

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Victor Manuel Cardenas Tarazona

**Escoamento de um Líquido Pseudoplástico em
Espaço anular com Excentricidade
Variável**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Rio de Janeiro, Dezembro de 2005

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



Victor Manuel Cardenas Tarazona

**Escoamento de um Líquido Pseudoplástico em
Espaço anular com Excentricidade
Variável**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC - Rio

Prof. Luiz Fernando Alzuguir Azevedo

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC - Rio

Prof. Roney Leon Thompson

Universidade Federal Fluminense

Prof. Jose Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – Puc-Rio

Rio de Janeiro, 21 de Dezembro de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Víctor Manuel Cardenas Tarazona

Graduo-se em Engenharia Mecânica na Universidade Gama Filho - Rio de Janeiro - Brasil

Ficha Catalográfica

Cardenas Tarazona, Victor Manuel

Escoamento de um líquido pseudoplástico em espaço anular com excentricidade variável / Victor Manuel Cárdenas Tarazona ; orientador: Márcio da Silveira Carvalho. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, 2005.

116 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Escoamento em poço. 3. Teoria da lubrificação. 4. Excentricidade variável. 5. Líquido pseudoplástico. I. Carvalho, Márcio da Silveira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Dedicatória

A minha Esposa Adriana, que me acompanhou, me deu força a cada passo da Tese; aos meus Pais (Victor e Flor de Maria) e irmãs (Gulianna e Valeria), que me deram o apoio para que este sonho se tornasse realidade, às minhas filhas (Ylla, Layca, Minie e Molly), que me alegram e me acompanharam naquelas noites intermináveis; a Sra. Ruth dos Remédios Branco de Moraes, motivo de dedicação, disciplina, organização, mãe da minha mulher, que lhe devo todo meu respeito, que em paz descanse.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que fizeram possível a elaboração deste trabalho, em especial:

A Márcio (Orientador), que teve dedicação, apoio e paciência a cada passo de Tese.

Aos meus colegas de pesquisa (grupo de Reologia) que me acompanharam, aconselharam e ajudaram no transcorrer da Tese.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, tanto pelos momentos compartilhados, quanto pelos conselhos e dicas a nível acadêmico.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Cardenas Tarazona, Victor Manuel. **ESCOAMENTO DE UM LÍQUIDO PSEUDOPLÁSTICO EM ESPAÇO ANULAR COM EXCENTRICIDADE VARIÁVEL**. Rio de Janeiro, 2005. 116p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O estudo de escoamentos em espaço anular é de fundamental importância para o entendimento e otimização do processo de perfuração de poços. A lama de perfuração deve possuir propriedades reológicas e termofísicas tais que garantam um bom desempenho no carregamento de cascalho, na lubrificação e refrigeração das brocas, na limpeza do poço, manutenção da pressão da coluna de líquido para equilibrar a pressão das formações atravessadas e estabilizar as paredes do poço. Uma análise completa desta situação é extremamente complexa; o cilindro interno (coluna) pode estar girando, a geometria da parede do poço não é um cilindro perfeito, o espaço anular é excêntrico e a excentricidade varia ao longo do poço. Além disto, lamas de perfuração possuem um comportamento pseudoplástico, isto é a viscosidade é função decrescente da taxa de deformação. Os modelos que levam em conta todos esses fatores são extremamente complexos e caros computacionalmente. Os modelos disponíveis na literatura utilizam hipóteses simplificadoras para tornar a análise menos complexa. Muitos trabalhos consideram a rotação do cilindro interno e o comportamento não Newtoniano, mas desprezam a variação da excentricidade ao longo do poço. Mesmo com esta simplificação, os modelos apresentados, que consistem na solução da equação bi-dimensional para determinar o campo de velocidade axial e tangencial do escoamento desenvolvido em um espaço anular, possuem alto custo computacional. O modelo apresentado neste trabalho leva em conta a variação da excentricidade ao longo do poço, bem como o comportamento pseudoplástico da lama e a rotação do cilindro interno. As equações que governam o problema foram simplificadas utilizando a teoria de lubrificação. As equações diferenciais

parciais que descrevem o perfil de velocidade e a pressão ao longo do poço foram resolvidas pelo método de diferenças finitas (diferenças centrais) e linearizadas pelo método de Newton. O modelo de lubrificação foi validado através da comparação dos resultados obtidos com trabalhos na literatura para escoamentos com excentricidade constante. Os resultados mostram o efeito da variação da excentricidade ao longo do poço, da rotação na coluna, das propriedades não Newtonianas no padrão do escoamento e no fator de atrito.

Palavras-chave

Escoamento em poço, Teoria da Lubrificação, Excentricidade variável; líquido pseudoplástico,

Abstract

Cardenas Tarazona, Victor Manuel. **FLOW OF PSEUDOPLASTIC FLUID IN ANNULAR WITH VARIABLE ECCENTRICITY**. Rio de Janeiro, 2005. 116p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Helical flow in annular space occurs in drilling operation of oil and gas wells. The correct prediction of the flow of the drilling mud in the annular space between the wellbore wall the the drill pipe is essential to determine the variation in the mud pressure within the wellbore, the frictional pressure drop and the efficiency of the transport of the rock drill cuttings. A complete analysis of this situation is extremely complex; the inner cylinder is usually rotating, the wellbore wall will depart significantly from cylindrical, during drilling operation the drill pipe is eccentric, and the eccentricity varies with position along the well. Moreover, drilling muds present pseudoplastic behavior, the viscosity is a strong function of the deformation rate. A complete analysis of this situation would require the solution of the three-dimensional momentum equation and would be computationally expensive and complex. Models available in the literature to study this situation do consider the rotation of the inner cylinder and the non Newtonian behavior of the liquid, but assume the position of the inner and outer cylinders fixed, i.e. they neglect the variation of the eccentricity along the length of the well, and assume the flow to be well developed. This approximation leads to a two-dimensional model to determine the three components of the velocity field in a cross-section of the annulus. The resulting differential equations have to be solved by some numerical method. The model presented in this work takes into account the variation of the eccentricity along the well; a more appropriate description of the geometric configuration of directional wells. As a consequence, the velocity field varies along the well length and the resulting flow model is three-dimensional. Lubrication theory is used to simplify the governing equations

into a non-linear, two-dimensional Poisson Equation that describes the pressure field. Lubrication model was validated by comparing the predictions to reported results on fully developed flow on eccentric annular space. The results show the effect of varying eccentricity, non Newtonian behavior and inner cylinder rotation on the flow field and on the friction factor.

Keywords

Drilling mud flow, eccentric annular space, lubrication approximation

Sumário

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Introdução | 18 |
| 1.1 | Motivação | 18 |
| 1.2 | Descrição do Processo de Perfuração | 19 |
| 1.2.1 | Sistema de Circulação | 21 |
| 1.2.1.1 | Lama de Perfuração | 22 |
| 1.3 | Revisão Bibliográfica | 27 |
| 1.4 | Objetivos do trabalho | 33 |
| 1.5 | Roteiro | 34 |
| 2 | Modelo Matemático | 35 |
| 2.1 | Equação da Conservação da Massa | 35 |
| 2.2 | Equação da Quantidade de Movimento | 35 |
| 2.3 | Equação Constitutiva para a Viscosidade | 36 |
| 2.4 | Geometria do Problema | 37 |
| 2.5 | Teoria da Lubrificação | 40 |
| 3 | Método de Solução | 47 |
| 3.1 | Técnicas numéricas | 47 |
| 3.1.1 | Método de Diferenças finitas | 47 |
| 3.1.2 | Método de Newton | 50 |
| 3.1.3 | Método de Integração – Regra do Trapézio | 52 |
| 3.2 | Passos para solução do problema | 53 |
| 3.2.1 | Passo 1 - calcular o campo de pressão | 53 |
| 3.2.2 | Passo 2- calcular os gradientes de pressão $\frac{\partial P}{\partial z}(\theta, z); \frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta, z)$ | 54 |
| 3.2.3 | Passo 3 – Calcular os perfis de velocidade | 56 |
| 3.2.3.1 | Discretização das Equações | 58 |
| 3.2.4 | Passo 4 – Calcular os Coeficientes C_θ, C_θ, C_z | 69 |
| 3.2.5 | Passo 5 – Calcular o campo de pressão | 70 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.2.5.1 | Discretização da equação das Pressões | 70 |
| 4 | Resultados | 76 |
| 4.1 | Teste da Malha | 76 |
| 4.2 | Validação do Programa | 77 |
| 4.2.1 | Não – Newtoniano Concêntrico | 78 |
| 4.2.2 | Não – Newtoniano excêntrico | 81 |
| 4.3 | Efeito Não – Newtoniano para excentricidade constante | 85 |
| 4.4 | Escoamento Não-Newtoniano com excentricidade Variável | 90 |
| 5 | Comentários Finais e Sugestões | 113 |
| 5.1 | Comentários Finais | 113 |
| 5.2 | Sugestões | 114 |
| | Referencias Bibliográficas | 115 |

Lista de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1-1 – Escoamento do fluido de perfuração. | 18 |
| Figura 1-2 – Componentes básicos do sistema de Movimentação..... | 21 |
| Figura 1-3 – Sistema de Circulação da lama de perfuração. | 22 |
| Figura 1-4 – Fluido Selante, | 24 |
| Figura 1-5 – Classificação dos fluidos de perfuração. | 25 |
| Figura 1-6 – Esquema de Classificação dos fluidos de perfuração..... | 26 |
| Figura 1-7 – Definição de comprimentos equivalentes para anulares..... | 28 |
| Figura 1-8 – Configuração geométrica de Luo e Pedem..... | 30 |
| Figura 1-9 – Perfil de velocidade no anular excêntrico..... | 30 |
| Figura 1-10 – Perfil de Velocidade no anular excêntrico..... | 31 |
| Figura 1-11– Perfil da Tensão Cisalhante em anular excêntrico..... | 31 |
| Figura 1-12 - Perfil da Tensão Cisalhante em anular excêntrico | 32 |
| Figura 1-13 – Perfil de Velocidade de Nouri e Whitelaw (1994) | 33 |
| Figura 2-1– Gráfico representativo da Tensão Cisalhante | 37 |
| Figura 2-2 – Modelo Geométrico adotado, excentricidade senoidal..... | 37 |
| Figura 2-3 - Geometria do problema utilizada como ponto de partida. | 38 |
| Figura 2-4 – Convenção de sinais para excentricidade linear | 38 |
| Figura 2-5– Geometria do sistema, duas excentricidades | 39 |
| Figura 3-1 – Malha unidimensional uniformemente espaçados..... | 49 |
| Figura 3-2 – Representação geométrica do método de Newton..... | 50 |
| Figura 3-3 - Representação geométrica do método de Newton | 52 |
| Figura 3-4 – Representação do canal para discretização..... | 54 |
| Figura 4-1– Comparação dos resultados experimentais de Nouri and Witelaw.... | 78 |
| Figura 4-2- Comparação dos resultados experimentais de Nouri and Witelaw. ... | 79 |
| Figura 4-3 – Comparação dos resultados experimentais de Nouar. | 79 |
| Figura 4-4 - Comparação dos resultados experimentais de Nouar..... | 80 |
| Figura 4-5 – Comparação dos resultados experimentais de Xixheng. | 80 |
| Figura 4-6 – Comparação dos resultados analíticos de Escudier | 81 |
| Figura 4-7 – Comparação dos resultados de Escudier..... | 82 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4-8 – Efeito do aumento da velocidade com aumento da excentricidade .. | 83 |
| Figura 4-9 – Variação do fRe com aumento do número de Taylor..... | 84 |
| Figura 4-10 – Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante..... | 84 |
| Figura 4-11 – Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante | 85 |
| Figura 4-12 - Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante..... | 85 |
| Figura 4-13 – Influencia da excentricidade em fRe | 86 |
| Figura 4-14 – Efeito da rotação para diferentes índices de potências. | 87 |
| Figura 4-15 – Resultados de Lockett et al, Coronado e Carvalho..... | 88 |
| Figura 4-16 – Taylor crítico Ta^* para vários índices de potência. | 89 |
| Figura 4-17 – Influencia da rotação em fRe até o Ta^* | 89 |
| Figura 4-18 – Influencia da excentricidade constante e rotação em fRe | 90 |
| Figura 4-19 – Figura esquemática para o análise dos perfis de velocidade. | 91 |
| Figura 4-20 – Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,2$). | 92 |
| Figura 4-21 – Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano..... | 93 |
| Figura 4-22 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,0$)..... | 93 |
| Figura 4-23 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano..... | 94 |
| Figura 4-24 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,5$)..... | 95 |
| Figura 4-25 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano..... | 95 |
| Figura 4-26 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,3$)..... | 96 |
| Figura 4-27 – Detalhe da combinação dos perfis de velocidade ($\varepsilon = 0,3$). | 96 |
| Figura 4-28 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,3$)..... | 97 |
| Figura 4-29 - Detalhe da combinação dos perfis de velocidade ($\varepsilon = 0,3$). | 97 |
| Figura 4-30 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,1$)..... | 98 |
| Figura 4-31 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano..... | 98 |
| Figura 4-32 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,1$)..... | 99 |
| Figura 4-33 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano..... | 99 |
| Figura 4-34 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,1$)..... | 100 |
| Figura 4-35 - Detalhe da combinação dos perfis de velocidade ($\varepsilon = 0,1$). | 100 |
| Figura 4-36 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,4$)..... | 102 |
| Figura 4-37 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,4$)..... | 102 |
| Figura 4-38 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,1$)..... | 103 |
| Figura 4-39 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\varepsilon = 0,1$)..... | 103 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4-40 – Distribuição de pressão ao longo do canal para o esc NN..... | 104 |
| Figura 4-41 - Distribuição de pressão ao longo do canal para o esc NN. | 104 |
| Figura 4-42 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e ($\epsilon = 0,1$) .. | 105 |
| Figura 4-43 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e ($\epsilon = 0,1$) .. | 105 |
| Figura 4-44 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e ($\epsilon = 0,4$) .. | 106 |
| Figura 4-45 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial ($\epsilon = 0,4$)..... | 106 |
| Figura 4-46 - Distribuição de pressão ao longo do canal para o esc NN. | 107 |
| Figura 4-47 – Distribuição da pressão local para diferentes valores de n | 107 |
| Figura 4-48 - Distribuição da pressão local para diferentes valores de n | 108 |
| Figura 4-49 – Variação do fRe para diferentes Taylor (Ta) e n | 109 |
| Figura 4-50 – Comparativos do fRe vs n concêntrico | 109 |
| Figura 4-51 – Velocidades axial e circunferencial excentricidade variável hel .. | 110 |
| Figura 4-52 - Distribuição da pressão para o esc com exc variável hel | 111 |
| Figura 4-53 – Espessura do Canal adimensional (H) para o esc hel. | 112 |
| Figura 4-54 – Comparativo do fRe vs n para a exc senoidal e hel..... | 112 |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 4-1 – Tabela de resultados para o teste da malha. | 77 |
| Tabela 4-2 – Tabela de testes para análise do escoamento Newtoniano..... | 92 |
| Tabela 4-3 - Tabela de testes para análise do escoamento não-Newtoniano..... | 101 |

Lista de Símbolos

| | |
|--|---|
| z | coordenada na direção axial |
| R | coordenada na direção radial |
| θ | coordenada na direção circunferencial |
| ρ | massa específica (kg/m ³) |
| η | índice de potência |
| m | índice de comportamento (Pa s ^{η}) |
| $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$ | Tensor Taxa de deformação |
| $\dot{\gamma}$ | Intensidade de taxa de deformação |
| τ | Tensor das tensões viscosas |
| $\underline{\underline{T}}$ | Tensor das tensões |
| u | velocidade axial (m/s) |
| w | velocidade circunferencial (m/s) |
| v | velocidade radial (m/s) |
| R_i | raio do cilindro interno – coluna de perfuração (m) |
| R_o | raio do cilindro externo – parede do poço (m) |
| R | raio externo do anular (m) |
| P_{ent} | pressão na entrada do poço (Pa) |
| P_{sai} | pressão na saída do poço (Pa) |
| L | comprimento do poço (m) |
| e_{xconst} | excentricidade constante no eixo horizontal (m) |
| e_{yconst} | excentricidade constante no eixo vertical (m) |
| A_{mplx} | amplitude da função senoidal da excentricidade no eixo horizontal (m) |
| A_{mply} | amplitude da função senoidal da excentricidade no eixo vertical (m) |
| ε_x | excentricidade ao longo do poço no eixo horizontal (m) |
| ε_y | excentricidade ao longo do poço no eixo vertical (m) |
| ε | resultante das duas excentricidades (m) |
| Ω_i | velocidade angular da coluna de perfuração (rad/s) |
| δ | Diferencia de raios ($R_o - R_i$) (m) |

| | |
|-------------|---|
| D_H | Diâmetro hidráulico 2δ (m) |
| k | razão de raios (R_i / R_o) |
| H | espessura do canal |
| U | velocidade característica do escoamento |
| $V_{média}$ | velocidade média do escoamento |
| ξ | taxa de velocidade ($\Omega_i R_i / U$) |
| Re_o | numero de Reynolds para o fluido Power – Law, quando $\Omega_i = 0$ |
| Re | número de Reynolds |
| Ta_o | Número de Taylor para o fluido Power-Law, quando $U = 0$ |
| Ta | Número de Taylor |

1 Introdução

1.1 Motivação

O estudo do escoamento no espaço anular tem sido motivado pela necessidade de entender o escoamento de diferentes líquidos durante o processo de perfuração de poços. Na atualidade, a crescente procura pelo desenvolvimento de modelos matemáticos para descrever o escoamento no espaço anular é foco da atenção de vários pesquisadores: na indústria do petróleo, esta análise tem sido muito aproveitada no processo de perfuração [2] com o objetivo de avaliar o efeito das diferentes variáveis de operação no desempenho e custo do processo, assim como para dimensionamento de equipamentos.

O escoamento do fluido de perfuração (lama de perfuração), que é injetado por uma bateria de bombas (chamadas de bombas de perfuração) pelo interior da coluna de perfuração, saindo pelo interior da broca e retornando até a superfície pelo espaço anular existente entre o poço e a coluna como mostra a Figura 1-1, que ilustra esta operação.

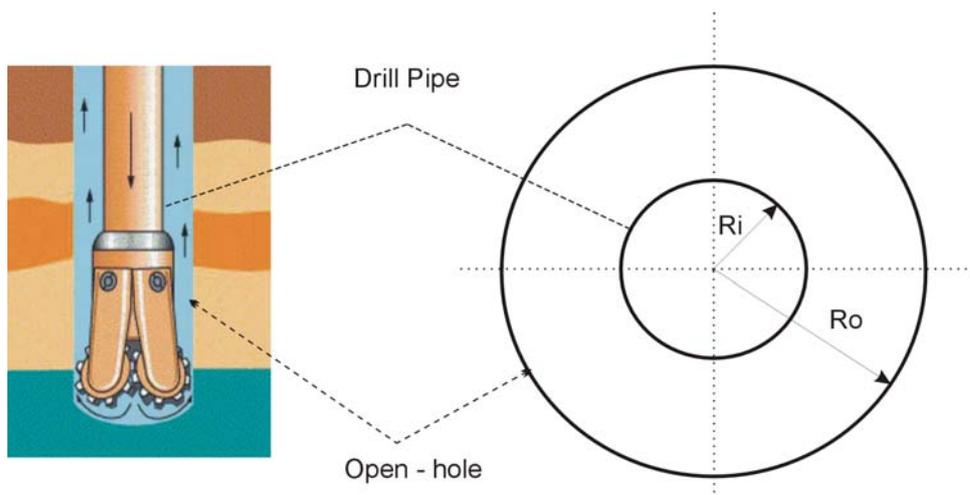


Figura 1-1 – Escoamento do fluido de perfuração percorrendo pelo interior da coluna de perfuração e retornando até a superfície pelo espaço anular.

1.2

Descrição do Processo de Perfuração

Após a descoberta da jazida de petróleo (utilizando métodos geológicos, potenciais ou sísmicos), as informações dos alvos mais favoráveis para obtenção do petróleo, são passadas para uma equipe de perfuração.

Passa-se então à perfuração de um poço, realizada através de uma sonda (denominada mastro ou torre), que é responsável pela sustentação da coluna de perfuração. Esta, por sua vez, consiste basicamente em uma série de comandos (tubos de paredes espessas) agregados a uma série de tubos de perfuração (tubos de paredes finas) sendo que numa extremidade é colocada uma broca, que irá, em movimentos circulares (em seu eixo) e de impacto, perfurar as rochas até atingir o alvo estabelecido.

Os fragmentos de rocha, por sua vez, resultantes deste processo de perfuração, são removidos através de fluidos especiais, chamamos de lama de perfuração: a lama é injetada por bombas para o interior da coluna de perfuração através da cabeça de injeção (“swivel”). Assim os cascalhos serão arrastados até a superfície por meio do espaço anular existente entre a coluna de perfuração e a parede do poço. Posteriormente, este resíduo passa a ser analisado pelos geólogos: busca-se, nesta etapa, de uma forma imediata, identificar as formações geológicas atravessadas pela broca e com isto identificar a existência de petróleo - além disso e, de forma indireta, pode-se dizer que os fragmentos analisados fornecem maiores informações sobre a região explorada, viabilizando novas interpretações geológicas da área.

Escolhido o ponto a ser perfurado e inserida a coluna de perfuração, a perfuração prossegue até uma determinada profundidade, quando então a coluna de perfuração é removida e a coluna de revestimento, com diâmetro inferior ao da broca, é inserida no poço. O espaço anular existente entre a coluna de revestimento e a parede do poço é cimentado, com o objetivo de isolar as formações rochosas e prosseguir a perfuração com segurança (evita-se, pois, o risco de desabamento das paredes). Logo após da cimentação das paredes

rochosas, a coluna de revestimento é removida e o processo continua com uma coluna de perfuração com broca de diâmetro inferior ao da coluna de revestimento. O poço é perfurado em várias etapas com brocas de diâmetros diferentes.

Basicamente, os equipamentos de uma sonda de perfuração são divididos em:

- a) Sistema de Sustentação de Cargas (bloco de coroamento, catarina, gancho, cabeça de injeção, gancho, compensador de movimentos);
- b) Sistema de Circulação (bombas de lama, tanques e extração de sólidos) - como mostrados na Figura 1-2;
- c) Sistema de Rotação, que se subdivide em sistema convencional, composto de mesa rotativa, kelly (ou haste quadrada) e kelly bushing (ou bucha de haste quadrada) e sistema top drive que, por perfurar por seção, permite menor número de conexões, sendo imprescindível para perfuração horizontal com grande afastamento;
- d) Sistema de Segurança e cabeça de poço (BOP, gavetas, choke manifold, acumuladores, linhas de válvulas);
- e) Sistema de Monitoração (painel que controla variação do volume de lama, volume total de lama, CPM da bomba de lama, retorno da lama, pressão de bombeio, assim como outros);
- f) Sistema Sub-superfície (coluna de perfuração e acessórios, brocas, motor de fundo, martelo, sistema de monitoramento).

Em nosso estudo o enfoque será preferencialmente voltado para a análise do sistema de circulação, tal como veremos no tópico a seguir.

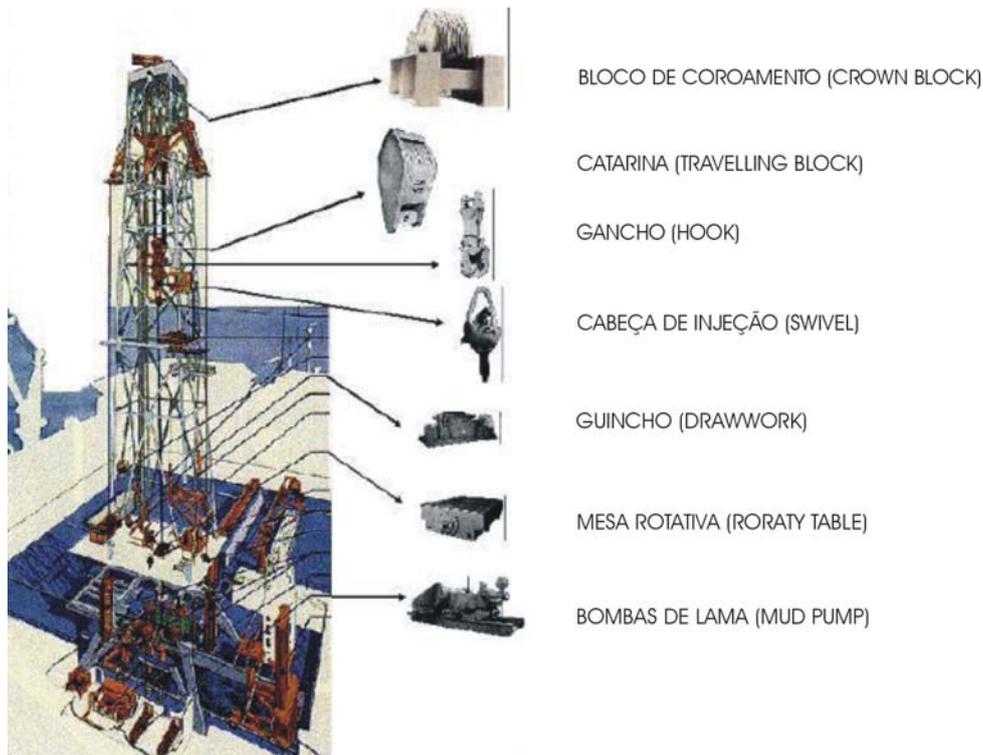


Figura 1-2 – Componentes básicos do sistema de Movimentação de Cargas e Circulação de uma sonda de perfuração.

1.2.1 Sistema de Circulação

Na etapa de perfuração, a lama de perfuração, injetada desde o tanque ao interior da coluna de perfuração, percorre o ⁽¹⁾ tubo bengala, ⁽²⁾ mangueiras, ⁽³⁾ “swivel”, ⁽⁴⁾ “Kelly”, ⁽⁵⁾ coluna de perfuração até chegar ⁽⁶⁾ na broca, retornando pela seção anular existente entre a coluna de perfuração e a parede do poço, com os cascalhos até a superfície.

A maior parte da lama utilizada retorna para o tanque de lama, como mostra a Figura 1-3, completando o ciclo.

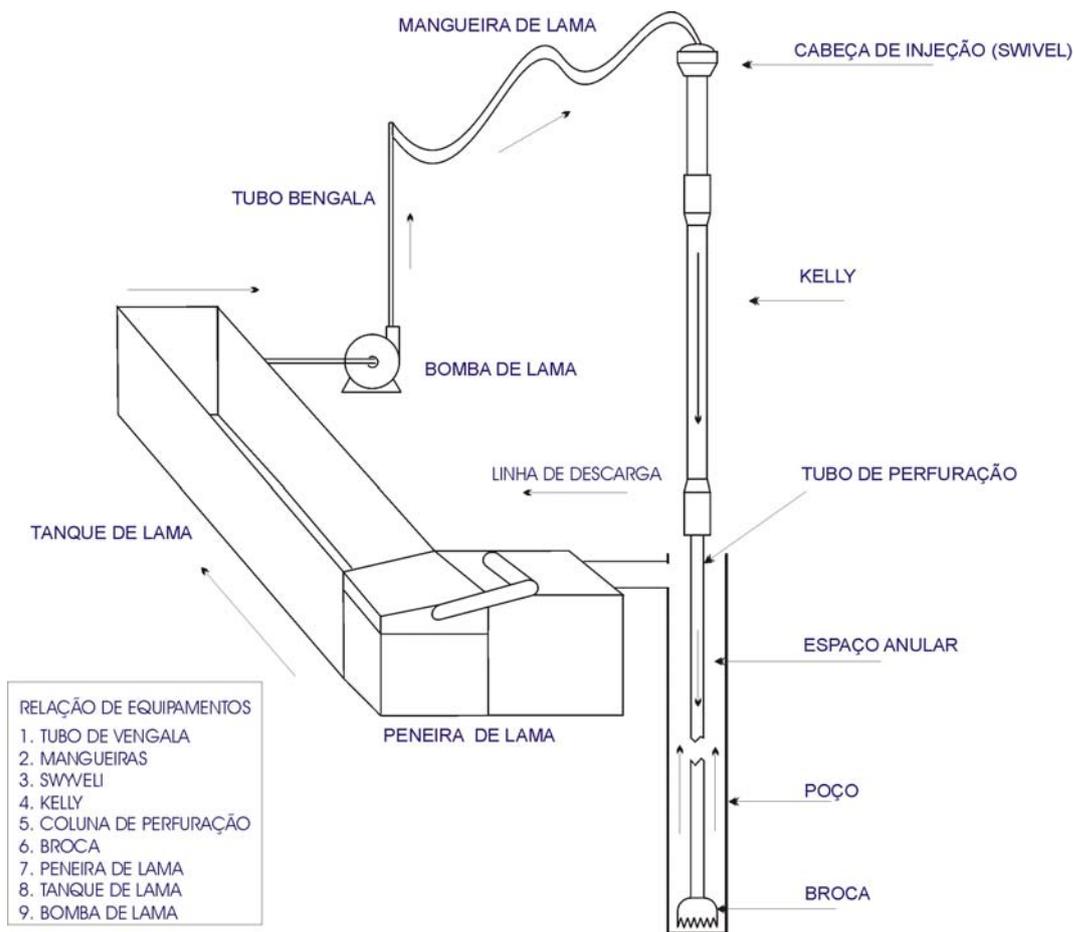


Figura 1-3 – Sistema de Circulação da lama de perfuração.

1.2.1.1 Lama de Perfuração

A lama de perfuração (ou fluido de perfuração) é uma ferramenta essencial no processo de perfuração. Este fluido deve possuir propriedades reológicas e termofísicas tais que garantam um bom desempenho no carregamento de cascalho e outras funções da forma rápida e segura.

É imprescindível que o fluido de perfuração possua as seguintes características: ser estável quimicamente; estabilizar as paredes do poço: mecânica e quimicamente; facilitar a separação dos cascalhos na superfície; possuir viscosidade e densidade suficientes para manter os cascalhos contidos na lama durante manobras (isto é durante a paralisação da perfuração, enquanto fazem as conexões dos tubos); ser inerte em relação a danos às rochas produtoras; ser bombeável; apresentar baixo grau de corrosão (evitando, assim, danos à parede do

poço e prevenindo a corrosão da coluna e equipamentos de superfície); ser facilmente separado dos cascalhos na superfície (isto facilita o análise e interpretação das formações rochosas).

Basicamente os fluidos de perfuração possuem as seguintes funções: Ter peso suficiente para manter a pressão hidrostática da lama equivalente à pressão das formações atravessadas, evitando o influxo de fluídos indesejáveis (*kick*) / erupções (*blowouts*) assim como estabilizar as paredes do poço evitando o seu desmoronamento; lubrificar e resfriar a broca; limpar o fundo do poço e carrear os cascalhos até a superfície.

As principais propriedades de controle dos fluidos de perfuração, são as físicas e químicas. Dentre as propriedades físicas pode-se citar: densidade, parâmetros reológicos, os parâmetros de filtração, o teor de sólidos, o coeficiente de lubrificidade e a estabilidade elétrica.

- A densidade pode ser determinada mediante a pressão de poro (pressão do fluído atuante diretamente no espaço poroso da rocha), e pressão de fratura da rocha (pressão na qual a rocha se rompe).
- Os parâmetros reológicos determinam o comportamento mecânico do fluído, influenciam diretamente na perda de carga dentro da tubulação e no espaço anular (este é uns dos assuntos a serem abordados neste trabalho) e no carregamento de cascalhos até a superfície. Os principais parâmetros medidos são: a viscosidade aparente, viscosidade plástica e tensão limite de escoamento. Outro parâmetro reológico é a força gel que indica o grau de tixotropia do fluido. Os fluidos tixotrópicos são aqueles que quando estão em repouso possuem o estado semi-rígido, e adquirem fluidez quando são submetidos a uma taxa de deformação. A força gel inicial é a resistência do fluido ao iniciar o movimento e a força gel final é a resistência do fluido ao reiniciar o movimento quando este fica por um certo tempo em repouso. Esta diferença das forças indica o grau de tixotropia do fluido.
- O parâmetro de filtração caracteriza a capacidade do fluido de obstruir os poros quando a broca esta perfurando a rocha, evitando assim o fluxo de líquido para a formação rochosa. Para isto o fluído deverá conter

substâncias sólidas de tamanho ligeiramente inferior aos poros da rocha exposta, como mostra a Figura 1-4 abaixo:



Figura 1-4 – Fluido Selante, representando a capacidade de filtração do fluido de perfuração[20].

- A concentração de sólidos é uma propriedade que deve ser muito bem controlada. O aumento da concentração deve ser evitado, visto que a concentração de sólidos influencia fortemente outras propriedades como a densidade, viscosidade e forças géis. Além disso, uma concentração de sólidos elevada pode causar danos aos equipamentos (desgaste aos equipamentos de circulação) e problemas na operação (fratura nas formações devido ao aumento da pressão hidrostática e de bombeio, redução à taxa de penetração e prisão da coluna). Existem duas possibilidades de controle do processo: a preventiva e corretiva. A preventiva é realizada mediante inibidores de fluidos, evitando a dispersão dos sólidos perfurados, e a corretiva mediante equipamentos como peneiras, centrifugas, ciclones etc.

As propriedades químicas que são determinadas com mais frequência são: Concentração Hidrogeniônica - pH, teor de cloretos e bentonita e alcalinidade.

Os fluidos de perfuração são classificados segundo as seguintes características: tipo de formação a ser perfurada; intervalo de temperatura; permeabilidade e pressão de poro da formação; da qualidade da água disponível; de considerações ecológicas e ambientais. As características mencionadas acima levaram a uma classificação dos fluidos de perfuração em dois grandes blocos. A Figura 1-5 mostra o esquema de classificação dos fluidos de perfuração:

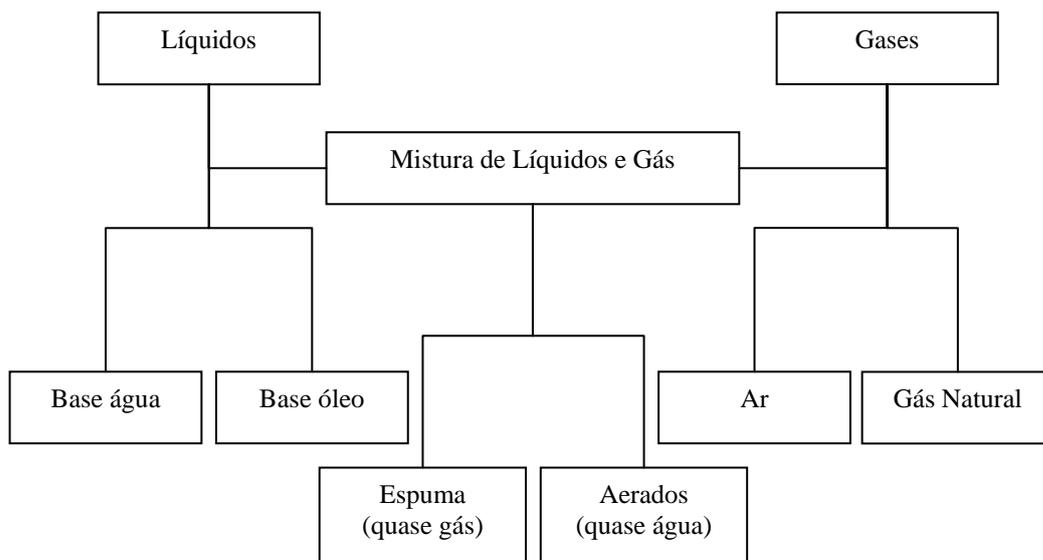


Figura 1-5 – Classificação dos fluidos de perfuração.

Os fluidos à base de água são os mais utilizados nas perfurações. A definição deste fluido considera principalmente a natureza da água e aditivos químicos. Três tipos de água podem ser utilizados:

- Água doce – Não necessita pré-tratamento químico. Possui salinidade inferior a 1000 ppm de NaCl (cloreto de sódio), e isto basicamente não afeta o desempenho dos aditivos empregados;
- Água dura – Composta basicamente de cálcio e magnésio dissolvidos que alteram o desempenho dos aditivos químicos.
- Água salgada – Possui salinidade superior a 1000 ppm de NaCl, podendo ser água do mar, ou água doce com adição de sais como NaCl, KCl ou CaCl₂.

A título de ilustração a figura 1.6 apresenta a grande variedade de fluidos a base de água utilizados:

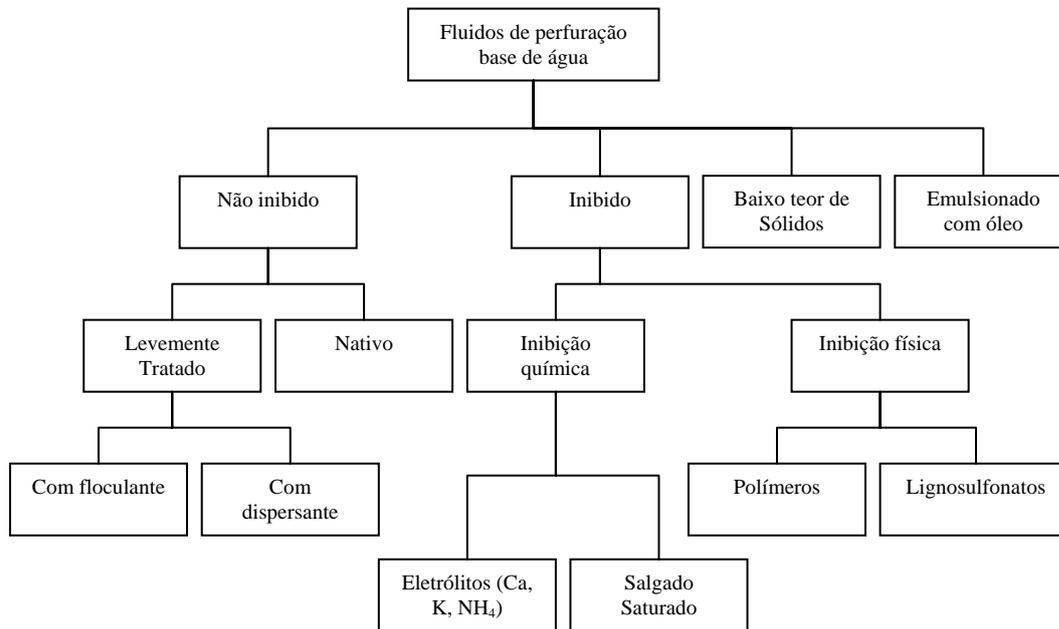


Figura 1-6 – Esquema de Classificação dos fluidos de perfuração a base de água.

A principal função dos fluidos à base de água é prover um meio de dispersão dos materiais coloidais (argilas e polímeros) que controlam algumas propriedades físicas do fluido (densidade, forças géis, limites de escoamento e parâmetros de filtração).

Os fluidos à base de óleo são compostos por duas fases: Contínua e dispersa. A fase contínua é geralmente composta por hidrocarbonetos líquidos (fase oleosa) e alguns sólidos coloidais de natureza inorgânica e/ou orgânica. A fase dispersa é formada por pequenas gotículas de água ou de solução aquosa. Estes fluidos a base de óleo são pouco utilizados por serem muito caros e poluentes.

Os fluidos a base de ar comprimido ou gás (N_2) são utilizados em perfurações onde existem perdas de circulação severas, formações produtoras com pressão muito baixa e em rochas muito duras como basalto ou diabásio. Outros fatores que influem na utilização de fluido à base de ar é a região a ser explorada

(ou seja regiões onde existe escassez de água ou regiões glaciais com espessas camadas de gelo).

A perfuração mediante ar puro, é utilizada em formações que não produzam quantidades elevadas de água e que não contenham hidrocarbonetos.

Os fluidos com espuma são utilizados em casos onde é necessária uma elevada eficiência no carregamento de cascalhos, uma vez que estes fluídos apresentam alta viscosidade à baixa taxa de cisalhamento. As espumas são uma dispersão de gás em líquido, na qual a fase contínua é constituída por um filme delgado de uma fase líquida, estabilizada por um tensoativo (espumante).

A perfuração com fluidos aerados é utilizada em regiões onde é necessário um gradiente de pressão intermediário entre os fluidos convencionais e as espumas.

Em geral como foi descrito por Tao e Donovam [3], os fluidos de perfuração são misturas complexas de sólidos, líquidos, produtos químicos e, por vezes até gases. Do ponto de vista químico, eles podem assumir aspectos de suspensão, dispersão coloidal ou emulsão, dependendo do estado físico dos componentes.

1.3 Revisão Bibliográfica

Iyoho [2] desenvolveu um estudo acerca da análise do escoamento não newtoniano através de uma excentricidade anular, utilizando-se o método de diferenças finitas e o modelo Power Law de Ostwald de Waele (este artigo será comentado posteriormente). Neste trabalho o autor faz uma pequena revisão bibliográfica que, por apresentar um breve resumo dos estudos feitos até a época, inclusive com uma boa introdução das ferramentas utilizadas para este trabalho, merece ser descrita.

Heyda [4] apresentou um desenvolvimento analítico da distribuição de velocidades numa excentricidade anular. Utilizando a função de Green e coordenadas bipolares, ele resolveu a equação de Poisson para um escoamento laminar incompressível, representando estes resultados em forma de uma série infinita.

Redberger e Charles [5] utilizaram os resultados de Heyda para resolver numericamente a equação diferencial de segunda ordem para o campo de velocidade de um escoamento Newtoniano em um espaço anular para vários diâmetros (interno / externo) e excentricidades.

Vaughn [6] tratou o anular excêntrico como um fenda de altura variável e o anular concêntrico como um fenda de altura constante, como mostra a Figura 1.4. Apesar de ter realizado o estudo para os casos de fluido newtoniano e não newtoniano, ele utilizou uma aproximação simples e várias considerações não realistas, o que comprometeu as conclusões apresentadas.

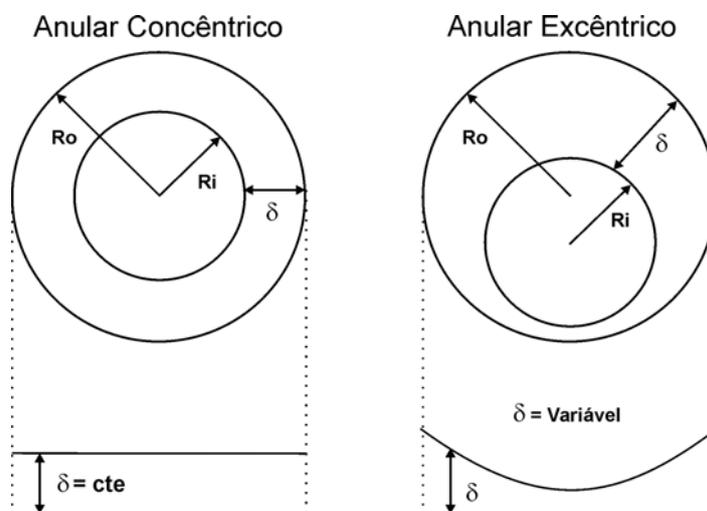


Figura 1-7 – Definição de comprimentos equivalentes para anulares concêntricos e excêntricos

Mitsubishi e Aoyagi [7] apresentaram um estudo experimental apresentando os perfis de velocidades em anulares excêntricos e confirmaram os resultados de Redberger e Charles. O perfil de velocidade do escoamento de uma solução polimérica (Carboxymethylcellulose – CMC) foi medido utilizando bolhas de

hidrogênio. Os resultados mostram que a velocidade é mais baixa na região de menor distância entre as paredes dos cilindros de um espaço anular excêntrico. A razão entre a maior e menor velocidade em uma seção é função da excentricidade e da razão de raios. Os resultados obtidos também demonstraram que o gradiente de pressão diminui nas zonas em que a excentricidade aumenta, e quando o escoamento tem características altamente não-Newtonianas o gradiente de pressão diminui nas zonas em que a excentricidade diminui.

Guckes [8] investigou o escoamento permanente de fluidos viscosos e viscoelásticos num espaço anular excêntricos. Guckes combinou a aproximação analítica de Heyda e a aproximação numérica de Redberger e Charles, e desenvolveu um cálculo numérico iterativo utilizando o método de diferenças finitas (este método será descrito no capítulo 3).

Iyoho [9] apresentou uma solução analítica para o escoamento Não-Newtoniano (modelo Power-Law) unidimensional numa excentricidade anular, utilizando a aproximação de Vaughn. Ele obteve vários resultados práticos, como a distribuição de velocidade no anular.

Luo e Peden [9] apresentaram um estudo do escoamento numa excentricidade anular para fluidos de perfuração, utilizando a geometria de dois cilindros excêntricos, como mostrado na Figura 1-8. O comportamento mecânico do fluido foi descrito pelos modelos Power-law e Plástico de Bingham. Para o escoamento Power-Law foram encontrados soluções analíticas para o campo de velocidades e a tensão cisalhante que abrange todo o espaço anular excêntrico, e para o caso do escoamento Plástico de Bingham obteve-se resultados analíticos para os valores máximos e mínimos do campo de velocidade assim como da tensão cisalhante, conforme mostrado na Figura 1-9, Figura 1-10, Figura 1-11, Figura 1-12.

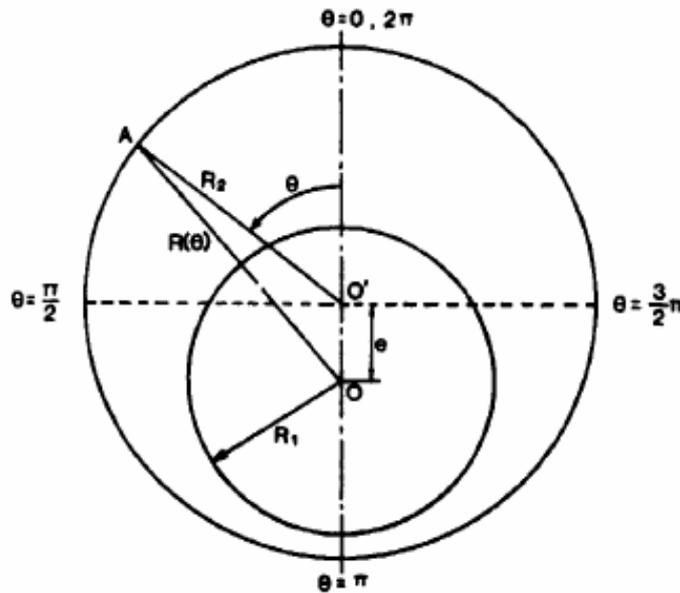


Figura 1-8 – Configuração geométrica de Luo e Pedem para o estudo do anular excêntrico

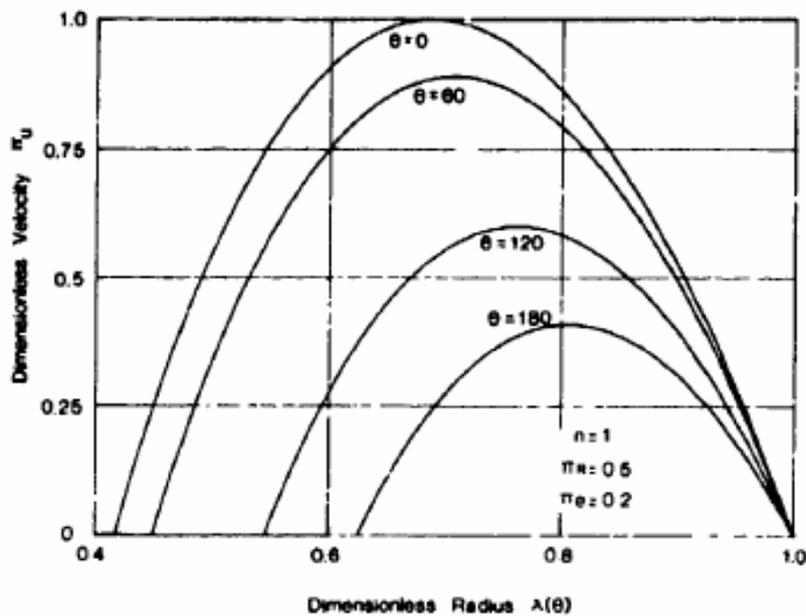


Figura 1-9 – Perfil de velocidade no anular excêntrico para o escoamento Newtoniano modelo Power-Law $n = 1$. Sendo: $\pi_r = R_1/R_2$, R_1 - Raio da coluna de perfuração, R_2 - Raio do poço, $\pi_\theta = e/R_2$ - Excentricidade adimensional, $\pi_u = u(\theta)/u_{\max/\theta=0}$, $u(\theta)$ - Velocidade local para o anular excêntrico, $u_{\max/\theta=0}$ - Velocidade máxima para $\theta = 0$, $\lambda_\theta = r(\theta)/R(\theta)$, $r(\theta)$ - Posição radial para o anular excêntrico, $R(\theta)$ - Raio onde a velocidade é máxima no anular excêntrico.

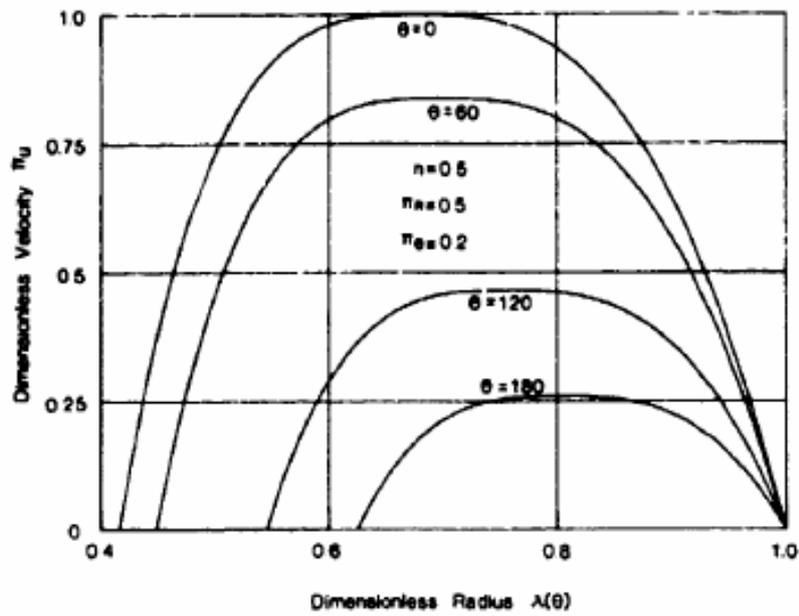


Figura 1-10 – Perfil de Velocidade no anular excêntrico para o escoamento Não-Newtoniano Power Law $n = 0,5$. Sendo π_r (razão de raios adimensional) = 0,5, π_θ (excentricidade adimensional) = 0,2

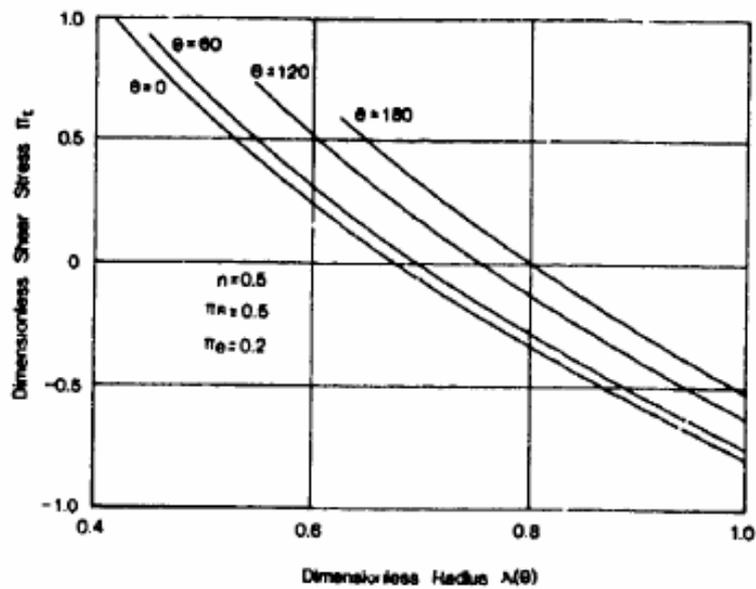


Figura 1-11– Perfil da Tensão Cisalhante em anular excêntrico para o escoamento Não-Newtoniano Power Law $n = 0.5$. Sendo: $\pi_\tau = \tau_{xr(\theta)} / \tau_{\max/\theta=0}$, $\tau_{xr(\theta)}$ - Tensão cisalhante sobre o plano θ na direção x , $\tau_{\max/\theta=0}$ - Tensão cisalhante máxima para $\theta = 0$.

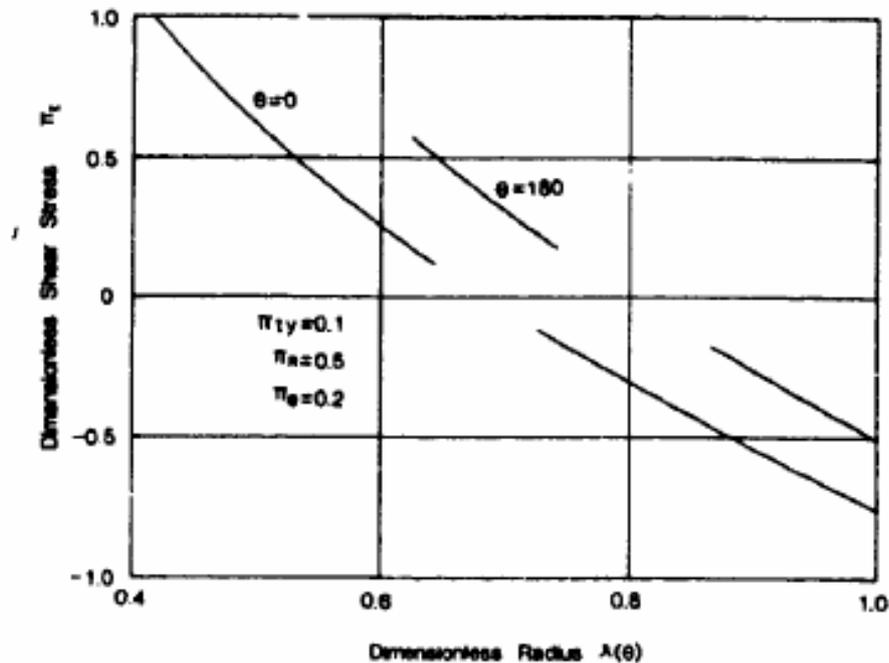


Figura 1-12 - Perfil da Tensão Cisalhante em anular excêntrico para o escoamento Não-Newtoniano Plástico de Bingham.

Escudier [10] apresentou um artigo fazendo um estudo dos efeitos de rotação de cilindro interno em escoamento laminar desenvolvido de um fluido Newtoniano através de um anular excêntrico, apresentando o perfil de velocidade radial, tangencial e axial em função da razão dos raios. Ele também apresentou o fator de atrito (fRe) em função da razão de raios, sem e com rotação do cilindro interno. Os mesmos resultados foram obtidos por Pina [12] utilizando teoria de lubrificação.

O mesmo Escudier [11] desenvolveu outra análise do escoamento laminar completamente desenvolvido de um líquido viscoso não-Newtoniano através de um anular, incluindo os efeitos da excentricidade e da rotação do cilindro interno, utilizando método de volumes finitos. Desta vez, Escudier apresentou resultados similares aos do trabalho anterior, mas desta vez para uma função viscosidade descrita pelo modelo Power-Law. Os resultados apresentados por Escudier em 2002 serão comentados posteriormente, visto que estes resultados serão utilizados para validação do modelo a apresentar neste trabalho.

No mesmo ano, Escudier [14] apresentou outro artigo fazendo uma comparação dos resultados numéricos para escoamento não-Newtoniano (já comentados anteriormente) com os resultados experimentais de outros autores como Nouar [15], que utilizou CMC a 3%, Nouri [16], que utilizou CMC a 0.2% e Xisheng [17], que utilizou poliacrilamida (PAA) a 0.25%. Escudier considerou que todos estes escoamentos poderiam ser representados mediante o modelo de potencia (Power-law), sendo o índice power-law igual a 0,75 como se mostra a Figura 1-13:

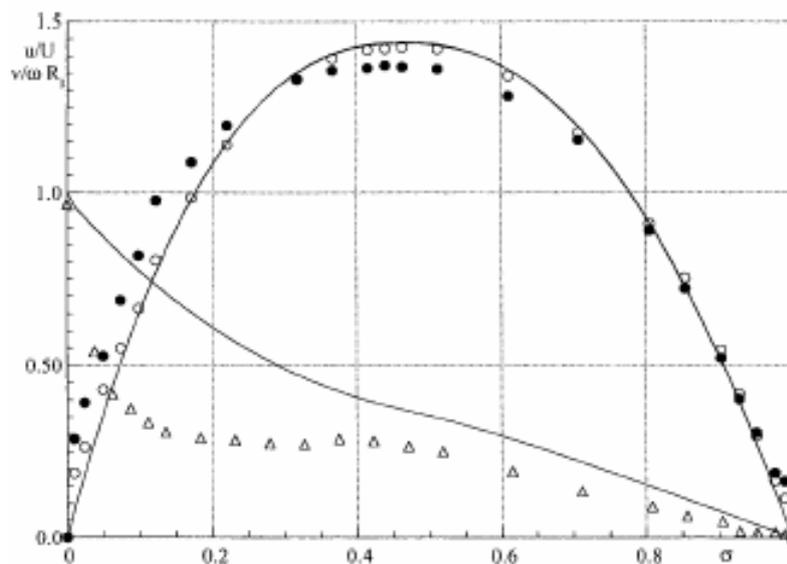


Figura 1-13 – Perfil de Velocidade de Nouri e Whitelaw (1994) para 0,2% CMC, $k=0,5$, $e=0$, $Re = 664$, $Ta=0$ (O); $Re = 684$, $Ta = 31.100$ (●, axial), (Δ, tangencial)

1.4 Objetivos do trabalho

Modelos matemáticos apresentados na literatura desenvolvidos para descrever o escoamento de lamelas de perfuração são relativamente caros computacionalmente. Neste trabalho, pretende-se desenvolver um modelo matemático capaz de descrever o escoamento de um líquido pseudoplástico através de um espaço anular com excentricidade variável ao longo do eixo do cilindro com um custo computacional bem menor do que os modelos disponíveis na literatura. As equações que governam o escoamento serão simplificadas

usando a Teoria da Lubrificação. As equações resultantes serão discretizadas pelo método de diferenças finitas e linearizadas pelo método de Newton. A análise da influencia da excentricidade, da variação da mesma ao longo do eixo e da rotação do cilindro interno no fator de atrito do escoamento fRe e no gradiente de pressão é um dos objetivos principais deste trabalho.

1.5 Roteiro

No capítulo 2 definem-se as equações que governam o escoamento, equações constitutivas assim como suas respectivas restrições. No capítulo 3, definem-se os métodos de discretização utilizados para resolver estas equações. No capítulo 4, são apresentados os resultados para fluídos não-Newtonianos, com seus respectivos comentários. No capítulo 5, são apresentadas as conclusões e as sugestões para os trabalhos futuros.

2 Modelo Matemático

Neste capítulo, apresentam-se as equações que descrevem o escoamento no espaço anular com rotação do cilindro interno: As equações de Conservação de Massa e Quantidade de Movimento e equações constitutivas para os fluidos não newtonianos, considerando as seguintes hipóteses: Escoamento incompressível, isotérmico e em regime permanente.

2.1 Equação da Conservação da Massa

A lei de conservação de massa estabelece que a taxa de variação da massa com relação ao tempo de um sistema é nula:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (2.1)$$

Onde D/Dt é o operador derivada material, definido como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla . \quad (2.2)$$

ρ é a massa específica e \underline{u} é o vetor velocidade. Considerando-se as hipóteses de regime permanente e fluido incompressível, a equação pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (2.3)$$

Escrevendo a equação em coordenadas cilíndricas, tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

2.2 Equação da Quantidade de Movimento

A equação de conservação de quantidade de movimento estabelece que a taxa de variação da quantidade de movimento linear das partículas em um sistema é igual ao somatório das forças externas agindo sobre este sistema:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \underline{\underline{T}} \quad (2.5)$$

Usando a definição de derivada material, a equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \underline{\underline{T}} \quad (2.6)$$

Sendo $\underline{\underline{T}}$ o tensor das tensões que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\underline{\underline{T}} = -p \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\tau}} \quad (2.7)$$

$\underline{\underline{I}}$ é a matriz identidade, p é a pressão e $\underline{\underline{\tau}}$ é o tensor das tensões viscosas.

Utilizando o modelo de Fluido Newtoniano Generalizado, o tensor das tensões viscosas é dado por:

$$\underline{\underline{\tau}} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (2.8)$$

sendo η a função viscosidade, $\dot{\gamma}$ é a tensão taxa de deformação e $\dot{\gamma}$ é a intensidade de taxa de deformação.

2.3 Equação Constitutiva para a Viscosidade

Os modelos reológicos mais utilizados para descrever o comportamento de fluidos de perfuração são: Modelo Newtoniano, Modelo de Bingham e o Modelo de Potência. Neste estudo utilizaremos o modelo de Potência, visto que apresenta bons resultados conforme comentado nos trabalhos anteriormente mencionados no capítulo 1.3. No modelo de potência, a função viscosidade é dada por:

$$\eta(\dot{\gamma}) = m \dot{\gamma}^{n-1}, \quad (2.9)$$

sendo m o índice de consistência ($\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$) e n o índice de comportamento, que pode ter os seguintes valores:

- $n = 1$ para fluidos Newtonianos ($m = \mu$);
- $n < 1$ para fluidos pseudoplásticos (polímeros);
- $n > 1$ para fluidos dilatantes.

A Figura 2.1 apresenta esquematicamente o comportamento da tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação para diferentes valores no índice de potência.

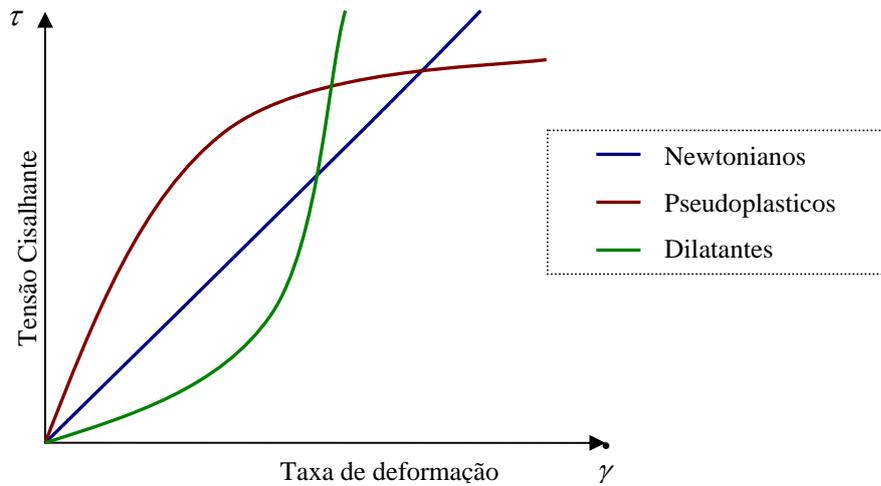


Figura 2-1– Gráfico representativo da Tensão Cisalhante com relação à Taxa de deformação

2.4 Geometria do Problema

O presente trabalho pretende estudar o escoamento em um espaço anular entre dois cilindros com excentricidade variável ao longo do eixo. Serão utilizadas coordenadas cilíndricas, onde (z) será a direção principal do escoamento, (r) será a direção radial e (θ) será a direção circunferencial do escoamento. O centro do sistema de coordenadas corresponde ao centro do cilindro interno com raio R_i constante, e a posição da parede externa do espaço anular é função das coordenadas z e θ , como mostrado na figura 2.2 abaixo:

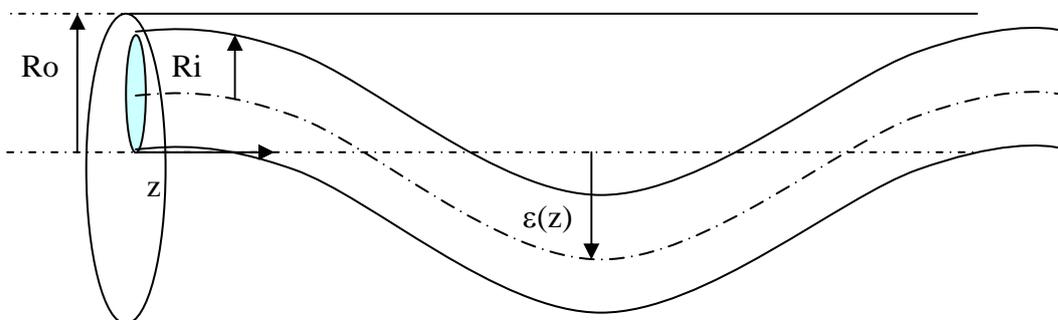


Figura 2-2 – Modelo Geométrico adotado, excentricidade senoidal

A excentricidade varia com a posição axial. A variação $\varepsilon(z)$ será considerada um dado de entrada do problema. A posição da parede do cilindro externo em relação ao sistema de coordenadas adotado R pode ser determinado em função da geometria do problema, como mostrado na Figura 2.3.

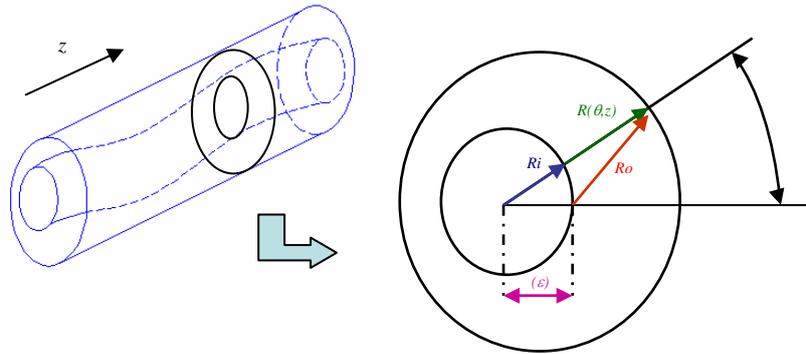


Figura 2-3 - Geometria do problema utilizada como ponto de partida.

A implementação computacional do modelo apresentado neste trabalho admite duas funções descrevendo a variação da excentricidade ao longo do eixo: linear ou senoidal.

O modelo com excentricidade linear tem como parâmetros a excentricidade de entrada e saída do poço. Adota-se a seguinte convenção de sinais: Quando o centro do cilindro externo está a direita do centro do cilindro interno, a excentricidade é positiva, caso contrário, é negativa.

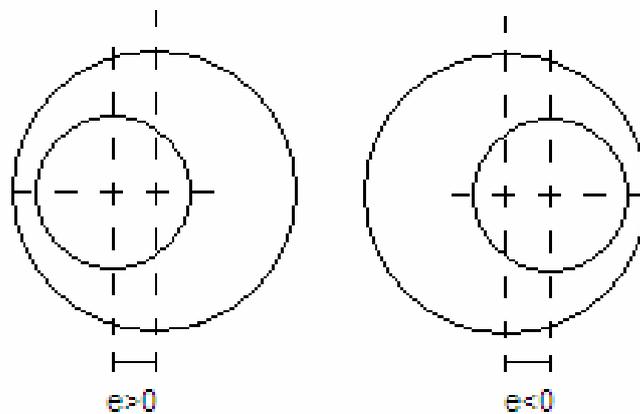


Figura 2-4 – Convenção de sinais para excentricidade linear

A variação senoidal da excentricidade é definida através de três parâmetros: a amplitude A_{mpl} , a excentricidade constante e_{cte} , e o comprimento de onda. A equação que descreve a variação da excentricidade é dada por:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = e_{xconst} + Amplx \cdot \sin\left(\frac{z \cdot 2\pi}{\lambda}\right) \quad (2.10)$$

Para descrição de uma configuração helicoidal do cilindro interno, deve-se considerar duas excentricidade em direções perpendiculares entre si, como mostrado na figura 2.5:

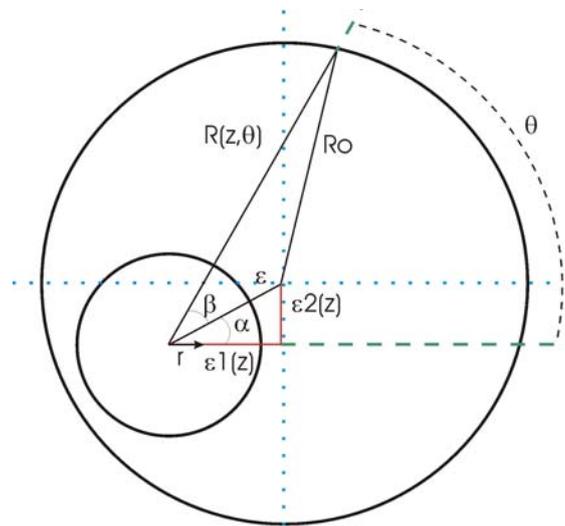


Figura 2-5– Geometria do sistema, duas excentricidades, R_0 – Raio do Cilindro Externo, $R(z,\theta)$ – Raio , ε_1 - Excentricidade na direção horizontal, ε_2 - Excentricidade na direção vertical, ε - Resultante das excentricidades

Sendo:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 = e_{yconst} + Amply \cdot \sin\left(\frac{z \cdot 2\pi}{\lambda}\right) \quad (2.11)$$

Dessa forma a configuração helicoidal do cilindro interno pode ser descrita como:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} \quad (2.12)$$

Com o ângulo β sendo

$$\beta = \theta - \alpha \quad (2.13)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}\right) \quad (2.14)$$

Assim, utilizando lei de cosenos, obtém-se a equação que descreve a posição da parede do cilindro externo $R(\beta, z)$ para configuração helicoidal:

$$R(\beta, z) = \varepsilon \cdot \cos \beta + \sqrt{R_0^2 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta} \quad (2.15)$$

2.5 Teoria da Lubrificação

O conceito básico da teoria da lubrificação é desprezar os termos da equação de Navier-Stokes que sejam bem menores que os demais. A estimativa da ordem de grandeza dos termos pode ser feita através de uma análise adimensional do problema. Em um poço de perfuração, pode-se fazer as seguintes hipóteses: o comprimento do poço é muito maior que o raio do poço e o escoamento é predominantemente na direção z (axial), desta forma pode-se afirmar que:

$$z, \theta \approx L \quad (2.16)$$

$$r \approx R_o - R_i \approx H \quad (H \text{ a espessura do anular}) \quad (2.17)$$

$$v \ll w; u \quad (2.18)$$

Estas hipóteses levam às seguintes conclusões:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \gg \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \quad (2.20)$$

$$v \approx 0 \quad (2.21)$$

Escrevendo a Equação da Conservação da Quantidade de Movimento em coordenadas cilíndricas:

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta r} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zr} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right] - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (2.22)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v \cdot w}{r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{z\theta} - \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (2.23)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta z} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.24)$$

Utilizando a teoria da lubrificação, as equações de conservação podem ser simplificadas:

Para a coordenada axial:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \right] \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \eta (\dot{\gamma}) \frac{du}{dr} \right) \quad (2.26)$$

Para a coordenada circunferencial:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) \right] \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \eta (\dot{\gamma}) \frac{dw}{dr} \right) \quad (2.28)$$

Para a coordenada radial

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (2.29)$$

O tensor taxa de deformação é dado por :

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 2\frac{\partial v}{\partial r} & r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \\ r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} & 2\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) & \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} & \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} & 2\frac{\partial v}{\partial r} \end{bmatrix}$$

Utilizando a teoria da lubrificação tem-se:

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & r\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) & \frac{du}{dr} \\ r\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) & 0 & 0 \\ \frac{du}{dr} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Com isso a taxa de deformação é dada por

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left[r\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) \right]^2 + \left[\frac{du}{dr} \right]^2 \right)} = \left\{ \left[r\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) \right]^2 + \left[\frac{du}{dr} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.30)$$

Utilizando a equação constitutiva do modelo de potência, a viscosidade pode ser escrita como:

$$\eta(\dot{\gamma}) = m[\dot{\gamma}]^{n-1} = m \left\{ \left[r\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) \right]^2 + \left[\frac{du}{dr} \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.31)$$

Como a pressão não depende da coordenada radial, as expressões para as velocidades axial e circunferencial podem ser divididas em dois termos, uma dependência explícita da coordenada radial vezes o termo de gradiente de pressão:

$$u(r, \theta, z) = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_u(r) \quad (2.32)$$

$$w(r, \theta, z) = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_w(r) + f_{Gw}(r) \quad (2.33)$$

Como a pressão ao longo do poço tende a decrescer, ou seja o gradiente de pressão é negativo, foi necessário utilizar a função *sign* para evitar o aparecimento de números imaginários para valores de índice de potência menores do que 1.

Sendo assim as equações de conservação podem ser re-escritas incorporando as equações 2.32 e 2.33:

Para a coordenada axial

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \eta \cdot \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{df_u}{dr} \right) \quad (2.34)$$

Para a coordenada circunferencial

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \eta \frac{d}{dr} \left(\frac{f_w}{r} \right) \right) \quad (2.35)$$

$$0 = \frac{d}{dr} \left\{ r^3 \eta \frac{d}{dr} \left[\frac{f_{Gw}}{r} \right] \right\} \quad (2.36)$$

Na coordenada circunferencial, a equação de conservação da quantidade de movimento foi dividida em duas partes, uma em função do gradiente de pressão e a outra em função da rotação do cilindro interno.

Com as equações 2.32 e 2.33 os componentes do tensor taxa de deformação serão as próprias derivadas das velocidades estipuladas:

$$\frac{du}{dr} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{df_u}{dr} \quad (2.37)$$

$$\frac{w}{r} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{f_w}{r} + \frac{f_{Gw}}{r} \quad (2.38)$$

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{w}{r}\right) = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{f_w(r)}{r}\right) + \frac{d}{dr}\left(\frac{f_{Gw}(r)}{r}\right) \quad (2.39)$$

Logo a viscosidade da equação (2.31) pode ser reescrita considerando as derivadas (2.37) e (2.39):

$$\eta(\dot{\gamma}) = m \left\{ r^2 \left[\text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{f_w(r)}{r}\right) + \frac{d}{dr}\left(\frac{f_{Gw}(r)}{r}\right) \right]^2 + \left[\text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{df_u}{dr} \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.40)$$

A Equação da Continuidade em coordenadas cilíndricas, considerando a equação (2.21) é escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (2.41)$$

Utilizando o Teorema de Leibnitz para integrar a equação na direção radial, tem-se

$$\frac{d}{d\theta} \int_{R_i}^R w dr + \frac{d}{dz} \int_{R_i}^R r u dr = 0 \quad (2.42)$$

Assim considerando as velocidades estipuladas mencionadas nas equações (2.32) e (2.33) tem-se:

$$\frac{d}{d\theta} \int_{R_i}^R \left[\text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial \theta}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_w(r) + f_{Gw}(r) \right] dr +$$

$$+ \frac{d}{dz} \int_{R_i}^R r \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_u(r) \right] dr = 0 \quad (2.43)$$

Separando cada integral em função de f_w , f_{Gw} e f_u , tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} \int_{R_i}^R \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_w(r) \right] dr + \frac{d}{dz} \int_{R_i}^R r \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot f_u(r) \right] dr + \\ + \frac{d}{d\theta} \int_{R_i}^R [f_{Gw}(r)] dr = 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \int_{R_i}^R f_w(r) dr \right] + \frac{d}{dz} \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \int_{R_i}^R r \cdot f_u(r) dr \right] = \\ - \frac{d}{d\theta} \int_{R_i}^R [f_{Gw}(r)] dr \end{aligned} \quad (2.45)$$

Assim a equação para calcular a pressão em cada ponto (z, θ) :

$$\frac{d}{d\theta} \left[C_\theta \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \right] + \frac{d}{dz} \left[C_z \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \right] = - \frac{d}{d\theta} C_o \quad (2.46)$$

onde :

$$C_\theta = \int_{R_i}^R f_w(r) dr \quad (2.47)$$

$$C_z = \int_{R_i}^R r f_z(r) dr \quad (2.48)$$

$$C_o = \int_{R_i}^R f_{Gw}(r) dr \quad (2.49)$$

As equações da velocidade (2.34), (2.35), (2.36) e viscosidade (2.40) estão acopladas e serão resolvidas através de um método iterativo. Após resolver este conjunto de equações se iniciará um segundo processo iterativo para resolver as equações das pressões (2.46). A descrição detalhada deste processo será descrita no capítulo 3 a seguir.

3 Método de Solução

A resolução das equações supracitadas no capítulo 2, requereu técnicas computacionais. Neste capítulo, se faz uma pequena revisão das técnicas e métodos utilizados neste trabalho.

3.1 Técnicas numéricas

Em geral, problemas envolvendo movimento de fluidos não possuem soluções analíticas. Os campos de velocidade e pressão devem ser calculados através de um método numérico de integração de equações diferenciais parciais.

Na literatura encontram-se alguns métodos para discretização, como o método de volumes finitos e por diferenças finitas, neste caso em particular foi utilizado o método de diferenças finitas.

Após a discretização, obtém-se um sistema não-linear de equações algébricas. Neste trabalho as equações apresentadas no capítulo 2 são altamente não lineares. Para este trabalho utilizou-se o método de Newton para resolver as equações de velocidades (2.34), (2.35), (2.36), viscosidade (2.40) e das pressões (2.46).

3.1.1 Método de Diferenças finitas

A idéia básica do método de diferenças finitas é a de substituir as derivadas parciais de uma equação diferencial por aproximações baseadas em expansões das séries de Taylor na região dos pontos de interesse. Seja f um intervalo contínuo $[a,b]$ e que possua derivadas até ordem N contínuas nesse intervalo, o Teorema de Taylor nos permite escrever, para todo ponto $x \in [a,b]$.

$$f(x) = f(x_0) + (\Delta x) \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \dots + R_N \quad (3.1)$$

onde $\Delta x = x - x_0$ e R_N é o resto

$$R_N = \frac{(\Delta x)^N}{N!} \frac{d^N f}{dx^N} \Big|_{\zeta}, \zeta \in [a, b] \quad (3.2)$$

Considerando uma malha unidimensional uniformemente espaçada, conforme figura 3.1, sendo $\Delta x = x_i - x_{i+1}$, deseja-se calcular a primeira derivada de uma função f no ponto x_i , utilizando a série de Taylor em torno do ponto x_i :

$$f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + (\Delta x) \frac{df}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_i} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_i} + \dots + R_N \quad (3.3)$$

Re-organizando a equação 3.3 em função da primeira derivada temos:

$$\frac{df}{dx} \Big|_i = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{(\Delta x)} + \left[-\frac{(\Delta x)}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_i - \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_i - \dots - R_N \right] \quad (3.4)$$

Considerando Δx pequeno e desprezando os termos de ordem superior, a primeira derivada pode ser aproximada pelo quociente

$$\frac{df}{dx} \Big|_i = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{(\Delta x)} \quad (3.5)$$

Sendo o Erro local por truncamento ELT:

$$ELT = \left[-\frac{(\Delta x)}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_i - \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_i - \dots - R_N \right] \quad (3.6)$$

Cabe ressaltar que este erro aparece devido à utilização de um número finito de termos na série de Taylor.

Re-escrevendo $f(x_i)$ como f_i e $f(x_i \pm k\Delta x_i)$ como $f_{i\pm k}$, temos:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad (3.7)$$

A expressão acima representa uma aproximação de primeira ordem para a primeira derivada de f utilizando diferença a frente (*forward difference*). Da mesma forma, pode-se re-escrever a equação de Taylor a partir da expansão de $f(x_i - \Delta x_i)$ em torno do ponto x_i , com isso tem-se:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad (3.8)$$

que é outra aproximação da derivada de primeira ordem para a primeira derivada. Semelhante a equação 3.7, porém que nesta vez utilizou-se um ponto atrás do ponto x_i , por tal razão é chamada de diferença para trás (*backward difference*).

Fazendo-se uma manipulação algébrica obtém-se uma terceira forma de calcular a aproximação de primeira ordem para a primeira derivada, denominada de aproximação por diferenças centrais (*central difference*), visto que utilizado os pontos antes e depois do ponto x_i .

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.9)$$

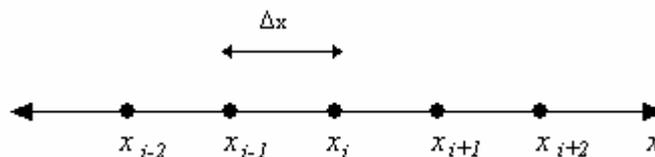


Figura 3-1 – Malha unidimensional uniformemente espaçados

3.1.2 Método de Newton

O método mais amplamente estudado e conhecido para resolver sistemas de equações não lineares é o método de Newton.

Partindo da idéia básica de uma equação não linear de uma variável, que consiste em se tornar um modelo local linear de uma função $f(x)$ em torno de x_k , e este modelo é a reta $L_k(x)$ tangente à função em x_k , como mostra a figura 3.2

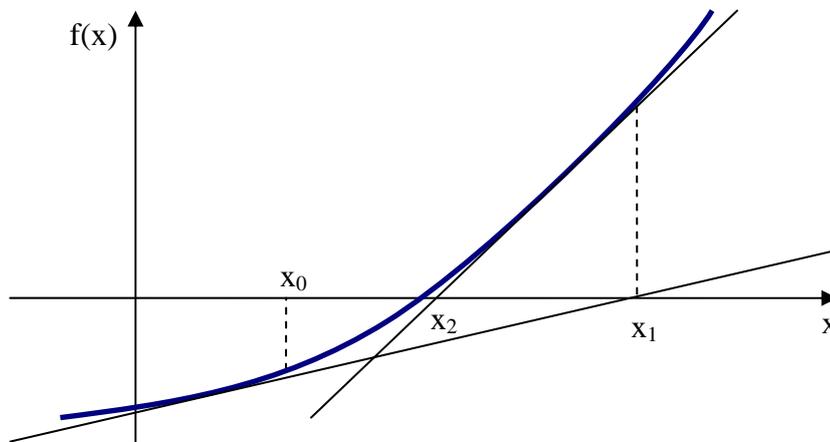


Figura 3-2 – Representação geométrica do método de Newton para equação não linear de uma variável.

Levando esta idéia para um sistema de equações não lineares, teremos: conhecida a aproximação $x^{(k)} \in \text{domínio}(D)$, para qualquer $x \in D$, existe $c_i \in D$ tal que:

$$f_i(x) = f_i(x^{(k)}) + \nabla f_i(c_i)^T (x - x^{(k)}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.10)$$

Aproximando $\nabla f_i(c_i)$ por $\nabla f_i(x^{(k)})$, $i = 1, \dots, n$ temos um modelo local linear para $f_i(x)$ em torno de $x^{(k)}$:

$$f_i(x) = f_i(x^{(k)}) + \nabla f_i(x^{(k)})^T (x - x^{(k)}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

Logo, o modelo local linear para $F(x)$ em torno de $x^{(k)}$ fica:

$$F(x) \approx L_k(x) = F(x^{(k)}) + J(x^{(k)})(x - x^{(k)}) \quad (3.12)$$

Sendo $J(x)$, a matriz jacobina de $F(x)$, para um caso n-dimensional, define-se como:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

A nova aproximação $x^{(k+1)}$ será o zero do modelo local linear $L_k(x)$, logo:

$$L_k(x) = 0 \Leftrightarrow J(x^{(k)})(x - x^{(k)}) = -F(x^{(k)}) \quad (3.14)$$

Pode-se denotar $s^{(k)}$ igual a $(x - x^{(k)})$, e portanto, tem-se que $x^{(k+1)} = x^{(k)} + s^{(k)}$, onde $s^{(k)}$ é a solução do sistema linear, logo:

$$J(x^{(k)})s = -F(x^{(k)}) \quad (3.15)$$

Note-se que para um dado $x^{(k)}$, a matriz jacobiana $J(x^{(k)})$ é obtida em $x^{(k)}$, e em seguida a solução do problema é obtida na resolução da equação linear (3.15). Assim, o método iterativo de Newton requer basicamente: 1) a obtenção da matriz jacobiana em $x^{(k)}$; 2) a resolução do sistema linear (3.15).

A convergência do método de Newton é quadrática em um ponto próximo a x^* , onde x^* é a solução do problema.

ALGORITMO:

Dados x_0 , Erro1 e Erro2, faça:

Passo 1: calcule $F(x^{(k)})$ e $J(x^{(k)})$;

Passo 2: se $\|F(x^{(k)})\| < \text{Erro1}$, faça $\bar{x} = x^{(k)}$ e pare;

caso contrario

Passo 3: obtenha $s^{(k)}$, solução do sistema linear: $J(x^{(k)})s = -F(x^{(k)})$;

Passo 4: faça: $x^{(k+1)} = x^{(k)} + s^{(k)}$;

Passo 5: se $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| < \text{Erro2}$, faça $\bar{x} = x^{(k)}$ e pare;

Passo 6: $k = k + 1$;

volte ao passo 1.

3.1.3 Método de Integração – Regra do Trapézio

Utilizando-se o polinômio de Lagrange como aproximação para a função entre dois nós igualmente espaçados, a integral da função recai na regra trapezoidal, como mostra a equação (3.16)

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}[f(x_0) + f(x_1)] - \frac{h^3}{12} f''(\xi) \quad (3.16)$$

Sendo $h = x_1 - x_0$, a altura do trapézio e as bases $f(x_0)$ e $f(x_1)$, conforme a figura 3.3

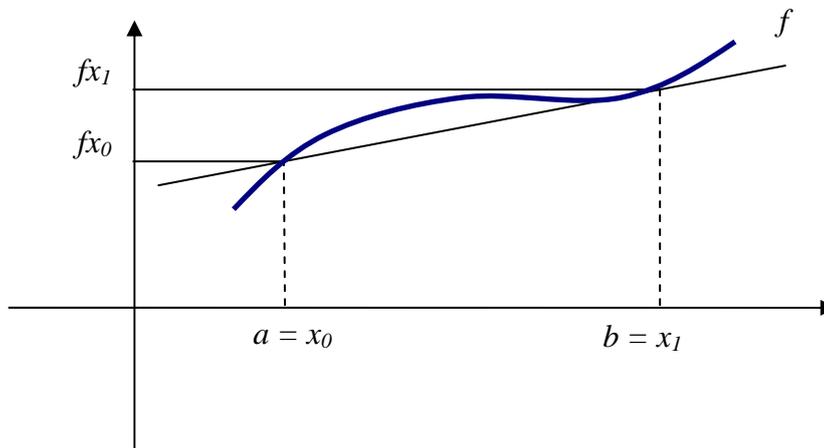


Figura 3-3 - Representação geométrica do método de Newton para equação não linear de uma variável.

Cabe ressaltar que a regra do trapézio utilizou-se para resolver os coeficientes da equação das pressões, conforme as equações (2.47), (2.48), (2.49).

3.2

Passos para solução do problema

Para resolução das equações apresentadas no capítulo 2, procede-se o seguinte método de solução:

- Passo 1: calcular o campo de pressão para o escoamento Newtoniano $p(\theta, z)$;
- Passo 2: calcular os gradientes de pressão $\frac{\partial P}{\partial z}(\theta, z)$; $\frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta, z)$;
- Passo 3: calcular os perfis de velocidade u_r e w_r para cada ponto (θ, z) ;
- Passo 4: calcular os coeficientes C_θ , C_z , C_θ ;
- Passo 5: calcular o campo de pressão para o escoamento não-Newtoniano $p(\theta, z)$;
- Passo 6: Se $\| p - p_{\text{anterior}} \| > \text{erro}$, vai para o passo 2,
Senão, vai para o pós - processamento.

3.2.1

Passo 1 - calcular o campo de pressão para o escoamento Newtoniano $p(\theta, z)$

Para o caso de fluido Newtoniano, o problema é linear e o método de solução foi apresentado por Pina e Carvalho [12]. O campo de pressão do escoamento Newtoniano foi utilizado como chute inicial para o escoamento não-Newtoniano. Utilizou-se como dados de Entrada do problema não Newtoniano: Geometria do Problema (Raio interno e Externo, comprimento do poço), Excentricidade, Rotação do cilindro (Ω), índice de consistência e índice de comportamento.

3.2.2

Passo 2- calcular os gradientes de pressão $\frac{\partial P}{\partial z}(\theta, z); \frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta, z)$

Para calcular o gradiente de pressão, utilizou-se o método de diferenças centrais para calcular o gradiente de pressão nos nós internos e diferenças atrasadas, progressivas e/ou centrais nos nós externos e nos quatro cantos, conforme figura 3.4:

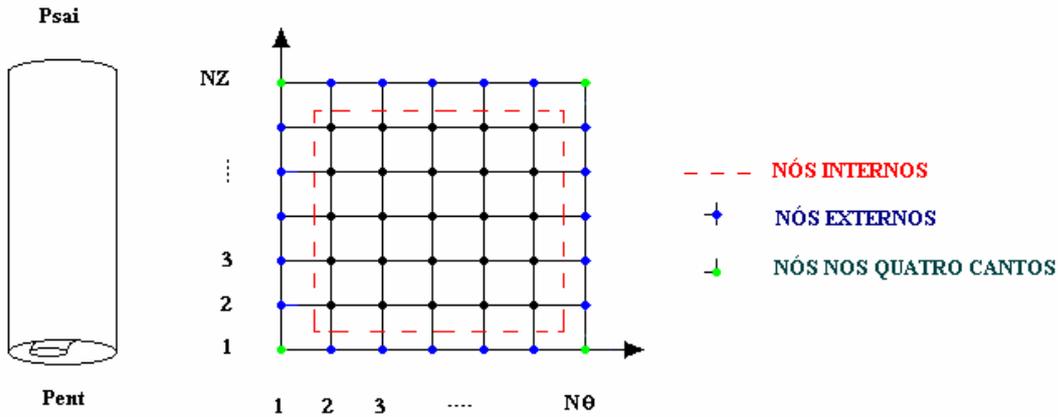


Figura 3-4 – Representação do canal para discretização

a) Cálculo do Gradiente de Pressão nos nós internos

$$\frac{\partial P_{(i,j)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j-1)}}{2\Delta\theta} \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial P_{(i,j)}}{\partial z} = \frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i-1,j)}}{2\Delta z} \tag{3.18}$$

b) Cálculo do Gradiente de Pressão nos nós externos

Fronteira a Esquerda

$$\frac{\partial P_{(i,1)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(i,2)} - P_{(i,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial P_{(i,1)}}{\partial z} = \frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i-1,1)}}{2\Delta z} \tag{3.20}$$

Fronteira a Direita

$$\frac{\partial P_{(i,N\theta)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(i,2)} - P_{(i,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial P_{(i,N\theta)}}{\partial z} = \frac{P_{(i+1,N\theta)} - P_{(i-1,N\theta)}}{2\Delta z} \quad (3.22)$$

Fronteira Inferior

$$\frac{\partial P_{(1,j)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(1,j+1)} - P_{(1,j-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial P_{(1,j)}}{\partial z} = \frac{P_{(2,j)} - P_{(1,j)}}{\Delta z} \quad (3.24)$$

Fronteira Superior

$$\frac{\partial P_{(NZ,j)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(NZ,j+1)} - P_{(NZ,j-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial P_{(NZ,j)}}{\partial z} = \frac{P_{(NZ,j)} - P_{(NZ-1,j)}}{\Delta z} \quad (3.26)$$

c) Cálculo do Gradiente de Pressão nos quatro cantos

Canto inferior Esquerda

$$\frac{\partial P_{(1,1)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(1,2)} - P_{(1,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial P_{(1,1)}}{\partial z} = \frac{P_{(2,1)} - P_{(1,1)}}{\Delta z} \quad (3.28)$$

Canto inferior Direita

$$\frac{\partial P_{(1,N\theta)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(1,2)} - P_{(1,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial P_{(1,N\theta)}}{\partial z} = \frac{P_{(2,N\theta)} - P_{(1,N\theta)}}{\Delta z} \quad (3.30)$$

Canto superior Esquerda

$$\frac{\partial P_{(NZ,1)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(NZ,2)} - P_{(NZ,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial P_{(NZ,1)}}{\partial z} = \frac{P_{(NZ,1)} - P_{(NZ-1,1)}}{\Delta z} \quad (3.32)$$

Canto superior Direita

$$\frac{\partial P_{(NZ,N\theta)}}{\partial \theta} = \frac{P_{(NZ,2)} - P_{(NZ,N\theta-1)}}{2\Delta \theta} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial P_{(NZ,N\theta)}}{\partial z} = \frac{P_{(NZ,N\theta)} - P_{(NZ-1,N\theta)}}{\Delta z} \quad (3.34)$$

3.2.3

Passo 3 – Calcular os perfis de velocidade u_r e w_r para cada ponto (θ, z) - 1º Método Iterativo

É importante observar que as equações (3.35), (3.37), (3.39), (3.41) relacionadas na pagina a seguir, para calcular os perfis de velocidade u_r e w_r , estão acopladas. Primeiramente estas equações serão discretizadas mediante o método de diferenças finitas e, após a discretização, será utilizado o método de Newton. Como descrito acima item 3.1.2, para utilização do método de Newton é necessário:

(1) Dados de entrada, para este caso utilizou-se o gradiente de pressão calculado no item 3.2.2

(2) Valor inicial ou chute inicial, neste caso, como valor inicial utilizou-se o perfil de velocidade Newtoniano, como segue.:

a) Equação da Velocidade u_r

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) \cdot \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \eta \frac{dfu}{dr} \right) \quad (3.35)$$

sendo o chute inicial ou valor inicial o perfil axial para o escoamento Newtoniano:

$$F_u(r) = -\frac{R_i^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \left[1 - (r/R_i)^2 + \frac{(R^2/R_i) - 1}{\ln(R/R_i)} \ln\left(\frac{r}{R_i}\right) \right] / \text{sign}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) \left| \frac{\partial p}{\partial z} \right| \quad (3.36)$$

b) Equação da Velocidade w_r (Componente da Rotação)

$$0 = \frac{d}{dr} \left\{ r^3 \eta \frac{d}{dr} \left[\frac{f_{Gw}}{r} \right] \right\} \quad (3.37)$$

sendo o chute inicial ou valor inicial, o perfil de Couette

$$f_{Gw}(r) = \frac{\Omega_i R_i^2}{R^2 - R_i^2} \left[\frac{R^2}{r} - r \right] \quad (3.38)$$

c) Equação da Velocidade w_r

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \eta \frac{d}{dr} \left(\frac{f_w}{r} \right) \right) \quad (3.39)$$

sendo o chute inicial ou valor inicial, o perfil circunferencial do escoamento Newtoniano

$$w(r, z, \theta) = \frac{\Omega_i R_i^2}{R^2 - R_i^2} \left[\frac{R^2}{r} - r \right] + \frac{R_i}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left\{ \frac{r}{R_i} \left(\ln r - \frac{1}{2} \right) - \frac{R_i}{r} \left(\ln R_i - \frac{1}{2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{R^2 - R_i^2} \left[R_i^2 \left(\ln R_i - \frac{1}{2} \right) - R^2 \left(\ln R - \frac{1}{2} \right) \right] \left[\frac{r}{R_i} - \frac{R_i}{r} \right] \right\} \quad (3.40)$$

d) Equação da Viscosidade $\eta(\dot{\gamma})$

$$\eta(\dot{\gamma}) = m \{ \dot{\gamma} \}^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.41)$$

onde $\dot{\gamma}$

$$\dot{\gamma}^2 = r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{d}{dr} \left(\frac{f_w}{r} \right) - \frac{d}{dr} \left(\frac{f_{Gw}}{r} \right) \right]^2 + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{df_u}{dr} \right]^2 \quad (3.42)$$

sendo o chute inicial ou valor inicial, as próprias derivadas do escoamento Newtoniano

$$\begin{aligned}
 |\dot{\gamma}| = & \left[r \frac{\Omega_i R_i^2}{R^2 - R_i^2} \left[-\frac{2R^2}{r^3} \right] + \frac{R_i}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{R_i} \frac{1}{r} - 2 \frac{R_i}{r^3} \left(\ln R_i - \frac{1}{2} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{R^2 - R_i^2} \left[R_i^2 \left(\ln R_i - \frac{1}{2} \right) - R^2 \left(\ln R - \frac{1}{2} \right) \right] \left[-2 \frac{R_i}{r^3} \right] \right\} \right]^2 + \\
 & + \left[\frac{R_i^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \left(-\frac{2r}{R_i^2} + \frac{(R^2/R_i) - 1}{\ln(R/R_i)} \cdot \frac{1}{r} \right) \right]^2 \frac{1}{2} \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

3.2.3.1

Discretização das Equações

a) Discretização dos Resíduos do perfil de velocidade axial u_r , circunferencial w_r , e da Viscosidade $\eta(\dot{\gamma})$

- Resíduos das Equações da velocidade na Parede Interna R_i ($i = 1$) - (condição de contorno)

$$R_{fu_1} = 0 \quad (3.44)$$

$$R_{fw_1} = 0 \quad (3.45)$$

$$R_{Gw1} = f_{Gw1} - \Omega_i R_i \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned}
 R_{\eta_i} = & m \left\{ r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{w(1)}}{r_{(1)}} \right) + \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{Gw(1)}}{r_{(1)}} \right) \right] \right]^2 + \\
 & + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u(2)} - f_{u(1)}}{\Delta r} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

- Resíduos das Equações de velocidade no espaço anular

$$R_{fu_i} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left\{ \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u_{(i+1)}} - f_{u_{(i)}}}{\Delta r} \right) \right] - \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u_{(i)}} - f_{u_{(i-1)}}}{\Delta r} \right) \right] \right\} \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.48)$$

$$R_{Gwi} = \frac{1}{\Delta R} \left\{ \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi}}{r_i} \right) \right] - \left[\left(\frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i-1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi}}{r_i} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \right\} \quad (3.49)$$

$$R_{fw_i} = -\frac{1}{r_i} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left\{ \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i+1)}}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} \right) \right] - \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} - \frac{f_{w_{(i-1)}}}{r_{(i-1)}} \right) \right] \right\} \quad (3.50)$$

$$R_{\eta_i} = \eta_i - m \left\{ r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i+1)}}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w_{(i-1)}}}{r_{(i-1)}} \right) - \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right]^2 + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u_{(i+1)}} - f_{u_{(i-1)}}}{2\Delta r} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.51)$$

- Resíduo da Parede Externa R_0 ($i = NR$) - (condição de contorno)

$$R_{fu_{NR}} = 0 \quad (3.52)$$

$$R_{f_{w_{NR}}} = 0 \quad (3.53)$$

$$R_{G_{w_{NR}}} = f_{G_{w_{NR}}}$$

$$R_{\eta_{NR}} = \eta_{NR} - m \left\{ r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(NR)}}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{w_{(NR-1)}}}{r_{(NR-1)}} \right) \right] + \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{G_{w_{(NR)}}}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{G_{w_{(NR-1)}}}}{r_{(NR-1)}} \right) \right]^2 + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u_{(NR)}} - f_{u_{(NR-1)}}}{\Delta r} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.54)$$

b) Discretização dos componentes da Matriz Jacobiana dos Resíduos dos perfis de Velocidade

- Componentes da Matriz Jacobiana na parede interna (condição de contorno)

Para o resíduo R_{fu}

$$\frac{\partial R_{fu(1)}}{\partial f_{u(1)}} = 1 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial R_{fu(1)}}{\partial f_{w(1)}} = \frac{\partial R_{fu(1)}}{\partial f_{G_{w(1)}}} = \frac{\partial R_{fu(1)}}{\partial f_{\eta(1)}} = 0 \quad (3.56)$$

Para o resíduo R_{fGw}

$$\frac{\partial R_{G_{w(1)}}}{\partial f_{G_{w(1)}}} \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial R_{G_{w(1)}}}{\partial f_{u(1)}} = \frac{\partial R_{G_{w(1)}}}{\partial f_{w(1)}} = \frac{\partial R_{G_{w(1)}}}{\partial f_{\eta(1)}} = 0 \quad (3.58)$$

Para o resíduo R_{fw}

$$\frac{\partial R_{fw(1)}}{\partial f_{w(1)}} \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial R_{fw(1)}}{\partial f_{u(1)}} = \frac{\partial R_{fw(1)}}{\partial f_{w(1)}} = \frac{\partial R_{fw(1)}}{\partial f_{\eta(1)}} = 0 \quad (3.60)$$

Para o resíduo R_{η}

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(1)}}{\partial f_{u(1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_1\}^{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)} \cdot 2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \right. \\ & \left. \cdot \left(\frac{f_{u(2)} - f_{u(1)}}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{-1}{\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(1)}}{\partial f_{w(1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_1\}^{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{w(1)}}{r_{(1)}} \right) \right] + \\ & \left[\frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{Gw(1)}}{r_{(1)}} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{r_{(1)} \Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(1)}}{\partial f_{Gw(1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_1\}^{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{w(1)}}{r_{(1)}} \right) \right] + \\ & \left[\frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{Gw(1)}}{r_{(1)}} \right) \right] \cdot \left(\frac{1}{r_{(1)} \Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(1)}}{\partial \eta(1)} = 1 \quad (3.64)$$

sendo φ_1 :

$$\begin{aligned} \varphi_1 = r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{w(1)}}{r_{(1)}} \right) + \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(2)}}{r_{(2)}} - \frac{f_{Gw(1)}}{r_{(1)}} \right) \right]^2 + \\ + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u(2)} - f_{u(1)}}{\Delta r} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (3.65)$$

- Componentes para a matriz jacobiana para o espaço anular

Para o Resíduo R_{fu}

$$\frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial f_{u(i+1)}} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial f_{u(i-1)}} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial f_{u(i)}} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left\{ \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{-1}{\Delta r} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{\Delta r} \right) \right] \right\} \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial \eta_{(i+1)}} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u(i+1)} - f_{u(i)}}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial \eta_{(i-1)}} = -\frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u_{(i)}} - f_{u_{(i-1)}}}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{f_{u(i)}}}{\partial \eta_{(i)}} = & \frac{1}{r_i} \frac{1}{\Delta r} \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u_{(i+1)}} - f_{u_{(i)}}}{\Delta r} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{f_{u_{(i)}} - f_{u_{(i-1)}}}{\Delta r} \right) \right] \right\} \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Para o Resíduo R_{fw}

$$\frac{\partial R_{w_{(i)}}}{\partial f_{w_{(i+1)}}} = \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{r_{(i+1)} \cdot \Delta r} \right) \right] \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{w_{(i)}}}{\partial f_{w_{(i-1)}}} = & \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \cdot \\ & \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{r_{(i-1)} \cdot \Delta r} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{w_{(i)}}}{\partial f_{w_{(i)}}} = & \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i+1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{-1}{r_{(i)} \cdot \Delta r} \right) \right] - \\ & - \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_{(i-1)} + \eta_{(i)}}{2} \right) \left(\frac{1}{r_{(i-1)} \cdot \Delta r} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\frac{\partial R_{w(i)}}{\partial f_{\eta_{(i+1)}}} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i+1)}}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} \right) \right] \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial R_{w(i)}}{\partial f_{\eta_{(i-1)}}} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left(- \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} - \frac{f_{u_{(i-1)}}}{r_{(i-1)}} \right) \right] \right) \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{w(i)}}{\partial f_{\eta_{(i)}}} = \text{sign}\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{\Delta r} \left(\left(\frac{1}{2} \right) \left[\left(\frac{r_{(i+1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i+1)}}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{r_{(i-1)} + r_{(i)}}{2} \right)^3 \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w_{(i)}}}{r_{(i)}} - \frac{f_{u_{(i-1)}}}{r_{(i-1)}} \right) \right] \right) \quad (3.77) \end{aligned}$$

- Para o resíduo F_{Gw}

$$\frac{\partial R_{Gwi}}{f_{Gwi+1}} = \frac{1}{\Delta R} \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \right] \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{Gwi}}{f_{Gwi}} = \frac{1}{\Delta R} \left\{ \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{-1}{r_i} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i-1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{1}{r_i} \right) \right] \right\} \quad (3.79) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial R_{Gwi}}{f_{Gwi-1}} = \frac{1}{\Delta R} \left\{ - \left[\left(\frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^3 \left(\frac{\eta_i + \eta_{i-1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{-1}{r_i} \right) \right] \right\} \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial R_{Gwi}}{f_{\eta_{i+1}}} = \frac{1}{\Delta R} \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi}}{r_i} \right) \right] \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial R_{Gwi}}{f_{\eta_i}} = \frac{1}{\Delta R} \left\{ \left[\left(\frac{r_i + r_{i+1}}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi}}{r_i} \right) \right] - \left[\left(\frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi}}{r_i} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \right\} \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial R_{Gwi}}{f_{\eta_{i-1}}} = \frac{1}{\Delta R} \left\{ - \left[\left(\frac{r_i + r_{i-1}}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \right) \frac{1}{\Delta R} \left(\frac{f_{Gwi}}{r_i} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \right\} \quad (3.83)$$

- Para o resíduo R_η

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{u_{(i+1)}}} = -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{ \varphi_i \}^{\left(\frac{n-1}{2} \right)} \cdot 2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u_{(i+1)}} - f_{u_{(i-1)}}}{2\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{2\Delta r} \right) \quad (3.84)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{u_{(i)}}} = 0 \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{u_{(i-1)}}} = -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{ \varphi_i \}^{\left(\frac{n-1}{2} \right)} \cdot 2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u_{(i+1)}} - f_{u_{(i-1)}}}{2\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{-1}{2\Delta r} \right) \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{w(i+1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_i\}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w(i+1)}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w(i-1)}}{r_{(i-1)}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{r_{(i+1)} 2\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{w(i)}} = 0 \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{w(i-1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_i\}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w(i+1)}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w(i-1)}}{r_{(i-1)}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{-1}{r_{(i-1)} 2\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{Gw(i+1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_i\}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w(i+1)}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w(i-1)}}{r_{(i-1)}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \cdot \left(\frac{1}{r_{(i+1)} 2\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{Gw(i)}} = 0 \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial f_{Gw(i-1)}} = & -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{\varphi_i\}^{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w(i+1)}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w(i-1)}}{r_{(i-1)}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right] \cdot \left(\frac{-1}{r_{(i-1)} 2\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial \eta_{(i+1)}} = 0 \quad (3.93)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial \eta_{(i)}} = 1 \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(i)}}{\partial \eta_{(i-1)}} = 0 \quad (3.95)$$

sendo φ :

$$\begin{aligned} \varphi_i = & r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{w(i+1)}}{r_{(i+1)}} - \frac{f_{w(i-1)}}{r_{(i-1)}} \right) + \frac{1}{2\Delta r} \left(\frac{f_{Gwi+1}}{r_{i+1}} - \frac{f_{Gwi-1}}{r_{i-1}} \right) \right]^2 + \\ & + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u(i+1)} - f_{u(i-1)}}{2\Delta r} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (3.96)$$

- Componentes da matriz Jacobiana na parede externa (condição de contorno)

Para o resíduo R_{fu}

$$\frac{\partial R_{f_{u(NR)}}}{\partial f_{u(NR)}} = 1 \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial R_{f_{u(NR)}}}{\partial f_{w(NR)}} = \frac{\partial R_{f_{u(NR)}}}{\partial f_{Gw(NR)}} = \frac{\partial R_{f_{u(NR)}}}{\partial f_{\eta(NR)}} = 0 \quad (3.98)$$

Para o resíduo R_{fGw}

$$\frac{\partial R_{Gw(NR)}}{\partial f_{Gw(NR)}} \quad (3.99)$$

$$\frac{\partial R_{Gw(NR)}}{\partial f_{u(NR)}} = \frac{\partial R_{Gw(NR)}}{\partial f_{w(NR)}} = \frac{\partial R_{Gw(NR)}}{\partial f_{\eta(NR)}} = 0 \quad (3.100)$$

Para o resíduo R_{fw}

$$\frac{\partial R_{fw(NR)}}{\partial f_{w(NR)}} \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial R_{fw(NR)}}{\partial f_{u(NR)}} = \frac{\partial R_{fw(NR)}}{\partial f_{w(NR)}} = \frac{\partial R_{fw(NR)}}{\partial f_{\eta(NR)}} = 0 \quad (3.102)$$

Para o resíduo R_n

$$\frac{\partial R_{\eta(NR)}}{\partial f_{u(NR)}} = -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{ \varphi_{NR} \}^{\left(\frac{n-1}{2} - 1 \right)} \cdot 2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u(NR)} - f_{u(NR-1)}}{\Delta r} \right) \right] \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{-1}{\Delta r} \right) \quad (3.103)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(NR)}}{\partial f_{w(NR)}} = -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{ \varphi_{NR} \}^{\left(\frac{n-1}{2} - 1 \right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{w(NR)}}{r_{(NR)}} \right) + \right]$$

$$+ \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{Gw(NR)}}{r_{(NR)}} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1}{r_{(NR)} \Delta r} \right) \quad (3.104)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(NR)}}{\partial f_{Gw(NR)}} = -m \left(\frac{n-1}{2} \right) \{ \varphi_{NR} \}^{\left(\frac{n-1}{2} - 1 \right)} \cdot 2r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{w(NR)}}{r_{(NR)}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{Gw(NR)}}{r_{(NR)}} \right) \right] \cdot \left(\frac{1}{r_{(NR)} \Delta r} \right) \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial R_{\eta(NR)}}{\partial \eta_{(NR)}} = 1 \quad (3.106)$$

sendo φ_{NR} :

$$\varphi_{NR} = r^2 \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{w(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{w(NR-1)}}{r_{(NR-1)}} \right) - \frac{1}{\Delta r} \left(\frac{f_{Gw(NR)}}{r_{(NR)}} - \frac{f_{Gw(NR-1)}}{r_{(NR-1)}} \right) \right]^2 + \\ + \left[\text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{f_{u(NR)} - f_{u(NR-1)}}{\Delta r} \right) \right]^2 \quad (3.107)$$

3.2.4

Passo 4 – Calcular os Coeficientes C_θ , C_θ C_z

Após calcular os perfis de velocidade (passo 3), procede-se a calcular os coeficientes C_0 , C_θ , C_z

$$C_\theta = \int_{R_i}^R f_w(r) dr \quad (3.108)$$

$$C_z = \int_{R_i}^R r f_z(r) dr \quad (3.109)$$

$$C_o = \int_{R_i}^R f_{Gw}(r) dr \quad (3.110)$$

Para calcular os coeficientes utiliza-se o método do trapézio, sendo a integral de cada coeficiente, conforme descrito abaixo:

$$C_\theta = C_\theta + \frac{f_{w(i)} + f_{w(i+1)}}{2\Delta r} \quad (3.111)$$

$$C_z = C_z + \frac{r_{(i)}f_{u(i)} + r_{(i+1)}f_{u(i+1)}}{2\Delta r} \quad (3.112)$$

$$C_0 = C_0 + \frac{f_{Gw(i)} + f_{Gw(i+1)}}{2\Delta r} \quad (3.113)$$

3.2.5

Passo 5 – Calcular o campo de pressão para o escoamento não-Newtoniano - segundo Método Iterativo $p(\theta, z)$

Após calcular os coeficientes (passo 4), procede-se a resolver a equação das pressões, conforme abaixo:

$$\frac{d}{d\theta} \left[C_\theta \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \right] + \frac{d}{dz} \left[C_z \cdot \text{sign} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right|^{\frac{1}{n}} \right] = -\frac{d}{d\theta} C_o \quad (3.114)$$

Tendo em vista que é uma equação altamente não linear utiliza-se novamente o método de Newton para resolver a equação das pressões. Esta foi discretizada conforme item 3.2.5.1

3.2.5.1

Discretização da equação das Pressões

a) Discretização do Resíduo da equação das pressões

- Resíduo da Equação das Pressões no espaço anular (nós internos)

$$R_{(i,j)} = \left[\left(\frac{C_{\theta(i,j+1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta \theta} \right|^{\frac{1}{n}} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\left(\frac{C_{\theta(i,j-1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right|^{\frac{1}{n}} \right] \left(\frac{1}{\Delta\theta} \right) + \\
 & + \left[\left(\frac{C_{z(i+1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right|^{\frac{1}{n}} - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{C_{z(i-1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right|^{\frac{1}{n}} \right] \left(\frac{1}{\Delta z} \right) + \\
 & + \left(\frac{C_{o(i,j+1)} - C_{o(i,j-1)}}{2\Delta\theta} \right) \quad (3.115)
 \end{aligned}$$

- Resíduo da Equação da pressão na fronteira a esquerda (condição de contorno):

$$\begin{aligned}
 R_{(i,1)} = & \left[\left(\frac{C_{\theta(i,2)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta\theta} \right|^{\frac{1}{n}} - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{C_{\theta(i,NTETA-1)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta\theta} \right|^{\frac{1}{n}} \right] \left(\frac{1}{\Delta\theta} \right) + \\
 & + \left[\left(\frac{C_{z(i+1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right|^{\frac{1}{n}} - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{C_{z(i-1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right|^{\frac{1}{n}} \right] \left(\frac{1}{\Delta z} \right) + \\
 & + \left(\frac{C_{o(i,2)} - C_{o(i,N\theta-1)}}{2\Delta\theta} \right) \quad (3.116)
 \end{aligned}$$

- Resíduo na fronteira a direita (condição de contorno):

$$R_{(i,N\theta)} = P_{(i,N\theta)} - P_{(i,1)} \quad (3.117)$$

- Resíduo na fronteira inferior (condição de contorno):

$$R_{(i,N\theta)} = P_{(1,j)} - P_{ent} \quad (3.118)$$

- Resíduo na fronteira superior (condição de contorno):

$$R_{(NZ,j)} = P_{(NZ,j)} - P_{sai} \quad (3.119)$$

b) Discretização dos componentes da matriz Jacobiana da Equação da Pressão

- Componentes da matriz jacobiana no espaço anular (nos internos)

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,j)}}{\partial P_{(i,j+1)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} \right) \left(\frac{C_{\theta(i,j+1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \\ &\cdot \left| \frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta\theta}{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}} \right| \end{aligned} \quad (3.120)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,j)}}{\partial P_{(i,j-1)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta\theta^2} \right) \left(\frac{C_{\theta(i,j-1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \\ &\cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta\theta}{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}} \right| \end{aligned} \quad (3.121)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,j)}}{\partial P_{(i,j)}} &= \frac{1}{n} \left[\left(\frac{-1}{\Delta\theta^2} \right) \left[\left(\frac{C_{\theta(i,j+1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. \left| \frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta\theta}{P_{(i,j+1)} - P_{(i,j)}} \right| + \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(\frac{C_{\theta(i,j-1)} + C_{\theta(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. \cdot \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}}{\Delta\theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta\theta}{P_{(i,j)} - P_{(i,j-1)}} \right| \right] + \\ &\left. + \left(\frac{-1}{\Delta z^2} \right) \left[\left(\frac{C_{z(i+1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & \left| \frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}} \right| + \\ & + \left(\frac{C_{z(i-1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}} \right| \end{aligned} \right\} \quad (3.122)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,j)}}{\partial P_{(i+1,j)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta z^2} \right) \left(\frac{C_{z(i+1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \\ & \cdot \left| \frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i+1,j)} - P_{(i,j)}} \right| \end{aligned} \quad (3.123)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i)}}{\partial P_{(i-1,j)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta z^2} \right) \left(\frac{C_{z(i-1,j)} + C_{z(i,j)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \\ & \cdot \left| \frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i,j)} - P_{(i-1,j)}} \right| \end{aligned} \quad (3.124)$$

- Componentes da matriz jacobiana na fronteira a esquerda - (condição de contorno)

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,1)}}{\partial P_{(i,2)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta \theta^2} \right) \left(\frac{C_{\theta(i,2)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \\ & \cdot \left| \frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta \theta}{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}} \right| \end{aligned} \quad (3.125)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{(i,1)}}{\partial P_{(i,N\theta-1)}} &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta \theta^2} \right) \left(\frac{C_{\theta(i,N\theta-1)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \\ & \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right|^{\left(\frac{1}{n}-1\right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta \theta}{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}} \right| \end{aligned} \quad (3.126)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R_{(i,1)}}{\partial P_{(i,1)}} = & \frac{1}{n} \left\{ \left(\frac{-1}{\Delta \theta^2} \right) \left[\left(\frac{C_{\theta(i,2)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \right. \\
 & \cdot \left. \left| \frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta \theta}{P_{(i,2)} - P_{(i,1)}} \right| + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{C_{\theta(i,N\theta-1)} + C_{\theta(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}}{\Delta \theta} \right) \cdot \left| \frac{\Delta \theta}{P_{(i,1)} - P_{(i,N\theta-1)}} \right| \right] + \\
 & + \left(\frac{-1}{\Delta z^2} \right) \left[\left(\frac{C_{z(i+1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \left| \frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}} \right| + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{C_{z(i-1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}} \right| \right] \left. \right\} \quad (3.127)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R_{(i,1)}}{\partial P_{(i+1,1)}} = & \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta z^2} \right) \left(\frac{C_{z(i+1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \\
 & \cdot \left| \frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i+1,1)} - P_{(i,1)}} \right| \quad (3.128)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R_{(i,1)}}{\partial P_{(i-1,1)}} = & \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\Delta z^2} \right) \left(\frac{C_{z(i-1,1)} + C_{z(i,1)}}{2} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \\
 & \cdot \left| \frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right|^{\left(\frac{1}{n} - 1 \right)} \cdot \left(\frac{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}}{\Delta z} \right) \cdot \left| \frac{\Delta z}{P_{(i,1)} - P_{(i-1,1)}} \right| \quad (3.129)
 \end{aligned}$$

- Componentes da matriz jacobiana na fronteira a direita - (condição de contorno):

$$\frac{\partial R_{(i,N\theta)}}{\partial P_{(i,N\theta)}} = 1 \quad (3.130)$$

$$\frac{\partial R_{(i,N\theta)}}{\partial P_{(i,1)}} = -1 \quad (3.131)$$

- Componentes da matriz jacobiana na fronteira inferior - (condição de contorno):

$$\frac{\partial R_{(1,j)}}{\partial P_{(1,j)}} = 1 \quad (3.132)$$

- Componentes da matriz jacobiana na fronteira superior - (condição de contorno):

$$\frac{\partial R_{(NZ,j)}}{\partial P_{(NZ,j)}} = 1 \quad (3.133)$$

4 Resultados

Primeiramente antes da interpretação dos resultados obtidos através das equações simplificadas que governam o escoamento, mediante a Teoria da lubrificação, e complementada com a equação constitutiva da viscosidade, sendo esta o modelo de Potência (Power-Law), é necessário ter alguns parâmetros adimensionais que caracterizam o escoamento:

$$\text{Taxa de Velocidade (Velocity Ratio) } \xi = \frac{\Omega_i R_i}{U} \quad (4.1)$$

$$\text{Número de Reynolds: } \text{Re}_0 = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D_H^n}{m}, \text{ para } \Omega_i = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{Re} = (1 - \xi^2)^{(1-n)/2} \text{Re}_0 \quad (4.3)$$

$$\text{Número de Taylor: } \text{Ta}_0 = \frac{1}{8} \left(\rho \frac{\omega^{2-n}}{m} \right)^2 D_H^{2n+1} R_i^{3-2n}, \text{ para } U = 0 \quad (4.4)$$

$$\text{Ta} = \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)^{1-n} \text{Ta}_0 \quad (4.5)$$

$$\text{Fator de Atrito: } f = \frac{\Delta p}{L} \frac{R_0 - R_i}{\rho U^2} \quad (4.6)$$

$$\text{Razão dos Raios: } \kappa = \frac{R_i}{R_0} \quad (4.7)$$

$$\text{Excentricidade: } \varepsilon = \frac{e}{R_0 - R_i} \quad (4.8)$$

4.1 Teste da Malha

Para este trabalho foram usados vários graus de refinamento. Foi utilizado um número de elementos que varia entre 870 e 2254, como mostra a tabela 4.1.

Os critérios utilizados para os testes foram: $Re = 100$, $Ta = 0$, $e_{xconst} = 0.5$, sendo a variável para avaliação o parâmetro adimensional o fRe .

Entre os testes 1 e 2 o resultado do fRe apresenta uma diferença mínima. Os resultados entre os testes 1 e 3 não apresentam nenhuma variação dentro da precisão adotada apesar de aumentar o número de elementos em θ e r . Entre os testes 1 e 4 o resultado de fRe aumentou ligeiramente.

| CASO | NR | NTETA | NZ | fRe | % | NELE |
|---------|----|-------|----|---------|------|------|
| Teste 1 | 50 | 31 | 5 | 11,2336 | | 1470 |
| Teste 2 | 75 | 31 | 5 | 11,2279 | 0,05 | 2220 |
| Teste 3 | 50 | 47 | 10 | 11,2336 | 0,00 | 2254 |
| Teste 4 | 30 | 31 | 5 | 11,2519 | 0,16 | 870 |

Tabela 4-1 – Tabela de resultados para o teste da malha.

Os testes 1, 2, 3 e 4 foram para analisar o efeito fRe em função da excentricidade constante e rotação do cilindro interno.

A plataforma utilizada para compilar e executar o modelo foi um computador com processador INTEL(R) Pentium(R) 4 CPU 2.40GHz, sistema operacional *Microsoft Windows XP Home Edition*, e 496 MB de memória física (RAM).

O modelo foi elaborado em MATLAB versão 6.5 Release 13

4.2 Validação do Programa

Para validação do programa utilizaram-se alguns resultados que já foram apresentados por outros autores, em um modo geral os primeiros resultados obtidos no programa foram comparados com os resultados do Escudier et al. publicado no ano de 2001 [2], e no 2002 [14].

4.2.1 Não – Newtoniano Concêntrico

Para o caso de escoamento não-Newtoniano concêntrico, se utilizou uma malha como NELE = 1470 (Nós 1550, $NR = 50$ e $N\theta = 31$). Os resultados obtidos do modelo de Lubrificação foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Nouri and Whitelaw [16], que os mesmos já tinham sido comparados com os resultados analíticos do Escudier e apresentados em 2002 [14]. Estes autores apresentaram o perfil de velocidade para o escoamento concêntrico com e sem rotação, para um índice de potencia $n = 0,75$

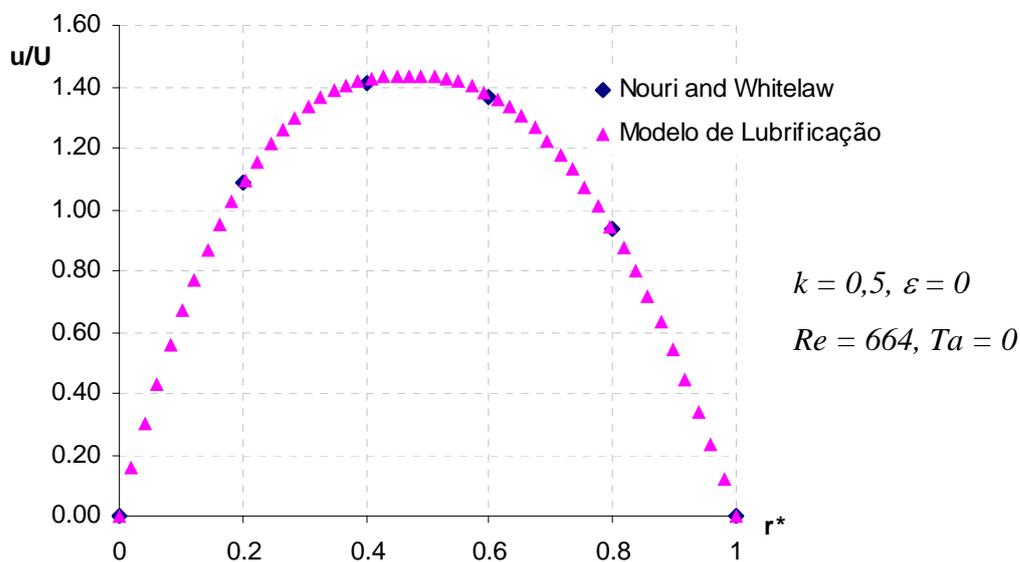


Figura 4-1– Comparação dos resultados experimentais de Nouri and Witelaw e do modelo de Lubrificação para o perfil de velocidade axial.

O resultados experimentais apresentados por Nouri and Whitelaw em 1994 utilizaram 0,2 % de CMC, para um $Re = 664$, para razão de raios de 0,5, sem rotação do cilindro interno (Figura 4-1), e com rotação do cilindro interno (Figura 4-2.) Verifica-se que estes resultados comparados com o do modelo de Lubrificação são praticamente os mesmos.

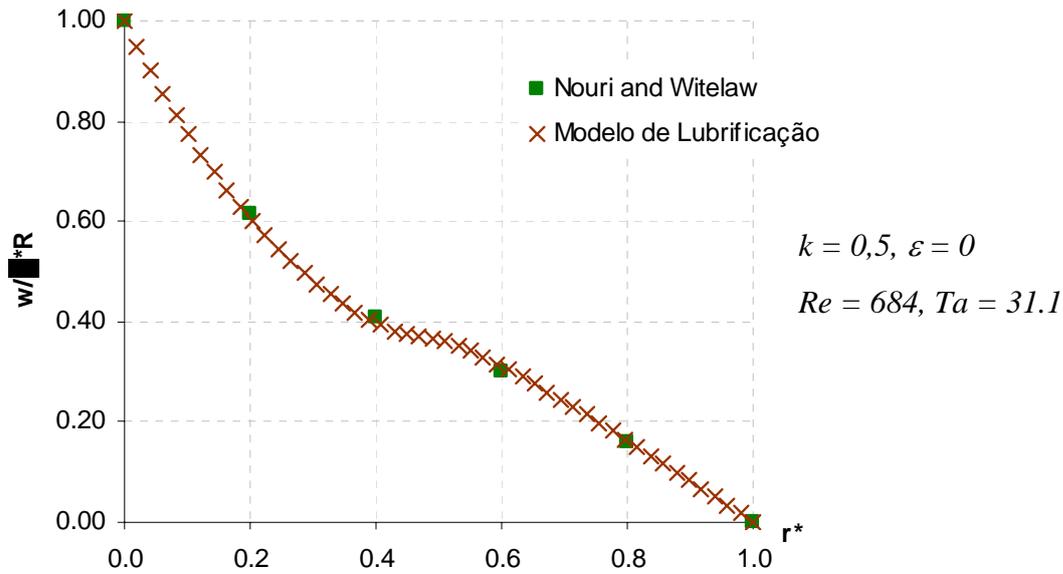


Figura 4-2- Comparação dos resultados experimentais de Nouri and Witelaw e do modelo de Lubrificação para o perfil de velocidade circunferencial.

Da mesma forma, como exposto acima, os resultados experimentais de Nouar em 1987 [15], que utilizaram 0.3% de CMC, com Reynolds baixos e razão de raios de 0,615, foram comparados com o do modelo de Lubrificação. Para os dois casos Figura 4-3 e Figura 4-4 existe alta rotação do cilindro interno. Nota-se que estes resultados do modelo de Lubrificação são próximos aos experimentais.

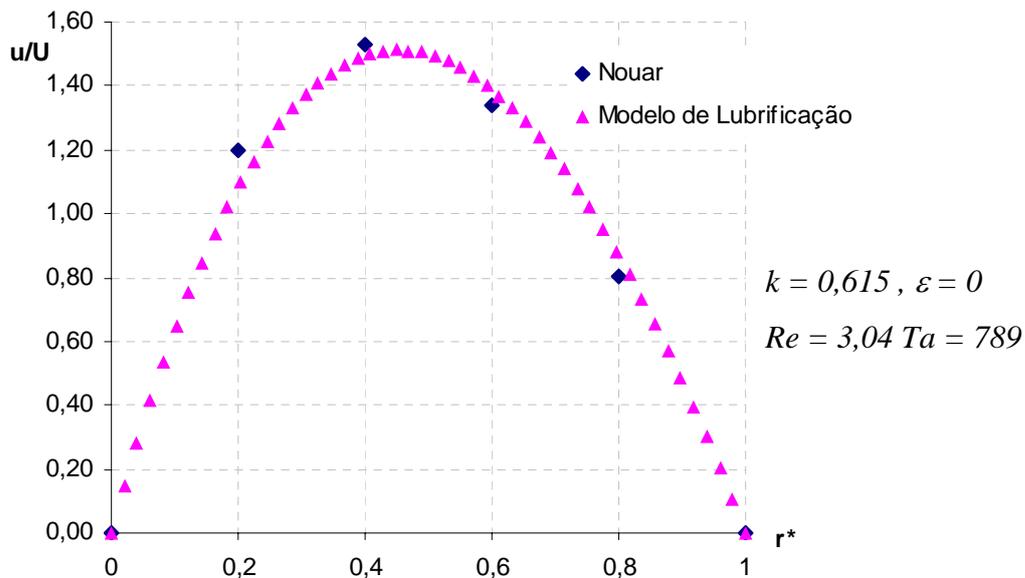


Figura 4-3 – Comparação dos resultados experimentais de Nouar e do modelo de Lubrificação para o perfil de velocidade axial.

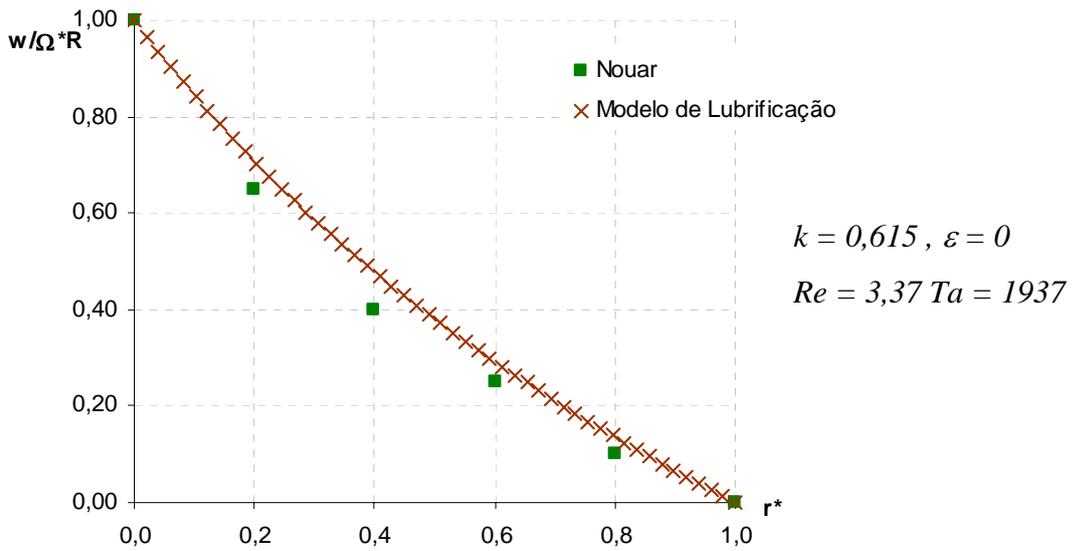


Figura 4-4 - Comparação dos resultados experimentais de Nouar e do modelo de Lubrificação para o perfil de velocidade circunferencial

Os resultados experimentais de Xisheng and Yinghu de 1986 [17] que utilizaram 0.25 % de Policrilamida (PAA), comparados com os resultados do modelo de lubrificação, são relativamente próximos aos experimentais. Conforme Figura 4-5

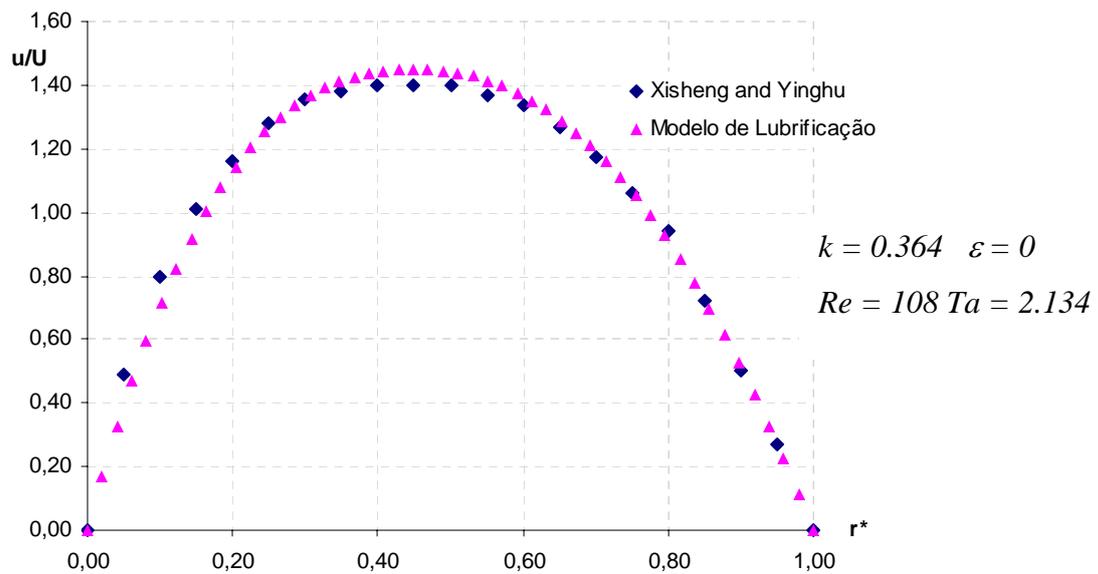


Figura 4-5 – Comparação dos resultados experimentais de Xisheng and Yinghu e do modelo de Lubrificação para o perfil de velocidade axial.

4.2.2 Não – Newtoniano excêntrico

Para o caso do escoamento Não-Newtoniano excêntrico sem rotação do cilindro interno, se utilizou a mesma malha do item 4.2.1, $NELE = 1470$ (Nós 1550, $NR = 50$ e $N\theta = 31$), Neste caso, foram comparados os resultados do modelo de Lubrificação com resultados analíticos de Escudier [2], comparando o parâmetro adimensional fRe versus a excentricidade (ϵ).

Neste artigo observou-se que para um fluido newtoniano a perda de carga diminui conforme o aumento da excentricidade, como apresentado por Pina [12], no projeto de final de curso no ano de 2002, conforme mostra a Figura 4-6. Os parâmetros utilizados foram: razão de raios 0,5, $Ta = 0$, $Re = 100$. Tendo em vista que o número de Reynolds foi mantido constante durante todo o aumento da excentricidade, verifica-se então que, com o aumento da excentricidade, a perda de carga diminui.

Este mesmo fenômeno acontece nos casos de aumento da vazão em função da excentricidade para um mesmo gradiente de pressão.

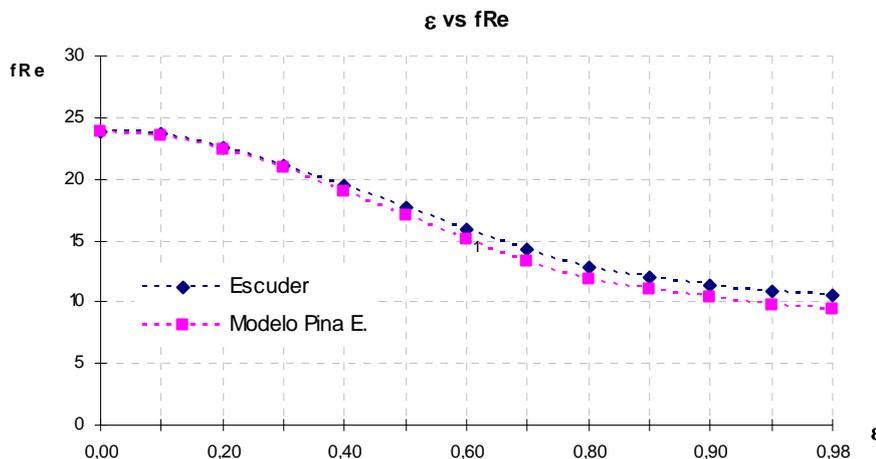


Figura 4-6 – Comparação dos resultados do modelo bi-dimensional de Escudier com o modelo de lubrificação de Pina e Carvalho para escoamento Newtoniano.

O mesmo efeito acontece para o caso Não – Newtoniano. Fazendo-se o índice de Potencia igual a 0,8, comparando com os resultados de Escudier [2],

Figura 4-7. Utilizando os mesmos parâmetros para o caso Newtoniano: razão de raios: 0,5, $Ta = 0$, $Re = 100$. Verifica-se a diminuição do fRe com aumento da excentricidade. Cabe ressaltar, que quando se aumenta a excentricidade o gradiente de pressão diminui, mantendo assim o número de Reynolds constante.

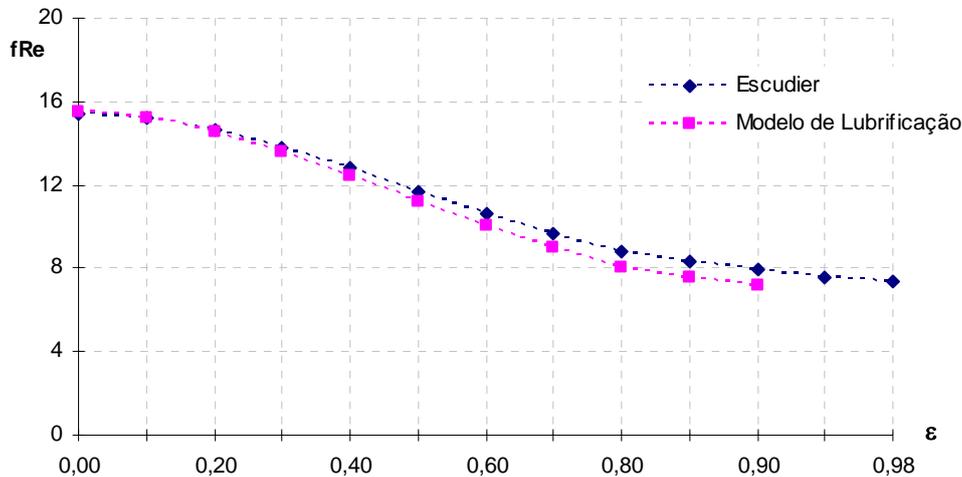


Figura 4-7 – Comparação dos resultados de Escudier com os do modelo de Lubrificação para o caso Não-Newtoniano $n=0,8$.

Observa-se que os resultados de Escudier em comparação com os do programa são bem próximos, o erro máximo é da ordem de 10% porém nota-se que para os valores de excentricidade superiores a 0,9 o programa não converge.

Uma outra forma de visualizar o efeito da diminuição do fRe com o aumento da excentricidade se mostra na Figura 4-8. A região vermelha é a zona de alta velocidade e a azul de baixa velocidade. Pode-se observar que quando $\epsilon = 0,0$, o escoamento é completamente simétrico, e quando aumenta-se a excentricidade se verifica que a velocidade aumenta em torno de uns 64% da velocidade máxima sem excentricidade.

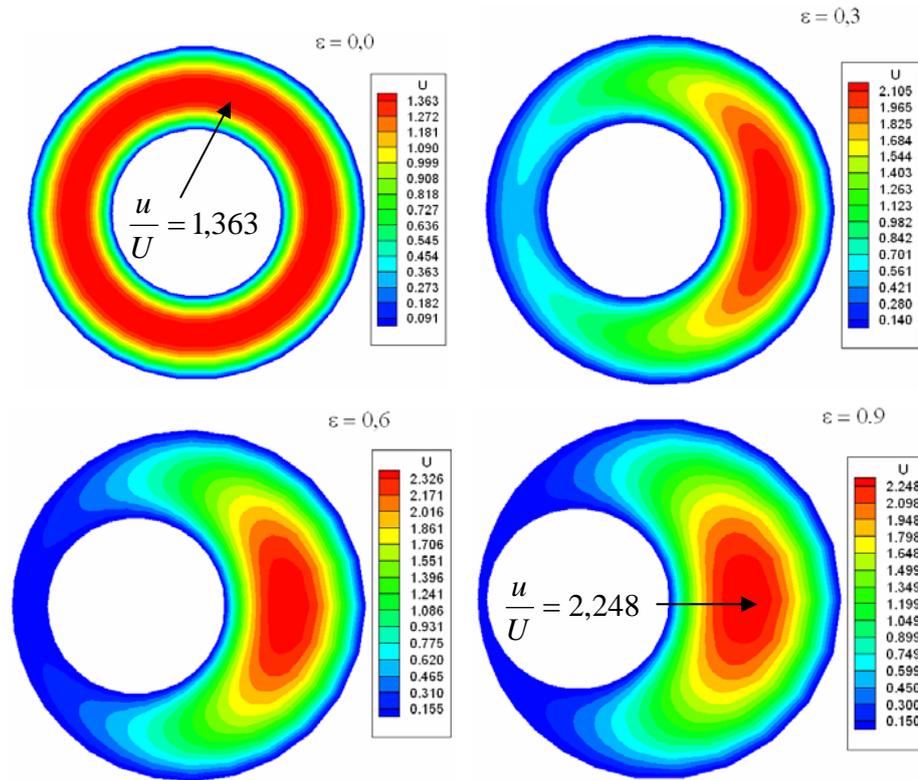


Figura 4-8 – Efeito do aumento da velocidade com aumento da excentricidade

Para o caso de escoamento Não-Newtoniano ($n = 0.8$), concêntrico ($\varepsilon = 0$) com rotação do cilindro interno, se comparo os resultados apresentados por Escudier [2], mostrando a variação do fRe quando se aumenta o número de Taylor. Nesta comparação o número de Taylor varia entre 0 e 50000, e o número de Reynolds igual a 100, conforme mostra a Figura 4-9. Verifica-se que os resultados obtidos pelo modelo de lubrificação são praticamente os mesmos com os resultados de Escudier [2]. Nota-se também que diferentemente do caso Newtoniano, que quando se aumenta o Ta , o fRe se mantém constante, isto que dizer que há um total desacoplamento dos movimentos axial e circunferencial. Já para o caso não-Newtoniano isto não acontece, o aumento da rotação do cilindro interno o fRe também aumenta.

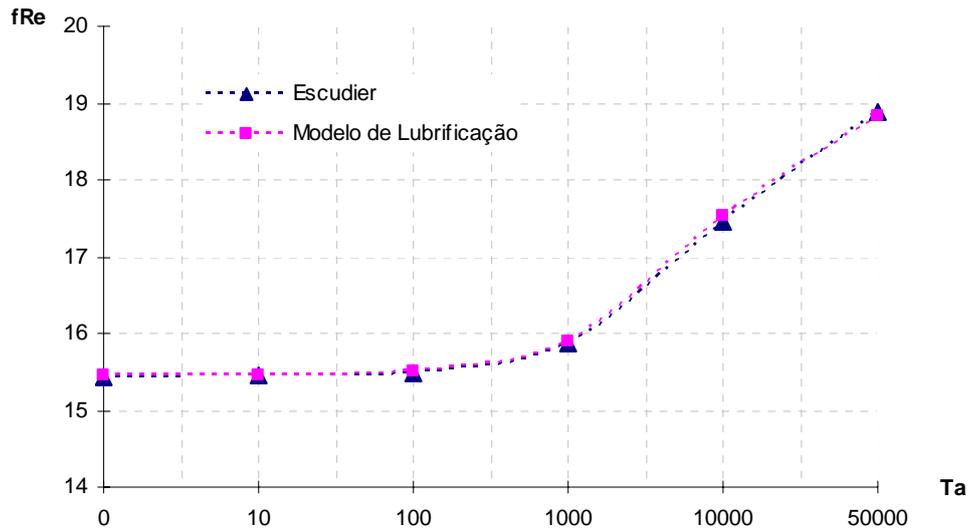


Figura 4-9 – Variação do fRe com aumento do número de Taylor em um anular concêntrico

A influencia da rotação em fRe para o caso excêntrico constante foi comparada novamente com os resultados de Escudier [2]. Para este caso se manteve a excentricidade constante igual a 0,4, mantendo o $Re = 100$, $k = 0,5$ e $\eta = 0,8$. A comparação dos resultados do modelo de lubrificação com os de Escudier apresentam uma margem de erro de aproximadamente 22%, isto é porque o modelo de Lubrificação não é preciso para excentricidade elevadas, como mostra a Figura 4-10.

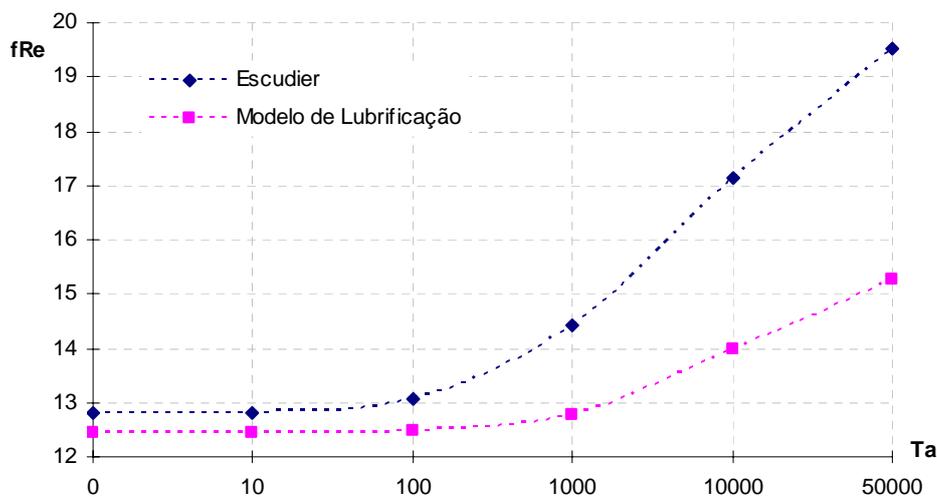


Figura 4-10 – Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante.

Na Figura 4-11 $\varepsilon = 0,7$ e na Figura 4-12 $\varepsilon = 0,9$, mantendo os outros parâmetros iguais à figura 4.10, Observa-se assim que quando aumentamos a excentricidade o erro aumenta.

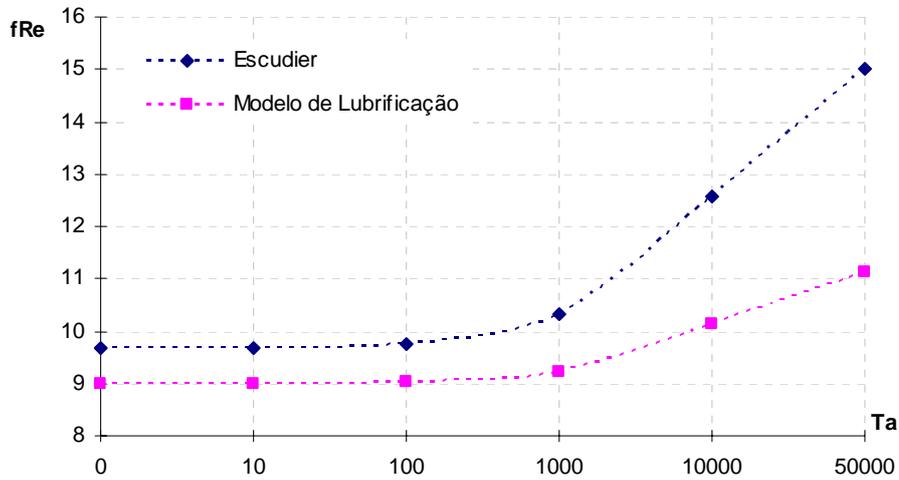


Figura 4-11 – Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante ($\varepsilon = 0.7$)

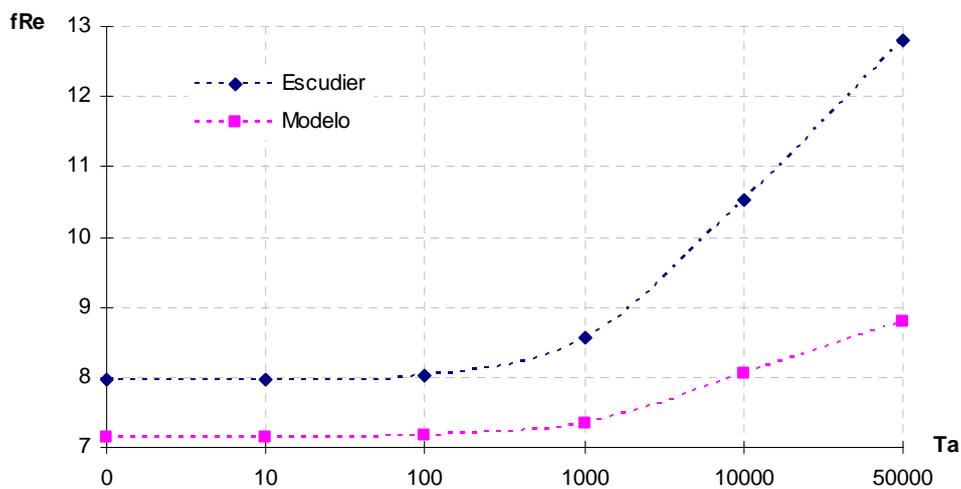


Figura 4-12 - Influencia da rotação em fRe para excentricidade constante ($\varepsilon = 0.9$)

4.3 Efeito Não – Newtoniano para excentricidade constante

Uma análise realizada é a influencia da excentricidade em fRe para diferentes índices de potência (n). Utilizando um número de elementos NELE =1470 (ou seja a mesma malha que foi utilizada para a validação do modelo de

Lubrificação), $Re = 100$, $k=0,5$ e sem a existência de rotação do cilindro interno $Ta = 0$. Se tem o seguinte resultado como mostra a Figura 4-13

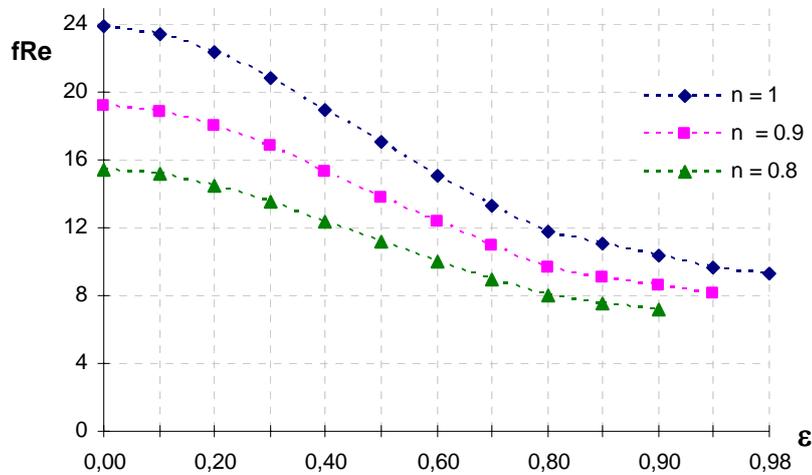


Figura 4-13 – Influencia da excentricidade em fRe para diferentes índices de potência

Verifica-se o mesmo efeito supracitado no item 4.2.2, para o escoamento Newtoniano, que com o aumento da excentricidade o fRe diminui, acontece também para quando diminuimos o índice de potência (n). Nota-se também que, para altas excentricidades, o modelo de lubrificação não converge. Isto é porque o valor inicial (chute inicial), o perfil de velocidade newtoniano, não é um bom chute inicial, já que o 1º método iterativo, resolvido pelo método de Newton, precisa de que o valor inicial seja próximo ao resultado para atingir a convergência.

Outra análise é a influencia do fRe com o índice de potência para diferentes números de Taylor (rotação do cilindro interno). Fazendo-se $Re = 100$, $k = 0,5$, sem excentricidade ($\epsilon = 0$). Conforme Figura 4-14

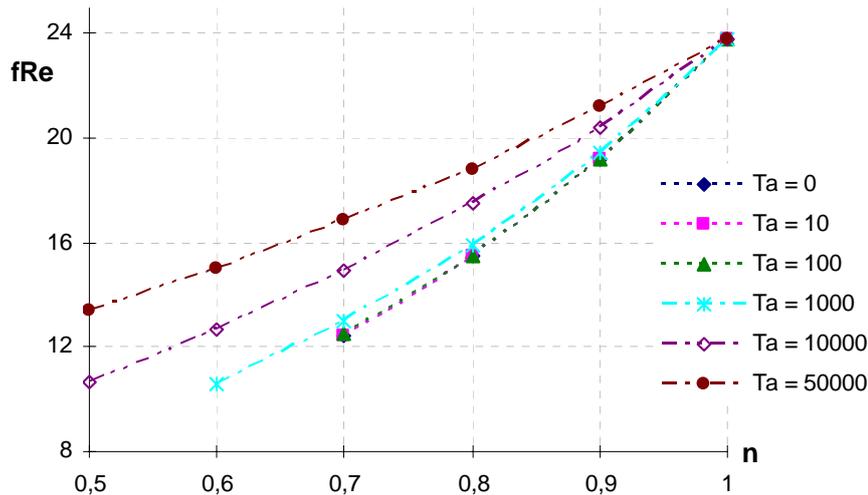


Figura 4-14 – Efeito da rotação para diferentes índices de potências.

Ressalta-se que existem pontos em que o modelo de Lubrificação não converge. Isto é nas regiões onde o índice de potência ($n < 0,6$) e o Ta são baixos. Verifica-se que para o escoamento Newtoniano o fRe se mantém constante apesar do aumento da rotação do cilindro interno. Isto comprova novamente que há um desacoplamento do movimento axial com o circunferencial. Já para o escoamento não-Newtoniano, o aumento da rotação do cilindro interno faz que o fRe também aumente como mostra a Figura 4-14 acima.

Um fator importante para este tipo de escoamento com rotação do cilindro interno é a evolução dos vórtices de Taylor. Quando o número de Taylor é baixo, a componente circunferencial do escoamento é o escoamento de Couette, Esta componente circunferencial de Couette, persiste até o ponto de bifurcação, que corresponde ao estado onde o Ta chega ao Taylor crítico (Ta^*). Quando o $Ta = Ta^*$, o escoamento de Couette começa a ser instável pela aparição dos vórtices toroidais. Cabe ressaltar que o escoamento continua sendo laminar, porém com vórtices toroidais. O escoamento deixa de ser laminar quando $Ta \gg Ta^*$.

Para determinar a existência ou não de vórtices de Taylor, utilizou-se os resultados do apresentados por Lockett et al. [20] e Coronado e Carvalho [19] para diferentes razões de raios. A Figura 4-15 apresenta uma comparação dos resultados experimentais de Lockett et al com os resultados teóricos de Coronado

e Carvalho para o número de Taylor crítico para o aparecimento dos vórtices de Taylor.

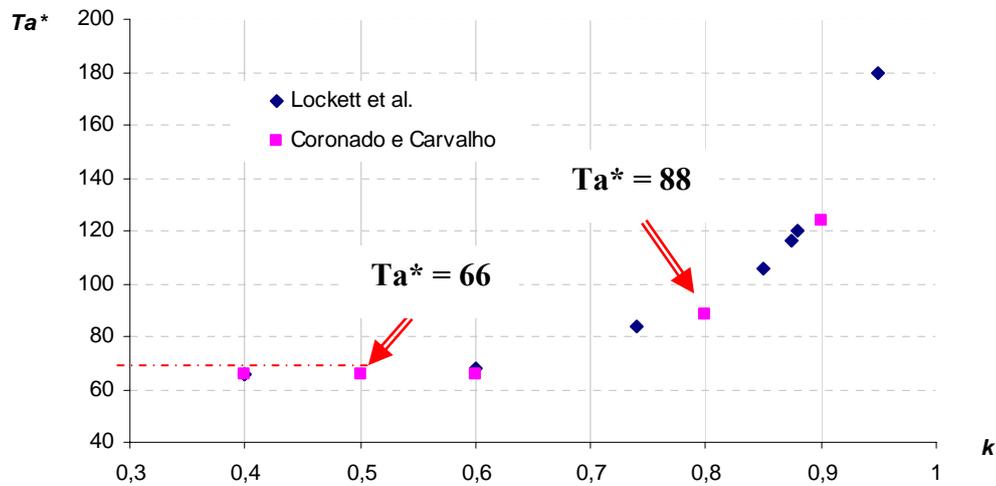


Figura 4-15 – Resultados de Lockett et al, Coronado e Carvalho do Taylor crítico para escoamento viscoplástico

O número de Taylor crítico Ta^* em um escoamento viscoplástico apresentado no Fig. 4.15 é definido como:

$$Ta^* = \frac{\rho \Omega_i R_i \delta}{\eta^* (\dot{\gamma}^*)}, \quad (4.9)$$

$$\text{sendo } \dot{\gamma}^* = \frac{\Omega_i R_i}{\delta} \quad (4.10)$$

Com as equações (4.5), (4.9), (4.10) e a Figura 4-15, se determinou o Ta^* para o escoamento pseudoplástico. A Figura 4-16 apresenta a variação do Ta para vários índices de potência, com a razão de raios (k) igual a 0,5, por este motivo o Ta^* retirado da Figura 4-15 é igual a 66. Com este dado, calcula-se o Ta^* para o escoamento pseudoplástico para vários índices de potência, conforme mostra a Figura 4-16

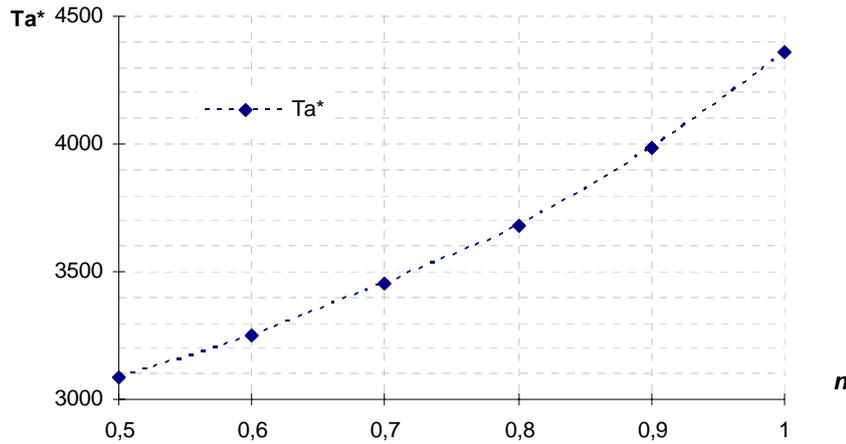


Figura 4-16 – Taylor crítico Ta^* para vários índices de potência com a razão de raios (k) constante igual a 0,5.

Com estes limites de Ta^* para uma razão de raios (k) igual a 0,5, a Figura 4-17 se apresenta a influência de Ta com fRe , com um novo patamar de rotação

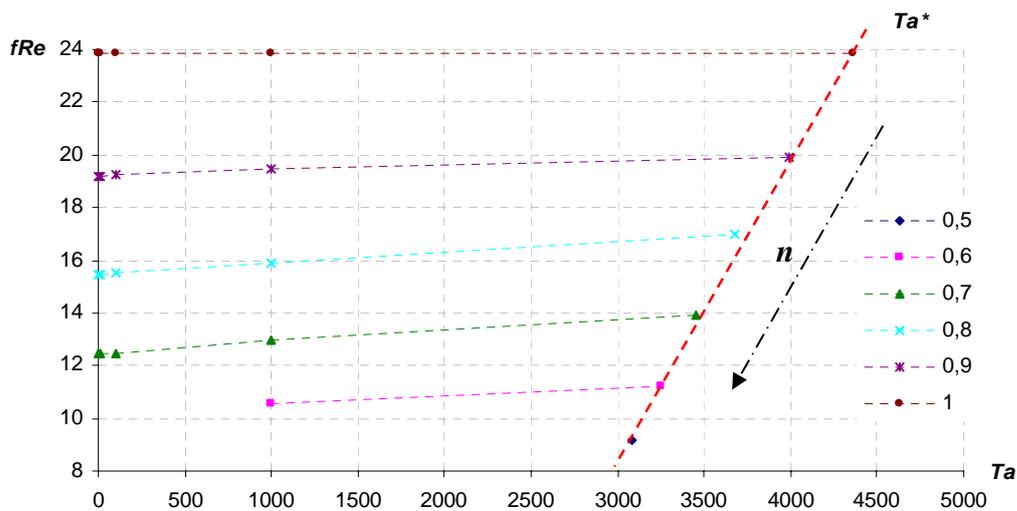


Figura 4-17 – Influencia da rotação em fRe até o Ta^*

Uma terceira análise foi análise do fRe em função da rotação do cilindro interno juntamente com a excentricidade constante. Os parâmetros adimensionais utilizados foram: $Re = 100$, $k = 0,5$, $n = 0,8$. Levando em consideração o Ta^* obtido da Figura 4-15 para $k = 0,8$, o Ta^* obtido é igual a 88. Este valor obtido do gráfico de Coronado e Carvalho transformado para o Ta^* do modelo de Potência, (equação 4.5), é igual a 1151. Nota-se que este valor é fixo para diferentes

excentricidades e o mesmo índice de potência, visto que nestas equações (4.5) e (4.9) não consideram a excentricidade.

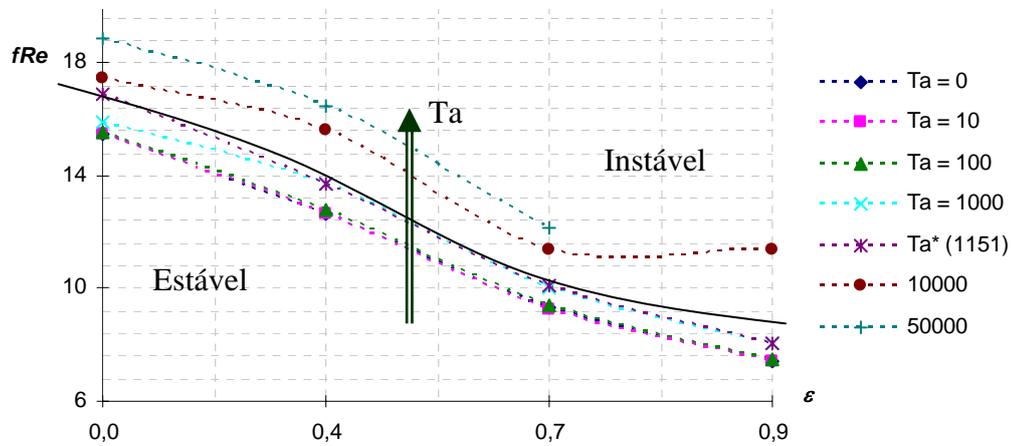


Figura 4-18 – Influencia da excentricidade constante e rotação em fRe para um anular com razão de raios (k) = 0,8

Os resultados apresentados na Figura 4-18 mostram a combinação das duas primeiras análises, visto que para uma determinada excentricidade o fRe aumenta na medida que a rotação aumenta. Outro fator importante é que se percebe uma descontinuidade da tendência da curva ao longo do eixo x, quando $Ta > Ta^*$. Isto demonstra que, quando o $Ta > Ta^*$ a região deixa de ser estável e começa a ser instável.

4.4 Escoamento Não-Newtoniano com excentricidade Variável

Para esta análise se utilizou um número de elementos $NELE$ igual a 1980 (Nós = 2100, $NZ = 100$, $N\theta = 21$ e $NR = 10$), este tipo de configuração foi utilizado tendo em vista a análise do gradiente de pressão ao longo do canal, assim como a influencia da excentricidade variável e a rotação para os perfis de velocidade.

A excentricidade modelada é uma função senoidal que possui alguns parâmetros de ajuste: duas amplitudes A_{mplx} e A_{mply} , excentricidades constantes ao longo do poço uma no eixo x (e_{xconst}) e a outra no eixo y . (e_{yconst}). Esta excentricidade foi feita de modo que a senoide corresponda ao comprimento do

poço L. A convenção de sinais utilizados para a excentricidade senoidal é a mesma como apresentado na Figura 2-4. As equações (2.10) e (2.11) descrevem a excentricidade variável ao longo do poço, porém para dar o efeito helicoidal estas duas equações senoidais deverão estar defasadas 90 graus entre elas, conforme as equações (4.11) e (4.12).

$$e_x = e_{xconst} + Amplx \cdot \sin\left(\frac{z \cdot 2\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.11)$$

$$e_y = e_{yconst} + Amply \cdot \sin\left(\frac{z \cdot 2\pi}{\lambda}\right) \quad (4.12)$$

Uma primeira análise foi considerar apenas uma excentricidade variável (a equação 4.11), e verificar a variação do gradiente de pressão em cada seção, conforme mostra a

Figura 4-19 abaixo:

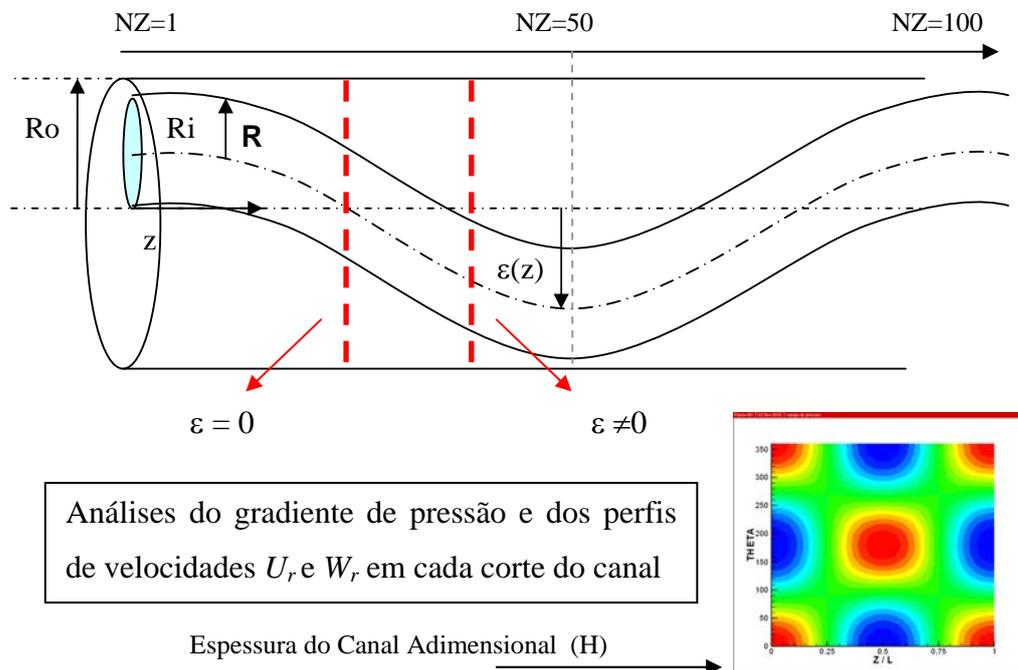


Figura 4-19 – Figura esquemática para o análise dos perfis de velocidade e gradiente de pressão ao longo do canal.

Como ponto de partida para esta análise do escoamento com uma excentricidade variável se analisou o escoamento Newtoniano, e se verificou a

existência do perfil de velocidade circunferencial, mesmo sem rotação do cilindro interno, isto é devido ao gradiente de pressão circunferencial presente em todas as seções deste escoamento. Estes resultados são compatíveis com os apresentados por Pina e Carvalho [12] em 2002. A distribuição de pressão em diferentes seções do canal assim como a distribuição de velocidade estão apresentadas nas Figura 4-20 – 4.26. A tabela abaixo mostra os testes realizados para o escoamento Newtoniano.

| Teste | n | k | δ | e_{xconst} | A_{mplx} | e_{yconst} | A_{mpy} | ε | Ta | fRe |
|-------|-----|-----|----------|--------------|------------|--------------|-----------|---------------|------|---------|
| n1a | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 20,4751 |
| n1b | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 10 | 20,4751 |
| n1c | 1 | 0,8 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0 | 0 | 0,3 | 0 | 18,0471 |
| n1d | 1 | 0,8 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0 | 0 | 0,3 | 10 | 18,0471 |
| n1e | 1 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 1000 | 20,4751 |

Tabela 4-2 – Tabela de testes para análise do escoamento Newtoniano com uma excentricidade variável

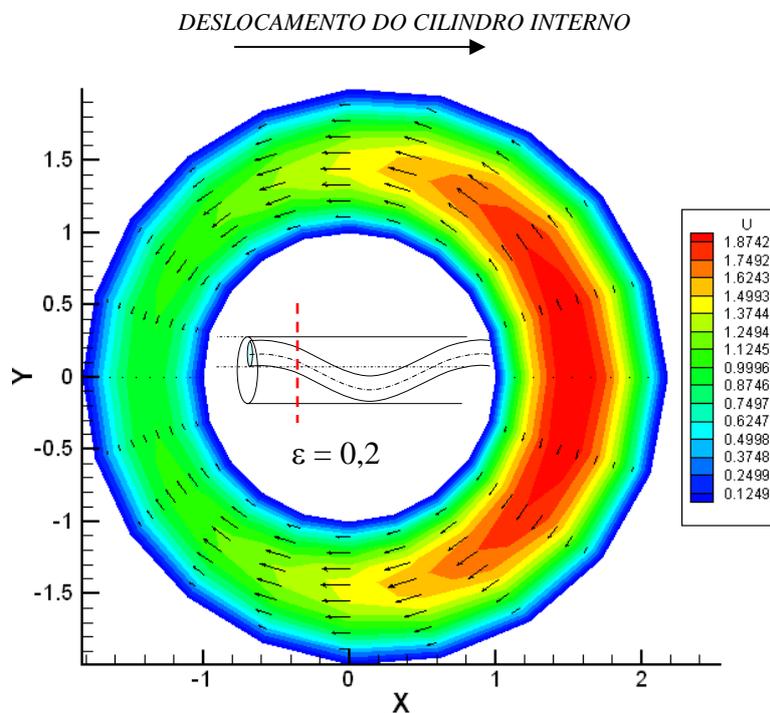


Figura 4-20 – Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\varepsilon = 0,2$).

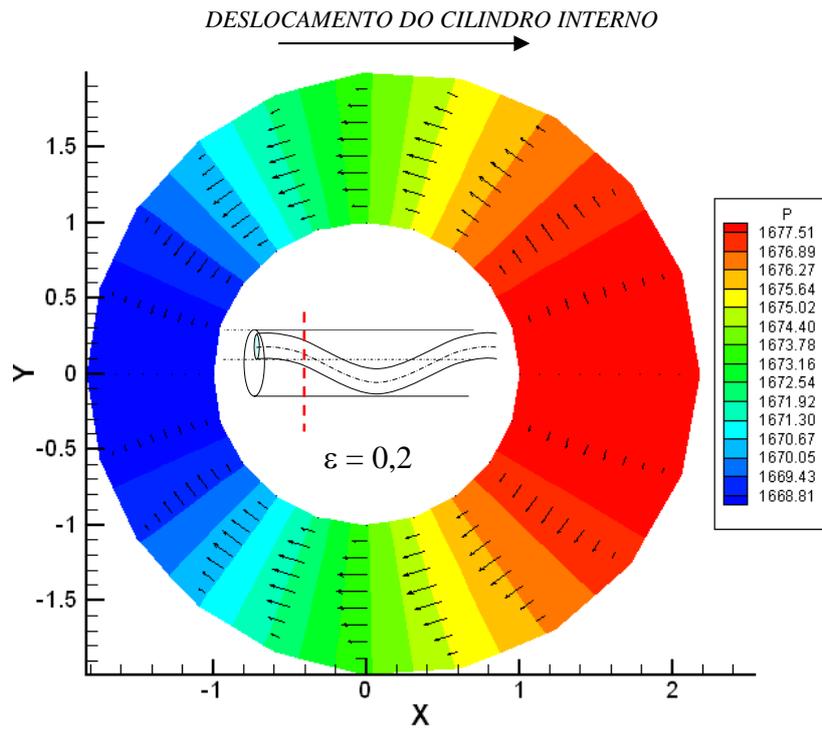


Figura 4-21 – Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\epsilon = 0,2$).

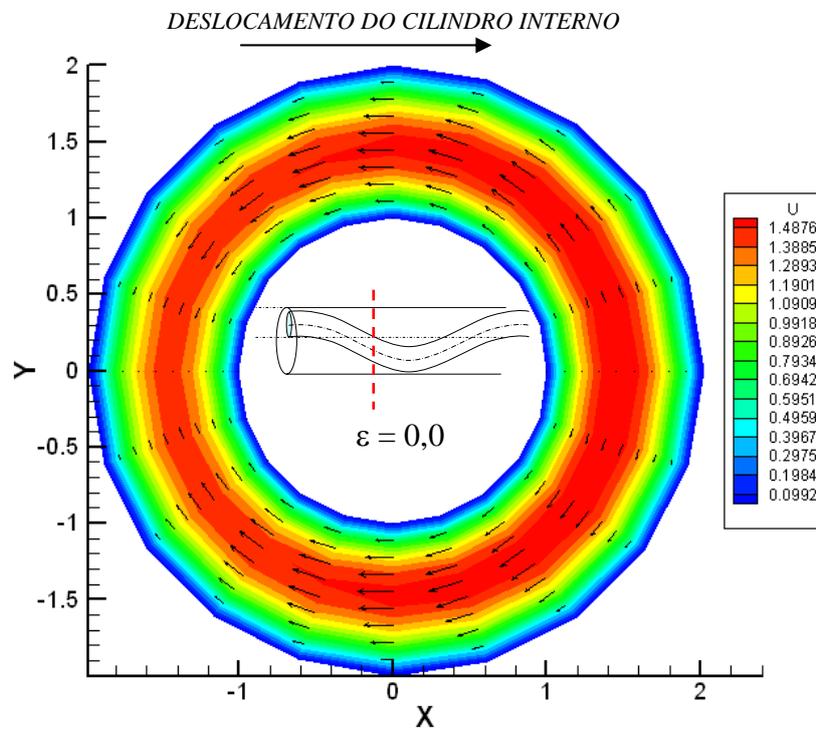


Figura 4-22 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\epsilon = 0,0$).

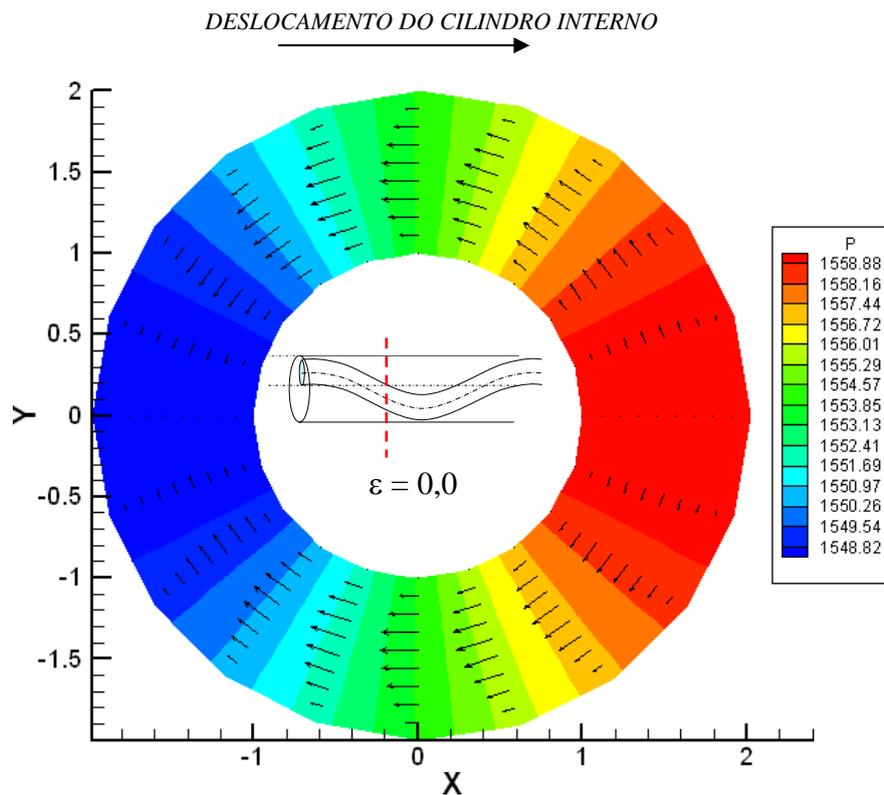


Figura 4-23 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\varepsilon = 0,0$).

Observa-se que as figuras relativas à seção do escoamento que não possuem excentricidade local (Figura 4-23), possuem uma distribuição de pressão e uma velocidade circunferencial que não é constante, isto demonstra, que a excentricidade em seções anteriores (por exemplo Figura 4-21), influencia o escoamento nas seções que não possuem excentricidade local.

Já na seção onde $z/L = 0,5$ (Figura 4-25), ocorre a excentricidade máxima local ($\varepsilon = 0,5$), nesta seção não existe a velocidade circunferencial, tendo em vista que não há deslocamento “horizontal” do cilindro interno (coluna de perfuração) e por tal razão não há gradiente de pressão circunferencial. Ressalta-se que nesta seção se conclui metade do percurso (desde a esquerda para a direita) e se inicia o deslocamento para voltar a sua posição inicial (deslocamento de direita para a esquerda).

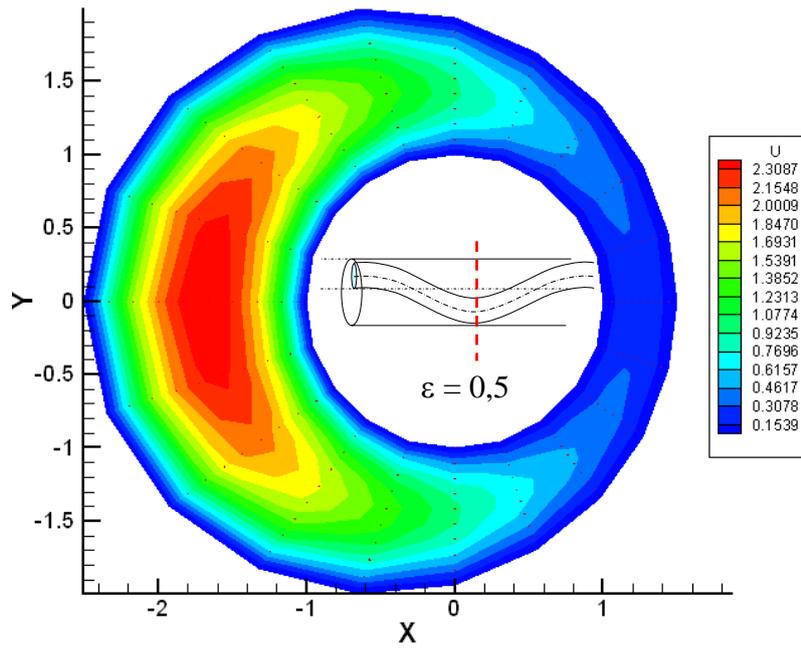


Figura 4-24 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\varepsilon = 0,5$).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0321192/CA

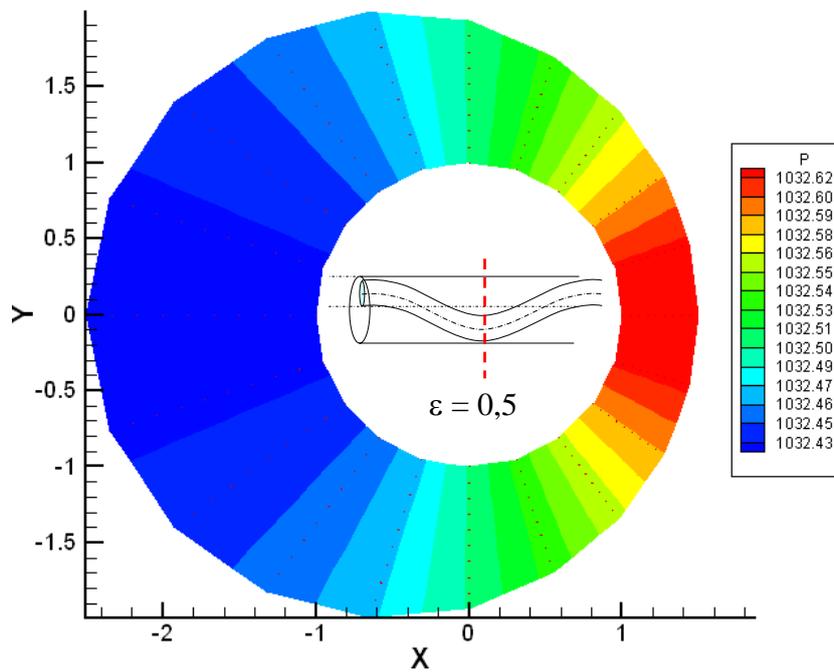


Figura 4-25 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano (teste n1a – $\varepsilon = 0,5$).

Quando se introduz a rotação do cilindro interno, verifica-se uma combinação de dois perfis de velocidade, em alguns casos existe a adição ou subtração dos perfis de POISEUILLE e COUETTE, como mostram as Figura 4-26 - Figura 4-29

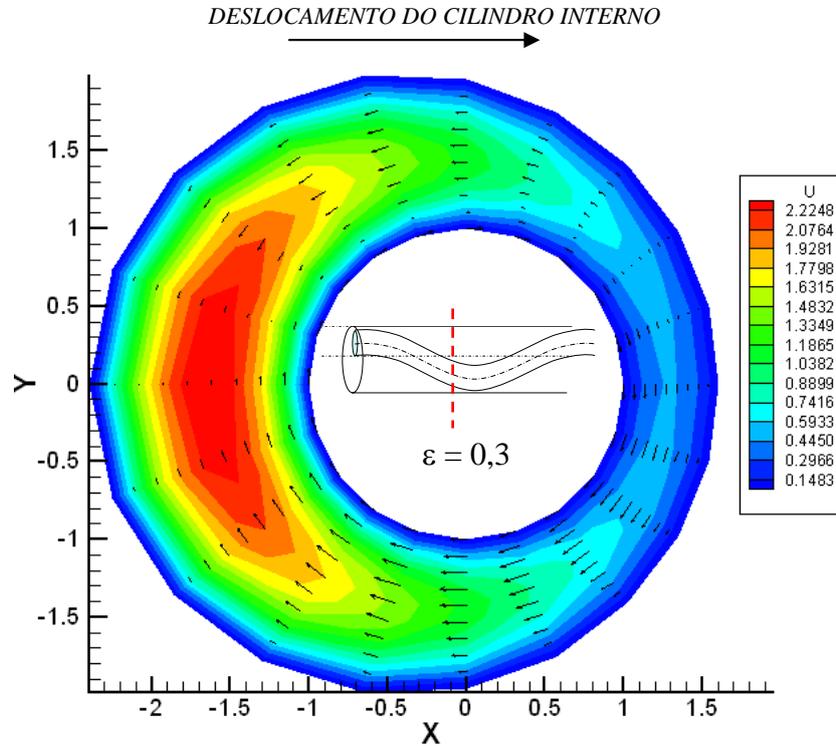


Figura 4-26 - Distribuição das velocidades axial e circunferêncial para o escoamento Newtoniano (teste n1b – $\epsilon = 0,3$).

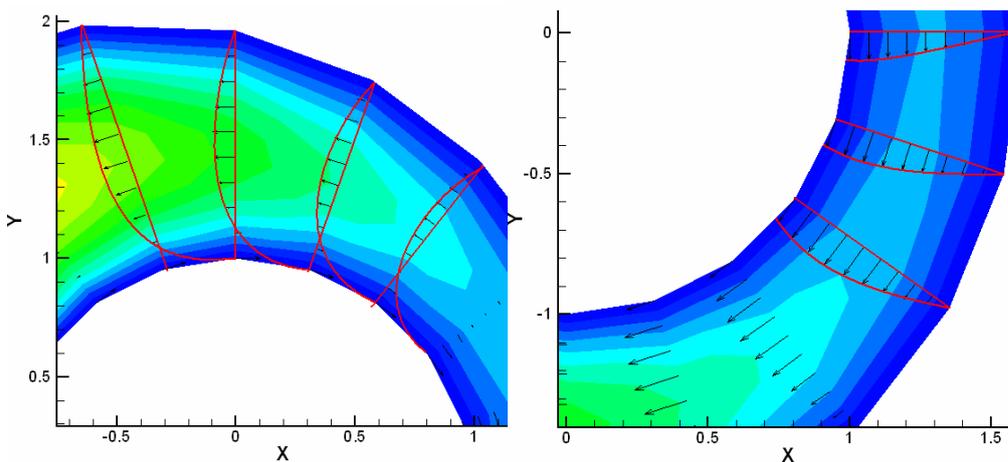


Figura 4-27 – Detalhe da combinação dos perfis de velocidade de Poiseuille e Couette para o escoamento Newtoniano (teste n1b – $\epsilon = 0,3$).

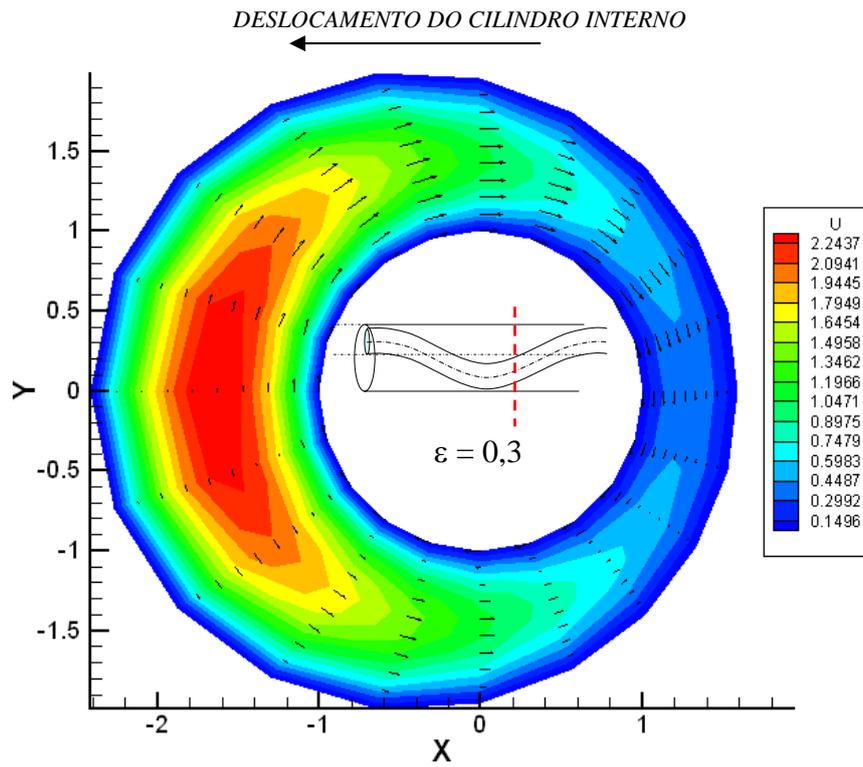


Figura 4-28 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1b – $\epsilon = 0,3$).

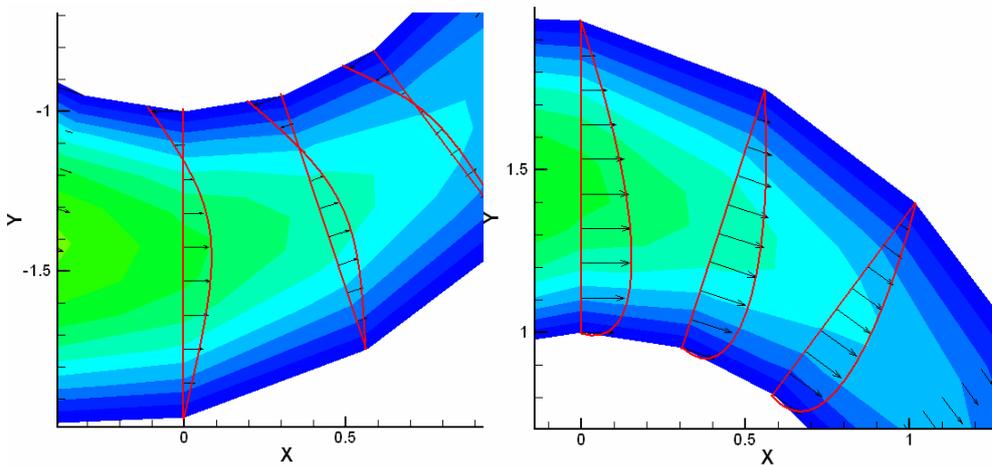


Figura 4-29 - Detalhe da combinação dos perfis de velocidade de Poiseuille e Couette para o escoamento Newtoniano (teste n1b – $\epsilon = 0,3$).

Levando esta análise para um mesmo fluido newtoniano com uma razão de raios igual a 0,8, observa-se o mesmo comportamento do perfil de velocidade e do

gradiente de pressão em cada seção, conforme mostram as Figura 4-30 – Figur 4-35

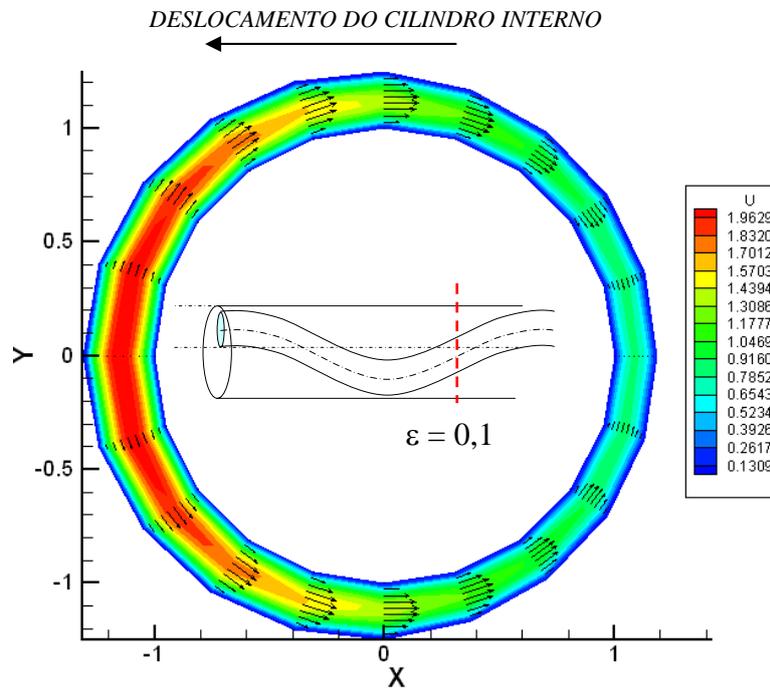


Figura 4-30 - Distribuição das velocidades axial e circunferêncial para o escoamento Newtoniano (teste n1c – $\epsilon = 0,1$).

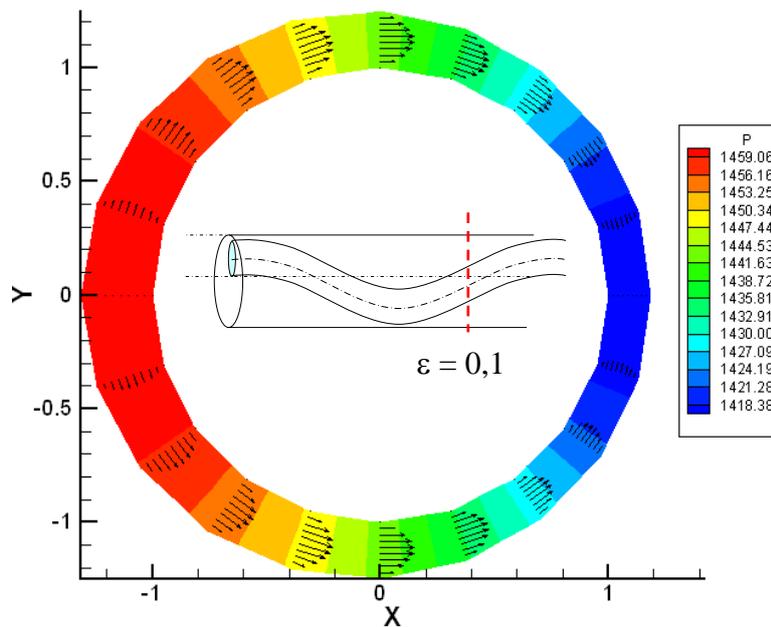


Figura 4-31 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano (teste n1c – $\epsilon = 0,1$).

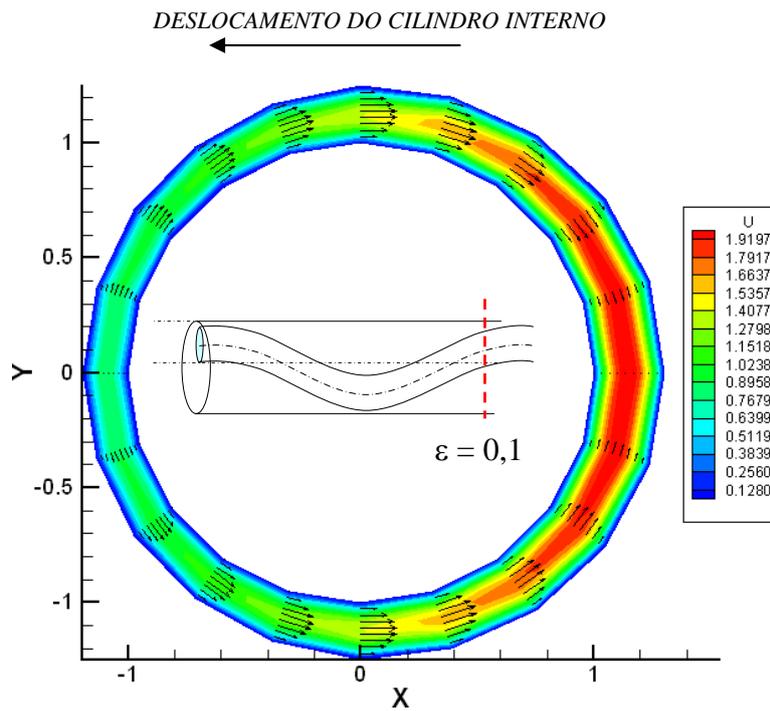


Figura 4-32 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1c – $\varepsilon = 0,1$).

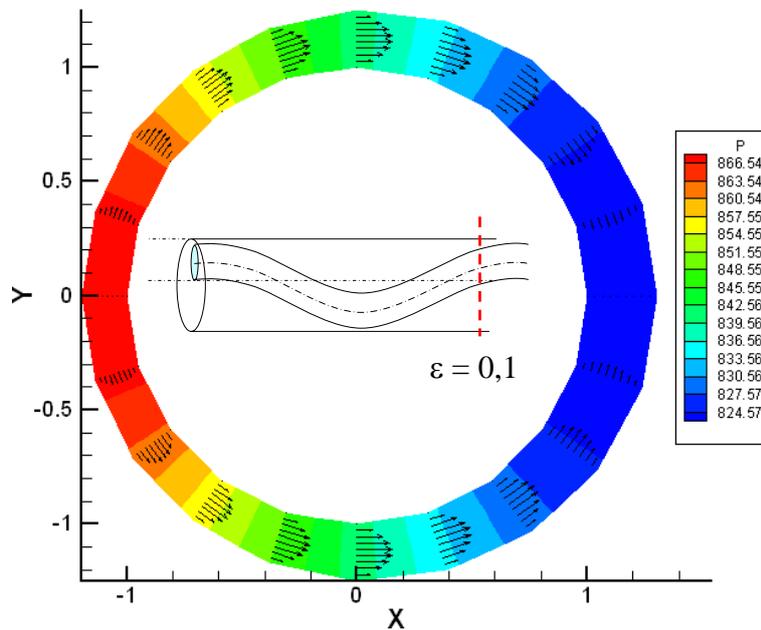


Figura 4-33 - Gradiente de pressão na seção para o escoamento Newtoniano (teste n1c – $\varepsilon = 0,1$).

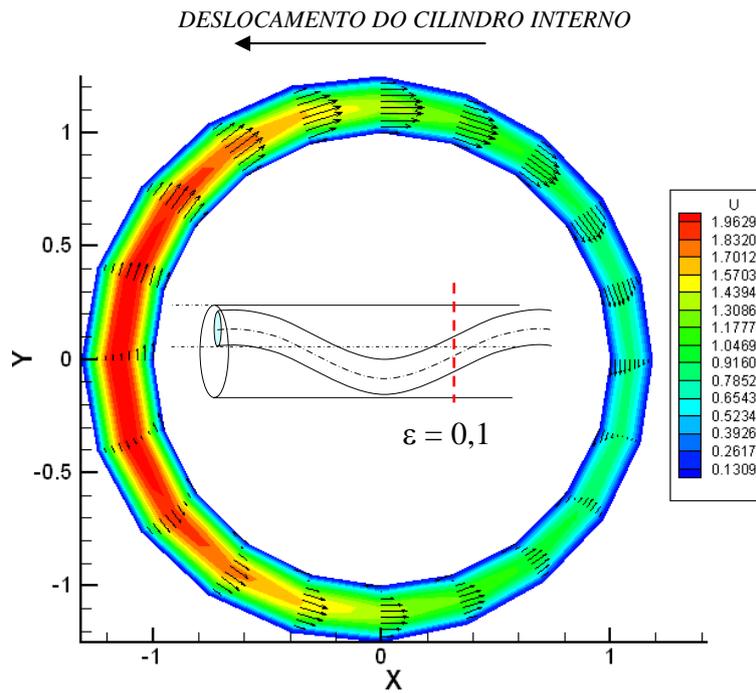


Figura 4-34 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial para o escoamento Newtoniano (teste n1d – $\varepsilon = 0,1$).

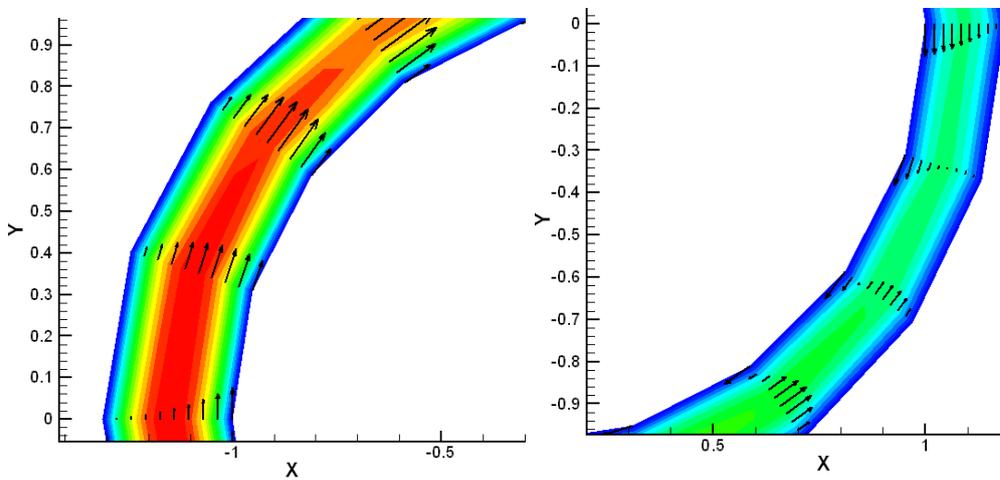


Figura 4-35 - Detalhe da combinação dos perfis de velocidade de Poiseuille e Couette para o escoamento Newtoniano (teste n1b – $\varepsilon = 0,1$).

Da mesma forma que foi desenvolvida a análise para o escoamento Newtoniano, se fizeram várias análises para diferentes índices de potência conforme mostra Tabela 4-3.

Verificou-se que o mesmo efeito acontece para o escoamento Não-Newtoniano (a existência da velocidade circunferencial), mesmo sem rotação do cilindro interno existe um gradiente de pressão circunferencial devido ao deslocamento horizontal do cilindro interno (coluna de perfuração) que gera esta velocidade.

Outro fator importante em mencionar é a combinação dos perfis de velocidade de POISEUILLE e COUETTE quando Ta é diferente de zero, que em alguns casos, acontece a soma e subtração destes perfis. na mesma seção (corte),

Os testes realizados para o fluido não-Newtoniano, foram até um Ta próximo do Ta^* (Taylor crítico), isto é, para evitar que o escoamento saia da região estável. O menor índice de potencia que se obteve solução foi até $n = 0,75$, isto é uma limitação do modelo, ou seja o limite onde se obteve solução tendo como chute inicial o perfil newtoniano. Nota-se também que n menores que 0.9 não se obteve resultado para razões de raio igual a 0.8.

| Teste | n | k | δ | e_{xconst} | A_{mplx} | e_{yconst} | A_{mpy} | ε | Ta | fRe |
|--------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------|-------------------------|
| n09a | 0,9 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 16,6548 |
| n09b | 0,9 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 10 | 16,6584 |
| n09c | 0,9 | 0,8 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0 | 0 | 0,3 | 0 | 14,7412 |
| n09d | 0,9 | 0,8 | 0,4 | 0 | 0,3 | 0 | 0 | 0,3 | 10 | 14,7535 |
| n09e | 0,9 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 1000 | 16,8333 |
| n08a | 0,8 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 13,5404 |
| n08b | 0,8 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 10 | 13,5465 |
| n08c | 0,8 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 1000 | 13,8592 |
| n08d | 0,8 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 11,6211 |
| n075a | 0,75 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 12,2062 |
| n075b | 0,75 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 10 | 12,2106 |
| n075c | 0,75 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 1000 | 12,6084 |
| n075d | 0,75 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 10,5009 |

Tabela 4-3 - Tabela de testes para análise do escoamento não-Newtoniano com uma excentricidade variável.

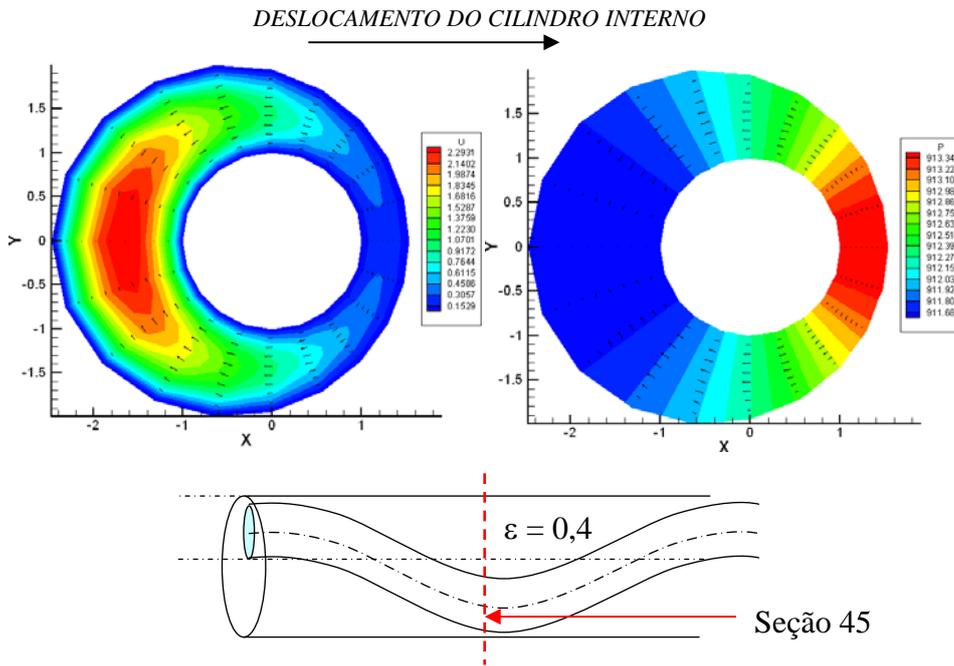


Figura 4-36 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n09a, seção 45 – $\epsilon = 0,4$).

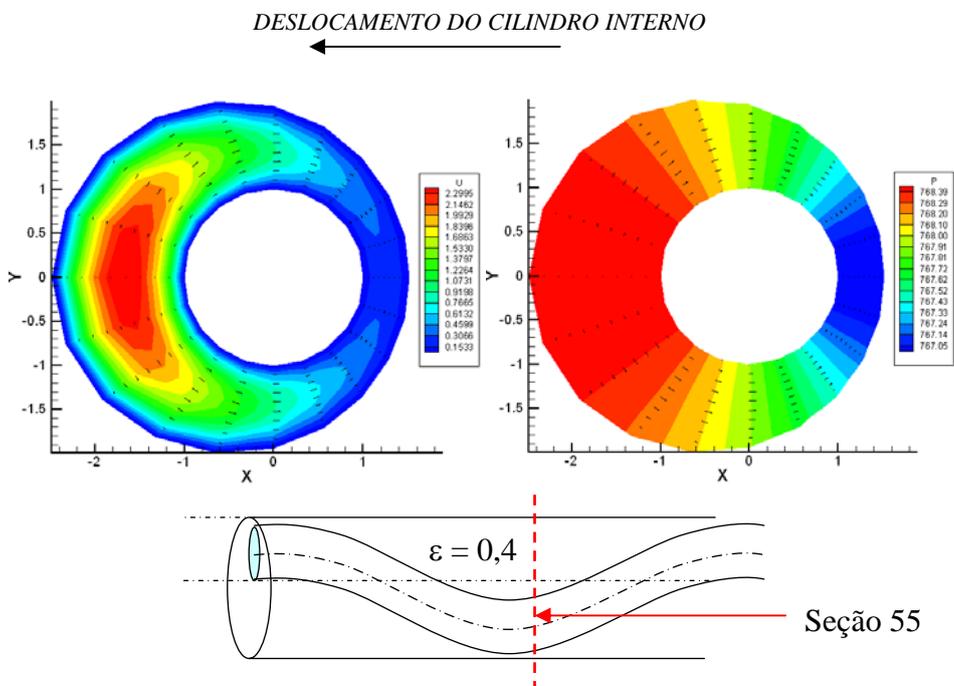


Figura 4-37 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n09a, seção 55 – $\epsilon = 0,4$).

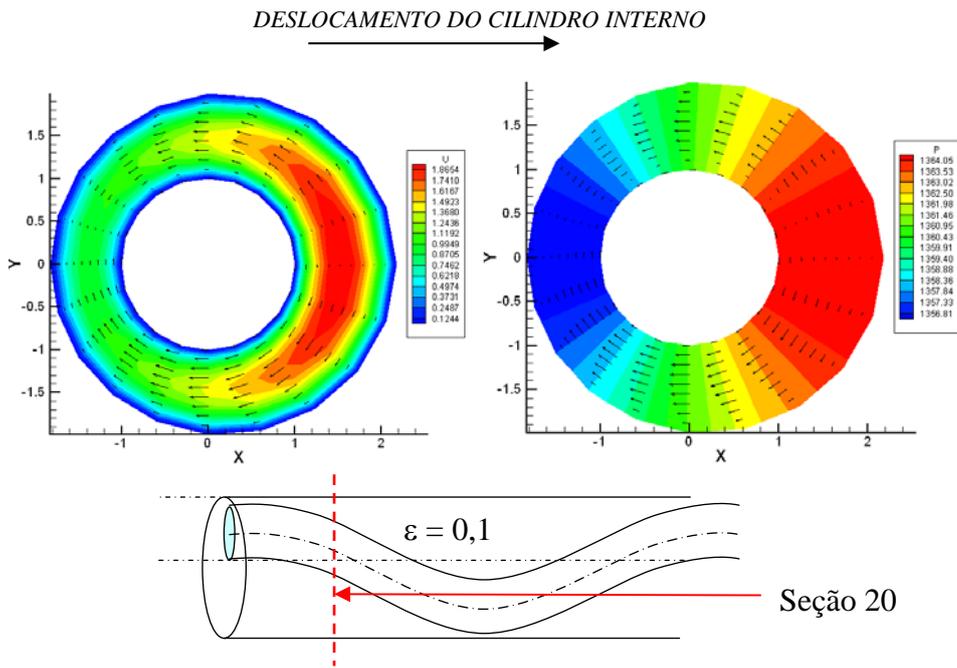


Figura 4-38 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n09b, seção 20 – $\varepsilon = 0,1$).

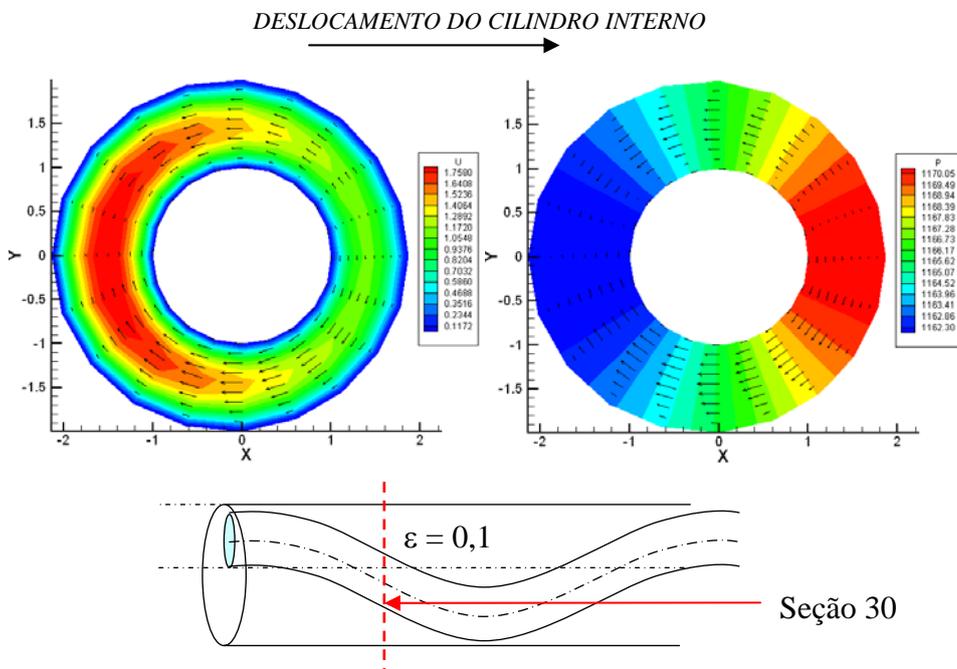


Figura 4-39 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n09b, seção 30 – $\varepsilon = 0,1$).

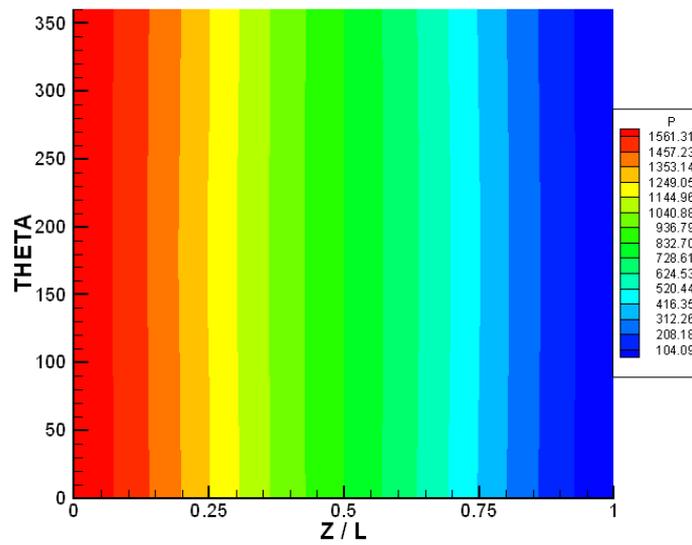


Figura 4-40 – Distribuição de pressão ao longo do canal para o escoamento não-Newtoniano (teste n09b).

Note-se que esta distribuição de pressão ao longo do canal não é uniforme, devido a influencia da excentricidade variável (deslocamento do cilindro interno) e o gradiente de pressão axial e circunferencial. Da mesma forma se mostra a distribuição de pressão para o escoamento não Newtoniano, com índice de potência $n = 0.8$ (Figura 4-41)

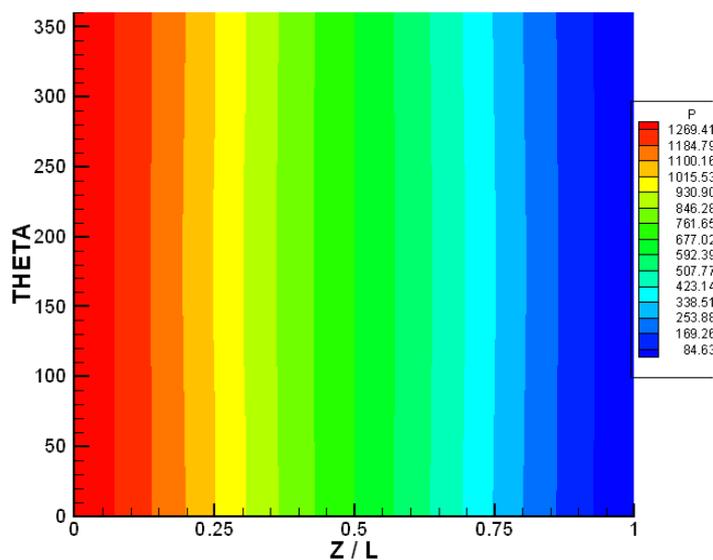


Figura 4-41 - Distribuição de pressão ao longo do canal para o escoamento não-Newtoniano (teste n08a).

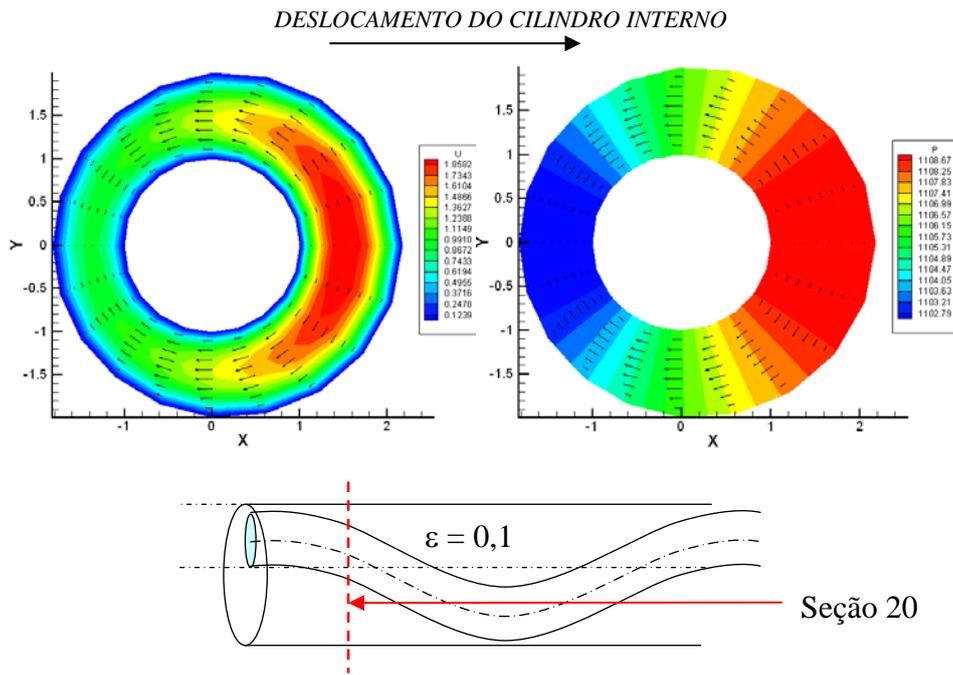


Figura 4-42 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n08a, seção 20 – $\varepsilon = 0,1$).

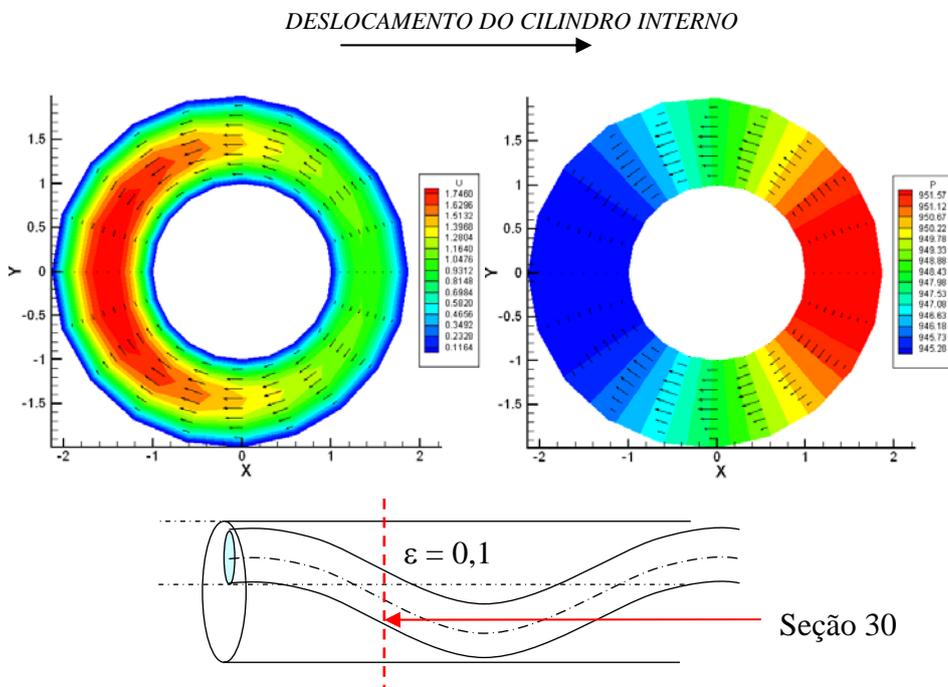


Figura 4-43 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n08a, seção 20 – $\varepsilon = 0,1$).

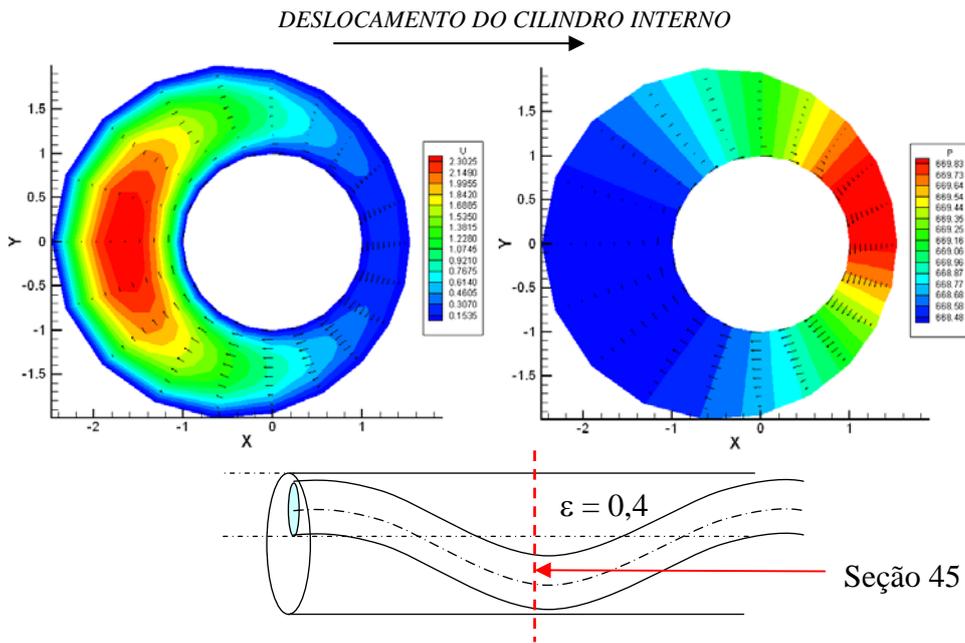


Figura 4-44 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n07b, seção 45 – $\varepsilon = 0,4$).

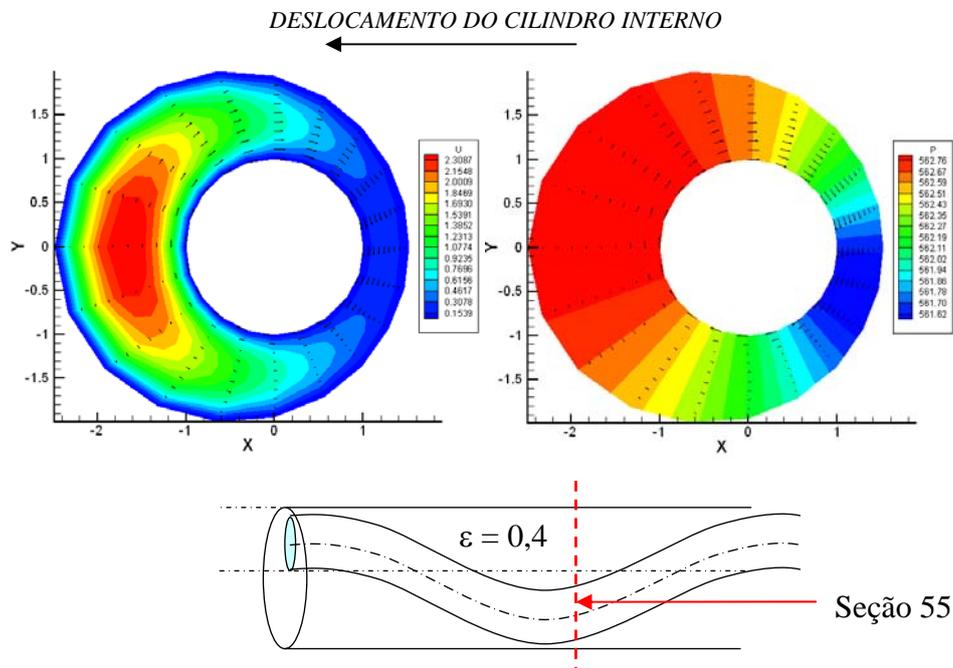


Figura 4-45 - Distribuição das velocidades axial e circunferencial e distribuição do gradiente de pressão para o escoamento não-Newtoniano (teste n07b, seção 45 – $\varepsilon = 0,4$).

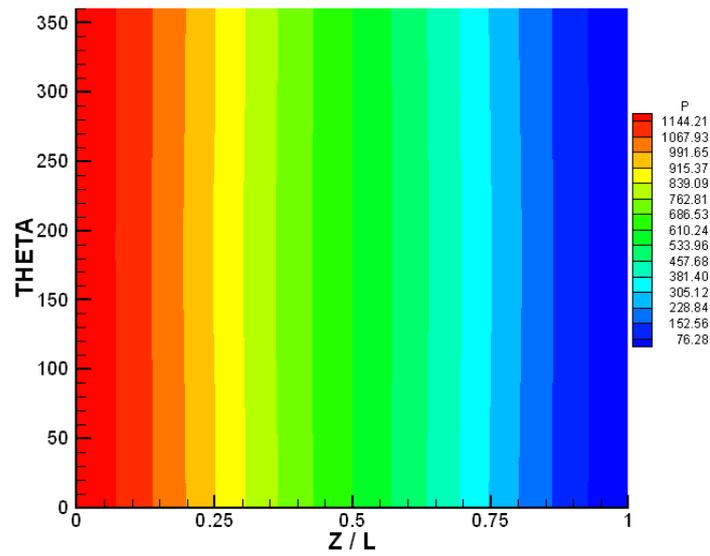


Figura 4-46 - Distribuição de pressão ao longo do canal para o escoamento não-Newtoniano (teste n07b).

Uma segunda análise para o escoamento com excentricidade variável e a variação da pressão local em uma determinada seção variando o índice de potência.

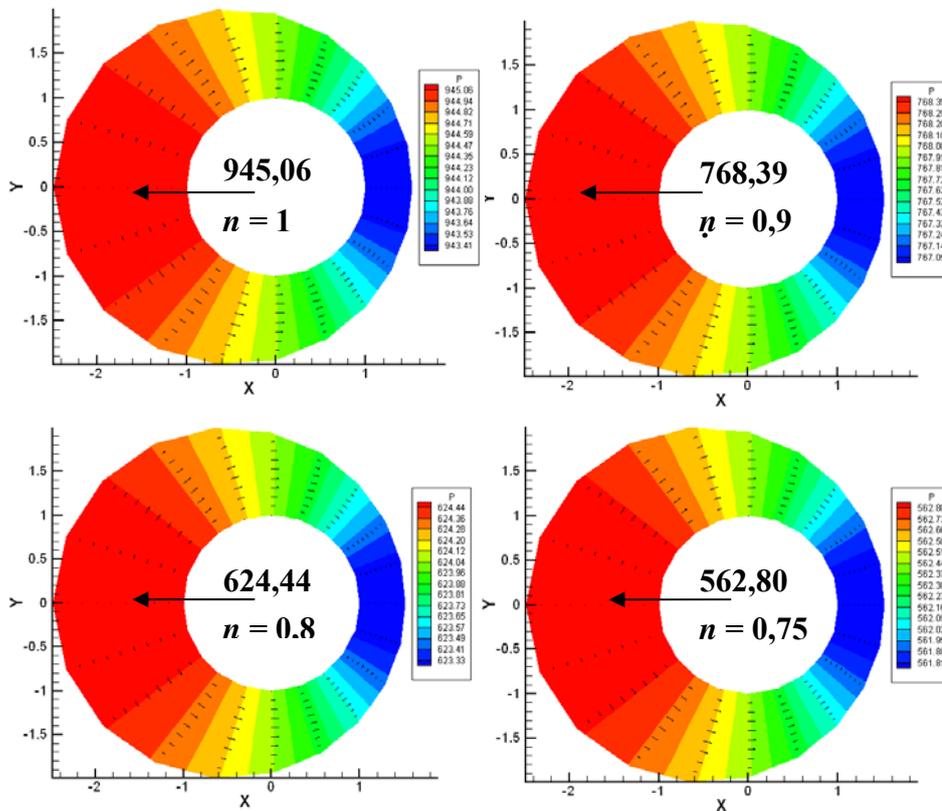


Figura 4-47 – Distribuição da pressão local para diferentes valores de n

Para a Figura 4-47, mantendo $Re = 100$, $Ta = 0$, $k = 0,5$ $\varepsilon = 0,5$ seção 45, verifica-se que na medida que se diminui o índice de potência (n) a pressão local em uma determinada seção (por exemplo: seção 45), também diminui. O mesmo efeito acontece com rotação do cilindro interno (como exemplo: Figura 4-48), que mantendo as mesmas constantes supra-citadas, com a diferença que o $Ta = 10$.

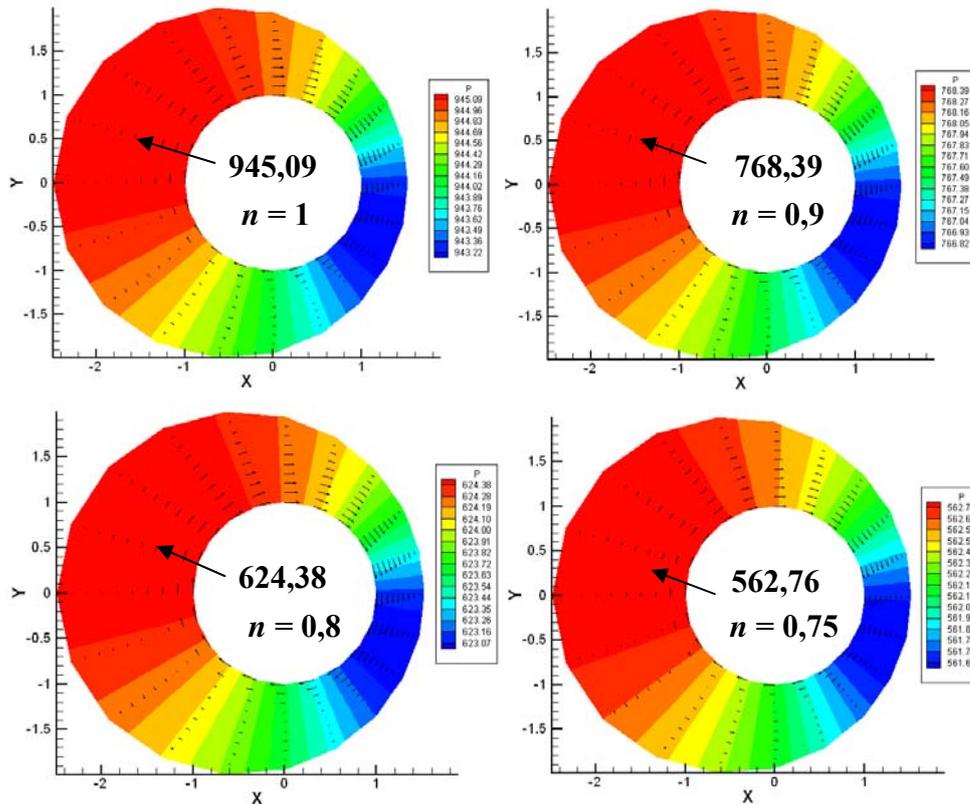


Figura 4-48 - Distribuição da pressão local para diferentes valores de n , $Ta = 10$, $Re = 100$, $\varepsilon = 0,5$.

Uma terceira análise para o escoamento não-newtoniano com excentricidade variável foi a análise da influencia do fRe para diferentes Ta e índices de potencia, mantendo constante $k = 0,5$, $A_{mplx} = 0,5$, $Re = 100$. Como mostra a Figura 4-49 abaixo:

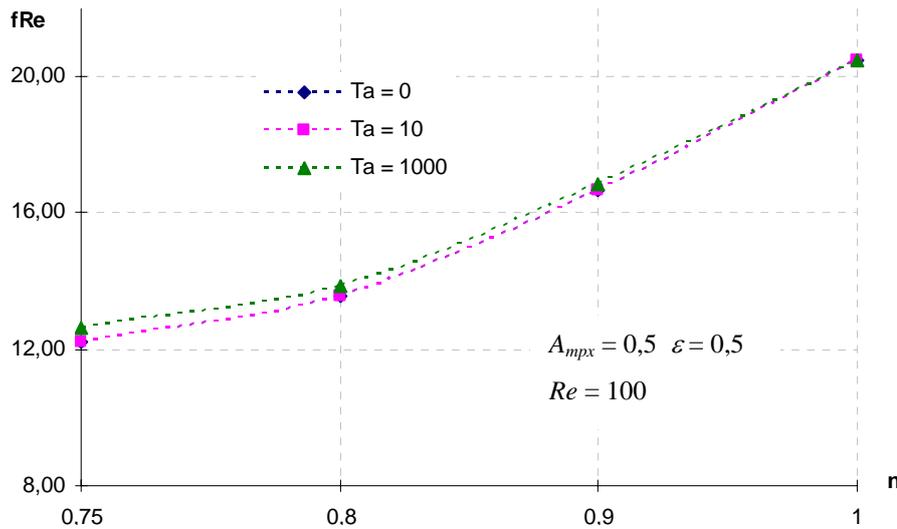


Figura 4-49 – Variação do fRe para diferentes números de Taylor (Ta) e índices de potência.

Verifica-se o mesmo efeito da diminuição do fRe quando se diminuí o índice de potencia. Cabe ressaltar que os resultados do fRe obtidos para o escoamento com excentricidade variável com rotação do cilindro interno são menores que o concêntrico com rotação. Isto é devido ao gradiente de pressão que para atravessar um anular excêntrico é inferior que quando atravessa o anular concêntrico. O comparativo dos resultados do anular concêntrico (Figura 4-14) e com excentricidade variável (Figura 4-49) apresenta-se na Figura 4-50

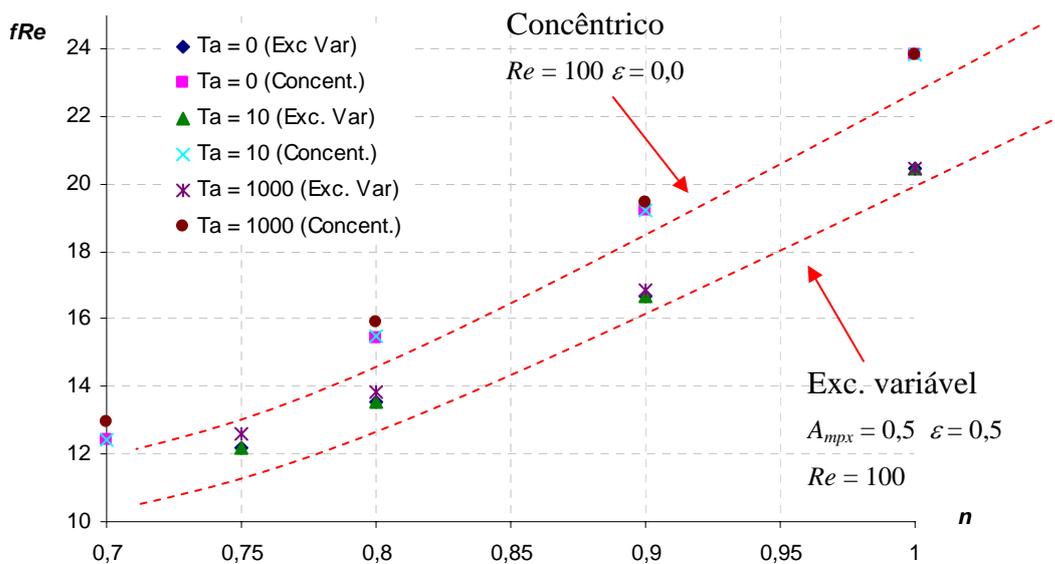


Figura 4-50 – Comparativos do fRe vs n concêntrico com excentricidade variável

Uma quarta análise foi a introdução da segunda excentricidade, isto é utilizando a combinação das equações (4.11) e (4.12), se obtém a excentricidade helicoidal. Para esta análise se utilizou o mesmo numero de elementos dos resultados acima mostrados.

Verifica-se novamente a existência da velocidade circunferencial mesmo sem rotação do cilindro interno, conforme mostra a figura abaixo:

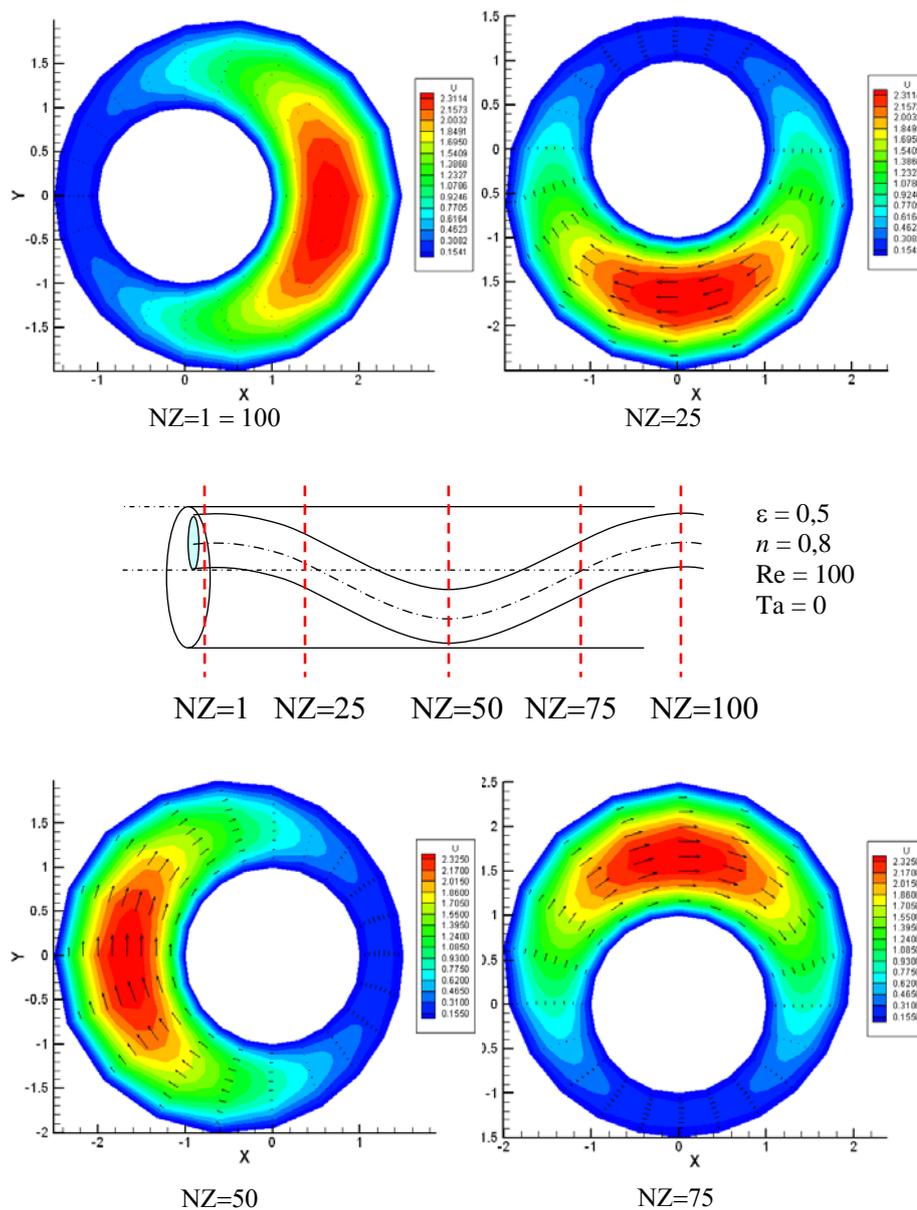


Figura 4-51 – Velocidades axial e circunferencial para o escoamento com excentricidade variável helicoidal, $n = 0,8$, $Ta = 0$, $Re = 100$

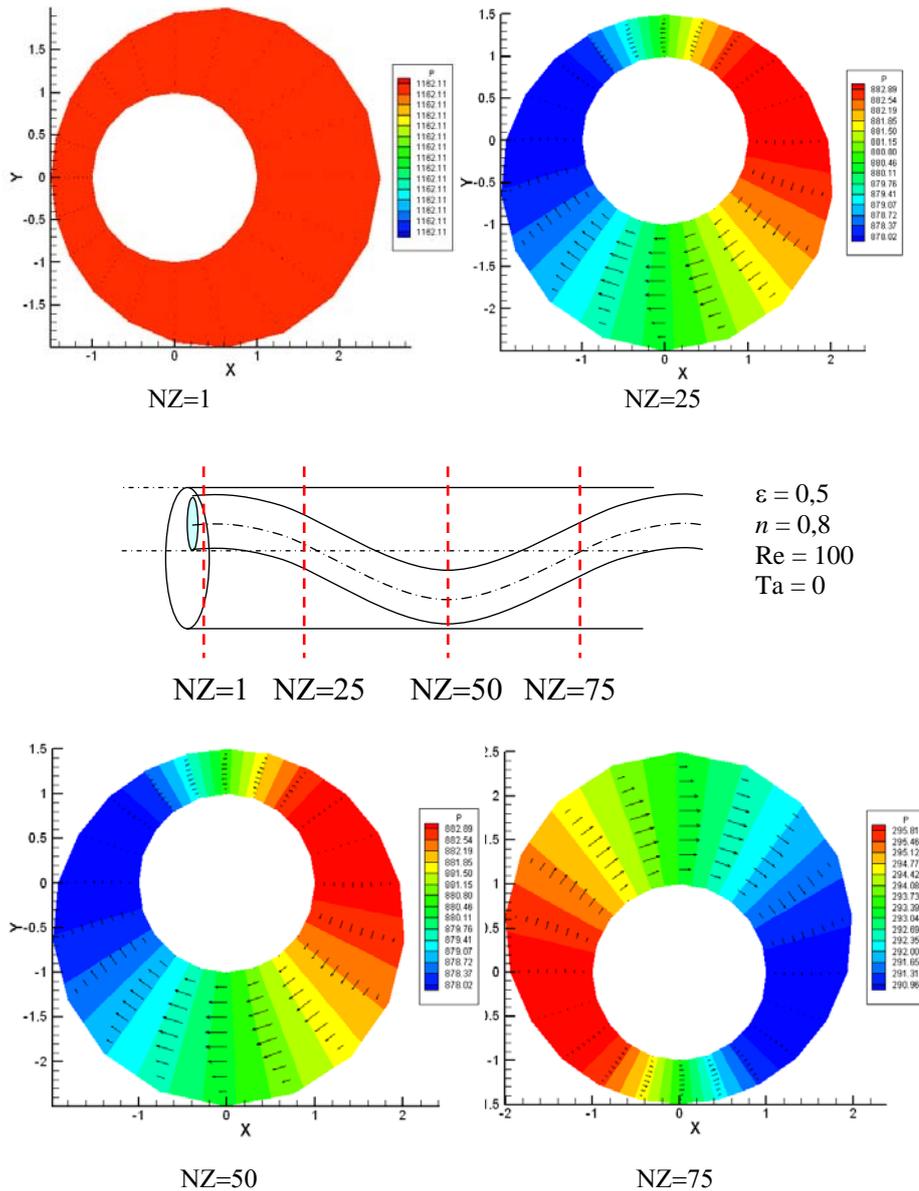


Figura 4-52 - Distribuição da pressão para o escoamento com excentricidade variável helicoidal, $n = 0.8$, $Ta = 0$, $Re = 100$

Nota-se que os resultados apresentados acima, o campo de velocidade axial, perfil de velocidade circunferencial e a distribuição de pressão, são compatíveis com os resultados acima mostrados com excentricidade senoidal.

A nova espessura adimensional do canal com excentricidade helicoidal é bem diferente da excentricidade senoidal, conforme mostra a.Figura 4-53, nota-se que existem espaços maiores onde o fluido escoar com maior facilidade.

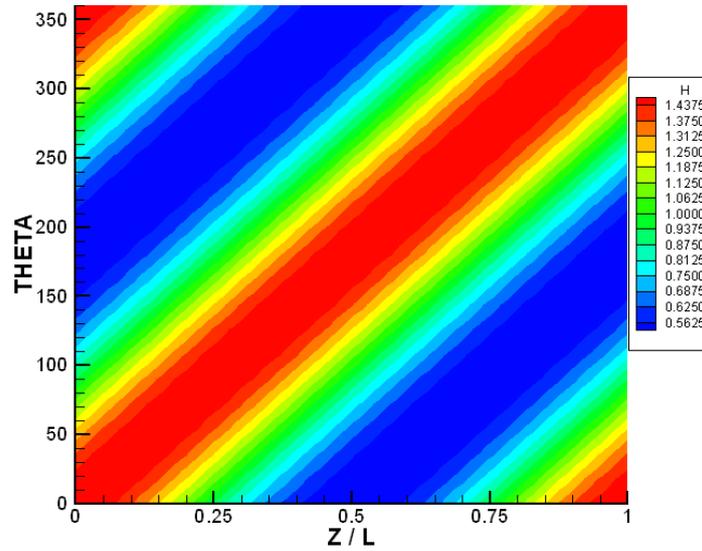


Figura 4-53 – Espessura do Canal adimensional (H) para o escoamento com excentricidade helicoidal, $A_{mplx} = A_{mply} = 0,5$.

Para consolidar o mencionado acima se faz um comparativo da excentricidade senoidal com helicoidal apresentando os resultados do fRe para diferentes índices de potencia, conforme figura abaixo.

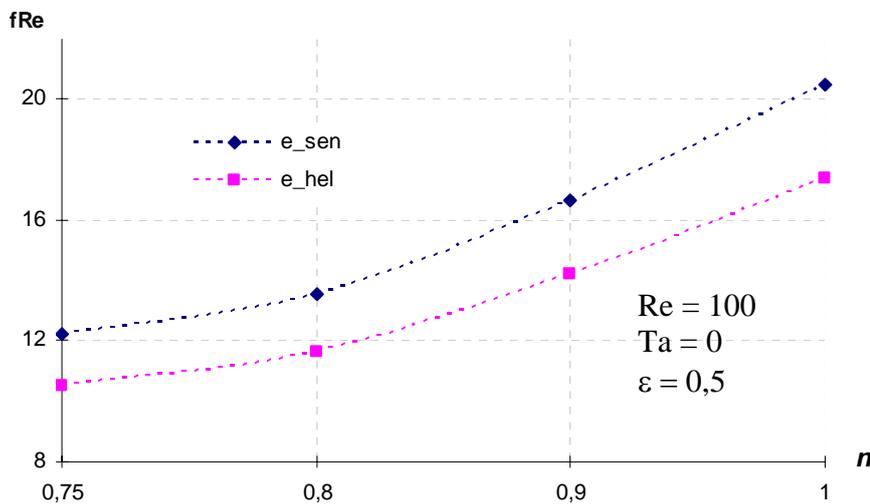


Figura 4-54 – Comparativo do fRe vs n para a excentricidade senoidal com a excentricidade helicoidal, $n = 0,8$, $Ta = 0$, $Re = 100$

5 Comentários Finais e Sugestões

5.1 Comentários Finais

No presente trabalho se analisou o escoamento de um líquido pseudoplástico no espaço anular com excentricidade variável, verificando a influência da rotação e excentricidade no fRe .

O líquido pseudoplástico foi representado pelo modelo de potência (Power-Law) que dentro do ramo da indústria do petróleo é o mais utilizado para analisar este tipo de escoamento. A excentricidade foi representada mediante uma senoide e nas análises finais mediante uma combinação de duas excentricidades, tendo esta uma excentricidade helicoidal.

As equações que descrevem o escoamento no espaço anular foram simplificadas utilizando-se a Teoria da Lubrificação e discretizadas através do método de diferenças finitas e linearizadas pelo método de Newton.

A estratégia de solução utilizada incluiu dois métodos iterativos para resolver o problema. O primeiro método iterativo resolveu as equações que representam os perfis de velocidade assim como da viscosidade. O segundo método iterativo foi utilizado na resolução da equação do campo de pressão.

Os testes de validação do modelo, que incluíram comparações com os resultados de modelos bi-dimensionais e experimentais existentes na literatura apresentam uma boa concordância.

Neste trabalho se analisou dois tipos de geometrias ($k = 0,5$ e $0,8$), todo tipo de deslocamento do cilindro interno, desde o caso concêntrico ($\varepsilon = 0,0$) até o caso com maior excentricidade ($\varepsilon = 0,90$). O índice de potência foi variado desde um fluido Newtoniano ($n = 1$), até o líquido pseudoplástico com índice de potencia $n = 0,75$.

Os resultados mostraram que, na medida em que se aumenta a excentricidade para um escoamento sem rotação o fRe diminui. Para o escoamento

concêntrico com rotação do cilindro interno, na medida que se aumenta o Ta o fRe também aumenta.

Para os resultados com rotação do cilindro interno foi levado em consideração o Taylor crítico, isto é o limite onde o escoamento sai da região estável e começa a ser instável pela aparição dos vórtices toroidais.

Na análise para o escoamento com excentricidade variável, verifica-se a aparição da componente circunferencial de velocidade mesmo sem rotação do cilindro interno, para todos os índices de potência analisados. Em dois anulares próximos de um mesmo escoamento foi verificado a influência do gradiente de pressão de um para o outro, isto mostra que o modelo representa o escoamento tridimensionalmente. A excentricidade helicoidal foi introduzida para verificação do que o modelo é capaz de representar com maior veracidade o processo de perfuração.

5.2 Sugestões

As propostas futuras em função ao aprendido no presente trabalho nos permitirão certamente ampliar o entendimento do fenômeno estudado, assim sendo sugerido os seguintes trabalhos futuros:

- Estudar o escoamento com excentricidade variável para menores índices de potencia aprestados neste trabalho.
- Deslocamento de fluidos, semelhante ao processo de cimentação.

Referências Bibliográficas

- [1] WAN, S., MORRISON D. and BRYDEN I.G. The Flow of Newtonian and Inelastic Non – Newtonian Fluids in Eccentric Annuli with Inner – Cylinder Rotation. *Theoretical and computational fluids dynamics* (2000) 13, 349-359.
- [2] IYOHO, A. W. Drilled-Cuttings transport by non-Newtonian Drilling fluids through inclined eccentric annuli. PhD Dissertation, U. of Tulsa (april 1980).
- [3] TAO, L. N. and DONOVAN, W. F. Through Flow in concentric and eccentric annuli of fine clearance with and without relative motion of the boundaries. *Trans., ASME* (Nov. 1955) 1291-1301.
- [4] HEYDA, J. F. A Green's function solution for the case of non-concentric circular cylinders. *J Franklin Inst.* (Jan 1959) 267, 25-34
- [5] REDBERGER, P.J. and CHARLES, M. E. Axial laminar flow in a circular pipe containing a fixed eccentric core, *Cdn. J. Chem. Eng.* (Aug 1962) 40, 148-151.
- [6] VAUGHN, R. D. Axial laminar flow of non-Newtonian fluids in narrow eccentric annuli. *SPE. J.* (Dec 1965) 277- 280; *Trans AIME*, 234.
- [7] MITSUISHI, N and AOYAGI, Y. Non Newtonian fluids flow in an eccentric annulus. *J. Chen. Eng. Japan* (1973) 6, 402- 408.
- [8] GUCKES, T. L. Laminar flow of non-Newtonian fluid in an eccentric annulus. Paper 74 – Pet 57 presented at the ASME Petroleum Mechanical Eng. Conf. Dallas, Sept 1974.
- [9] LOU Y. and PEDEN J. M. Flow of Drilling fluids through eccentric annuli. SPE 16692 presented at 62 annual conference and exhibition of the SPE in Dallas, Sept 1987
- [10] ESCUDIER, M. P., GOULDSON I. W., OLIVEIRA P. J. and PINHO F. T. Effects of inner cylinder rotation on laminar flow of a Newtonian fluid through an eccentric annulus. *International Journal of heat and fluid flow* (2000) 21, 92 – 103.
- [11] ESCUDER, M. P. Fully developed laminar flow of purely viscous non – Newtonian liquids through annuli, including the effects of eccentricity and inner – cylinder rotation. *International Journal of heat and fluid flow* (2002) 23, 52 – 73

- [12] PINA, E e CARVALHO. Estudo do Escoamento em espaço anular com excentricidade variável. Projeto de Graduação PUC 2000.
- [13] THOMAS, J. E. Fundamentos da Engenharia do Petróleo – 2 ed. – Rio de Janeiro: Interciencia: Petrobrás 2004.
- [14] ESCUDIER, M. P., OLIVEIRA, P.J., PINHO, F.T., and SMITH, S. Fully developed laminar flow of non-newtonian liquids through annuli : comparation numerical calculations with experiments. Experiments of Fluids (2002) 33,101-111.
- [15] NOUAR C, DEVIENNE R and LÉBOUCHÉ, M. Convection Thermique pour l'écoulement de Couette avec débit axial: cas d'un fluide pseudoplastique. International Journal of Heat Mass Transfer (1987) 30,639-647.
- [16] NOURI, J. M, WHITERLAW, J.H. Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in a concentric annulus with rotation of the inner cylinder. Journal of Fluids Engineering (1994) 116, 821-827
- [17] XISHENG, L. and YINGHU, Z. An analysis of properties of laminar flow field of power-law fluid in annular space. In: Proc Int Meeting on Petroleum Engineering, Beijing, China, (1986) paper SPE 14870.
- [18] FERNANDO, L. Mecânica dos Fluidos (MEC2316) , Notas de aula. Primeiro semestre 2004.
- [19] CORONADO.M, E e CARVALHO. Instabilidade de Taylor – Couette em Escoamentos de Fluidos Viscoplasticos. Tese de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2002.
- [20] PLACIO, J. CARLOS, Perfuração de poços de petróleo (MEC2015), Notas de aula. Segundo semestre 2004.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)