade de Passo Fundo. Esclareço que as atividades realizadas em aula serão referentes ao conteúdo programático estabelecido no regimento escolar, que o nome dos seus filhos não serão incluídos na referente pesquisa e que as atividades pedagógicas serão desenvolvidas conforme determina a lei que rege a educação brasileira.

Autorizo: ( ) Sim ( ) Não

Assinatura dos pais ou responsáveis:

____

Anexo B – Questionário aplicado aos alunos da 1ª série do ensino médio da turma escolhida para o desenvolvimento da proposta.

As questões:

1) Nome do(a) aluno(a): ____

2) Endereço completo: ____

3) Moro com: ____

4) O que tem no bairro que moro: ___________________________________

5) O que faço além de estudar: ______________________________________

6) O que gosto de fazer: ____

7) Profissão:

   do pai: ____

   da mãe: ____

   do responsável: ______________________________________

8) A matemática da escola tem alguma relação com a matemática do cotidiano fora da escola? Justifique.

9) Você já estudou sobre função polinomial do 1º grau?

Anexo C – Problemas

Apresentamos aqui algumas situações-problemas elaboradas para a compreensão e formação da regra de associação para a elaboração do conceito de função. Os problemas foram elaborados conforme as atividades descritas e/ou realizadas pelos alunos ou por seus pais.

1) A mãe de Anita trabalha como diarista em casas de famílias ganhando R$ 35,00 por tarde trabalhada. Se durante a semana ele trabalhar o número de tardes conforme a tabela abaixo, quanto ganhará em cada caso?

nº de tardes trabalhadas por semana	Ganho
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Obs.: Colocamos 6 tardes pelo fato dos alunos insistirem que tem pessoas que trabalham até no sábado.

Agora responda:

1.a) O que representa cada tarde trabalhada?

1.b) O que representa o ganho?

1.c) O ganho depende do que?

1.d) Como se faz para calcular?

1.e) Poderíamos fazer uma regra única para todos os cálculos?

1.f) Como?

2) O tio de José o convidou para viajar até o Maranhão de caminhão pois tinha uma entrega a fazer e não queria ir sozinho. Durante a viagem, José nos relatou, que gastaram em torno de R$ 32,50 por uma diária de hotel e aproximadamente R$4,80 por

refeição. Considerando a diária do hotel e o número de refeições feitas por dia complete a tabela abaixo.

Nº de refeições	despesa
1	
2	
3	
4	

Responder as questões:

2.a) A despesa dependo do que?

2.b) Como se faz o cálculo?

2.c) Você poderia fazer o cálculo de outro modo? Como?

2.d) Poderíamos formar uma regra única para todos os cálculos? Como?

3) Mariana trouxe para a sala de aula o seguinte dado: de cada 4 pessoas que fumam uma morrerá pelos males do cigarro. Vamos completar a tabela e tentar estabelecer a regra de associação que define esta situação.

Nº de fumantes	Nº de mortes pelo fumo
4	
8	
12	
16	
20	

3.a) Determinar o domínio e a imagem conforme o caso acima.

Anexo D – Representações gráficas da função linhar

Vamos representar num plano cartesiano a função f: N • N na qual

f(x) = 35x.

Determinar:

a) o domínio;

b) o contradomínio;

c) a imagem;

d) os pares ordenados;

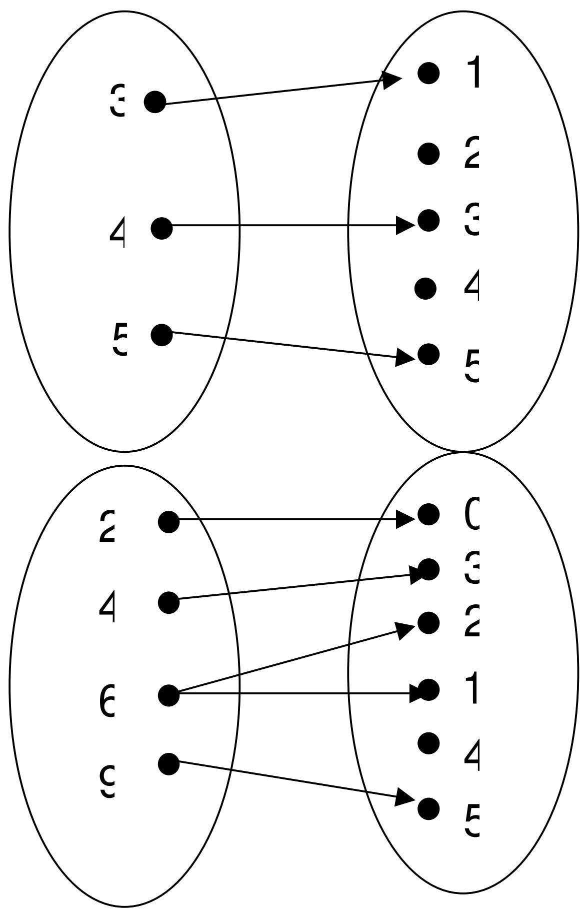
e) o que representa cada elemento do par?

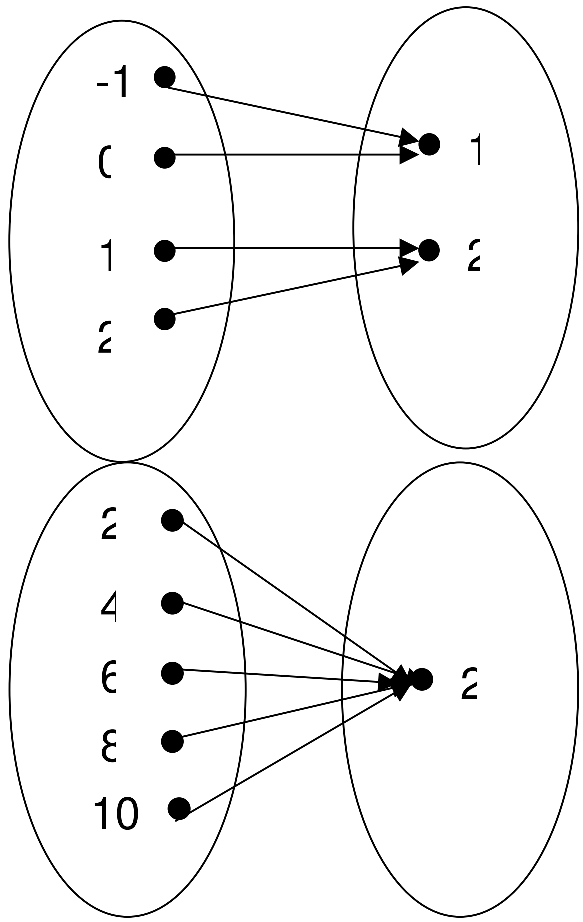
Anexo E – Exercício

1) A tabela a seguir se refere a uma função definida pela lei y = 3x + 5. Determine os valores de a, b, c, d, e, f, g.

X	1	b	5	d	9	f	14
Y	a	11	c	15	e	-9	g

2) Identifique os diagramas que representam funções e justifique:




-1
0
1
2
1
2
2
4
6
8
10
2