

INVESTIGAÇÃO DE MÉTODOS DE ASSIMILAÇÃO DE DADOS
OCEANOGRÁFICOS E APLICAÇÕES COM O MODELO MOM3 NO
OCEANO ATLÂNTICO TROPICAL

Patricia Sáñez Pacheco

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DE FORMAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS DO LABORATÓRIO
NACIONAL DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE
DOUTOR EM MODELAGEM COMPUTACIONAL.

Aprovada por:

Dr. Clemente Augusto Souza Tanajura

Dr. José Walter Cárdenas Sotil

Dr. Augusto César Noronha Galeão

Dr. Elson Magalhães Toledo

Dr. Afonso de Moraes Paiva

Dr. Edmo José Dias Campos

PETRÓPOLIS, RJ - BRASIL

NOVEMBRO /2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PACHECO, PATRICIA SÁNEZ

INVESTIGAÇÃO DE MÉTODOS
DE ASSIMILAÇÃO DE DADOS
OCEANOGRÁFICOS E APLICAÇÕES
COM O MODELO MOM3 NO OCEANO
ATLÂNTICO TROPICAL [Petropolis] 2006

xii, 146 p. 29,7 cm (MCT/LNCC), D.Sc.,
Modelagem Computacional, 2006

Tese - Laboratório Nacional de Com-
putação Científica, LNCC

1. Métodos de assimilação de dados; Filtro de
Kalman; MOM3; Oceano Atlântico tropical;
PIRATA.

I. MCT/LNCC II. Título (série)

Resumo da Dissertação apresentada ao MCT/LNCC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

INVESTIGAÇÃO DE MÉTODOS DE ASSIMILAÇÃO DE DADOS
OCEANOGRÁFICOS E APLICAÇÕES COM O MODELO MOM3 NO
OCEANO ATLÂNTICO TROPICAL

Patricia Sáñez Pacheco

Novembro /2006

Orientador: Clemente Augusto Souza Tanajura

Co-orientador: José Walter Cárdenas Sotil

Modelagem Computacional

Neste trabalho são apresentadas formulações de métodos de assimilação de dados oceanográficos e experimentos numéricos enfocando o Oceano Atlântico tropical. É apresentada ainda uma metodologia e experimentos de correção da salinidade a partir de análises de temperatura usando uma relação local entre a temperatura e salinidade. Foi utilizado o método de Bergthorsoon e Döös (B&D), o método de correções sucessivas, ambos com pesos prescritos, e uma versão do filtro de Kalman baseada na equação de Fokker-Planck com pesos prognosticados. Foi empregado o modelo de circulação geral dos oceanos MOM3 do GFDL/NOAA para a realização de experimentos com variabilidade interanual e com variabilidade sazonal usando dados observados do projeto PIRATA e de Levitus, respectivamente. As integrações foram feitas após 15 anos de integração de *spin up*.

Diversos experimentos de sensibilidade foram realizados para identificar o impacto da assimilação de dados na simulação do modelo, particularmente em relação a: (i) número de níveis verticais do modelo com assimilação; (ii) assimilação de somente perfis verticais de temperatura; (iii) assimilação de somente perfis verticais

de salinidade; (iv) assimilação de ambos perfis verticais de temperatura e salinidade; e (v) assimilação de somente perfis verticais de temperatura mas com correção da salinidade. Os resultados obtidos indicam que os métodos de assimilação reduziram os erros do modelo em relação às observações. Os incrementos da análise aqueceram o oceano superficial e esfriaram a região abaixo da termoclina. A versão do filtro de Kalman produziu correções localizadas ao redor dos pontos de dados observacionais, enquanto os métodos com pesos prescritos produziram análises mais suaves com correções em áreas maiores. A assimilação de somente temperatura com método de B&D conduzida por 1 ano impôs perturbações que causaram a degradação da qualidade da simulação. A assimilação de ambos temperatura e salinidade ou de somente assimilação de temperatura com correção da salinidade produziram a melhor estimativa do modelo em relação às observações. Para fins de implementação de um sistema de assimilação de dados operacional, recomenda-se o uso do método de B&D e assimilação de ambos temperatura e salinidade.

Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	ix
Glossário e acrônimos	x
1 Introdução	1
2 Características do oceano Atlântico tropical	14
3 Técnicas de assimilação de dados	21
3.1 Técnicas de assimilação com pesos prescritos	21
3.2 O Filtro de Kalman discreto	24
3.3 Técnica de assimilação baseada na equação de Fokker Planck	32
3.3.1 Cálculo numérico do vetor deriva f e da matriz de difusão G	39
3.3.2 Método para resolver a equação de Fokker Planck	41
3.3.3 Algoritmo	42
3.4 Correção da salinidade	42
4 O Modelo Oceânico e Descrição do Spin up	44
4.1 O Modelo Oceanográfico Global MOM3	44
4.2 Spin up	46
4.3 Validação	46
5 Experimentos	60
5.1 Ciclo de assimilação	60
5.2 Descrição de dados do PIRATA e Levitus	62
5.3 Experimentos com dados do PIRATA	67
5.3.1 Controle	67
5.3.2 Assimilação de T com o método de assimilação FP	68
5.3.3 Assimilação de T com os métodos de pesos prescritos.	68
5.3.4 Resultados	68
5.4 Experimentos com dados de Levitus: sensibilidade em relação ao número de níveis	75
5.4.1 Controle	75
5.4.2 Assimilações em 4 e 9 níveis.	75
5.4.3 Resultados	76
5.5 Experimentos com inclusão da salinidade	88

5.5.1	Controle	88
5.5.2	Assimilação de T	88
5.5.3	Assimilação de S	88
5.5.4	Assimilação de T e S	88
5.5.5	Assimilação de T com correção de S	89
5.5.6	Resultados	89
6	Conclusões	110
6.1	Trabalhos futuros	115
	Apêndices	116
A	Conceitos básicos de teoria de probabilidade	117
A.1	Conceitos sobre processos estocásticos	123
A.2	Movimento Browniano	125
A.3	Processos Markovianos	126
A.4	Ruído Branco	127
A.5	Equações diferenciais estocásticas	128
A.6	Equações de Fokker-Planck	131

Lista de Figuras

2.1	Principais correntes do oceano Atlântico tropical	16
4.1	Média anual da tensão do vento climatológica de Hellerman e Rosen- stein.	51
4.2	Média anual de T no Atlântico tropical: Levitus, GFDL e o <i>spin up</i> .	53
4.3	Médias anuais de T no equador: Levitus, GFDL e o <i>spin up</i>	54
4.4	Média anual de S no Atlântico tropical: Levitus, GFDL e o <i>spin up</i> .	55
4.5	Médias anuais de S no equador: Levitus, GFDL e o <i>spin up</i>	56
4.6	Média anual das correntes de superfície: GFDL e <i>spin up</i>	57
4.7	Média anual dos campos u e v no equador	58
4.8	Ciclo anual de T na região oeste e leste do Atlântico Tropical	59
4.9	Ciclo anual de S na região oeste e leste do Atlântico tropical	59
5.1	Ciclo de assimilação para os métodos com pesos prescritos. n é número de incrementos de tempo já realizados na integração do mo- delo; n_{assim} é o instante de tempo onde assimilação é realizada, n_{end} é o instante de tempo em que será finalizada a assimilação.	61
5.2	Ciclo de assimilação para a técnica de assimilação FP	62
5.3	Localização dos dados de Levitus utilizados na assimilação.	64
5.4	Dados do PIRATA	64
5.5	Dados do PIRATA	65
5.6	Evolução de T em $(0^\circ N, 10^\circ W)$ e $(0^\circ N, 35^\circ W)$: PIRATA, regularizados	66
5.7	Média de T em abril de 1999: controle, SCM, FP e Barnes	72
5.8	Evolução de T em $(10^\circ S, 10^\circ W)$: PIRATA, controle, FP, Barnes e SCM	73
5.9	Evolução de T em $(15^\circ N, 38^\circ W)$: PIRATA, controle, FP, Barnes e SCM	73
5.10	(u, v) em março de 1999: controle, FP, Barnes e SCM	74
5.11	Perfis verticais de T em $(08^\circ S, 32^\circ W)$: Levitus, EXP1, EXP2	82
5.12	Perfis verticais de S em $(08^\circ S, 32^\circ W)$: Levitus, EXP1, EXP2	83
5.13	Perfil vertical de T em $(10^\circ S, 10^\circ W)$ em dezembro: Levitus, EXP1, EXP2	84
5.14	Perfil vertical de S em $(10^\circ S, 10^\circ W)$ em dezembro: Levitus, EXP1, EXP2	84
5.15	Evolução de T em $(10.5^\circ N, 15.5^\circ W)$: Levitus, controle, EXP1, EXP2	85
5.16	(u, v) em março: GFDL, controle, EXP1, EXP2	86
5.17	Erro quadrático médio de T : controle, EXP1, EXP2	87

5.18	Erro quadrático médio de S : controle, EXP1, EXP2	87
5.19	Evolução de T : Levitus, controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	102
5.20	Perfis verticais dos erros de T numa área, nos primeiros 9 níveis do modelo	103
5.21	Evolução de S no tempo: Levitus, controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	104
5.22	Perfis verticais dos erros de S numa área nos primeiros 9 níveis do modelo	105
5.23	Evolução de ρ : Levitus, controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	106
5.24	(U, V) em dezembro: GFDL, controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	107
5.25	Erro quadrático médio de T : controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	108
5.26	Erro quadrático médio de S : controle, Tassim, Sassim, TSassim, Tassim-Scorr	109

Lista de Tabelas

4.1	Níveis verticais do MOM3	51
4.2	Níveis verticais dos dados de Levitus	52
4.3	Níveis verticais do MOM4 no GFDL	52
5.1	Locais das bóias do PIRATA	65
5.2	Níveis verticais dos sensores de temperatura do PIRATA	65

Glossário e acrônimos

CB Corrente do Brasil

CCNE Contra corrente do norte equatorial

CCSE Contra corrente do sul equatorial

CEOS *Committee on Earth Observation Satellites*

CESS Corrente equatorial sub-superficial

Climatologia: Condições de média e variabilidade baseadas em dados históricos.

CLIVAR *Climate Variability and Predictability Program*

CNB Corrente norte do Brasil

CNE Corrente norte equatorial

CNES *Centre National d'Etudes Spatiales*

CSE Corrente sul equatorial

CSEC Corrente sul equatorial ramo central

CSEN Corrente sul equatorial ramo norte

CSES Corrente sul equatorial ramo sul

CSSE Corrente sub-superficial sul equatorial

CTD *conductivity-temperature-depth*

DHN Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil

ECMWF *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*

ESA *European Space Agency*

ENSO *El Niño Southern Oscillation*

GCOS *Global Climate Observing System*

GFDL *Geophysical Fluid Dynamics Laboratory*

GODAE *Global Ocean Data Assimilation Experiment*

GODAS *Global Data Ocean Assimilation System*

GOOS *The Global Ocean Observing System*

Haloclina Camada do oceano onde existe um forte gradiente vertical de salinidade.

HYCOM *HYbrid Coordinate Ocean Model*

ICSU *International Council of Scientific Unions*

IGOS *Integrated Global Observing Strategy*

INPE Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Isopicnais: Linha ou superfície que une pontos de densidade constante.

Isotermas: Linha ou superfície de temperatura constante.

MOM3 *Modular Ocean Model versão 3*

NASA *National Aeronautics and Space Administration*

NCAR *National Center for Atmospheric Research*

NCEP *National Centers for Environmental Prediction*

NOAA *National Oceanic and Atmospheric Administration*

Picnoclina: Camada do oceano onde existe forte um gradiente vertical de densidade.

PIRATA *Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic*

POM *Princeton Ocean Model*

SSM Salinidade da superfície do mar.

TAO *Tropical Atmosphere Ocean Project*

Termoclina: Camada do oceano onde existe um forte gradiente vertical de temperatura.

TOGA *Tropical Ocean Global Atmosphere Experiment*

TRITON *Triangle Trans Ocean Buoy Network*

TSM *temperatura da superfície do mar*

WOA *World Ocean Atlas*

WOCE *World Ocean Circulation Experiment*

WRCP *World Climate Research Program*

XBT *Expendable Bathythermograph*

Capítulo 1

Introdução

Previsões numéricas do estado físico dos oceanos em oceanografia são feitas em diversas escalas temporais, desde a intrasazonal até a inter-decadal associadas à variabilidade de tempo e clima. Sabe-se que estas previsões são sensíveis a pequenas mudanças na condição inicial e que a previsibilidade dos modelos de tempo e clima está diretamente associada a qualidade da condição inicial. Em 1982, por exemplo, nenhum modelo foi capaz de prever a fase quente do *El Niño Southern Oscillation* (ENSO), em parte, devido à insuficiência de dados no oceano Pacífico tropical e a uma boa condição inicial dos modelos previsores. Este evento causou enormes impactos na economia de diversos países, por exemplo, devido à intensas chuvas no Perú e no Equador, modificando a vegetação, atraindo novas espécies e afastando outras. Espécies marinhas típicas de águas tropicais migraram em direção ao polo. Mudanças no padrão dos ventos provocaram que chuvas no Pacífico Central ao invés de no Pacífico Oeste, causando, como consequência incêndios florestais na Indonésia e Austrália. Estima-se uma perda na economia global acima dos 8 bilhões de dólares devido a este evento do ENSO de 1982 (<http://www.pmel.noaa.gov/tao/el-nino/report/el-nino-report.html>).

A temperatura da superfície do mar (TSM) influencia substancialmente o clima e o tempo em toda a Terra. O monitoramento dos oceanos na superfície e na sub-superfície é necessário para, entre outros aspectos, identificar o aparecimento de anomalias do estado físico e para: (i) auxiliar o desenvolvimento de estudos diagnósticos; (ii) melhorar a compreensão dos mecanismos e processos dinâmicos responsáveis pelo seu surgimento de anomalias; (iii) auxiliar a construção de condições

iniciais dos modelos previsores. O monitoramento dos oceanos também auxilia a pesca e a navegação com a identificação de zonas favoráveis ajudando na redução de custos e na melhoria da segurança das embarcações.

As observações no oceano são irregularmente distribuídas no espaço e no tempo. Isto limita o uso dos modelos matemáticos como ferramentas para se compreender a circulação e a dinâmica dos oceanos, visto que os mesmos não podem ser devidamente validados e desenvolvidos para tentar reproduzir a variabilidade observada. Esta situação motiva o desenvolvimento e aplicação de métodos de assimilação de dados (MAD's). Sob este nome muitas metodologias são consideradas, as quais consistem na combinação dos campos do modelo (ou *background*) e de dados observados, maximizando assim o aproveitamento dos dados disponíveis. O produto dos MAD's é chamado de análise objetiva. Os MAD's visam produzir análises objetivas com erros menores que os campos do modelo e com isso melhorar a estimativa do estado físico do sistema. As análises são hoje amplamente utilizadas como condição inicial dos modelos previsores de tempo e clima.

Para a atmosfera, as análises objetivas são atualmente produzidas operacionalmente a cada 3 horas nos grandes centros de previsão numérica de tempo e clima. Para os oceanos, essas análises são produzidas em forma operacional, mas com menor frequência. Ainda, muitas vezes, as análises não estão acessíveis publicamente. Portanto, a condição inicial do componente atmosférico de um modelo climático oceano-atmosfera pode ser hoje encontrada com facilidade, mas o mesmo não ocorre para a condição inicial do componente oceânico.

Um sistema de assimilação de dados é composto basicamente por: um método de assimilação, um modelo dinâmico e um conjunto de dados com controle de qualidade. Estes componentes são descritos abaixo.

a) Métodos de assimilação de dados

MAD's têm sido utilizados amplamente na meteorologia há 30 anos. Nos primeiros experimentos numéricos em meteorologia, RICHARDSON, 1922 [69] e CHARNEY et al., 1950 [14] realizaram interpolações subjetivas de observações para pontos de grade de um modelo de previsão de tempo para construção da condição inicial. Frente à necessidade de tornar o procedimento automático, métodos de ajuste

de dados por polinômios foram desenvolvidos (PANOFSKY, 1949 [60], GILCHRIST e CRESSMAN, 1954 [32]). Diferentemente das primeiras tentativas, outros tipos de análises foram realizadas, como a de BERGTHORSSON e DÖÖS, 1955 [10] onde os pesos usados no cálculo da análise para as correções eram fixados. CRESSMAN, 1959 [17] e BARNES, 1964 [3], (*apud* DALEY 1991 [18]) sugeriram formas funcionais para estes pesos e propuseram métodos iterativos, os métodos de correções sucessivas, visando oferecer maior acurácia da análise. Em algumas versões do método de correções sucessivas as observações mais próximas dos pontos de análise eram privilegiadas ao longo do processo iterativo. Isto oferece um maior detalhamento de padrões locais sem, entretanto, degradar o padrão de larga escala.

Outros esquemas foram desenvolvidos, principalmente em aplicações na meteorologia a partir destes esquemas simplificados buscando calcular a matriz de pesos ótima, como o de interpolação estatística e 3D-Var. Estes requerem a estimativa das matrizes de covariância dos erros do modelo e das observações a priori.

Em oceanografia, os primeiros trabalhos em assimilação de dados oceanográficos em modelos globais foram realizados por BENNET, 1987 [8], MILLER, 1985 [53], MOORE, 1987 [54], RIENECKER 1987 [73]. Entretanto, grande sucesso em aplicações oceanográficas foi obtido por DERBER e ROSATI, 1989 [21], que empregaram interpolação estatística nos seus experimentos no Oceano Pacífico. Eles usaram dados convencionais de TSM e perfis verticais de temperatura, até os primeiros 248 m de profundidade. Nesta abordagem, no cálculo da análise são necessárias as matrizes de covariâncias dos erros do modelo e das observações. A matriz de covariância dos erros do modelo foi fixada a priori, tal que as correlações na direção vertical não são consideradas e as correlações horizontais são idênticas em cada nível do modelo, apesar de depender da latitude e da distância relativa entre o ponto da observação e o da análise. A matriz de covariância dos erros das observações é assumida diagonal e constante, logo somente são usadas as variâncias. Na região equatorial, o esquema não é isotrópico, isto é, as covariâncias dos erros do modelo nesta região dependem da direção, sendo que, a direção zonal é privilegiada em relação à meridional tendo em vista as características da dinâmica equatorial. O método de assimilação foi aplicado em cada passo de tempo visando produzir pequenos incrementos de correção do modelo e assim evitar choques e instabilidades numéricas e dinâmicas.

Isto é um exemplo de que uma série de aproximações e ajustes são necessários para a plena realização do método em aplicações na oceanografia e meteorologia. Isto faz com que os métodos percam a optimalidade desejada. Em seguida, as idéias principais de alguns dos MAD's serão brevemente apresentadas.

O método 3D-Var, o método de interpolação estatística e o método de máxima verossimilhança são equivalentes. Eles são formulados para um instante de tempo fixo como a soma de dois termos quadráticos no qual um avalia a diferença entre as análises e as observações e outro a diferença entre a análise e o modelo. A minimização é atingida com a obtenção de uma matriz de pesos ótima que depende dos erros do modelo e dos erros das observações (DALEY, 1991 [18]). Entretanto, cabe ressaltar que estes erros e suas covariâncias não são bem conhecidos, pois dependem de uma minuciosa validação do modelo e da qualidade das observações. Portanto, há uma grande limitação para a produção de análises ótimas do ponto de vista matemático.

Tendo em vista a limitação quanto à optimalidade dos métodos, metodologias simplificadas são amplamente usadas para assimilar dados oceanográficos, como a técnica de *nudging*, onde os dados são ajustados suavemente para a solução do modelo em cada passo de tempo através de um termo de relaxação que é adicionado às equações do modelo (HOLLAND e MALANOTTE-RIZZOLI, 1989 [36]). Um parâmetro igual ao inverso da escala de tempo definido de forma empírica é incluído no termo de relaxação. Se este termo é muito grande, a solução convergirá mais rapidamente para as observações. Porém, isto pode causar um desequilíbrio dinâmico entre regiões do domínio da análise ou entre as variáveis que sofreram o *nudging* e as que não sofreram. Se o parâmetro é muito pequeno, o modelo terá muita liberdade e seus erros sistemáticos poderão dominar tendo em vista que o *nudging* será pouco efetivo.

Métodos com complexa formulação que buscam a optimalidade utilizam as equações do modelo dinâmico para estimar os erros do próprio modelo. Dentre eles estão o método 4D-Var e os filtros de Kalman.

Este método procura minimizar uma função custo que mede a soma entre dois termos, um composto pelo quadrado dos erros entre as observações variável de estado verdadeira e o *background* a qual é ponderada por uma matriz dada a

priori (o inverso da matriz de covariância dos erros do *background*) com os erros entre a variável de estado e as observações ponderado pela matriz de covariância do erro observacional, distribuídos em um intervalo de tempo finito. A minimização é feita em relação às variáveis de estado. Neste processo aparece o adjunto do operador do modelo e o adjunto do operador de observação. Uma primeira versão deste método foi implementado operacionalmente no *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF) (BOUTTIER e RABIER, 1997 [12]) para o cálculo de análises atmosféricas. O método 4D-Var conhecido também como método adjunto, é equivalente ao filtro de Kalman de acordo com GHIL e MALANOTTE-RIZZOLI, 1991 [30] no que diz respeito à optimalidade da análise. Entretanto é um grande desafio a construção do operador adjunto do modelo dinâmico. Devido à supercomputação este método é factível de ser realizado em um modelo de circulação global dos oceanos (BERGAMASCO et al. 1993 *apud* MALANOTTE-RIZZOLI, 1996 [51]).

Um outro método de assimilação de dados amplamente investigado matematicamente, mas com severas restrições para sua realização, é o Filtro de Kalman-Bucy, 1961 [43] e suas versões como por exemplo o Filtro de Kalman Extendido (EVENSEN, 1994 [22]) e o Filtro de Kalman por conjuntos (GHIL e MALANOTTE-RIZZOLI, 1991 [30], EVENSEN, 2003 [23]). A principal diferença entre estes métodos está na forma em que é calculada a matriz de covariância dos erros do modelo. Por exemplo, no método de Filtro de Kalman por conjuntos esta matriz é calculada em forma estatística. Através de pequenas perturbações na condição inicial é construído um conjunto de previsões que são analisadas para produzir informação sobre as covariâncias dos erros do modelo.

Os filtros de Kalman utilizam as equações prognósticas do modelo para prever os erros da análise, ou mais precisamente, para prever a matriz de covariância dos erros da análise. O algoritmo do filtro de Kalman clássico é segmentado em dois blocos, um previsor e outro diagnóstico no qual a análise é obtida. O filtro de Kalman Extendido é uma extensão linear de primeira ordem do filtro de Kalman para modelos não lineares. Este é obtido por linearização dos operadores dinâmicos e de medições ao redor da estimação mais recente. Entretanto, os filtros são de difícil realização. O principal empecilho é a necessidade de inversão de matrizes da

ordem N , onde N é o número de graus de liberdade do modelo discreto envolvidas no processo de assimilação, comumente encontrado com $O(10^6 - 10^8)$.

As primeiras tentativas de aplicação do filtro de Kalman em problemas meteorológicos foram apresentadas por JONES, 1965 [40], PETERSEN, 1968 [61] e um grupo do Instituto Courant (GHIL, 1981 [29]). Em oceanografia, as primeiras tentativas foram com MILLER, 1985 [53]. Estudos aplicados com modelos mais complexos são relativamente recentes, por exemplo, BELYAEV et al 2001 [7], TANAJURA e BELYAEV, 2002 [77], EVENSEN, 2004 [24].

Particularmente em BELYAEV et al. 2001 [7] foi proposta uma alternativa ao método de Filtro de Kalman clássico. Nesta formulação é considerada uma equação estocástica que modela os erros do modelo. A dinâmica do erro como um processo estocástico pode, equivalentemente, sob certas hipóteses, ser formulada pela representação de Langevin. Considerando que este processo é markoviano, a equação estocástica dos erros é modelada mediante uma função de densidade de transição, a qual representa a probabilidade para que o sistema passe de um estado atual a um estado seguinte (JAZWINSKI, 1970 [39]). A dinâmica desta densidade de probabilidade é governada pela equação de Fokker-Planck. Por isso este método será denotado por Filtro de Kalman FP. Em BELYAEV et al. 2001 [7] e TANAJURA e BELYAEV, 2002 [77] considerou-se esta aproximação para assimilar dados de temperatura no Atlântico tropical do *Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic* (PIRATA). Seus resultados mostraram que embora seja definida uma melhora local da temperatura assimilada, os campos de correntes foram muito perturbados indicando a necessidade de inicialização em BELYAEV, K. P.; TANAJURA, C. A. S. [6].

b) Modelos oceânicos

Um modelo oceânico dinâmico contínuo é baseado nas leis físicas de conservação de momentum, massa e energia aplicadas a pequenas parcelas. Uma hipótese empregada nos modelos é a relação hidrostática que assume que o gradiente vertical de pressão é devido somente ao produto da gravidade pela densidade. Ela é uma excelente aproximação devido ao fato de as variações de densidade serem pequenas em relação à gravidade e a pressão. Ainda quase todo o oceano global está estavel-

mente estratificado e sua densidade varia aproximadamente 3% em média no globo. Isto leva à outra hipótese empregada nos modelos que é a de Boussinesq. Nela, a densidade é considerada constante nas equações de momentum horizontal e a densidade varia apenas quando há empuxo. Quando um modelo dinâmico contínuo é aproximado para ser resolvido por algum método numérico, seja diferenças finitas, método espectral, elementos finitos ou outro, ele passa a ser um modelo numérico.

Modelos numéricos de circulação dos oceanos estão entre os que mais demandam processamento computacional. Idealmente um modelo numérico de circulação global dos oceanos deve reter certas propriedades como as características das massas de água, ter alta resolução vertical na camada de mistura para a correta representação dos processos termodinâmicos e alta resolução nas regiões costeiras.

Devido à dificuldade de se construir um modelo universal que possa tratar fenômenos em todas as escalas espaciais e temporais, esforços na modelagem oceânica são diversificados. Um dos critérios empregados para classificar os modelos oceânicos é o geográfico, sendo que o modelo pode ser global o regional. Um segundo critério considerado é pelos processos físicos descritos, podendo ser hidrodinâmicos, termodinâmicos ou ambos. Um terceiro critério é de acordo com a condição que é colocada na superfície podendo ser de superfície livre ou de tampa rígida. Um quarto é de acordo a coordenada vertical, podendo ser em coordenada z , coordenada sigma (ou seguidores de terreno, definindo a coordenada vertical como $\sigma = z/D$ onde D é a profundidade do fluido) ou isopicnais. Finalmente, podem ser classificados de acordo com as variações de densidade e pressão, isto é barotrópicos ou baroclínicos.

Exemplos de modelos oceânicos globais são: (i) Modular Ocean Model versão 3 (MOM3) do *Geophysical Fluid Dynamics Laboratory* (GFDL)/*National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA), EUA, cuja base foi formulada por Bryan e Cox em 1969 que será descrito com maior detalhe no capítulo 3 deste trabalho; (ii) o *Max-Planck Institute Ocean Model* (MPI-OM1), que é a geração seguinte ao *Hamburg Ocean Primitive Equation* (HOPE) desenvolvido no Instituto Max-Planck para Meteorologia [38], Alemanha; (iii) o *HYbrid Coordinate Ocean Model* (HYCOM) [35] desenvolvido originalmente por Rainer Bleck e colaboradores, denominado como *Miami Isopycnic-Coordinate Ocean Model* (MICOM) para uso em sistemas de assimilação de dados globais e como componente oceânico de um

modelo oceano-atmosfera; ele tem discretização na direção vertical em coordenadas isopícnais no oceano aberto estratificado, coordenadas z na camada de mistura e/ou mares não estratificados e coordenada sigma em regiões de plataforma continental (iv) *Princeton Ocean Model* (POM) [65] em coordenada *sigma*, com superfície livre, desenvolvido no final da década do 70 por Blumberg e Mellor, [65] e é usado para modelar estuários, regiões costeiras e bacias dos oceanos.

c) Sistemas de observação

Um dos componentes de um sistema de assimilação de dados são os dados observados *in situ* ou por sensoriamento remoto. Hoje os dados observados são em sua grande maioria coletados por complexos sistemas de observação. Programas de cooperação multinacionais são necessários para manutenção e aprimoramento destes sistemas tendo em vista o grande custo demandado por eles.

Diferentemente do que acontece na atmosfera, onde existe uma ampla rede de observação já implantada, e as análises objetivas fornecem uma boa representação de seu estado e variabilidade, ainda não existe uma rede observacional semelhante para monitorar o oceano tridimensional. O número de dados oceanográficos observados é muito menor que o número de dados meteorológicos observados. Portanto, há grandes incertezas na estimação da circulação, do estado físico e da variabilidade dos oceanos. Estas incertezas são grandes tanto na variabilidade de alta frequência, associada às mudanças de tempo da atmosfera ou em circulações costeiras fortemente influenciadas pela batimetria, quanto na variabilidade de baixa frequência associada ao clima e à circulação termohalina. Para superar esta dificuldade, estão sendo realizados muitos esforços em nível internacional, para produzir grandes bases de dados com acesso público.

Antes de 1990, a maioria dos dados oceanográficos eram coletados em cruzeiros em observações sucessivas ao longo de seus cursos. Com o surgimento de satélites voltados para o monitoramento dos oceanos, a falta de dados começou a ser superada. O primeiro satélite voltado para este fim foi o TOPEX/POSEIDON lançado em 1992 em conjunto pelo *Centre National d'Etudes Spatiales* (CNES) e *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), a qual produzia e produz até hoje mapas globais da TSM da altimetria e de padrões de circulação.

Os dados de altimetria provenientes do radar do satélite ERS-1 do *European Space Agency* (ESA), lançado em 1991, estimaram a topografia da superfície do mar e o campo dos ventos na superfície em escala global incluindo, desde 1995, dados da Corrente do Golfo e da região do Pacífico Equatorial onde o fenômeno do ENSO acontece. O ERS-1 foi desativado em 2000. O ERS-2 lançado em 1995, com instrumentos similares aos do ERS-1, permanece hoje em funcionamento e foi, recentemente em abril de 2006, capaz de detectar rios embaixo do gelo da Antártica (<http://www.spacefellowship.com/News/?m=200604>). Outros satélites voltados para o monitoramento estão também em funcionamento, entre eles o Envisat lançado em 2002. Ele proporciona medidas de campos da atmosfera, oceano, terra e gelo.

Os dados mais coletados em oceanografia são os de TSM e altura da superfície do mar. Estes são obtidos diariamente na escala global por satélites por exemplo http://oceanwatch.pifsc.noaa.gov/cgi-bin/map_gac e por sistemas de observação *in situ*. A NOAA possui dois tipos de satélites, o de órbita polar e o geostacionário (Geostationary Operational Environmental Satellites-GOES). Os satélites de órbita polar estão equipados com sensores Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR) que podem receber e retransmitir dados de busca e salvamento, coletar em forma automática dados de plataformas em terra, bóias oceânicas ou balões via retransmissão chamada de *High Resolution Picture Transmission* (HRPT). Os satélites GOES são equipados com sensores *imager* e *sounder* e capturam dados com uma resolução espacial de 6 km válidos de 180°W a 30°W e 45°S a 60°N, a cada hora, a cada 3 horas e cada 24 horas. Hoje estão em operação o GOES-10, GOES-11, GOES-12 (http://podaac.jpl.nasa.gov/noaa_goes).

Entretanto, os satélites são capazes de monitorar apenas a superfície do oceano, mas dados de sub-superfície são fundamentais. O programa *World Ocean Circulation Experiment* (WOCE), como parte do *World Climate Research Program* (WRCP), usa dados coletados por sistemas regionais mantidos por 30 países para fazer uma coleção de dados *in situ* em vários oceanos.

Para a obtenção de dados na sub-superfície no Pacífico tropical foi criado o sistema de bóias ancoradas *Tropical Atmosphere Ocean Project* (TAO) *Array*. Este sistema, em sua primeira fase entre os anos de 1985 e 1994 chamava-se de *Tropi-*

cal Ocean Global Atmosphere Experiment (TOGA)/ TAO por ser suportado pelo TOGA. Após este período, seu suporte continuou através do NOAA's Office of Global Programs, e recebe ajuda internacional do *Climate Variability and Predictability Program (CLIVAR)*, acGOOS, do *Global Climate Observing System (GCOS)* e do GODAE. Depois, o TAO foi denominada como *TAO/Triangle Trans Ocean Buoy Network (TRITON)* e renomeado em janeiro de 2000 como simplesmente TAO Array [78]. O sistema é composto por 70 bóias Atlas ancoradas que medem a temperatura da superfície até 750 m de profundidade em 15 níveis. Dados atmosféricos como precipitação e ventos são também coletados e transmitidos por satélites para bancos de dados de acesso público pela internet. (www.pmel.noaa.gov/tao)

Para obtenção de dados no oceano Atlântico tropical foi implementado o PIRATA. Ele é um programa de monitoramento oceanográfico operacional similar ao TAO, mas com um número reduzido de bóias ancoradas. Operado pelo CLIVAR, uma fase piloto foi implementada de 1997 à 2001 com a implementação de 12 bóias ancoradas. Seu objetivo é apoiar o estudo das interações oceano-atmosfera no Atlântico Tropical a variabilidade climática regional em escala sazonal e interanual. O PIRATA se realiza dentro de um quadro de cooperação internacional entre três países: a França com participação de l'IRD e a Météo, o Brasil com a Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil (DHN) e o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e os Estados Unidos através da NOAA. Na atualidade, o PIRATA sustenta uma rede de 19 bóias do tipo Atlas que capturam dados de pressão, temperatura, salinidade entre a superfície e 500 m de profundidade, distribuídas em 2 níveis para a pressão, 11 níveis para a temperatura e 4 para a salinidade, além de dados na superfície para temperatura do ar, umidade do ar, ventos, precipitação e radiação solar. As observações são transmitidas via satélite Argos e estão disponíveis em tempo quase-real na internet (www.pmel.noaa.gov/pirata/buoy.html).

Em complemento ao sistema de bóias ancoradas foi implementado o sistema ARGO. Este é um sistema de 3000 bóias de deriva com transmissão por satélite que mede dados de perfis verticais de temperatura e salinidade da superfície até 2000 m de profundidade. Este sistema permite um monitoramento contínuo também da velocidade (<http://www.argo.ucsd.edu/>). Os sistemas de monitoramento TAO, PIRATA e ARGO utilizam o sistema de transmissão por satélite Argos, responsável

pela coleta e disseminação de dados de aproximadamente 8000 plataformas móveis e fixas em todo o mundo. O programa Argos foi desenvolvido entre pela NOAA, CNES e NASA.

Visando uma melhor coordenação dos sistemas observacionais e mais eficiência, foi estabelecido no final de 1993 o *The Global Ocean Observing System* (GOOS) como parte da *Integrated Global Observing Strategy* (IGOS). Neste programa agências da ONU, entre elas a Organização Mundial de Meteorologia e a Comissão Oceanográfica Intergovernamental das Nações Unidas, trabalham junto com a *International Council of Scientific Unions* (ICSU) e agências espaciais via *Committee on Earth Observation Satellites* (CEOS) (<http://ioc.unesco.org/goos>). Um grande esforço está sendo realizado através do GOOS para a integração de sistemas de observação já existentes.

Em décadas passadas o conjunto de dados mais comumente usado para estudar a circulação oceânica e as variáveis de estado do mar era oferecido pelo *World Ocean Atlas* (WOA) por Levitus, 1982 [47]. Estes dados consistem de uma meticulosa coleção de dados hidrográficos coletados de 1900 a 1980 em todo o globo. Estes dados foram aperfeiçoados até hoje e são amplamente empregados para validação de climatologias de modelos globais.

A salinidade e a velocidade, que são também variáveis prognósticas dos modelos da circulação oceânica, não são bem observadas e normalmente não são incluídas nos sistemas de assimilação de dados. Cabe ressaltar que, apesar da temperatura ser a variável mais bem observada dos oceanos, ela não possui uma cobertura suficientemente alta para representar todos os padrões e variabilidades no espaço e no tempo encontrados no oceano global. Outros parâmetros, como as velocidades verticais, praticamente não são observados. Assim sendo, há uma grande demanda pela melhoria do monitoramento dos oceanos e os MAD's são complementos naturais aos sistemas de observação. Isto completa a descrição dos componentes dos sistemas de MAD's.

Sabe-se que a circulação de larga escala dos oceanos depende em grande parte de sua estrutura termo halina. Portanto, é fundamental o desenvolvimento de boas estimativas da estrutura termo halina para a produção de condições iniciais dos modelos de circulação oceânica. Devido ao fato da circulação do oceano superficial se

ajustar rapidamente aos ventos, alguns autores salientam que uma boa representação dos campos de temperatura (T) e salinidade (S) é mais relevante que uma boa representação do campo de correntes superficiais (GILL, 1982 [31]; PHILANDER, 1987 [63]; MOORE et. al. 1987 [54]) na condição inicial dos modelos.

Experimentos com MAD's têm mostrado bons resultados com melhoria da estimação da estrutura termo halina dos oceanos e, ainda, apresentado impactos positivos na previsibilidade climática sazonal a interanual de modelos acoplados oceano-atmosfera (FISHER et al., 1997 [25]; ROSATI et al. 1997 [74]). Porém, devido à falta de dados de salinidade e ao fato de a densidade ser dominada pela temperatura em baixas latitudes a salinidade não costuma ser considerada no processo de assimilação.

Além da falta de medições de salinidade muitas vezes os perfis verticais de temperatura e salinidade não são medidos simultaneamente. Isto é uma fonte de incerteza na definição da densidade. Por isso, no contexto de assimilação de dados, em geral assimila-se somente a temperatura, de modo que a salinidade é lentamente alterada pela própria dinâmica do modelo. Entretanto, COOPER, 1988 [16] provou que, embora usando um modelo regional para o oceano tropical, a assimilação unicamente de temperatura ou salinidade pode introduzir grandes variações no campo de densidade. Ele concluiu que é essencial incluir ambos a salinidade e a temperatura no processo de assimilação, principalmente se o objetivo for produzir um bom campo de velocidades. Ainda, assimilar apenas a temperatura, pode deteriorar a dinâmica e a circulação produzidas pelos modelos.

Em latitudes altas, RAVERDIN et.al., 1997 [67] também mostrou que a salinidade é importante na determinação da densidade e da circulação no oceano. Uma alternativa adotada para suprir a falta de dados de salinidade é assimilar dados *in situ* de temperatura e assumir a existência de uma relação climatológica T - S para a obtenção da salinidade a partir da análise da temperatura. Entretanto, isto restringe a variabilidade da salinidade e pode não ser adequado, principalmente, em regiões onde há grande variabilidade interanual, como no Pacífico Tropical.

VOSSEPOEL et. al., 1999 [82] combinaram dados de temperatura na superfície e relações climatológicas T - S para determinar a variabilidade em S . Eles utilizaram um conjunto de dados de salinidade e temperatura de *conductivity-tem-*

perature-depth (CTD)'s coletados entre 1975-1996 no Pacífico Tropical para testar e validar seus resultados. Eles concluíram que uma relação climatológica T - S representa um bom estado básico para o processo de assimilação.

No contexto de assimilação de dados seqüencial, TROCCOLI e HAINES, 1999 [80] realizaram uma análise local da salinidade, assumindo uma relação local T - S derivada de um conjunto de dados de CTDs ou de um modelo dinâmico. A ênfase do trabalho de TROCCOLI e HAINES, 1999 [80] foi no Pacífico Tropical. Fica evidente então que há uma busca por estimativas precisas da densidade e, conseqüentemente, da temperatura e da salinidade.

O presente trabalho é uma contribuição para o desenvolvimento de métodos de assimilação de dados oceanográficos e de metodologias visando a produção de estimativas mais precisas do estado termo halino dos oceanos tropicais. Especificamente, o objetivo do presente trabalho é a investigação matemática e numérica das técnicas de assimilação de dados de Bergthorsson e Döös com e sem correções sucessivas e do filtro de Kalman FP (BELYAEV et al., 2001 [7]). Aplicações foram realizadas no oceano Atlântico tropical juntamente com o modelo MOM3 em simulações com e sem variabilidade interanual. Experimentos numéricos de assimilação foram feitos considerando somente dados de temperatura, somente dados de salinidade e com temperatura e salinidade no mesmo passo de assimilação. Foi ainda desenvolvida e aplicada uma metodologia de correção de salinidade a partir de assimilação de temperatura assumindo uma relação local T - S derivada com dados do modelo durante o processo de assimilação. Dados climatológicos de Levitus e dados do projeto PIRATA foram utilizadas nos experimentos de assimilação e na discussão da qualidade das análises objetivas.

No capítulo 2 será apresentada uma breve descrição da variabilidade do Oceano Atlântico tropical e de suas principais feições. No capítulo 3 são apresentados alguns métodos clássicos de assimilação de dados, a técnica de filtro de Kalman FP. O capítulo 4 contém a descrição do MOM3 e sua validação para este trabalho. A descrição dos experimentos numéricos e seus resultados são apresentados no capítulo 5. O capítulo 6 contém as conclusões e as recomendações para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Características do oceano Atlântico tropical

Neste capítulo são apresentadas as características gerais da circulação e da temperatura do oceano Atlântico tropical. O oceano Atlântico é o segundo maior dos oceanos e recebe a maior quantidade de drenagem de rios como o Amazonas, Mississippi, Congo, Orinoco, São Lourenço, Paraná, Níger e Loire. Ele influencia diretamente o clima do Brasil. Por exemplo, a variabilidade da precipitação no nordeste do Brasil e no leste da região Amazônica, está associada à circulação térmica direta da atmosfera e aos movimentos meridionais da Zona de Convergência Intertropical (ZCIT) sobre o oceano Atlântico. A ZCIT, por sua vez, tende a se posicionar sobre as águas mais quentes do Atlântico tropical de forma que sua TSM modula em parte a intensidade e a variabilidade da ZCIT e da precipitação provocada por ela. Devido à ressurgência, a região da ZCIT é uma zona rica em peixes como cavala, arenque, sardinha, linguado, além de possuir outras riquezas naturais como petróleo e gás natural que são encontrados no Golfo do México (REDDY, 2001 [68]).

A dinâmica superficial dos oceanos é regida principalmente pela força de cisalhamento dos ventos alísios. Estes sopram de nordeste (NE) no Hemisfério Norte (HN) e de sudeste (SE) no Hemisfério Sul (HS), sendo que os de SE atravessam o equador.

As correntes superficiais do oceano Atlântico são caracterizadas por duas grandes correntes: a corrente norte Equatorial (CNE) e a corrente sul equatorial (CSE), que giram nos sentidos horário no Atlântico norte e anti-horário no Atlân-

tico sul, respectivamente, de acordo com a Fig. 2.1. Estas grandes correntes são conduzidas separadamente por seus respectivos sistemas de ventos alísios no Atlântico e são componentes dos giros sub-tropicais, que transportam águas quentes em direção aos pólos e águas frias em direção ao equador. O sistema de correntes no Atlântico tropical não é simetricamente disposto em relação ao equador, mas sim deslocado para o norte. Na região equatorial há um fluxo contínuo superficial de massa de leste para oeste, que é compensado em parte pelas contracorrentes que transportam massa no sentido oposto. Em consequência, a camada de mistura no lado oeste é mais profunda que no lado leste. A seguir são apresentadas brevemente algumas características da variabilidade as correntes do oceano Atlântico tropical, região na qual os experimentos de assimilação foram realizados.

No Atlântico Norte encontram-se a corrente norte equatorial (CNE), a corrente do Golfo e a corrente das Canárias formando o padrão do giro subtropical. No Atlântico Sul tem-se a corrente sul equatorial (CSE), a corrente do Brasil (CB), a corrente norte do Brasil (CNB), e a corrente do Benguela formando o padrão de giro subtropical. Na região equatorial tem-se a contra corrente norte equatorial (CCNE) e a contra corrente sul-equatorial (CCSE).

A CNE, identificada no oceano aberto ao norte de $10^{\circ}N$, oscila entre 7° - $20^{\circ}N$, tem velocidade média na direção de leste entre 10-15 cm/s de acordo a RICHARDSON e WALSH, 1986 [71].

A CCNE separa os dois grandes giros (CNE e CSE) entre 3° - $10^{\circ}N$, ela flui de oeste para leste. Entre os ventos alísios de nordeste e os ventos alísios de sudeste se desenvolve uma faixa ampla de ventos fracos (*doldrums*), localizada principalmente ao norte do equador (REDDY, 2001 [68]), a CCNE flui através desta faixa. No entanto, esta faixa move-se perto do equador do lado oeste do oceano e estende-se até o Atlântico sul perto da costa da América do sul durante o inverno. Assim, a CCNE flui até próximo da África entre a CNE e a CSE em uma estreita faixa ao norte do equador durante a maior parte do ano. Sua origem varia de $52^{\circ}W$, nos meses de julho a agosto, a $22^{\circ}W$ no inverno do HN.

A CCNE atinge sua intensidade máxima durante os meses de julho a setembro, sua velocidade média na direção de oeste é de 42 cm/s (FRATANTONI 2001 [27], ARNAULT 1987 [1]). As velocidades na superfície da seção oeste da corrente

se desde a superfície até aproximadamente 400 m de profundidade. Esta corrente é intensificada na sub-superfície com valores de até 20 cm/s a uma profundidade de 300 m. Um segundo máximo de 9 cm/s ocorre a 40 m de profundidade. Em $7^{\circ}S$, separadamente da velocidade mais profunda, por um fluxo na direção de leste a 110 m de profundidade, este evento acontece no verão. Uma forte variação sazonal na direção das correntes torna difícil sua detecção em mapas de velocidades médias de superfície.

A corrente equatorial sub-superficial (CESS) é um forte fluxo para leste localizado entre $2^{\circ}S$ e $2^{\circ}N$. Ela é suprida pelas CNB e CCNE e observada próxima a 100 m de profundidade. A velocidade máxima da corrente sub-superficial sul equatorial (CSSE) atinge 90cm/s e flui, em média, para leste. Está localizada entre 3° - $5^{\circ}S$. Seu fluxo é máximo na primavera do HS e mínimo no outono perto de $30^{\circ}W$. O fluxo acima da CSSE é para leste de novembro a início de março e para oeste de julho a agosto. A seguir, é apresentado em forma breve a importância da TSM e as características principais da temperatura no oceano.

Há dois padrões de variabilidade de TSM do oceano Atlântico tropical bem definidos. O primeiro padrão é um modo equatorial similar ao El Niño onde há aquecimentos e resfriamentos da TSM na região equatorial (ZEBIAK, 1993 [84], CARTON E HUANG, 1994 [13]; TSENG e MECHOSO, 2000 [81]). Este modo de variabilidade parece estar associado ao ciclo anual com anomalias máximas ocorrendo na região de ressurgência equatorial em junho e julho. O outro padrão é um modo inter-hemisférico chamado de dipolo do Atlântico no qual as anomalias de TSM se estabelecem com sinais opostos através do equador, ou há pelo menos a formação de um gradiente meridional (MOURA e SHUKLA 1981 [55], CHANG et al 1997 [15]). Este é o modo predominante da variabilidade decadal do Oceano Atlântico tropical, sendo que a maior variabilidade das anomalias neste modo está concentrada na bacia sul (METHA, 1998 [52]).

No oceano Atlântico, a variabilidade de temperatura na superfície é influenciada pelo padrão de correntes. As águas quentes se espalham do lado oeste do oceano ao longo das costas das Américas Norte e Sul e se espalha numa região de $20^{\circ}S$ a $30^{\circ}N$ no lado oeste e de $5^{\circ}S$ a $12^{\circ}N$. Águas relativamente frias são encontradas ao longo da costa da África no Atlântico leste, enquanto que, a massa quente

é reduzido ao longo da costa da África. Na região equatorial, durante os meses de março a junho e início do verão no HN, a temperatura da CCNE atinge $24^{\circ}C$, e a temperatura média da CSE é de 26° - $28^{\circ}C$ próximo da superfície e de 22° - $24^{\circ}C$ a 100 m de profundidade (MAYER, 1998 [50]).

A distribuição da temperatura do mar com a profundidade também depende em grande parte da quantidade de energia solar absorvida. Cerca de 50% da energia solar que incide na superfície é absorvida nos primeiros centímetros da superfície. O restante da energia, penetra na sub-superfície e há um limite de profundidade para isso, este limite varia com a estação do ano e a hora do dia; a máxima acontece durante a estação de verão e durante o dia ao meio dia. A camada superior onde a temperatura é quase uniforme é conhecida como **camada de mistura** ou camada isotermal. Esta região pode ter de 10 m de profundidade em regiões calmas, e até 200-300 m em regiões mais turbulentas no oceano aberto. Fatores que determinam a espessura da camada de mistura são a intensidade dos ventos e a ação de ondas de transporte de calor e de massa.

Usualmente, entre a base da camada de mistura até 500-1000 m de profundidade, a temperatura decresce rapidamente. Esta região de rápido decréscimo de temperatura é chamada de camada **termoclina** permanente. Abaixo desta região, até o fundo do oceano, a temperatura decresce lentamente. Nas latitudes médias e baixas, a termoclina está presente durante todo o ano. Nas latitudes altas, a variação da temperatura entre superfície e sub-superfície é pequena e não há formação de uma termoclina permanente.

Salinidade é uma outra característica do oceano, ela é uma medida de quantidade de sais dissolvidos na água do mar, a qual contém elementos conhecidos como o cloreto, sódio, sulfato, magnésio e cálcio. Os fatores responsáveis pelo aumento da salinidade são: evaporação, formação de gelo, advecção de água mais salina, mistura com águas mais salinas e solução de depósitos de sais. Os responsáveis pela diminuição da salinidade são: precipitação, fusão de gelo, advecção e mistura de águas menos salinas e aporte de água fresca dos rios.

No oceano aberto, a salinidade superficial varia geralmente entre 33 e $37PSU$. Os ramos norte e central da CSE mostram, por exemplo, salinidade entre 36- $36.2PSU$ na superfície, e menos de $36.PSU$ a 100 m de profundidade, o ramo sul

da CSE, situada na região de formação de águas de salinidade máxima na superfície pela evaporação, tem média entre 35.2-37PSU (WIENDERS et al., 2000 [83]). A CCNE em ($4^{\circ}N, 30^{\circ}W$) a salinidade superficial é de aproximadamente 34.8PSU no final da primavera e início do verão e de 34.4PSU a 36.2PSU no final do outono e no inverno. No lado leste da bacia, a variabilidade da salinidade é ligeiramente menor que no lado oeste de acordo aos dados do PIRATA [64]. A distribuição da salinidade é principalmente zonal, porém podem ocorrer variações devido as correntes oceânicas.

A salinidade superficial no HN é menor que no HS. A salinidade atinge seus valores máximos no HN entre 20° - $25^{\circ}N$ e no HS entre 20° - $25^{\circ}S$ e um valor mínimo ao norte do equador em $5^{\circ}N$. Isto se deve às fortes chuvas que acontecem na região equatorial durante todo o ano. Dos máximos subtropicais, ela decresce rapidamente até latitudes mais altas em ambos hemisférios, devido à precipitação em forma de neve e chuva e devido a baixa taxa de evaporação.

A variação anual da salinidade segue a variação anual de precipitação. Em áreas de altas variações anuais em precipitação e evaporação, variações na salinidade também são grandes. A extensão para a qual a precipitação influenciará a salinidade do mar varia de região para região, e também de acordo com o fluxo de água fresca dos rios. O Atlântico recebe águas da maioria dos rios mais importantes do mundo, entretando, a variação anual da salinidade na superfície no oceano aberto é pequena.

A distribuição vertical da salinidade é complexa se comparada com a da temperatura. Isto se deve ao fato de a estabilidade do oceano depender da estrutura da densidade, e esta depender muito mais da temperatura que da salinidade. Portanto, é possível ter alta ou baixa salinidade em diversos níveis verticais. Nas regiões equatoriais e tropicais dos oceanos, há uma camada uniforme de salinidade da superfície até algumas dezenas de metros de profundidade. Abaixo deste camada, a salinidade aumenta até 100-200 m de profundidade e logo decresce com a profundidade, atingindo o mínimo entre 800-1200 m. Mais abaixo, a salinidade cresce e então decresce ligeiramente até 2000m de profundidade. A camada onde a salinidade muda rapidamente com profundidade é chamada de **haloclina**.

A densidade é a última variável oceânica a ser descrita neste capítulo. A variação latitudinal da densidade é determinada pela temperatura e salinidade. A

densidade da água do mar aumenta com a diminuição de temperatura e aumento de salinidade. Os valores mais baixos de densidade são encontrados na zona equatorial, onde a salinidade é baixa, devido a chuvas fortes e evaporação restrita e também devido a altas temperaturas. Nas regiões subtropicais a densidade é alta, devido a alta evaporação e também a relativamente baixa temperatura. Os valores mais altos de densidade acontecem nas frias regiões sub-polares.

A tendência geral de variação da densidade na superfície com a latitude nos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico é a mesma. A densidade cresce normalmente com a profundidade, porém este incremento não é uniforme. Em latitudes baixas e zonas tropicais há uma fina camada uniforme de baixa densidade na zona superior. Abaixo dessa camada há um rápido incremento na densidade com a profundidade caracterizando a **picnoclina**. Abaixo da picnoclina o incremento da densidade é suave. A picnoclina é desenvolvida por efeitos da termoclina e da haloclina. Assim como a termoclina, a picnoclina é mais desenvolvida em baixas latitudes. Devido a presença de picnoclina as latitudes baixas as águas da superfície estão relativamente isoladas das águas profundas no oceano. Porém em regiões polares, não há forte estratificação entre superfície e águas profundas devido a presença de um fraco desenvolvimento da picnoclina. Ao longo do equador a picnoclina possui uma inclinação aprofundando-se em direção ao leste, desde aproximadamente 100 m de profundidade no lado leste até cerca de 30 m no lado oeste esta inclinação é oposta a verificada a termoclina. Na Baía de Benguela durante o período de transição entre inverno e verão, a profundidade de ocorrência da picnoclina no lado oeste, em geral, incrementa ligeiramente até sul com variação de 75 a 100 m.

Capítulo 3

Técnicas de assimilação de dados

3.1 Técnicas de assimilação com pesos prescritos

Seja f uma variável de estado, como temperatura e salinidade, a ser estimada por uma análise objetiva f^a . De forma simplificada, f^a pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$f^a(\mathbf{r}_i) = f^b(\mathbf{r}_i) + \sum_{k=1}^K W_{ik} [f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)]$$

onde:

- f^a é a variável de análise dependente da coordenada espacial \mathbf{r} a qual pode ser bidimensional ou tridimensional;
- \mathbf{r}_i é a coordenada espacial do i -ésimo ponto de grade onde a análise objetiva e a solução numérica do modelo são calculados;
- \mathbf{r}_k é a coordenada espacial do k -ésimo ponto onde há observação, que normalmente não coincide com \mathbf{r}_i ,
- W_{ik} é o peso para o k -ésimo erro, dado o i -ésimo ponto de grade.
- f^o é o variável observada;
- f^b é a variável de *background* ou primeira estimativa proveniente de um modelo ou uma climatologia.

A equação acima estabelece, basicamente que a análise é dada pela soma do campo do modelo com uma correção, a qual é calculada com as diferenças ponderadas entre a variável do modelo e as observações.

No caso de uma única observação no ponto \mathbf{r}_k , para um caso particular em meteorologia, Bergthorsson e Döös (B&D) consideraram duas estimativas para $f(\mathbf{r}_i)$. A primeira foi o *background*, $f^b(\mathbf{r}_i)$, e a segunda foi o *background* mais a diferença entre valor observado e o *background* no ponto de observação, isto é: $f^b(\mathbf{r}_i) + [f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)]$. Considerando que há diversas observações influenciando no cálculo da análise em um ponto e que a estatística dos erros do modelo e das observações é conhecida B&D propuseram outra estimativa de acordo com:

$$f^a(\mathbf{r}_i) = \frac{E_b^{-2} \cdot f^b(\mathbf{r}_i) + E_o^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \cdot [f^b(\mathbf{r}_i) + f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)]}{E_b^{-2} + E_o^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}$$

onde E_b e E_o são a esperança do erro do *background* e do valor observado, respectivamente e $w_{ik} = w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)$ é uma matriz de pesos prescritos, w_{ik} depende da distância relativa $|\mathbf{r}_{ik}|$ entre \mathbf{r}_k e \mathbf{r}_i . Eles sugeriram que observações próximas dos pontos da análise influenciam mais o valor da análise que observações distantes. Quando este esquema só permite observações dentro de um domínio pré-determinado influenciam o cálculo da análise objetiva, ele é chamado de local. A região ao redor do ponto de análise que contém as observações que contribuirão para o cálculo da análise é definida pelo raio de influência.

Se K_i é o número de observações que influenciam a análise no ponto de grade \mathbf{r}_i cada observação é realizada com um instrumento diferente, então a equação se transforma em:

$$f^a(\mathbf{r}_i) - f^b(\mathbf{r}_i) = \frac{\sum_{k=1}^{K_i} E_o^{-2}(k)w(|\mathbf{r}_{ik}|)[f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)]}{\sum_{k=1}^{K_i} E_o^{-2}(k)w(|\mathbf{r}_{ik}|) + E_b^{-2}}.$$

Se é utilizado um único instrumento na observação, os erros de observação terão a mesma esperança, isto é: $E_o^2 = E_o^2(k)$ é uma constante e então a equação

pode ser re-escrita como:

$$f^a(\mathbf{r}_i) - f^b(\mathbf{r}_i) = \frac{\sum_{k=1}^{K_i} w(|\mathbf{r}|) [f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)]}{\sum_{k=1}^{K_i} w(|\mathbf{r}|) + \epsilon_o^2}. \quad (3.1)$$

onde $\epsilon_o^2 = E_o^2/E_b^2$. Outra forma de expressar 3.1 é:

$$f^a(\mathbf{r}_i) = f^b(\mathbf{r}_i) + W_i^T [f^o - f^b]$$

W_i^T é a transposta do vetor coluna de K_i elementos

f^o, f^b vetores colunas com K_i elementos.

Formulações feitas posteriormente especificaram funcionais para representar os pesos. Cressman (1,959) adotou a seguinte forma funcional para estes pesos:

$$w(|\mathbf{r}_{ik}|) = \begin{cases} \frac{R^2 - |\mathbf{r}_{ik}|^2}{R^2 + |\mathbf{r}_{ik}|^2} & |\mathbf{r}_{ik}| \leq R \\ 0 & |\mathbf{r}_{ik}| > R \end{cases}$$

R é o raio de influência que define uma região ao redor do ponto onde a análise está sendo calculada na qual as observações contidas nesta região influenciam o valor da análise. Barnes adotou a seguinte forma:

$$w(|\mathbf{r}_{ik}|) = \exp\left\{-\frac{|\mathbf{r}_{ik}|^2}{2R^2}\right\}$$

Estas formulações possuem as seguintes propriedades:

$$\sum_{k=1}^{K_i} w_{ik} \leq 1 \quad (3.2)$$

$$w_{ik} \geq 0, \quad 1 \leq k \leq K_i \quad (3.3)$$

$$|f^a(\mathbf{r}_i) - f^b(\mathbf{r}_i)| \leq \max_k |f^o(\mathbf{r}_k) - f^b(\mathbf{r}_k)| \quad (3.4)$$

Trabalhos posteriores sugeriram que múltiplas iterações visando melhores resultados. Tomando-se como a primeira iteração $f_1^a(\mathbf{r}_i) = f^a(\mathbf{r}_i)$ e seguinte:

$$f_2^a(\mathbf{r}_i) = f_1^a(\mathbf{r}_i) + W_i^T [f^o - f_1^a]$$

e assim:

$$f_{j+1}^a(\mathbf{r}_i) = f_j^a(\mathbf{r}_i) + W_i^T [f^o - f_j^a]$$

Em relação ao *background*:

$$f_{j+1}^a(\mathbf{r}_i) - f^b = W_{j+1}^i [f^o - f_j^a]$$

onde $W(j) = I - [I - W]^j$, esta nova formulação não garante as propriedades 3.2-3.4.

3.2 O Filtro de Kalman discreto

No desenvolvimento da formulação do filtro de Kalman discreto, será empregada em todo o texto abaixo a notação unificada proposta por IDE et al., 1997 [37] para assimilação de dados oceanográficos e atmosféricos. Nesta notação:

- \mathbf{x} é o vetor de estado,
- \mathbf{y}^o é o vetor de observações,
- H é um operador de observação, que representa um operador de interpolação.
- I denota a matriz identidade,
- K é a matriz ganho,
- P é a matriz de covariância do erro de predição,
- Q é a matriz de covariância do erro do modelo,
- R é a matriz de covariância do erro observacional.

Ainda será usado $(\cdot)^a$ para denotar análise, $(\cdot)^b$ *background*, $(\cdot)^f$ previsão, $(\cdot)^t$ verdadeiro, $(\cdot)^o$ observado, $(\cdot)^T$ trasposta, $(\cdot)^{-1}$ inversa da matriz. Todos os vetores são organizados como colunas. Para simplificar a notação, será denotado para qualquer variável arbitrária \mathbf{z} dependente do tempo, no instante t_n como $\mathbf{z}(t_n) = \mathbf{z}_n$.

Deseja-se conhecer \mathbf{x}^t , que é a representação de uma variável de estado verdadeira de dimensão N , onde N representa o número de pontos de grade do modelo numérico.

Seja \mathbf{x}_n^f a variável de predição de \mathbf{x}_n^t no instante t_n , e ϵ_n^f o erro desta predição:

$$\mathbf{x}_n^t = \mathbf{x}_n^f + \epsilon_n^f \quad (3.5)$$

Procura-se obter uma estimativa de \mathbf{x}_n^t com erro menor que o da previsão fazendo uso de observações da variável de estado, de tal forma a aproximar melhor \mathbf{x}_n^f , no sentido de variância mínima, para \mathbf{x}_n^t . As observações \mathbf{y}^o da variável de estado \mathbf{x}_n^t no instante t_n são aproximações de \mathbf{x}_n^t isto é:

$$\mathbf{y}_n^o = H_n(\mathbf{x}_n^t) + \epsilon_n^o, \quad (3.6)$$

onde ϵ_n^o é o erro de observação e H_n uma matriz de dimensão $p_n \times N$, onde p_n é a dimensão de \mathbf{y}_n^o no instante t_n , isto é, a dimensão de \mathbf{y}_n^o pode mudar com o tempo. Normalmente a dimensão p_n do vetor de observação é muito menor que a dimensão do vetor \mathbf{x}_n^f ($p_n \ll N$). Este erro provém de medições imperfeitas e erros de representação. Ele é assumido como um ruído branco com média zero, isto é:

$$E(\epsilon_n^o) = 0,$$

e covariância do erro de observação igual a \mathbf{R}_n cuja dimensão é $p_n \times p_n$:

$$\text{Cov}(\epsilon_n^o, \epsilon_n^o) = E(\epsilon_n^o(\epsilon_n^o)^T) = \mathbf{R}_n.$$

É assumido também que ϵ_n^f , ϵ_n^o e \mathbf{x}_n^t , a condição inicial, são independentes e que o erro de predição e o erro de observação não estão correlacionados, isto é:

$$E(\epsilon_n^o(\epsilon_n^f)^T) = 0 \quad (3.7)$$

$$E(\epsilon_n^f(\epsilon_n^o)^T) = 0, \quad (3.8)$$

matrizes nulas da ordem $p_n \times N$ e $N \times p_n$ respectivamente.

Deséja-se usar as observações para corrigir a predição. Isto é feito estimando ϵ_n^f por $\hat{\epsilon}_n^f$ através de uma função linear da diferença entre o dado observado \mathbf{y}_n^o e o dado previsto do modelo $H_n \mathbf{x}_n^f$. A matriz \mathbf{K}_n , que define esta transformação linear, é conhecida como matriz ganho. Portanto, tem-se que:

$$\hat{\epsilon}_n^f = \mathbf{K}_n(\mathbf{y}_n^o - H_n \mathbf{x}_n^f) = \mathbf{K}_n(H_n \mathbf{x}_n^o + \epsilon_n^o - H_n \mathbf{x}_n^f) \quad (3.9)$$

Considere H_n linear, logo 3.9 pode ser escrita como: $\hat{\epsilon}_n^f = \mathbf{K}_n(H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o)$. Considere:

$$\begin{aligned} & (\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)(\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)^T \\ &= [\epsilon_n^f - \mathbf{K}_n(H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o)] \times [\epsilon_n^f - \mathbf{K}_n(H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o)]^T \\ &= \epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T - \epsilon_n^f \mathbf{K}_n^T (H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o)^T - \mathbf{K}_n (H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o) (\epsilon_n^f)^T + \mathbf{K}_n (H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o) (H_n \epsilon_n^f + \epsilon_n^o)^T \mathbf{K}_n^T \\ &= \epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T - \epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T H_n^T \mathbf{K}_n^T - (\epsilon_n^f) (\epsilon_n^o)^T \mathbf{K}_n^T - \mathbf{K}_n H_n \epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T - \mathbf{K}_n (\epsilon_n^o) (\epsilon_n^f)^T \\ &\quad + \mathbf{K}_n \{ H_n (\epsilon_n^f) (\epsilon_n^f)^T H_n^T + H_n (\epsilon_n^f) (\epsilon_n^o)^T + (\epsilon_n^o) (\epsilon_n^f) H_n^T + (\epsilon_n^o) (\epsilon_n^o)^T \} \mathbf{K}_n^T \end{aligned}$$

Seja $\mathbf{P}_n^f = E(\epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T) = E(\epsilon_n^f (\epsilon_n^f)^T)$, a matriz de covariância do erro de predição.

Utilizando as propriedades de esperança e 3.7; obtem-se a relação:

$$\begin{aligned} E((\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)^T (\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)) &= \text{tr}[E((\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)(\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)^T)] \\ &= \text{tr}[\mathbf{P}_n^f - \mathbf{P}_n^f H_n^T \mathbf{K}_n^T - \mathbf{K}_n H_n \mathbf{P}_n^f + \mathbf{K}_n (H_n \mathbf{P}_n^f H_n^T + \mathbf{R}_n) \mathbf{K}_n^T], \end{aligned}$$

onde tr denota o traço. Seja denotado como $P_{\mathbf{K}_n} = E((\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)(\epsilon_n^f - \hat{\epsilon}_n^f)^T)$ e $W = H_n \mathbf{P}_n^f H_n^T + \mathbf{R}_n$. Como \mathbf{P}_n^f e \mathbf{R}_n são positivas semidefinidas e simétricas, tem-se que W é positiva semidefinida, simétrica e sua inversa W^{-1} existe. Logo:

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{K}_n} &= \mathbf{P}_n^f + \{ \mathbf{K}_n W \mathbf{K}_n^T - \mathbf{P}_n^f H_n^T \mathbf{K}_n^T - \mathbf{K}_n H_n \mathbf{P}_n^f + \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f \} - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f \\ &= \mathbf{P}_n^f + \{ \mathbf{K}_n W \mathbf{K}_n^T - \mathbf{P}_n^f H_n^T \mathbf{K}_n^T - \mathbf{K}_n W W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f + \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f \} \\ &\quad - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f. \end{aligned}$$

Agrupando termos:

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{K}_n} &= \mathbf{P}_n^f + \mathbf{K}_n W [\mathbf{K}_n^T - W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f] - \mathbf{P}_n^f H_n^T [\mathbf{K}_n^T - W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f] - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f \\ &= \mathbf{P}_n^f + [\mathbf{K}_n - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1}] W [\mathbf{K}_n - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1}]^T - \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f, \end{aligned}$$

seja: $A = \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1}$ e $B = \mathbf{P}_n^f H_n^T W^{-1} H_n \mathbf{P}_n^f$, assim reescrevendo $P_{\mathbf{K}_n}$ temos:

$$\text{tr}[P_{\mathbf{K}_n}] = \text{tr}[\mathbf{P}_n^f + [\mathbf{K}_n - A]W[\mathbf{K}_n - A]^T - B], \quad (3.10)$$

o lado esquerdo desta igualdade é sempre positiva semidefinida, logo ela pode ser minimizada escolhendo:

$$\mathbf{K}_n = A = \mathbf{P}_n^f H_n^T [R_n + H_n \mathbf{P}_n^f H_n^T]^{-1}. \quad (3.11)$$

no sentido que, se P_1 é o valor de $P_{\mathbf{K}_n}$ com esta eleição de \mathbf{K}_n e P_2 o valor com outra escolha de \mathbf{K}_n , então, $P_1 - P_2$ é no mínimo positiva semidefinida.

A melhor estimativa da variável de estado, a análise objetiva, que inclui informação dos dados observados é dada por:

$$\mathbf{x}_n^a = \mathbf{x}_n^f + \hat{\epsilon}_n^f = \mathbf{x}_n^f + \mathbf{K}_n [\mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_n^f)]. \quad (3.12)$$

A dinâmica da evolução do modelo para \mathbf{x}^t é comumente não linear e determinística, enquanto que o comportamento verdadeiro do fluido pode diferir por erros aleatórios ou sistemáticos. Desde que o modelo é uma aproximação do sistema físico, uma das hipóteses básicas do Filtro de Kalman é que o vetor \mathbf{x}^t propaga-se de acordo com:

$$\mathbf{x}_n^t = M_n(\mathbf{x}_{n-1}^t) + \eta_n \quad (3.13)$$

onde M_n é o operador que descreve a evolução do estado \mathbf{x}^t em t_{n-1} para t_n e η_n é o erro do modelo, o qual é assumido ser uma variável aleatória que consiste de incertezas do modelo, com esperança nula e covariância igual a \mathbf{Q}_n :

$$E(\eta_n) = 0 \quad (3.14)$$

$$E((\eta_n)(\eta_n)^T) = \mathbf{Q}_n, \quad (3.15)$$

com E denotando o operador esperança (ver Apêndice 1.2).

Na formulação de Kalman-Bucy, 1961 [43] a previsão \mathbf{x}_{n+1}^f é calculada pelo modelo a partir da análise em \mathbf{x}_n^a . Neste caso, a variável de previsão \mathbf{x}_{n+1}^f , em um

determinado instante t_n é dada por:

$$\mathbf{x}_{n+1}^f = M_n \mathbf{x}_n^a, \quad (3.16)$$

também é assumido que não há correlação entre o erro do modelo ϵ_n^f , e o erro de observação ϵ_n^o , isto é:

$$\text{Cov}(\epsilon_n^f, \epsilon_n^o) = E(\epsilon_n^f (\epsilon_n^o)^T) = 0. \quad (3.17)$$

Assumindo que M_n é linear, substraindo 3.13 de 3.16 obtem-se:

$$\mathbf{x}_{n+1}^f - \mathbf{x}_{n+1}^t = M_n(\mathbf{x}_n^a - \mathbf{x}_n^t) - \epsilon_n^f \quad (3.18)$$

$$\epsilon_{n+1}^f = M_n \theta_n^a - \epsilon_n^f \quad (3.19)$$

De 3.19 podemos observar que se a análise no instante t_n não tem *bias*, isto é, a média é zero, a predição no instante t_{n+1} também não tem *bias*. Multiplicando 3.19 por $(\epsilon_{n+1}^f)^T$:

$$\epsilon_{n+1}^f \cdot (\epsilon_{n+1}^f)^T = (M_n \epsilon_n^a - \epsilon_n^f)(M_n \epsilon_n^a - \epsilon_n^f)^T \quad (3.20)$$

aplicando o operador esperança e o fato de $E(\epsilon_n^a (\epsilon_n^b)^T) = E(\epsilon_n^f (\epsilon_n^a)^T) = 0$, obtemos:

$$\mathbf{P}_{n+1}^f = M_n \mathbf{P}_n^a M_n^T + \mathbf{Q}_n. \quad (3.21)$$

No caso linear a densidade de probabilidade deste erro é Gaussiana portanto é caracterizada pela média e covariância (ver no Apêndice 1.3).

Para obter uma expressão para a matriz de covariância dos erros da análise \mathbf{P}_n^a , partimos da equação 3.12:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n^a - \mathbf{x}_n^t &= \mathbf{x}_n^f - \mathbf{x}_n^t + \mathbf{K}_n(\mathbf{y}_n^o - H_n[\mathbf{x}_n^f]) \\ \epsilon_n^a &= \epsilon_n^f + \mathbf{K}_n \mathbf{y}_n^o - \mathbf{K}_n H_n[\mathbf{x}_n^f] + \mathbf{K}_n H_n \mathbf{x}_n^t - \mathbf{K}_n H_n \mathbf{x}_n^t \\ &= (I - \mathbf{K}_n H_n) \epsilon_n^f + \mathbf{K}_n \epsilon_n^o \end{aligned}$$

Multiplicando por $(\epsilon_n^a)^T$ e aplicando o operador esperança:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_n^a &= (I - \mathbf{K}_n H_n) \mathbf{P}_n^f + (I - \mathbf{K}_n H_n) \mathbf{P}_n^f (I - \mathbf{K}_n H_n)^T + \mathbf{K}_n R_n (\mathbf{K}_n)^T \\ &= (I - \mathbf{K}_n H_n) \mathbf{P}_n^f + [-\mathbf{P}_n^f H_n^T + \mathbf{K}_n (H_n \mathbf{P}_n^f H_n^T + R_n)] \mathbf{K}_n^T \end{aligned}$$

De 3.11 e 3.12 finalmente:

$$\mathbf{P}_n^a = [I - \mathbf{K}_n H_n] \mathbf{P}_n^f \quad (3.22)$$

O algoritmo, assumindo o conhecimento de \mathbf{Q}_n e \mathbf{R}_n é formulado como.

1. Em $t = t_0$, dados \mathbf{x}_0^f , \mathbf{P}_0^f , calcular \mathbf{K}_0 de 3.11, \mathbf{P}_0^a de 3.22 e \mathbf{x}_0^a de 3.12.
2. Para $i = 1, \dots, n$, o ciclo de assimilação é realizado em dois blocos:
 - (a) Previsor: Calcular \mathbf{x}_{i+1}^f de 3.16 e \mathbf{P}_{i+1}^f de 3.21.
 - (b) Diagnostico: Calcular \mathbf{K}_{i+1} , \mathbf{P}_{i+1}^a e \mathbf{x}_{i+1}^a .
3. Fim

Para realizar o filtro de forma ótima, entretanto há dificuldades. Uma delas é o desconhecimento de \mathbf{Q}_n e \mathbf{R}_n e \mathbf{P}_0^f . Outra foi a hipótese que a matriz M é linear. Finalmente, outra limitação prática é a dimensão das matrizes envolvidas. Para calcular \mathbf{K}_n há necessidade de inverter matrizes de ordem N .

O problema do filtro consiste em achar uma estimativa de \mathbf{x}_n^t dado Y_l . É visto em JAZWINSKI [39] que o melhor estimado no sentido de variância mínima vem dada pela média condicionada as observações, isto é:

$$\hat{\mathbf{x}}^t = E(\mathbf{x}^t | Y_l)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ denota o melhor estimado. A função de densidade de probabilidade condicional de \mathbf{x}^t dada a sequência Y_l , $p(\mathbf{x}^t | Y_l)$, completa a solução deste problema, porque ele engloba toda a informação estatística de \mathbf{x}^t que está contida nas observações válidas e na condição inicial $p(\mathbf{x}_0^t)$ (ver no apêndice A.0.10).

A seguir nesta seção é descrita em forma breve o problema geral de filtragem para o caso discreto-discreto pois é o mais comum em problemas. São apresentadas

apenas os teoremas que resolvem este problema, a demonstração pode ser encontrada em JAZWINSKI, 1970 [39].

Para o caso anterior pode-se observar que o erro não evolui com o tempo. Seja o caso geral de um sistema linear discreto descrito pela equação em diferenças:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi(t_{k+1}, t_k)\mathbf{x}_k + \Gamma(t_k)\omega_{k+1} \quad k = 0, 1, \dots \quad (3.23)$$

onde \mathbf{x}_k é o vetor de estado n -dimensional no instante t_k , Φ é a matriz de transição $n \times n$ no-singular, Γ é uma matriz $n \times r$ e $\{\omega_k, k = 1, \dots\}$ é um vetor de dimensão r , a qual é uma sequência Gaussiana branca (Apêndice A.4, com média zero e matriz de covariância igual a \mathbf{Q}_k). As observações discretas são dadas por :

$$\mathbf{y}_k = H(t_k)\mathbf{x}_k + v_k \quad (3.24)$$

Búscase o melhor estimado $\hat{\mathbf{x}}_k$ no sentido de variância mínima do sistema 3.23 dadas as observações Y_k definidas por 3.24. Ela vem dada pela média condicional:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^k = E(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}_k)$$

onde $Y_k = \{Y_1, \dots, Y_k\}$. Seja denotado por $P_{k+1}^k = E((\mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^k)(\mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^k)^T | Y_k)$ indica a probabilidade condicional dos erros do estimado condicionado as observações até o instante k .

Teorema 3.2.1 *O filtro ótimo (de variância mínima) para o sistema discreto 3.23-3.24 consiste de equações discretas para a média condicional e a matriz de covariâncias. Entre observações via o seguinte teorema:*

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \Phi(t_{k+1}, t_k)\hat{\mathbf{x}}_k + \Gamma(t_k)\omega_{k+1} \quad k = 0, 1, \dots \quad (3.25)$$

$$P_{k+1}^k = \Phi(t_{k+1}, t_k)P_k^k\Phi^T(t_{k+1}, t_k) + \Gamma(t_k)\mathbf{Q}_n\Gamma^T(t_k). \quad (3.26)$$

Nas observações:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^k = \hat{\mathbf{x}}_k^{k-1} + K(t_k)(\mathbf{y}_k - H(t_k)\hat{\mathbf{x}}_k^{k-1})$$

$$P_k^k = P_k^{k-1} - K(t_k)H(t_k)P_k^{k-1}$$

onde:

$$K(t_k) = P_k^{k-1} H^T(t_k) [H(t_k) P_k^{k-1} H^T(t_k) + R_k]^{-1}$$

é a matriz ganho de Kalman. A predição para $t_l > t_k$, (\hat{X}_l^k, P_l^k) é completada via 3.25-3.26 com condição inicial (\hat{X}_k^k, P_k^k) .

Este teorema é o de Kalman-Bucy.

Pode ser visto que o caso descrito é um caso particular do filtro de Kalman-Bucy discreto, se consideramos:

$$\mathbf{x}_n^t = \mathbf{x}_n^f + \epsilon_n^f \quad (3.27)$$

$$\mathbf{y}_n^o = H_n(\mathbf{x}_n^t) + \epsilon_n^o, \quad (3.28)$$

ou em forma equivalente:

$$\omega_n = \mathbf{x}_n^t - \mathbf{x}_n^f = \epsilon_n^f \quad (3.29)$$

$$\omega_n^o = \mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_n^f) = H_n(\mathbf{x}_n^t - \mathbf{x}_n^f) + \epsilon_n^o = H_n(\omega_n) + \epsilon_n^o, \quad (3.30)$$

Para este caso $\Phi(t_{n+1}, t_n) = 0$, $\Gamma(t_n) = I$ a identidade, porém ω_n não evolui com o tempo. Também:

$$E(\epsilon_n^o) = 0, \quad \text{Cov}(\epsilon_n^o)(\epsilon_n^o)^T = \mathbf{R}_n \quad (3.31)$$

$$E(\epsilon_n^f) = 0, \quad \text{Cov}(\epsilon_n^f)(\epsilon_n^f)^T = \mathbf{Q}_n \quad (3.32)$$

onde ϵ_n^f é um ruído branco independente de ϵ_n^o , isto é, $\text{Cov}(\epsilon_n^f)(\epsilon_n^o)^T = 0$. Logo $\hat{\omega}_{n+1}^n = E(\omega_{n+1}|Y_n) = E(\epsilon_{n+1}^f|Y_n) = E(\epsilon_{n+1}^f) = 0$. De acordo ao teorema acima entre observações:

$$P_{n+1}^n = E((\omega_{n+1} - \hat{\omega}_{n+1}^n)(\omega_{n+1} - \hat{\omega}_{n+1}^n)^T | Y_n) \quad (3.33)$$

$$= E((\omega_{n+1} - \hat{\omega}_{n+1}^n)(\omega_{n+1} - \hat{\omega}_{n+1}^n)^T) = P_{n+1} \quad (3.34)$$

Logo entre observações o melhor estimado é zero e $P_{n+1} = \mathbf{Q}_n$. Nas observações:

$$P_n = [I - K_n H_n] P_n$$

Assim é obtido 3.21-3.12 como um caso particular.

3.3 Técnica de assimilação baseada na equação de Fokker Planck

Como foi visto na seção anterior, o filtro de Kalman consiste em achar a melhor estimativa da variável de estado dadas as observações e um campo do modelo. Isto é feito achando-se a probabilidade condicional da variável de estado no instante t_n dadas as observações $Y_t = \{y^o(\tau), \tau \leq t\}$. A teoria de filtragem é desenvolvida considerando-se um sistema de duas equações diferenciais estocásticas, uma que governa a variável de estado e outra observações desta variável (JAZWINSKI, 1976 [39]). De acordo com espaço onde são tratadas tais equações podem ser contínua-contínua, contínua-discreta ou discreta-discreta. Em BELYAEV, K.P e MEYERS, S.D 2000 ([7]) considera-se o problema contínuo-discreto, onde a primeira equação é formulada no espaço de erros do modelo ao invés de considerar o espaço de estado. Nesta formulação é assumido que não há diferença entre os valores reais e os valores observados. Desta forma, procura-se reduzir as complicações da implementação numérica. A suposição de que não há erros na medição é válida considerando que os erros na modelagem são muito maiores que os erros das observações.

O estado de um sistema é dado por um vetor dimensional $\mathbf{x}^t(t, \mathbf{r})$, por exemplo $\mathbf{x}^t(t, \mathbf{r}) = (T^t(t, \mathbf{r}), S^t(t, \mathbf{r}), u^t(t, \mathbf{r}), v^t(t, \mathbf{r}))$ onde cada componente denota temperatura, salinidade e componentes u e v de velocidade respectivamente, t denota o tempo e \mathbf{r} a coordenada espacial 3-D. Em modelos numéricos oceânicos, coordenadas de tempo e espaço serão geralmente membros de uma grade discreta quadri-dimensional. Aqui será tratado apenas o caso em que \mathbf{x}^t é unidimensional. O desenvolvimento do estado do sistema é dado por:

$$\frac{\partial \mathbf{x}^f}{\partial t} = \mathcal{M}(t, \mathbf{x}^f). \quad (3.35)$$

onde \mathcal{M} é o operador do modelo contínuo. Observe que \mathcal{M} é, em geral, um operador não linear, que pode conter derivadas parciais. Pode-se supor que não existem erros no processo de modelagem, porém existem erros na predição de \mathbf{x}^t . Isto pode ser devido a que existem flutuações no processo para o qual nenhuma relação existe, ou seja, o valor verdadeiro \mathbf{x}^t satisfaz a equação de evolução do modelo exceto por um ruído concebido como um processo Gaussiano estacionário com média zero. Se a equação é linear pode-se supor que o verdadeiro valor \mathbf{x}^t satisfaz também a equação:

$$\frac{\partial \mathbf{x}^t}{\partial t} = \mathcal{M}(t, \mathbf{x}^t) + \eta(t), \quad (3.36)$$

onde $\eta(t)$ descreve influências aleatórias que flutuam rapidamente e portanto são não correlacionadas para diferentes instantes de tempo (ver Apêndice). Fisicamente $\eta(t)$ considera as deficiências do modelo. Como é mostrado no Apêndice a equação 3.36 não tem sentido matemático e sim um sentido intuitivo.

O erro de previsão do modelo no instante t e no ponto \mathbf{r} é dado por:

$$\theta^f(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}^f(t, \mathbf{r}) - \mathbf{x}^t(t, \mathbf{r}).$$

Se \mathcal{M} é linear, isto é, $\mathcal{M}(t, \theta) = \mathcal{M}(t)\theta$ o erro também evolui segundo o modelo de acordo com:

$$\frac{\partial \theta^f}{\partial t} = \mathcal{M}(t)\theta^f + \eta(t)$$

e

$$E\eta(\tau, \mathbf{r}_1)\eta^T(t, \mathbf{r}_2) = \begin{cases} \mathbf{Q}(|r_{12}|) & t = \tau \\ 0 & t \neq \tau \end{cases}$$

onde $|r_{12}| = \text{dist}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, para dois pontos arbitrários do domínio. Isto significa que η não é correlacionado no tempo, mas sim no espaço. Assumamos também que: $E\theta^f(0, \mathbf{r}) = 0$, $\mathcal{M}(0, \theta^f) = 0$.

Se \mathcal{M} não é linear, é suposto que erro evolui de acordo a seguinte equação

diferencial estocástica:

$$d\theta^f = f(t, \theta^f)dt + G(t, \theta^f)dB \quad (3.37)$$

onde B é um movimento browniano (ver no Apêndice seção A.2 e 1.13). As funções f e G são calculadas de acordo com o modelo. Os valores das observações são considerados perfeitos, isto é, $R(t) = 0$, e matriz H de interpolação é considerada sem erros. A proposta é considerar a análise ou variável assimilada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{x}^a(t, \mathbf{r}) = \mathbf{x}^f(t, \mathbf{r}) + \int_0^t \sum_{i=0}^{J(\tau)} \alpha(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau, \quad (3.38)$$

onde \mathbf{r}_i são os pontos onde há observação e $J(\tau)$ é o número observações no instante τ , considerando que ao longo do tempo, medições da variável de estado:

$$\mathbf{y}^o(\tau) = \{\mathbf{y}^o(\tau, \mathbf{r}_i(\tau)), \quad i = 1, \dots, J(\tau)\},$$

no instante τ , são consideradas. Nota-se que devido as observações serem consideradas perfeitas e H interpolar de forma perfeita para os pontos onde há observação, então:

$$\mathbf{y}^o(\tau) - H(\tau)(\mathbf{x}^f(\tau)) = \mathbf{x}^t(\tau) - H(\tau)(\mathbf{x}^f(\tau)) = \theta^f(\tau),$$

aqui $\theta^f(\tau)$ representa o vetor de erros de observação, cuja dimensão é $J(\tau)$. Para simplificar a notação será usado:

$$\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t = \mathbf{x}^a(t, \mathbf{r}) - \mathbf{x}^t(t, \mathbf{r}), \quad \mathbf{x}^f - \mathbf{x}^t = \mathbf{x}^f(t, \mathbf{r}) - \mathbf{x}^t(t, \mathbf{r}).$$

Os valores de $\alpha(\tau, \mathbf{x}, \mathbf{r}_i)$ são determinados buscando a minimização do erro quadrático da análise em relação ao valor verdadeiro de acordo com:

$$E(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t) = 0, \quad (3.39)$$

$$E(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t)^2 \leq E(\omega - \mathbf{x}^t)^2 \quad \forall \omega \text{ estimação de } \mathbf{x}^t, \quad (3.40)$$

isto é, a média da diferença entre o a análise e o valor verdadeiro é nula e \mathbf{x}^a é a

função que minimiza $E(\omega - \mathbf{x}^t)^2$.

Busca-se $\alpha_i(t) = \alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ que satisfaça 3.39-3.40. Para isso deriva-se $E(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t)^2$ em relação a $\alpha_i(t)$. De 3.12:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t\}^2 &= \{\mathbf{x}^f - \mathbf{x}^t + \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_j) d\tau\}^2 \\ &= \{\mathbf{x}^f - \mathbf{x}^t\}^2 + 2\{\mathbf{x}^f - \mathbf{x}^t\} \left\{ \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_j) d\tau \right\} + \left\{ \int_0^t \sum_{i=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_j) d\tau \right\}^2 \end{aligned}$$

aplicando o operador esperança e considerando a definição do erro:

$$E\{\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t\}^2 = E\{[\theta^f(t, \mathbf{x})]^2 - 2[\theta^f(t, \mathbf{x}) \int_0^t \sum_{i=0}^{N(\tau)} \alpha_i(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau] \quad (3.41)$$

$$+ \left[\int_0^t \sum_{i=0}^{N(\tau)} \alpha_i(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau \right]^2 \}. \quad (3.42)$$

Diferenciando 3.41 em relação a $\alpha_i(t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_i(t)} E(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^t)^2 &= 2E\left\{-[\theta^f(t, \mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial \alpha_i(t)} \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau] \right. \\ &\quad \left. + \left[\int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau \right] \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_i(t)} \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau \right] \right\} \\ &= 2E\left\{-[\theta^f(t, \mathbf{r}) \int_0^t \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau] \right. \\ &\quad \left. + \left[\int_0^t \sum_{i=0}^{N(\tau)} \alpha_i(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau \right] \left[\int_0^t \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau \right] \right\}, \end{aligned}$$

igualando a zero:

$$E\left\{ \int_0^t \theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) d\tau [\theta^f(t, \mathbf{r}) - \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_j) d\tau] \right\} = 0, \quad (3.43)$$

$$E[\theta^f(t, \mathbf{r}) \theta^f(t, \mathbf{r}_i)] = E\left[\int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) \theta^f(\tau, \mathbf{r}_j) d\tau \right] [\theta(t, \mathbf{r}_i)].$$

Denote a covariância cruzada entre duas variáveis aleatórias $\theta^f(t, \mathbf{r})$ e $\theta^f(\tau, \mathbf{r}_i)$ por:

$$K(t, \tau, \mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \text{Cov}[\theta^f(t, \mathbf{r})\theta^f(\tau, \mathbf{r}_i)] = E\theta^f(t, \mathbf{r})\theta^f(\tau, \mathbf{r}_i) - E\theta^f(t, \mathbf{r})E\theta^f(\tau, \mathbf{r}_i),$$

dessa forma:

$$\begin{aligned} E[\theta^f(t, \mathbf{r})\theta^f(\tau, \mathbf{r}_i)] &= \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j(\tau) E[\theta^f(\tau, \mathbf{r}_j)\theta(t, \mathbf{r}_i)] d\tau \\ K(t, t, \mathbf{r}, \mathbf{r}_i) &= \int_0^t \sum_{j=0}^{N(\tau)} \alpha_j K(\tau, t, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) d\tau. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Observa-se que do lado esquerdo tem-se a covariância do erro de predição entre qualquer coordenada espacial e o ponto onde há observação no instante t e do lado direito temos a covariância do erro de predição entre pontos onde há observação. A equação 3.44 é chamada de Wiener-Hopf.

Para o caso vetorial, pode-se chegar à mesma equação. A nova variável de estado dos erros θ , em nosso caso, está constituída pelos erros devido a temperatura, salinidade e componentes u e v da velocidade:

$$\begin{aligned} \epsilon_T(t, \mathbf{r}) &= T^f(t, \mathbf{r}) - T^t(t, \mathbf{r}), & \epsilon_S(t, \mathbf{r}) &= S^f(t, \mathbf{r}) - S^t(t, \mathbf{r}) \\ \epsilon_u(t, \mathbf{r}) &= u^f(t, \mathbf{r}) - u^t(t, \mathbf{r}), & \epsilon_v(t, \mathbf{r}) &= v^f(t, \mathbf{r}) - v^t(t, \mathbf{r}), \end{aligned}$$

e:

$$\theta(t, \mathbf{r}) = [\epsilon_T(t, \mathbf{r}), \epsilon_S(t, \mathbf{r}), \epsilon_u(t, \mathbf{r}), \epsilon_v(t, \mathbf{r})]^T, \quad (3.45)$$

e elas estão associadas através de equações de conservação. Quando estamos no caso discretizado, estas variáveis estão ordenadas grid por grid e por variável no modelo numérico discreto, formando um único vetor de longitude N :

Denote-se por: $\text{Cov}[\epsilon_{i1}(t, \mathbf{r})(\epsilon_{i2}(\tau, \mathbf{r}_i))^T] = \langle \epsilon_{i1}(t, \mathbf{r}), (\epsilon_{i2}(\tau, \mathbf{r}_i))^T \rangle$ onde $i1, i2$

denota uma das variáveis T, S, u ou v . Logo:

$$K(\tau, t, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) = \text{Cov}[\theta(t, \mathbf{r})(\theta(\tau, \mathbf{r}_i))^T] =$$

$$\begin{bmatrix} \langle \epsilon_T(t, \mathbf{r})\epsilon_T(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_T(t, \mathbf{r})\epsilon_S(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_T(t, \mathbf{r})\epsilon_u(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_T(t, \mathbf{r})\epsilon_v(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle \\ \langle \epsilon_S(t, \mathbf{r})\epsilon_T(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_S(t, \mathbf{r})\epsilon_S(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_S(t, \mathbf{r})\epsilon_u(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_S(t, \mathbf{r})\epsilon_v(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle \\ \langle \epsilon_u(t, \mathbf{r})\epsilon_T(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_u(t, \mathbf{r})\epsilon_S(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_u(t, \mathbf{r})\epsilon_u(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_u(t, \mathbf{r})\epsilon_v(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle \\ \langle \epsilon_v(t, \mathbf{r})\epsilon_T(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_v(t, \mathbf{r})\epsilon_S(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_v(t, \mathbf{r})\epsilon_u(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle & \langle \epsilon_v(t, \mathbf{r})\epsilon_v(\tau, \mathbf{r}_i) \rangle \end{bmatrix}$$

Se N é o número de pontos da grade e p o número de observações no instante τ para as 4 variáveis tem-se matrizes de covariância da ordem $(4N) \times (4p)$. O número de pontos de grade do MOM3 é da ordem de $N = 7 \times 10^4$ o que dá uma idéia do gasto computacional necessário.

Um problema que se apresenta nesta formulação é que seria necessário resolver K para todos os pares de pontos da grade. Inverter matrizes e este processo é caro. As condições iniciais não são conhecidas e se colocarmos valores arbitrários, isto influenciará no resultado final.

Neste trabalho é considerada somente a temperatura como processo difusivo, ela é tratada de forma independente das outras variáveis, assim considera-se 3.37 como unidimensional.

A covariância entre os erros da temperatura será calculada utilizando a seguinte identidade:

$$P^f(t, \mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = E\theta^f(t, \mathbf{r})\theta^f(t, \mathbf{r}_i) - E\theta^f(t, \mathbf{r})E\theta^f(t, \mathbf{r}_i)$$

$$= \int_{\mathbb{R}^2} s_1 s_2 p(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 - \left\{ \int_{\mathbb{R}^2} s_1 p(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 \right\} \left\{ \int_{\mathbb{R}^2} s_2 p(t, s_1, s_2) ds_1 ds_2 \right\}$$

$$(3.46)$$

onde $p(t, s_1, s_2)$ é a função de probabilidade conjunta no instante t do par $s_1 = \theta(t, \mathbf{r}_1)$ e $s_2 = \theta(t, \mathbf{r}_2)$. Para achar esta função será utilizada a equação de Fokker-Planck de acordo com o teorema a seguir, cuja demonstração é descrita no Apêndice.

Teorema 3.3.1 *Seja p a probabilidade de transição do processo gerado por 1.13 do*

Apêndice e suponhamos que:

$$\frac{\partial p}{\partial t}, \quad \frac{\partial p f(x, t)}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 [p G^2]}{\partial x^2},$$

existem e são contínuas, então para τ e y fixos tal que $\tau \leq t$ esta densidade de transição $p(x, t; y, \tau)$ cumpre a equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} = - \frac{\partial p(x, t; y, \tau) f(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [p(x, t; y, \tau) G^2(x, t)]}{\partial x^2} \quad (3.47)$$

Com condição inicial:

$$\lim_{t \rightarrow \tau} p(x, t; y, \tau) = \delta(x - y), \quad (3.48)$$

Se $p(x, t; y, \tau)$ é suposto bem comportado (diferenciável) no infinito as condições de contorno são:

$$p(\infty; y, t) = p(-\infty; y, t) = 0 \quad (3.49)$$

Este teorema descreve a probabilidade de transição, porém o interesse está na probabilidade conjunta. Como é notado no apêndice este teorema pode ser utilizado para descrever a evolução da função de densidade de probabilidade do estado $x = (x_1, x_2)^T$ no teorema:

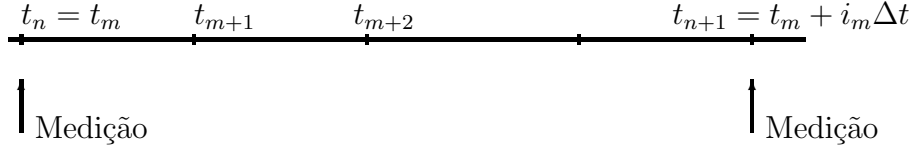
$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial [p f_i]}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial^2 [p (G G^t)_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (3.50)$$

Se $x_1 = \theta(t, \mathbf{r}_1) = s_1$ e $x_2 = \theta(t, \mathbf{r}_2) = s_2$ o teorema é válido para achar como evolui a probabilidade conjunta $p(t, s_1, s_2)$. Isto é utilizado no presente trabalho.

Para resolver a equação para a probabilidade de conjunta $p(t, s_1, s_2)$ são necessários o conhecimento do vetor f e da matriz G . Porém não temos estas funções de forma explícita, elas serão obtidas a partir das relações 1.31, 1.32 do Apêndice, considerando os erros de temperatura em relação às médias no espaço da temperatura oferecida pelo modelo, em cada nível independente e a cada passo de tempo.

3.3.1 Cálculo numérico do vetor deriva f e da matriz de difusão G

Os valores das medições são interpoladas temporalmente para passos correspondente à discretização do modelo. No caso deste trabalho, o tamanho dos intervalos entre uma medição e outra é maior que os do modelo, isto é, o número de passos de tempo do modelo (n_{mod}) no período em que é feita assimilação é maior que os das observações ($n_{mod} \gg n_{med}$), no entanto, poderia ocorrer o contrário.



Para o cálculo aproximado de f consideremos $h = t_{n+1} - t_n$ entre dois passos onde houve observação . Seja denotado como:

$$\bar{u} = (u_i, u_j)^T = (\theta(t_{n+1}, \mathbf{r}_i), \theta(t_{n+1}, \mathbf{r}_j))^T; \quad \bar{s} = (s_i, s_j)^T = (\theta(t, \mathbf{r}_i), \theta(t, \mathbf{r}_j))^T.$$

para dois pontos de grade arbitrários \mathbf{r}_i e \mathbf{r}_j . Por 1.31 do Apêndice temos:

$$f(t, \zeta) = \frac{1}{h} E(\bar{u} - \bar{s} | \bar{s}(t) = \zeta) \quad (3.51)$$

Para h pequeno, a aproximação de f no instante t_n :

$$f(t_n, \bar{s}) = \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\bar{u} - \bar{s}) p(\bar{u} | \bar{s}) d\bar{u}, \quad (3.52)$$

onde $p(\bar{u} | \bar{s})$ indica a probabilidade condicional de \bar{u} dado \bar{s} . Considerando que os erros não podem ser muito grandes e a probabilidade condicional é limitada, podemos limitar os erros dentro de um intervalo finito $[-L, L]$ com $L > 0$. Logo:

$$f(t_n, s_i, s_j) = \frac{1}{h} \int_{-L}^L \int_{-L}^L \left[\begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} s_i \\ s_j \end{pmatrix} \right] p(\bar{u} | \bar{s}) d\bar{u}, \quad (3.53)$$

Para cada passo de assimilação deve-se achar f_n e G_n . Para isso considere os erros em relação ao modelo:

$$\begin{aligned} s_i &= T_n(\mathbf{r}_i) - \langle T_n \rangle \\ s_j &= T_n(\mathbf{r}_j) - \langle T_n \rangle \\ u_i &= T_{n+1}(\mathbf{r}_i) - \langle T_{n+1} \rangle \\ u_j &= T_{n+1}(\mathbf{r}_j) - \langle T_{n+1} \rangle \end{aligned}$$

$\langle T_n \rangle$ é o promedio espacial aritmético da temperatura entre todos os pontos da grade no instante t_n , e $T_n(\mathbf{r})$ é a temperatura dada pelo modelo no instante t_n no ponto \mathbf{r} . O espaço de fase considerado neste trabalho é limitado em $\Omega = [-6.5, 6.5] \times [-6.5, 6.5]$, isto é $L = 6.5^\circ C$ pois espera-se que a variabilidade do erro no oceano em relação ao erro médio não exceda a $6.5^\circ C$ em valor absoluto.

A discretização da integral em 3.53 é feita pelo método do trapézio. O vetor de deriva pode ser aproximado por:

$$f(t_n, s_i, s_j) = \frac{1}{h} \sum_{l \in \hat{I}} \sum_{k \in \hat{K}} [\bar{u}^* - \bar{s}] p(\bar{u} \in I | \bar{s} \in J)$$

onde $J = J_i \times J_j$ e $I = I_k \times I_l$ denotam produto cartesiano, \bar{u}^* denota o ponto médio do intervalo especificado, $\hat{K} = \{1, \dots, n_k\}$, $\hat{I} = \{1, \dots, n_l\}$ e n_k, n_l denotam o número de elementos da partição. respectivamente, $p(\bar{u} \in I | \bar{s} \in J)$ indica probabilidade de \bar{u} estar no intervalo I dado que \bar{s} está no intervalo J .

De forma similar, é calculada a aproximação da matriz de difusão G :

$$G_h(t_n, s_i, s_j) = \frac{1}{h^2} \sum_{l \in \hat{I}} \sum_{k \in \hat{K}} [\bar{u}^* - \bar{s}] [\bar{u}^* - \bar{s}]^T p(\bar{u} \in I | \bar{s} \in J),$$

Foi considerada a técnica de histograma para achar $p(\bar{u} \in I | \bar{s} \in J)$. Para isso denotemos por:

$$\begin{aligned} J_n &= \{(i, j) \mid (T(t_n, \mathbf{r}_i), T(t_n, \mathbf{r}_j)) \in J_i \times J_j\} \\ J_{n+1} &= \{(i, j) \in J_n \mid (T(t_{n+1}, \mathbf{r}_i), T(t_{n+1}, \mathbf{r}_j)) \in I_l \times I_k\} \end{aligned}$$

J_n é o conjunto de índices tal que em t_n o erro da temperatura esteve no intervalo I_k e J_{n+1} o subconjunto de índices de J_n tal que num instante posterior t_{n+1} o erro da temperatura esteve no intervalo I_l . Para dois intervalos fixos I_k e I_l denote-se por $p_n = \text{card}(J_n)$ e $p_{n+1} = \text{card}(J_{n+1})$ as cardinalidades (ou, neste caso, número de elementos) dos conjuntos J_n e J_{n+1} respectivamente. Logo a probabilidade condicional é calcular por:

$$p(\bar{u} \in I_k | \bar{s} \in I_l) = \frac{p_{n+1}}{p_n}$$

3.3.2 Método para resolver a equação de Fokker Planck

O método direções alternadas (ADI) foi considerado para resolver esta equação com uma variante para acelerar a convergência. Na equação de FP o vetor f de deriva e a matriz G de difusão se mantém constantes através da integração no intervalo t_n a t_{n+1} .

p^{n+1} é calculado em forma iterativa, p em cada intervalo de tempo $[t_n, t_{n+1}]$ é a condição inicial isto é $p = p^n$. É por isso é realizado um método iterativo para sua solução:

$$\begin{aligned} \frac{p^{l+1/2} - p}{\tau} &= \frac{1}{2}[(G_{11}p)_{\hat{x}\hat{x}}^{l+1/2} + 2(G_{12})_{\hat{x}\hat{y}}^l + (G_{22}p)_{\hat{y}\hat{y}}^l] + (f_1p)_{\hat{x}}^l + (f_2p)_{\hat{y}}^l \\ \frac{p^{l+1} - p}{\tau} &= \frac{1}{2}[(G_{11}p)_{\hat{x}\hat{x}}^{l+1/2} + 2(G_{12})_{\hat{x}\hat{y}}^l + (G_{22}^{l+1})_{\hat{y}\hat{y}}] + (f_1p)_{\hat{x}}^l + (f_2p)_{\hat{y}}^l \end{aligned}$$

l denota o número de iteração; $p^{l+1/2}$ e um valor intermediario como podemos observar a primeira equação em diferencias reduz-se a resolver os seguintes problemas:

Problema 1

$$\begin{aligned} \frac{\omega - p}{\tau} &= \frac{1}{2}[G_{11}\omega]_{\hat{x}\hat{x}} + f_1 \\ \omega(0) &= p \\ \omega(t, x_0) &= \omega(t, x_n) = 0 \end{aligned}$$

Problema 2

$$\frac{p^l - p}{\tau} = \frac{1}{2}[(G_{22}p)_{\hat{y}\hat{y}}]^{l+1} + f_2$$

onde as notações:

$$\begin{aligned}
 p_x &= \frac{p_{i+1,j} - p_{ij}}{h_1}, \\
 p_{\bar{x}} &= \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{h_1}, \\
 p_{\hat{x}x} &= \frac{p_{i-1,j} - 2p_{ij} + p_{i+1,j}}{h_1^2}, \\
 p_{\hat{x}} &= \frac{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}{h_1}
 \end{aligned}$$

A função δ de Dirac é aproximada por:

$$\delta(s_1, s_2) \simeq \frac{1}{2\pi k^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2k}(s_1^2 + s_2^2)\right)$$

para algum parâmetro k pequeno.

3.3.3 Algoritmo

1. Calcular numericamente MOM3 os valores de T_n , em $t \in [t_n, t_{n+1}]$.
2. Calcular campos com média zero no instante t_n .
3. Calcular $f(t_n)$, $G(t_n)$. utilizando os campos do modelo e a técnica de histograma.
4. Calcular $p(t, \bar{s})$ utilizando a equação de Fokker-Planck.
5. Calcular a covariância entre os pontos de observação.
6. Calcular a covariância entre pontos da grade e pontos de observação usando interpolação linear.
7. Calcular o vetor α .
8. Determinar a estimativa de T_n .

3.4 Correção da salinidade

Os problemas poderiam apresentar-se no primeiro nível, onde a temperatura da análise poderia ser maior que antes da assimilação, neste caso, a salinidade não foi

modificada. A suposição que existe uma relação local entre T e S do modelo, permite fazer esta atualização. Aqui, as mesmas configurações do experimento Tassim são empregadas, mas a salinidade é corrigida em cada passo de assimilação assumindo uma relação local entre T e S definida nos condições de *background* antes da assimilação. A correção de salinidade segue o seguinte processo para cada ponto do domínio horizontal onde é realizada assimilação:

- a) Uma vez obtida a análise da temperatura T_a , procuram-se os níveis z_1 e z_2 no perfil vertical de temperatura de *background* T_b tal que:

$$T_a \in [T_b(z_1), T_b(z_2)]; \quad (3.54)$$

- b) Calcula-se a razão δ_z :

$$\delta_z = \frac{T_a - T_b(z_2)}{T_b(z_1) - T_b(z_2)}; \quad (3.55)$$

- c) Corrige-se a salinidade com a razão do passo anterior e a salinidade de *background*, de tal forma que a nova salinidade \tilde{S} é dada por:

$$\tilde{S} = S_B(z_2) + \delta(z)(S_B(z_1) - S_B(z_2)); \quad (3.56)$$

- d) Substitui-se T e S no modelo por T_a e \tilde{S} e continua-se a integração.

Capítulo 4

O Modelo Oceânico e Descrição do Spin up

4.1 O Modelo Oceanográfico Global MOM3

O Modular Ocean Model versão 3 (MOM3) é um modelo oceânico global de equações primitivas desenvolvido no GFDL/NOAA Commerce (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory/National Oceanic and Atmospheric Administration) e foi elaborado desenhado com o objetivo de prover uma ferramenta para estudos oceanográficos. O manual e o código FORTRAN estão disponíveis livremente na página do GFDL [28]. Este código representava o estado da arte em modelagem oceânica em 2000. Hoje outros modelos, como o HYCOM e o MOM4 mencionado no capítulo 1, possuem formulação mais complexa.

O MOM3 foi instalado na máquina SGI Origin2000 e na máquina SGI Octane do LNCC. Apenas a versão seqüencial foi implementada no LNCC.

O sistema de equações usadas no MOM3 (PACANOWSKI e GRIFFIES, 2000 [58]) satisfaz os balanços de momentum, massa energia e salinidade em coordenadas esféricas, com as hipótese de Boussinesq, hidrostática, e incompressibilidade de acordo com:

$$u_t + L(u) - \frac{uv \tan \phi}{a} - fv = -\frac{1}{\rho_0 a \cos \phi} P_\lambda + (\kappa_m u_z)_z + F^u \quad (4.1)$$

$$v_t + L(v) + \frac{u^2 \tan \phi}{a} + fu = -\frac{1}{\rho_0 a} P_\phi + (\kappa_m v_z)_z + F^v \quad (4.2)$$

$$T_t + L(T) = (\kappa_h T_z)_z + \nabla \cdot (A_h \nabla T) \quad (4.3)$$

$$S_t + L(S) = (\kappa_h S_z)_z + \nabla \cdot (A_h \nabla S) \quad (4.4)$$

$$w_z = -\frac{1}{a \cos \phi} (u_\lambda + (v \cos \phi)_\phi) \quad (4.5)$$

$$P_z = -\rho g \quad (4.6)$$

$$\rho = \rho(T, S, P) \quad (4.7)$$

onde os termos de fricção, de advecção e de difusão horizontal são dados por

$$F^u = \nabla \cdot (A_m \nabla u) + A_m \left\{ \frac{(1 - \tan^2 \phi) \cdot u}{a^2} - 2 \frac{\sin \phi \cdot v_\lambda}{a^2 \cos^2 \phi} \right\} \quad (4.8)$$

$$F^v = \nabla \cdot (A_m \nabla v) + A_m \left\{ \frac{(1 - \tan^2 \phi) \cdot v}{a^2} - 2 \frac{\sin \phi \cdot u_\lambda}{a^2 \cos^2 \phi} \right\} \quad (4.9)$$

$$L(\alpha) = \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) = \frac{1}{a \cos \phi} (u\alpha)_\lambda + \frac{1}{a \cos \phi} (v\alpha \cos \phi)_\phi + (w \cdot \alpha)_z \quad (4.10)$$

$$\Delta \alpha = \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \alpha_{\lambda\lambda} + \frac{1}{a^2 \cos \phi} (\alpha_\phi \cos \phi)_\phi \quad (4.11)$$

$$f = 2\Omega \sin \phi \quad (4.12)$$

onde λ e ϕ são a longitude e a latitude, respectivamente; a é o raio médio da Terra (6370×10^5 cm); $\mathbf{u} = (u, v, w)$, onde u, v, w são as velocidades zonal, meridional e vertical, respectivamente; f é o parâmetro de Coriolis; Ω é a velocidade angular da Terra; ρ_0 é a densidade de referência, ρ é a densidade potencial; P é a pressão; g é a gravidade média (980.6 cm/s^2); κ_m é o coeficiente de viscosidade vertical, κ_h é o coeficiente de difusão vertical (cm^2/s); A_m é o coeficiente de viscosidade horizontal e A_h é o coeficiente de difusão horizontal (cm^2/s).

O modelo é discretizado em diferenças finitas na grade B de Arakawa, contendo células de T definidas para a locação dos traçadores T e S e células U definidas para as velocidades. Foi utilizada uma resolução horizontal uniforme de 1° nas direções zonal e meridional para um domínio global. Na direção vertical, o modelo foi discretizado em 15 camadas verticais de acordo com a tabela 4.1. O passo de

integração utilizado foi de 4h. Foram implementadas saídas mensais para os campos de temperatura T, u, v , e S . A topografia usada no modelo teve como base os dados do SCRIPPS o qual é interpolada de acordo com a resolução que é definida. Todas as unidades do MOM3 estão em *CGS* (centímetro, gramas, segundo).

4.2 Spin up

A primeira integração, que serve para impôr circulação ao modelo, é chamada de *spin up*. A base de dados utilizada para forçar o MOM3 é composta por dados de topografia, tensão do vento climatológica do HELLERMAN e ROSENSTEIN, 1983 [34] (Hellerman), temperatura climatológica do ar à 2 m de OORT, 1983 [57] (Oort). O modelo foi inicializado em repouso e integrado por um período de 15 anos forçado com médias mensais climatológicas de tensão do vento de Hellerman e temperatura do ar de Oort. As condições iniciais de temperatura e salinidade foram as médias de janeiro de acordo com Levitus 1982. O modelo contém relaxação para os campos de temperatura e salinidade de superfície.

Os dados de tensão do vento de Hellerman são médias mensais coletadas entre 1870-1976, consistindo de 35 milhões de observações cobrindo todo o oceano, definidas numa grade $2^\circ \times 2^\circ$. A Fig. 4.1 apresenta a média anual da tensão de vento de Hellerman.

Os dados de temperatura do ar de Oort possuem cobertura global com resolução horizontal de $5^\circ \times 2.5^\circ$ na longitude e latitude respectivamente. Estes dados são interpolados para a grade do MOM3.

Os valores utilizados para os coeficientes de viscosidade vertical e de difusão vertical são constantes e iguais a $\kappa_m = 10.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ e $\kappa_h = 1. \text{ cm}^2/\text{s}$. Os coeficientes de viscosidade e difusão horizontal são $A_m = 1.42e9$ e $A_h = 1.e7$. A densidade é calculada aplicando-se a equação de estado da UNESCO em função da salinidade pressão e temperatura.

4.3 Validação

Para validar a integração de *spin up* foram utilizados os dados climatológicos de médias mensais de LEVITUS e BOYER, 1998 [48] (Levitus) e campos produzidos

por uma simulação de 20 anos (de 1981-2000) do modelo MOM4-beta2 no GFDL. A resolução horizontal dos dados de Levitus é de 1° na direção latitudinal por 1° na direção longitudinal e 33 níveis verticais, de acordo com a tabela 4.2. O MOM4 está configurado com 2° de resolução na direção zonal, cerca de 1.8° na direção meridional com resolução de $2/3^\circ$ entre $10^\circ S$, $10^\circ N$ e 50 níveis verticais de acordo a tabela 4.3. A validação é feita considerando que a climatologia de Levitus é a mais próxima da realidade.

A Fig. 4.2 apresenta a média anual do campo da temperatura numa região do Atlântico tropical à profundidade de 12.5 m para os dados de Levitus e do MOM3, e à profundidade de 15 m para os dados do GFDL. Os principais padrões de temperatura, em relação aos dados do Levitus, fora de $10^\circ S$, $10^\circ N$, produzidos pelo MOM3 e pelo MOM4 são apresentados. A temperatura do MOM3 na região equatorial foi menor que a de Levitus em $1^\circ C$ e menor que a do MOM4 em $2^\circ C$ com maiores temperaturas menores no lado oeste na região tropical e temperaturas no lado leste. As áreas de ressurgência ao longo da costa da África oeste são bem definidos tanto nos dados como nas simulações do MOM3 e do MOM4.

A Fig.4.3 apresenta cortes verticais da temperatura no Equador ao longo de $50^\circ W$, $10^\circ E$ até uma profundidade de 450 m. A Fig.4.3a apresenta uma termoclina com profundidades máximas de 150 m na região oeste e de 100 m na região leste. Na Fig.4.3b vemos uma termoclina mais profunda com base em aproximadamente 200 m no lado oeste e ainda temperaturas mais quentes que as de Levitus acima de 200 m e mais frias abaixo dos 300 m. O *spin up*, apresenta uma estrutura vertical difusa e sem uma termoclina bem configurada. A temperatura nas camadas superficiais é mais fria que os dados de Levitus e o MOM4 e nas camadas mais profundas é mais quente cerca de 3° .

A Fig. 4.4, similar à Fig. 4.2, apresenta a média anual da salinidade. De acordo com os dados de Levitus há fortes gradientes horizontais na baía de Benguela e no foz do rio Amazonas no Pará. A simulação do GFDL apresenta águas mais salinas que os dados observados na região equatorial e não captura os fortes gradientes nas regiões mencionadas. O *spin up*, simula na superfície um campo mais acurado que o MOM4. Entretanto, cabe lembrar que o MOM3 foi integrado com relaxação para a climatologia de TSM e SSM.

Assim como a estrutura de T , a estrutura vertical salina do MOM3 é também difusa e não produz picnoclina. A Fig. 4.5, similar a Fig. 4.3, apresenta cortes verticais das médias anuais de salinidade. Na Fig. 4.5a podemos ver fortes gradientes verticais de salinidade no lado leste e próximo à costa do Brasil. Salinidades maiores que $36PSU$ estão entre a costa do Brasil e $25^{\circ}W$ entre a superfície e 150 m. Há um gradiente zonal de salinidade bem marcante, de forma que no lado leste da bacia a salinidade atinge valores menores que $35.PSU$. A salinidade decresce monotonicamente com a profundidade. Salinidade maior no lado oeste que o lado leste e com salinidade decrescendo com a profundidade. Entretanto, várias diferenças podem ser observadas. O campo do MOM4 produz a região da picnoclina mais acurada que o MOM3; os máximos de salinidade do MOM4 são maiores que os dos dados de Levitus e os do MOM3 menores. As principais deficiências de salinidade do MOM3 é, assim como na estrutura vertical de temperatura, a produção de um campo difuso e muito suave e com salinidade maior que os dados de Levitus em quase todo o domínio.

Devido ao fato de que dados climatológicos de correntes não estão disponíveis, utilizou-se para a validação das correntes do *spin up*, unicamente a integração climatológica do MOM4/GFDL. A Fig. 4.6 apresenta médias anuais das correntes do MOM4 e do MOM3 na região compreendida entre $100^{\circ}W$, $20^{\circ}E$ zonais e $45^{\circ}S$ e $45^{\circ}N$. O campo do MOM3 apresenta diferenças substanciais em relação ao campo do MOM4. As correntes zonais do MOM3 no equador são mais fracas que a do MOM4 e, em $5^{\circ}S$ e $5^{\circ}N$, o componente meridional do MOM3 é bem mais intenso que o do MOM4. Ainda a CCNE do MOM4 aparece bem definida entre $5^{\circ}N$ e $10^{\circ}N$ enquanto o MOM3 produz apenas uma contra corrente fraca no leste da bacia. Apesar dessas diferenças, o MOM3 reproduz padrões de larga escala observados, como a CB, a corrente das Malvinas, a corrente do Golfo e os giros subtropicais.

A Fig.4.7 na mesma região que a Fig. 4.3 apresenta cortes verticais da média anual da velocidade zonal (Fig. 4.7a-b) e meridional (Fig.4.7c-d), das saídas do MOM4/GFDL e do *spin up*. A velocidade zonal do GFDL é mais intensa que a produzida pelo *spin up* na superfície e na região da corrente sub-superficial sul equatorial. As maiores diferenças no extremo oeste do equador, onde o campo do MOM4/GFDL tem correntes negativas e as do *spin up* próximas do zero. As

velocidades entre 50 m e 100 m na Fig.4.7a são até duas vezes maiores que na Fig.4.7b. Na Fig. 4.7c a velocidade meridional é positiva no extremo oeste da bacia, perto da superfície. Elas estendem-se até $35^{\circ}W$ e entre $25^{\circ}W$ e $10^{\circ}E$, na Fig.4.7d elas estendem-se continuamente desde a costa do Brasil até a costa da Africa. Entre $45^{\circ}W$ e $38^{\circ}W$ a saída do MOM4/GFDL apresenta velocidades positivas. Este padrão aparece deslocado e com menor velocidade na saída do *spin up*. Entre 50 m e 100 m de profundidade ambos experimentos apresentam similaridades.

A Fig. 4.8 apresenta o ciclo anual de médias mensais de temperatura da saída do MOM4/GFDL, do MOM3 e dos dados de Levitus para duas regiões opostas no Atlântico equatorial, uma região está entre $04^{\circ}S-04^{\circ}N$ e $45^{\circ}W-30^{\circ}W$ e a outra entre $04^{\circ}S-04^{\circ}N$ e $10^{\circ}W-10^{\circ}E$. As médias foram calculadas nos primeiros 65 m de profundidade para os dados do MOM4 e para os 62.5 m de profundidade para os dados de Levitus e *spin up*. Na Fig. 4.8a é apresentada a evolução do lado oeste, o ciclo anual para os dados do Levitus apresenta uma máxima amplitude de $1.5^{\circ}C$, mostra que o MOM3 produziu no lado oeste um ciclo anual com pico de $26^{\circ}C$ em maio e mínimo de $25^{\circ}C$ em setembro. A diferença com os dados de Levitus são de aproximadamente $1^{\circ}C$ em maio e $2^{\circ}C$ em setembro. Em relação aos dados do MOM4, os dados do Levitus são menores em mais de $1^{\circ}C$ quando acontece o máximo e a partir do mês de julho a diferença é menor.

A Fig.4.8b mostra que no lado leste da bacia o ciclo anual tem uma amplitude maior que no lado oeste. O MOM3 captura esta variabilidade, mas produz uma amplitude menor que os dados de Levitus e o MOM4 e valores menores em todos os meses. O máximo do MOM3 ocorre em abril e é cerca de $2^{\circ}C$ menor que os dados de Levitus e as saídas do MOM4. O mínimo é atingido em agosto-setembro e é de cerca de $1^{\circ}C$ menor que os mínimos dos dados de Levitus e do MOM4 em agosto. Uma explicação, pelo menos parcial, para as menores temperaturas do MOM3 é devido ao fato do MOM3 não ter sido forçada com fluxos de radiação de onda curta, que são observadas na superfície o aquece.

A Fig.4.9 similar a Fig.4.8 para a salinidade. Fig. 4.9a apresenta a evolução da salinidade média do lado oeste. A salinidade do Levitus mostra um ciclo variável mas com curtas amplitudes, ambos GFDL e *spin up* com variações suaves ao longo de todo o ano e variações menores que $0.1PSU$, não conseguem acompanhar o ciclo

de Levitus. Na Fig. 4.9b o Levitus também apresenta variações irregulares ao longo do ano, o GFDL apresenta salinidade maiores que as do Levitus em até $0.6PSU$, em março, e o *spin up* até em $0.4PSU$ em julho.

Podemos concluir que para as regiões seleccionadas, a temperatura do GFDL se aproximou melhor aos dados de Levitus, não entanto, para o campo de salinidade, o *spin up* apresentou melhores resultados.

Após apresentadas duas simulações independentes, é possível concluir que ambas integrações não representaram a climatologia do Levitus, apresentando o *spin up* menor precisão que o GFDL, isto só afirma a importância de assimilar dados para melhorar modelos com baixa resolução no espaço e no tempo. Obviamente isto não fará com que o modelo resolva fenômenos de escala menor do que a utilizada, o ganho será em relação ao tempo computacional.

TABELA 4.1: Profundidade (m) dos 15 níveis do MOM3.

Nível	Prof. (m)	Nível	Prof. (m)
1	12.5	9	748.76
2	37.5	10	1181.16
3	62.5	11	1748.76
4	87.5	12	2446.08
5	112.5	13	3257.14
6	156.75	14	4156.74
7	257.15	15	5112.5
8	446.08		

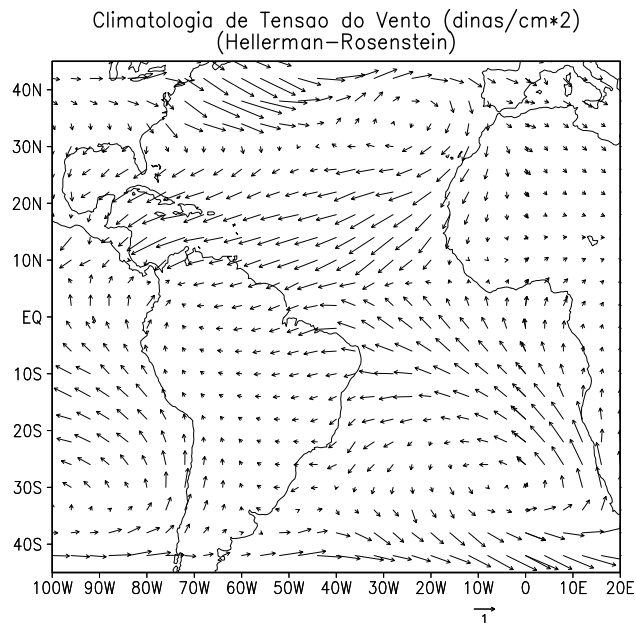


FIGURA 4.1: Média anual da tensão do vento climatológica de Hellerman e Rosenstein.

TABELA 4.2: Profundidade (m) dos 33 níveis dos dados de Levitus.

Nível	Prof. (m)	Nível	Prof. (m)	Nível	Prof. (m)
1	0	12	300	23	1400
2	10	13	400	24	1500
3	20	14	500	25	1750
4	30	15	600	26	2000
5	50	16	700	27	2500
6	75	17	800	28	3000
7	100	18	900.0	29	3500
8	125	19	1000.0	30	4000
9	150	20	1100.0	31	4500
10	200	21	1200	32	5000
11	250	22	1300	33	5500

TABELA 4.3: Profundidade (m) dos 50 níveis de temperatura do MOM4 (GFDL).

Nível	Prof. (m)	Nível	Prof. (m)	Nível	Prof. (m)
1	5	18	175	35	1007.26
2	15	19	185	36	1175.83
3	25	20	195	37	1364.41
4	35	21	205	38	1572.97
5	45	22	215	39	1801.28
6	55	23	225	40	2048.83
7	65	24	236.123	41	2314.88
8	75	25	250.6	42	2598.46
9	85	26	270.621	43	2898.37
10	95	27	298.305	44	3213.21
11	105	28	335.676	45	3541.4
12	115	29	384.634	46	3881.2
13	125	30	446.937	47	4230.6
14	135	31	524.17	48	4587.7
15	145	32	617.736	49	4950.4
16	155	33	728.828	50	5316.4
17	165	34	858.42		

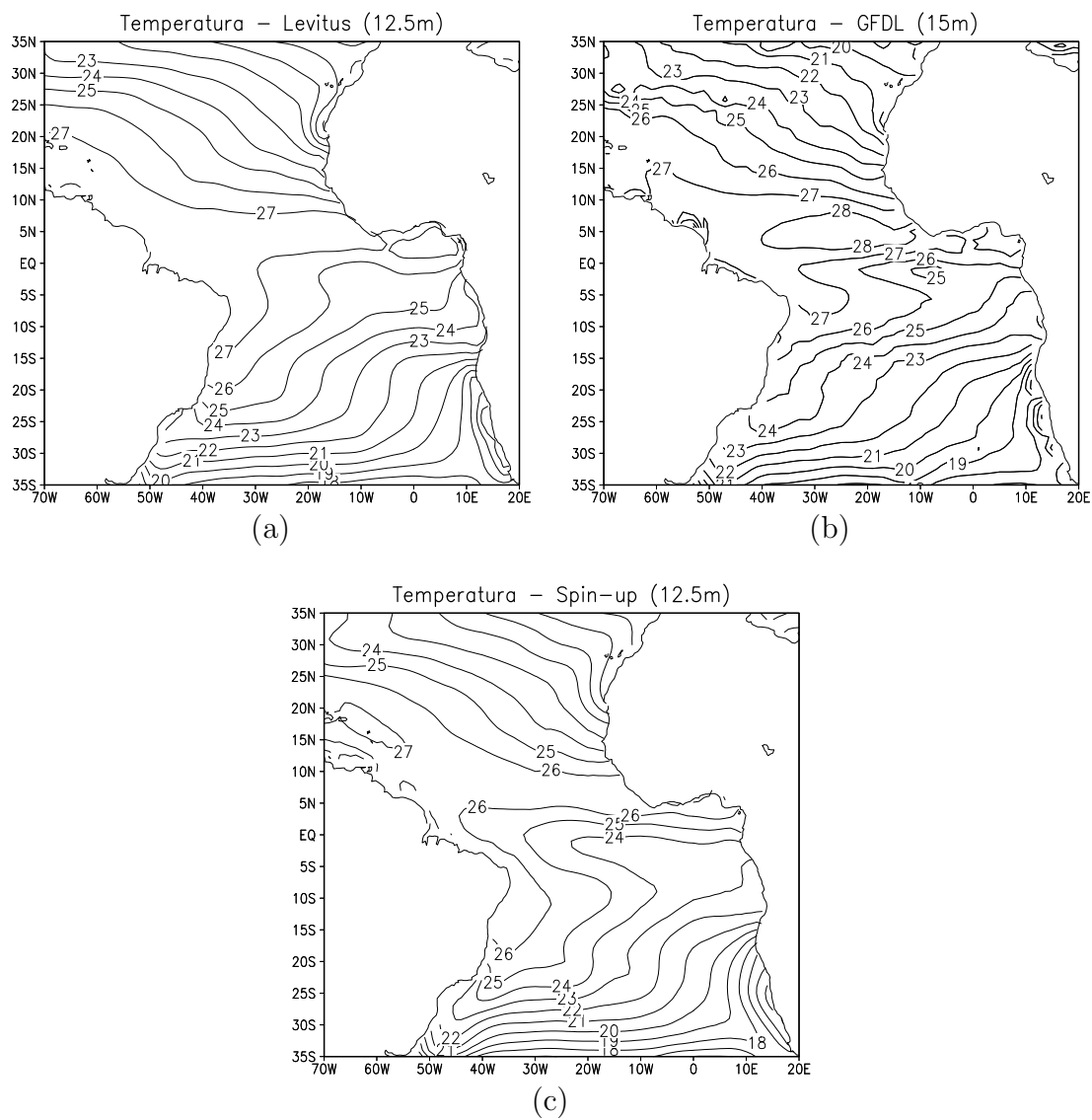


FIGURA 4.2: Médias anuais dos campos de temperatura ($^{\circ}C$) no Atlântico tropical de acordo com: (a) dados de Levitus à 12.5 m de profundidade (b) MOM4/GFDL a uma profundidade de 15 m e (c) *spin up* do MOM3 a uma profundidade de 12.5 m.

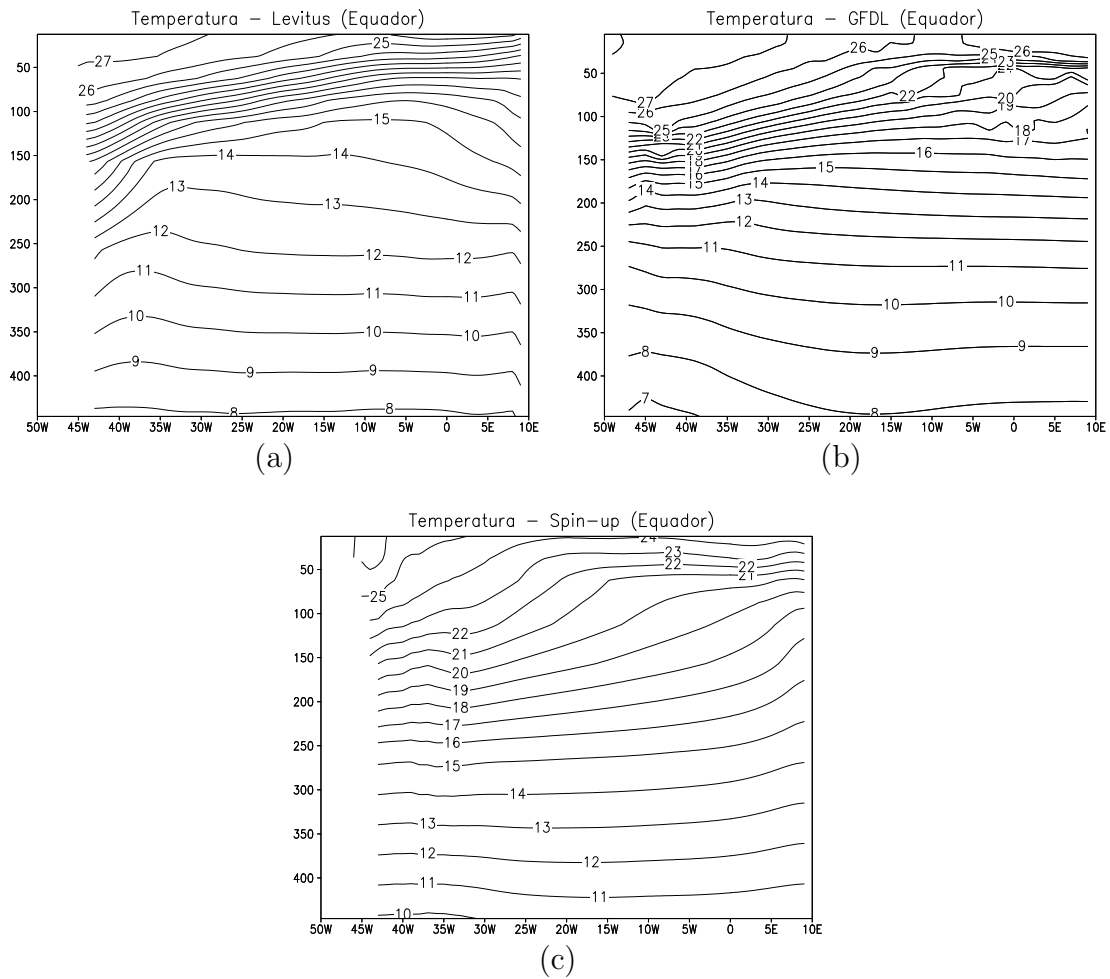


FIGURA 4.3: Seções verticais de médias anuais de temperatura ($^{\circ}C$) ao longo do Equador, entre $50^{\circ}W$ e $10^{\circ}E$ até aproximadamente 450 m de profundidade. As temperaturas foram produzidas por (a) dados de Levitus, (b) MOM4/GFDL e (c) *spin up* do MOM3. Os intervalos dos contornos são de $1^{\circ}C$.

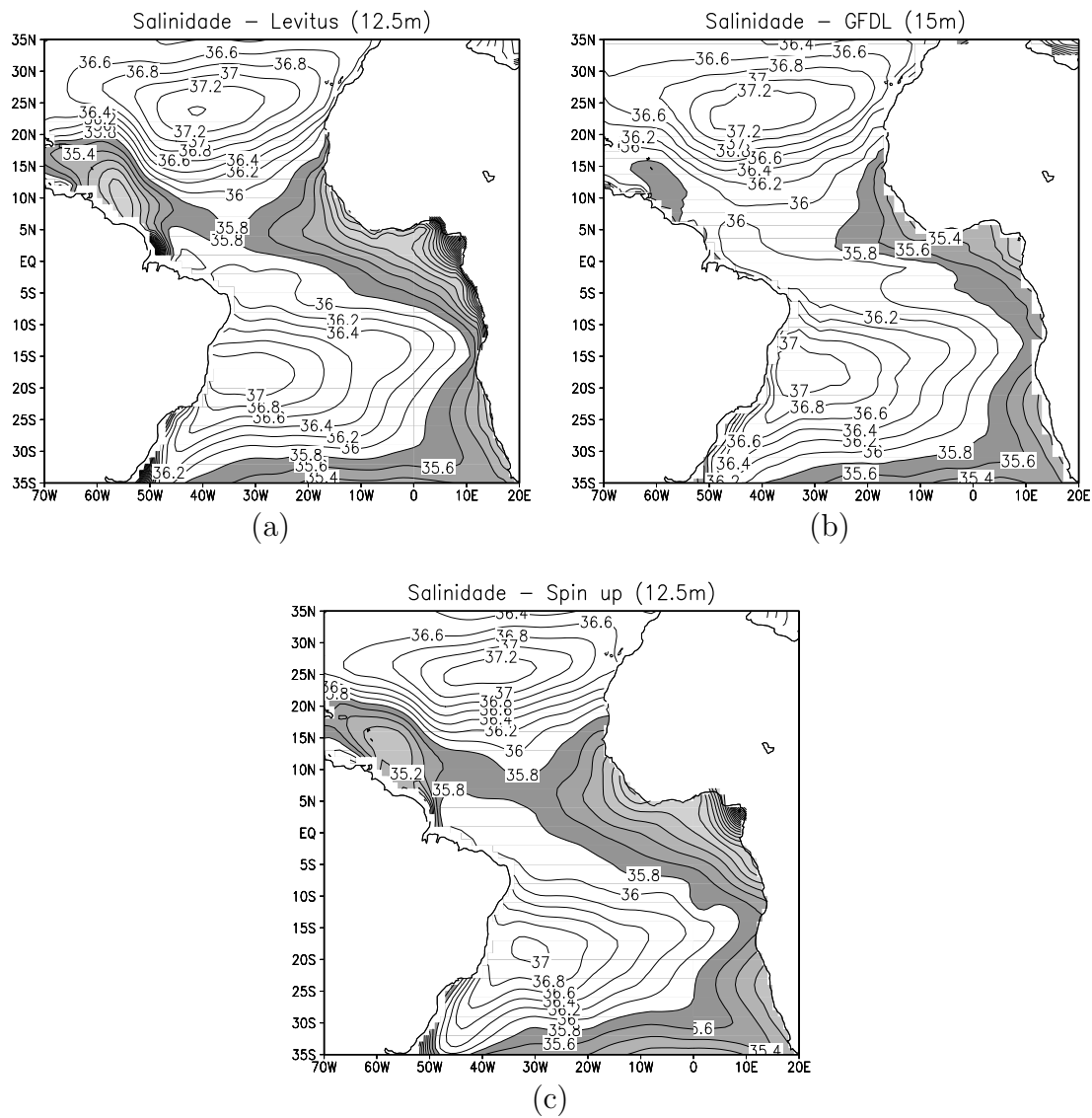


FIGURA 4.4: Similar à figura 4.2 para a salinidade (PSU). Salinidades produzidas pelo (a) dados de Levitus à 12.5 m de profundidade, (b) MOM4/GFDL à 15 m de profundidade e (c) *spin up* do MOM3 à 12.5 m de profundidade. Os intervalos dos contornos são de 0.1 PSU.

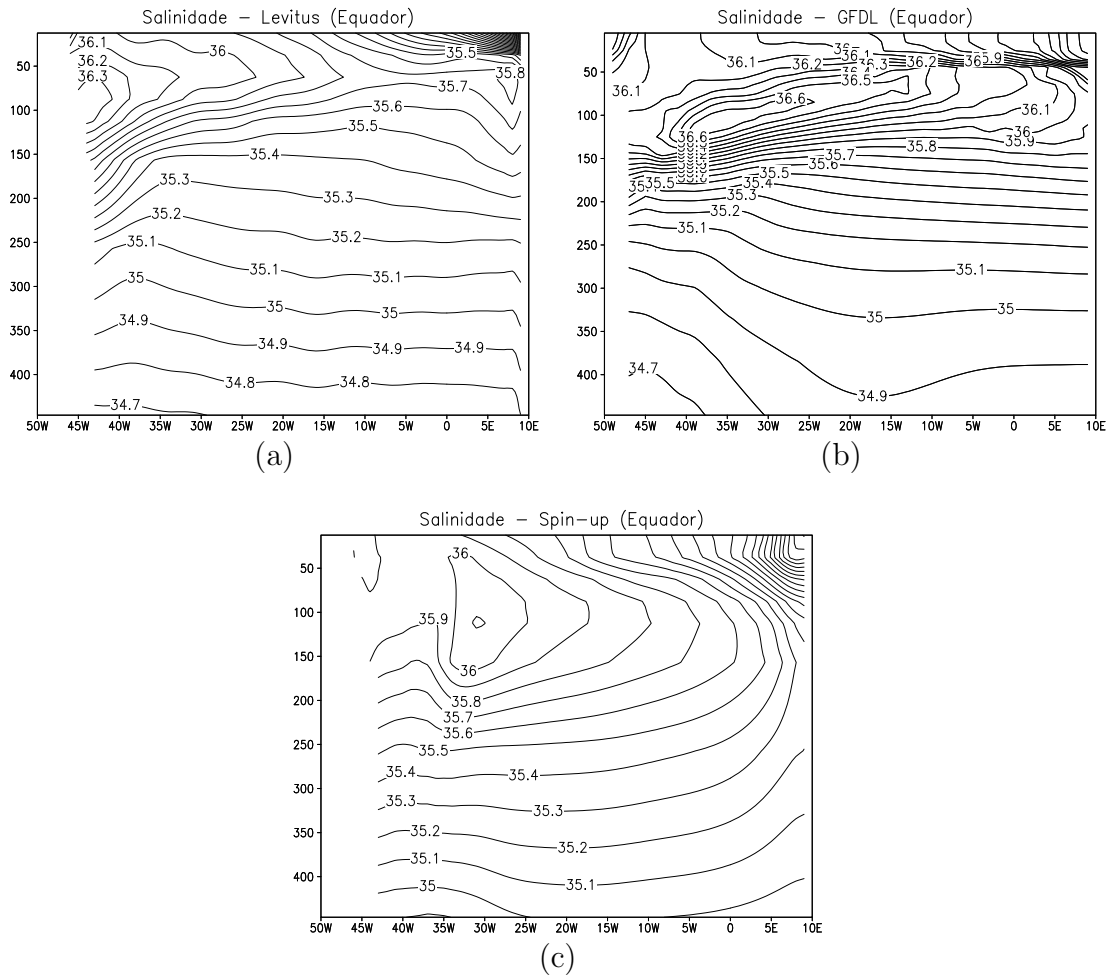
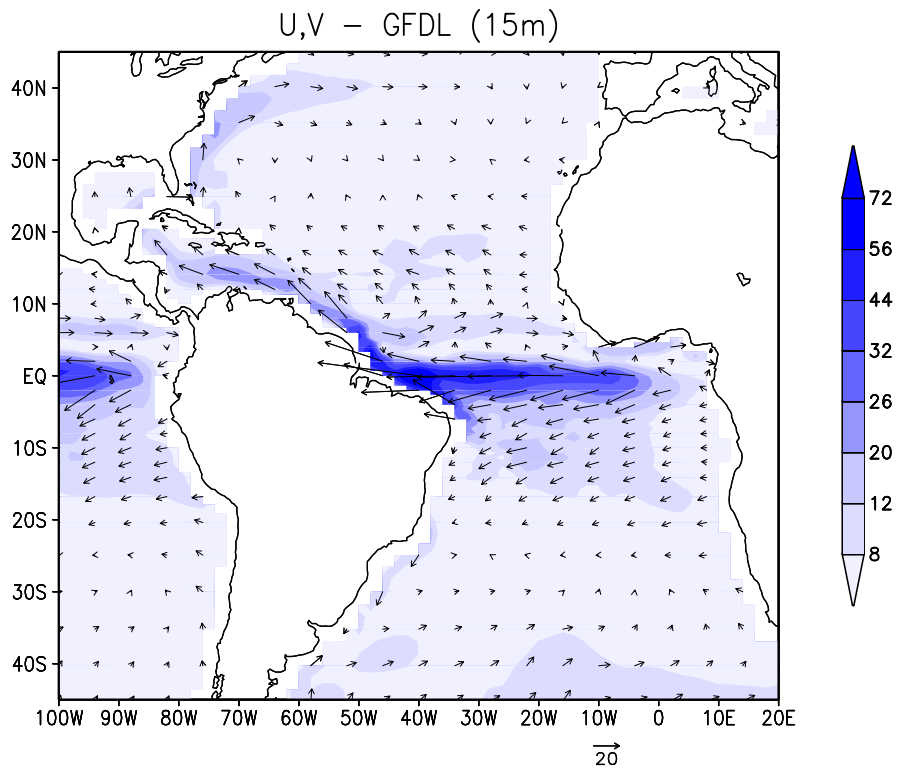
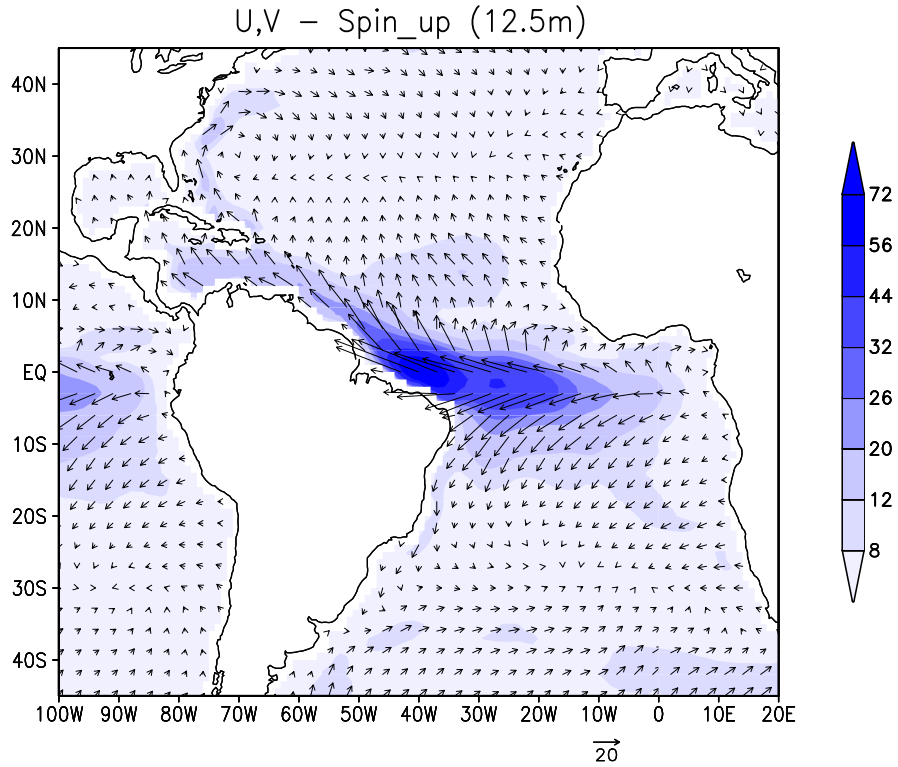


FIGURA 4.5: Similar à figura 4.3 para a salinidade (PSU). Salinidades produzidas pelo (a) dados de Levitus, (b) GFDL e (c) *spin-up*. Os intervalos dos contornos são de 0.1 PSU.



(a)



(b)

FIGURA 4.6: Média anual para as direções e intensidades dos campos de correntes (cm/s) produzidas pelo (a) GFDL à 15 m de profundidade; (b) *spin up* à 12.5 m de profundidade.

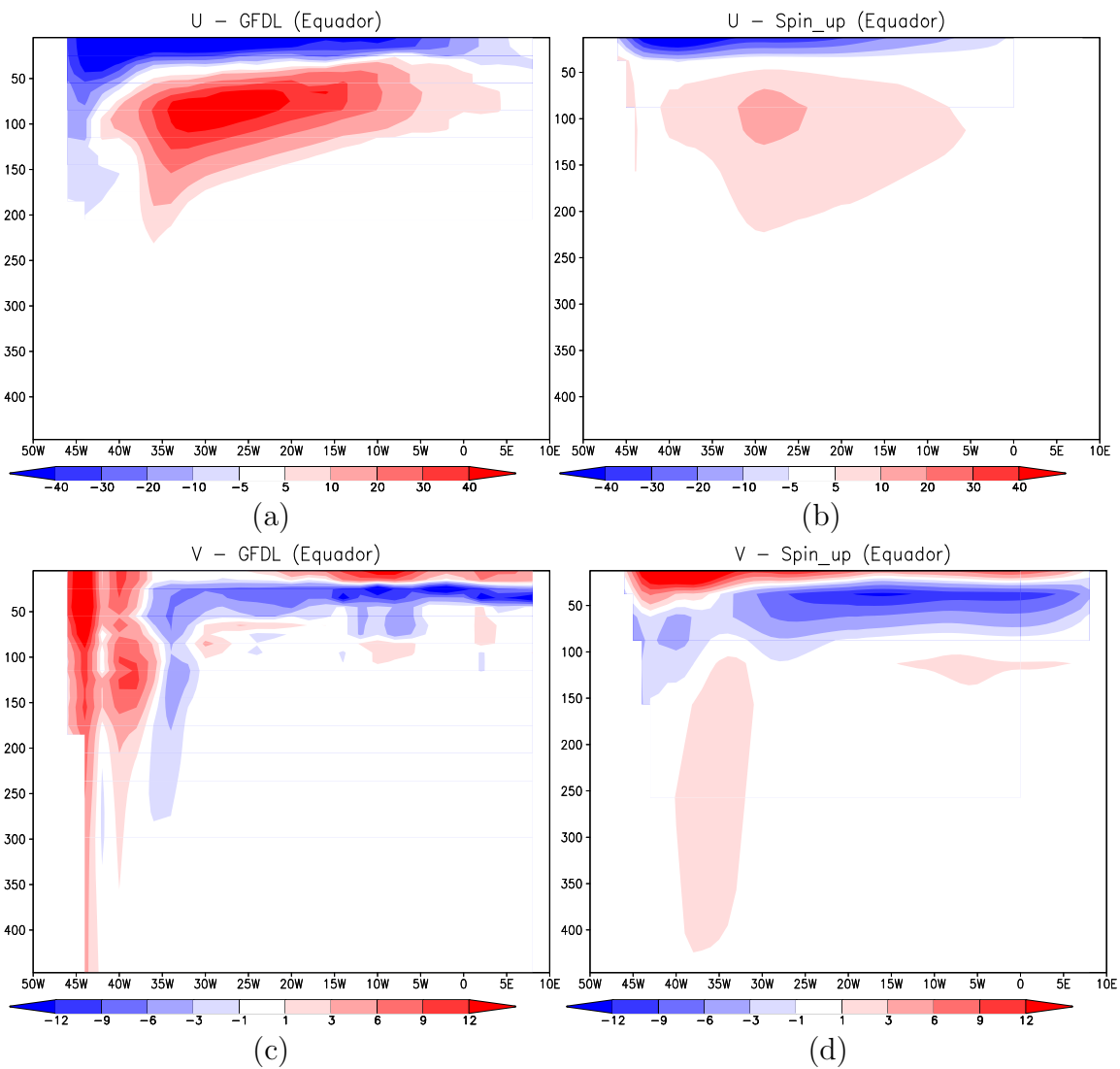


FIGURA 4.7: Seções verticais ao longo do Equador para a média anual das velocidades (cm/s): (a) zonal produzida pelo GFDL, (b) zonal produzida pelo *spin up*, (c) meridional produzida pelo GFDL, (d) meridional produzida pelo *spin up*.

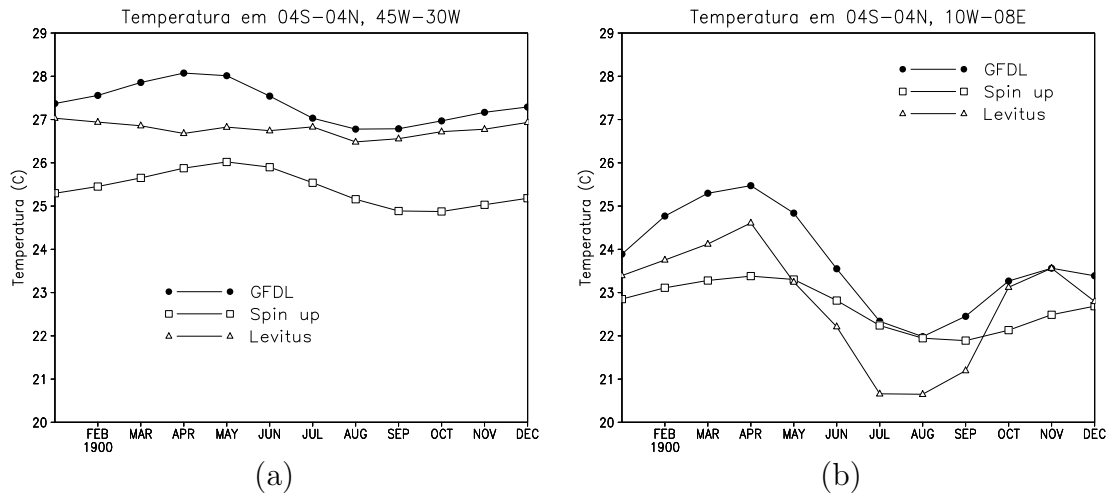


FIGURA 4.8: Ciclo anual da média mensal de temperatura na (a) região oeste do Atlântico tropical entre $04^{\circ}S$ - $04^{\circ}N$, $45^{\circ}W$ - $30^{\circ}W$ (b) região leste do Atlântico tropical entre $04^{\circ}S$, $04^{\circ}N$ e $10^{\circ}W$, $08^{\circ}E$. Foram feitas médias para os primeiros 62.5 m para o *spin up* e os dados de Levitus e os primeiros 65 m para a temperatura produzida pelo GFDL.

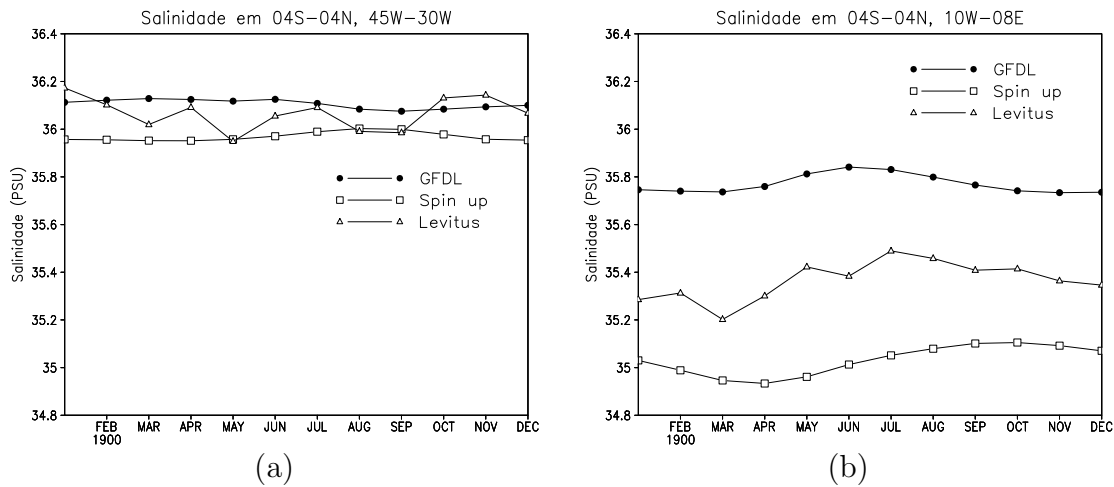


FIGURA 4.9: Similar à figura 4.8 para a salinidade. (a) região oeste do Atlântico tropical entre $04^{\circ}S$, $04^{\circ}N$ e $45^{\circ}W$, $30^{\circ}W$, (b) região leste do Atlântico tropical entre $04^{\circ}S$, $04^{\circ}N$ e $10^{\circ}W$, $08^{\circ}E$. Foram feitas médias para os 62.5 m de profundidade para o *spin up* e os dados de Levitus e os 65 m de profundidade para a temperatura produzida pelo GFDL.

Capítulo 5

Experimentos

5.1 Ciclo de assimilação

Antes de serem descritos os experimentos são mostrados dois diagramas de fluxo correspondentes aos programas de assimilação para os métodos com pesos prescritos e para a técnica de assimilação FP. Tais métodos foram implementados de forma independente e em seguida inseridos no programa principal do MOM3, chamado **driver.F**. O arquivo de dados observados é lido no programa de assimilação correspondente. Uma vez prontas as análises são então repassadas ao MOM3 para a continuação da integração. Os métodos foram implementados para assimilação univariada de temperatura ou salinidade. Quando é realizada assimilação de ambos temperatura e salinidade as análises objetivas são calculadas independentemente no mesmo passo de integração do modelo. Todas as assimilações são feitas em forma independente em cada nível do modelo, de forma que sua influência nos níveis inferiores é feita somente através dos parâmetros de difusão vertical e a dinâmica do modelo. Os incrementos da análise são feitos deixando os campos de correntes (u, v) inalterados no passo de assimilação. As correntes são alteradas pela assimilação através da dinâmica do modelo.

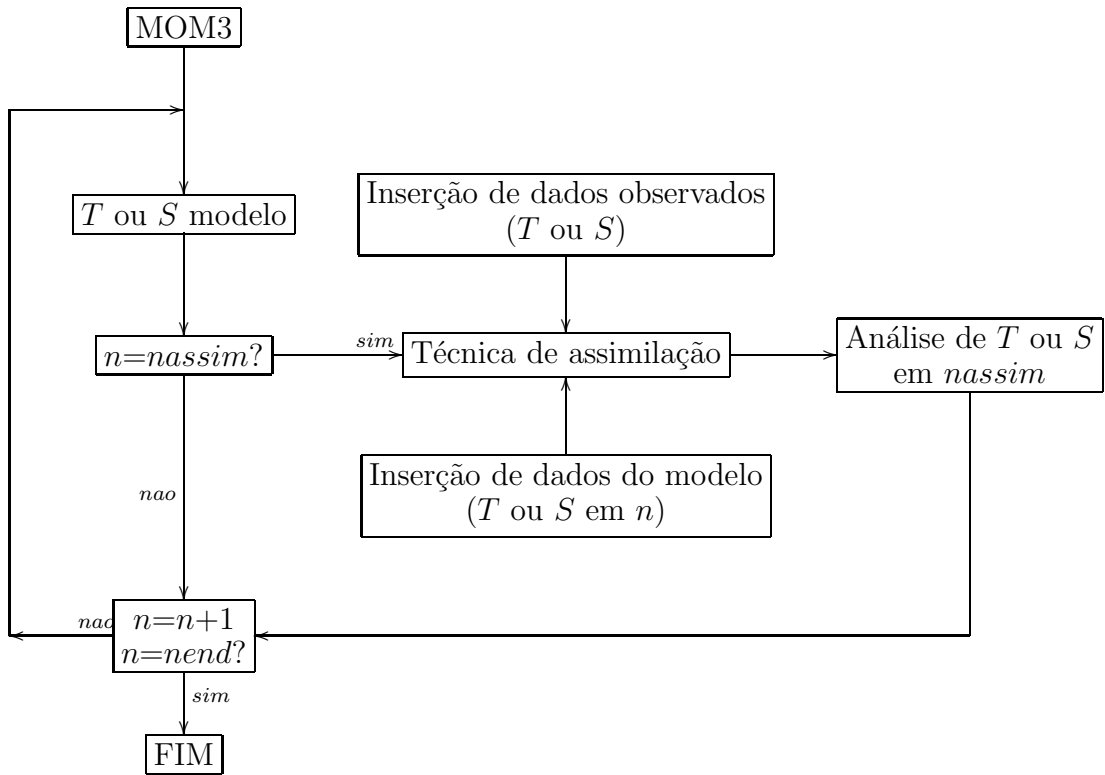


FIGURA 5.1: Ciclo de assimilação para os métodos com pesos prescritos. n é número de incrementos de tempo já realizados na integração do modelo; n_{assim} é o instante de tempo onde assimilação é realizada, n_{end} é o instante de tempo em que será finalizada a assimilação.

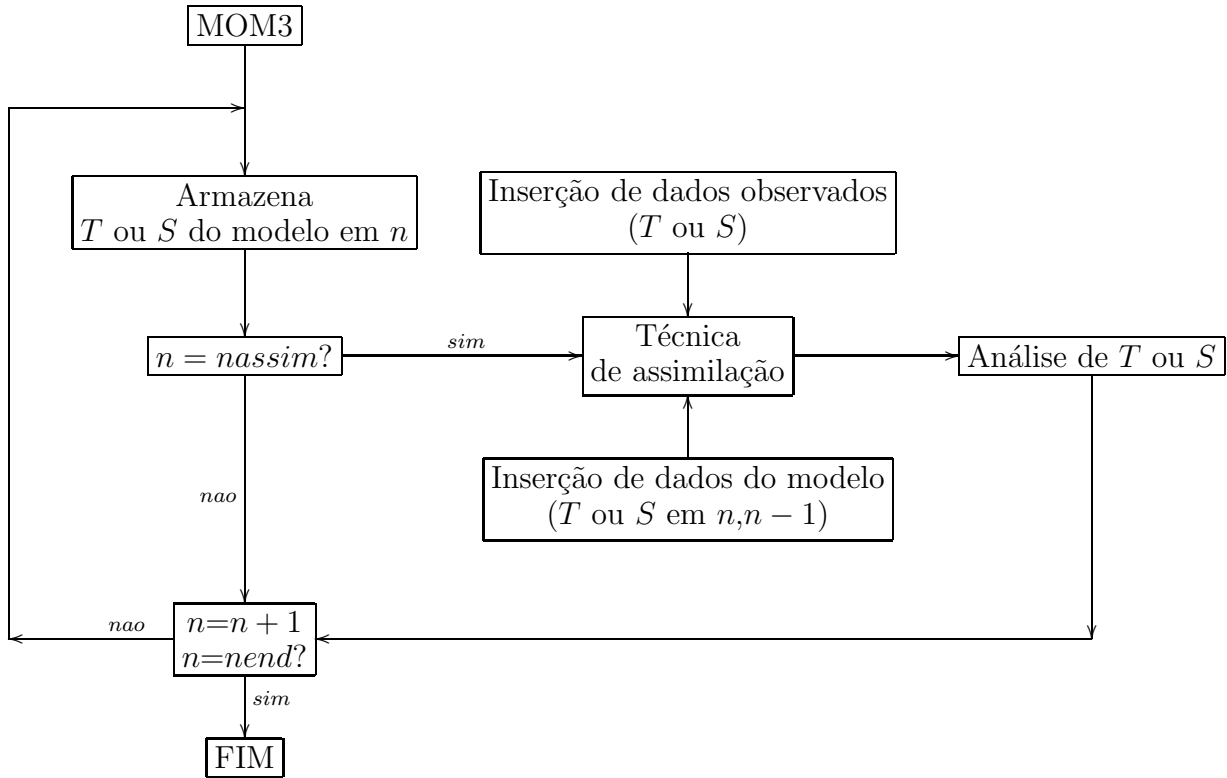


FIGURA 5.2: Ciclo de assimilação para a técnica de assimilação FP. n é o número de incrementos de tempo já realizados na integração do modelo, n_{assim} é o instante de tempo onde assimilação é realizada, n_{end} é o instante de tempo em que será finalizada a assimilação.

5.2 Descrição de dados do PIRATA e Levitus

Para todos os testes foram utilizadas dados de Levitus [48] e dados do Projeto PIRATA [64].

Os dados de Levitus são produtos de assimilação de dados observados *in situ* de diversas fontes de 1900 a 1997 e de dados mais recentes de sensoramento remoto para a superfície usando o método de interpolação estatística. A climatologia mensal de Levitus foi realizada com dados coletados entre 1900 e 1997. A resolução horizontal é de $1^\circ \times 1^\circ$ horizontal em 33 níveis verticais em um domínio global (ver tabela 4.2). Além dos dados de temperatura, o Atlas de Levitus contém médias mensais e anuais climatológicas de salinidade e profundidade da camada de mistura. Os dados de Levitus foram interpolados linearmente para os passos onde foi realizada assimilação. Em seguida, foram escolhidos 44 perfis verticais de temperatura no Atlântico tropical espaçados em 5° , de acordo com Fig. 5.3 e posteriormente

interpolados para os níveis verticais do MOM3. Estes dados interpolados no tempo e no espaço foram usados nos experimentos de assimilação.

A Fig. 5.4 mostra a localização das bóias do PIRATA em 1999. Cabe ressaltar que as bóias em $(02^{\circ}N, 10^{\circ}W)$, $(02^{\circ}S, 10^{\circ}W)$ e $(0^{\circ}N, 20^{\circ}W)$ não coletaram dados durante o mês de março de 1999, período no qual foram realizados alguns dos experimentos de assimilação. A tabela 5.1 mostra as coordenadas das bóias do PIRATA. Foram usadas dados de nove bóias, porém, nem todas possuíam dados em todos os dias no período no qual foi realizado o experimento de assimilação de dados do PIRATA. Em 2005 o conjunto de bóias do PIRATA foi incrementado com mais 3 bóias na região oeste do oceano Atlântico Tropical. Foram colocadas em atividade as bóias ubicadas em $(19^{\circ}S, 34^{\circ}W)$, $(14^{\circ}S, 32^{\circ}W)$, $(8^{\circ}S, 30^{\circ}W)$ em 2005 e no ano de 2006 em $(4^{\circ}N, 23^{\circ}W)$, $(12^{\circ}N, 23^{\circ}W)$ (ver Fig. 5.5).

Devido ao grande impacto das correções na assimilação com os dados diários do PIRATA foram realizados também testes com estes dados regularizados, utilizando a técnica chamada de média corrida (*running mean*). A técnica de média corrida no tempo consiste em calcular uma média ponderada centrada na data na qual deseja-se obter o dado considerando dados numa janela de tempo. A média ponderada foi calculada com um peso exponencialmente decrescente de modo que os dados mais afastados no tempo contribuam menos para a média que os dados mais próximos que a data central da janela de tempo. Uma janela de 11 dias foi utilizada para filtrar a variabilidade diária. As Figs. 5.6a e 5.6b mostram os dados diários originais entre os dias 1 de fevereiro e 5 de maio de 1999 para a bóia em $(0^{\circ}N, 10^{\circ}W)$ em 1 m e 100 m de profundidade respectivamente. As Figs 5.6c e 5.6d mostram a temperatura em $(0^{\circ}N, 35^{\circ}W)$ a 20 m e 40 m de profundidade, onde se observa que não foram coletados dados todos os dias. Há uma grande variabilidade por exemplo em $(0^{\circ}N, 10^{\circ}W)$, Fig. 5.6a, o desvio padrão encontrado foi de $2.85^{\circ}C$ para estes dias e este nível.

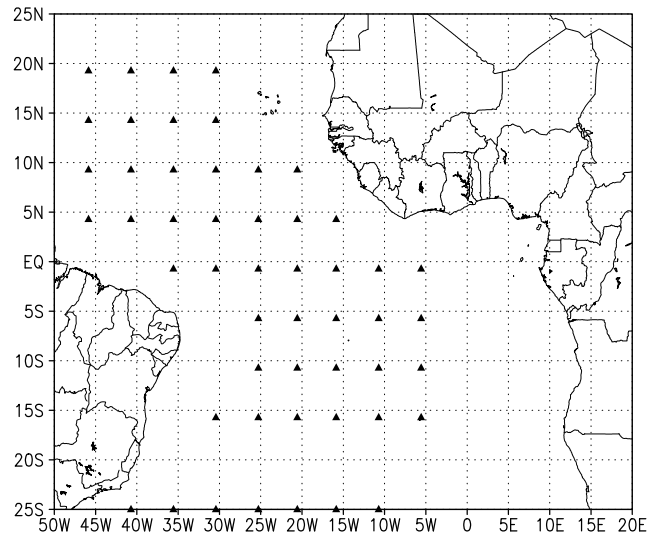


FIGURA 5.3: Localização dos dados de Levitus utilizados na assimilação.

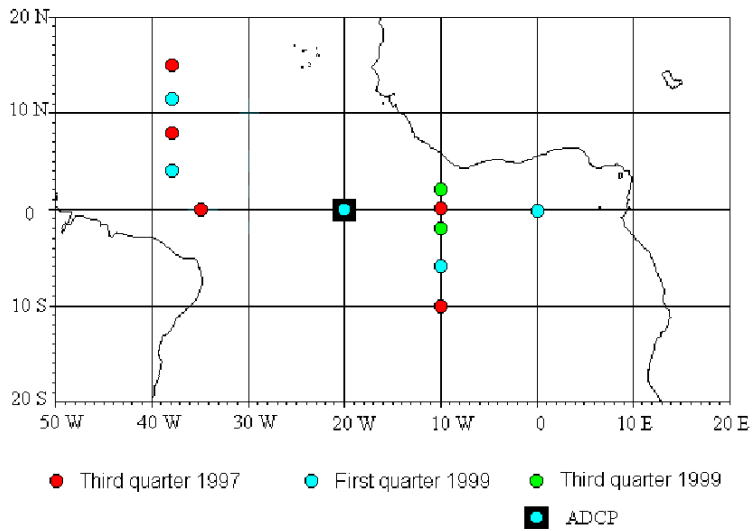


FIGURA 5.4: Localização dos dados do PIRATA utilizados na assimilação.

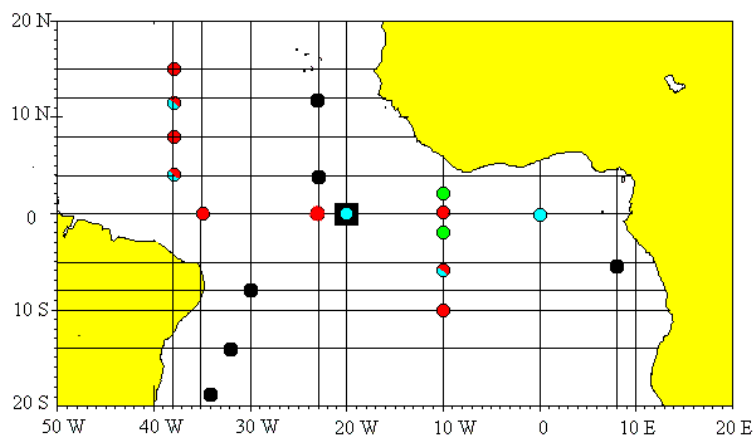


FIGURA 5.5: Rede PIRATA em junho de 2006.

TABELA 5.1: Localização das bóias do PIRATA.

Bóia	Latitude	Longitude	Data de validade
1	0°N	010°W	29.01.99- 20.12.01
2	0°N	023°W	07.03.99-06.04.03
3	0°N	035°W	01.01.99-06.04.03
4	10°S	010°W	01.01.99-06.04.03
5	12°N	038°W	04.02.99-09.12.00
6	15°N	038°W	01.01.99-03.12.02
7	05°S	010°W	27.01.99-13.03.00
8	04°N	038°W	21.02.99-20.06.99
9	08°N	038°W	01.01.99-06.04.03

TABELA 5.2: Profundidade (m) dos 11 níveis do PIRATA.

Nível	Prof. (m)
1	1
2	20
3	40
4	60
5	80
6	100

Nível	Prof. (m)
7	120
8	140
9	180
10	300
11	500

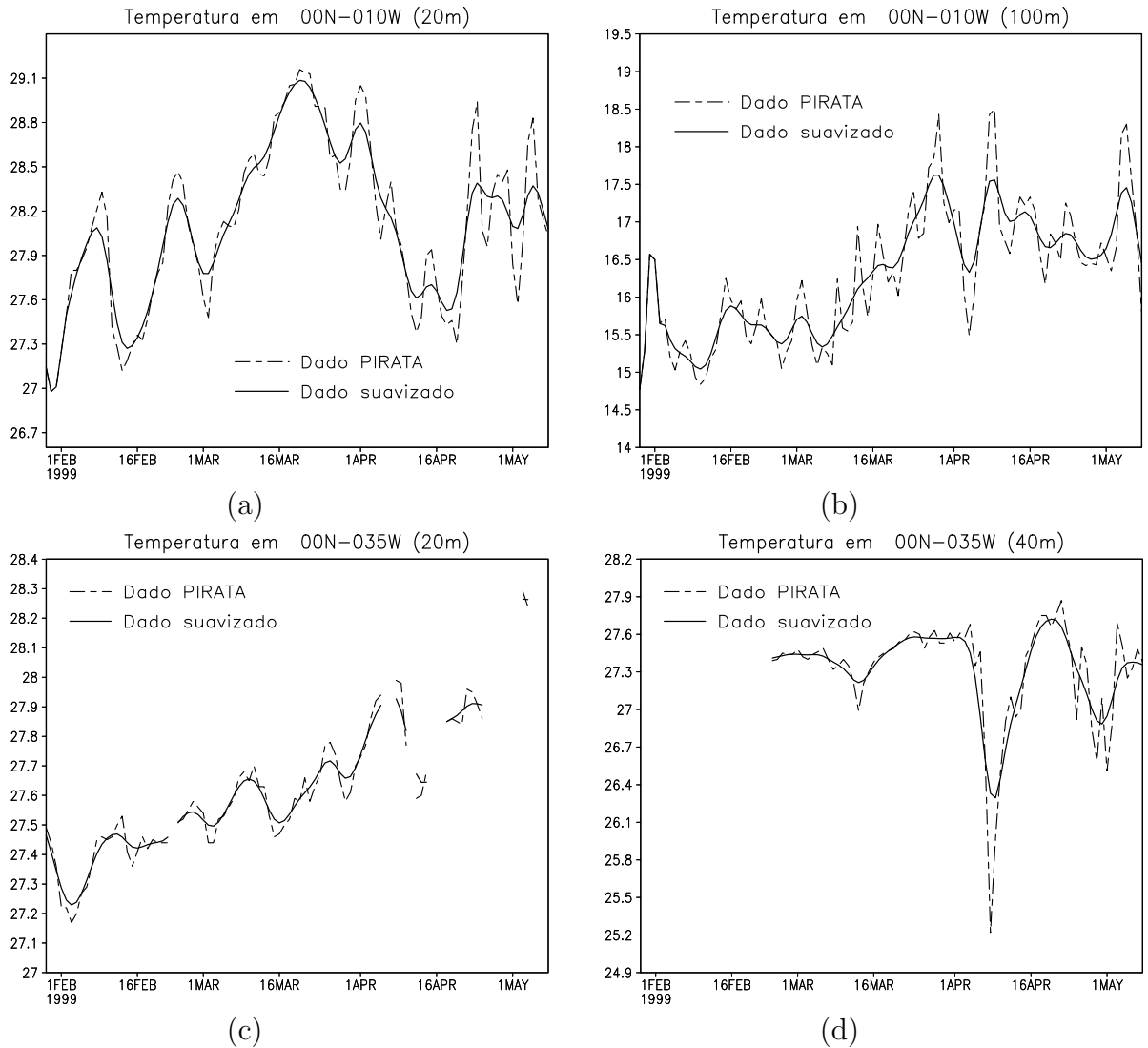


FIGURA 5.6: Temperatura do PIRATA entre os dias 1 de fevereiro e 5 de maio de 1999, para as bóias ubicadas em (a) ($0^{\circ}N, 10^{\circ}W$) à 20 m, (b) ($0^{\circ}N, 10^{\circ}W$) à 100 m (c) ($0^{\circ}N, 35^{\circ}W$) à 20 m e (d) ($0^{\circ}N, 35^{\circ}W$) à 40 m de profundidades. A linha mais fina corresponde aos dados diários e a linha mais grossa aos dados suavizados.

5.3 Experimentos com dados do PIRATA

O primeiro experimento de assimilação foi feito com dados de temperatura do PIRATA considerando somente os primeiros nove níveis dos dados, correspondendo à profundidade máxima de 180 m. Estes dados foram interpolados linearmente para os 6 primeiros níveis do MOM3 (ver tabela 4.1) atingindo uma profundidade de 156.75 m. Este experimento enfocou a camada superficial do Atlântico. Ele foi iniciado em 00UTC do 1ero de janeiro de 1999, após a integração forçada com variabilidade interanual. Assimilações foram feitas a cada dois dias a partir do dia 2 de março de 1999 com os métodos de pesos prescritos e do dia 3 de março para o método de assimilação FP. A máxima diferença permitida entre a temperatura do modelo e a temperatura do dado do PIRATA, em valor absoluto foi de $5^{\circ}C$. Foi considerado um raio de influência constante de 25° o equivalente a aproximadamente 2750 km. Este raio de influência foi escolhido considerando as dimensões da região tropical e a inclusão do maior número possível de observações.

A última assimilação deste experimento foi realizada nos dois últimos dias de março e a integração prosseguiu até 31 de dezembro de 1999 sem assimilação. O objetivo de realizar este experimento foi analisar a influência de uma correção de curto prazo na simulação.

5.3.1 Controle

A partir do *spin up*, o modelo foi integrado por 4 anos, de janeiro de 1996 até dezembro de 1999, forçado com médias mensais de dados de reanálise de tensão de vento do modelo do *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP) / *National Center for Atmospheric Research* (NCAR) EUA [72]. O passo de tempo e a resolução espacial foram os mesmos em relação à configuração do *spin up*. Além da tensão do vento, foi fornecido ao modelo a temperatura da superfície do mar (TSM) mensal proveniente da análise de Reynolds ([72]). A TSM do modelo é produzida pela combinação da TSM de Reynolds com a TSM gerada dinamicamente pela camada superficial do modelo através de uma relaxação newtoniana. A integração de controle neste experimento consiste nos dados produzidos durante o último ano desta integração integração forçada com variabilidade interanual, isto é, 1999.

5.3.2 Assimilação de T com o método de assimilação FP

A partir do 1 de março com as mesmas configurações da integração de controle, foram iniciados os experimentos de assimilação. Nesta data foram armazenados os campos de temperatura as quais em conjunto com dados armazenados no dia 3 de março, foram empregados para o cálculo do vetor f e da matriz G apresentado na formulação do método. O procedimento foi realizado a cada dois dias até final do mês. Este experimento será denotado como FP.

5.3.3 Assimilação de T com os métodos de pesos prescritos.

Similar ao experimento FP, foram realizadas assimilações usando os métodos de Berghthorsson e Döös com uma única correção com o peso proposto por Barnes e o método de correções sucessivas. O primeiro é aqui referido apenas como Barnes e o segundo como SCM (*successive correction method*). Para o método de SCM foi utilizado o mesmo peso do método de Barnes e um raio de influência inicial de 25° . O critério de parada foi quando a diferença entre a análise na iteração atual e a anterior atingia valores menores que $1^\circ C$ em todos os pontos do domínio onde houve assimilação. A primeira assimilação aconteceu no dia 2 de março e a última foi no dia 30 de março. Foi observado que o número de iterações não excedeu 6.

5.3.4 Resultados

Assim como apresentado na validação do último ano de integração de *spin up* a integração de controle do experimento para março de 1999 também apresenta em geral temperaturas mais baixas nas camadas 1 e 3 e temperaturas mais altas nas camadas 4 e 6.

A Fig.5.7 mostra o campo médio de temperatura a uma profundidade de 37.5 m de profundidade um mês após assimilação. A integração de controle produziu duas áreas com temperaturas entre $26^\circ C$ e $27^\circ C$ próximas à região norte e nordeste do Brasil. Na região equatorial há temperaturas entre $22^\circ C$ e $23^\circ C$ localizadas no lado leste da bacia. Com o método de assimilação FP, a região quente no lado oeste não é alterada e na região de ressurgência equatorial nota-se um pequeno aumento de temperatura muito localizado ao redor das bóias. Com os métodos de

Barnes e SCM a temperatura em todo o Atlântico tropical é aumentada em cerca de $1^{\circ}C$. A área do Atlântico oeste é ocupada por temperatura acima de $27^{\circ}C$. O aquecimento produzido com a assimilação em relação ao controle é verificado em latitudes subtropicais bem distante das observações nas Figs. 5.7c-d em latitudes subtropicais. Portanto, estes métodos mesmo com poucas observações conseguiram realizar uma análise suave e com padrão realista.

Para validar a assimilação, a média mensal da temperatura ao longo do ano 1999, foram escolhidos dois pontos situados em diferentes hemisférios, ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) e ($15^{\circ}N, 38^{\circ}W$). As Figs. 5.8a-b mostram a evolução da temperatura no ponto ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) a 37.5 m e 156.75 m de profundidade para todos os experimentos e para os dados do PIRATA. A assimilação foi feita somente para o mês de março de 1999, como descrito anteriormente. A diferença entre o controle e a observação chega a quase $1.5^{\circ}C$ em fevereiro e varia de $3.5^{\circ}C$, em março e abril, a $0^{\circ}C$ em setembro. Com a assimilação os erros são substancialmente reduzidos. O incremento em março devido a assimilação foi cerca de $1^{\circ}C$, sendo que a média produzida pelo método de FP foi ligeiramente menor. Neste nível a correção imposta pela assimilação em março causou impacto positivo na simulação nos meses posteriores até setembro. Neste mês, o erro na integração de controle foi aproximadamente zero. As integrações com assimilação em março também produzira erro próximo de zero. Isto é, a assimilação não degradou o bom resultado de controle. Entretanto, após este mês, os erros de controle e dos experimentos com assimilação voltaram a crescer e permaneceram praticamente iguais entre si. Estes resultados indicam que o MOM3 foi sensível à análise de temperatura no ponto observado por 6 meses.

A Fig. 5.8b é similar a 5.8a, mas para 157.75 m de profundidade. Os resultados mostram que a integração de controle é bem mais quente que os dados do PIRATA, cerca de $6^{\circ}C$. Com a assimilação de dados há uma redução na temperatura de $1^{\circ}C$ verificada em março com os métodos de Barnes e SCM, enquanto o método FP praticamente não modifica a temperatura. A correção imposta nos métodos de Barnes e SCM em março foi a mesma e provocou um impacto positivo no resto da integração. Em agosto, o erro neste nível foi menor que $2^{\circ}C$ e no final do ano foi cerca de $3^{\circ}C$. Nesta profundidade, a influência positiva da assimilação perdurou até o final da integração.

A Fig. 5.9 é semelhante à Fig.5.8 mas apresenta resultados para o ponto ($15^{\circ}N, 38^{\circ}W$). Na Fig. 5.9a, a integração de controle produz até maio temperaturas em 37.5 m mais quentes que as observações e, a partir de junho, temperaturas mais frias. A assimilação com FP causa pequena mudança na temperatura em março e seu impacto posterior na assimilação é praticamente nulo. Os métodos de Barnes e SCM, apesar de também causar pequena correção de temperatura em março, influenciam a temperatura nos meses seguintes. As simulações Barnes, FP e SCM foram cerca de $0.5^{\circ}C$ mais frias em relação ao controle de maio até dezembro. Até maio os dados observados eram mais quentes que a simulação de controle. Depois de maio, o Atlântico sofreu um forte aquecimento que não foi capturado pelo controle. Como a assimilação só ocorreu em março, as integrações FP, Barnes e SCM não perceberam o aquecimento e permaneceram mais frias que o controle. Provavelmente, se a assimilação fosse realizada ao longo de todo o ano, as integrações com assimilação ficariam mais próximas das observações. Um experimento com assimilação ao longo de todo o ano foi realizada para uma simulação com dados climatológicos e seus resultados serão apresentados abaixo.

A Fig. 5.9b mostra os resultados das simulações e os valores observados em 156.75 m de profundidade. A diferença entre os dados e o controle é cerca de $3^{\circ}C$ em média mas em agosto atinge cerca de $5^{\circ}C$. Esta variabilidade não é capturada pelo modelo. Com a assimilação de Barnes e SCM o modelo se aproxima substancialmente das observações. Em abril esta diferença se reduz a cerca de $1^{\circ}C$. Entre setembro e dezembro a diferença é $2^{\circ}C$. Novamente o método FP foi o que causou menos impacto entre os experimentos com assimilação.

Estes resultados indicam que, apesar de a assimilação ter sido empregada somente em março, o incremento da análise causou um impacto positivo no restante da integração. O modelo foi sensível a mudança de temperatura mesmo tendo sido integrado com as mesmas condições de contorno na superfície. Uma previsão elaborada com condição inicial proveniente da assimilação, poderá ter sua previsibilidade alterada tendo em vista influência da análise na simulação meses após a assimilação.

A Fig. 5.10 mostra as correntes e suas intensidades a 87.5 m de profundidade em março de 1999. A Fig. 5.10b mostra o resultado obtido para a integração FP. Há um aumento localizado de velocidade ao redor das bóias do PIRATA que

ofereceram dados para a assimilação. Nota-se ainda forte alteração da direção das correntes nestas regiões configurando um padrão de circulação irrealista. FP voltou rapidamente ao estado produzido pela integração de controle. As Figs. 5.10c-d, mostram resultados semelhantes ao controle, isto é, com estes resultados não houve distorção das correntes. As simulações com os métodos Barnes e SCM, continuam com as correntes ligeiramente alteradas em relação ao controle até o fim da integração (não apresentado).

Foram realizadas assimilações, com estes métodos, em períodos de maior duração de até 3 meses, mas as correntes se degradaram com o decorrer do tempo, a energia cinética aumentou e o modelo se tornou instável numericamente. Após estes testes, foi reduzido o tempo de integração a 1 h, e incrementado os intervalos de assimilação para permitir que o modelo absorvesse melhor estas instabilidades. Estes resultados serão apresentados abaixo em integrações com variabilidade interanual.

Também foi implementado o método de pesos prescritos com pesos de Cressman. Os resultados na temperatura foram bastante similares aos obtidos com os métodos de Barnes e SCM dentro da área onde foi realizada assimilação. No limite e fora desta área as velocidades obtidas com o método de Cressman apresentou discontinuidades. Estes resultados não são apresentados neste trabalho.

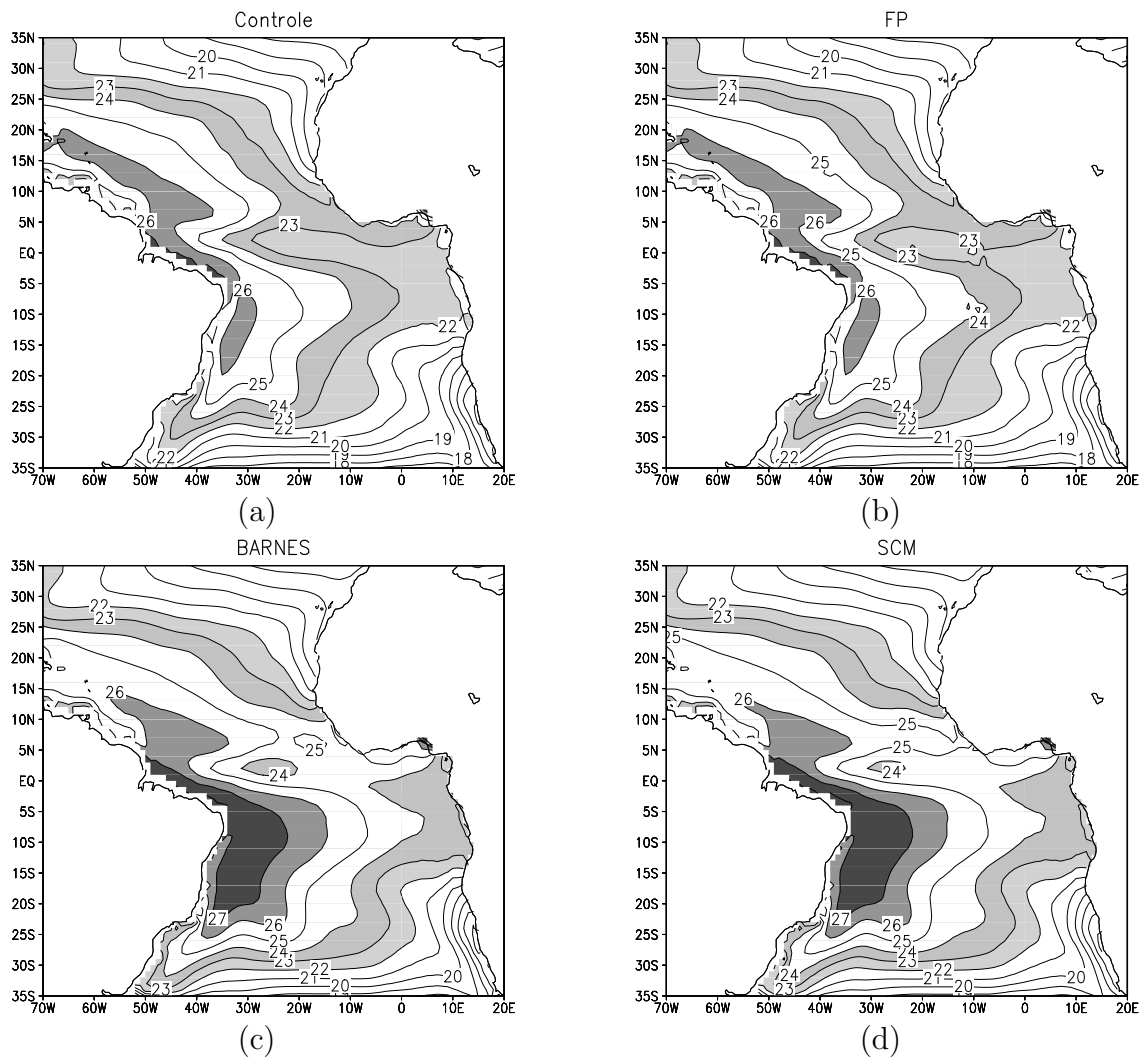


FIGURA 5.7: Média mensal da temperatura para o mês de abril de 1999 no segundo nível à 37.5 m de profundidade para (a) controle, (b) FP (c) Barnes e (d) SCM.

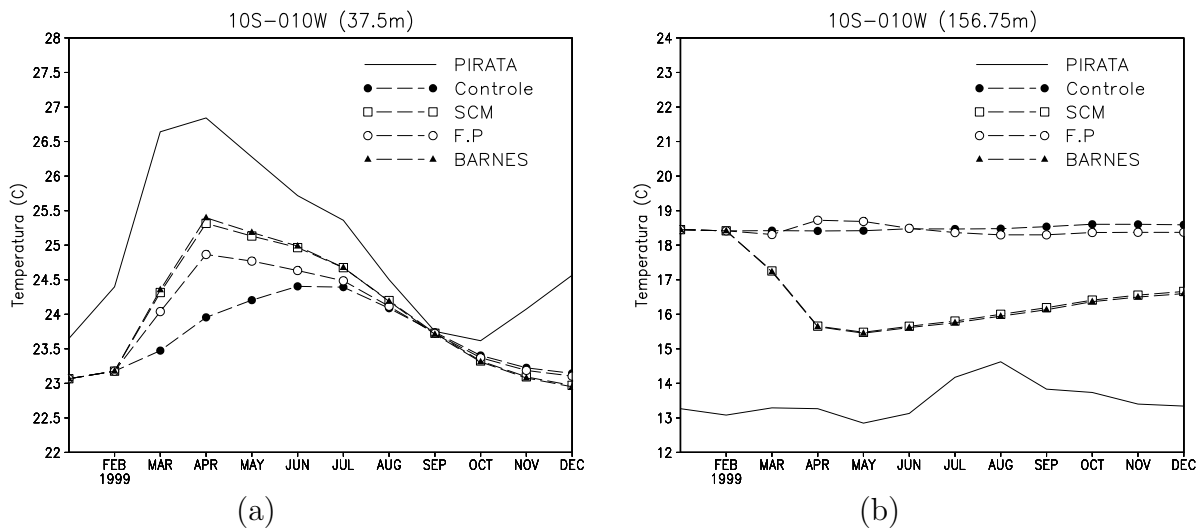


FIGURA 5.8: Evolução da temperatura ($^{\circ}C$) das médias mensais durante um ano no ponto ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) nos níveis (a) $z = 2$ a 37.5 m e (b) $z = 6$ a 156.75 m de profundidade para dados do PIRATA, integração de controle e experimentos SCM, FP e Barnes.

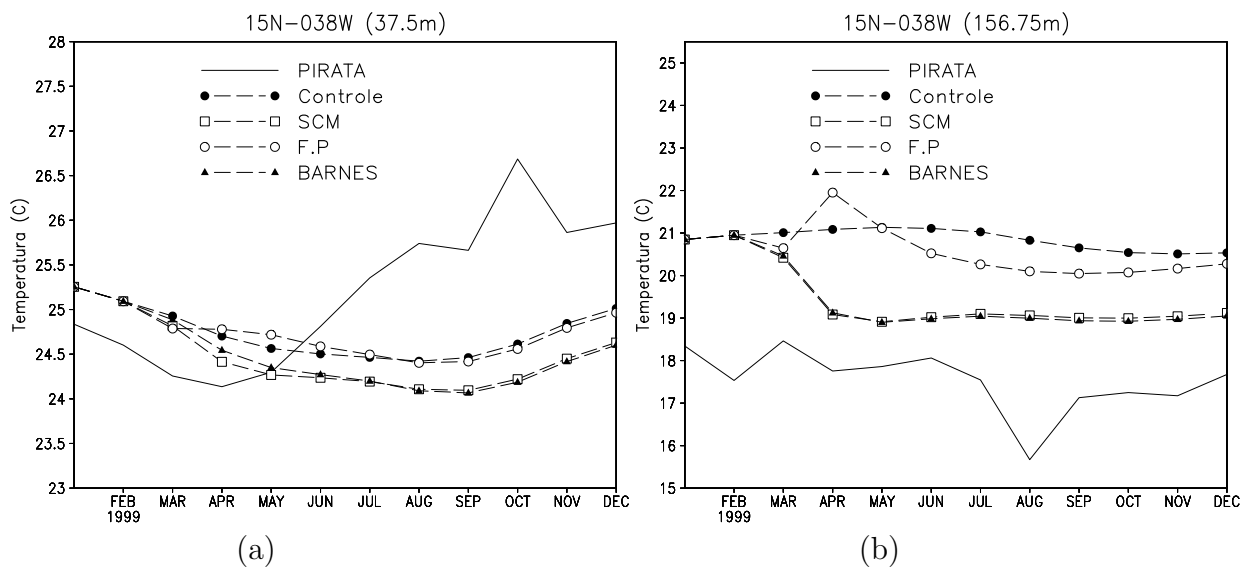


FIGURA 5.9: Evolução da temperatura ($^{\circ}C$) das médias mensais durante um ano no ponto ($15^{\circ}N, 38^{\circ}W$) nos níveis (a) $z = 2$ a 37.5 m e (b) $z = 6$ a 156.75 m de profundidade para dados do PIRATA, integração de controle e experimentos SCM, FP e Barnes.

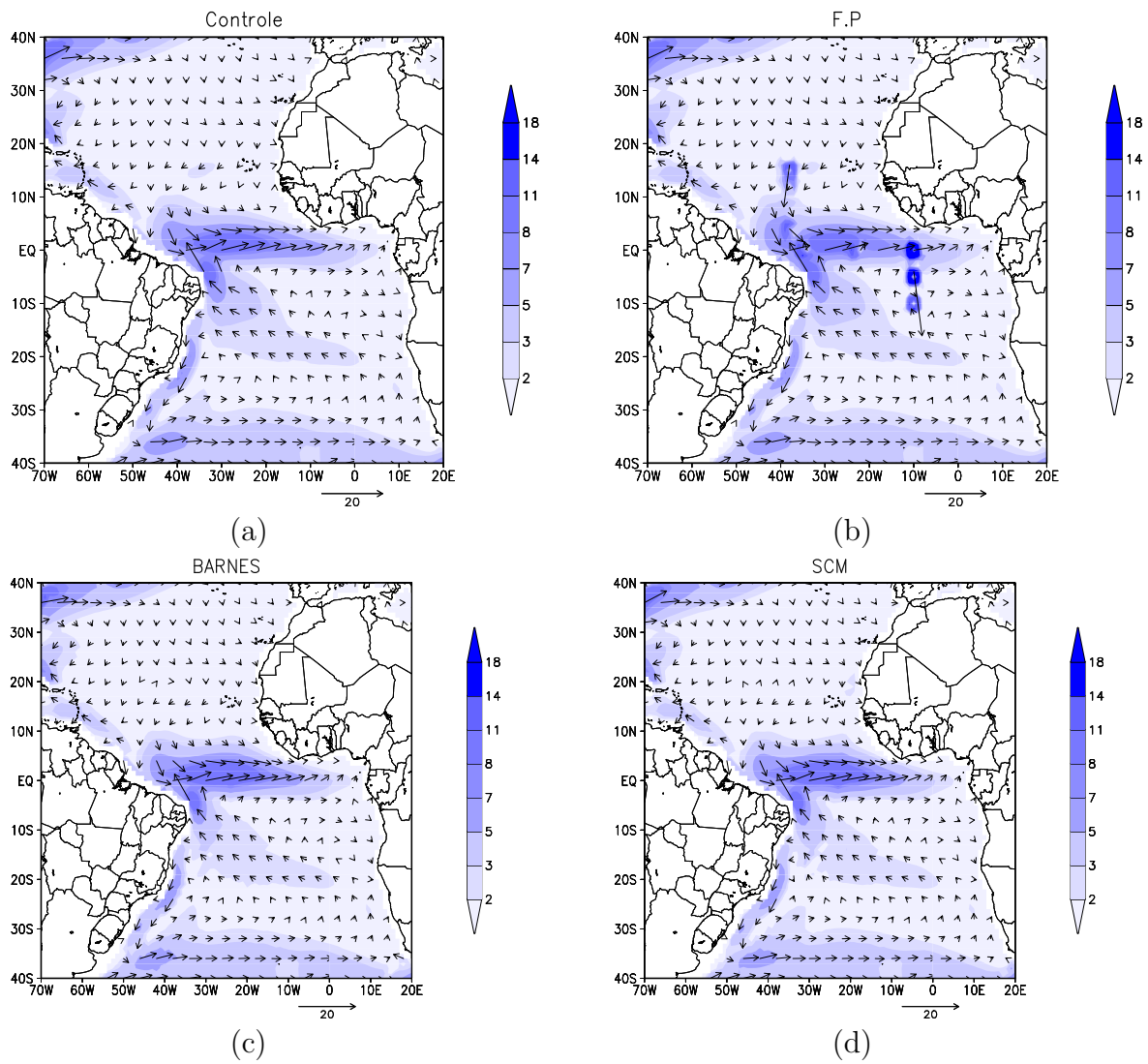


FIGURA 5.10: Média mensal do vetor velocidade (cm/s) e seu módulo no mês de março de 1999 no quarto nível à 87.5 m de profundidade para os experimentos de (a) controle, (b) FP (c) Barnes e (d) SCM.

5.4 Experimentos com dados de Levitus: sensibilidade em relação ao número de níveis

Para analisar a influência da assimilação de dados em relação ao número de níveis verticais do modelo no qual foi realizada assimilação, foram realizados dois experimentos, o primeiro considerando dados em 4 primeiros níveis e o segundo em 9. Para isto, fez-se uso de 44 perfis verticais de temperatura de Levitus, de acordo com a Fig. 5.3, descritos anteriormente. Saídas diárias foram implementadas para discussão detalhada do impacto da assimilação. O método de assimilação utilizado foi o de Barnes, com um raio de influência de 11.25° , isto é, aproximadamente 1125 km. Foi imposta um critério para realizar assimilação. Se a diferença entre o dado e o modelo fosse de $5^\circ C$ ou superior este dado não seria considerado no processo de assimilação. Só foi considerada assimilação de temperatura.

5.4.1 Controle

A partir do final da integração de *spin up*, é iniciada a integração de controle. Ela consiste em 1 ano de integração forçada com os mesmos campos atmosféricos e a mesma configuração da integração de *spin up*, exceto que o passo de tempo foi reduzido para 1h. Esta redução visa aumentar a estabilidade numérica do modelo e facilitar a integração do modelo durante o processo de assimilação.

5.4.2 Assimilações em 4 e 9 níveis.

No experimento 1, denotado como EXP1, foram interpolados linearmente os primeiros 7 níveis dos dados do Levitus para os 4 primeiros níveis do modelo MOM3 (tabela 4.1). Este experimento enfatizou a assimilação de dados na camada de mistura atingindo a profundidade de 87.5 m no modelo. Foram realizadas assimilações de perfis verticais de temperatura climatológicas de Levitus dados a cada 5 dias durante o período de 1 ano. A primeira assimilação ocorreu em 5 de janeiro e a última em 31 de dezembro, correspondendo a 73 passos de assimilação. Como o passo de integração do modelo foi de 1 h, a cada 120 passos de integração do modelo foi feita uma assimilação. Este procedimento corresponde à assimilação intermitente e pode produzir degradação da solução numérica inicializada a partir de uma

condição inicial no qual as variáveis prognósticas do modelo não estão em equilíbrio. Em contraposição à assimilação intermitente, há assimilação contínua (DERBER e ROSATI, 1989 [21]), no qual a assimilação é realizada em cada passo de integração do modelo. Esta abordagem visa produzir pequenos incrementos de análise e, portanto, modificações suaves do campo do modelo.

O experimento 2, EXP2, de assimilação foi similar ao EXP1, mas considerou assimilação de dados nos primeiros 9 níveis verticais do MOM3, atingindo 748.76m de profundidade. Para obtenção destes perfis nos níveis do MOM3, foram utilizados 17 níveis de dados de Levitus correspondendo aos primeiros 800 m de profundidade dos dados.

5.4.3 Resultados

As Figs. 5.11a-5.11c apresentam perfis verticais de médias mensais de temperatura para os meses de março, junho e dezembro, respectivamente, produzidos pelas integrações de controle, EXP1 e EXP2 no ponto ($08^{\circ}S, 32^{\circ}W$). O ponto escolhido localiza-se próximo ao litoral do Estado de Pernambuco e não pertence ao conjunto de pontos usados na assimilação. Nestas figuras, também são apresentados os dados climatológicos mensais de Levitus para comparação como os resultados numéricos. O MOM3 apresenta em sua integração de controle perfis de temperatura sem uma estrutura vertical capaz de definir a região da termoclina, isto é, perfis verticais muito suaves. Parte desta deficiência pode ser explicada pela relativamente baixa resolução empregada nos experimentos. O MOM4 por exemplo, é comumente configurado com 10 camadas verticais nos primeiros 95 m de profundidade (ver 4.3). Aqui foi empregada apenas 5 níveis verticais até 112.5 m. Outra explicação para esta deficiência de modelo em representar corretamente a estrutura termohalina vertical é obviamente, a incorreta representação de fluxos de difusão turbulenta de momentum e de calor no modelo. Este padrão foi verificado ao longo de toda a integração de controle, como pode ser verificado nos perfis de março, junho e dezembro último mês de experimento. O EXP1 e o EXP2 produziram resultados muito semelhantes nas camadas superficiais, com melhorias na representação da temperatura de cerca de $1^{\circ}C$, mas para as regiões abaixo da camada de mistura, o perfil vertical de temperatura do EXP1 ficou praticamente igual ao controle e muito distante das observações. Na

profundidade de 250 m, esta diferença é mais que $5^{\circ}C$. Com a inclusão da assimilação em 9 níveis realizada no EXP2 o perfil vertical de temperatura adquiriu uma estrutura vertical muito próxima da observação até 700 m.

Neste experimento a salinidade não foi utilizada no processo de assimilação. Entretanto, como esperado, ela é afetada pela assimilação da temperatura através da dinâmica do modelo. Similar às Figs. 5.11a-c, as Figs. 5.12a-c apresentam perfis verticais de salinidade com a camada superficial menos salina que a camada de mistura. Há uma grande variabilidade da salinidade nos primeiros níveis verticais. Há um aumento da salinidade da superfície até a profundidade de 150 m, e depois uma diminuição suave até 700 m. Pode-se notar como um todo que o modelo captura o padrão desta variabilidade, mas há diferenças entre os dados de Levitus e os do modelo, chegando em 0.4 PSU em 300 m de profundidade. Em todos os meses a integração de controle e o EXP1 produziram resultados praticamente iguais em todos os níveis. Entretanto o EXP2 produziu uma maior sensibilidade da salinidade em relação á assimilação de temperatura do que o EXP1.

Em março, o perfil do EXP2 ainda está praticamente igual ao perfil do EXP1 e do controle. Em julho, o perfil do EXP2 é bastante diferente do controle nas camadas superficiais, sendo que há um aumento de salinidade ao redor de 70 m de profundidade. Para dezembro, o EXP2 produziu as maiores diferenças em relação à Levitus e erros menores na camada de mistura. Nas camadas mais profundas, ele produziu os melhores resultados. Cabe ressaltar que o ponto analisado ($08^{\circ}S, 32^{\circ}W$) não é um ponto que fornece dados para o processo da assimilação, podendo ser considerado uma validação independente.

Os resultados dos experimentos foram avaliados também em outros pontos no meio da bacia do Oceano Atlântico tropical. Ao contrário do ponto usado nas Figs. 5.11 e 5.12 que estava circundado por dados usados na assimilação e portanto, recebendo uma influência mais forte da informação dos dados climatológicos, o ponto ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) por exemplo, não estava cercado de pontos usados no processo de assimilação. Como esperado a integração de controle não foi capaz de reproduzir a estrutura vertical de temperatura observada. Nos primeiros 4 níveis usados na assimilação do EXP1 e EXP2, as diferenças entre os dados e a análise são insignificantes. Nos outros níveis, o EXP1 e o controle produziram resultados muito semelhantes.

O EXP2 produziu perfis verticais de temperatura praticamente iguais aos dados de Levitus, Fig. 5.14, demonstrando que o método funcionou como esperado. Os incrementos da análise levaram o modelo na direção dos dados observados em todos os níveis analisados. Entretanto, a assimilação de temperatura em somente os 4 primeiros níveis verticais do modelo não promoveram influência nos níveis inferiores. Isto implica que para promover uma correção eficaz da estrutura termo halina da integração de controle, a assimilação deve ser realizada no maior número de níveis verticais possíveis.

A assimilação de temperatura nos primeiros 9 níveis do modelo alterou substancialmente o perfil vertical da temperatura e melhorou a representação da região da termoclina, entre 100 m e 200 m.

A salinidade foi afetada dinamicamente pela assimilação de temperatura e a influência foi mais marcante que no EXP1. Um comportamento semelhante ao apresentado em (08°S, 32°S) foi encontrado. Como mostrado na Fig.5.14 que mostra o perfil da salinidade em (10°S, 10°W), o EXP1 produziu perfil de salinidade muito próximo do controle. O EXP2 produziu uma mudança em relação ao controle que se afasta do perfil de salinidade do Levitus na superfície e se aproxima dele nas camadas mais profundas. A assimilação de temperatura impôs maiores erros na sub-superfície.

A Fig. 5.15 mostra séries temporais da temperatura a cada 5 dias ao longo de 1 ano no ponto (10.5°N, 15.5°W) nas profundidades 62.5 m (Fig. 5.15a) , e 748.76m (Fig. 5.15b) para os dados de Levitus para as integrações de controle, EXP1 e EXP2. O ponto escolhido pertence ao conjunto de dados observados usados na assimilação. A evolução temporal de temperatura indica um forte ciclo anual na camadas superior (62.5 m) e pouca variabilidade na camada mais profunda. A integração de controle apresenta grandes diferenças em relação aos dados de Levitus. Por exemplo, na profundidade de 62.5 m, há diferenças da ordem de 2°C em abril-maio (Fig. 5.15a). Na profundidade de 748.76 m, as diferenças são menores atingindo cerca de 1°C. As maiores diferenças (não mostradas) foram no sexto nível à 156.75 m de profundidade, com diferenças de 3.5°C.

Para melhor investigar o comportamento do EXP1 e EXP2 como o tempo, são apresentadas as Figs. 5.15a-b com séries temporais de temperatura em 62.5 m e

748.76 m. Na subsuperfície em ($10.5^{\circ}S$, $15.5^{\circ}W$) observa-se um forte ciclo anual nos dados de Levitus que não é capturado pela integração de controle. Erros de $2.5^{\circ}C$ são verificados em maio-junho, e de $0.5^{\circ}C$ em outubro novembro. Com a assimilação as diferenças entre os dados e assimilação são substancialmente reduzidas em toda a série temporal, indicando que os incrementos da análise atuaram efetivamente. Na camada mais profunda, as observações apresentaram valores ao redor de $5^{\circ}C$ durante todo o ano, enquanto o controle produziu valores entorno de $6^{\circ}C$. As diferenças entre dados e o modelo na camada mais profunda é bem menor que nos outros níveis. O EXP1, como já mencionado acima, não causa impactos na temperatura nos níveis mais profundos, e seus resultados são quase idênticos ao controle. O EXP2 rapidamente leva o modelo na direção das observações. Até junho, o EXP2 é muito semelhante às observações. Entretanto após esta data, há um comportamento oscilatório e temperaturas simuladas menores que as observações. Este comportamento só pode ser explicado pelo fato de assimilação de somente temperatura a cada 5 dias excitar ondas de gravidade interna para compensar o desbalanceamento entre a densidade e as correntes.

A assimilação de temperatura apenas nos primeiros 4 níveis do modelo foi capaz de corrigir a temperatura nestes níveis mas não foi capaz de modificar substancialmente a temperatura nos níveis inferiores através da dinâmica do modelo. Na medida que a assimilação nos níveis superiores aumentou a estratificação vertical e deixou o oceano mais estável, houve uma redução da mistura vertical entre os níveis superiores e inferiores. As camadas inferiores foram pouco afetadas pela assimilação de temperatura nos níveis superiores.

Grandes incrementos de correções podem perturbar demasiadamente o modelo e criar perturbações irrealistas, que demoram em serem absorvidas pelos processos difusivos. Este problema é uma indicação da necessidade do uso de métodos de inicialização para reduzir o impacto da assimilação de temperatura em outras variáveis do modelo. Obviamente a qualidade da análise será melhor na medida que a simulação de controle também o for.

A Fig. 5.16 mostra médias dos campos de velocidades e suas intensidades à 87.5 m produzidos pela simulação do GFDL, controle, EXP1 e EXP2. Para o mês de março, a simulação de controle não apresenta energia tão intensa na região

equatorial quanto a produzida pelo GFDL. As Figs. 5.16c-d mostram as correntes para o EXP1 e EXP2. A intensidade das correntes é incrementada em relação à integração de controle (Fig. 5.16a) para ambos experimentos, em particular para o EXP2 após 3 meses de assimilação. Com o uso da assimilação, as correntes não só são intensificadas como também há o surgimento de novos padrões de circulação. Tomando outros meses posteriores à março, o impacto da assimilação de temperatura nas correntes é intensificado, de modo que em dezembro a circulação do EXP2 é substancialmente diferente do controle. As diferenças nas correntes são causadas pelo desbalanceamento das variáveis prognósticas do modelo impostas pela assimilação e pela dispersão de ondas excitadas pelo desbalanceamento.

Para avaliar a qualidade da simulação com assimilação no oceano Atlântico tropical de forma ainda mais objetiva foi calculada a série temporal do erro quadrático médio das simulações temperatura em relação aos dados, na região $25^{\circ}S$ - $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$ - $00^{\circ}W$ em 62.5m, Fig. 5.17a, e em 748.76m, Fig. 5.17b. O erro da integração de controle varia de $1.6^{\circ}C$ a $2.1^{\circ}C$. A Fig. 5.17a mostra que ambas as simulações com assimilação conseguem reduzir o erro em 62.5 m. Porém, o EXP1 mostra melhores resultados visto que o erro é reduzido no início da assimilação e se mantém baixo, ao redor de $0.8^{\circ}C$. O EXP2 mantém-se até maio com erros menores que $0.9^{\circ}C$ mas a partir daí produz erros maiores atingindo $1.5^{\circ}C$ em outubro. Na Fig. 5.17b o EXP1 e controle ficam praticamente idênticos com erros ao redor de $1.2^{\circ}C$. O EXP2 apresenta resultados bem melhores, com erros ao redor de $0.4^{\circ}C$ em fevereiro-maio e valores ao redor de $0.6^{\circ}C$ a partir de abril. Entretanto há uma tendência de aumento do erro do EXP2 com o tempo.

Semelhante a Fig.5.17b, a Fig.5.18 apresenta os erros quadráticos médios para a salinidade, variável que não foi assimilada neste experimento. O erro do controle oscila ao redor de $0.06PSU$ e é muito menor que os erros do EXP1 e EXP2. O erro de EXP1 se mantém constante, em torno de $0.21PSU$. Em 748.76 m, Fig. 5.18b, os erros da simulação de controle e dos EXP1 e EXP2 têm o mesmo comportamento da camada superior. Os erros quadráticos de ambos experimentos mostram-se maiores que os do controle e o EXP2 apresenta um crescimento do erro com o tempo. Isto indica que para os casos estudados assimilar unicamente a temperatura prejudicou severamente a estimação da salinidade.

Experimentos com passos de integração de 4 h (ao invés de 1 h) foram realizados com assimilação a cada 5 dias. Entretanto, ocorreram instabilidades numéricas que não permitiram a realização de assimilação durante o período de 1 ano. Resultados razoáveis foram obtidos com integração e assimilação até 3 meses de assimilação com impactos positivos após esse período, deixando o modelo sem assimilação. Mesmo após a interrupção do processo de assimilação a simulação permaneceu com melhorias substanciais na estimativa da temperatura.

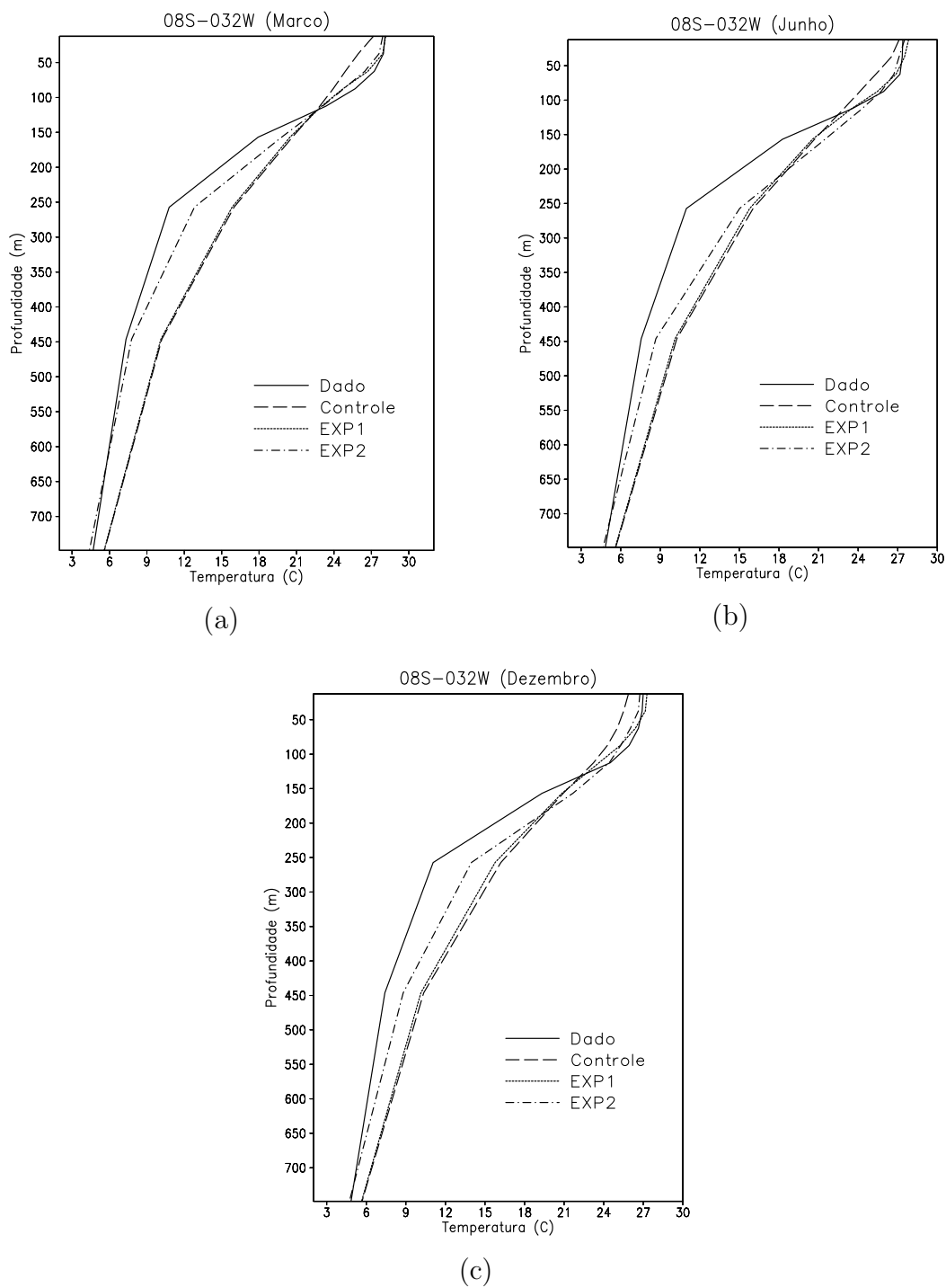


FIGURA 5.11: Médias mensais dos perfis verticais de temperatura ($^{\circ}C$) no ponto ($08^{\circ}S, 32^{\circ}W$) para os meses de (a) março; (b) junho; (c) dezembro para os dados de Levitus (linha sólida), integração de controle (linha tracejada longa), EXP1 (linha pontilhada) e EXP2 (linha tracejada com ponto).

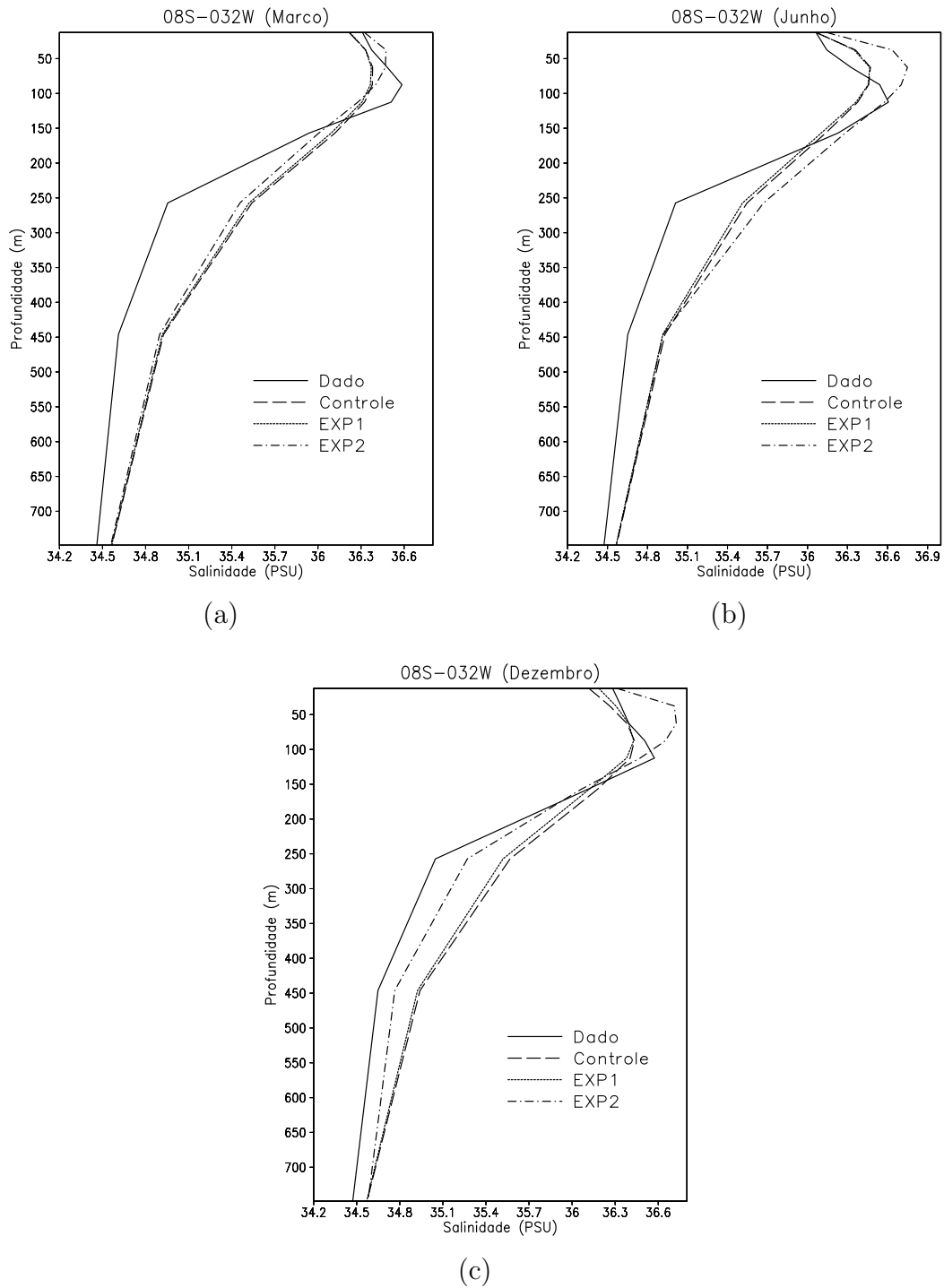


FIGURA 5.12: Médias mensais dos perfis de salinidade (PSU) no ponto ($08^{\circ}S, 32^{\circ}W$) para os meses de (a) março; (b) junho; e (c) dezembro para os dados de Levitus (linha sólida), integração de controle (linha tracejada longa), EXP1 (linha pontilhada) e EXP2 (linha tracejada com ponto).

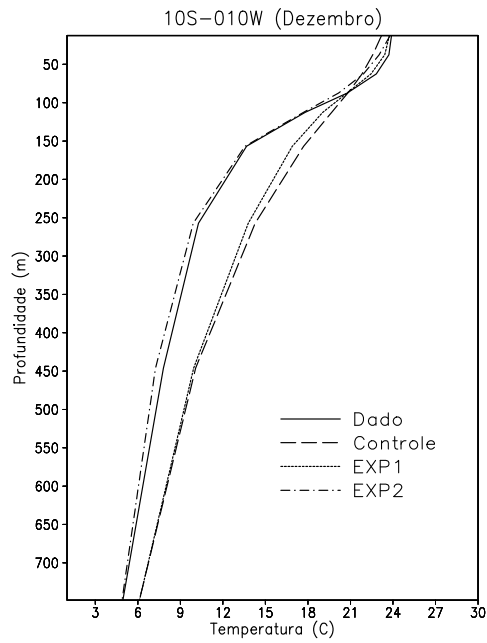


FIGURA 5.13: Perfis de temperatura para o média no mês de dezembro no ponto ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) para os dados de Levitus (linha sólida), integração de controle (linha tracejada longa), EXP1 (linha pontilhada) e EXP2 (linha tracejada com ponto).

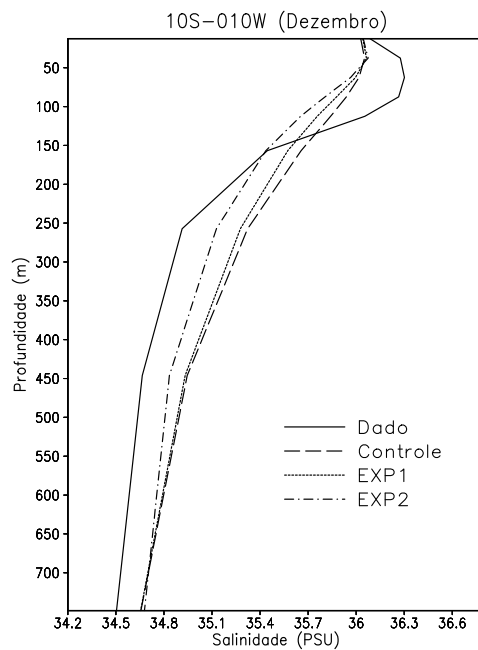
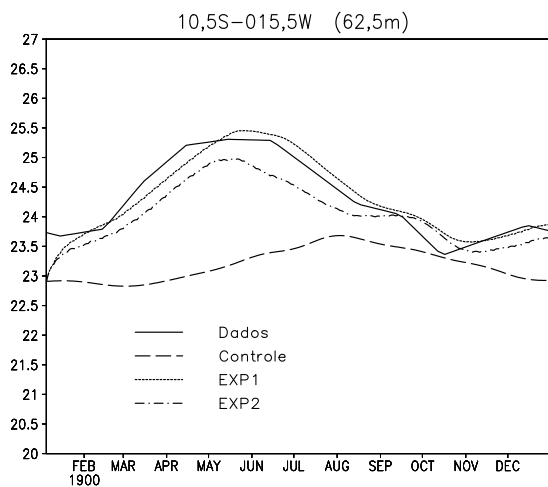
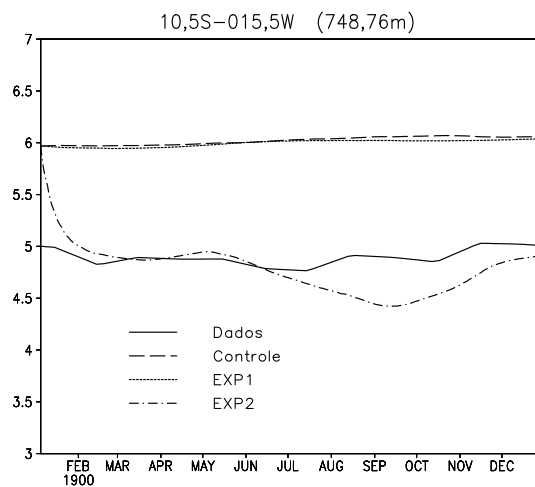


FIGURA 5.14: Perfis de salinidade para o média no mês de dezembro no ponto ($10^{\circ}S, 10^{\circ}W$) para os dados de Levitus (linha sólida), integração de controle (linha tracejada longa), EXP1 (linha pontilhada) e EXP2 (linha tracejada com ponto).

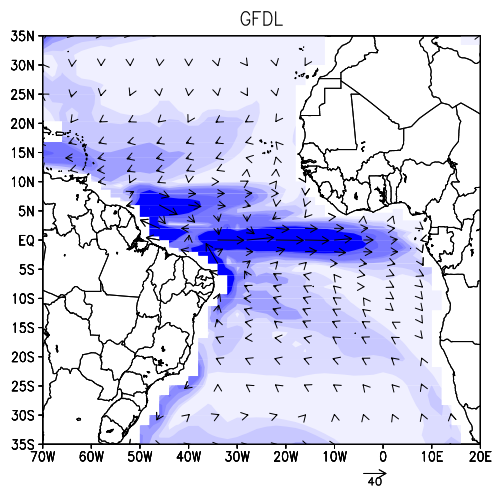


(a)

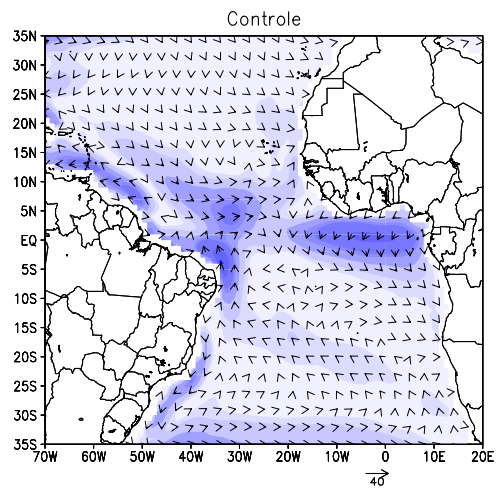


(b)

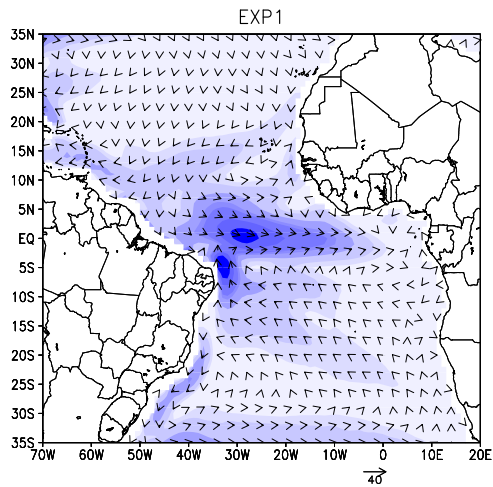
FIGURA 5.15: Evolução da temperatura ($^{\circ}C$) a cada 5 dias ao longo de 1 ano no ponto ($10.5^{\circ}N, 15.5^{\circ}W$) nos níveis (a) $z = 3$ à 62.5 m (b) $z = 9$ à 748.76 m do modelo para os dados de Levitus 94 (linha sólida), integração de controle (linha tracejada longa), EXP1 (linha pontilhada) e EXP2 (linha tracejada com ponto).



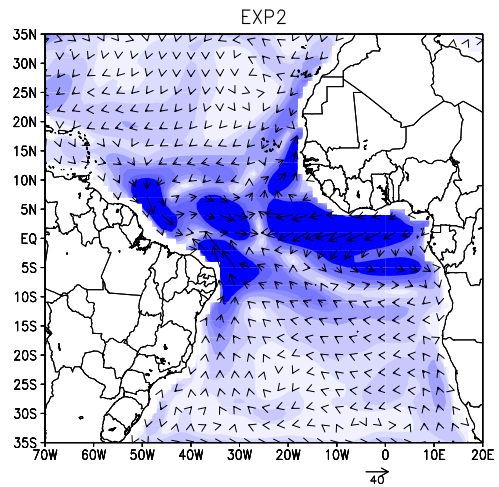
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 5.16: Médias mensais das direções e intensidades correspondentes ao mês de março à 87.5 m de profundidade para as saídas do (a), GFDL (b) Controle, (c) EXP1 e (d) EXP2.

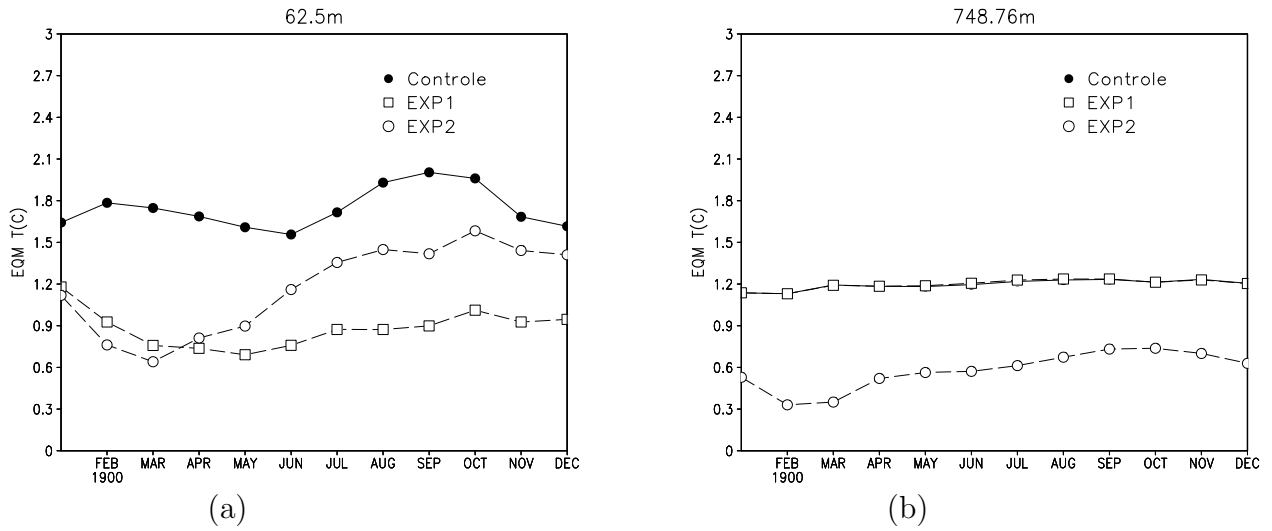


FIGURA 5.17: Erro quadrático médio da temperatura em relação aos dados do Levitus, do controle, EXP1 e EXP2 calculado numa área compreendida entre $25^{\circ}S$, $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$, $00^{\circ}W$ nos níveis (a) $z = 3$ à 62.5 m e (b) $z = 9$ à 748.76m de profundidade.

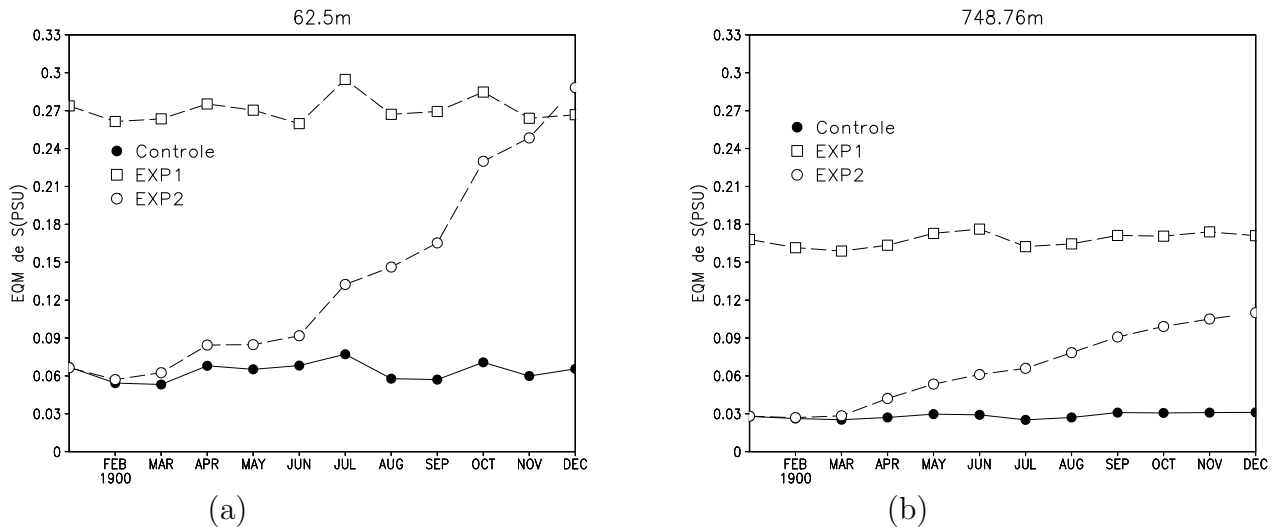


FIGURA 5.18: Erro quadrático médio da salinidade em relação aos dados do Levitus, do controle, EXP1, e EXP2 calculado numa área compreendida entre $25^{\circ}S$, $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$, $00^{\circ}W$ nos níveis (a) $z = 3$ à 62.5 m e (b) $z = 9$ à 748,76m de profundidade.

5.5 Experimentos com inclusão da salinidade

5.5.1 Controle

Para este experimento, a integração de controle é similar à integração de controle da seção 5.4.

5.5.2 Assimilação de T

Para a integração com assimilação de T , o modelo é também inicializado a partir do *spin up* e forçado com as mesmas condições impostas na integração de controle. Entretanto, neste experimento é imposta a assimilação de dados de perfis verticais de temperatura. A assimilação foi realizada apenas nos primeiros 9 níveis do modelo, até 748 m de profundidade com dados dos 17 primeiros níveis de Levitus. A assimilação de temperatura foi realizada a cada 5 dias pelo período de 1 ano, teve início no dia 5 de janeiro. Foi utilizado um raio de influência de 11.25° para cada ponto de grade do modelo contida na região oceânica compreendida entre aproximadamente $57^\circ W$, $05^\circ E$ e $27^\circ S$, $31^\circ N$. Fora desta área nenhum dado influencia os pontos de grade. Foram permitidas diferenças máximas entre modelo e dado de $5^\circ C$ de temperatura, isto é, se a diferença é maior que $5^\circ C$ então não foi realizada assimilação. Este experimento será aqui chamado de Tassim.

5.5.3 Assimilação de S

Este experimento é similar a Tassim, mas são assimilados somente os perfis verticais de salinidade de Levitus. Se a diferença entre os dados e modelo for maior que $1PSU$ a assimilação não é realizada. Este experimento é aqui chamado de Sassim.

5.5.4 Assimilação de T e S

Este experimento é similar aos experimentos Tassim e Sassim, mas são assimilados no mesmo passo de assimilação os perfis verticais de temperatura e salinidade de Levitus, de forma independente. Este experimento é chamado de TSassim.

5.5.5 Assimilação de T com correção de S

Aqui, as mesmas configurações do experimento Tassim são empregadas, mas a salinidade é corrigida em cada passo de assimilação assumindo uma relação local entre T e S definida pelas condições de *background* antes da assimilação. Isto é feito atualizando o perfil de salinidade de acordo com a temperatura obtida na análise. Este experimento é chamado de Tassim-Scorr.

5.5.6 Resultados

A Fig. 5.19a apresenta a evolução anual das médias mensais climatológica da temperatura do Atlas de Levitus na área $2.5^{\circ}S-2.5^{\circ}N$, $35^{\circ}W-25^{\circ}W$ correspondente aos primeiros 9 níveis do modelo. Essa área escolhida será utilizada para a análise de vários resultados apresentados nesta subseção, tendo em vista que se situa na região equatorial com dinâmica intensa e está contida no domínio no qual a assimilação foi realizada. A Fig. 5.19a apresenta uma camada de mistura bem definida na superfície até uma profundidade que varia de 50 a 75 m ao longo do ano. Abaixo da camada de mistura, as isotermas permanecem muito próximas, indicando a região da termoclina até a profundidade de aproximadamente 150 m. A temperatura na termoclina muda de $25^{\circ}C$ para $15^{\circ}C$ e, logo abaixo dela, a temperatura diminui mais suavemente de $14^{\circ}C$ até $5^{\circ}C$ em 750 m.

A Fig. 5.19b apresenta a evolução das médias mensais da temperatura produzidas pela integração de controle para a mesma área da Fig. 5.19a. O modelo não é capaz de representar a estrutura térmica climatológica. Na camada de mistura, o modelo fica até $3^{\circ}C$ mais frio que a climatologia. O gradiente vertical de temperatura é suave de forma que, a temperatura do modelo é maior que a climatológica para regiões mais profundas. Este erro é mais acentuado na região inferior da termoclina, ao redor de 150 m, onde atinge cerca de $6^{\circ}C$, e menos acentuada para as maiores profundidades, onde atinge cerca de $2^{\circ}C$. Assim, o modelo produz um perfil vertical de temperatura mais frio na superfície e mais quente na subsuperfície em relação à climatologia. Este fato está em grande parte associado à baixa resolução do modelo na direção vertical e à ausência de um modelo explícito de camada de mistura e ainda à física de difusão turbulenta do modelo. Tendo em vista que os erros do modelo são grandes o desafio da assimilação é maior para corrigir o estado do modelo

na direção das observações.

A Fig. 5.19c é análoga a 5.19a e 5.19b e contém as médias mensais na mesma área produzidas pelo experimento Tassim. Com a assimilação de temperatura, há uma melhoria substancial da representação da camada de mistura e da termoclina, apesar desta permanecer ainda um pouco mais profunda que a termoclina climatológica observada. Na camada de mistura, as diferenças em relação às observações são menores que $1^{\circ}C$. Na região da termoclina, as diferenças são menores que $2^{\circ}C$ e com a profundidade as diferenças diminuem para cerca de $1^{\circ}C$ ou menos. No início do experimento, em janeiro, a estrutura vertical da temperatura é, como esperado, similar ao controle. Em fevereiro e março ocorre um grande ajuste das isotermas na direção das observações, de modo que em abril a estrutura está muito mais próxima dos dados de Levitus.

Nas isotermas menores que $16^{\circ}C$ na Fig. 5.19c, abaixo da termoclina, observa-se uma onda com cristas em abril e outubro, e cavados em julho e dezembro. Ainda, as isotermas de $15^{\circ}C$ e $16^{\circ}C$ se descolam da termoclina a partir de outubro. Este padrão está associado a um ajuste e oscilação do modelo devido ao impacto da assimilação de temperatura. Como foi apresentado acima, o modelo é composto por um sistema de equações cujas variáveis prognósticas são as velocidades zonal e meridional, temperatura, salinidade e pressão. Assim, quando somente uma das variáveis é assimilada e as outras não, há um desequilíbrio do sistema com consequências muitas vezes nocivas para a solução numérica do modelo. Este problema foi há muito identificado e por isso métodos de inicialização foram propostos e são comumente empregados juntamente com o ciclo de assimilação para restaurar o equilíbrio do sistema e melhorar a qualidade geral da simulação quando necessário (e.g., DALEY, 1991 [18]; MOORE 1987 [54]; BELYAEV e TANAJURA, 2005 [6]). Neste trabalho, não foi empregado nenhum método de inicialização.

A Fig. 5.19d é análoga às anteriores 5.19a-5.19c e apresenta os resultados para Sassim. A temperatura no experimento no qual somente a salinidade é assimilada se comporta de forma muito similar ao controle. Entretanto, a temperatura na camada de mistura é $1^{\circ}C$ menor no controle e sua espesura é maior. Portanto, a assimilação somente de salinidade não produziu grandes efeitos na temperatura.

A Fig. 5.19e é análoga à 5.19a-d e apresenta os resultados para TSassim.

Neste experimento, a estrutura térmica produzida é muito próxima dos dados de Levitus na camada de mistura, na região da termoclina e em maiores profundidades. Nota-se apenas que a base da termoclina ficou um pouco mais profunda do que a climatologia. Neste experimento não são observadas as oscilações nas camadas abaixo da termoclina produzidas pela integração Tassim. Por exemplo, as isotermas de $15^{\circ}C$ e $16^{\circ}C$ não se descolam da termoclina no período final do experimento. Isto indica que este experimento com a assimilação de ambos temperatura e salinidade gerou uma estimacão do estado físico do Oceano Atlântico mais coerente e de melhor qualidade do que com a assimilação somente da temperatura. Este resultado será confirmado abaixo com a avaliação dos campos de salinidade, densidade e correntes na superfície.

A Fig. 5.19f apresenta os resultados para Tassim-Scorr. A estrutura da temperatura fica próxima a do experimento TSassim. As oscilações no experimento Tassim presentes abaixo da termoclina também não estão presentes aqui. A qualidade dos resultados foi superior a do Tassim e o custo computacional foi muito pequeno.

Na Fig. 5.20 é apresentado o perfil do erro médio da temperatura tomado na mesma área usada na Fig. 5.19 para os 9 primeiros níveis do modelo nos meses de abril, agosto e dezembro. O erro aqui foi definido como temperatura do experimento menos a climatologia. O erro do experimento Sassim é muito próximo do erro da integração de controle e por isso ele não é apresentado na figura. Na camada de mistura, as simulações apresentam uma temperatura menor que a climatológica e o controle apresenta erros bem maiores que os experimentos com assimilação. Na região da termoclina, o erro do controle atinge um pico com valor acima de $7^{\circ}C$ em abril e dezembro e acima de $5^{\circ}C$ em agosto. Os erros dos experimentos com assimilação de temperatura são muito menores demonstrando mais uma vez que o método funcionou como esperado levando o modelo na direção das observações. Em abril, os erros dos experimentos com assimilação estão próximos uns dos outros na região da termoclina, ao redor de $2^{\circ}C$. Entretanto, em agosto os erros do experimento Tassim são substancialmente maiores que os dos experimentos TSassim e Tassim-Scorr, cerca de $2.5^{\circ}C$ e $0.5^{\circ}C$, respectivamente. Em dezembro, esta diferença é ainda maior, onde os erros de Tassim chegam a mais de $3^{\circ}C$ e os erros de TSassim

e Tassim- Scorr estão próximos de zero. Isto demonstra que ao longo do processo de assimilação de somente os perfis verticais de temperatura, houve uma degradação dos resultados do modelo. Mesmo assimilando a temperatura, o modelo mudou sua dinâmica de tal forma que não conseguiu manter a qualidade na representação da região da termoclina obtida em abril. Nos experimentos TSassim e Tassim-Scorr o contrário foi verificado, isto é, quanto mais tempo foi promovida a assimilação de temperatura e salinidade e a assimilação de temperatura com correção de salinidade, melhor foi o resultado com a diminuição do erro na região da termoclina. Nos níveis abaixo da termoclina, os experimentos de assimilação de temperatura produziram erros próximos a zero. Estes resultados mostram a importância da assimilação conjunta de temperatura e salinidade para manter a estrutura vertical de temperatura. Abaixo serão verificados os impactos na salinidade.

Tomando a mesma área e médias das Figs. 5.19a-f, as Figs. 5.21a-f apresentam a evolução da salinidade climatológica de Levitus e dos experimentos. A Fig. 5.21a apresenta os dados de Levitus. A camada uniforme na superfície com valores entre 35.9 e 36.1 PSU é mais espessa que a camada de mistura da temperatura atingindo cerca de 70 m. Abaixo dela, está a região da picnoclina com um forte gradiente até 35.4 PSU em 150 m, e logo abaixo a região com gradiente mais suave até 34.6 PSU em 750 m. Portanto, o Oceano Atlântico nesta região possui salinidade climatológica monotonicamente decrescente com a coordenada vertical. A integração de controle, Fig. 5.21b, produz uma estrutura salina difusa, na qual a espessura da camada uniforme na superfície atinge cerca de 150 m. A salinidade decresce suavemente com a profundidade mas mantendo-se com valores maiores que a climatologia em todos os níveis. A integração Tassim, Fig. 5.21c apresenta valores semelhantes ao do controle para janeiro, fevereiro, março e abril. De abril para maio há uma grande mudança na estrutura vertical na qual o modelo produz um ajuste forte na espessura da camada de salinidade uniforme na superfície e cria uma região com intenso gradiente vertical ao redor de 150 m. Este ajuste possui caráter oscilatório, como também observado na temperatura, no qual há cristas em maio e outubro e cavados em julho e dezembro. Este experimento consegue criar variabilidade de salinidade na superfície de 35.8 e 36.1 PSU , o que pode ser considerado uma melhoria em relação ao controle. Ainda, apesar das ondas nas camadas inferior-

res, a assimilação de temperatura consegue aproximar os valores da salinidade mais das observações que o controle. A Fig. 5.21d corresponde ao experimento Sassim. Nota-se que com apenas 1 mês, o processo de assimilação de salinidade leva a estrutura do modelo para valores próximos dos observados. Como a assimilação é uma combinação dos dados do modelo com as observações, a assimilação de salinidade ainda mantém uma camada superficial de salinidade uniforme mais espessa que a observada como uma herança do modelo. A região com forte gradiente vertical é mantida ao longo de toda a integração, diferentemente do experimento Tassim no qual a região é contaminada pelas oscilações das camadas inferiores. Nas camadas inferiores, os valores da salinidade são muito próximos da climatologia.

Os resultados do experimento TSassim estão na Fig. 5.21e. Novamente, o ajuste do modelo aos dados se dá em cerca de 1 mês. O ciclo anual da salinidade na camada de 50 a 100 m, com valores máximos de $36.1PSU$ de outubro a maio e valores mínimos de $36.0PSU$ de junho a setembro, são capturados pelo experimento. Além disso, a camada homogênea da superfície possui uma espessura bem próxima da climatologia. A região de forte gradiente vertical da haloclina é bem simulada, apesar de sua base permanecer cerca de $0.1PSU$ maior que as observações. Nas camadas mais profundas o ajuste também é muito bom. O experimento Tassim-Scorr, Fig. 5.21f, produz uma estrutura de salinidade bem superior em relação a Tassim, mas não consegue resolver a estrutura da salinidade com a mesma qualidade que Sassim e TSassim. Particularmente, o ajuste do modelo no início da integração em direção às observações é mais lento, o ciclo anual da camada de superfície e a região de forte gradiente vertical não são tão precisos, e há uma super-estimativa da salinidade nas camadas inferiores.

Assim como na Fig. 5.20, na Fig. 5.22 são apresentados os erros da salinidade nos nove primeiros níveis verticais do modelo para os meses de abril, agosto e dezembro para a mesma área utilizada acima. Os erros da integração de controle são os maiores nos três meses, principalmente na região da haloclina. Na camada de mistura em abril todas as simulações apresentam valores menores que as observações. Este comportamento se inverte na região da haloclina e abaixo dela, de forma que as simulações apresentam valores maiores que as observações, exceto os experimentos TSassim e Sassim que se mantêm com erros próximos a zero. Em agosto, o controle e

os experimentos de assimilação têm seus erros reduzidos em todos os níveis, exceto o experimento Tassim no nível de 750 m. Este é um sinal das oscilações que são geradas neste experimento. Em dezembro, o experimento Tassim produz erros maiores ou iguais aos do controle em todos os níveis.

O experimento TSassim produziu os menores erros de salinidade em todos os níveis em todos os tempos. O segundo menor erro foi obtido pelo experimento Sassim, seguido pelo Tassim-Scorr. O experimento Tassim ofereceu melhores resultados na salinidade do que o controle apenas nos primeiros meses de simulação indicando que a assimilação somente de temperatura degradou a simulação ao longo do tempo.

Para investigar o impacto conjunto da assimilação de T e S nas simulações, foi calculada a evolução da densidade nos nove primeiros níveis do modelo. A densidade é aqui calculada com a equação de estado de Knudsen-Ekman (FOFONOFF, N., 1962 [26]) dependendo de T , S e a profundidade z . A densidade ρ é dada por:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{-(T - 3.98)^2 (T + 283)}{503.57 (T + 67.26)} \\
f_2 &= 1.0843 \cdot 10^{-6} T^3 - 9.8185 \cdot 10^{-5} T^2 + 4.786 \cdot 10^{-3} T \\
f_3 &= 1.6670 \cdot 10^{-8} T^3 - 8.1640 \cdot 10^{-7} T^2 + 1.803 \cdot 10^{-5} T \\
f_4 &= 6.76786136 \cdot 10^{-6} S^3 - 4.8249614 \cdot 10^{-4} S^2 + 8.14876577 \cdot 10^{-1} S \\
\sigma &= f_1 + (f_4 + 3.895414 \cdot 10^{-2}) (1 - f_2 + f_3 (f_4 - 2.2584586 \cdot 10^{-1})) \\
a &= 10^{-4} z (105.5 + 9.5T - 0.158T^2 - 1.5 \cdot 10^{-4} T z) \cdot \\
&\quad (227 + 28.33T - 0.551T^2 + 4 \cdot 10^{-3} T^3) \\
b_1 &= 0.1 \cdot (f_4 - 28.1324) \\
b_2 &= -(147.3 - 2.72 T + 0.04 T^2 - 10^{-4} \cdot (32.4 - 0.87 T + 0.002 T^2) z) b_1 \\
b &= b_2 + (4.5 - 0.1 T - 10^{-4} \cdot (32.4 - 0.87 T + 0.02 T^2) z) b_1^2 \\
c_0 &= \frac{488.6}{1 + 1.83 \cdot 10^{-5} z} \\
\alpha &= 10^{-6} \cdot z - 6 (c_0 + a + b) \\
\rho &= \frac{\sigma + \alpha}{1 - 10^{-3} \cdot \alpha}.
\end{aligned}$$

Isto permite que se possa comparar diretamente a densidade associada aos dados de Levitus com as produzidas pelo modelo.

Os resultados da evolução da densidade ao longo do ano tomado na mesma área e níveis das Figs. 5.19 e 5.21 estão apresentados na Fig. 5.23. A densidade climatológica calculada a partir de T e S é também bastante estratificada, com valores mais baixos na camada de mistura, aumentando rapidamente na região da termoclina e mais suavemente abaixo de 150 m. Há uma suave ondulação na camada de mistura e na termoclina com uma diminuição da espessura da camada de mistura e deslocamento na direção da superfície da termoclina de janeiro a junho (com pico em abril) e a fase oposta com pico em outubro. As fases desta onda coincidem com as fases das oscilações verificadas nas camadas mais profundas do experimento

Tassim.

O controle apresenta densidades sistematicamente maiores que a climatologia em todos os meses do ano em todos os níveis. O experimento Tassim promove um ajuste das isopicnais em janeiro e fevereiro, de modo que em março a estrutura vertical está muito próxima das observações. Entretanto, a partir de abril o experimento não mantém a estrutura obtida e relaxa os gradientes verticais. O experimento Sassim não consegue capturar a estrutura da densidade. Isto é esperado tendo em vista que a densidade é fortemente dominada pela temperatura. O experimento TSassim recupera a estrutura vertical em janeiro e fevereiro e a partir de março é capaz de manter os gradientes verticais intensos da região da termoclina. Nota-se ainda que ele simula com precisão o ciclo anual da espessura da camada de mistura e da posição vertical da termoclina. O experimento Tassim-Scorr também simula esta variabilidade e produz isopicnais praticamente iguais às produzidas pelo TSassim.

Para investigar o impacto da assimilação no campo de correntes, são apresentadas as correntes na superfície para o mês de dezembro nas Figs. 5.24a-f. O último mês de integração foi escolhido pois ele contém o resultado final do processo de assimilação e permite avaliar se o método obteve êxito em levar o estado do modelo na direção das observações e construir uma melhor estimativa das correntes no Oceano Atlântico.

Tendo em vista a falta de dados climatológicos de correntes, para comparação dos resultados deste trabalho foram tomados campos produzidos por uma simulação de 20 anos, de 1981 a 2000, do modelo MOM4-beta2 no GFDL, os mesmos campos utilizados para a validação.

A Fig. 5.24a apresenta a média mensal para o mês de dezembro das correntes em 10 m de profundidade correspondente ao nível 2 do MOM4. As Figs. 5.23b-f apresentam os resultados dos experimentos realizados com a mesma ordem das Figs. 5.19b-f no nível 1 do MOM3 correspondendo a 12.5 m de profundidade.

Na Fig. 5.24a, os principais padrões da circulação tropical estão representados, tais como: a corrente equatorial sul, bifurcando ao redor de $5^{\circ}S$ e gerando a corrente do Brasil para o sul e a corrente do norte do Brasil; o centro do giro subtropical no Atlântico sul localizado entre $25^{\circ}S$ e $30^{\circ}S$ no centro da bacia; e o centro

do giro subtropical no Atlântico norte, entre $25^{\circ}N$ e $30^{\circ}N$. Observa-se ainda um sinal da corrente de Benguela na parte sudeste do domínio da figura. A integração de controle, Fig. 5.23b também apresenta esses padrões. Entretanto, ela produz uma forte divergência no equador, principalmente na região oeste da bacia como já comentado na validação da integração de controle. Associado a essa divergência, velocidades meridionais mais intensas que a simulação do GFDL entre $03^{\circ}N$, $10^{\circ}N$ são observadas. No experimento Tassim, Fig. 5.23c, há um comportamento fora do padrão produzido pelo GFDL e pelo controle em algumas regiões do Atlântico tropical. Por exemplo, a corrente do Brasil não está bem representada, pois ao longo de $35^{\circ}W$, de $10^{\circ}S$ a $30^{\circ}S$, o experimento produziu velocidade meridional de sul, enquanto o padrão é de norte. Em virtude disto, há o aparecimento de uma circulação ciclônica a oeste do centro da circulação anticiclônica localizada ao redor de $15^{\circ}W$, $30^{\circ}S$. Houve ainda uma intensificação da divergência equatorial com um aumento da velocidade meridional de sul tanto no oeste quanto no lado leste da bacia equatorial norte. Assim sendo, a assimilação apenas da temperatura impôs um padrão de circulação com maiores erros que a simulação de controle e não trouxe benefício para a melhoria da estimativa da circulação. No experimento Sassim, Fig. 5.23d, não houve mudanças substanciais em relação ao controle, apesar de se identificar mudanças pontuais. Por exemplo, em volta de $05^{\circ}S$, $10^{\circ}E$, houve uma alteração da direção da velocidade de leste para de noroeste, e na faixa entre o equador e $5^{\circ}N$, houve uma diminuição na intensidade da velocidade meridional.

Os experimentos TSassim e Tassim-Scorr, Figs. 5.23e-f, produziram correntes de superfície praticamente iguais. Em outros níveis (não apresentado) a circulação também foi muito semelhante, principalmente no Atlântico Sul. Nestes experimentos, o giro subtropical no Atlântico Sul e Norte produzido foi semelhante ao controle, assim como os padrões da corrente equatorial sul, a corrente do Brasil e a corrente norte do Brasil. O componente meridional das correntes na região equatorial não foi tão intenso quanto no experimento Tassim, mas não foi reduzido a ponto de se aproximar do padrão do GFDL. A assimilação conjunta da temperatura e salinidade, portanto, não gerou padrões irrealistas nas correntes como no caso Tassim apesar de não ter conseguido atingir os detalhes do padrão apresentado no GFDL. Parte desta limitação está associada ao fato das correntes de superfície

dependerem substancialmente da tensão do vento, além da resolução espacial e da física do modelo.

A raiz quadrada do erro quadrático médio (EQM) para temperatura nas profundidades de 12.5 m, 62.5 m, 156.75 m e 748.76 m, foi calculada, para todos os experimentos, para a região do Atlântico tropical entre $25^{\circ}S$, $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$, $0^{\circ}W$. Os resultados das medias mensais estão apresentados na Fig. 5.25. Os erros foram calculados para os pontos onde havia e onde não havia observação e caracterizam a qualidade das simulações em todo o domínio onde foi realizada a assimilação.

O EQM em 12.5 m para o controle em janeiro é de $1.5^{\circ}C$, o qual coincide com o EQM produzido pelo experimento Sassim. Os experimentos Tassim, TSassim, Tassim-Scorr mostram no primeiro mês um decrescimento de $0.6^{\circ}C$. Ao longo dos meses de janeiro até março o EQM de Sassim permanece junto ao do controle decrescendo de forma suave. Os erros dos experimentos Tassim, TSassim e Tassim-Scorr decaem rapidamente nestes meses até abril, passando de $0.9^{\circ}C$ a $0.6^{\circ}C$. Os erros do controle e de Sassim são muito próximos, eles ficam com no máximo $0.4^{\circ}C$ de diferença durante o mês de junho. O EQM de Sassim fica maior que do controle. Isso significa que quando S é assimilado, o campo de temperatura fica mais longe dos dados do que se não tivesse sido promovida a assimilação. Isto mostra que assimilação de apenas S não traz benefício para a melhoria da qualidade da simulação de temperatura. Os experimentos Tassim, TSassim e Tassim-Scorr produzem uma forte redução dos erros nos meses de janeiro, fevereiro e março, depois sofrem um aumento até julho no entanto, sempre ficam abaixo do EQM do controle. Depois eles permanecem na faixa de $0.6^{\circ}C$ e $0.9^{\circ}C$. O EQM de Tassim fica um pouco maior que TSassim e Tassim-Scorr a partir de julho.

A 62.5 m de profundidade, o EQM para o controle é maior que em 12.5 m e oscila entre $1.5^{\circ}C$ e $2^{\circ}C$. O EQM do experimento Sassim para o mês de janeiro é similar ao controle, porém, em fevereiro ele se cresce e fica com valores um pouco maiores que os do controle. Cerca de $0.2^{\circ}C$ a 0.4° . Os EQMs dos experimentos Tassim, TSassim, Tassim-Scorr iniciam com erros abaixo do erro do controle, decrescendo até $0.6^{\circ}C$ no mês de março. A partir daí, o EQM de Tassim se descola para valores acima dos outros dois experimentos e não consegue manter os pequenos valores, crescendo até valores próximos do controle no mês de dezembro. Os erros

dos outros experimentos também crescem, porém, em menor intensidade que o EQM de Tassim. Este crescimento segue o padrão do EQM do controle a partir de julho, contudo, com erros menores.

O EQM da temperatura no sexto nível, à 156.75 m de profundidade, para o controle, se mostra muito maior, quase o dobro, que nos outros níveis analisados, variando entre $3.5^{\circ}C$ e $4.0^{\circ}C$. Isto já foi visto na Fig. 5.20, mas para uma região limitada do oceano. O EQM do experimento Sassim fica perto do EQM do controle sendo que a partir de agosto há um pequeno aumento. O EQM dos outros três experimentos, já apresentam bons resultados desde janeiro, com uma queda de mais de $1^{\circ}C$, de janeiro para fevereiro e decrescendo mais $0.5^{\circ}C$ de fevereiro para março. Os experimentos TSassim e Tassim-Scorr mantêm-se com EQM em torno de $0.5^{\circ}C$ e $1^{\circ}C$ de março até final do ano. O EQM do experimento Tassim cresce a partir de março até o final do ano sendo que a taxa de crescimento apresenta um aumento a partir de outubro. Isto indica que se o experimento fosse prolongado por mais alguns meses, o EQM de Tassim poderia atingir o erro do controle.

No nono nível, último nível onde houve assimilação, são produzidos os menores EQMs em relação aos outros níveis. O EQM do controle fica quase constante em torno de $1.2^{\circ}C$ durante toda a integração. Neste nível o EQM de Sassim apresenta uma pequena melhoria em relação ao do controle no transcurso do ano. Os EQMs dos experimentos Tassim, TSassim, Tassim-Scorr apresentam um valor igual a aproximadamente metade do EQM do controle para janeiro, decaindo a quase a quarta parte em fevereiro. A partir daí Tassim se afasta crescendo até no máximo $0.8^{\circ}C$ em outubro, e TSassim e Tassim-Scorr mantêm-se ao redor de $0.3^{\circ}C$ até dezembro.

O EQM para a salinidade foi calculado em forma similar ao EQM da temperatura em níveis e áreas similares, os resultados são apresentados na Fig. 5.26. A 12.5 m de profundidade temos um EQM de S para o controle variável durante o ano. Ele decresce junto com o EQM de Tassim, de aproximadamente $0.08PSU$ em janeiro para $0.05PSU$ em março, em seguida cresce, porém, ficando em torno de $0.07PSU$ e decrescendo lentamente no tempo até $0.06PSU$ em dezembro. O EQM de Tassim acompanha o EQM do controle em janeiro, fevereiro e março. Ele cresce a partir de abril, e fica acima do controle. Novamente, esta é uma verificação

de que quando unicamente a temperatura é assimilada, não há benefícios para o campo de salinidade neste nível. O EQM do experimento Tassim-Scorr fica próximo do controle, desde o início da integração. Ele é menor que o erro do controle até o mês de maio e maior depois. A partir daí, o EQM de Sassim cresce um pouco até $0.04PSU$ em setembro enquanto TSassim fica em $0.03PSU$. Em dezembro, no final do experimento ambos apresentam os mesmos valores.

A 62.5 m de profundidade, o EQM para o controle oscila ao redor de $0.06PSU$ com valor máximo em julho e mínimos em agosto e setembro. Os experimentos Tassim e Tassim-Scorr acompanham o controle somente nos dois primeiros meses. Depois, o EQM de Tassim cresce substancialmente e no final da simulação em dezembro ultrapassa $0.27PSU$.

A assimilação de apenas temperatura afeta severamente a qualidade da salinidade neste nível, pois os EQMs de S ficam cerca de cinco vezes maiores no final da integração em relação ao início. Os outros dois experimentos Sassim e TSassim, melhoram o campo de salinidade. No mês de janeiro, os erros são menores de $0.03PSU$ e decrescem até fevereiro. A partir daí, o EQM de Sassim cresce, mas se mantém com valores menores que os do controle. Para este nível o EQM de TSassim foi o que novamente produziu os menores erros em todo o ano, atingindo quase a quinta parte do erro do controle, com valores entre $0.02PSU$ e $0.03PSU$.

No sexto nível, Fig. 5.26c, o comportamento de EQM para os experimentos de assimilação é semelhante ao produzido em 62.5 m, exceto que o EQM de Tassim-Scorr foi menor que o do controle ao longo de todo o ano. O EQM de Tassim, assim como em 62.5 m, também cresce substancialmente após metade da integração e é o que produz o maior erro no final. Novamente, o TSassim é o que melhor estima a salinidade.

A 748.76 m, de profundidade, Fig. 5.26d, o EQM do controle é pequeno desde o início da integração e permanece ao redor ele esta na faixa de $0.03PSU$. O EQM de Tassim-Scorr acompanha este valor ao longo da integração com pequenas diferenças a partir de setembro. O EQM da salinidade para Tassim, tem comportamento semelhante aos dos outros níveis crescendo ao longo da integração atingindo aproximadamente $0.06PSU$. Entretanto o EQM de Tassim supera o do controle logo em abril os melhores resultados são apresentados por TSassim e Sassim, eles

são praticamente zero a partir de fevereiro. Isso mostra que a qualidade da representação de S neste nível foi excelente, nestes dois experimentos.

O experimento Tassim-Scorr, apesar de oferecer erros menores que o Tassim na temperatura, não foi capaz de produzir uma estimacão de salinidade menor que o controle nos níveis um e três, visto que ao longo da simulacão os erros também apresentaram valores maiores que o controle. Apesar de oferecer pequenos erros na salinidade, o experimento Sassim não produziu campos de temperatura com erros menores que o controle. Portanto, os resultados destes experimentos indicam claramente que o experimento TSassim foi superior a todos os experimentos na produçãõ de uma estimacão da temperatura, da salinidade, da densidade e da circulacão do Oceano Atlântico tropical. Entretanto, cabe ressaltar a superior simulacão de experimento Tassim-Scorr em relacão ao Tassim. Portanto na falta de dados de salinidade, recomenda-se fortemente o uso da correçãõ da salinidade com o procedimento aqui empregado.

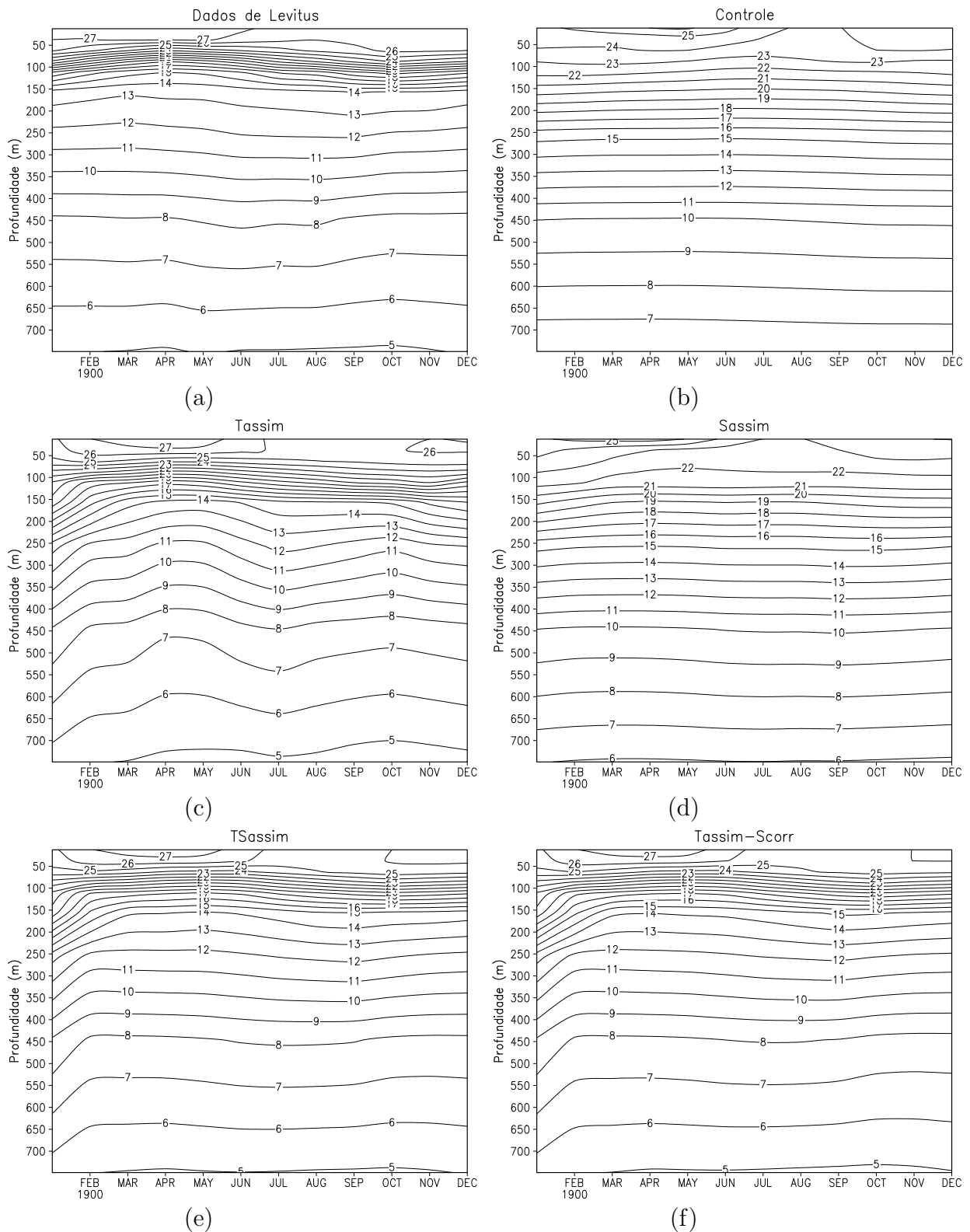


FIGURA 5.19: Evolução temporal dos campos médios mensais da temperatura ($^{\circ}C$) na área compreendida entre $2.5^{\circ}S$, $2.5^{\circ}N$ e $35^{\circ}W$, $25^{\circ}W$ para os nove primeiros níveis do modelo: (a) dados de Levitus; (b) integração de controle; (c) experimento com assimilação de T ; (d) experimento com assimilação de S ; (e) experimento com assimilação de T e S ; (f) experimento com assimilação de T e correção de S .

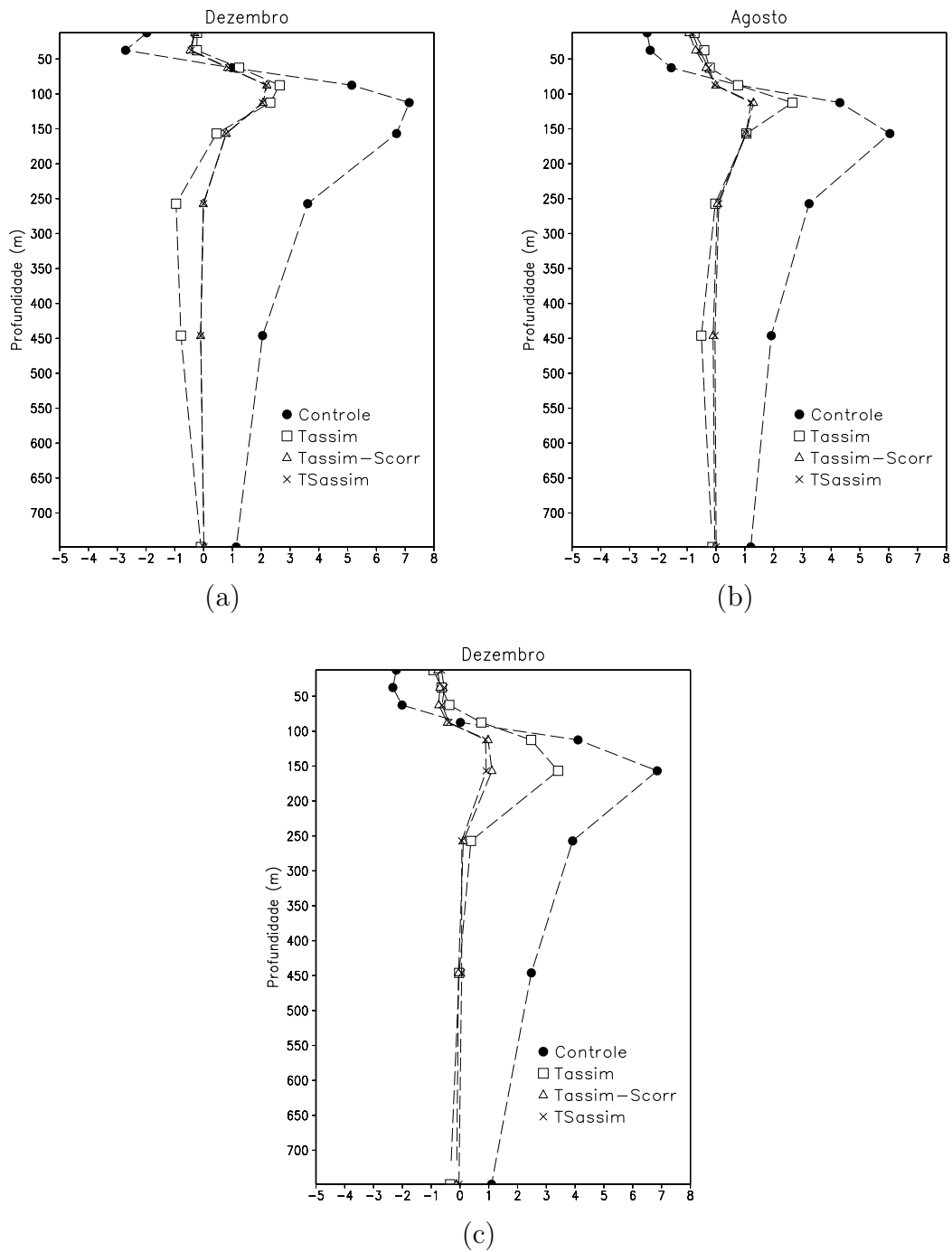


FIGURA 5.20: Perfil vertical dos erros da temperatura ($^{\circ}C$) na área compreendida entre $2.5^{\circ}S$, $2.5^{\circ}N$ e $35^{\circ}W$, $25^{\circ}W$ para os nove primeiros níveis verticais do modelo nos meses de (a) abril, (b) agosto e (c) dezembro.

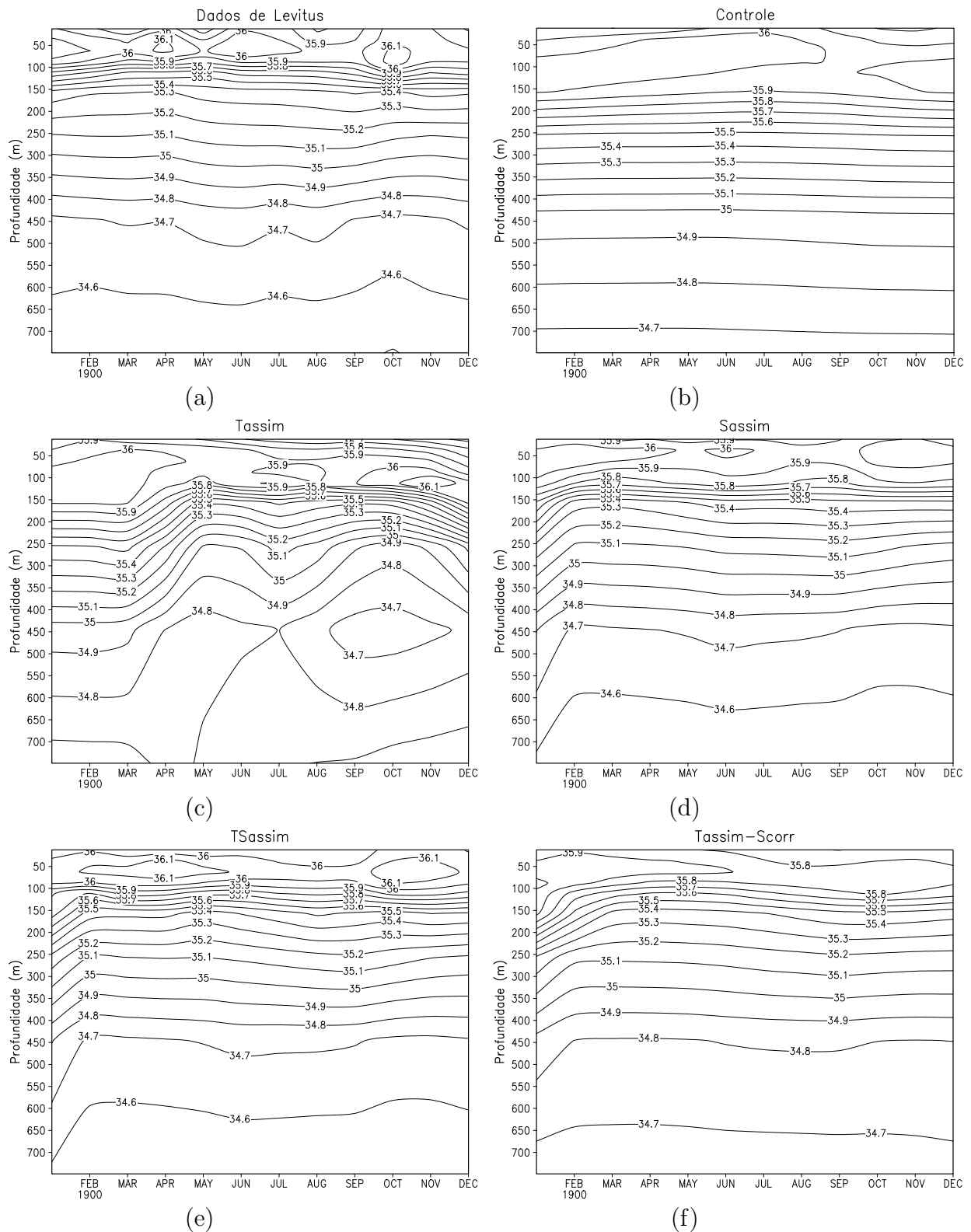


FIGURA 5.21: Evolução temporal dos campos médios mensais da salinidade (PSU) na área compreendida entre $2.5^{\circ}S$, $2.5^{\circ}N$ e $35^{\circ}W$, $25^{\circ}W$ para os nove primeiros níveis do modelo: (a) dados de Levitus; (b) integração de controle; (c) experimento com assimilação de T ; (d) experimento com assimilação de S ; (e) experimento com assimilação de T e S ; (f) experimento com assimilação de T e correção de S .

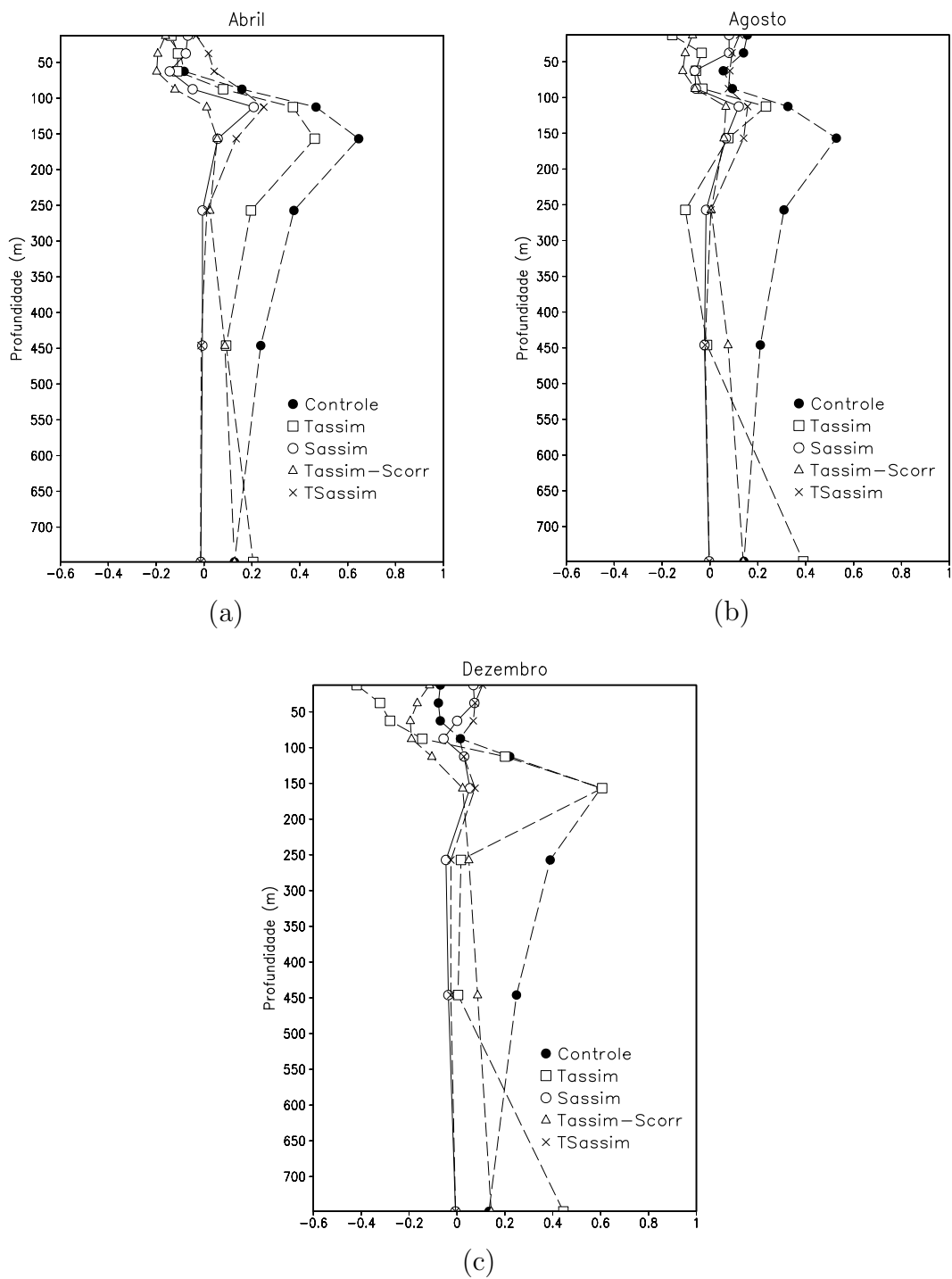


FIGURA 5.22: Perfil vertical dos erros da salinidade (PSU) na área compreendida entre $2.5^{\circ}S$, $2.5^{\circ}N$ e $35^{\circ}W$, $25^{\circ}W$ para os nove primeiros níveis verticais do modelo nos meses de (a) abril, (b) agosto e (c) dezembro.

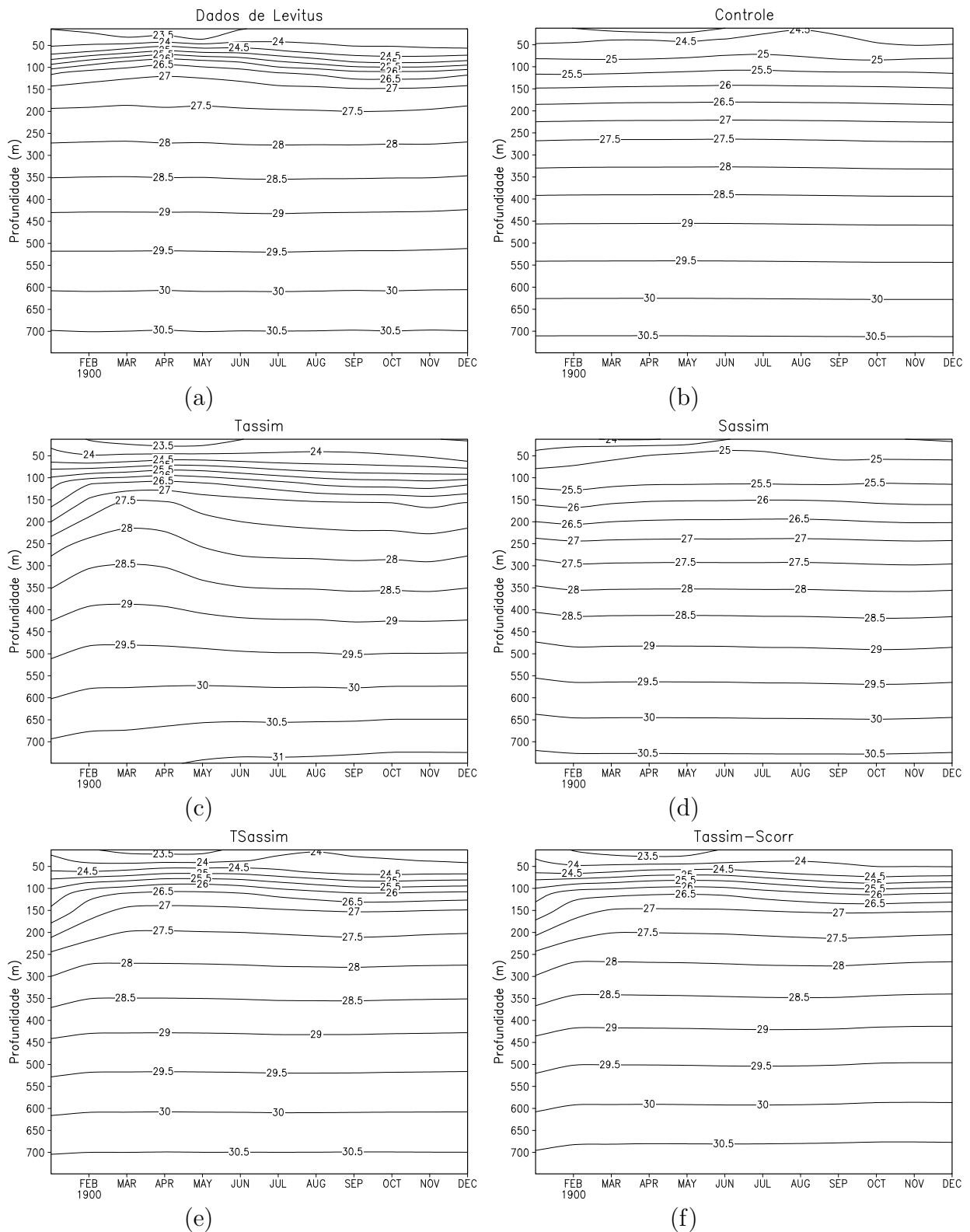


FIGURA 5.23: Evolução temporal dos campos médios mensais da densidade na área compreendida entre $2.5^{\circ}S$, $2.5^{\circ}N$ e $35^{\circ}W$, $25^{\circ}W$ para os nove primeiros níveis do modelo: (a) dados de Levitus; (b) integração de controle, (c) experimento com assimilação de T ; (d) experimento com assimilação de S , (f) experimento com assimilação de T e correção de S .

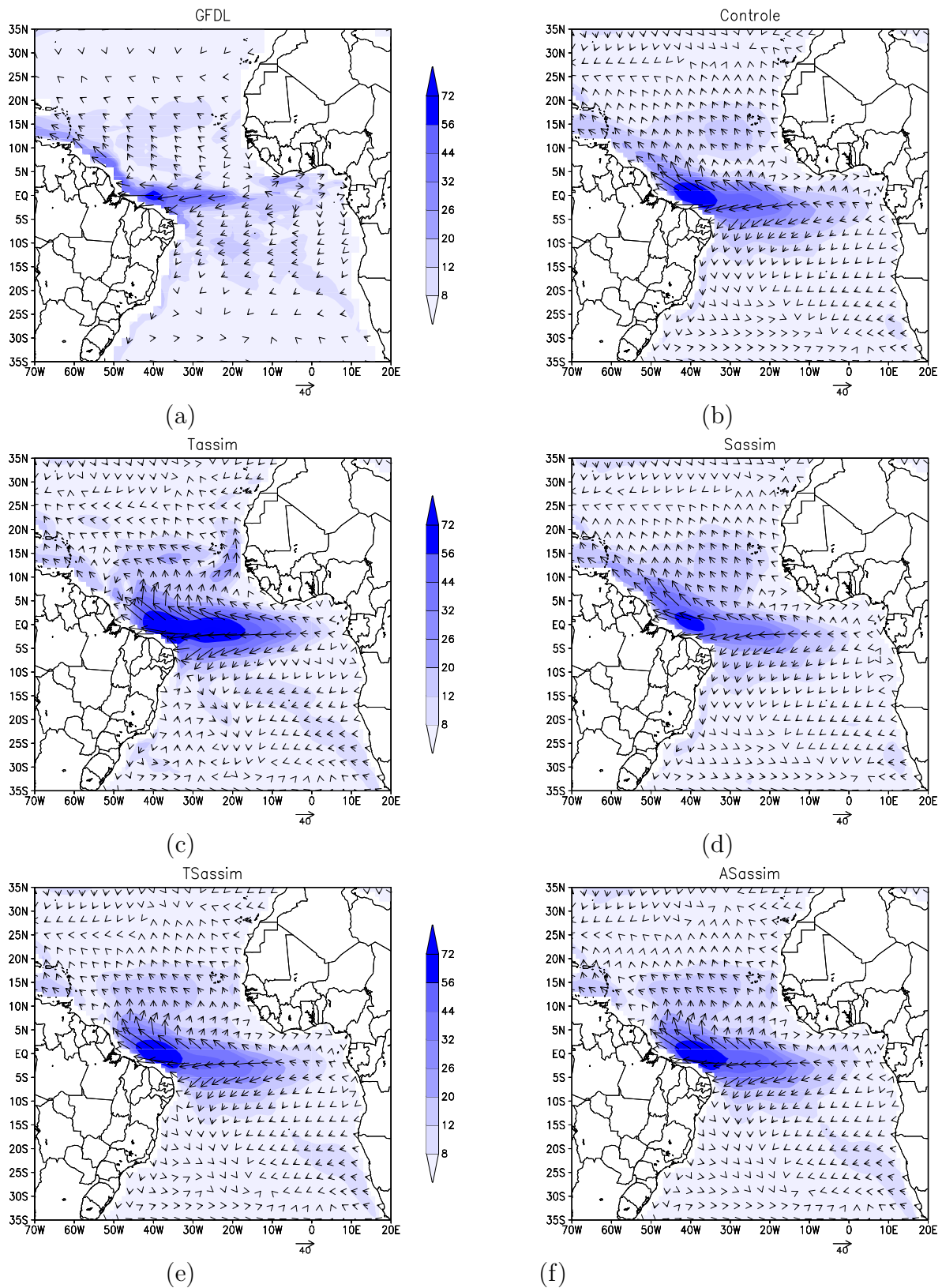


FIGURA 5.24: Campos médios das correntes para direção e intensidades no mês de dezembro à 15.m de profundidade para : (a) integração do GFDL; à 12.5 m de profundidade para: (b) integração de controle, (c) experimento com assimilação de T ; (d) experimento com assimilação de S , (e) experimento com assimilação de T e S ; (f) experimento com assimilação de T e correção de S .

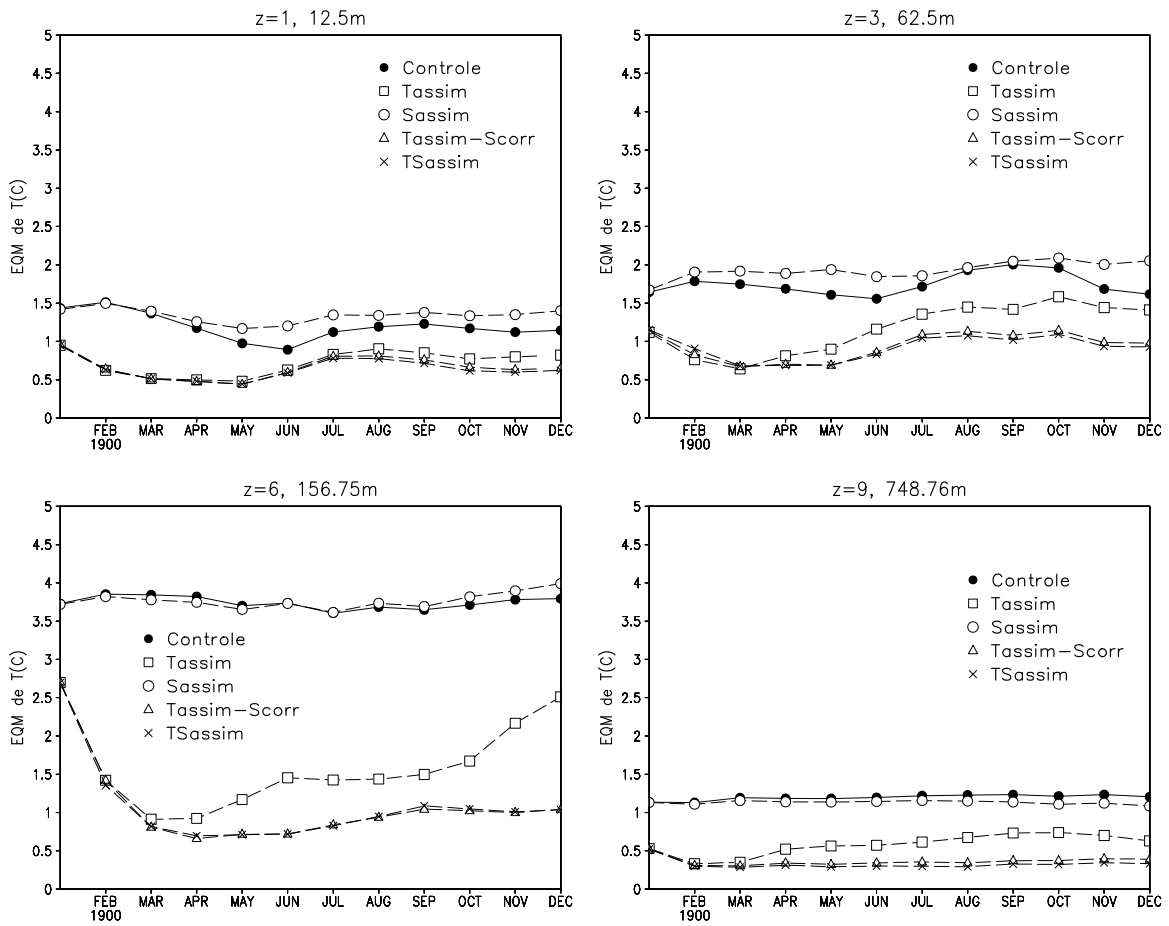


FIGURA 5.25: Erro quadratico médio da temperatura calculada numa área compreendida entre $25^{\circ}S$, $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$, $00^{\circ}W$ correspondente à 12.5 m, 62.5 m, 156.75 m e 748.76 m de profundidade.

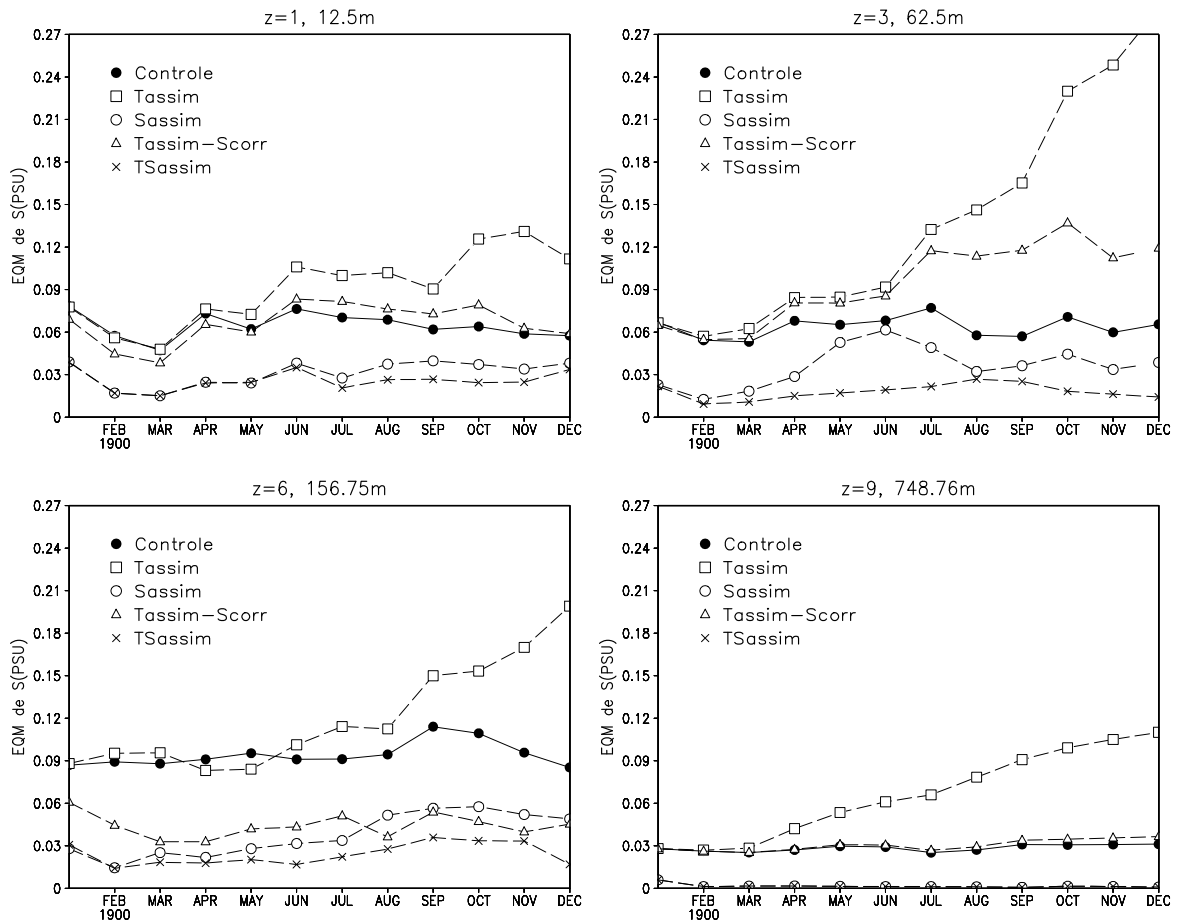


FIGURA 5.26: Erro quadrático médio da salinidade calculada numa área compreendida entre $25^{\circ}S$, $25^{\circ}N$ e $60^{\circ}W$, correspondente à 12.5 m, 62.5 m, 156.75 m e 748.76 m de profundidade.

Capítulo 6

Conclusões

O objetivo do presente trabalho foi investigar métodos de assimilação de dados oceanográficos e realizar experimentos no oceano Atlântico tropical. Foram abordados três métodos, o de Bergthorsson e Döös (B&D), de correções sucessivas (SCM) e uma versão do filtro de Kalman baseada na equação de Fokker-Planck (FP). Todos os experimentos numéricos foram realizados com o modelo global de circulação oceânica MOM3 do *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) (EUA). Foram utilizados dados do projeto PIRATA e dados climatológicos de Levitus. Dois conjuntos de experimentos de assimilação de dados foram realizados, um com variabilidade interanual e outro com variabilidade sazonal.

No primeiro conjunto de experimentos com variabilidade interanual foram assimilados dados de perfis verticais de temperatura do PIRATA durante o mês de março de 1999. Neste período foram usados os três métodos de assimilação, aplicados a cada dois dias nos 6 primeiros níveis verticais do MOM3. As assimilações foram realizadas após uma integração de *spin up* do MOM3 por 15 anos, seguida de uma integração forçada por 3 anos, de 1996 a 1998, com tensão de vento e temperatura de superfície do mar provenientes da reanálise do *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP)/*National Center for Atmospheric Research* (NCAR). Nestes experimentos, foi possível verificar os resultados objetivamente somente onde houve assimilação. Todos os experimentos apresentaram uma melhoria na representação da camada de mistura. Com o filtro de Kalman FP, as alterações no campo de temperatura foram mais localizadas ao redor dos pontos dos dados observacionais. Após a assimilação com o filtro, o campo de temperatura retornou rapidamente para

o padrão do modelo sem assimilação. Com os métodos de B&D e SCM, as correções produziram um impacto em uma área bem maior e, após assimilação a correção imposta em março foi bem mais duradoura.

Foram observadas alterações no campo das correntes, principalmente quando o filtro de Kalman FP foi empregado. Um dos motivos pelos quais este esquema não foi bem sucedido, na sua realização, pode ter sido o fato de se considerar a matriz de covariância dos erros do modelo, como uma interpolação da matriz de covariância dos erros do modelo calculada somente em relação aos pontos de observação. Devido à pouca quantidade de dados utilizados neste experimento, muitos erros podem ter sido introduzidos por causa dessa interpolação. A matriz de covariância dos erros do modelo é de difícil controle devido à complexidade da dinâmica do oceano, este é um motivo pelo qual elas são consideradas fixas em outros métodos, como o de interpolação estatística.

Os métodos de B&D e SCM apresentaram resultados muito semelhantes. Portanto, recomenda-se para situações similares as do presente trabalho usar o método B&D por ser mais barato computacionalmente. Estes esquemas, com pesos suficientemente regulares, produziram através da dinâmica do modelo campos de velocidade mais suaves. Para estes métodos, após a interrupção do processo de assimilação de um único mês, a simulação permanece com melhorias substanciais em relação à temperatura. Entretanto, ocorreram instabilidades numéricas que não permitiram a realização de assimilação durante o período de 1 ano quando foram usados passos de assimilação de 5 dias por longos períodos. Em experimentos realizados e não apresentados neste trabalho o período de assimilação pôde ser estendido até 3 meses, quando o passo de assimilação foi de 2 dias.

Portanto, tendo em vista os experimentos de assimilação com variabilidade interanual, é questionável a realização de experimentos de assimilação de temperatura, por longos períodos de tempo, sem a introdução de um método de inicialização que promova o equilíbrio termodinâmico entre a análise de temperatura e as outras variáveis do modelo.

No segundo conjunto de integrações foi estudado o impacto da assimilação em simulações climatológicas após a integração de 15 anos de *spin up*. Foi utilizado o método de B&D e os dados climatológicos de Levitus de temperatura e

salinidade. Diferentemente dos experimentos anteriores que usaram passo de integração do modelo de 4 h, aqui o passo de integração foi reduzido para 1 h visando aumentar a estabilidade numérica do modelo. As assimilações foram feitas a cada 5 dias com dados de Levitus. Neste caso foi possível realizar as integrações com assimilação seqüencial de somente temperatura por 1 ano. Dois experimentos foram feitos, um com assimilação de temperatura nos primeiros 4 níveis, no modelo, e outro com assimilação de temperatura nos primeiros 9 níveis, ambos produziram resultados bons nas primeiras camadas, levando o modelo em direção das observações. Porém, esta correção não foi rapidamente difundida para as camadas inferiores, de modo que, a correção nas camadas superiores não influenciou substancialmente as camadas inferiores. Este fato pode estar associado à baixa resolução vertical empregada, e a erros de parametrização de difusão vertical de calor e momentum do modelo. De forma geral, o experimento com mais níveis verticais de temperatura assimilados produziu resultados mais precisos que o experimento com menos níveis. Portanto, justifica-se assimilar mais níveis apesar do maior custo computacional.

Foi observado, que ao longo das simulações climatológicas com assimilação de temperatura, os impactos causados nos campos de correntes e salinidade foram intensificados ao longo do tempo, a ponto de criar circulações muito distintas do controle e, provavelmente, do observado. Este problema é causado pelo fato da assimilação ter sido realizada somente com a temperatura, de modo que as análises de temperatura, produzidas imediatamente após a assimilação, não estavam em balanço com as outras variáveis prognósticas do modelo. Isto introduziu ondas no sistema que contaminaram toda a simulação. De forma similar aos experimentos realizados com dados do PIRATA, a assimilação por períodos inferiores a 3 meses (não apresentado) mostrou que há um impacto positivo na simulação dos meses subseqüentes, indicando que, mesmo sem uma metodologia de inicialização, a assimilação de perfis de temperatura pode ser vantajosa. Pode-se então concluir que o incremento do número de níveis na assimilação pode produzir bons resultados da temperatura do MOM3 nos primeiros meses, mas depois pode causar instabilidades com degradação da solução numérica, mesmo mantendo a assimilação de temperatura.

Foram realizados experimentos com a inclusão da salinidade no processo de assimilação. A integração de controle foi a mesma utilizada nos experimentos com

4 e 9 níveis. Integrações semelhantes à de controle foram feitas, mas incluindo assimilação, em 9 níveis a cada 5 dias, durante um ano inteiro começando em janeiro. Foram usados dados de 44 perfis verticais temperatura e salinidade. Estes dados foram usados para assimilar: (i) temperatura; (ii) salinidade; (iii) temperatura e salinidade; e (iv) temperatura com correção de salinidade no Oceano Atlântico tropical. Esta correção foi feita assumindo uma relação local entre temperatura e salinidade, derivada com dados do próprio modelo, antes da assimilação. Esta é uma abordagem que é uma contribuição deste trabalho a qual foi elaborada baseada na metodologia apresentada em TROCCOLI e HAINES, 1999 [80].

A integração de controle não simulou com precisão a estrutura termo halina do Atlântico tropical, pois produziu uma camada de mistura muito espessa e não reproduziu os fortes gradientes verticais de temperatura, salinidade e densidade observados na região da termoclina e haloclina. Na superfície, a temperatura da integração de controle foi menor que a da climatologia de Levitus e nas camadas mais profundas o contrário acontece.

No experimento de assimilação com somente dados de temperatura, foi produzido um ajuste da temperatura do modelo na direção das observações em dois meses, de modo que no terceiro mês (março), o modelo reproduziu a espessura da camada de mistura e a região da termoclina próximos à climatologia. Porém, ao longo do tempo, o modelo não conseguiu manter esta estrutura vertical, produzindo oscilações de temperatura principalmente na região abaixo da termoclina. Ao final da simulação, o modelo produziu um aumento de erros na temperatura em toda a camada até a profundidade de 750 m, mesmo com a manutenção da assimilação de temperatura.

A salinidade do modelo foi alterada devido à assimilação de temperatura, mas o caráter oscilatório abaixo da termoclina foi muito marcante e contaminou o padrão da salinidade. Desta forma, o campo de densidade e o de correntes foi substancialmente afetado gerando padrões irrealistas, principalmente no final da integração. O modelo foi excitado a ponto de gerar correntes muito mais intensas que as verificadas no MOM4 do GFDL. Ainda, o experimento somente com temperatura degradou a representação da corrente do Brasil e do giro subtropical, visto que o componente meridional da velocidade na superfície na região oeste do Atlântico

Sul mudou de sentido (de norte para de sul). Esta mudança foi produzida mesmo mantendo-se o campo de tensão de ventos inalterado em todos os experimentos.

No experimento de assimilação somente com salinidade, quase não houve impacto na temperatura, na densidade e nas correntes em relação ao controle. Entretanto, no experimento no qual ambos, temperatura e salinidade foram assimilados, o modelo produziu sua melhor simulação em relação às observações. O modelo, em apenas 2 meses, teve sua estrutura de temperatura, salinidade e densidade corrigidas e assim permaneceu durante o restante do experimento sem degradar a sua dinâmica. Apesar disso, não houve impacto substancial na melhoria do campo de correntes de superfície visto que ela permaneceu semelhante ao controle. Isto demonstra uma incapacidade do modelo, isto é, do modelo como foi configurado, de produzir correntes acuradamente. Esta incapacidade pode estar relacionada, não só com a baixa resolução empregada, como também com a física de difusão turbulenta e com os forçantes atmosféricos. Uma verificação minuciosa do impacto na circulação de superfície e subsuperfície deve ser realizada incluindo dados de correntes *in situ*.

O experimento de assimilação de temperatura com correção de salinidade produziu resultados muito melhores que as assimilações de temperatura e de salinidade. No início da integração, os resultados foram similares aos resultados do experimento com assimilação de ambos, temperatura e salinidade, mas depois de alguns meses apresentou erros de salinidade e temperatura que podem aumentar e possivelmente contaminar toda a simulação.

Os resultados aqui apresentados demonstram que a inclusão da salinidade no ciclo de assimilação da temperatura é capaz de melhorar a estimação do estado físico e da circulação dos oceanos. Apesar da densidade ser regida principalmente pela temperatura, a pequena contribuição da salinidade foi fundamental para gerar uma análise muito próxima das observações quando ambas, temperatura e salinidade foram assimiladas. Considerando que os gradientes horizontais e verticais da densidade e os ventos de superfície, regem a circulação oceânica, espera-se que a assimilação de ambos temperatura e salinidade, produzam campos que excitem a variabilidade do modelo em modos que venham a reproduzir a realidade.

Várias análises dos oceanos para modelos previsores de clima são produzidas somente com a temperatura, como é o caso das assimilações realizadas no

GFDL/NOAA e no NCEP/NOAA, EUA, para a previsão do El Niño (DERBER e ROSATI 1989 [21]; JI e LEETMAA 1997, [41]). No entanto, nestes casos, há um processamento especial que maximiza a qualidade da análise. Por exemplo, os dados de temperatura usados na assimilação são filtrados, a assimilação é conduzida por décadas para corrigir o modelo lentamente na direção das observações até a data da condição inicial desejada. Outros artifícios são empregados, como a imposição de coeficientes de difusão horizontal de momentum do modelo maiores que os usados numa integração sem assimilação, para facilitar a obtenção de soluções suaves.

Os experimentos aqui realizados utilizaram um modelo de baixa resolução e com grandes erros sistematicos em sua simulação de controle. Mesmo assim, a assimilação conseguiu corrigir essas deficiências e produziu uma estimativa da realidade mais precisa que o modelo sem assimilação. Isto indica que se a metodologia aqui apresentada for aplicada em modelos que contenham menores erros, a estimação do estado dos oceanos poderá ser ainda melhor. Novos experimentos com outros modelos, outros métodos de assimilação, enfocando outras regiões e, ainda, considerando variabilidade interanual devem ser conduzidos para aprofundar a investigação da importância da salinidade na construção de análises oceânicas.

Em relação aos métodos de assimilação empregados, o filtro de Kalman FP produziu resultados inferiores aos de B&D e de SCM. Entretanto, o filtro FP tem um grande potencial e necessita de mais desenvolvimento, principalmente na solução da equação de Fokker-Planck.

6.1 Trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se indicar o uso dos métodos B&D, SCM e filtro de Kalman FP com o modelo MOM4 configurado com maior resolução e condições de contorno atmosféricos mais realistas. No LNCC, este modelo foi recentemente instalado com 31 níveis verticais, resolução horizontal com 360x240 pontos na longitude e latitude. Ele foi forçado por 30 anos com pressão atmosférica ao nível do mar, temperatura do ar em 2 m, umidade do ar a 2 m, fluxo de radiação de onda curta e longa, chuva, neve, aporte de água fresca dos rios, tensão dos ventos de reanálises. Os resultados preliminares indicam que o MOM4 produziu uma simu-

lação bem mais acurada que o MOM3, com erros máximos de temperatura de $2^{\circ}C$ enquanto o MOM3 produziu erros de até $6^{\circ}C$. A melhor qualidade da simulação de *background* pode contribuir em muito para uma melhor qualidade de análise.

No presente trabalho as assimilações de temperatura e salinidade foram feitas de forma independente no mesmo passo. Particularmente no filtro de Kalman FP, foi considerado apenas as covariâncias espaciais dos erros de T e S respectivamente, mas não foram consideradas as covariâncias cruzadas do tipo $\text{Cov}(\theta(t_n), \tau(t_m))$, onde $\tau(t_m)$, representa a variável aleatória correspondente aos erros da salinidade no instante t_m . Isto implicaria no cálculo de matrizes de covariâncias maiores e aumento do custo computacional. Entretanto, com os bons resultados obtidos com a assimilação de temperatura e salinidade, espera-se que a assimilação conjunta, considerando covariâncias cruzadas ou pesos cruzados, entre a temperatura e salinidade possa melhorar ainda mais a qualidade da análise.

Como foi verificado, um problema apresentado foi o grande *bias* do modelo em relação aos dados do PIRATA, devido a pouca física introduzida nele, provavelmente não satisfaça a condição da esperança dos erros ser nula. Por tanto um dos principais objetivos do efeitos da assimilação, foi, contratar este *bias*. A dificuldade de estudar o *bias* de um modelo é quase equivalente a de assimilar dados, não entanto ela pode ser estudada para casos específicos como sugerido em [33] por HAINES, 2003 .

Outros trabalhos podem ser desenvolvidos com um modelo acoplado oceano-atmosfera e assimilação de dados oceanográficos para investigar impactos dos métodos empregados na variabilidade e previsibilidade climática.

Apêndice A

Conceitos básicos de teoria de probabilidade

Um **espaço de probabilidade** consiste em um trio (Ω, S, P) , onde $\Omega \neq \phi$ é chamado de **espaço amostral**, S são subconjuntos de Ω , cada elemento de S é chamado de **evento aleatório** de Ω e P é uma **medida de probabilidade**.

Ω está formado por todos os possíveis valores ou resultados de um experimento.

S é uma σ -álgebra de Ω isto é:

- $\Omega \in S$
- Complementaridade. Se $A \in S$ então $A^C \in S$
- σ -aditividade. Se $A_n \in S$, $n = 1, 2, \dots$ então $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in S$

dessa forma S é fechado sob interseções e uniões contáveis.

P , a medida de probabilidade, é definida em S e deve cumprir os seguintes axiomas:

- $P(A) \geq 0$, $\forall A \in S$
- $P(\Omega) = 1$
- Se $A_n \in S$, $n = 1, 2, \dots$ são disjuntos, isto é, mutuamente exclusivos, então:

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$$

Ω é denominado **evento certo** e ϕ (conjunto vazio) **evento impossível**. Se $A \in S$ é tal que $P(A) = 1$ então A é um **evento quase certo**. Se $A, B \in S$ são dois eventos tais que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ então eles são chamados de **independentes**.

Exemplo: Seja $\Omega = \mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. A σ -álgebra de Borel, B , é a menor σ -álgebra contendo todos os intervalos. Os elementos de B são chamados de borelianos. Uma medida μ definida na σ -álgebra de Borel em \mathbb{R} é dada pela distância: para $b > a$, $\mu([a, b]) = b - a$, logo (\mathbb{R}, B, μ) é um espaço de medida, contudo, essa medida não é finita. No entanto, pode ser definido um espaço de probabilidades em um subintervalo $\hat{\Omega} = (a, b)$ finito de \mathbb{R} , construindo a σ -álgebra β a partir de interseções dos borelianos com o subintervalo. Assim, para qualquer subintervalo $[c, d]$ de β a medida pode ser definida como: $\hat{\mu}([c, d]) = (d - c)/(b - a)$, de forma que $\hat{\mu}([a, b]) = 1$. Logo $(\hat{\Omega}, \beta, \hat{\mu})$ é um espaço de probabilidade.

Definição A.0.1 *Seja S uma σ -álgebra definida em um conjunto Ω . Uma função X em Ω para \mathbb{R} :*

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

é dita mensurável se para cada número real α o conjunto:

$$A_\alpha = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq \alpha\}$$

*pertence a S . Se (Ω, S, P) é um espaço de probabilidade então X é chamada de **variável aleatória**.*

São dois tipos de variáveis aleatórias consideradas neste trabalho. A primeira representa o erro do modelo teórico em relação ao numérico, e a segunda, do teórico em relação às medições realizadas. Devido a ser impossível obter os valores verdadeiros, para efeito dos cálculos, considera-se as medições como sendo aproximações da realidade.

Os possíveis valores dos erros do modelo incluem a reta toda, porém, desde que um modelo procura produzir campos dentro da variabilidade da natureza, neste trabalho é considerado um intervalo de erro de $[-5, 5]$ graus centígrados para a temperatura e de $[-2, 2]$ PSU para a salinidade. Se os erros estão fora destes intervalos

estes dados são descartados. Se θ representa a variável dos erros num ponto do espaço físico (latitude, longitude, profundidade), então:

$$\theta : \Omega \rightarrow [a, b],$$

onde $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, $[a, b] \subset \mathbb{R}$.

Definição A.0.2 *A distribuição de probabilidade F de uma variável aleatória X é definida por:*

$$F(x) = P\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\} = P(X \leq x).$$

Em particular:

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a).$$

Para o caso em que a difere de b em uma quantidade infinitesimal da , a probabilidade de que X esteja entre a e $a + da$ é:

$$P(a \leq X \leq a + da) = F(a + da) - F(a) = dF.$$

Teorema A.0.1 *Uma função F é função distribuição de uma única probabilidade em (\mathbb{R}, β) se e somente se ela satisfaz:*

1. F é não decrescente.
2. F é contínua à direita.
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

Esta função de distribuição caracteriza a probabilidade, isto é, F definida acima, determina de forma única P . O comportamento estatístico de uma variável aleatória é completamente determinado por uma função de distribuição. Podemos em princípio determinar através de F a probabilidade de X pertencer a qualquer boreliano.

Definição A.0.3 *Se X é uma variável aleatória no espaço de probabilidade (Ω, S, P) a esperança matemática ou valor médio de X é definida por:*

$$E(X) = \int_{\mathbb{R}} x dF(x),$$

desde que a integral imprópria de Riemman-Stieljes existe.

Se EX é finita, dizemos que X é integrável. Na literatura são utilizadas outras notações para a esperança matemática:

$$EX = \int_{\mathbb{R}} x dF_X(x) = \int_{\mathbb{R}} x P_X(dx) = \int_{\Omega} X dP$$

Definição A.0.4 A **variância** da variável aleatória X é definida como:

$$Var(X) = E(X - EX)^2 = EX^2 - (EX)^2 \quad (1.1)$$

se a integral existe.

Também é definido $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$ como o **desvio padrão** de X .

Definição A.0.5 A **densidade de uma medida de probabilidade** P em \mathbb{R} é uma função Borel-mensurável e positiva p que satisfaz:

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p(y) dy.$$

Se F é a distribuição de uma variável aleatória X diz-se que p é a densidade de X .

Neste caso diz-se que X é **absolutamente contínua**.

É mostrado que X tem densidade se e somente se F é absolutamente contínua, isto é, F é a integral de sua derivada. Logo se p é densidade de X :

$$p = \frac{dF}{dx}$$

Com esta última definição podemos calcular a esperança de X a partir da sua função de densidade se ela existe. Se X tiver densidade p e φ é uma função real mensurável então:

$$E(\varphi(X)) = \int \varphi(x)p(x) dx. \quad (1.2)$$

Uma variável aleatória X possui **distribuição normal padrão** se X tem

densidade:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-x^2/2\}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Uma variável aleatória X é **Gaussiana** ou **normalmente distribuída** se sua função de densidade é dada por:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right\} \quad (1.3)$$

onde m e σ são parâmetros constantes. Pode ser provado que $m = E(X)$ e $\sigma^2 = Var(X)$.

Teorema A.0.2 *Uma função Borel mensurável e positiva p em \mathbb{R} é a densidade de uma medida de probabilidade em (\mathbb{R}, β) se e somente se satisfaz:*

$$\int_{\mathbb{R}} p(x) dx = 1$$

Neste caso ela determina totalmente a medida de probabilidade, e inversamente a medida de probabilidade determina a sua densidade (quando ela existe) a menos de um conjunto de Lebesgue de medida nula.

Se é definida a função F por:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(s) ds$$

pelo teorema A.0.1 F é uma função de distribuição. Reciprocamente se $p(x)$ é densidade então $\int_{\mathbb{R}} p(x) dx = 1$ pelo teorema A.0.1(3) e pela definição de densidade.

Antes de definir a covariância entre duas variáveis aleatórias, será definida a função de densidade conjunta.

Definição A.0.6 *A função de distribuição cumulativa conjunta para duas variáveis aleatórias X e Y é definida por:*

$$F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y).$$

A função de distribuição cumulativa conjunta é monotonicamente crescente para

cada uma das variáveis e toma valores entre 0 e 1.

Definição A.0.7 *Seja F a função de distribuição de (X, Y) . Se existe uma função positiva p em \mathbb{R}^2 tal que:*

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y p(s, u) ds du. \quad (1.4)$$

então p é chamada de **densidade conjunta**

A função de distribuição cumulativa F_X de X pode ser obtida a partir da distribuição conjunta F_{XY} de (X, Y) da seguinte forma:

$$F_X(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} F_{XY}(x, y)$$

Definição A.0.8 *As funções de densidade de probabilidade marginais são definidas por:*

$$p_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{XY}(x, y) dy; \quad p_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{XY}(x, y) dx.$$

Definição A.0.9 *A covariância entre duas variáveis aleatórias X, Y é definida como:*

$$Cov(X, Y) = E\{(X - EX)(Y - EY)\}$$

Se a função de densidade conjunta $p(x, y)$ existe então:

$$Cov(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)(y - EY)p(x, y) dx dy.$$

A covariância é uma indicação de como duas variáveis aleatórias X e Y estão correlacionadas. Em geral uma covariância positiva indica que Y incrementa quando X incrementa, enquanto que, valores negativos indicam que Y decresce quando X incrementa. Pode ser definida também a correlação de duas variáveis aleatórias X e Y pela razão:

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y},$$

com $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$ e $\sigma_Y = \sqrt{Var(Y)}$, se ρ é zero diz-se de X e Y estão não

correlacionados.

As variáveis aleatórias X, Y com densidades p_X e p_Y são **independentes** se:

$$p_{XY}(x, y) = p_X(x)p_Y(y)$$

o que é equivalente a:

$$F_{XY}(x, y) = F_X(x)F_Y(y).$$

Para simplificar a notação denotaremos por $p_X(x) = p(x)$ e $p_{XY}(x, y) = p(x, y)$

Definição A.0.10 *A função de densidade de probabilidade condicional da variável aleatória X dado que Y teve o valor de y , se possuírem densidade de probabilidade conjunta, é definido por:*

$$p(x|Y = y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} = \frac{p(x, y)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(x, y)dx}.$$

Logo pode ser definida a **esperança condicional** das variáveis aleatórias X, Y (definidas no mesmo espaço de probabilidades) se possuírem densidade de probabilidade conjunta como:

$$E(X|Y = y) = \int x dF_X(x|Y = y) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x|y)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{p(x, y)}{p_Y(y)} dx.$$

A.1 Conceitos sobre processos estocásticos

Definição A.1.1 *Uma função aleatória é uma coleção de variáveis aleatórias indexadas, este conjunto de índices que será denotado por I pode ser contínuo ou discreto. Uma função aleatória é comumente chamada de **processo estocástico**.*

Podemos citar o exemplo do erro $\theta(t)$ entre a temperatura fornecida por um modelo e medições *in situ* a cada instante $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ que pode ser considerada uma função aleatória em relação ao tempo. Ela também pode ser aleatória em relação ao espaço e ao espaço-tempo.

Neste trabalho só será considerada função aleatória em relação ao tempo. Para um valor específico t , $X(t)$ é uma variável aleatória com função de distribuição

cumulativa definida por:

$$F(x, t) = P(X(t) \leq x),$$

onde $P(X(t) \leq x)$ é a probabilidade que em um instante específico t , $X(t)$ seja menor que x . A função de **densidade de probabilidade de $X(t)$** é uma função positiva p , tal que:

$$F(x, t) = \int_{-\infty}^x xp(s, t)ds, \quad (1.5)$$

esta função de densidade é chamada de **primeira ordem**. Neste caso, a esperança de $X(t)$ é dada por:

$$EX(t) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x, t)dx.$$

A **função cumulativa de segunda ordem** do processo $X(t)$ é definida como a probabilidade conjunta das variáveis aleatórias $X(t_1)$ e $X(t_2)$:

$$F(x, t_1, y, t_2) = P(X(t_1) \leq x, X(t_2) \leq y)$$

A **função de probabilidade conjunta** ou **função de densidade de segunda ordem** é definida como a função positiva p tal que:

$$F(x, t_1, y, t_2) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y p(s, t_1, u, t_2)dsdu$$

Outras notações utilizadas para a **função de probabilidade conjunta** são:

$$p(X(t_1), X(t_2)) = p(x, y, t_1, t_2) = p(x, t_1, y, t_2).$$

Podemos definir também a função de **densidade de probabilidade condicional** a partir das funções de densidade de probabilidade conjunta de um processo estocástico. Podemos pensar em X como a variável aleatória $X(t)$ e como Y a variável aleatória $X(\tau)$ na definição A.0.10. A densidade condicional vem dada por:

$$p(X(t)|X(\tau)) = \frac{p(X(t), X(\tau))}{p(X(\tau))}.$$

A função de probabilidade conjunta de $X(t_1)$ dado que o processo foi medido em t_2 ,

com medida $X(t_2) = y$ é :

$$p(x, t_1 | y, t_2) = p[x, t_1 | X(t_2) = y] = p(x, t_1; y, t_2) = \frac{p(x, t_1, y, t_2)}{p(y, t_2)}, \quad (1.6)$$

com

$$p(y, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t_1, y, t_2) dx.$$

Podemos definir também a **covariância** para este processo como:

$$Cov(X(t_1), X(t_2)) = E\{[X(t_1) - EX(t_1)] \cdot [X(t_2) - EX(t_2)]\}.$$

Similarmente, a **covariância cruzada** entre dois processos estocásticos $X(t)$ e $Y(t)$ é definida como:

$$Cov(X(t_1), Y(t_2)) = E\{[X(t_1) - EX(t_1)] \cdot [Y(t_2) - EY(t_2)]\}.$$

Se a função de densidade conjunta existe:

$$\begin{aligned} Cov(X(t_1), Y(t_2)) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xyp(x, t_1, y, t_2) dx dy - \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} xp(x, t_1, y, t_2) dx \right\} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} yp(x, t_1, y, t_2) dy \right\}. \end{aligned}$$

A.2 Movimento Browniano

Definição A.2.1 *Seja $X(t)$ um processo estocástico com parâmetro contínuo. Se para qualquer conjunto finito $\{t_i : t_i < t_{i+1} \ i = 0, \dots, n\} \in [t_0, T]$ as variáveis aleatórias:*

$$X(t_1) - X(t_0), X(t_2) - X(t_1), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$$

*são independentes, diz-se deste processo ter **incrementos independentes**. Se $X(t+h) - X(\tau+h)$ tem a mesma distribuição que $X(t) - X(\tau)$ para cada $t > \tau$ e cada $h > 0$, X é chamado de estacionário.*

Definição A.2.2 *Um processo estocástico $X(t)$ com parâmetro contínuo é chamado de Wiener, Wiener-Lévy ou movimento Browniano se:*

1. $\{X(t), t \geq 0\}$ tem incrementos estacionários e independentes;

2. para cada $t \geq 0$, $X(t)$ é normalmente distribuída;
3. para cada $t \geq 0$, $EX(t) = 0$;
4. $P(X(0) = 0) = 1$.

Pode ser provado que $X(t) - X(\tau)$ também é normalmente distribuída para cada $t, \tau \geq 0$, em particular $E(X(t) - X(\tau)) = 0$. Logo sua distribuição está determinada por sua média e sua variância.

A.3 Processos Markovianos

Definição A.3.1 Um processo estocástico $X(t)$ discreto ou contínuo é chamado um **processo de Markov**, se para qualquer conjunto finito de parâmetros $t_i : t_i < t_{i+1}$ e para qualquer real λ :

$$P(X(t_n) \leq \lambda | X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_{n-1})) = P(X(t_n) \leq \lambda | X(t_{n-1})).$$

Esta definição pode ser interpretada da seguinte forma: dado que um processo de Markov encontra-se num estado determinado, seu comportamento futuro não depende da sua história anterior a sua entrada nesse estado. Esta propriedade é chamada de princípio de causalidade: *o futuro pode ser predito a partir do conhecimento do presente.*

A propriedade de Markov pode ser escrita em termos de suas funções de densidade, se elas existem, por:

$$p(X(t_n) | X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_{n-1})) = p(X(t_n) | X(t_{n-1})),$$

onde $t_1 < t_2 < \dots < t_n$.

As densidades condicionais $p(X(t) | X(\tau))$ são chamadas de **densidade de probabilidade de transição** do processo de Markov.

A lei de probabilidade de um processo de Markov pode ser especificada por $p(X(t) | X(\tau))$ para todo $t > \tau$.

Uma identidade que cumpre a densidade dos procesos markovianos é chamada

de Chapman-Kolmogorov. Para procesos discretos (ver JAZWINSKI [39] pág. 80):

$$p(X(t_n), X(t_{n-2})) = \int p(X(t_n)|X(t_{n-1}))p(X_{n-1}|X(t_{n-2}))dX_{n-1}.$$

Substituindo para $m \leq n - 2$:

$$p(X(t_n), X(t_m)) = \int p(X(t_n)|X(t_{n-1}))p(X_{n-1}|X(t_m))dX_{n-1}, \quad (1.7)$$

Isto também é válido para procesos contínuos, (ver ARNOLD [2] pag. 30).

Pode ser provado que o movimento Browniano é um processo de Markov e desde que o movimento Browniano é também Gaussiano ele é dito de **Gauss-Markov**.

A.4 Ruído Branco

Definição A.4.1 *Uma seqüência aleatória branca $X_i, i = 1, \dots$ é chamada de uma seqüência de Markov para a qual:*

$$p(X_k|X_l) = p(X_k), \quad (1.8)$$

isto é, todos os X_k são mutuamente independentes. Se os X_k são normalmente distribuídos é dita de seqüência aleatória Gaussiana.

Uma seqüência branca é completamente aleatória ou totalmente imprevisível. Pode ser deduzido que, se $X_i, i = 1, \dots$, é uma seqüência gaussiana, devido a que a seqüência é branca:

$$Cov(X_n, X_m) = E\{(X_n - EX_n)(X_m - EX_m)\} = Q_n \delta_{nm} \quad (1.9)$$

onde δ_{nm} é o delta de Kronecker e Q_n é positivo. Portanto a lei de probabilidade da seqüência está determinada pelo valor médio ou esperança e sua variância. Para o caso em que X seja um vetor então 1.9 é:

$$E\{(X_n - EX_n)(X_m - EX_m)^t\} = Q_n \delta_{nm} \quad (1.10)$$

e Q_n é uma matriz positiva definida. Este processo é às vezes chamado de delta-correlacionado

No caso de parâmetro contínuo pode ser definido um processo branco $X(t)$ como um processo de Markov para o qual:

$$p(X(t)|X(\tau)) = p(X(t)); \quad t > \tau.$$

Se os $X(t)$ são normalmente distribuídos para cada $t \in I$ então o processo é um **processo branco Gaussiano** com:

$$E\{(X(t) - EX(t))(X(\tau) - EX(\tau))\} = Q(t)\delta(t - \tau), \quad (1.11)$$

onde $Q(t)$ é positiva. Aqui $\delta(t - \tau)$, a função Delta de Dirac, é entendida no sentido das distribuições de Schwartz. Se X é um vetor então 1.11:

$$E\{(X(t) - EX(\tau))(X(t) - EX(\tau))^t\} = Q(t)\delta(t - \tau),$$

e $Q(t)$ é uma matriz de covariância positiva semidefinida .

Formalmente um ruído Gaussiano branco é a derivada de um movimento Browniano:

$$W(t) \sim \frac{dB(t)}{dt}$$

A.5 Equações diferenciais estocásticas

Um caso especial de uma equação diferencial estocástica com uma forçante branca Gaussiana vem dada pela seguinte expressão:

$$\frac{dX(t)}{dt} = f(X(t), t) + G(X(t), t)W(t), \quad (1.12)$$

onde X e f são vetores n -dimensionais, G é uma matriz $n \times m$, W é um vetor de dimensão m e a condição inicial $X(t_0)$ é independente do processo gaussiano branco $W(t)$. Desde que o processo $W(t)$ é delta-correlacionado $W(t)$ não é Riemman integrável em média quadrática, portanto esta expressão não tem nenhum significado

matemático.

Formalmente 1.12 pode ser considerado como:

$$dX(t) = f(X(t), t)dt + G(X(t), t)dB(t). \quad (1.13)$$

As funções f e G são chamadas de coeficientes do processo de difusão. Se f e G são contínuas então f é chamado de vetor deriva e GG^t é chamada de matriz de difusão. Por simplicidade suponhamos que $X(t)$ é escalar e $B(t)$ é um movimento Browniano escalar. Uma expressão da forma 1.13 onde f e G são conhecidos é chamada equação diferencial estocástica de Itô conduzida por um movimento Browniano.

Alguns casos particulares de 1.13 são:

- Se $G = 0$ então 1.13 pode ser interpretada como uma equação não probabilística.
- Se $f(X(t), t) = -\alpha$ e $G(X(t), t) = \sigma$, com α e σ constantes positivas, então 1.13 é chamada de equação de Langevin.

Reescrevendo a equação 1.13 temos:

$$X(t) = X(t_0) + \int_{t_0}^t f(X(\tau), \tau)d\tau + \int_{t_0}^t G(X(\tau), \tau)dB(\tau) \quad t \in [t_0, T]. \quad (1.14)$$

A primeira integral será interpretada como integral de Riemman e a segunda é rigorosamente interpretada como **integral estocástica de Itô**. Não será apresentada esta teoria, apenas as propriedades das soluções de 1.13. A existência e unicidade da solução de 1.13 para o caso unidimensional é dada pelo seguinte teorema.

Teorema A.5.1 *Suponhamos que as funções f e G são reais e seja dada a condição inicial $X(t_0)$, satisfazendo as seguintes hipóteses:*

1. $\exists K > 0$ tal que:

$$|f(x, t)| \leq K(1 + |x|^2)^{1/2},$$

$$|G(x, t)| \leq K(1 + |x|^2)^{1/2};$$

2. f e G satisfazem a condição uniforme de Lipschitz em X ;
3. f e G satisfazem a condição de Lipschitz em t ;
4. a condição inicial $X(t_0)$ é uma variável aleatória com $E|X(t_0)|^2 < \infty$ independente de $dB = B(t) - B(t_0)$ para $t \in [t_0, T]$.

Então 1.14 possui uma única solução em $[t_0, T]$ no sentido de média quadrática. A solução possui as seguintes propriedades:

1. $X(t)$ é contínua em média quadrática no intervalo $[t_0, T]$.
2. $E|X(t)|^2 < \infty \forall t \in [t_0, T]$.
3. $\int_{t_0}^T E|X(t)|^2 dt < M$ em $[t_0, T]$.
4. $X(t) - X(t_0)$ é independente de $\{dB = B(\tau) - B(t), \tau \geq t\}$ para cada $t \in [t_0, T]$.

Além disso, $X(t)$ é um processo de Markov e no sentido de média quadrática está determinado unicamente pela condição inicial $X(t_0)$.

Para o caso vetorial este teorema pode ser generalizado considerando $|X| = \sqrt{X \cdot X^t}$ e

$$|GG^t| = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m G_{ij} \right)^{1/2} = [\text{tr}(GG^t)]^{1/2}.$$

Sob as condições de existência este processo é de Markov portanto o processo é caracterizado pela função de densidade:

$$p(X(t)) = p(X, t)$$

e função de densidade de probabilidade de transição:

$$p(X(t), X(\tau)) = p(X|Y) = p(x, t; y, \tau), \quad \forall t > \tau \in [t_0, T].$$

A.6 Equações de Fokker-Planck

De acordo com o teorema A.5.1 o proceso gerado pela equação estocástica de Itô:

$$dX(t) = f(X(t), t)dt + G(X(t), t)dB(t). \quad (1.15)$$

é um proceso markoviano, portanto o processo é caracterizado pela função de densidade:

$$p(X(t)) = p(X, t)$$

e função de densidade de probabilidade de transição:

$$p(X(t), X(\tau)) = p(X|Y) = p(X, t; Y, \tau), \quad \forall t > \tau \in [t_0, T].$$

O teorema a seguir define a equação que descreve a evolução da função de densidade de probabilidade do proceso gerado pela equação de Itô 1.13. Primeiro são apresentadas propriedades utilizadas na demonstração.

Pode ser provado que se temos uma variável aleatória normalmente distribuída com media m e variância σ^2 então:

$$E(X - m)^n = \begin{cases} 0 & \text{para } n \geq 1, n \text{ ímpar} \\ 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-1)\sigma^n & \text{para } n \geq 1, n \text{ par.} \end{cases} \quad (1.16)$$

Para o caso em que B é um movimento Browniano a variância vem dada por $Var(B(t) - B(\tau)) = (t - \tau)$. Denotando $\delta B(t) = B(t+h) - B(t)$

$$E[\delta B(t)]^n = \begin{cases} 0 & \text{para } n \geq 1, n \text{ ímpar} \\ 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-1)(\sigma h^{1/2})^n & \text{para } n \geq 1, n \text{ par.} \end{cases} \quad (1.17)$$

Se X e $Xg(Y)$ são duas variáveis aleatórias integráveis, então

$$E(Xg(Y)|Y = y) = g(y)E(X|Y = y). \quad (1.18)$$

Teorema A.6.1 *Seja p a probabilidade de transição do processo gerado por 1.13 e*

suponhamos que:

$$\frac{\partial p}{\partial t}, \frac{\partial p f(x, t)}{\partial x}, \frac{\partial^2 [p G^2]}{\partial x^2},$$

existem e são contínuas, então para τ e y fixos tal que $\tau \leq t$ esta densidade de transição $p(x, t; y, \tau)$ cumpre a equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} = - \frac{\partial p(x, t; y, \tau) f(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [p(x, t; y, \tau) G^2(x, t)]}{\partial x^2} \quad (1.19)$$

Com condição inicial:

$$\lim_{t \rightarrow \tau} p(x, t; y, \tau) = \delta(x - y), \quad (1.20)$$

Se $p(x, t; y, \tau)$ é suposto bem comportado (diferenciável) no infinito as condições de contorno são:

$$p(\infty; y, t) = p(-\infty; y, t) = 0 \quad (1.21)$$

A demonstração, que pode ser encontrada no livro de JAZWINSKI [39], é apresentada aqui por conter fatos importantes que são aplicados neste trabalho tese.

Demonstração: Seja $R(x)$ uma função real, não negativa, duas vezes continuamente diferenciável tal que para $x_1 < x_2$:

$$R(x) = 0, \quad x < x_1 \quad \text{e} \quad x > x_2 \quad (1.22)$$

$$R(x_1) = R(x_2) = R'(x_1) = R'(x_2) = R''(x_1) = R''(x_2) = 0 \quad (1.23)$$

Denotemos o incremento de t como $\delta t = h > 0$ pequeno. Devido a continuidade da derivada de p em relação ao tempo e por 1.22:

$$\underbrace{\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} h + o(h) \right] R(x) dx}_I = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} [p(x, t + h; y, \tau) - p(x, t; y, \tau)] R(x) dx}_{II} \quad (1.24)$$

Se z é a realização de $X(t)$, $\tau < t < t + h$, de acordo com 1.7:

$$p(x, t + h; y, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t + h; z, t) p(z, t; y, \tau) dz. \quad (1.25)$$

Substituindo em II :

$$\begin{aligned} II &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t + h; z, \tau) p(z, t; y, \tau) R(x) dz dx - \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t; y, \tau) R(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(z, t + h; x, t) p(x, t; y, \tau) R(z) dx dz - \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t; y, \tau) R(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t; y, \tau) \underbrace{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} p(z, t + h; x, t) R(z) dz - R(x) \right\}}_{III} dx \end{aligned} \quad (1.26)$$

A série de Taylor para $R(z)$ é:

$$R(z) = R(x) + (z - x)R'(x) + \frac{1}{2}(z - x)^2 R''(x) + o(z - x)^2$$

Logo:

$$\begin{aligned} III &= R(x) \int_{-\infty}^{\infty} p(z, t + h; x, t) dz + R'(x) \int_{-\infty}^{\infty} (z - x) p(z, t + h; x, t) dz \\ &\quad + \frac{1}{2} R''(x) \int_{-\infty}^{\infty} (z - x)^2 p(z, t + h; x, t) dz \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} o(z - x)^2 p(z, t + h; x, t) dz - R(x) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Temos por propriedade:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(z, t + h; x, t) dz = 1 \quad (1.28)$$

Por outro lado, desde que z é uma realização de $X(t + h)$ e x é uma realização de $X(t)$, $z - x = \delta x$ é uma realização de $\delta X = X(t + h) - X(t)$. Logo:

$$p(z, t + h; x, t) = p(X(t + h) | X(t)) = p(\delta x | x) \quad (1.29)$$

Assim:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (z - x)^k p(z, t + h; x, t) dz = E((\delta X)^k | X(t)), \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.30)$$

Considerando a equação 1.13 como pequenos incrementos:

$$X(t + h) - X(t) = f(X(t), t)h + G(X(t), t)(B(t + h) - B(t))$$

e denotando por $\delta B = B(t + h) - B(t)$ temos:

$$E(\delta X | X(t) = \zeta) = hE(f(X(t), t) | X(t) = \zeta) + E(G(X(t), t)\delta B | X(t) = \zeta).$$

Por 1.18:

$$E(\delta X | X(t) = \zeta) = hf(x, t) + G(x, t)E(\delta B) | X(t) = \zeta,$$

pela definição de movimento browniano e sua independência com relação à X a igualdade anterior resulta em:

$$E(\delta X | X(t) = \zeta) = f(t, \zeta) \cdot h. \quad (1.31)$$

Também de 1.13 temos:

$$(\delta X)^2 = h^2 f^2(X, t) + G^2(X, t)(\delta B)^2 + 2hf(X, t)G(X, t)\delta B$$

Por 1.18 e 1.17:

$$\begin{aligned} E((\delta X)^2 | X(t) = \zeta) &= h^2 f^2(X, t) + G^2(x, t)E((\delta B)^2 | X(t) = \zeta) \\ &\quad + 2hf(X, t)E(\delta B | X(t) = \zeta) \end{aligned}$$

Logo:

$$E((\delta X)^2 | X(t) = \zeta) = G^2(t, \zeta) \cdot h + o(h) \quad (1.32)$$

De forma similar podemos obter:

$$E((\delta X)^k | X(t) = \zeta) = o(h) \quad k > 2. \quad (1.33)$$

Por 1.30 com 1.31, 1.32, 1.33 e 1.28, em 1.27:

$$III = R'(x)f(x, t)h + \frac{1}{2}R''(x)G^2(x, y)h + o(h) \quad (1.34)$$

Portanto em vista de 1.26 e 1.24:

$$\begin{aligned} & \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} h + o(h) \right] R(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p(x, t; y, \tau) \left[R'(x)f(x, t)h + \frac{1}{2}R''(x)G^2(x, t)h + o(h) \right] dx \end{aligned}$$

Logo:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} R(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} p(x, t; y, \tau) f(x, t) R'(x) dx \quad (1.35)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} p(x, t; y, \tau) g^2(x, t) R''(x) dx \quad (1.36)$$

Integrando por partes e considerando 1.22 e 1.23:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial [pf]}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (pG^2)}{\partial x^2} \right\} R(x) dx = 0 \quad (1.37)$$

Desde que $R(x)$ é arbitrário:

$$\frac{\partial p(x, t; y, \tau)}{\partial t} = - \frac{\partial p(x, t; y, \tau) f(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [p(x, t; y, \tau) G^2(x, t)]}{\partial x^2} \quad (1.38)$$

■

A equação diferencial parcial é conhecida como **equação de Kolmogorov forward** ou **equação de Fokker-Planck**. Esta descreve a evolução da densidade de probabilidade de transição do processo de Markov gerada pela equação de Itô (1.13).

Sendo que $p(x, t; y, \tau)$ é uma variável aleatória desde que ela depende de Y dado $X(t)$ pode ser aplicada a esperança de 1.19 e intercambiando esperança com dife-

renciação obtemos para o caso unidimensional:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial[p(x, t)f(x, t)]}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2[p(x, t)G^2(x, t)]}{\partial x^2} \quad (1.39)$$

Para o caso em que $X(t)$ e f sejam vetores n -dimensionais, G uma matrix $n \times m$ e dB um vetor de dimensão m e considerando as derivadas:

$$\frac{\partial p}{\partial t}, \quad \frac{\partial[pf_i]}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial^2[p(GQG^t)_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j}$$

a dedução do teorema é semelhante. Se:

$$f = [f(X, t)]_{n \times 1}, \quad G = [G(X(t), t)]_{n \times m}, \quad dB = [dB(t)]_{m \times 1},$$

a igualdade 1.32 é obtida da seguinte forma:

$$\delta X \delta X^t = h^2 f f^t + h f (\delta B)^t G^t + h G \delta B f^t + G \delta B (\delta B)^t G^t, \quad (1.40)$$

aplicando esperança condicional e h pequeno:

$$E(\delta X \delta X^t | X(t) = \zeta) = o(h) + h f E(\delta B | X(t)) G^t + h E((\delta B)^t | X(t) = \zeta) f^t \quad (1.41)$$

$$+ G E((\delta B)(\delta B^t) | X(t) = \zeta) G^t \quad (1.42)$$

se $E(\delta B)(\delta B)^t = Q(t)h$ a equação 1.19 fica como:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial[pf_i]}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2[p(GQG^t)_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (1.43)$$

Se é suposto o vetor B formado por elementos independentes, então $Q(t)$ é uma matriz diagonal. Para o caso particular em que $X = (X_1, X_2)$ é um vetor bidimensional, a função de densidade de probabilidade $p(t, x)$ é a função de probabilidade conjunta $p(t, x_1, x_2)$. Se B esté formado por elementos independentes a igualdade 1.43 se transforma em:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{i=1}^2 \frac{\partial[pf_i]}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial^2[p(GG^t)_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (1.44)$$

No livro de JAZWINSKI [39] um processo de Markov cuja densidade de probabilidade de transição cumpre a equação 1.19 é chamada de processo de difusão. Uma discussão extensa sob processos de difusão pode ser encontrada no livro de ARNOLD [2] onde ela é definida sob certas propriedades, a partir disso é mostrado que os processos de difusão são caracterizados pela equação 1.19.

Referências Bibliográficas

- [1] ARNAULT, S.; "Tropical Atlantic geostrophic currents and ship drifts", *Journal of Geophysical Research*, vol. 104(C1), pp.1361-1375, 1987.
- [2] ARNOLD, Ludwig, **Stochastic Differential Equation**, 1st, USA, John Wiley & Sons, Inc. 1974.
- [3] BARNES, S., "A technique for maximizing details in numerical map analysis", *J. Appl. Meteor.*, vol. 3, pp. 395-409, 1964.
- [4] BARNES, S., "Oklahoma thunderstorms on 29-30 April 1970, Part I.
- [5] BELYAEV, K. P.; MEYERS, S. D., "Application of the Fokker-Planck Equation to Data Assimilation into Hydrodynamical models", *J. of Mathematical Science*, Vol 99, No 4, 2000.
- [6] BELYAEV, K. P.; TANAJURA, C. A. S., "On the correction of perturbations due to data assimilation in ocean circulation models", *Applied Mathematical Modelling*, v. 29, pp.690-709, 2005.
- [7] BELYAEV, K. P.; TANAJURA, C. A. S.; O'BRIEN, J.J., "A data assimilation method used with an ocean circulation model and its application to the tropical Atlantic", *Applied Mat. Modelling*, v. 25, pp.655-670, 2001.
- [8] BENNET, A. F.; BUDGELL W. P.; "Ocean data assimilation and the Kalman filter: Spatial regularity", *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 17, No. 10, pp. 1583-1601, 1987.
- [9] BERGAMASCO, A.;MALANOTTE-RIZZOLI, P.; "The seasonal steady circulation of the Eastern Mediterranean determined with the adjoint method";

- Deep sea Res. Part II: Topical Studies in Oceanography*; vol. 40, issue 6, pp. 1269-1298, 1993.
- [10] BERGTHORSSON, P.; DÖÖS, B.; "Numerical weather map analysis.", *Tellus* 7, pp. 329-340, 1955.
- [11] BOURLES, B., MOLINARI R.L, JOHNS E., WILSON K.D, LEAMA K.D; "Upper layer currents in the wwestern tropical North Atlantic (1989-1991).", *Journal of Geophysical Research*, vol. 104 (C1) pp. 1361-1375, 1999.
- [12] BOUTTIER, F.; RABIER, F. "The operational implementation of 4D-Var.", ECMWF Newsletter No. 78, pp. 2-5, 1997.
- [13] CARTON, J.A.; and HUANG, B.; "Warm events in the Tropical Atlantic". *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 24, pp. 888-903, 1994.
- [14] CHARNEY, J.;"Numerical integration of the barotropic vorticity equation", *Tellus 2*, pp. 237-254, 1950.
- [15] CHANG, P., L. JI, H. LI, "A decadal climate variation in the tropical Atlantic Ocean from thermodynamic air-sea interactions", *Nature*, 385, 516-518, 1997.
- [16] COOPER, N., "The effect of salinity on tropical ocean models", *J. Phys. Oceanogr.*, v. 20, pp.1059-1077, 1988.
- [17] CRESSMAN, G.P; "An operational objective analysis system", *Mon. Wea. Rev.*, vol. 87, pp. 367-374, 1959.
- [18] DALEY, R., **Atmospheric Data Analysis**. 1st. Cambridge University Press 1991.
- [19] da SILVEIRA, I.C.A, de MIRANDA L.B; BROWN W.S; "On the origins of the North Brazil Current", *Journal of Geophysycal Research*, vol. 99(22), pp. 501-522, 1994.
- [20] JAMES, B., **Probabilidade: um curso em nível intermediário**. 2da edição, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1996.

- [21] DERBER, J.; ROSATI, A., "A Global Oceanic Data Assimilation System", *Journal of Physical Oceanography*, v. 19, n.9, pp.1337-1347, 1989.
- [22] EVENSEN, G., "Using the extended Kalman filter with a multilayer quasi-geostrophic ocean model", *J. Geophys. Res.*, vol. 97(C11), pp. 17905-17924, 1992.
- [23] EVENSEN, G., "The Ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation", *Ocean Dynamics*, vol. 53, pp. 343-367, 2003.
- [24] EVENSEN, G., "Sampling strategies and square root analysis schemes for the EnKF with Correction", *Ocean Dynamics*, v.54, pp.539-560, 2004.
- [25] FISHER, M.; LATIF, M.; FLUGEL, M.; JI, M., "The impact of data assimilation on ENSO simulations and predictions", *Mon. Wea. Rev.*, v. 125, pp.819-829, 1997.
- [26] FOFONOFF, N., **The Sea**, 1st. New York: M. Hill. Interscience, v. 1, pp.3-30, 1962.
- [27] FRATANTONI, D.M., "Journal of Geophysical Research-Oceans", Vol. 106 (C10), pp. 22067-22093, 2001.
- [28] GFDL. Geophysical Fluid Dynamics Laboratory/National Oceanic and Atmospheric Administration. Disponível em:
http://data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/ocean_simulation.html. Acesso em 20 dezembro de 2005.
- [29] GHIL, M.; COHN, S.E.; TAVANTZIS, J.; BUBE, K. et al, "Applications of estimation theory to numerical weather prediction", *Dynamic Meteorology, data assimilation methods*, pp. 139-244. Springer-Verlag, N.Y 1981.
- [30] GHIL, M.; MALANOTTE-RIZZOLI, P., "Data assimilation in meteorology and oceanography", *Adv. Geophys.*, v. 33, 1991.
- [31] GILL, A.E. **Atmosphere-Ocean Dynamics**. USA, California, San Diego: Academic Press, 1982.

- [32] GILCHRIST, B.; CRESSMAN, G. "An experiment in objective analysis", *Tellus* 6, pp.309-318, 1954.
- [33] HAINES, KEITH; "Assimilation of hydrographic data and analysis of model bias"; *in Data assimilation for the Earth System*. IV Earth and Environmental Science - Vol. 26. Nato Science Series. Kluwer Academic Publisher, 2003.
- [34] HELLERMAN, S.; ROSENSTEIN, M., "Normal monthly wind stress over the world ocean with error estimates", *Journal of Physical Oceanography*, v. 13, pp.1093-1104. 1983. Disponível em <http://dss.ucar.edu/datasets/ds232.0/> . Acesso em 11 dezembro 2005.
- [35] HYCOM. HYbrid Coordinate Ocean Model. Disponível em: <http://hycom.rsmas.miami.edu/>. Acesso: 3 de abril de 2006.
- [36] HOLLAND, W.R; MALANOTTE-RIZZOLI P.; "Assimilation of altimeter data into an ocean circulation model: space versus time resolution studies", *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 19, pp. 1507-1534, 1989.
- [37] IDE K., COURTIER P., GHIL M., LORENC A.C.; "Unified Notation for Data Assimilation: Operacional, Sequential and Variational", *J. of Meteorol. Soc. Jpn.*; 75(1B), pp.181-189, 1997.
- [38] Max-Planck Institute for Metereology. Disponível em: <http://www.mpimet.mpg.de/en/>. Acesso em:3 de abril de 2006.
- [39] JAZWINSKI, A., **Stochastic processes and filtering theory**. New York Academic Press, 1970.
- [40] JONES, , "An experiment in non-linear prediction", *J. Appl. Meteor.*,v. 4, pp.701-705, 1965,
- [41] JI, L.; LEETMAA A., "Impact of data assimilation on ocean initialization and El Niño prediction", *Mon. Wea. Rev.*, v. 125, pp.742-753, 1997.
- [42] KALMAN, R. "A new approach to linear filtering and prediction problems", Trans. ASME, Ser. D, *J. Basic Eng.*, v. 82, pp. 35-45, 1960.

- [43] KALMAN, R.; BUCY, R., "New results in linear filtering and prediction theory", Trans. ASME, Ser. D, *J. Basic Eng.*, v. 83, pp. 95-198, 1961.
- [44] KALNAY, E.; KANAMITSU, M.; KISTLER, R.; COLLINS, et al., "The NCEP/NCAR 40-year reanalyses project". Bulletin of American Meteorological Society. v. 77, n.3, pp. 437-471, 1996.
- [45] KALNAY E. **Atmospheric Modeling Data assimilation and Predictability**. 1st. Cambridge University Press, 2002.
- [46] LEETMAA, A.; JI, M.;"Operational hindcasting of the tropical Pacific"; *Dyn. Atm. Oceans*,13, pp.465-490, 1989.
- [47] LEVITUS, S., **Climatological Atlas of the World Ocean**. Washington, D.C: (U.S) Govt. Printing Off. Washington, NOAA Prof. Paper Nro 13, 1982.
- [48] LEVITUS, S. **NODC (Levitus) World Ocean Atlas 1998 data provided by the NOAA-CIRES ESRL/PSD Climate Diagnostics branch**, Boulder, Colorado, USA. Web site em <http://www.cdc.noaa.gov/>
 LEVITUS, S.; BOYER, T. **World Ocean Atlas 1994 Volume 4: Temperature**. Washington, D.C: NOAA Atlas NESDIS 4, U.S Department of Commerce, 1994. Disponível em: <http://ingrid.ldeo.columbia.edu/SOURCES/.LEVITUS94/.MONTHLY/.temp/>. Acesso em 11 de dezembro de 2005.
- [49] LEWIS, J.M.; DERBER, J.C., "The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints". *Tellus 37A*, pp. 309-322, 1985.
- [50] MAYER, DA, MOLINARI, D.E, and FESTA F.J; "The mean and annual cycle of upper layer temperature fields in relation to Sverdrup dynamics within the gyres of the Atlantic Ocean", *Journal of Geophysical Research*; vol. 103, pp. 18545-18566.
- [51] MALANOTTE-RIZZOLI, **Modern approaches to data assimilation in ocean modeling**.. Elsevier oceanography series 61,1996

- [52] METHA, V., **Variability of the tropical ocean surface temperatures at decadal-multidecadal timescales**. Part I: the Atlantic Ocean. *J. Climate*, 11, 2351-2375, 1998.
- [53] MILLER, R. N., "Toward the application of the Kalman filter to regional open ocean modeling", *J. Phys. Oceanogr.*, v. 16, pp. 72-86, 1985.
- [54] MOORE, A.M.; COOPER N.S; ANDERSON, D.L.T., "Initialization and data assimilation in models of the Indian Ocean.", *J. Phys. Oceanogr.*, v. 17, pp.1965-1977, 1987.
- [55] MOURA, A., J. SHUKLA, "On the dynamics of droughts in northeast Brazil: observations, theory and numerical experiments with a general circulation model", *J. Atmos. Sci.*, v. 38, pp. 2653-2675, 1981.
- [56] OBERHUBER, J.M., "An Atlas based on the COADS data set: budgets of heat buoyancy and turbulente kinetic energy at the surface of the global ocean.", Rep. 15, Max-Planck- Inst. fur Meteor. (Hamburg, Germany) 199p. 1988.
- [57] OORT, A., "Global atmospheric circulation statistics 1958-1973". Washington, D.: U. S. Government Printing Office, 1983. (NOAA Professional. Paper, nro 14,) 180 p.. Disponível em: <http://ingrid.ldgo.columbia.edu/SOURCES/.OORT/>. Acesso em 11 dezembro 2005.
- [58] PACANOWSKI, R.C.; GRIFFIES, S.M. **MOM3. Manual**. Princeton USA: NOAA/Geophysical Fluid Dynamics, 2000.
- [59] PARRISH, D.; COHN, S.; "A Kalman Filter for a two dimensional shallow-water model: Formulation and preliminary experiments,*National Metereology Center*, Office Note 304, 1985.
- [60] PANOFSKY, H., "Objective weather-map analysis.", *J. Appl. Meteor.*, vol. 6, pp. 386-392, 1949.
- [61] PETERSEN, ., "On the concept and implementation of sequential analysis for linear random fields", *Tellus*, v. 15, pp.387-405, 1968.

- [62] PETERSON, R.G ; STRAMMA, L.; "Upper-level circulation in the South Atlantic Ocean"; *Progress in Oceanography*. Vol. 26, Issue 1, pp. 1-73, 1991.
- [63] PHILANDER, S.G.H; HURLIN, W.J.; PACANOWSKY, R.C., "Initial conditions for a general circulation model of tropical ocean". *J. Phys. Oceanogr.*, v. 17, pp.147-157, 1987.
- [64] PIRATA. Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic. Disponível em: <http://www.pmel.noaa.gov/pirata/index.html>. Acesso em 20 de janeiro de 2006.
- [65] POM. Princeton Ocean Model. Disponível em: <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/>. Acesso em 3 de abril de 2006.
- [66] RSMAS. The University of Miami Rosenstiel School of Marine and Atmospheric Science. <http://oceancurrents.rsmas.miami.edu/atlantic/angola.html>. Acesso em 3 de julho de 2006.
- [67] RAVERDIN, G.; CAYAN D.; KUSHNIR, Y., "Decadal variability of hydrography in the upper northern North Atlantic in 1948-1990". *J. Geophys. Res.*, v. 102, pp.540-558, 1997.
- [68] REDDY, M.P.M., **Descriptive Physical Oceanography**. 1sts. A.A BALKEMA Publishers 2001.
- [69] RICHARDSON, L.F, **Weather prediction by numerical process**. Cambridge University Press, Cambridge, 1922.
- [70] RICHARDSON, P.L; REVERDIN P.L'; "Seasonal Cycle of velocity in the Atlantic North Equatorial Countercurrent as Measured by surface Drifters, Current Meters, and Ship Drifts", *Journal of Geophysical Research*; vol 92(C4), pp. 3691-3708, 1987.
- [71] RICHARDSON, P.L., WALSH, D. "Mapping climatological seasonal variations of surface currents in the tropical Atlantic using ship drifts", *Journal of Geophysical Research*, vol. 91, pp 10537-10550, 1986.

- [72] Disponível em: <http://www.cdc.noaa.gov/cdc/data.ncep.reanalysis.derived.html>. Acesso em 17 de março de 2006.
- [73] RIENECKER, M.; MOOERS, C. N. K.; ROBINSON, A., "Dynamical Interpolation and Forecast of the Evolution of Mesoscale Features off Northern California", *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 17, No. 8, pp. 1189-1213, 1987.
- [74] ROSATI, A.; MIYAKODA K.; GUDGEL R., "The impact of ocean initial condition on ENSO forecasting with a coupled model". *Mon. Wea. Rev.*, v. 125, pp.754-772, 1997.
- [75] STRAMMA, L.; "Geostrophic transport of the South Equatorial Current in the Atlantic"; *Journal of Geophysical Research*; vol.49, pp. 281-294, 1991.
- [76] SCOTT, R. K. et al, "Assimilation of surface current measurements in a coastal ocean model". *Journal of Physical Oceanography*, pp. 2359-2378, Septiembre, 2000.
- [77] TANAJURA C.A.; BELYAEV, K., "On the oceanic impact of the data assimilation method in coupled-ocean-land atmosphere model". *Ocean Dynamics* v. 52 pp123-132, 2002.
- [78] TAO. Tropical Atmosphere Ocean (TAO) Array. Disponível em: <http://www.pmel.noaa.gov/tao/>. Acesso em: 3 de abril de 2006.
- [79] THACKER, W. C.; ESENKOV, O.E., "Assimilating XBT data into HYCOM". *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, v. 19, n.5, pp.709-724, 2002.
- [80] TROCCOLI, A.; HAINES K., "Use of the temperature-salinity relation in a data assimilation context", *J. of Atmos. and Oceanic Tech.*, v. 16, pp.2011-2025, 1999.
- [81] TSENG, L.; MECHOSO, C.R; "A quasi-bienial oscillation in the equatorial Atlantic Ocean.", *Geophys. Res. Lett.*, vol. 28, pp. 187-190, 2000.
- [82] VOSSEPOEL, F.C.; REYNOLDS, R.W.; MILLER, L., "Use of sea level observations to estimate salinity variability in the Tropical Pacific", *J. Atmos. Oceanic Technol.*, v. 16, pp.1401-1415, 1999.

- [83] WIENDERS, N. ARHAN M.; MERCIER H.; "Circulation at the western boundary of the south and Equatorial Atlantic: Exchanges with the ocean interior"; *Journal of Marine Research*, vol. 58, pp. 1007-1039, 2000.
- [84] ZEBIAK, S.; "Air-sea interaction in the equatorial Atlantic region". *J. Climate*, vol. 6, pp. 1567-1586, 1993.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)