

**Eimair Bottega Ebeling**

**Análise da base de pilares pré-moldados  
na ligação com cálice de fundação**

**Dissertação apresentada à Escola  
de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo, como parte  
dos requisitos necessários para a  
obtenção do título de Mestre em  
Engenharia de Estruturas**

**Orientador: Prof. Assoc. Mounir Khalil El Debs**

São Carlos - SP

2006

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

E15c Ebeling, Eimair Bottega  
Análise da base de pilares pré-moldados na ligação com  
cálice de fundação / Eimair Bottega Ebeling. -- São  
Carlos, 2006.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos-Universidade de São Paulo, 2006.

Área: Engenharia de Estruturas.

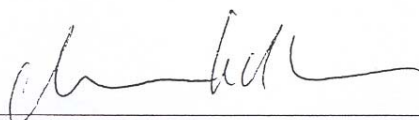
Orientador: Prof. Assoc. Mounir Khalil El Debs.

1. Concreto pré-moldado. 2. Ligação. 3. Cálice de  
fundação. 4. Base de pilares. 5. Investigação  
experimental. 6. Simulação numérica. I. Título.

**FOLHA DE JULGAMENTO**

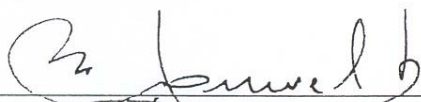
Candidato: Engenheiro **EIMAIR BOTTEGA EBELING**

Dissertação defendida e julgada em 22/05/2006 perante a Comissão Julgadora:



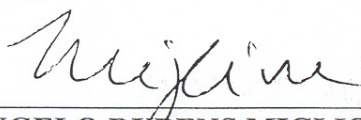
Prof. Associado **MOUNIR KHALIL EL DEBS (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado



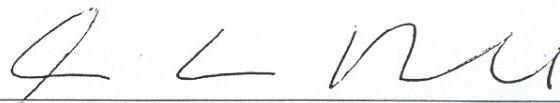
Prof. Dr. **JOSÉ SAMUEL GIONGO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

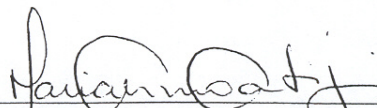


Prof. Dr. **ANGELO RUBENS MIGLIORE JUNIOR**  
(Fundação Educacional de Barretos/FEB)

aprovado



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**  
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Dedico aos meus pais Elemar Ebeling e Delari Maria Bottega Ebeling cada segundo gasto neste trabalho, mesmo sabendo que é um número pequeno diante do esforço que fizeram por mim, sacrificando muitas vezes os momentos de lazer para direcionar recursos à minha educação.*

## **Agradecimentos**

---

Agradeço a Deus pelas oportunidades que tive na vida, por me carregar nos momentos em que mais precisei, mas especialmente por me dar os pais maravilhosos que tenho.

Agradeço sinceramente ao prof. Mounir Khalil El Debs, pelo aceite em me orientar e ensinar, por incentivar minhas idéias e nunca reprimi-las, e por me apresentar um novo universo de conhecimento.

Aos meus pais, agradeço pela vida que me ofereceram, direcionando seus recursos para minha formação social, cultural, ética e familiar, mas principalmente porque sempre me amaram e sempre me confortaram nesta vida.

Agradeço aos meus irmãos Eliano Bottega Ebeling e Dilene Bottega Ebeling, pelo maravilhoso crescimento que tive com eles e pelo amor que existe entre nós. Eu jamais me esquecerei de vocês.

A todos os meus familiares agradeço por propiciarem muitos momentos de alegria e carinho ao longo destes anos, em especial meus avós.

Agradeço a minha namorada Évelin Franco Simioli, que sempre me apoiou e incentivou, e de quem sempre vou ter recordações maravilhosas por toda minha vida. Agradeço por me amar e por aceitar o meu amor.

Ao meu amigo e irmão de consideração André Luiz Barbosa Nunes da Cunha, agradeço pela convivência harmoniosa e divertida que tivemos durante estes anos que se passaram.

Agradeço aos “amigos de futebol” George, Elian, Walter, Claudius, Abner, Siqueira, Codá, Wesley e Luciano, a todos os amigos do Departamento de Estruturas e de Transportes que fiz em São Carlos, e ainda aos amigos Ricardo, Danilo, Buttler, Wilson, Felix, Leandro, Alice, Daniel, e Mateus. Enfim, agradeço a todos por quem tenho consideração.

Agradecimentos especiais a Edson Leonel, Tatianne Kotinda e Rodrigo Delalibera pela valiosa ajuda na simulação numérica.

Agradeço aos amigos e professores da UFMS, em especial o prof. Wagner A. Andreasi e o prof. Robert Schiaveto, pelas cartas de recomendação, e ao prof. Jorge Gonda por me arrumar estada em São Carlos.

Agradeço aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, por terem disponibilizando meios adequados à realização deste trabalho.

Agradeço a sociedade brasileira que por meio da instituição do CNPq, disponibilizou minha bolsa de estudos e a FAPESP que financiou os materiais necessários para a pesquisa.

## Sumário

---

<b>Resumo</b> .....	i
<b>Abstract</b> .....	ii
<b>Capítulo 1 - Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1. Considerações Iniciais.....	1
1.2. Objetivo.....	4
1.3. Justificativa .....	4
1.4. Método de pesquisa empregado .....	5
1.5. Apresentação da dissertação .....	6
<b>Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>8</b>
2.1. Modelo de LEONHARDT & MÖNNIG (1977), adaptado por EL DEBS (2000)	8
2.2. Modelo de WILLERT & KESSER (1983) .....	11
2.3 Modelo de OLIN; HAKKARAINEN; RÄMÄ (1985).....	13
2.4.Modelo apresentado por ELLIOT (1996) .....	15
2.5.Modelo de OSANAI; WATANABE; OKAMOTO (1996) .....	17
2.6.Modelos apresentados por SILVA (1998) .....	20
2.7.Recomendações da FIB PLANCHERS OSSATURES & CERIB (2001).....	24
2.8.Modelo proposto por CANHA (2004) .....	26
2.9.Análise crítica dos modelos apresentados.....	28
<b>Capítulo 3 - Investigação Experimental</b> .....	<b>30</b>
3.1.Considerações iniciais.....	30
3.2.Descrição dos elementos dos modelos.....	31
3.2.1.Pilares.....	31
3.2.2.Cálices de fundação.....	33
3.2.3.Reforço dos cálices .....	34
3.3.Materiais e Métodos Utilizados .....	36
3.3.1.Construção dos pilares .....	36

3.3.2. Concretagem da junta.....	38
3.3.3. Execução do reforço.....	40
3.3.4. Instrumentação .....	41
3.3.5. Montagem dos modelos .....	47
3.4. Caracterização dos materiais.....	49
3.4.1. Concreto do pilar.....	49
3.4.2. Concreto da junta .....	49
3.4.3. Armaduras .....	50
3.4.4. Esquema de ensaio e equipamentos utilizados.....	50
3.5. Realização do Ensaio .....	53
<b>Capítulo 4 – Simulação Numérica .....</b>	<b>55</b>
4.1. Considerações iniciais.....	55
4.2. Elementos finitos utilizados .....	55
4.3. Características dos modelos .....	57
4.4. Parâmetros utilizados na simulação .....	60
<b>Capítulo 5 - Apresentação e análise dos resultados .....</b>	<b>64</b>
5.1. Caracterização dos materiais.....	64
5.2. Análise dos modelos experimentais.....	65
5.2.1. Comportamento da armadura longitudinal.....	66
5.2.2. Comportamento da armadura transversal.....	75
5.2.3. Análise dos deslocamentos .....	77
5.2.4. Fissuração dos modelos .....	80
5.3. Análise dos modelos numéricos.....	83
5.3.1. Considerações iniciais.....	83
5.3.2. Avaliação das deformações e dos deslocamentos.....	83
5.3.3. Análise da fissuração e fluxo de tensões.....	91
5.4. Modelo de comportamento proposto .....	95
<b>Capítulo 6 - Considerações finais e conclusões.....</b>	<b>100</b>
6.1. Conclusões .....	100
6.2. Sugestões para futuras pesquisas .....	101
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>102</b>



## **Resumo**

---

EBELING, E. B. (2006). *Análise da base de pilares pré-moldados na ligação com cálice de fundação*. São Carlos, 2006. 103 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O trabalho apresenta a análise do comportamento da base de pilares de concreto pré-moldado na ligação com cálice de fundação, dando-se continuidade a estudos anteriores sobre este tipo de ligação. A pesquisa visa preencher a falta de informações sobre o comportamento da base de pilares na região de embutimento, já que praticamente não existem recomendações sobre o assunto. É realizada uma investigação experimental, com a construção de dois modelos, em que os cálices de fundação foram aproveitados de pesquisas anteriores. Os modelos possuem interface de contato lisa, com comprimento de embutimento diferente e foram submetidos a força normal com grande excentricidade. São apresentadas simulações numéricas pelo Método dos Elementos Finitos, com a consideração das não linearidades físicas, geométricas e de contato. É feita uma análise comparativa entre os modelos físicos e numéricos, sendo observados os deslocamentos, deformações na armadura longitudinal e transversal, fissuração e fluxo de tensões. Os resultados apresentados mostram que a ruína dos modelos ocorreu pela plastificação da armadura longitudinal tracionada, localizada fora da região de embutimento e que a armadura transversal foi pouco solicitada. São feitas recomendações sobre a ancoragem da armadura longitudinal e ao final do trabalho é sugerido um modelo de bielas e tirantes que represente o comportamento da base de pilares na região de embutimento.

Palavras-chave: concreto pré-moldado, ligação, cálice de fundação, base de pilares, investigação experimental, simulação numérica.

## **Abstract**

---

EBELING, E. B. (2006). *Analysis of the precast concrete column base in the connection socket*. São Carlos, 2006. 103 p. Dissertation (master degree). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The study presents the analysis of precast concrete column base in the connection socket. This research follows previous studies on this connection type. The research aim to fill out the lack of information about column base in the embedded length, because almost do not exist recommendations about this subject. An experimental investigation was developed with the construction of two models, which connection sockets were reused from previous researches. The models have smooth contact interface with different embedded lengths and the axial load with great eccentricity was applied in the models. Numeric simulations are presented by using the Finite Element Method adopting non-linear physical, geometric, and contact. A comparative analysis was done between the tests and numeric models that were observed the displacements, longitudinal and transversal reinforcement strain, cracking, and stress flow. The results show that the ruin of the models occurred for large strain in longitudinal tensioned reinforcement located out of embedded length. The transversal reinforcement presents little strain. Recommendations are made for anchorage of longitudinal reinforcement and at the end of the research an analytical model for column base behavior is suggested for connecting foundation by socket.

Keywords: precast concrete, connection, foundation by socket, columns base, experimental investigation, numeric simulation.

# Capítulo 1

## Introdução

---

### 1.1. Considerações Iniciais

Na atualidade, a velocidade dos acontecimentos é o reflexo do rápido desenvolvimento de novas tecnologias. Na construção civil, em que muitos processos construtivos podem ser considerados como manufaturados, novas tecnologias são estudadas e utilizadas com o objetivo de aumentar a produtividade, melhorar a qualidade e reduzir o desperdício.

Na área de engenharia de estruturas, particularmente estruturas de concreto, das tecnologias empregadas a pré-moldagem tem maior destaque, ganhado cada vez mais espaço no mercado industrializado.

A utilização do concreto pré-moldado é uma maneira de industrializar a construção civil, diminuindo o atraso do setor quando comparado a outras áreas, já que o emprego da pré-moldagem reduz o desperdício com o controle de qualidade e aumenta a produtividade.

A pré-moldagem é caracterizada como um processo de construção em que a obra, ou parte dela, é moldada fora do local de utilização definitivo. Esta característica permite a racionalização do uso de materiais, bem como do controle de qualidade, já que os componentes ou se preferir, elementos pré-moldados, podem ser conformados em fábricas com alto grau de tecnologia e automação.

Com relação ao comportamento estrutural, as estruturas de concreto pré-moldado se diferenciam das executadas com concreto moldado no local apresentando situações transitórias, tais como: desforma, armazenamento, transporte e montagem, além da situação definitiva.

Uma outra característica importante nas estruturas de concreto pré-moldado é o fato de ser dividida em elementos, havendo a necessidade de se fazer à ligação entre estes elementos para se obter a configuração final da estrutura.

As ligações são de fundamental importância na utilização de estruturas de concreto pré-moldado, tanto na execução como no comportamento estrutural. O tipo de ligação escolhido entre os elementos pode acarretar em grandes diferenças no tempo de montagem e no comportamento final da estrutura, por isso as ligações constituem uma das principais dificuldades a serem enfrentadas na pré-moldagem.

De maneira geral, as ligações mais simples normalmente acarretam estruturas com uma distribuição mais desfavorável de esforços, ficando os elementos mais solicitados a momentos fletores. Já as ligações que tendem a reproduzir o comportamento das estruturas de concreto moldado no local, por meio de transmissão dos momentos fletores entre os elementos, apresentam uma maior dificuldade de serem executadas, reduzindo uma das vantagens da pré-moldagem que é a rapidez na execução da estrutura.

Do ponto de vista estrutural algumas propriedades das ligações são relevantes, tais como: o tipo de vinculação (articulada, rígida ou semi-rígida), as tensões principais a serem transmitidas pela ligação (compressão, tração, cisalhamento e etc.), se a ligação é conformada por encaixes, recortes e chaves, ou se por conectores metálicos, solda e parafusos. A observação destes aspectos implica em diferentes considerações no dimensionamento das ligações, já que a análise das ligações se estende às extremidades dos elementos que nelas ocorrem.

Dentre os tipos de ligação pilar-fundação, o que recebe maior destaque é a ligação por meio de cálice pela à facilidade de execução, propiciar maiores ajustes quanto as imprecisões de montagem e por não necessitar de proteção especial contra agentes agressivos.

Este tipo de ligação apresenta boa capacidade de transmissão de forças normais e momentos apresentando um comportamento muito próximo do monolítico. Sua principal desvantagem é que a fundação torna-se mais trabalhosa em sua execução. Como alternativa ao cálice moldado no local, pode-se recorrer à pré-moldagem do colarinho ou mesmo do cálice inteiro, no caso de fundação direta, sendo este o tipo de ligação mais utilizada no país em construções que utilizam a pré-moldagem.

A ligação por meio de cálice é feita com o embutimento da base do pilar no encaixe conformado do elemento de fundação. Após a colocação do pilar, é feito o preenchimento do espaço entre o pilar e o cálice com concreto ou graute. Para o nivelamento do pilar e locação em planta, recorre-se a dispositivos de centralização; a fixação temporária e o prumo são feitos, em geral, por meio de cunhas de madeira.

Para realizar o estudo da base de pilares na ligação com cálice de fundação é necessário fazer uma breve explicação sobre o comportamento deste tipo de ligação, para que se tenha conhecimento sobre as forças atuantes e os mecanismos de resistência existentes.

O comportamento da ligação pilar-fundação com colarinho ocorre de forma semelhante em relação aos diversos modelos existentes. Cada modelo apresenta sua particularidade, como: consideração ou não do atrito, recomendações para o comprimento de embutimento, e etc. Contudo o mecanismo de transferência das solicitações atuantes no pilar para a fundação ocorre de maneira parecida.

Por intermédio do concreto de preenchimento da junta, as solicitações  $M_d$  e  $V_d$  atuantes no pilar são transmitidas para as paredes do cálice ocasionando tensões de contato, conforme mostra a Figura 1.1.

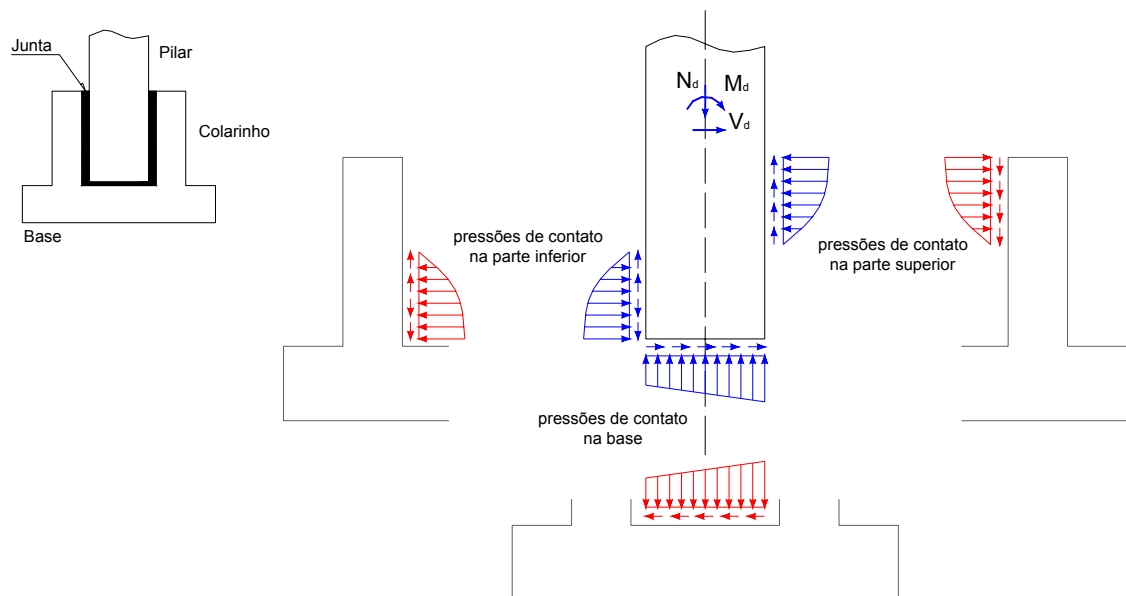


Figura 1.1 - Tensões de contato e atrito na ligação pilar-fundação

Essas tensões, juntamente com a tendência de deslocamento do pilar, mobilizam forças de atrito na interface.

A força normal  $N_d$  é transmitida à base de forma excêntrica e com valor reduzido em virtude do atrito no caso de interface de contato lisa ou à mobilização de cisalhamento no caso de interface de contato rugosa.

## 1.2. Objetivo

Este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento da base dos pilares na ligação com cálice de fundação em estruturas de concreto pré-moldado, com interface de contato lisa, reunindo-se informações na literatura técnica e científica que contenham modelos referentes a este tipo de ligação.

Em especial deseja-se:

- Realizar uma investigação experimental sobre o comportamento da base de pilares na ligação com cálice de fundação;
- Realizar a simulação numérica dos modelos, obtendo informações que não são possíveis de serem lidas na investigação experimental;
- Analisar a ancoragem das armaduras longitudinais, e também a possível contribuição do atrito na modelagem teórica;
- Avaliar o comportamento da armadura transversal da base dos pilares na região de embutimento.

Pretende-se comparar os resultados experimentais e da simulação numérica com os modelos teóricos existentes, propondo-se, na medida do possível, recomendações quanto ao comportamento da base do pilar.

## 1.3. Justificativa

Mesmo sendo um dos tipos de ligação entre pilar e fundação mais utilizados no país, existem muitas incertezas quanto aos processos de cálculo, no que diz respeito ao dimensionamento da base do pilar.

A possibilidade de se considerar mecanismos de resistência não incorporados nos modelos teóricos, tais como: confinamento do concreto na base do pilar e redução dos esforços na base por causa do atrito com modelagem mais consistente, faz com que haja a necessidade de se investigar melhor este tipo de ligação.

Outro fator que deve ser levado em consideração como justificativa é a continuidade à pesquisa realizada por CANHA (2004), e estendida por JAGUARIBE JR. (2005), onde foi investigado o comportamento do cálice sem ênfase na análise da região de embutimento do pilar.

Deve ser lembrado que apesar do estudo se restringir a análise da ligação por cálice com colarinho, as informações referentes à base do pilar podem ser consideradas as mesmas para ligações sem colarinho, como no caso de pilares embutidos em blocos de fundação (Figura 1.2). Apesar do cálice sem colarinho apresentar um comportamento diferente, por causa de sua maior rigidez, a base do pilar não apresenta mudanças significativas na intensidade e na posição das forças atuantes, conseqüentemente não há alteração no mecanismo de resistência.

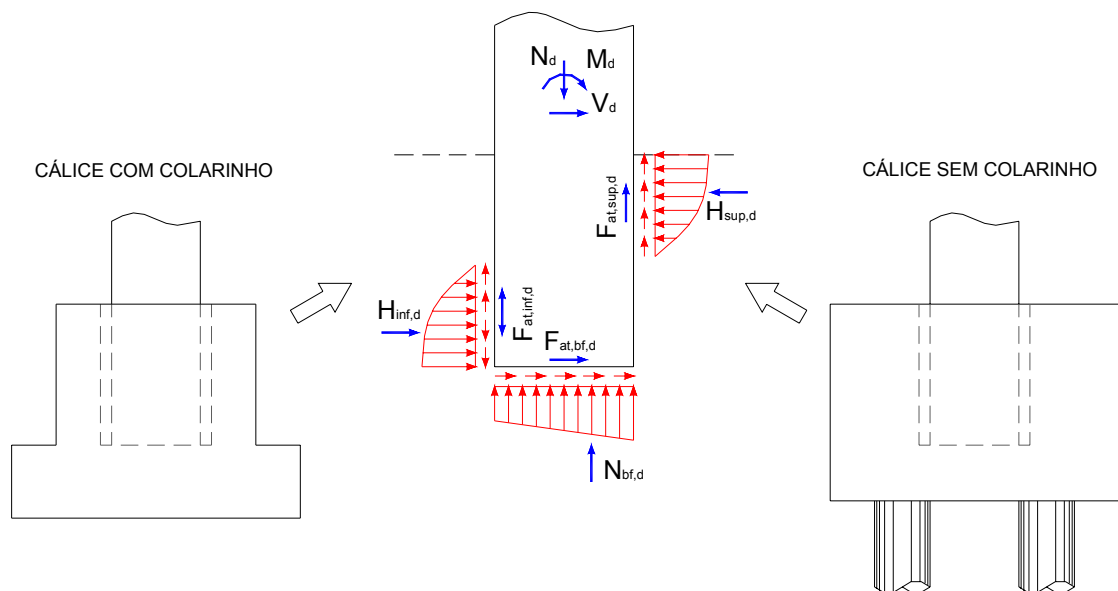


Figura 1.2 - Comportamento equivalente do pilar para cálices com e sem colarinho

#### 1.4. Método de pesquisa empregado

O método utilizado para realização da pesquisa consiste de uma revisão bibliográfica, da investigação experimental, realização da simulação numérica, análise dos resultados obtidos e de recomendações e sugestões propostas.

Na revisão bibliográfica estão reunidos os principais modelos existentes para o comportamento da ligação pilar-fundação por meio de cálice de fundação. Como será

mostrado, a maioria dos modelos não apresenta recomendações ou sugestões sobre o comportamento interno da base dos pilares.

Para a investigação experimental foram ensaiados dois modelos em escala 1:1, com interface de contato lisa. Os cálices foram obtidos de investigações experimentais anteriores e possuem comprimento de embutimento diferente. A armadura longitudinal e transversal da base dos pilares foi instrumentada e os modelos foram submetidos à força normal com grande excentricidade.

A simulação numérica foi realizada no Programa ANSYS 8.0, onde alguns dos parâmetros utilizados foram obtidos da calibração realizada por CANHA (2004) e os outros parâmetros foram obtidos da caracterização dos materiais.

Na análise dos resultados é feita a comparação entre os resultados experimentais e os valores obtidos na simulação numérica e posteriormente são feitas algumas recomendações para a base do pilar na região de embutimento.

## **1.5. Apresentação da dissertação**

A dissertação está dividida em seis capítulos, sendo que no Capítulo 1 é feita uma introdução sobre o assunto, apresentando-se a importância deste tipo de ligação, a justificativa e o objetivo da pesquisa.

O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica reunindo os principais modelos, mostrando-se a evolução científica sobre o assunto. Ao final do capítulo é feita uma breve análise crítica desses modelos.

A investigação experimental é abordada no Capítulo 3, sendo apresentados os métodos e materiais utilizados, a descrição e montagem dos modelos, os procedimentos para a caracterização dos materiais e como foi realizado o ensaio.

No Capítulo 4 são descritas as simulações numéricas realizadas, com comentários sobre os elementos finitos utilizados, características dos modelos e quais os valores adotados para os parâmetros utilizados pelo programa.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos na investigação experimental e numérica, sendo feita uma análise das deformações, deslocamentos, fissuração e fluxo de tensões. Ao final do capítulo é proposto um modelo de comportamento da base de pilares na região de embutimento para este tipo de ligação.



No Capítulo 6 são feitas as considerações finais e conclusões sobre o trabalho tomadas como referência a análise dos resultados. São feitas algumas sugestões para futuras pesquisas a serem realizadas sobre o assunto.

## Capítulo 2

### Revisão Bibliográfica

---

Alguns dos principais modelos existentes são apresentados a seguir, dando-se destaque às forças atuantes na base do pilar.

#### **2.1. Modelo de LEONHARDT & MÖNNIG (1977), adaptado por EL DEBS (2000)**

De acordo com LEONHARDT & MÖNNIG (1977) a transmissão das ações para a fundação depende da interação entre o pilar e as paredes do cálice. Para o dimensionamento da ligação são considerados dois casos limites quanto à conformação da superfície de contato do cálice com o pilar: muito rugosa ou lisa. Na Figura 2.1 é apresentado o esquema com o posicionamento das forças atuantes na base para os dois tipos de conformação da interface de contato.

Segundo a NBR 9062:1985 a superfície de contato do pilar deve apresentar ao menos a mesma característica das paredes internas do cálice sendo considerada rugosa quando apresentar uma conformação com no mínimo *10 mm* de profundidade a cada *100 mm*.

O comprimento de embutimento do pilar na fundação é obtido em função da excentricidade relativa, que varia segundo a intensidade das solicitações  $M_d$  e  $N_d$ . A conformação da interface de contato também influencia na determinação do comprimento de embutimento.

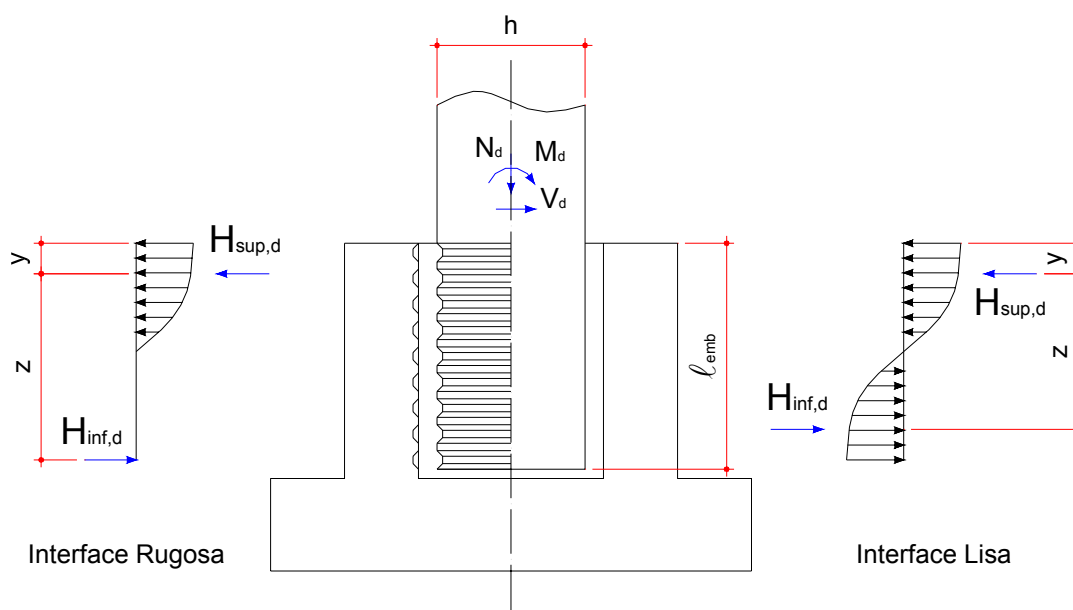


Figura 2.1 - Forças atuantes na base do pilar – Adaptado de LEONHARDT & MÖNNIG (1977)

Na Tabela 2.1 são apresentados os valores propostos por LEONHARDT & MÖNNIG (1977), e os valores recomendados pela NBR 9062:1985, adotados por EL DEBS (2000), para o comprimento de embutimento no caso de superfícies de contato lisas e rugosas.

Tabela 2.1 - Comprimento de embutimento do pilar segundo – LEONHARDT & MÖNNIG (1977) e NBR 9062:1985

Paredes	$\frac{M_d}{N_d \cdot h} \leq 0,15$		$\frac{M_d}{N_d \cdot h} \geq 2,00$	
	NBR 9062:1985	LEONHARDT & MÖNNIG (1977)	NBR 9062:1985	LEONHARDT & MÖNNIG (1977)
Lisas	$1,50h$	$1,68h$	$2,00h$	$2,80h$
Rugosas	$1,20h$	$1,20h$	$1,60h$	$2,00h$

*Nota:* interpolar valores intermediários

Os valores das forças horizontais atuantes na base do pilar são obtidos conforme as equações da Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Valores e posição das forças horizontais – Adaptado de EL DEBS (2000)

	Paredes Lisas	Paredes Rugosas
$H_{sup,d}$	$1,5 \cdot \frac{M_d}{l_{emb}} + 1,25 \cdot V_d$	$1,2 \cdot \frac{M_d}{l_{emb}} + 1,2 \cdot V_d$
$H_{inf,d}$	$1,5 \cdot \frac{M_d}{l_{emb}} + 0,25 \cdot V_d$	$1,2 \cdot \frac{M_d}{l_{emb}} + 0,2 \cdot V_d$
$y$	$0,167 \cdot l_{emb}$	$0,150 \cdot l_{emb}$
$z$	$0,667 \cdot l_{emb}$	$0,833 \cdot l_{emb}$

Quanto às recomendações de projeto e dimensionamento para a base do pilar, podem ser observados:

- A armadura longitudinal nesta região é dimensionada para resistir às solicitações normais.
- Na região de embutimento do pilar dimensiona-se a armadura transversal para resistir a força horizontal  $H_{inf,d}$ .
- Nos casos em que  $l_{emb} < 2 \cdot h$ , a força  $H_{inf,d}$  pode ser reduzida na proporção  $l_{emb}/2 \cdot h$ , para o dimensionamento da armadura transversal (para a verificação do esmagamento do concreto a força deve ser computada em sua totalidade).
- No caso de superfície de contato rugosa a armadura longitudinal do pilar deve passar por traspasse para a armadura do colarinho (para garantir esse traspasse são dispostas armaduras transversais no colarinho).
- No caso de interface lisa, a ancoragem da armadura longitudinal, nas situações em que há tração, deve ser garantida; LEONHARDT & MÖNNIG (1977) recomendam o início da ancoragem a partir de  $l_{emb}/2$ , segundo EL DEBS (2000) a ancoragem pode ser iniciada abaixo do ponto de aplicação da força horizontal  $H_{sup,d}$ .

## 2.2. Modelo de WILLERT & KESSER (1983)

O modelo teórico apresentado por WILLERT & KESSER (1983), considera em sua formulação a rugosidade da interface de contato por meio do coeficiente de atrito  $\mu$ . A indicação para o valor do coeficiente de atrito é fornecida apenas para o caso de interface lisa ( $\mu=2/3$ ), porém com o ajuste adequado deste coeficiente pode-se utilizar o modelo para o caso de interface de contato rugosa.

Na Figura 2.2 são apresentadas as forças atuantes na região de embutimento do pilar.

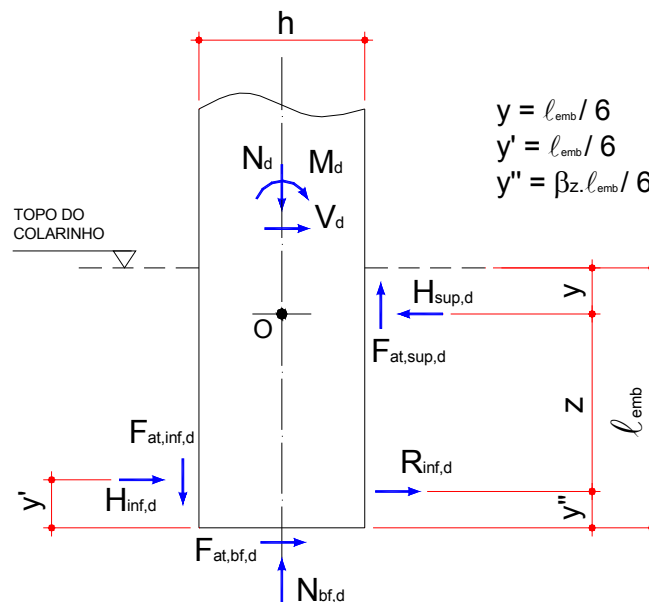


Figura 2.2 - Forças atuantes na base do pilar - WILLERT & KESSER (1983)

O comprimento de embutimento adotado deve obedecer a seguinte relação:

$$1,5 \cdot h \leq l_{emb} \leq 3,0 \cdot h \quad (2.1)$$

Na determinação das forças de equilíbrio, cabe observar que nos casos de pequena excentricidade (força normal predominante), a força de atrito na base  $F_{at,bf,d}$  é elevada e  $H_{inf,d}$  é pequena, o contrário ocorre nos casos de grande excentricidade. No modelo apresentado a força  $R_{inf,d}$  é dada pela expressão:

$$R_{inf,d} = H_{inf} + F_{at,bf,d} \quad (2.2)$$

Nas equações do modelo é introduzido o fator  $\beta_z$ , que representa a variação no braço de alavanca  $z$ , sendo expresso por:

$$\beta_z = 1 - \exp\left(-\frac{2e}{3h}\right) \quad (2.3)$$

A expressão para o braço de alavanca  $z$  é dada por:

$$z = \frac{l_{emb}}{6} \cdot (5 - \beta_z) \quad (2.4)$$

Com as expressões anteriores, e fazendo-se o equilíbrio das forças horizontais e verticais, e dos momentos em relação ao ponto “O”, obtêm-se as seguintes expressões:

$$H_{inf,d} = \beta_z \cdot R_{inf,d} \quad (2.5)$$

$$H_{sup,d} = R_{inf,d} + V_d \quad (2.6)$$

$$R_{inf,d} = \frac{6 \cdot M_d + V_d \cdot l_{emb}}{l_{emb} \cdot (5 - \beta_z) + 3 \cdot \mu \cdot h \cdot (1 + \beta_z)} \quad (2.7)$$

Nos casos de pequena excentricidade em que se despreza o atrito na interface, substituindo-se a equação (2.7) em (2.6) a expressão resultante coincide com o modelo proposto por LEONHARDT & MÖNNIG (1977) para interface rugosa.

O mesmo ocorre para os casos de flexão pura, em que desconsiderando-se o atrito na interface, a expressão resultante da combinação das equações (2.7) e (2.6) coincide com a equação do modelo proposto por LEONHARDT & MÖNNIG (1977) para interface de contato lisa.

No modelo apresentado não há explicações quanto ao comportamento interno da base do pilar, nem recomendações sobre dimensionamento e distribuição da armadura longitudinal e transversal nesta região.

### 2.3 Modelo de OLIN; HAKKARAINEN; RÄMÄ (1985)

O modelo apresentado por OLIN *et al.* (1985), considera a atuação de tensões de aderência entre a interface de contato, o que contribui para uma capacidade resistente maior, na Figura 2.3 é apresentado o modelo de comportamento da ligação.

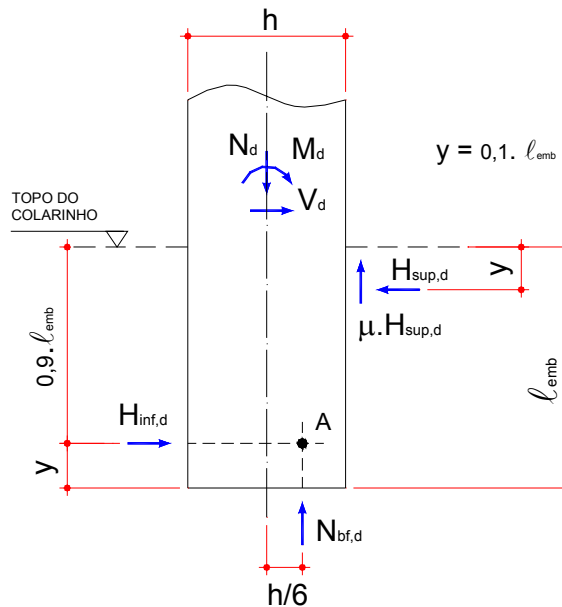


Figura 2.3 - Forças atuantes na base do pilar - OLIN *et al.* (1985)

Por causa do momento atuante, a resultante das tensões de compressão na base do pilar apresenta uma excentricidade, sugerindo-se uma distância de  $h/6$  a ser considerada do eixo do pilar para os casos mais gerais. A força de atrito abaixo do pilar não é considerada.

O comprimento de embutimento é tomado igual a  $1,3.h$ , sendo  $h$  a maior medida em planta do pilar. O dimensionamento é feito em função da conformação da superfície de contato, com duas condições limites: interface lisa ( $\mu=0,3$ ) e interface rugosa ( $\mu=0,6$ ).

Considerando-se a interfase lisa e efetuando-se o equilíbrio de momentos em relação ao ponto "A", bem como o equilíbrio das forças horizontais, tem-se respectivamente:

$$H_{\text{sup},d} = 1,14 \cdot \frac{M_d}{l_{\text{emb}}} + 1,03 \cdot V_d - 0,15 \cdot N_d \quad (2.8)$$

$$H_{inf,d} = H_{sup,d} - V_d \tag{2.9}$$

No caso de interface rugosa, são consideradas além das forças indicadas na Figura 2.3, tensões de atrito resultantes da aderência entre as interfaces de contato.

O deslocamento do pilar em relação às paredes do cálice define a direção e a intensidade das tensões de aderência, que são divididas em duas componentes: horizontal e vertical.

As tensões horizontais de atrito (Figura 2.4) são assumidas como uniformemente distribuídas, com a posição da resultante  $F_{bu,x}$  muito próximo da posição de  $H_{sup,d}$ . Essas tensões distribuídas ao longo da parede do colarinho exigem praticamente a mesma armadura quando se considera a força concentrada  $H_{sup,d}$ . Por essa razão são negligenciadas no dimensionamento do cálice e conseqüentemente da base do pilar.

As tensões verticais de atrito são definidas considerando-se a ligação dúctil. A área de atuação destas tensões, bem como a posição da resultante são indicadas na Figura 2.4.

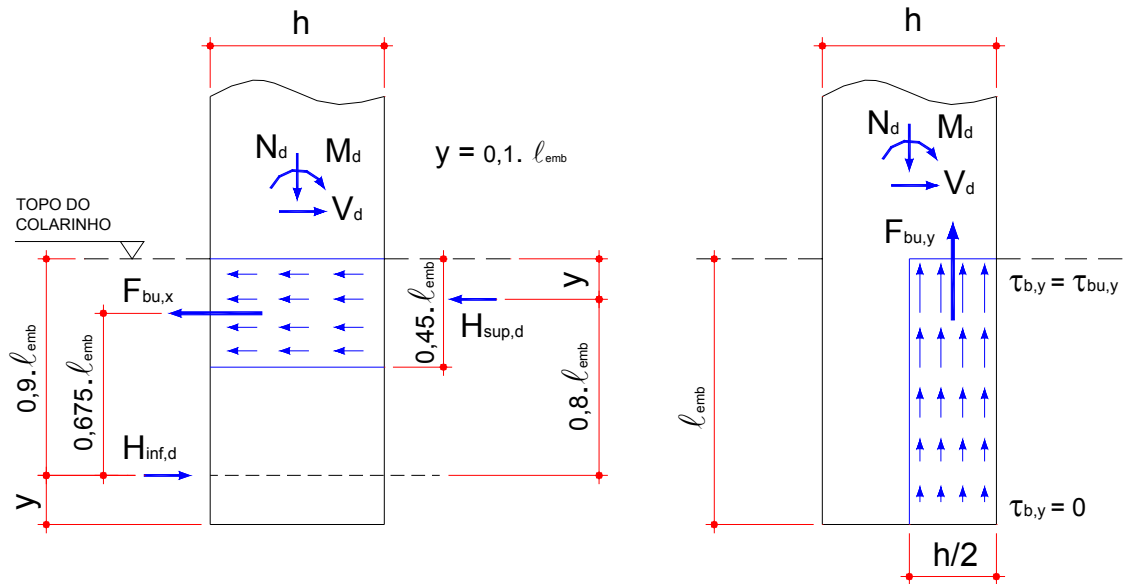


Figura 2.4 - Forças de atrito horizontal e vertical - OLIN *et al.* (1985)

Admite-se que estas tensões sejam constantes com  $F_{bu,y}$  assumindo o seguinte valor da expressão (2.10):



$$F_{bu,y} = 0,15 \cdot f_{ctd} \cdot l_{emb} \cdot h \quad (2.10)$$

Portanto, no caso de interface rugosa e considerando-se a tensão de aderência vertical, temos com o equilíbrio de momentos no ponto “A” a equação (2.11):

$$H_{sup,d} = 1,05 \cdot \frac{M_d}{l_{emb}} + 0,95 \cdot V_d - 0,13 \cdot N_d - 0,06 \cdot F_{bu,y} \quad (2.11)$$

Caso não haja armadura transversal na região de embutimento do pilar, é necessário proceder à verificação da transmissão de cisalhamento do mesmo.

A força normal não aumenta a capacidade por cisalhamento na parte inferior, no entanto considera-se no cálculo um coeficiente majorador da capacidade resistente, com a finalidade de se considerar a proximidade das forças horizontais.

OLIN *et al.* (1983) recomenda dispor, na base do pilar, uma armadura em forma de “U”, ancorada acima da linha de ação de  $H_{sup,d}$ , calculada conforme a expressão:

$$A_{s,b} = \frac{H_{inf,d}}{f_{yd}} \quad (2.12)$$

## 2.4. Modelo apresentado por ELLIOT (1996)

Segundo ELLIOT (1996), o dimensionamento deste tipo de ligação é feito utilizando dois modelos, ambos solicitados a uma força normal excêntrica e diferenciados pela atuação ou não de força horizontal.

Em ambos os casos a força horizontal de atrito na base do pilar  $\mu \cdot N_{bf,d}$  é desprezada. A força de atrito vertical é considerada apenas no comprimento  $l_h$ , conforme ilustra a Figura 2.5, pelo fato de ser mobilizada somente com a flexão, já que o efeito da força cortante horizontal foi considerado em  $l_v$ .

O comprimento de embutimento recomendado por ELLIOT (1996), deve ser uma vez e meia que a maior dimensão da seção do pilar ( $1,5 \cdot h$ ).

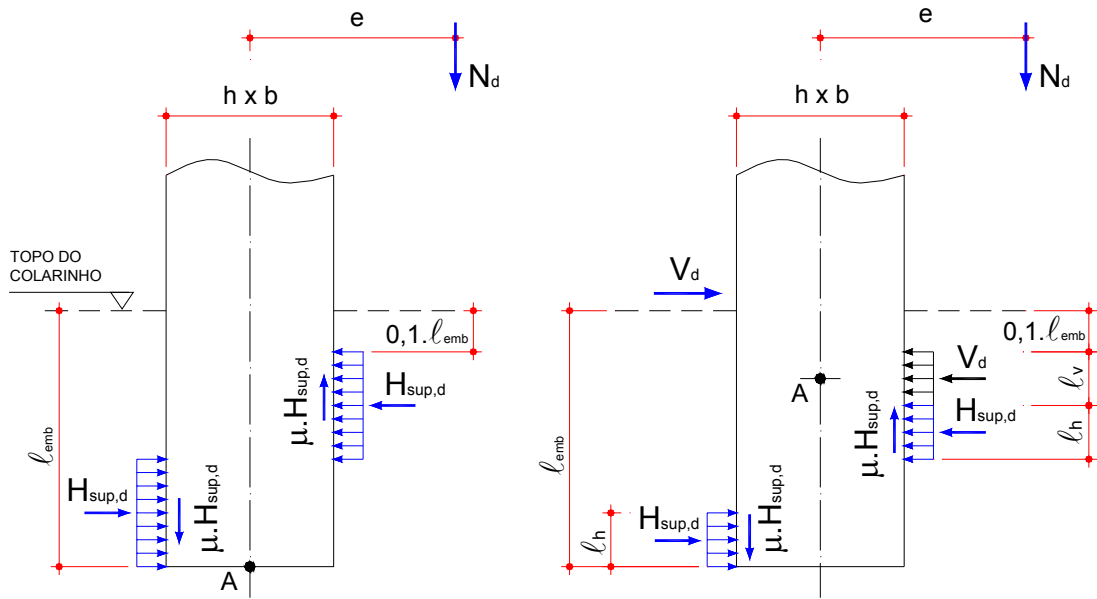


Figura 2.5 - Forças atuantes na base do pilar - ELLIOT (1996)

Fazendo-se o equilíbrio dos momentos no ponto “A”, tem-se:

$$N_d \cdot e - \mu \cdot H_{sup,d} \cdot h - 0,45 \cdot l_{emb} \cdot H_{sup,d} = 0 \quad (2.13)$$

$$H_{sup,d} = \frac{N_d \cdot e}{\mu \cdot h + 0,45 \cdot l_{emb}} \quad (2.14)$$

A tensão de contato é limitada a  $0,4 \cdot f_{cd}$ , portanto:

$$H_{sup,d} \leq 0,4 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot l_h \quad (2.15)$$

Onde  $f_{cd}$  é a resistência à compressão do concreto de preenchimento da junta medida em corpos de prova prismáticos.

No segundo modelo, tem-se a consideração da força cortante. Neste caso impondo-se o limite da tensão de contato, encontramos o valor de  $l_v$  pela da seguinte expressão:

$$l_v = \frac{V_d}{0,4 \cdot f_{cd} \cdot b} \quad (2.16)$$

Com o equilíbrio no ponto “A” tem-se:

$$N_d \cdot e + V_d \cdot (0,1 l_{emb} + 0,5 l_v) - \mu \cdot H_{sup,d} \cdot h - H_{sup,d} \cdot (l_v + l_h - 0,9 l_{emb}) = 0 \quad (2.17)$$

Substituindo-se a Equação (2.16) na (2.17) encontra-se  $l_h$ , por meio da solução de uma equação do segundo grau, conseqüentemente tem-se o valor de  $H_{sup,d}$ . Para este segundo método, faz-se a restrição de que, as tensões nas interfaces opostas não podem se sobrepor  $l_v + 2.l_h < 0,9 \cdot (0,9.l_{emb})$ .

Em seu modelo ELLIOT (1996) não faz comentários sobre o comportamento interno da base do pilar, nem faz recomendações sobre dimensionamento e distribuição da armadura longitudinal e transversal nesta região.

### 2.5. Modelo de OSANAI; WATANABE; OKAMOTO (1996)

No modelo proposto por OSANAI *et al.* (1996), quando atuam no sistema as forças verticais e horizontais, surgem forças de atrito nas interfaces lateral e inferior, e uma reação vertical inferior excêntrica.

Com a finalidade de facilitar a solução das equações de equilíbrio, o sistema é separado em dois modelos, que juntos totalizam todas as forças atuantes, conforme indica a Figura 2.6.

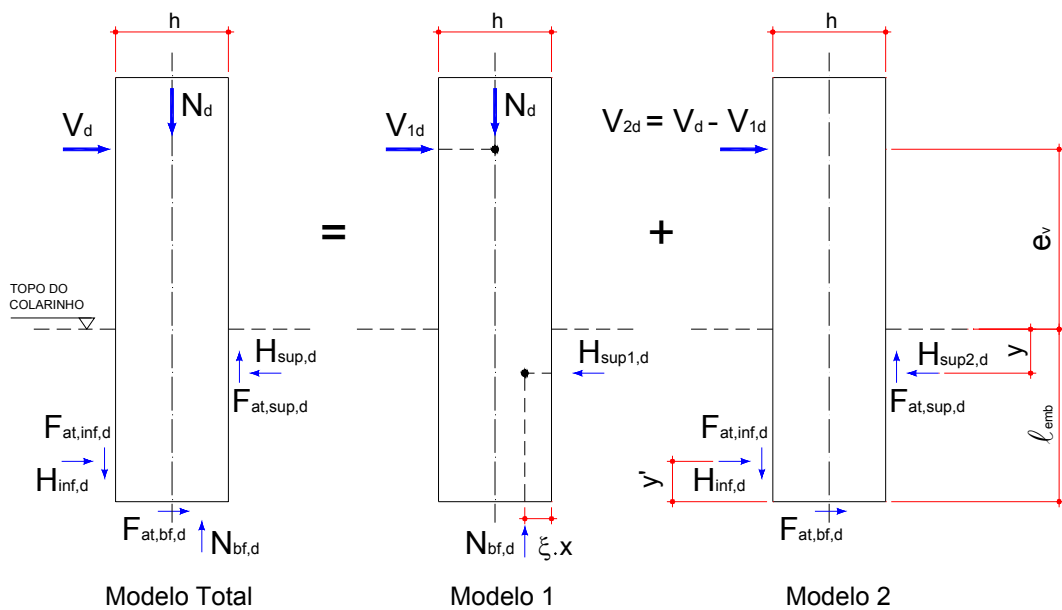


Figura 2.6 - Modelo total e repartido - OSANAI *et al.* (1996)

A determinação da resultante de compressão na seção do pilar é feita utilizando-se as hipóteses da resistência dos materiais, e as hipóteses de dimensionamento das estruturas de concreto armado.

Do modelo 1 obtêm-se a força horizontal  $V_{1d}$  e a reação  $H_{sup1,d}$  calculadas com a condição de equilíbrio e dadas por:

$$H_{sup1,d} = V_{1d} = \frac{M_{1d}}{e_v + y} \cong \frac{M_{1d}}{e_v} = \left( \frac{h}{2} - \xi \cdot x \right) \cdot \frac{N_d}{e_v} \quad (2.18)$$

Sendo  $N_d = N_{bf,d}$  e  $y$  é desprezível comparado com  $e_v$ .

A distribuição de tensões na região de embutimento do pilar para o modelo 2 é mostrada na Figura 2.7.

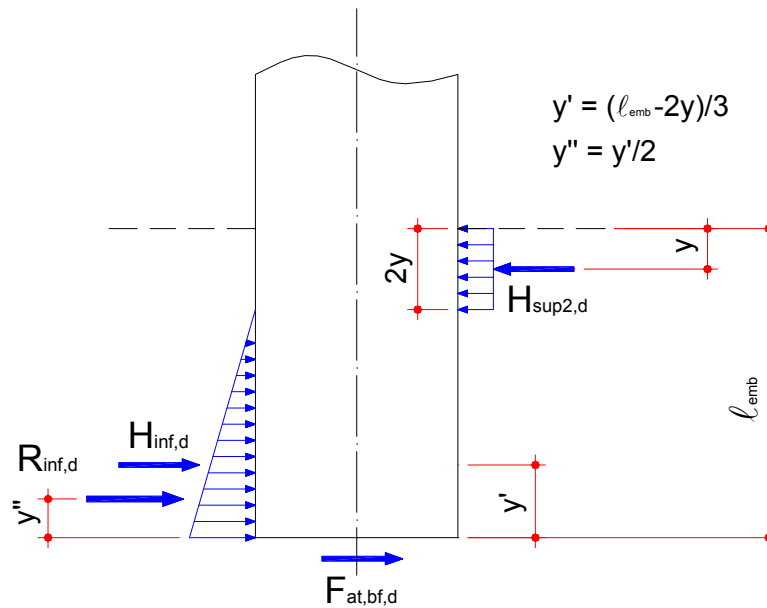


Figura 2.7 - Forças atuantes no modelo 2 - OSANAI *et al.* (1996)

Em seu modelo OSANAI *et al.* (1996), considera uma força resultante  $R_{inf,d}$  atuando na altura  $y''$ , que é a soma das forças  $H_{inf,d}$  e da força de atrito  $F_{at,bf,d}$  atuante na base.

$$R_{inf,d} = H_{inf,d} + F_{at,bf,d} \quad (2.19)$$

$$y' = (l_{emb} - 2.y) / 6 \quad (2.20)$$

Das condições de equilíbrio do modelo 2, e sendo  $H_{sup,d}$ , a soma das reações superiores dos dois modelos, obtêm-se a expressão (2.21), que foi desenvolvida por CANHA (2004) até chegar a esta configuração.

$$H_{sup,d} = \frac{\frac{e_{nb}}{e_v} \cdot (\mu.h - e_v - y) \cdot N_d + \left( \frac{5.l_{emb}}{6} + \frac{y}{3} + e_v \right) \cdot V_d}{\frac{5.l_{emb}}{6} - \frac{2y}{3} + \mu.h} \quad (2.21)$$

Em que  $e_{nb}$  é definido como a excentricidade da reação normal na base do pilar em relação ao centro de gravidade.

A força horizontal inferior é dada pela equação (2.22):

$$H_{inf,d} = H_{sup,d} - V_d \quad (2.22)$$

A expressão (2.21) só pode ser utilizada para força normal e força cortante, porém CANHA (2004) adaptou o modelo para o caso de força normal, momento fletor e força cortante atuando no topo da ligação obtendo a expressão (2.23).

$$H_{sup,d} = \frac{M_d - \left[ e_{nb} \frac{\mu^2 (0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right] \cdot N_d + \left[ \frac{5.l_{emb}}{6} + \frac{y}{3} + \frac{\mu(0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right] \cdot V_d}{\frac{5.l_{emb}}{6} - \frac{2y}{3} + \mu.h} \quad (2.23)$$

OSANAI *et al.* (1996) realizou comparações entre os resultados experimentais, os modelos teóricos e os valores calculados segundo as normas DIN 1045<sup>1</sup> e AIJ<sup>2</sup>, obtendo-se as seguintes conclusões:

- Para valores de  $l_{emb}$  superiores a  $1,5.h$  a ligação comporta-se como rígida, mesmo nos casos de interface lisa.

<sup>1</sup> “Examples for Calculation in Accordance with DIN 1045”, Deutscher Beton-Verein E.V., 1981, p.204 -224.

<sup>2</sup> “Standard for calculation of reinforced concrete Structures”, Architectural Institute of Japan, 1988, p.602.

- Para modelos com  $l_{emb}$  menor, a transferência da força resultante para o cálice pode ser melhorada utilizando-se conformação rugosa na interface de contato.
- As ligações com interface lisa não apresentam rigidez suficiente quando  $l_{emb}$  for menor que  $1,25.h$ .
- São indicados os seguintes valores para os coeficientes de atrito:  $1,0$  para  $l_{emb} \geq 1,5.h$  com interface lisa ou para  $l_{emb} \geq 1,25.h$  com interface rugosa; e  $0,5$  para  $l_{emb} = h$  com interface rugosa.
- O modelo proposto apresentou resultados mais próximos dos experimentais que as equações das normas DIN 1045 e AIJ para coeficientes de atrito iguais a  $0,5$  e  $1,0$  havendo, porém, uma diferença no trecho inicial da curva força-deformação por causa do fato de ter sido desconsiderada a resistência a tração do concreto, o que mostrou não ser válido.

Não há comentários específicos sobre o comportamento interno da base do pilar, nem existem recomendações sobre dimensionamento e distribuição da armadura longitudinal e transversal nesta região.

## 2.6. Modelos apresentados por SILVA (1998)

Em SILVA (1998) são apresentados modelos de cálculo para cálices com e sem colarinho. Os modelos também se diferenciam quanto à excentricidade da força, se o comprimento de embutimento é maior ou menor que o dobro da largura do pilar, e também, se a interface da ligação entre o pilar e a parede do cálice tem conformação lisa ou rugosa.

A análise da base do pilar é mais detalhada, apresentando modelagem em função dos mesmos parâmetros do cálice.

Basicamente o equilíbrio das solicitações é feito por duas forças horizontais que atuam em faces opostas e pela base do cálice, as tensões de compressão na interface entre o pilar e a parede do cálice são limitadas a  $0,6.f_{cd}$ , e as recomendações quanto a espessura do colarinho e comprimento de embutimento são as mesmas encontradas em LEONHARDT & MÖNNIG (1977).

No primeiro modelo, proposto por LÚCIO & SANTIAGO (1996)<sup>3</sup> *apud* SILVA (1998), admite-se que a força normal  $N_d$  é transmitida sem excentricidade à base do cálice. As forças horizontais do cálice, originadas pela pressão de contato, são perpendiculares à superfície da junta, isto ocorre porque a interface é lisa, portanto, não apresentando atrito.

A Figura 2.8 apresenta as forças atuantes e também o modelo de bielas e tirantes proposto para a região de embutimento do pilar.

A reação por causa da força cortante  $V_d$  é absorvida pelo bloco de compressão localizado na zona superior da parede do cálice, sendo expressa pela equação (2.24).

$$V_d = 0,6.f_{cd}.l_v.b \quad (2.24)$$

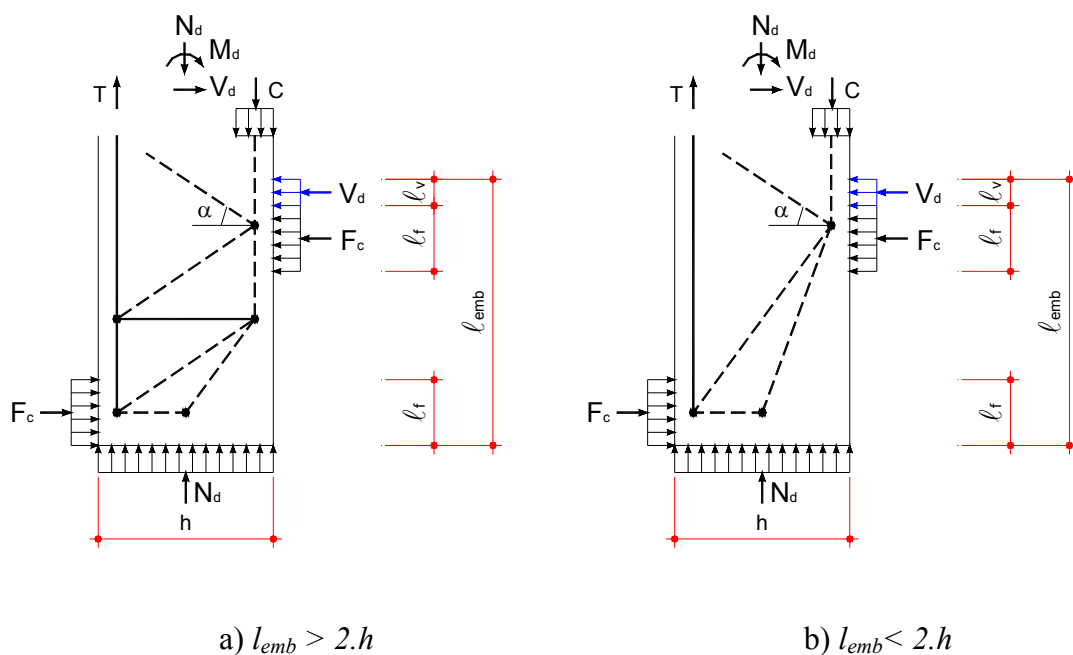


Figura 2.8 - Modelos com reação sem excentricidade - SILVA (1998)

Em virtude da não colinearidade entre a ação  $V_d$  e a força  $F_c$ , tem-se um acréscimo no momento transmitido à ligação, sendo o momento total expresso por:

<sup>3</sup> LÚCIO, V. & SANTIAGO, A. (1996). *Solução Pré-fabricada para um Edifício de Grandes Vãos*. Congresso Betão Estrutural 96. Lisboa.

$$M_{tot} = M_d + V_d \cdot \frac{l_v}{2} \quad (2.25)$$

Por sua vez o momento total atuante é absorvido por um binário de forças de compressão no topo e na base da parede do cálice conforme a expressão:

$$M_{tot} = F_c \cdot (l_{emb} - l_v - l_f) \quad (2.26)$$

A força  $F_c$  é calculada limitando-se a tensão de compressão na interface de contato, sendo dada pela equação (2.27):

$$F_c = 0,6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot l_f \quad (2.27)$$

Substituindo-se a equação (2.27) na (2.26) e igualando a expressão obtida com a equação (2.25) tem-se:

$$M_d + V_d \cdot \frac{l_v}{2} = (0,6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot l_f) \cdot (l_{emb} - l_v - l_f) \quad (2.28)$$

Portanto, o valor de  $l_f$  é obtido com a solução da Equação (2.29), conseqüentemente obtêm-se o valor de  $F_c$ .

$$l_f^2 + l_f \cdot (l_v - l_{emb}) + \left( M_d + V_d \cdot \frac{l_v}{2} \right) \cdot \frac{1}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = 0 \quad (2.29)$$

Outro modelo apresentado e adaptado por SILVA (1998) é mostrado na Figura 2.9. No modelo proposto por SCHLAICH; SCHÄFER (1991) a força normal do pilar é transmitida à base do cálice de forma excêntrica.

Com os valores dos esforços  $M_d$  e  $V_d$ , determinam-se as resultantes de tração  $R_{st}$  e de compressão  $R_c$  que atuam no pilar solicitado a flexão composta. A força  $R_{st}$  atua no centro de geométrico das armaduras longitudinais tracionadas e a força  $R_c$  no centro de geométrico do bloco de compressão.

A tração no pilar é equilibrada por uma ou várias bielas no interior do pilar, de acordo com a relação  $l_{emb}/h$  e por outra biela perpendicular à superfície da parede do colarinho, pois a ausência de atrito não permite a mobilização de forças inclinadas atravessando a junta entre os dois elementos.



De acordo com o modelo, o momento total a ser resistido sofre um alívio em virtude da excentricidade com que a força normal é transmitida à base, conseqüentemente, tem-se uma redução nos valores das forças horizontais  $F_c$ .

O valor de  $l_f$  é obtido de maneira análoga ao modelo anterior, considerando-se neste caso a excentricidade na reação na base do pilar, conforme a expressão:

$$M_d + V_d \cdot \frac{l_v}{2} - N_d \cdot \left( \frac{h}{2} - a_2 \right) = F_c \cdot (l_{emb} - l_v - l_f) \quad (2.30)$$

Sendo  $a_2 = (0,8 \cdot x) / 2$  e  $x$  a posição da linha neutra na seção do pilar, considerando-se diagrama retangular de tensões no concreto.

$$l_f^2 + l_f \cdot (l_v - l_{emb}) + \left[ M_d + V_d \cdot \frac{l_v}{2} - N_d \cdot \left( \frac{h}{2} - a_2 \right) \right] \cdot \frac{1}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = 0 \quad (2.31)$$

Substituindo-se o valor de  $l_f$  na Equação (2.27), obtêm-se o valor de  $F_c$ , totalizando-se todas as forças atuantes no modelo.

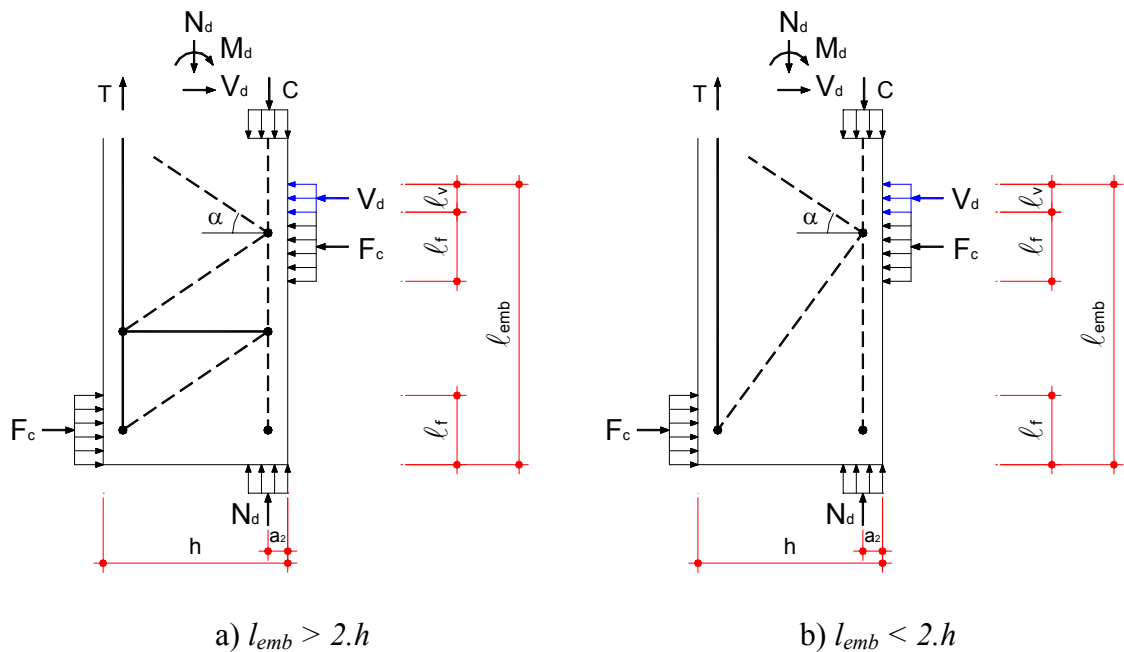


Figura 2.9 - Modelos com reação excêntrica - SILVA (1998)

## 2.7.Recomendações da FIB PLANCHERS OSSATURES & CERIB (2001)

Nas recomendações de projeto da FIB PLANCHERS OSSATURES & CERIB (2001), a transmissão de esforços do pilar para o cálice é feita considerando-se duas situações quanto à interface de contato: lisa e rugosa, ou nervurada.

No caso de paredes lisas e rugosas o comprimento de embutimento recomendado deve ser compatível com o comprimento de ancoragem das armaduras longitudinais do pilar, e em caso algum inferior a  $1,2.h$ .

A Figura 2.10 apresenta um esquema das forças consideradas no modelo com interface lisa e rugosa.

O coeficiente de atrito  $\mu$  é tomado igual a zero para o caso de superfícies de encaixe planas e lisas (chapas, madeira, plástico) e  $0,3$  em casos de superfície rugosas.

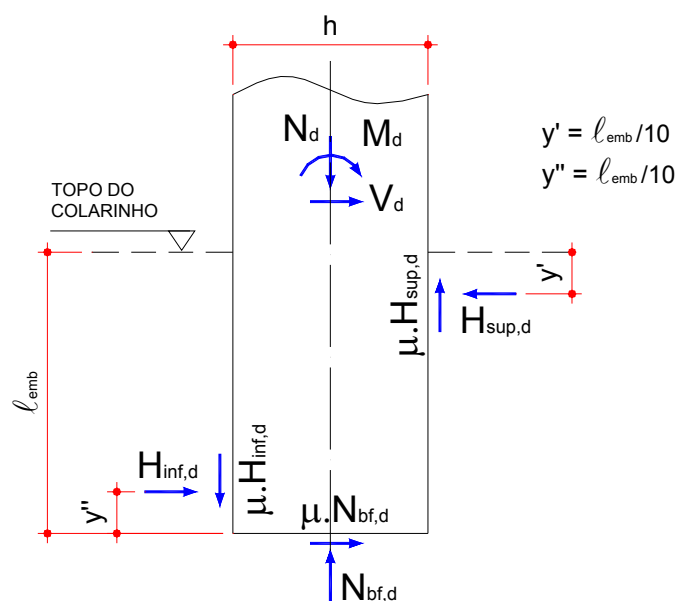


Figura 2.10 - Forças atuantes na base do pilar – Adaptado de FIB & CERIB (2001)

O sistema de forças do esquema anterior se resolve escrevendo:

$$\begin{Bmatrix} N_d \\ V_d \\ M_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu & -\mu & 1 \\ 1 & -1 & -\mu \\ \mu.h/2 - y & \mu.h/2 - (y' - l_{emb}) & \mu.l_{emb} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{sup,d} \\ H_{inf,d} \\ N_{bf,d} \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

Negligenciando-se o coeficiente de atrito  $\mu$ , o que geralmente ocorre para este tipo de embutimento, e em hipótese fazendo-se  $y = y' = 0,1.l_{emb}$ , as forças são:

$$H_{sup,d} = \frac{5.M_d}{4.l_{emb}} + \frac{9.V_d}{8} \quad (2.33)$$

$$H_{inf,d} = \frac{5.M_d}{4.l_{emb}} + \frac{V_d}{8} \quad (2.34)$$

$$N_{bf,d} = N_d \quad (2.35)$$

Tomando-se o valor  $\mu = 0,3$  obtêm-se, para  $y = y' = 0,1.l_{emb}$ :

$$H_{sup,d} = \frac{(0,99.l_{emb} + 0,15.h).V_d - (0,03.l_{emb} - 0,045.h).N_d + 1,09.M_d}{1,09.(0,8.l_{emb} + 0,3.h)} \quad (2.36)$$

$$H_{inf,d} = \frac{(0,19.l_{emb} + 0,15.h).V_d - (0,27.l_{emb} - 0,045.h).N_d + 1,09.M_d}{1,09.(0,8.l_{emb} + 0,3.h)} \quad (2.37)$$

$$N_{bf,d} = \frac{0,3.V_d - N_d}{1,09} \quad (2.38)$$

A base do pilar é considerada como um consolo embutido no cálice, onde as armaduras longitudinais devem absorver os esforços solicitantes de flexão composta sob os efeitos das forças  $H_{sup,d}$ ,  $H_{inf,d}$  e da reação na base  $N_{bf,d}$ . As armaduras transversais da base do pilar são dimensionadas de acordo com a teoria de cálculo utilizada em vigas.

No modelo apresentado para interface de contato nervurada, os embutimentos comportam-se como verdadeiras entalhaduras ou chaves de cisalhamento podendo a ligação ser considerada como fundação monolítica. O comprimento de embutimento

deve ser tal que o traspasse das armaduras do pilar com aquelas do colarinho seja assegurada, não devendo ser inferior a  $1,2.h$ .

Quando as armaduras longitudinais do pilar são dobradas na base pode-se optar por reduzir o comprimento de traspasse, com a condição de verificar a transferência da totalidade dos esforços com as armaduras  $A_s$  do cálice.

É necessária a verificação da resistência ao cisalhamento na interface de ligação entre a base do pilar e o colarinho.

Se a capacidade resistente não for suficiente é conveniente reexaminar as dimensões de embutimento, os parâmetros do estado da superfície ou a quantidade de armaduras horizontais.

As armaduras longitudinais do pilar devem absorver os esforços de flexão composta e devem ser adequadamente ancoradas.

## 2.8. Modelo proposto por CANHA (2004)

O modelo proposto por CANHA (2004) para cálice com interface de contato lisa, considera a contribuição das forças de atrito  $F_{at,sup,d}$ ,  $F_{at,inf,d}$ ,  $F_{at,bf,d}$  e a excentricidade  $e_{nd}$  da reação normal  $N_{bf,d}$  na base do pilar. O esquema de forças atuantes na ligação é mostrado na Figura 2.11.

Os valores das forças de atrito  $F_{at,sup,d}$ ,  $F_{at,inf,d}$ ,  $F_{at,bf}$  são dados pelas expressões (2.39), (2.40) e (2.41).

$$F_{at,sup,d} = \mu.H_{sup,d} \quad (2.39)$$

$$F_{at,inf,d} = \mu.H_{inf,d} \quad (2.40)$$

$$F_{at,bf,d} = \mu.N_{bf,d} \quad (2.41)$$

Das condições de equilíbrio no ponto de aplicação da força  $N_{bf,d}$ , tem-se as seguintes expressões:

$$N_d - N_{bf,d} - F_{at,sup,d} + F_{at,inf,d} = 0 \quad (2.42)$$

$$V_d + F_{at,bf,d} - H_{sup,d} + H_{inf,d} = 0 \quad (2.43)$$

$$M_d - N_d \cdot e_{nb} + V_d \cdot l_{emb} - H_{sup,d} \cdot (l_{emb} - y) + H_{inf,d} \cdot y' + \dots - F_{at,sup,d} \cdot (0,5 \cdot h - e_{nb}) - F_{at,inf,d} \cdot (0,5 \cdot h + e_{nb}) = 0 \quad (2.44)$$

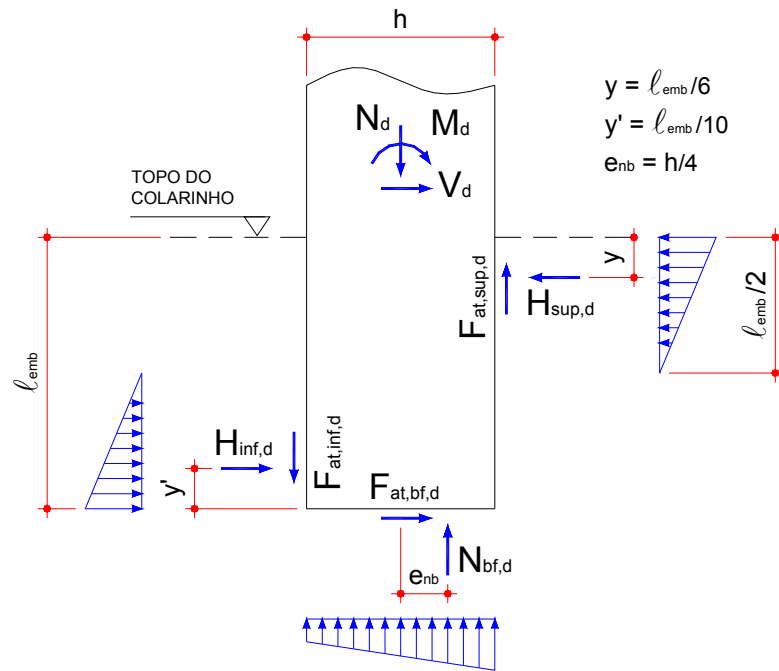


Figura 2.11 - Forças atuantes na base do pilar – Adaptado de CANHA (2004)

Combinando-se as Equações (2.42) e (2.43) tem-se as seguintes expressões para  $F_{at,bf,d}$ ,  $H_{inf,d}$ :

$$F_{at,bf,d} = \frac{\mu \cdot N_d - \mu^2 \cdot V_d}{1 + \mu^2} \quad (2.45)$$

$$H_{inf,d} = H_{sup,d} - \frac{\mu \cdot N_d + V_d}{1 + \mu^2} \quad (2.46)$$

Os valores de  $H_{inf,d}$ ,  $F_{at,sup,d}$  e  $F_{at,inf,d}$  são então substituídos na Equação (2.44), resultando na seguinte expressão para o cálculo de  $H_{sup,d}$ :

$$H_{\text{sup},d} = \frac{M_d - N_d \cdot \left( e_{nb} + \frac{\mu \cdot y' - \mu^2 \cdot (0,5 \cdot h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right) + V_d \cdot \left( l_{emb} - \frac{y' - \mu \cdot (0,5 \cdot h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right)}{l_{emb} - y - y' + \mu \cdot h} \quad (2.47)$$

Com relação ao modelo apresentado por OSANAI *et al.* (1996), que considera a força horizontal inferior  $H_{\text{inf},d}$  e a força de atrito  $F_{\text{at},bf,d}$  atuando na altura  $y''$ , conforme a Figura 2.7, o modelo de CANHA (2004) diferencia-se pelo fato de que a força de atrito  $F_{\text{at},bf,d}$  atua na base do pilar.

Em seu modelo CANHA (2004) não comenta sobre o comportamento interno da base do pilar, nem faz recomendações sobre dimensionamento e distribuição da armadura longitudinal e transversal nesta região.

## 2.9. Análise crítica dos modelos apresentados

Do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG (1977) ao modelo mais atual de CANHA (2004), pode ser observado um significativo avanço científico no tema estudado.

A evolução é perceptível com consideração do atrito, introduzido nas equações a partir do modelo de WILLERT & KESSER (1983) e, também, com a consideração da excentricidade da reação normal na base proposta primeiramente por OLIN *et al.* (1985).

A precisão das equações na determinação das forças de equilíbrio também mostra o aprimoramento dos modelos, isso pode ser percebido a partir do modelo de OSANAI *et al.* (1996), chegando-se ao mais sofisticado modelo de cálculo proposto por CANHA (2004), sendo que por meio de uma investigação experimental e simulações numéricas obteve com boa precisão o valor e a posição das pressões de contato.

No estudo realizado por CANHA (2004) é apresentada uma comparação entre os modelos existentes na literatura, observando-se que os mais atuais são menos conservativos, por causa da consideração do atrito e da precisão de suas equações.

Como pode ser visto, nem todos os modelos apresentam informações e recomendações sobre o comportamento interno e detalhamento da base dos pilares neste tipo de ligação, limitando-se apenas à determinação das forças na base.

Em LEONHARDT & MÖNNIG (1977) há recomendações de que nos casos de  $l_{emb} < 2.h$ , a força  $H_{inf,d}$  pode ser reduzida na proporção  $l_{emb}/2.h$ , para o dimensionamento da armadura transversal e a ancoragem da armadura longitudinal tracionada deve ser feita a partir do ponto  $l_{emb}/2$ .

Em seu estudo, OLIN *et al.* (1985) recomendam a utilização de uma armadura em forma de “U” na base dos pilares, e caso a região de embutimento não disponha de armadura transversal é necessária a verificação da transmissão do cisalhamento na peça.

O estudo com a maior descrição do comportamento interno da base dos pilares é o apresentado SILVA (1998), em que são encontrados modelos de bielas e tirantes com a consideração do atrito da excentricidade da reação e da influência do comprimento de embutimento.

Nas recomendações da FIB PLANCHERS OSSATURES & CERIB (2001) a armadura transversal deve ser dimensionada utilizando-se a teoria de cálculo para vigas, o que certamente leva a uma taxa elevada de armadura. É permitido que o comprimento de traspasse seja reduzido no caso da armadura longitudinal tracionada ser dobrada.

## Capítulo 3

# Investigação Experimental

---

### 3.1.Considerações iniciais

Dada à continuidade da pesquisa, a investigação experimental seguiu, em geral, os mesmos procedimentos adotados por CANHA (2004), observando-se neste caso que o objeto de estudo é a região de embutimento do pilar.

Os modelos ensaiados foram construídos em escala  $1:1$ , com dimensões usuais para estruturas de concreto pré-moldado. Cada modelo é composto por um pilar com seção transversal quadrada embutido em um cálice. Os dois modelos ensaiados apresentam interface de contato lisa, e os cálices utilizados foram aproveitados de investigações experimentais anteriores e possuindo comprimentos de embutimento diferentes.

Estes modelos foram submetidos à atuação de uma força normal com grande excentricidade, da ordem de  $3.h$  (sendo  $h$  a dimensão da seção transversal do pilar), com  $h=40\text{ cm}$ , fornecendo  $e=120\text{ cm}$ . Esta excentricidade justifica-se pelo fato de ser corriqueira, não fisicamente, mas na relação  $M_d / N_d$  em pórticos de estruturas de concreto pré-moldado.

Os comprimentos de embutimento utilizados ficaram em função do aproveitamento dos cálices de ensaios anteriores. O primeiro modelo, PL 64, possui comprimento de embutimento de  $64\text{ cm}$ , e foi obtido do modelo IL4 da investigação experimental de JAGUARIBE JR. (2005). O segundo modelo, PL 80, possui comprimento de embutimento de  $80\text{ cm}$ , e foi obtido do modelo IL2 da investigação experimental de CANHA (2004).

Na Figura 3.1 é apresentado o esquema do modelo ensaiado juntamente com os dispositivos metálicos de ação e reação, e também o atuador servo-hidráulico.



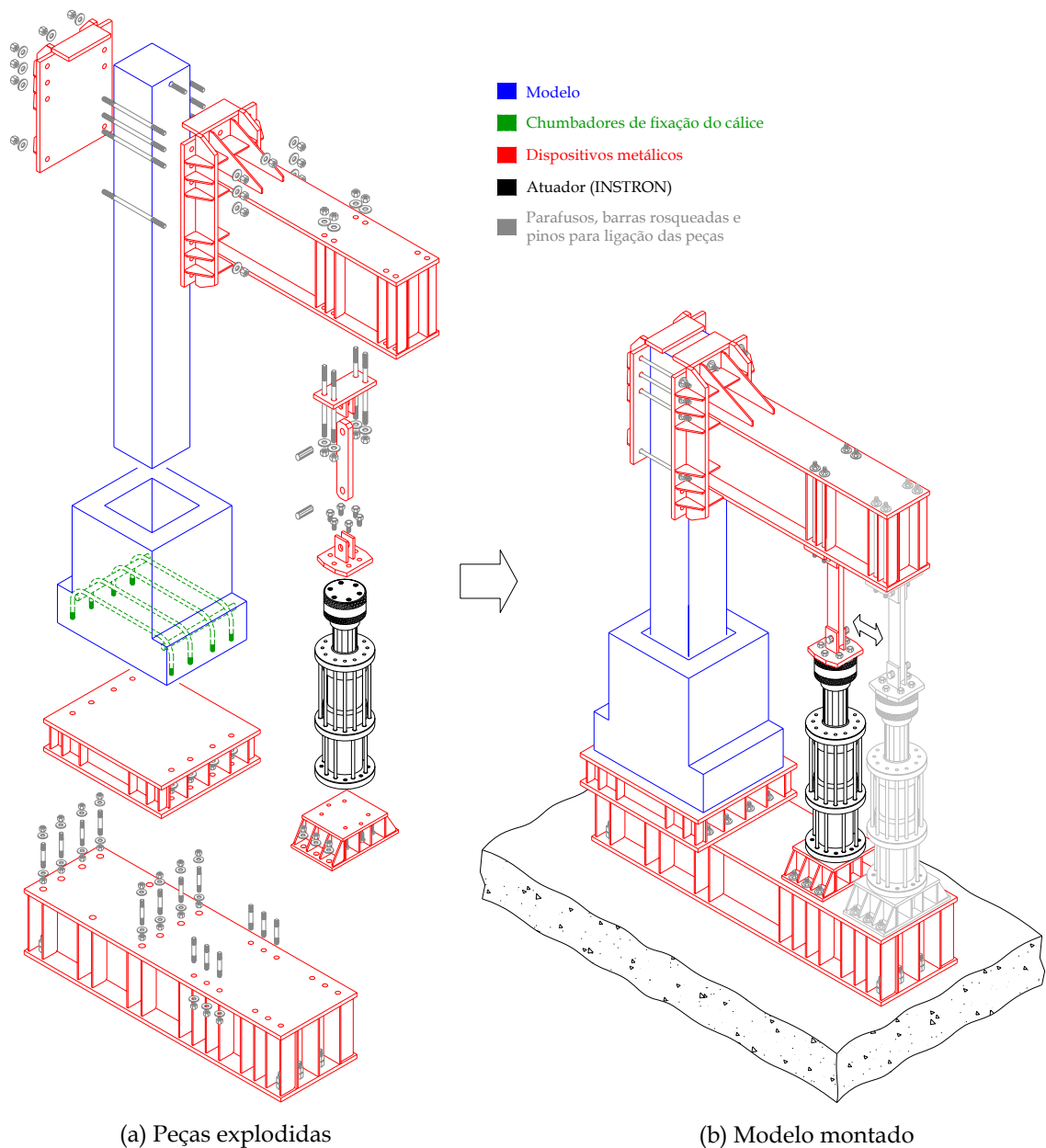


Figura 3.1 - Esquema de ensaio dos modelos – CANHA (2004)

## 3.2. Descrição dos elementos dos modelos

### 3.2.1. Pilares

Os pilares possuem seção transversal quadrada e constante ao longo do eixo longitudinal, com dimensões de  $40\text{ cm} \times 40\text{ cm}$ , tendo altura de  $290\text{ cm}$ , e a resistência característica adotada para dimensionamento e especificada para a concretagem foi de  $35\text{ MPa}$ .

Para a armadura longitudinal foi adotada uma distribuição simétrica em faces opostas, com 4 barras de diâmetro  $\varnothing 20\text{ mm}$  em cada lado, o que fornece uma taxa geométrica  $\rho=1,57\%$ , usual para este tipo de estrutura. As barras apresentam um cobrimento de  $2\text{ cm}$  e estão igualmente espaçadas.

Nas Figura 3.2 e 3.3 são apresentados a geometria dos pilares, a configuração e o detalhamento das armaduras longitudinais e transversais para os dois modelos.

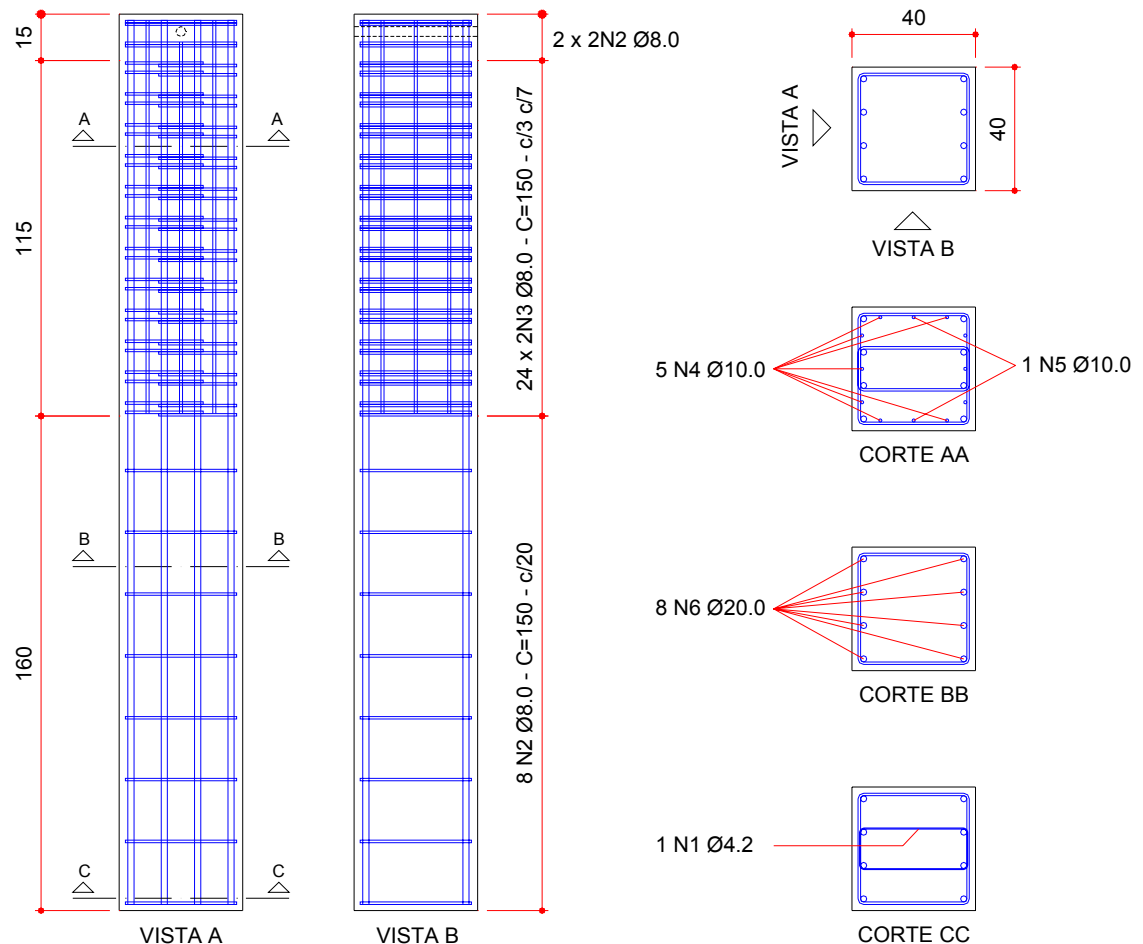


Figura 3.2 – Geometria e distribuição da armadura dos Pilares

Foi verificado se a capacidade resistente do pilar não era superior a do cálice, de maneira a evitar que as armaduras do cálice atingissem o patamar de escoamento. Também foi observado se a força última prevista para o ensaio não seria superior à capacidade do atuador servo-hidráulico.

Para a armadura transversal na base do pilar foi adotado o valor mínimo da área de aço, bem como espaçamento mínimo entre estribos. Isso porque teoricamente a força cortante é nula até o topo do colarinho e, para a região de embutimento, fez-se a

hipótese de que o mecanismo de resistência ocorre de maneira diferente do utilizado no cálculo de vigas e pilares.

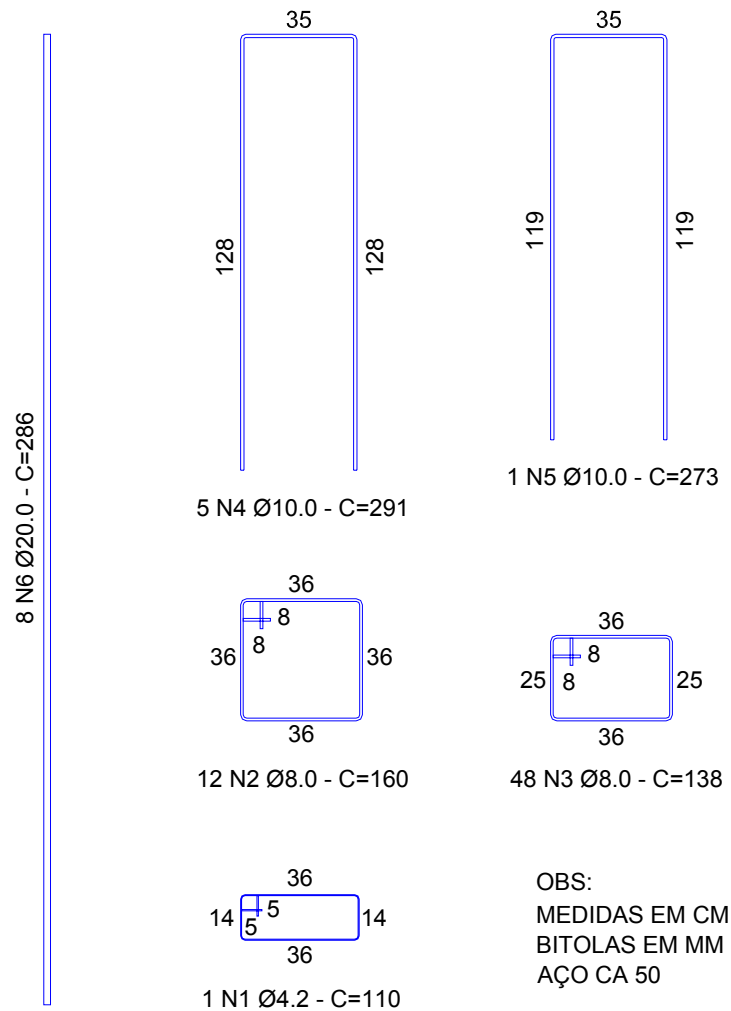


Figura 3.3 – Detalhamento da armadura dos pilares

### 3.2.2. Cálices de fundação

Como já mencionado, os cálices foram aproveitados de ensaios anteriores. Os dois apresentam as mesmas características geométricas, com exceção do comprimento de embutimento que, para o modelo PL 64 é de  $64\text{ cm}$  e para o modelo PL 80 é de  $80\text{ cm}$  e da disposição da armadura. Na Figura 3.4 é mostrado como foi feita a retirada dos pilares para o aproveitamento dos cálices.



Figura 3.4 – Retirada dos pilares para aproveitamento dos cálices

A espessura do colarinho é de  $17\text{ cm}$  e a resistência utilizada para o dimensionamento e especificada para a concretagem foi de  $25\text{ MPa}$ , conforme as especificações encontradas nos estudos de CANHA (2004) e de JAGUARIBE JR. (2005). Na Figura 3.5 são apresentadas as características geométricas dos cálices provenientes das investigações experimentais citadas anteriormente.

### 3.2.3. Reforço dos cálices

Com a finalidade de assegurar que os cálices não atingiriam novamente o escoamento de suas armaduras, e sabendo que já apresentavam um grau elevado de fissuração, foram invertidos de sua posição original de solicitação, já que possuem armadura simétrica. Foi dimensionado um reforço de modo a absorver uma parcela da força a ser resistida pelos cálices.

O reforço consiste na utilização de três camadas de manta composta por fibras de carbono, com aproximadamente  $13\text{ cm}$  de largura coladas no cálice, de forma a contribuir para a resistência das armaduras conforme mostra a Figura 3.6.

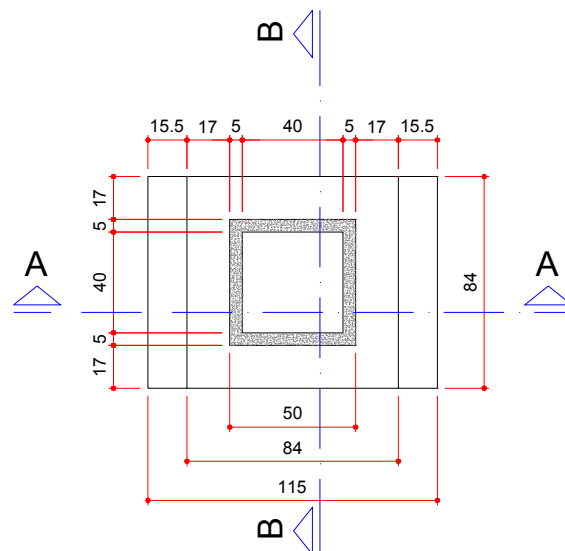
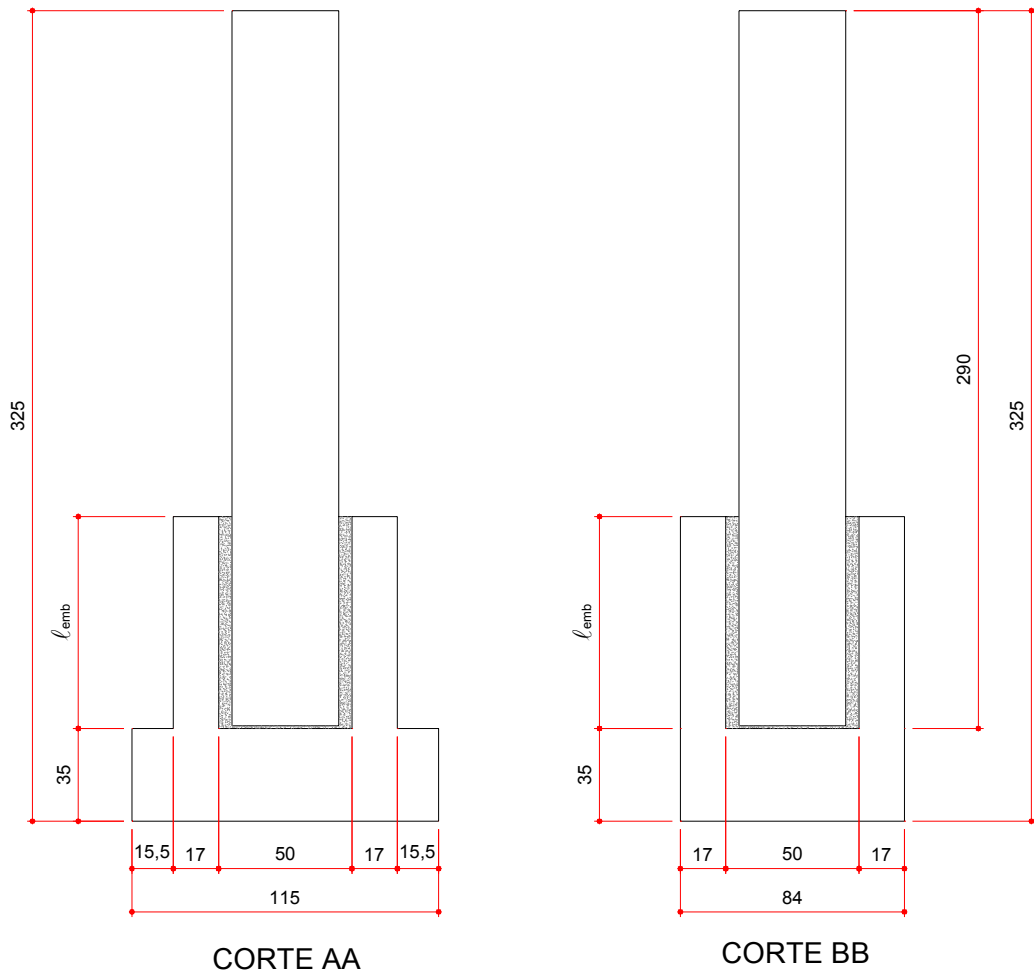


Figura 3.5 - Características geométricas dos cálices e do modelo montado

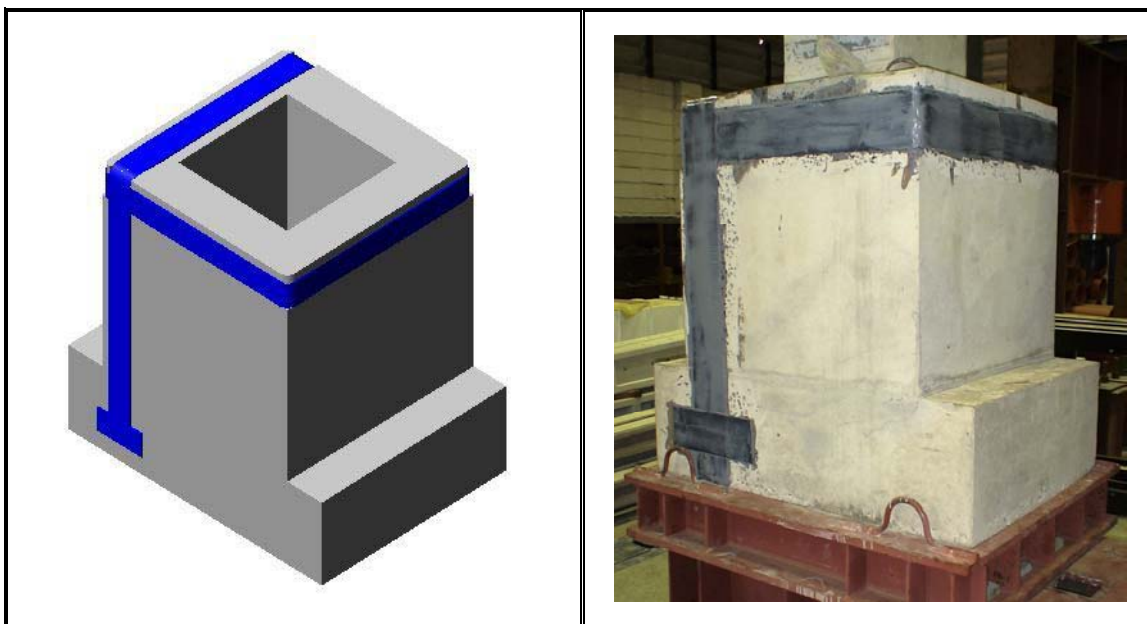


Figura 3.6 - Reforço dos Cálices

### 3.3. Materiais e Métodos Utilizados

#### 3.3.1. Construção dos pilares

As armaduras foram compradas e fornecidas cortadas e dobradas conforme a especificação do detalhamento. Antes da montagem foi realizada a instrumentação das barras longitudinais e transversais de cada modelo, nas quais foram utilizados extensômetros elétricos com base de medida de  $5mm$ . O esquema de instrumentação da base dos pilares será apresentado mais adiante.

Após a instrumentação, foi realizada a montagem da armadura, feita no próprio Laboratório de Estruturas. Optou-se por direcionar os fios dos extensômetros pelo centro do pilar evitando prejudicar a aderência das barras longitudinais, bem como a seção de concreto comprimido. Utilizaram-se lacres plásticos próximos aos extensômetros com o objetivo de não danificar a instrumentação durante a concretagem. Na Figura 3.7 é apresentada a configuração final da armadura, sendo possível observar os pontos de instrumentação.

Na armadura longitudinal tracionada e localizada nos cantos foram soldadas barras transversais com o objetivo de avaliar a ancoragem mecânica, e nas barras internas tracionadas a ancoragem ficou por conta da aderência com o concreto. Isso foi feito com o objetivo de se analisar a real necessidade de uma ancoragem mecânica nessa

região. A Figura 3.8 apresentada a solda realizada nas barras tracionadas localizadas nos cantos.



Figura 3.7 – Configuração final da armadura

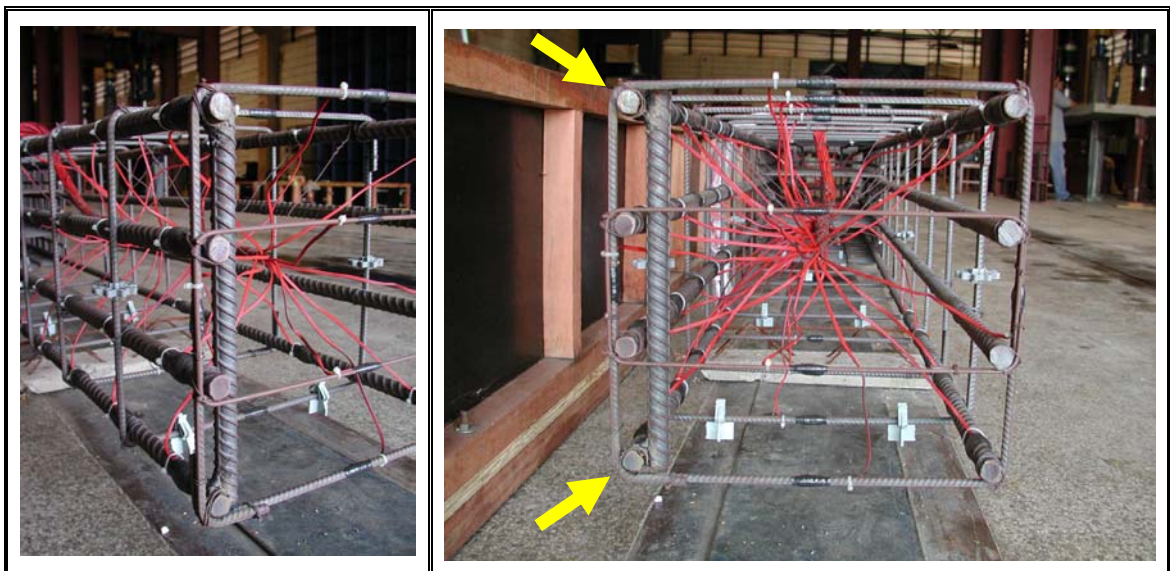


Figura 3.8 - Barra transversal soldada à armadura longitudinal tracionada

As fôrmas de madeira utilizadas para moldar os pilares foram aproveitadas da investigação experimental de JAGUARIBE JR. (2005), bastando apenas retirar as ripas de madeira responsáveis pela conformação superficial rugosa de um dos modelos, já que os dois pilares a serem ensaiados nesta investigação experimental apresentam

interface de ligação lisa. Na Figura 3.9 são apresentadas as fôrmas utilizadas para a concretagem.

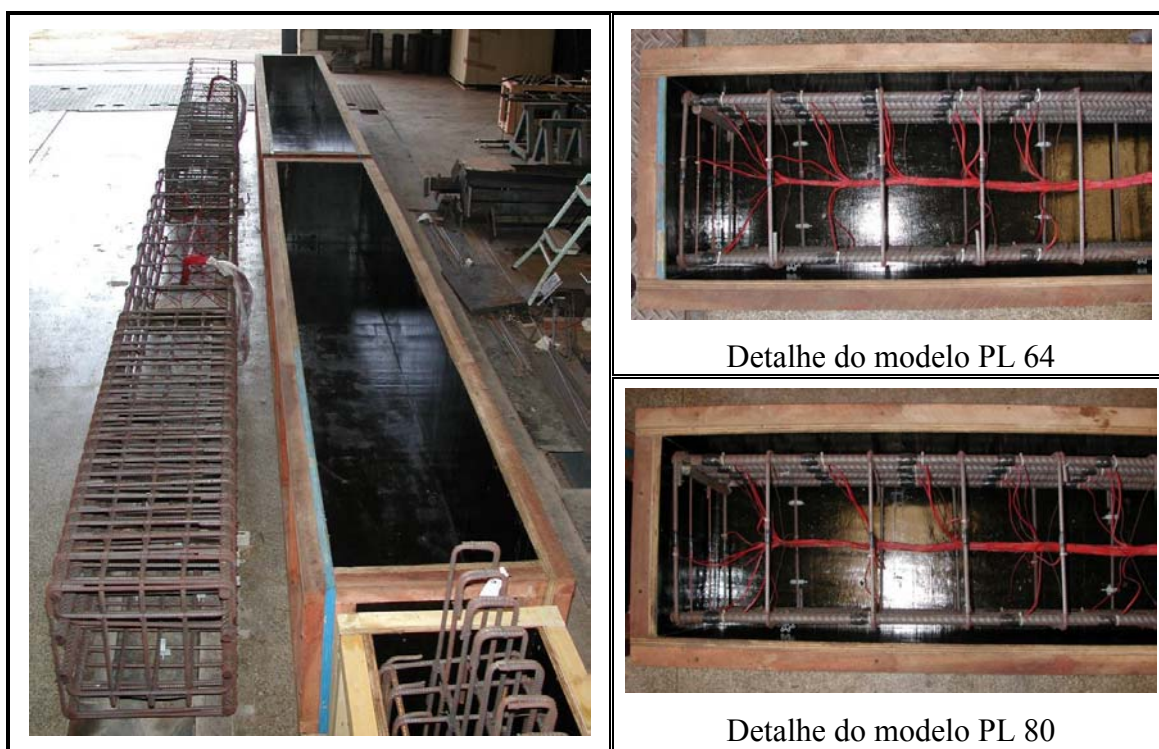


Figura 3.9 – Forma utilizada para a concretagem dos pilares

A concretagem foi realizada com concreto usinado tendo resistência a compressão especificada de  $35 \text{ MPa}$ , slump de  $8 \pm 1 \text{ cm}$  e brita 01 utilizada como agregado graúdo.

Utilizou-se vibrador de imersão do tipo agulha com cabeça de diâmetro  $25 \text{ mm}$  para o adensamento, e para a realização da cura os pilares foram umedecidos e cobertos com lona plástica para evitar a perda de água e o surgimento de fissuras de retração.

Na Figura 3.10 é possível ver como foi realizada a concretagem dos pilares no laboratório.

### 3.3.2. Concretagem da junta

A concretagem da junta foi realizada pelo próprio Laboratório de Estruturas, em que a dosagem utilizada para o concreto da junta nos dois modelos foi adaptada da investigação experimental de CANHA (2004). Na Tabela 3.1 é apresentada a composição e o consumo de material utilizado no concreto da junta.





Figura 3.10 – Concretagem dos pilares

Utilizou-se cimento Portland de alta resistência inicial CP V ARI Plus da marca Ciminas e o superplastificante foi o Glenium 51 da Degussa Admixtures. Para o adensamento da junta foi usado vibrador de imersão do tipo agulha com cabeça de diâmetro 25 mm. A cura da junta foi realizada com espuma umedecida e coberta por uma lona preta.

Tabela 3.1 – Proporção dos materiais utilizados no concreto da junta dos modelos

Material	Consumo de material por m <sup>3</sup> de concreto
Cimento	450 kg
Areia	742,5 kg
Pedrisco	1116,0 kg
Água	189,0 kg
Superplastificante	2,25 kg
Traço em massa	1,00 : 1,65 : 2,48 : 0,42 : 0,5%

Na Figura 3.11 é possível observar a concretagem e a consistência do concreto utilizado para o preenchimento da junta.



Figura 3.11 – Concretagem da junta dos modelos

### 3.3.3. Execução do reforço

Antes da colagem da manta foi necessário realizar o tratamento das fissuras, já que apresentavam aberturas maiores do que  $0,50\text{ mm}$ , e de acordo com recomendações do fabricante devem ser reparadas. O reparo consiste na abertura da fissura e posterior aplicação de epóxi. Foi realizado, também de acordo com o fabricante, o arredondamento dos cantos com raio de aproximadamente  $15\text{ mm}$ , e por fim a superfície onde foi aplicada a manta foi lixada de maneira que o agregado do concreto ficasse exposto.

A seguir na Figura 3.12 podem ser vistas as fases do tratamento dado ao cálice para a colagem do reforço.

A manta utilizada é composta por fibras de carbono unidirecionais, com peso de  $225\text{g/m}^2$ , espessura de  $0,13\text{ mm}$ , e resistência a tração de  $3500\text{ MPa}$ , tendo sido cortada com largura de aproximadamente  $13\text{ cm}$ .



Figura 3.12 – Tratamento dado à superfície dos cálices

A manta foi aplicada na direção da armadura do tirante e armadura superior horizontal dos cálices, de maneira a contribuir com a resistência destas armaduras. Para a fixação da manta utilizou-se resina com grau de viscosidade pastoso e cor cinza que apresenta resistência à tração superior a do concreto.

Aplicou-se uma camada de resina sobre a base de concreto e foi colada uma camada de manta; em seguida foi aplicada a próxima camada de resina e manta, e assim sucessivamente, até que por cima da terceira camada aplicou-se resina e foi realizado o acabamento final, homogeneizando a superfície.

Na Figura 3.13 é mostrada a configuração final do reforço aplicado aos cálices dos modelos PL 64 e PL 80.

#### 3.3.4. Instrumentação

Os pontos onde foram colados os extensômetros na armadura longitudinal obedecem a uma relação com o comprimento de embutimento. Por isso os pontos estão mais afastados entre si no modelo PL 80 do que no modelo PL 64.

Os extensômetros das armaduras transversais foram colados nos pontos médios da posição horizontal. Em relação à altura possuem a mesma distancia de *20 cm* para os

dois modelos, já que foi adotada armadura e espaçamento mínimos. Os esquemas da instrumentação para cada modelo são apresentados nas Figura 3.14 e 3.15.

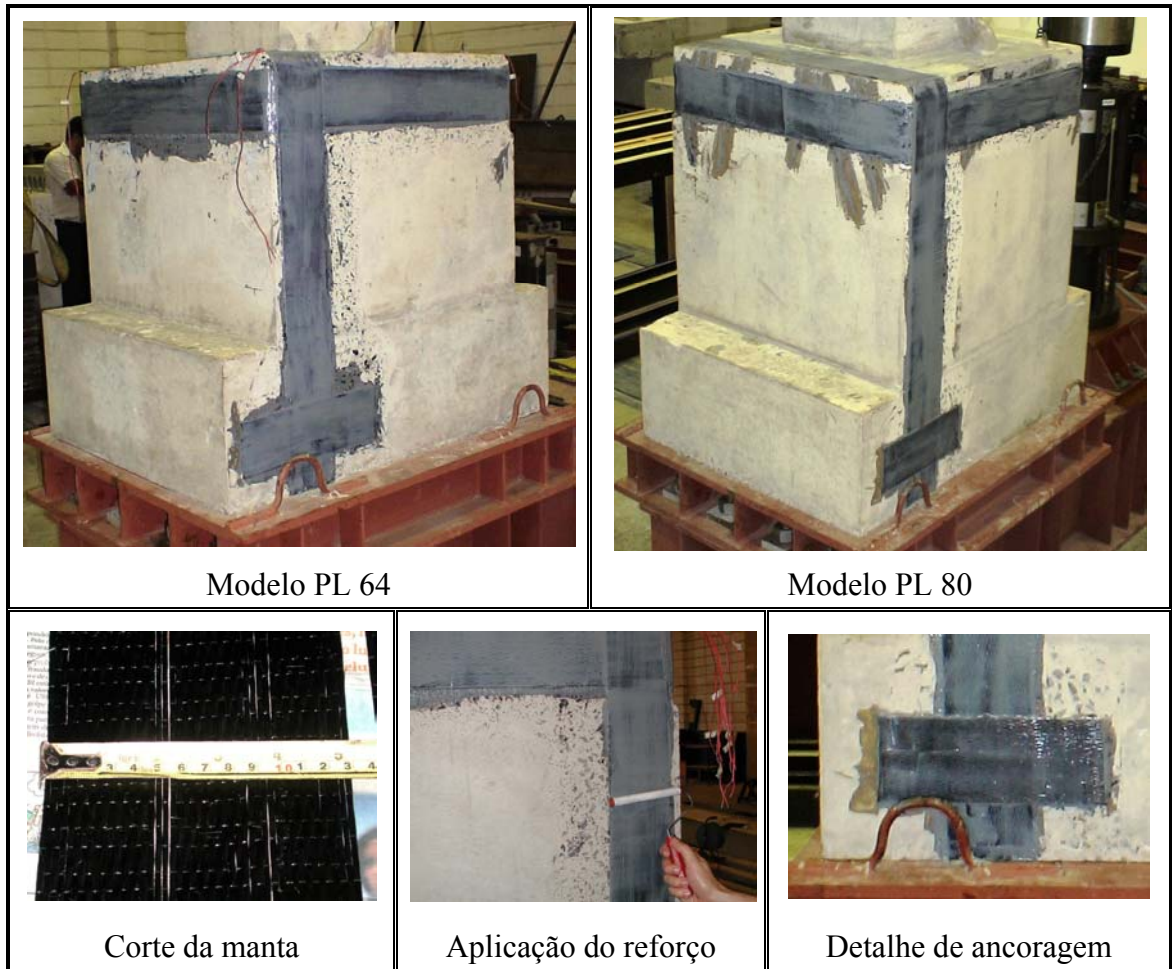


Figura 3.13 – Reforço aplicado aos cálices

Além dos extensômetros elétricos colados nas barras das armaduras, foram colados extensômetros no reforço do modelo PL 64 com o objetivo de avaliar sua eficácia. Isso foi feito porque a instrumentação da armadura do cálice apresentava suas identificações, o que não ocorre no cálice do modelo PL 80 (pois os fios dos extensômetros foram cortados).

Foram colados extensômetros com base de medida de  $10\text{ mm}$  em alguns pontos considerados importantes e os extensômetros disponíveis da armadura do cálice foram ligados ao sistema de aquisição de dados.

Com esta instrumentação pôde ser feita uma comparação entre as deformações da manta com as deformações da armadura do cálice, determinando-se a parcela de

força absorvida por cada um dos componentes. Na Figura 3.16 é mostrado o esquema de instrumentação adotado para o reforço.

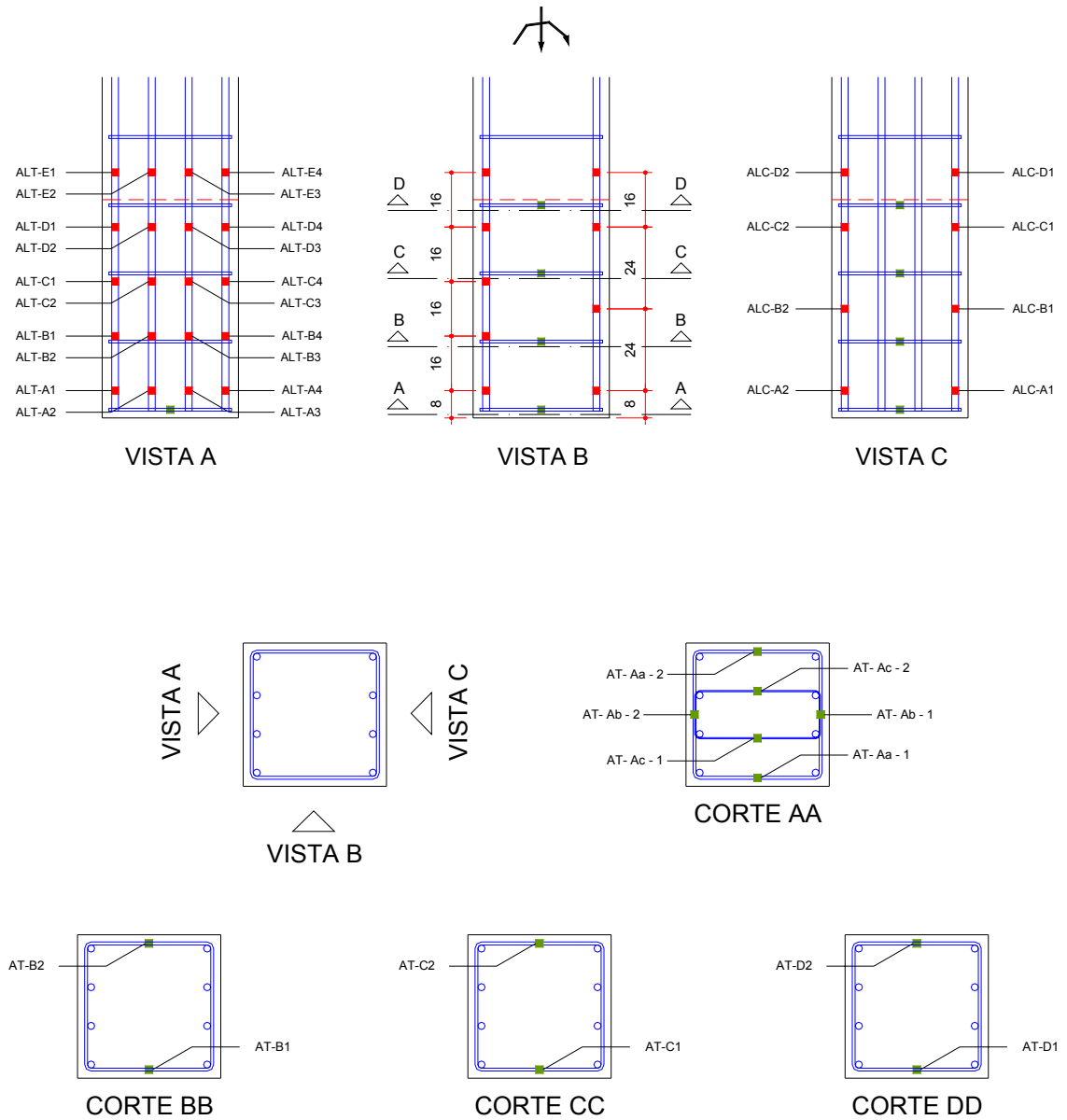


Figura 3.14 – Instrumentação da base do modelo PL 64

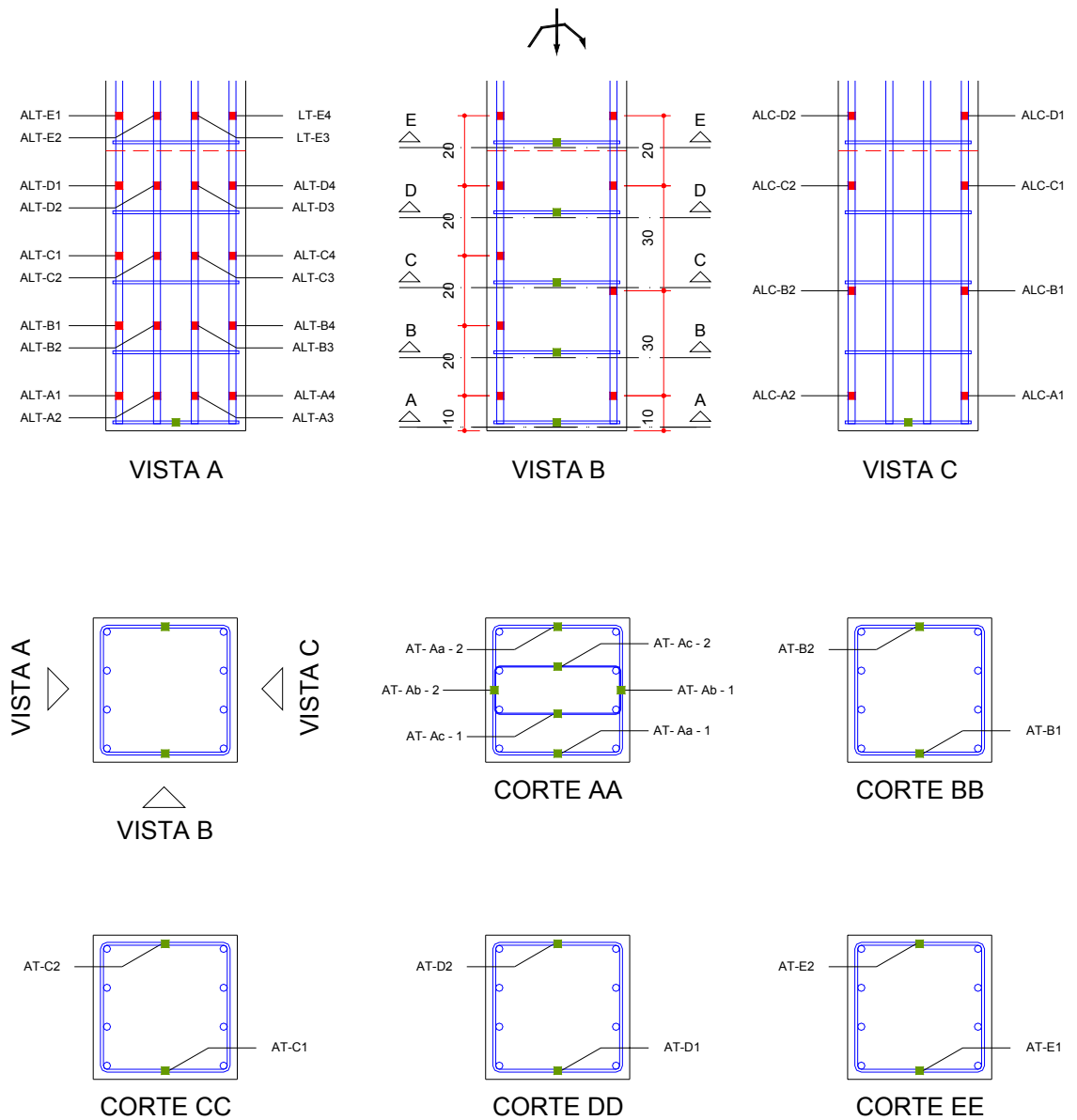


Figura 3.15 – Instrumentação da base do modelo PL 80

No modelo já montado, foram fixados transdutores de deslocamento em alguns pontos. O esquema com a posição onde foram montados pode ser visto na Figura 3.17.

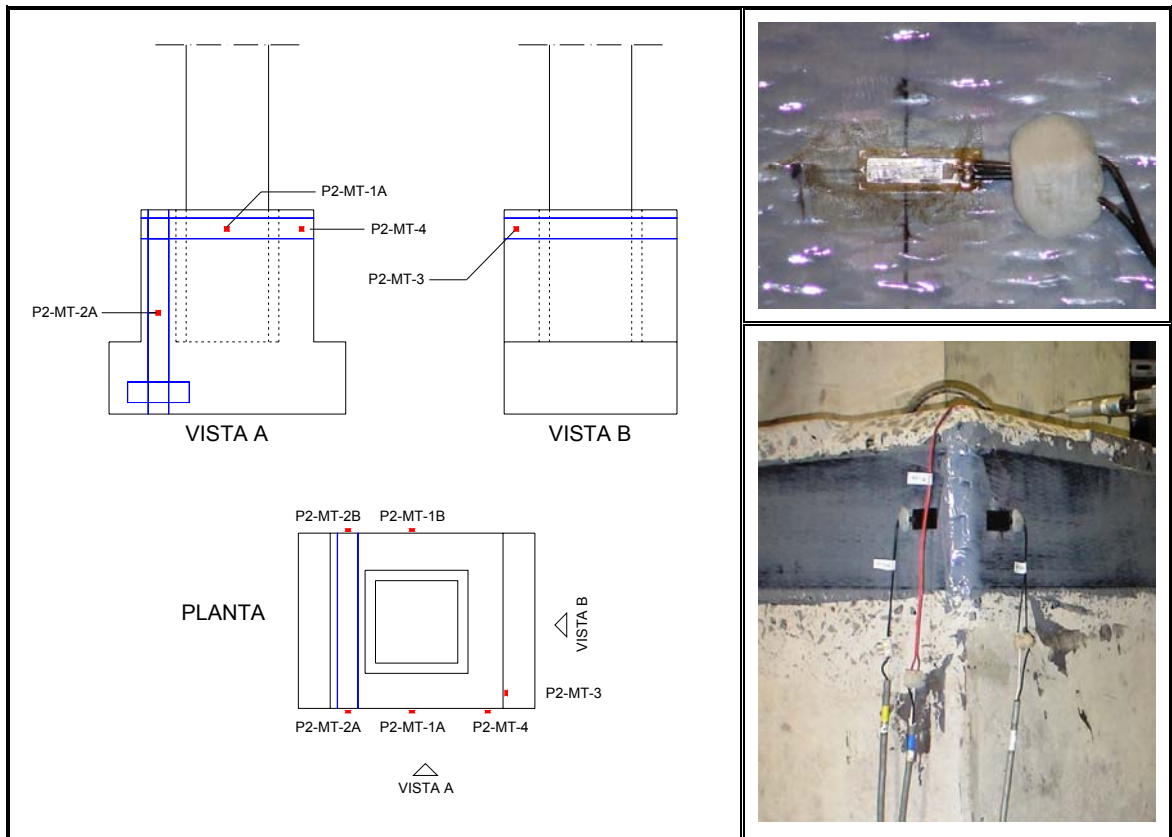


Figura 3.16 – Instrumentação do reforço no modelo PL 64

O transdutor TD-1 (Figura 3.18.a) tem como objetivo obter o deslocamento horizontal no topo do pilar, para uma possível avaliação dos efeitos de segunda ordem, e também para servir de variável comparativa com as respostas da simulação numérica.

Já o transdutor TD-2 (Figura 3.18.b) mede o deslocamento horizontal do pilar no topo do colarinho, e o transdutor TD-3 (Figura 3.18.c) mede o deslocamento do pilar relativo à parede do cálice, isto é, mede a abertura entre o pilar e a junta.

Os demais transdutores TD-4A, TD-4B, TD-5A, TD-5B, medem o deslocamento vertical do topo do cálice e da base do bloco com o objetivo de avaliar se o giro destas seções apresenta alguma influência relevante no modelo. Na Figura 3.18 podem ser visualizados detalhes destes transdutores.

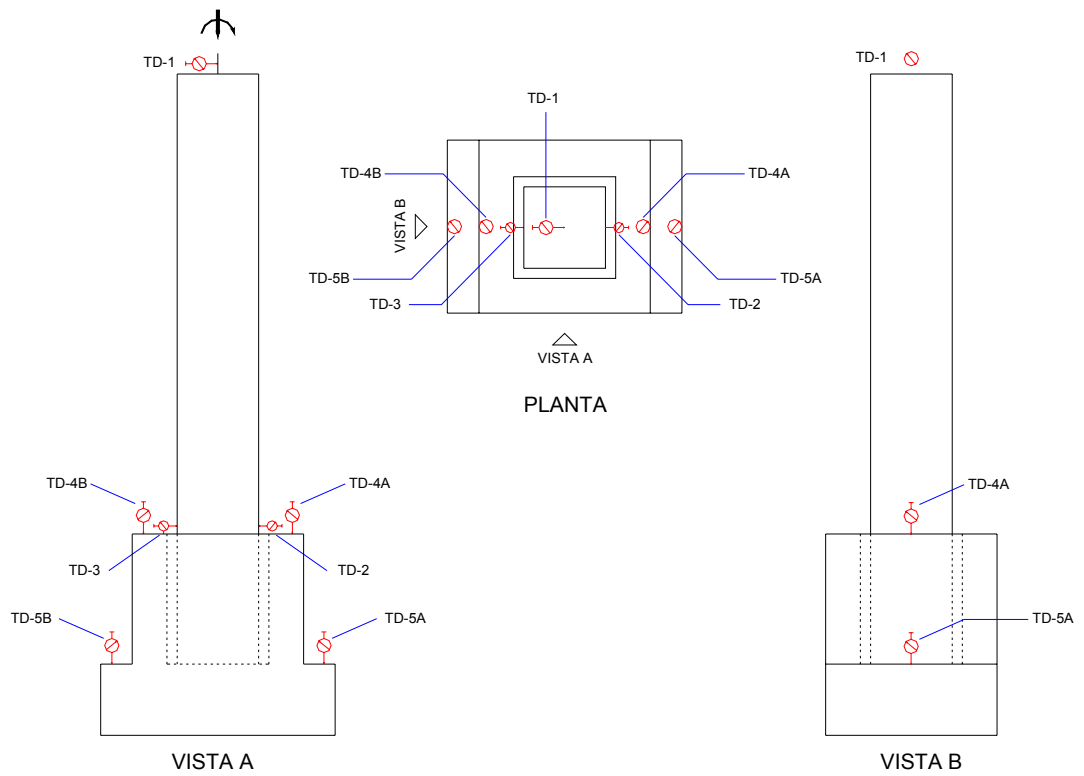


Figura 3.17 – Posição dos transdutores de deslocamento nos modelos



Figura 3.18 – Detalhe dos transdutores de deslocamento nos modelos



### 3.3.5. Montagem dos modelos

Os dois modelos apresentam exatamente o mesmo procedimento de montagem. Inicialmente os pilares das investigações experimentais anteriores foram retirados dos cálices a serem aproveitados (Figura 3.19.a). Foi feita a retirada da junta executando-se um tratamento nas paredes internas dos cálices com o objetivo de se manter a superfície lisa (Figura 3.19.b).

Simultaneamente a isto foi feita a instrumentação das barras da armadura dos novos pilares e então feita a montagem desta armadura no laboratório conforme a Figura 3.19.c. A concretagem dos pilares ocorreu na mesma data (Figura 3.19.d), e a partir daí cada modelo foi executado separadamente.

O próximo passo foi o tratamento da superfície externa para a aplicação do reforço. O reforço só pôde ser aplicado aos cálices após o posicionamento no dispositivo metálico por causa da necessidade em se cortar as alças de içamento. Em seguida fez-se a montagem da base de reação (Figura 3.19.e) e o posicionamento do cálice sobre a base de sustentação (Figura 3.19.f).

Aplicou-se desmoldante nas interfaces de contato da região de embutimento (Figura 3.19.g) e foi realizado o içamento e fixação do pilar dentro do cálice com cunhas de madeira (Figura 3.19.h). Então a base de sustentação foi içada e posicionada sobre a base de reação (Figura 3.19.i).

Prevendo-se um grande deslocamento no topo do pilar foram colocadas chapas metálicas (Figura 3.20) com o objetivo de se ter um desaprumo inicial, com isso o modelo pode ter um maior deslocamento horizontal no topo sem danificar o atuador servo hidráulico.

Foi realizada a concretagem (Figura 3.19.j) e cura da junta (Figura 3.19.k) e em seguida foi montado o dispositivo metálico superior e também do atuador servo-hidráulico (Figura 3.19.l). Após a montagem da instrumentação, o modelo estava pronto para ser ensaiado (Figura 3.21).



Figura 3.19 – Etapas da execução e montagem dos modelos



Figura 3.20 – Detalhe das chapas metálicas e desaprumo do modelo

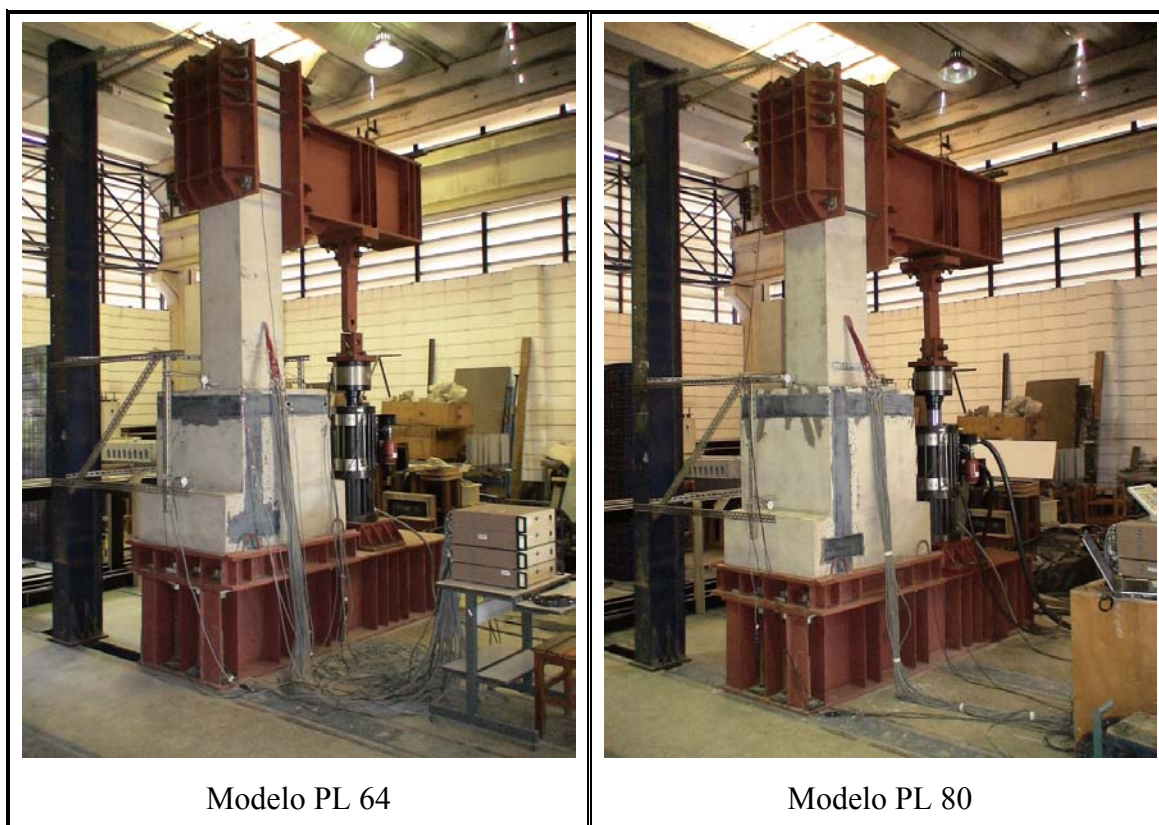


Figura 3.21 – Modelos prontos para serem ensaiados

### 3.4. Caracterização dos materiais

#### 3.4.1. Concreto do pilar

Durante a concretagem foi realizado o teste de abatimento do tronco de cone (*slump test*) fornecendo o valor de 7 cm. A moldagem dos corpos-de-prova foi feita utilizando-se mesa vibratória e a cura foi feita em câmara úmida até o dia da realização dos ensaios.

Foram concretados 20 corpos-de-prova cilíndricos com dimensões de 15 cm x 30 cm e 9 corpos-de-prova cilíndricos com dimensões de 10 cm x 20 cm. Na Tabela 3.2 são apresentadas as finalidades para as quais foram utilizados os corpos-de-prova.

#### 3.4.2. Concreto da junta

Durante a concretagem foi realizado o teste de abatimento do tronco de cone (*slump test*) fornecendo o valor de 11 cm.

Foram moldados 10 corpos-de-prova para cada modelo, sendo 4 destinados à obtenção da resistência a tração indireta, 3 para se conhecer a resistência à compressão e 3 para a determinação do módulo de deformação longitudinal. Para o adensamento dos corpos-de-prova utilizou-se mesa vibratória e a cura foi feita em câmara úmida até o dia da realização do ensaio.

Tabela 3.2 – Finalidade dos corpos de prova

	Resistência à compressão	Resistência à tração	Obtenção do Módulo de elasticidade
<b>Modelo PL 64</b>	3 C.P. (15 x 30)	4 C.P. (15x30)	3 C.P. (15x30)
<b>Modelo PL 80</b>	3 C.P. (15 x 30)	4 C.P. (15x30)	3 C.P. (15x30)
<b>28 dias</b>	4 C.P. (10 x 20)	5 C.P. (10x20)	-

### 3.4.3. Armaduras

As armaduras longitudinais com bitola  $\varnothing 20 \text{ mm}$  e as armaduras transversais com bitola de  $\varnothing 8 \text{ mm}$  foram ensaiadas à tração para obter a resistência de escoamento, a resistência à tração e o módulo de elasticidade.

Foram ensaiados três corpos-de-prova para cada diâmetro, com  $80 \text{ cm}$  de comprimento. Utilizou-se a máquina de ensaio INSTRON 8506, aplicando-se uma taxa de deslocamento de  $0,05 \text{ mm/s}$ . Foram colocados nos corpos-de-prova extensômetros removíveis com base de medida de  $100 \text{ mm}$ , os resultados foram guardados automaticamente pelo sistema de aquisição de dados.

### 3.4.4. Esquema de ensaio e equipamentos utilizados

Na Figura 3.22 é apresentado o esquema de montagem dos modelos, com os dispositivos metálicos, atuador servo hidráulico, e os elementos de concreto pré-moldado, sendo possível visualizar detalhes em planta e corte.

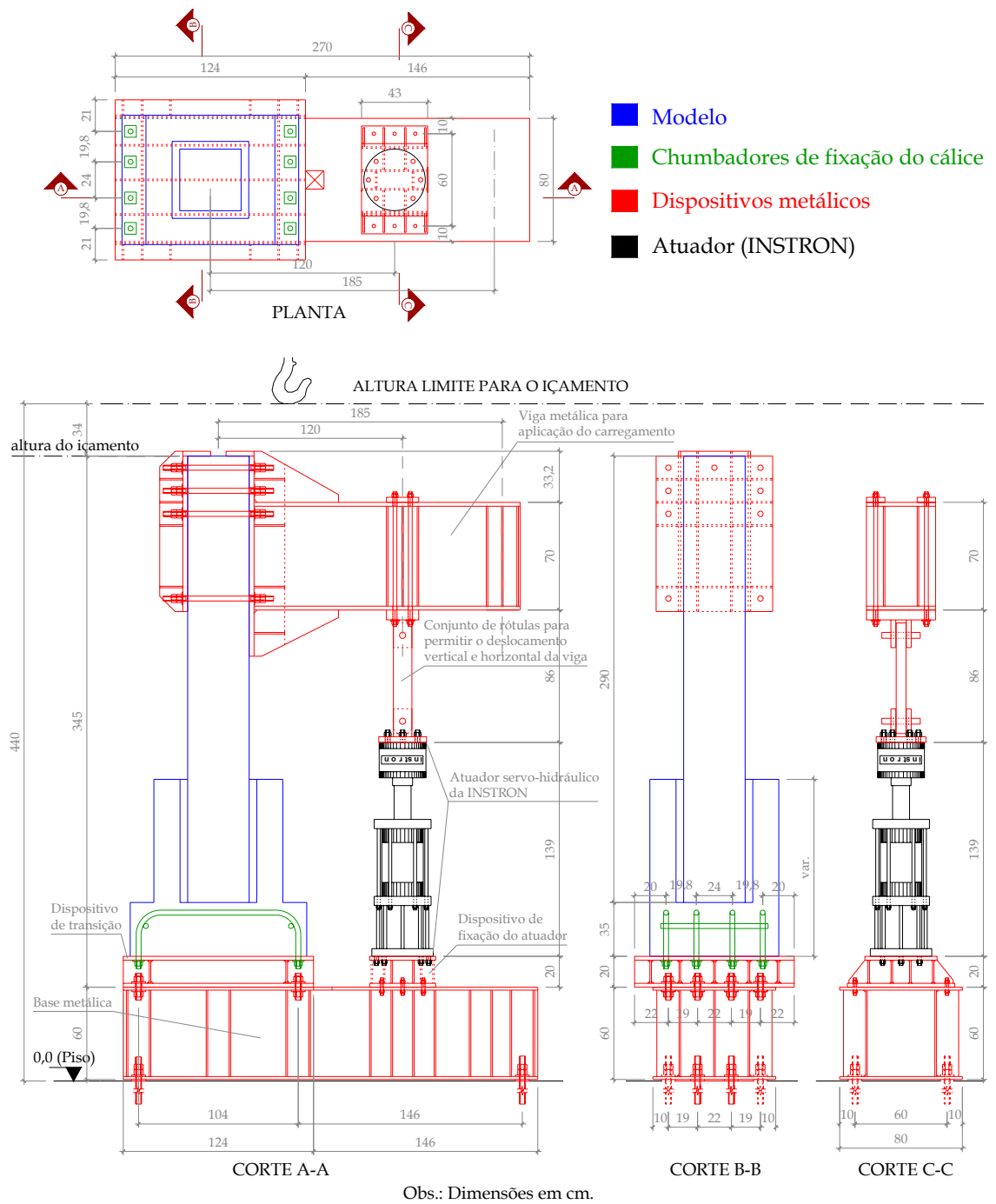


Figura 3.22 – Esquema de montagem dos modelos – CANHA (2004)

Um resumo dos equipamentos utilizados, suas especificações e finalidades são mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Especificação dos equipamentos utilizados

<b>Equipamento/ Instrumento</b>	<b>Marca</b>	<b>Modelo</b>	<b>Características</b>		<b>Finalidade</b>
Sistema de aquisição de dados de extensometria	Vishay Measurements Group, Inc.	SYSTEM 6000	-		Aquisição automática de dados
Atuador servo-hidráulico	INSTRON	A1891Y-101	Controle de deslocamento do pistão		Aplicação do carregamento nos modelos
Máquina de ensaio servo-hidráulica	INSTRON	8506	Controle de deslocamento do pistão		Caracterização das armaduras
Máquina hidráulica automática	ELE	Autotest 2000	Controle de força		Caracterização do concreto à compressão e à tração por compressão Diametral
Extensômetros elétricos de resistência	KYOWA	KGF-5-120-C1-11	GF=2,11		Medição das deformações do aço
Extensômetros elétricos de resistência	KYOWA	KGF-10-120-C1-11	GF=2,05		Medição das deformações do reforço
Extensômetro removível	MSI	-	Base de medida = 20 cm		Medição de deslocamento no concreto para determinação do módulo $E_{ci}$
Extensômetro removível	MSI	-	Base de medida = 10 cm		Medição de deslocamento na armadura para determinação do módulo $E_s$
Transdutores de deslocamento	KYOWA	Tipo	Base (cm)	Resolução (mm)	Medição de deslocamentos dos modelos
		DT-10D	10	0,003	
		DT-20D	20	0,005	
		DT-25D	25	0,005	
		DT-100A	100	0,02	

Na Figura 3.23 são mostrados alguns dos equipamentos utilizados para a caracterização dos materiais.

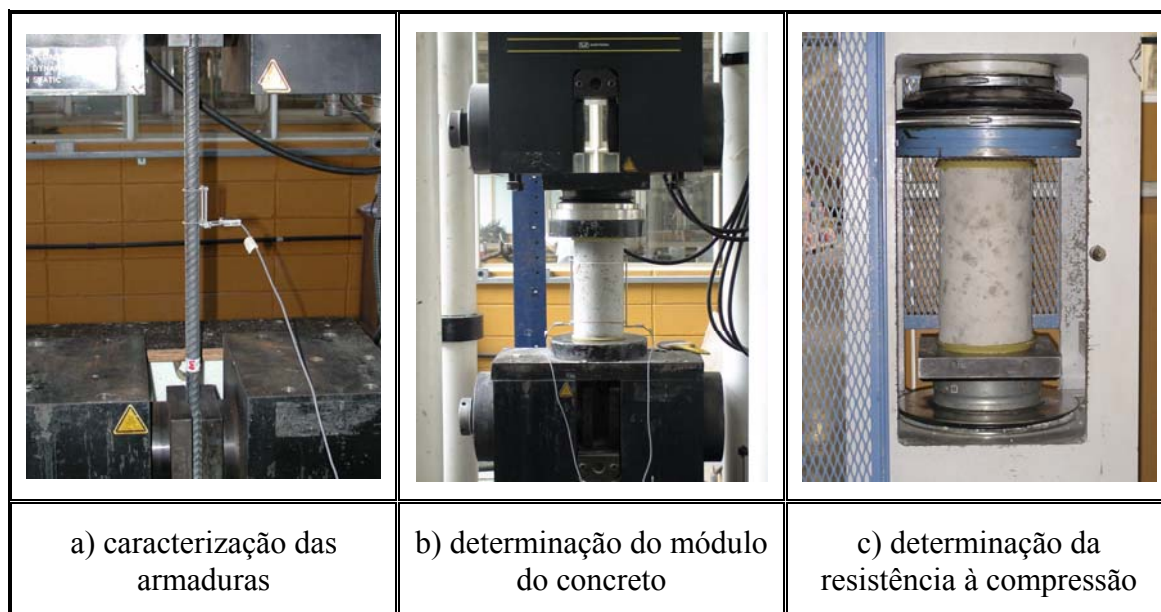


Figura 3.23 – Equipamentos utilizados para caracterização dos materiais

### 3.5. Realização do Ensaio

Para iniciar o ensaio foram realizadas as etapas preliminares de escorvamento e ciclos de pré-carregamento.

Foram aplicados 16 ciclos de pré-carregamento, com deslocamento controlado a uma taxa de  $0,04 \text{ mm/s}$ . O objetivo de realizar estes ciclos foi para eliminar a aderência inicial nas interfaces de contato. A força foi aplicada apenas em um sentido até atingir o valor determinado e então se retornava ao ponto inicial de deslocamento zero. Os ciclos foram divididos em quatro etapas, sendo apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Valores dos ciclos de pré-carregamento aplicados

Ciclos	1° - 4°	5° - 8°	9° - 12°	13° - 16°	Carregamento
<b>Força máxima aplicada (kN)</b>	10,0	20,0	30,0	40,0	-
<b>Velocidade de ensaio (mm/s)</b>	0,04	0,04	0,04	0,04	0,02

Limitou-se a força máxima em  $40 \text{ kN}$ , pois a força teórica correspondente ao momento de fissuração é de  $40,5 \text{ kN}$ . A força teórica correspondente ao momento de

fissuração foi obtida utilizando-se as expressões do item 17.3 da NBR 6118:2003, considerando-se a seção bruta do pilar e o valor estimado para a resistência do concreto igual a  $55 \text{ MPa}$ , pois geralmente a resistência do concreto usinado supera o valor especificado para a concretagem (que neste caso era de  $35 \text{ MPa}$ ).

Após o último ciclo foi iniciado o carregamento dos modelos até atingirem a força última de resistência, em que o deslocamento foi controlado à uma taxa de  $0,02 \text{ mm/s}$ , sendo os dados registrados a cada dois segundos pelo sistema de aquisição de dados.



## Capítulo 4

### Simulação Numérica

---

#### 4.1.Considerações iniciais

Por causa da dificuldade em observar experimentalmente o que ocorre na base dos pilares na ligação por meio de cálice de fundação, optou-se pela realização de uma simulação numérica com o objetivo de comparar os resultados obtidos com os experimentais. Caso ocorresse uma representatividade do problema, poderiam então ser aceitas como satisfatórias algumas variáveis que não puderam ser observadas experimentalmente, como a fissuração, o fluxo e a intensidade das tensões na região de embutimento.

A simulação numérica realizada apresenta um significativo grau de dificuldade, pois a modelagem é tridimensional, com elementos de barra associados, além disso, o processamento requer a consideração das não-linearidades físicas, geométricas e de contato.

Optou-se pela utilização do *software* ANSYS 8.0, visto que poderiam ser aproveitados os valores de calibração obtidos por CANHA (2004) para os parâmetros envolvidos no problema como, por exemplo, os valores utilizados para a transferência de cisalhamento entre fissuras que o programa utiliza.

#### 4.2.Elementos finitos utilizados

Para a representação tridimensional do concreto utilizou-se o elemento finito *Solid 65*, definido por oito nós tendo três graus de liberdade cada um. Este elemento é recomendado para a consideração da não-linearidade física do concreto (“*Concrete*”), e por permitir a avaliação da fissuração na tração, do esmagamento na compressão, da deformação plástica e fluência, podendo ainda apresentar taxas de armadura (“*Rebars*”)

definidas segundo três direções. Na Figura 4.1 é mostrado o elemento *Solid 65* e algumas de suas propriedades.

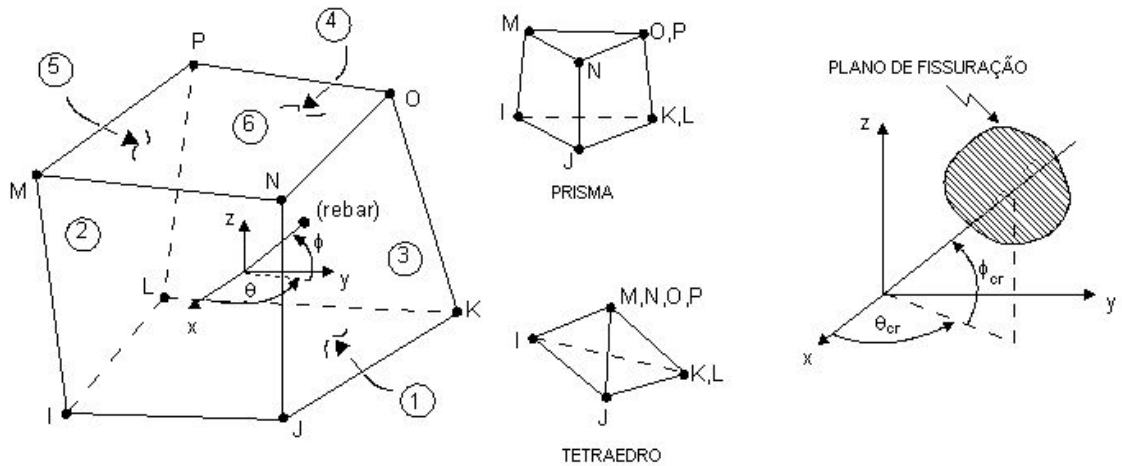


Figura 4.1 – Elemento *Solid 65* – ANSYS 8.0

As armaduras mais significativas para o problema foram representadas pelo elemento finito *Link 8*. Optou-se por este elemento, pois as armaduras não apresentam rigidez significativa à flexão, sendo possível avaliar a plasticidade, fluência, rigidez a tração, e regime de grandes deformações. O elemento *Link 8* é uniaxial de compressão e tração, sendo definido por dois nós com três graus de liberdade cada um, como mostra a Figura 4.2.

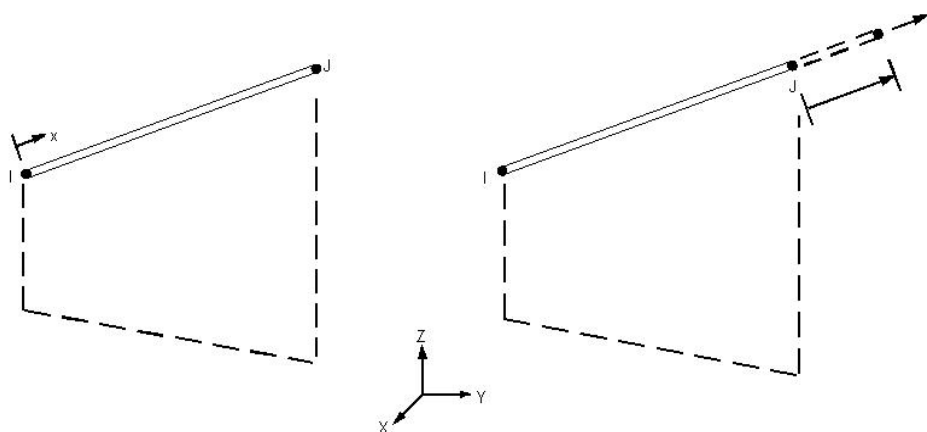


Figura 4.2 – Elemento *Link 8* – ANSYS 8.0

As armaduras do cálice são representadas pelas taxas de armadura definidas no elemento *Solid 65*, já que não apresentam grande importância para o problema, e não são o foco de estudo desta pesquisa.

As superfícies de contato entre concretos são representadas por dois elementos formando um “par de contato”. Como os modelos são tridimensionais os elementos utilizados foram o *Conta 173*, definido como superfície de “contato”, que irá entrar em contato com a superfície “alvo”, definida pelo elemento *Targe 170*.

Os dois elementos possuem três graus de liberdade em cada nó e as características geométricas são as mesmas das faces dos elementos sólidos aos quais estão ligados, podendo os elementos serem triangulares ou quadrangulares com os nós nos vértices.

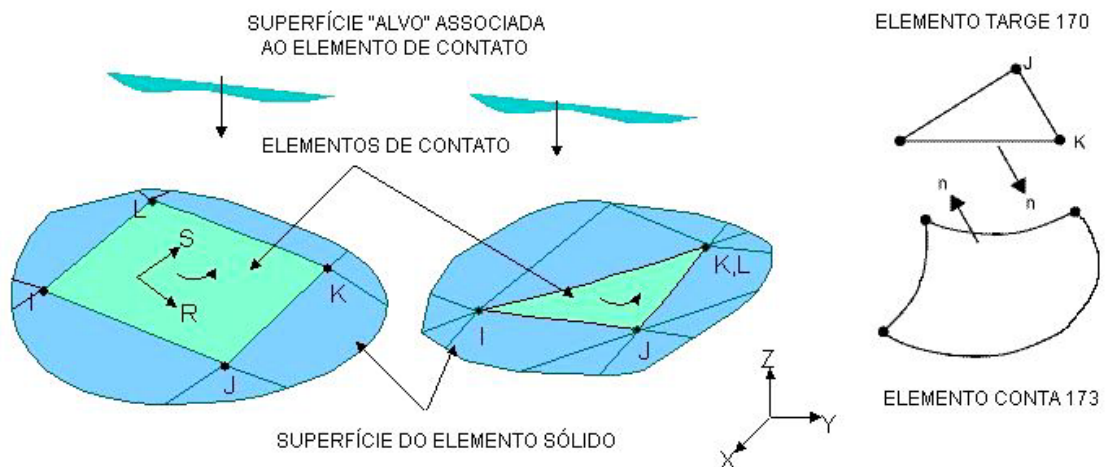


Figura 4.3 – Elementos *Conta 173* e *Targe 170* – ANSYS 8.0

### 4.3. Características dos modelos

A modelagem numérica foi realizada de maneira a ficar o mais próximo possível dos modelos físicos. Em virtude da simetria existente foi realizada a simulação de metade da estrutura, já que o tempo computacional para o processamento é considerável.

O pilar apresenta uma discretização mais refinada dos elementos na região de embutimento (Figura 4.4 e Figura 4.5), e como é de interesse para a pesquisa, foi considerado para o pilar a não linearidade física por meio da opção “*Concrete*”. Para o cálice e a junta foi considerado que os materiais trabalham no regime elástico-linear.

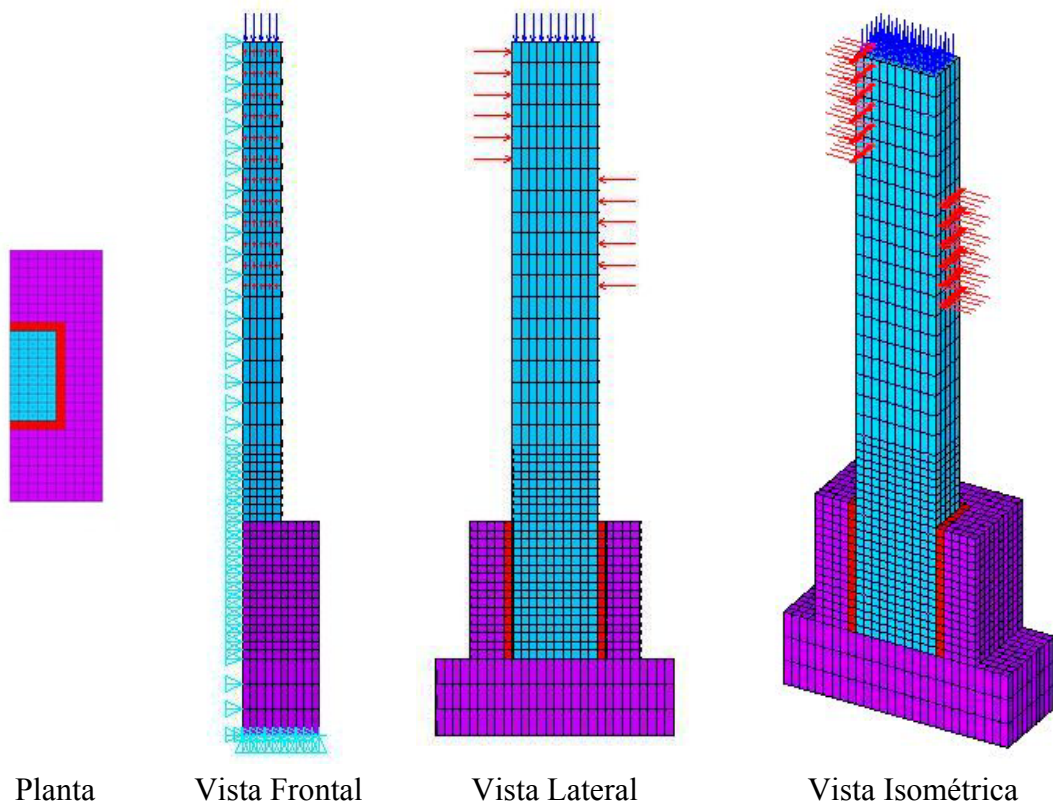


Figura 4.4 – Discretização do modelo PL 64

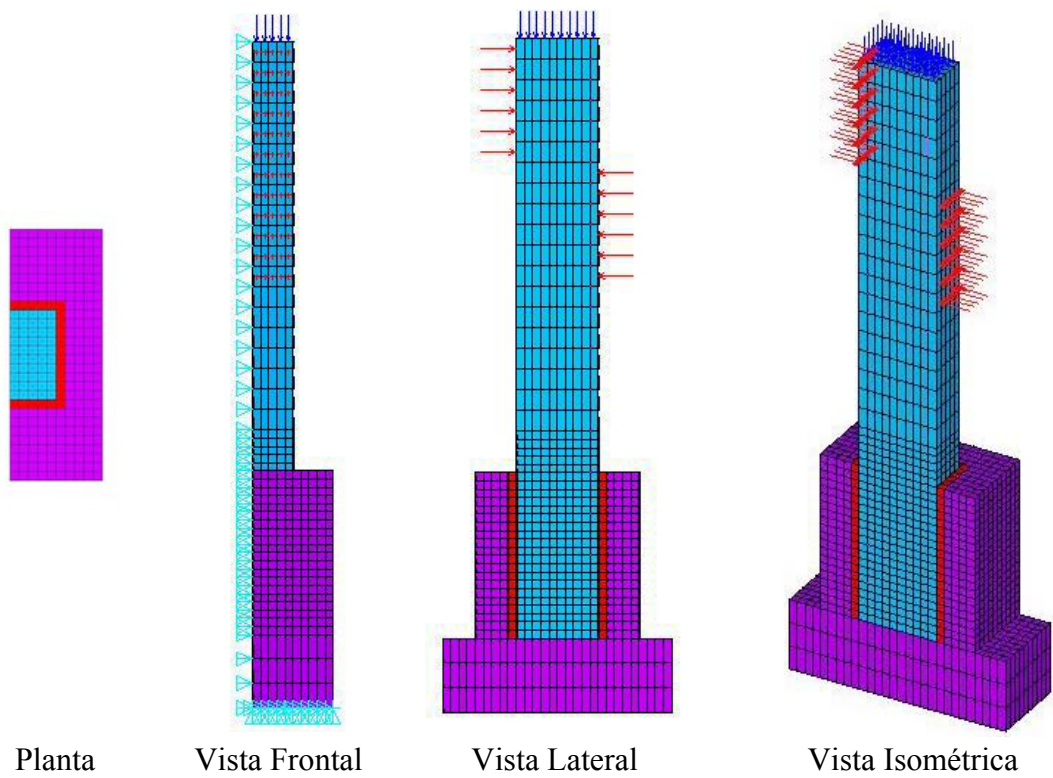


Figura 4.5 – Discretização do modelo PL 80

Como mencionado, as principais armaduras foram modeladas e as que não apresentam interesse para a pesquisa foram consideradas por meio da representação de taxas de armadura. Na Figura 4.6 é possível ver a discretização da armadura e seus detalhes.

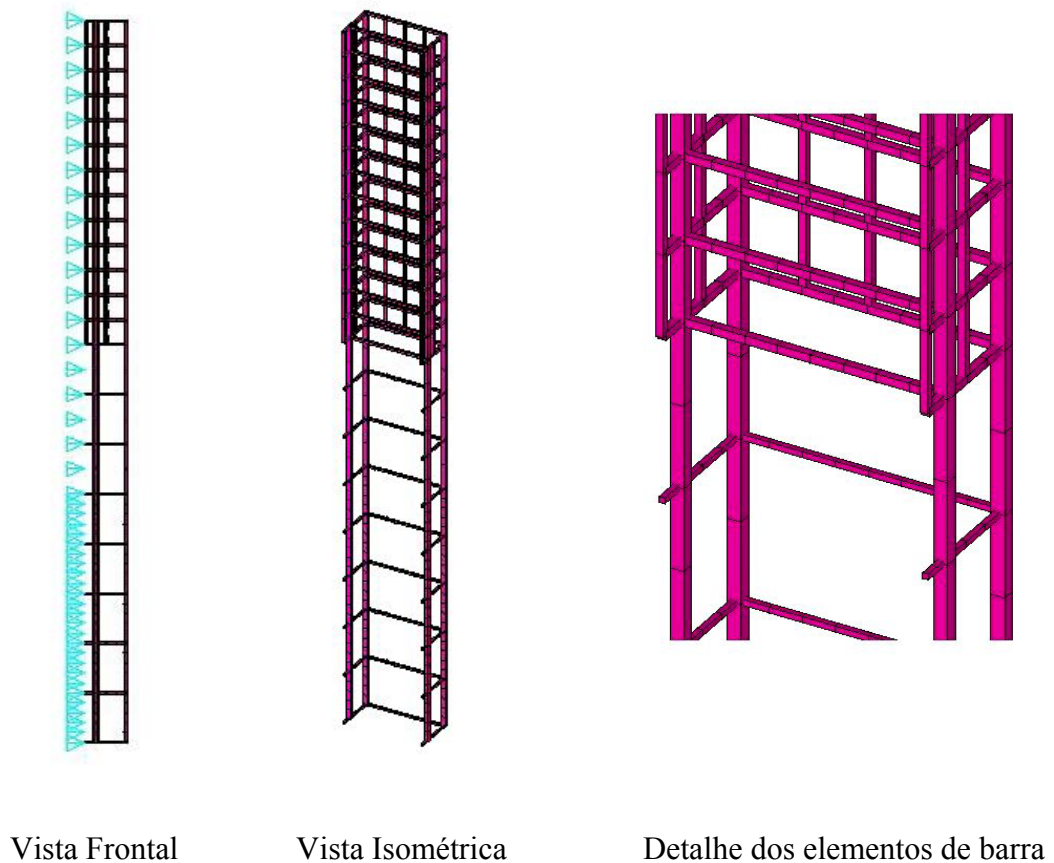


Figura 4.6 – Discretização da armadura dos modelos

Os pares de contato foram construídos entre as interfaces do pilar e da junta e entre a interface da junta e do cálice. Isso faz com que o modelo apresente um maior tempo de processamento, mas aumenta a fidelidade da simulação numérica com os modelos físicos. Na Figura 4.7 são apresentados os pares de contato utilizados na simulação.

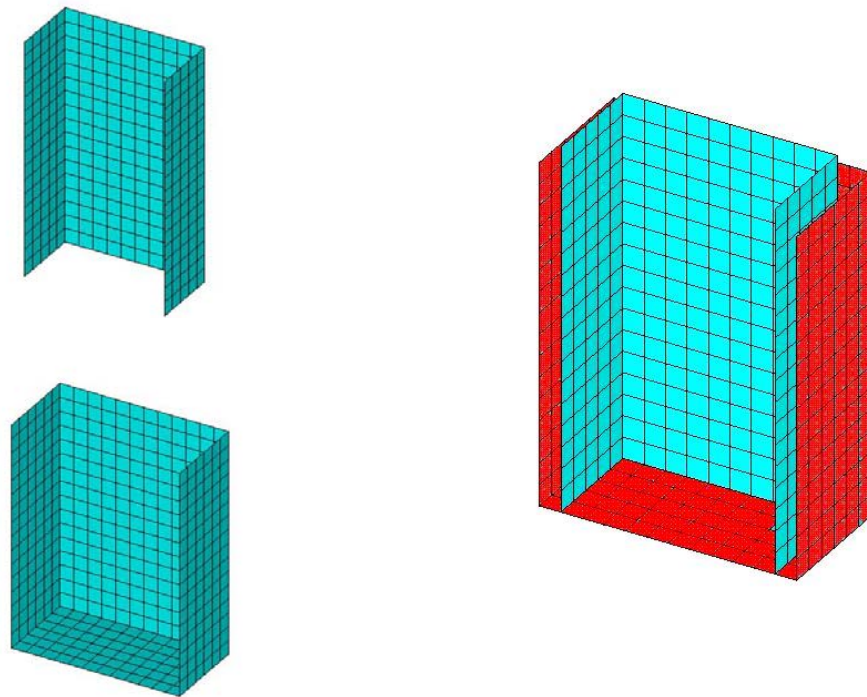


Figura 4.7 – Discretização dos pares de contato utilizados

#### 4.4. Parâmetros utilizados na simulação

Para cada elemento utilizado, as propriedades mecânicas foram definidas de acordo com os valores de caracterização dos materiais obtidos em laboratório, sendo feitas algumas aproximações. Os materiais não caracterizados tiveram suas propriedades definidas por valores adotados convenientemente, como no caso do atrito da interface de contato.

Para a relação constitutiva das armaduras discretizadas, foi utilizado o diagrama bi-linear com módulo de elasticidade  $E_s$  de  $210\text{ GPa}$ , e resistência de escoamento  $f_y$  igual a  $600\text{ MPa}$ . O módulo adotado para o segundo trecho do diagrama foi de  $E_s/1000$ . Na Figura 4.8 é mostrado o diagrama *tensão x deformação* do aço.

Para o cálice e junta, foi adotada a condição de que ambos trabalhariam no regime elástico linear (pois não são foco da pesquisa) e tiveram o módulo de elasticidade calculado segundo a NBR 6118:2003 em função da resistência a compressão adotada para projeto, conforme as especificações de CANHA (2004) e JAGUARIBE JR. (2005). O módulo de deformação adotado para o concreto do cálice foi de  $28,0\text{ GPa}$  e do concreto da junta  $43,5\text{ GPa}$ .

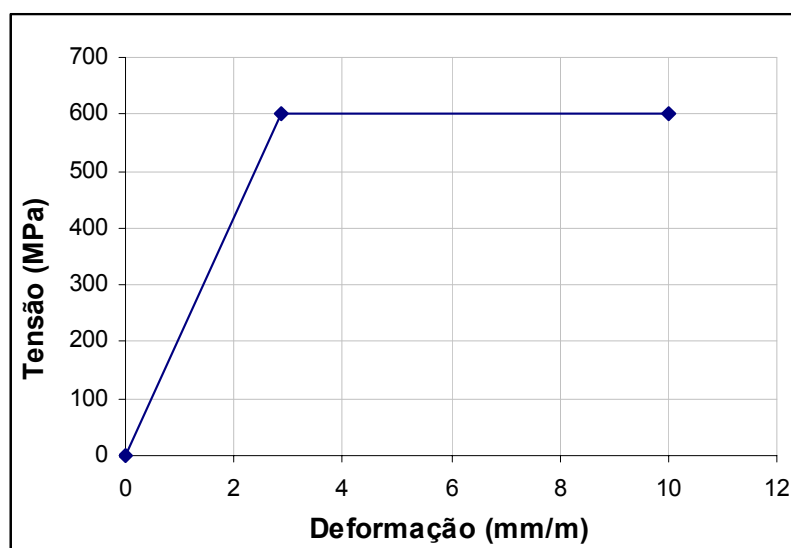


Figura 4.8 – Diagrama *tensão x deformação* adotado para o aço

Para o concreto do pilar o modelo da opção “Concrete” monta a superfície de ruptura, bastando apenas entrar com a resistência à compressão, tração e os parâmetros de transferência de cisalhamento entre fissuras.

Optou-se por associar ao “Concrete” a curva *tensão x deformação* do concreto à compressão, baseada nos resultados obtidos no laboratório. Os valores de  $\beta_c$  (transferência de cisalhamento entre fissuras fechadas) e  $\beta_t$  (transferência de cisalhamento entre fissuras abertas), foram obtidos por meio da calibração numérica de CANHA (2004). A seguir são apresentados os valores adotados para cada modelo.

Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados na simulação numérica

Modelo	PL 64	PL 80
Força normal aplicada – excentricidade	250 kN – 120 cm	250 kN – 120 cm
Resistência à compressão do concreto - pilar	52,7 MPa	54,4 MPa
Resistência à tração indireta do concreto - pilar	3,38 MPa	2,95 MPa
Módulo de deformação do concreto - pilar	44440 MPa	45050 MPa
$\beta_c - \beta_t$	0,95 – 0,90	0,95 – 0,90

Na Figura 4.9 são mostradas as relações constitutivas adotadas para a simulação numérica, sendo baseadas nos resultados de laboratório.

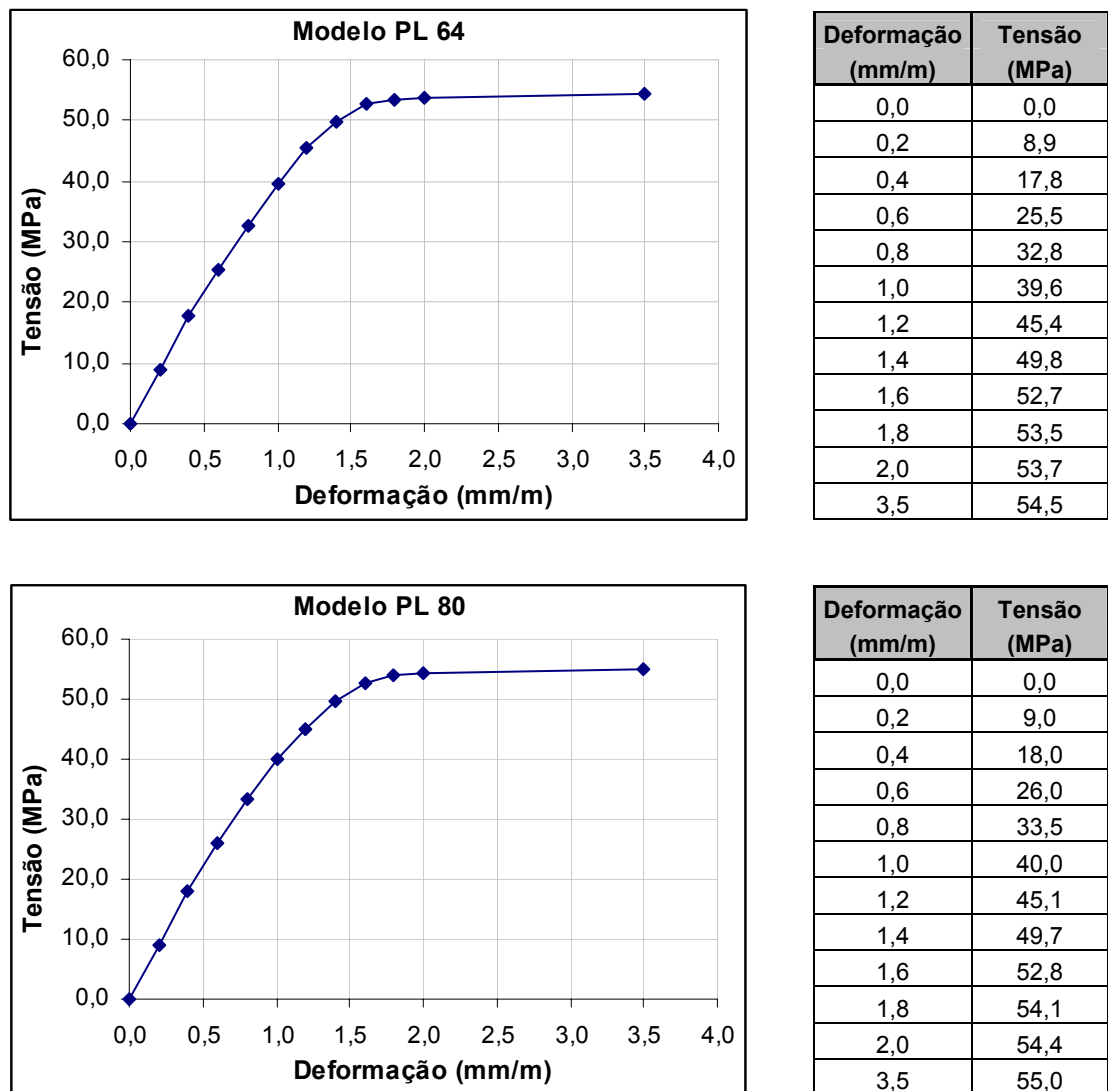


Figura 4.9 – Diagrama *tensão x deformação* adotado resistência à compressão do concreto do pilar

Para os elementos de contato utilizou-se o modelo de atrito de *Coulomb*, sendo necessário definir o coeficiente de atrito  $\mu$ , a tensão cisalhante máxima ao deslizamento  $\tau_{\text{máx}}$  e as “constantes reais” FKN e FTOLN.

Para o coeficiente de atrito foram feitas simulações com os valores de  $0,60$ ,  $0,45$  e  $0,30$ , e para  $\tau_{\text{máx}}$  adotou-se o padrão do ANSYS 8.0 com o valor recomendado de  $\sigma_y / \sqrt{3}$ , em que  $\sigma_y$  é a resistência de escoamento do critério de Von Mises do material adjacente à superfície de contato. Neste caso adotou-se para  $\sigma_y$  os mesmos



valores utilizados por CANHA (2004), iguais a 30% da resistência a compressão do concreto de menor resistência pertencente ao contato, pois até este ponto considera-se o material no regime elástico linear conforme MEHTA & MONTEIRO (1994).

Para o cálculo de  $\tau_{\text{máx}}$  considerou-se o concreto do pilar como sendo o de menor resistência na interface de contato, com o valor de 35 MPa (valor especificado para a concretagem). Portanto tem-se para  $\sigma_y$  o valor de 10,5 MPa e para  $\tau_{\text{máx}}$  o valor correspondente a 6,0 MPa

Os valores de FKN e FTOLN foram obtidos da calibração numérica realizada por CANHA (2004), a constante FKN, tomada igual a 1,00, faz a correção da rigidez normal adotada pelo programa e FTOLN determina a penetração máxima permitida, no caso, tomado igual a -1,00.

## Capítulo 5

### Apresentação e análise dos resultados

---

#### 5.1. Caracterização dos materiais

Foram caracterizados o concreto dos pilares, das juntas e as armaduras de interesse dos modelos. Para o concreto dos pilares e junta foram obtidos os valores da resistência média à compressão  $f_{cm}$ , resistência média à tração por compressão diametral  $f_{ctm,sp}$  e módulo de deformação longitudinal tangente  $E_{cm}$ .

Para a determinação da resistência média à tração por compressão diametral  $f_{ctm,sp}$  foi adotada a seguinte formulação:

$$f_{ctm,sp} = 0,85 \cdot \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot L} \quad (5.1)$$

Sendo  $F$  a força aplicada no ensaio,  $d$  o diâmetro e  $L$  o comprimento do corpo-de-prova. Esta formulação é adotada por FUSCO (1995), pois o plano de ruptura é imposto pelo arranjo do ensaio, não sendo necessariamente o plano de menor resistência, por isso o ensaio fornece resultados sistematicamente maiores do que o ensaio de tração pura.

Quanto à caracterização da armadura, foram obtidos os valores da resistência média ao escoamento  $f_{ym}$ , da deformação de início de escoamento, da resistência à tração dos corpos-de-prova  $f_{stm}$ , e do módulo de elasticidade  $E_s$ .

Na Tabela 4.1 são apresentados os resultados obtidos da caracterização das armaduras. Nas Tabelas 5.2 e 5.3 são mostrados os resultados obtidos para o concreto do pilar e para o concreto da junta.

Tabela 5.1 – Resultado dos corpos-de-prova das armaduras

$\varnothing$ (mm)	$f_{ym}$ (MPa)	$\varepsilon_{stm}$ ( $\times 10^{-3}$ )	$f_{stm}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
20,0	580	2,90	791	211
8,0	613	3,34	736	189

Tabela 5.2 – Resultado dos corpos-de-prova do concreto do pilar

Modelo	Idade (dias)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm,sp}$ (MPa)	$E_{cm}$ (GPa)
Controle	28	44,3	2,91	-
PL 64	108	52,7	3,38	44,4
PL 80	123	54,4	2,95	45,0

Tabela 5.3 – Resultado dos corpos-de-prova do concreto da junta

Modelo	Idade (dias)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm,sp}$ (MPa)	$E_{cm}$ (GPa)
PL 64	21	65,1	4,07	41,6
PL 80	10	53,1	2,37	35,1

## 5.2. Análise dos modelos experimentais

Apesar dos modelos apresentarem diferença no comprimento de embutimento, a resistência última foi praticamente a mesma, e ficou por conta da resistência a flexo-compressão dos pilares. A região de embutimento dos pilares, mesmo estando com armadura transversal mínima, apresentou boa capacidade resistente.

A ruína ocorreu por deformação plástica excessiva da armadura tracionada, onde a força última dos modelos e os respectivos momentos são apresentados na Tabela 5.4.

A ruína por flexão ocorreu fora da região de embutimento, portanto a base dos pilares apresenta segurança neste tipo de ligação. A força última experimental dos modelos aproxima-se do valor teórico.

Tabela 5.4 – Força última e momento último nos modelos

<b>Modelo</b>	<b>Força normal última</b> $N_u$ (kN)	<b>Momento último</b> $M_u$ (kN.m)
PL 64	241	289
PL 80	242	290

Os modelos apresentam um comportamento próximo de uma ligação monolítica, por causa da transferência de tensões entre as interfaces, mobilizada pelo atrito. Isso fica evidenciado pela diminuição das deformações nas armaduras longitudinais mais próximas da base, conforme será visto adiante.

### 5.2.1. Comportamento da armadura longitudinal

Para facilitar a avaliação da armadura longitudinal, separou-se a análise em duas partes: armadura tracionada e armadura comprimida.

Para a armadura longitudinal tracionada são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação* de cada barra em uma mesma seção transversal. Assim é possível comparar a variação das deformações no próprio modelo. Os gráficos são apresentados dois a dois, um do modelo PL 64 e outro do modelo PL 80, para comparação entre os modelos.

A análise da armadura longitudinal comprimida é feita de maneira diferente, já que possuem um menor número de pontos de medida, e será feita mais adiante.

Nas Figura 5.1 a 5.10 são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação* nas armaduras longitudinais tracionadas para os dois modelos.

Para os dois modelos é possível observar que o nível de deformação nas armaduras longitudinais tracionadas aumenta gradativamente conforme aumenta a distância em relação à base.

Nota-se para o modelo PL 64 que na seção dos pontos “ALT A”, as deformações atingem o valor de 2,3 ‰ e na seção “ALT E” tem-se a plastificação da armadura com deformações que atingem o valor de 4,2‰. O mesmo ocorre para o modelo PL 80, onde na seção “ALT A” tem-se deformações de 1,7‰ e na seção “ALT E” ocorre a plastificação da armadura com valores de deformação chegando a 4,0‰.

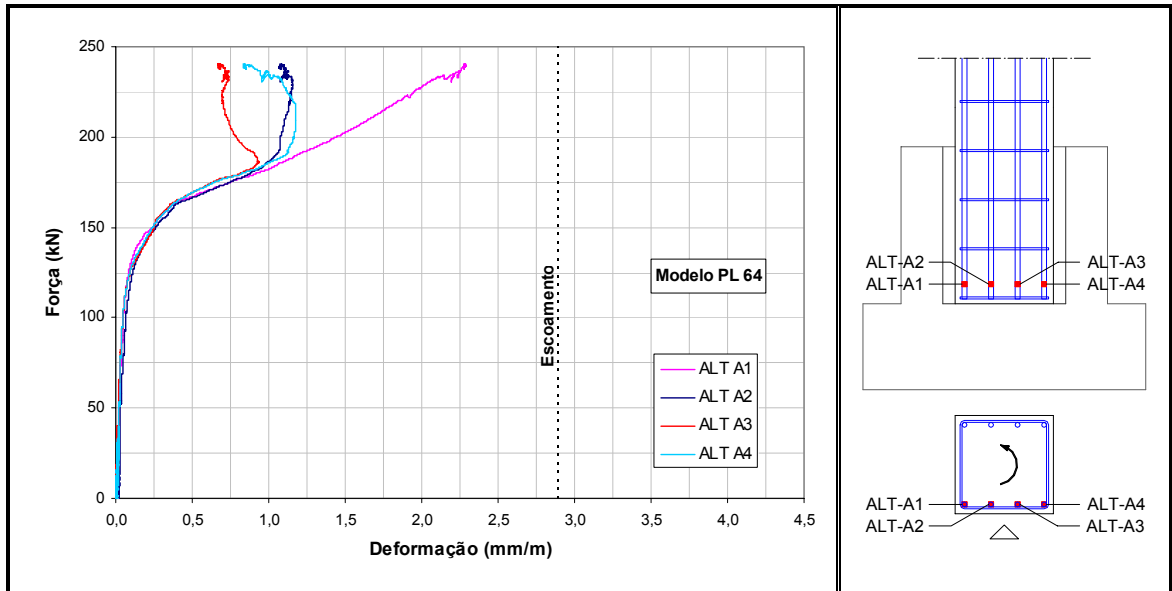


Figura 5.1 – Deformação nos pontos “ALT - A” para o modelo PL 64

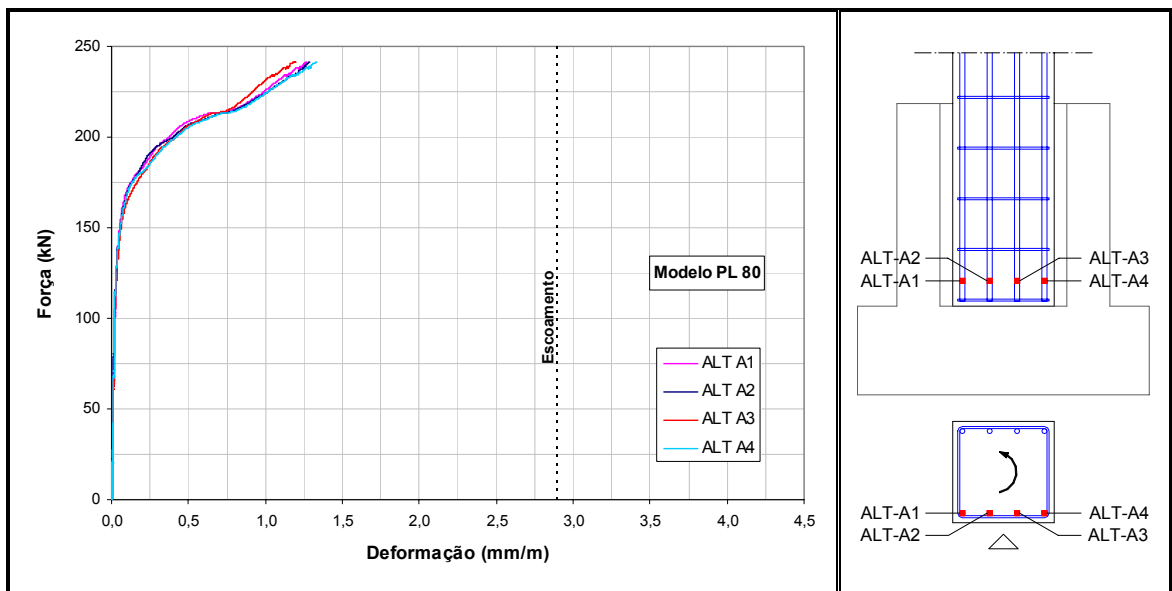


Figura 5.2 – Deformação nos pontos “ALT - A” para o modelo PL 80

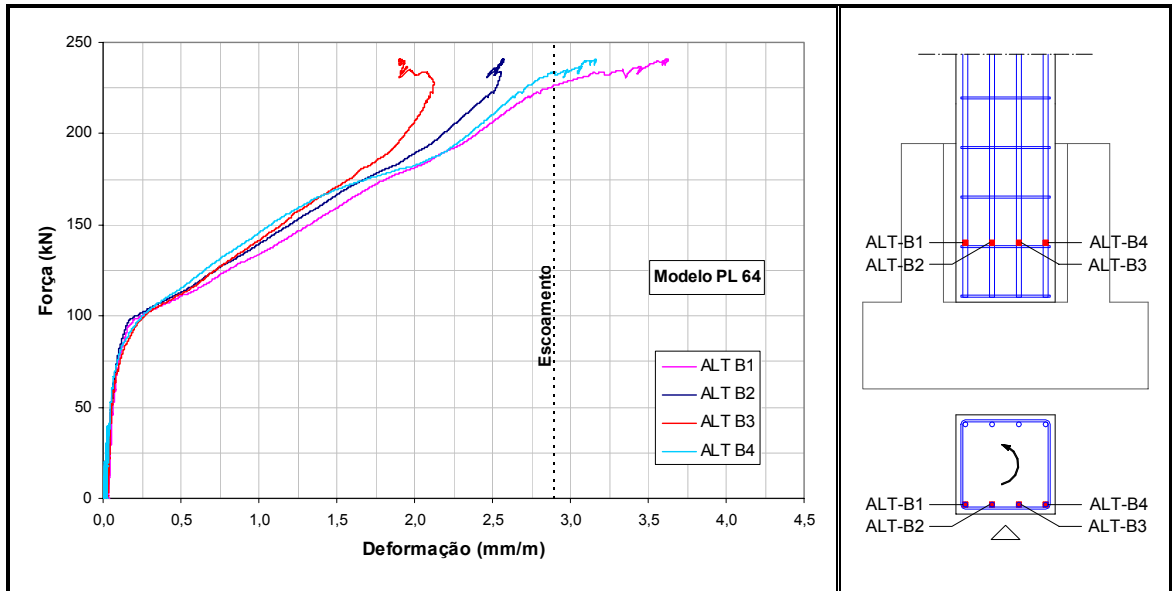


Figura 5.3 – Deformação nos pontos “ALT - B” para o modelo PL 64

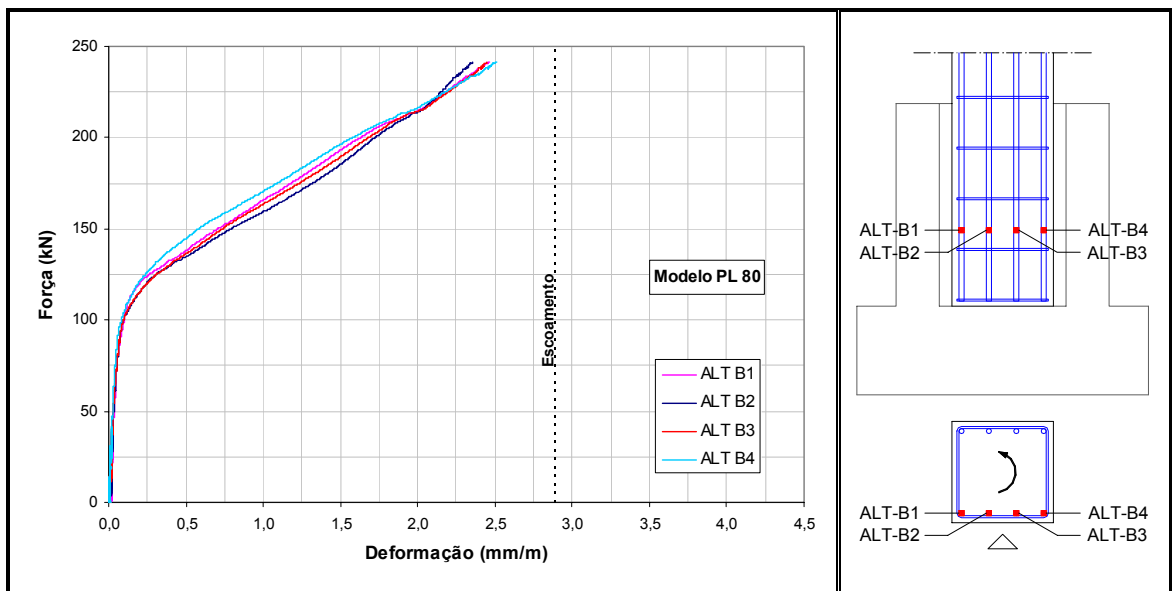


Figura 5.4 – Deformação nos pontos “ALT - B” para o modelo PL 80

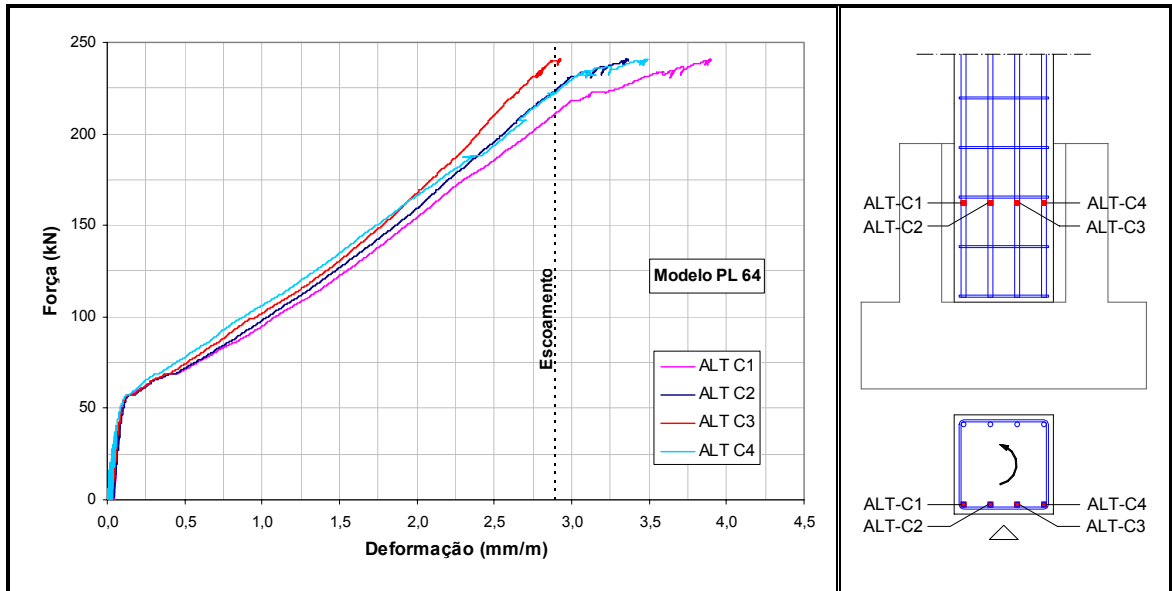


Figura 5.5 – Deformação nos pontos “ALT - C” para o modelo PL 64

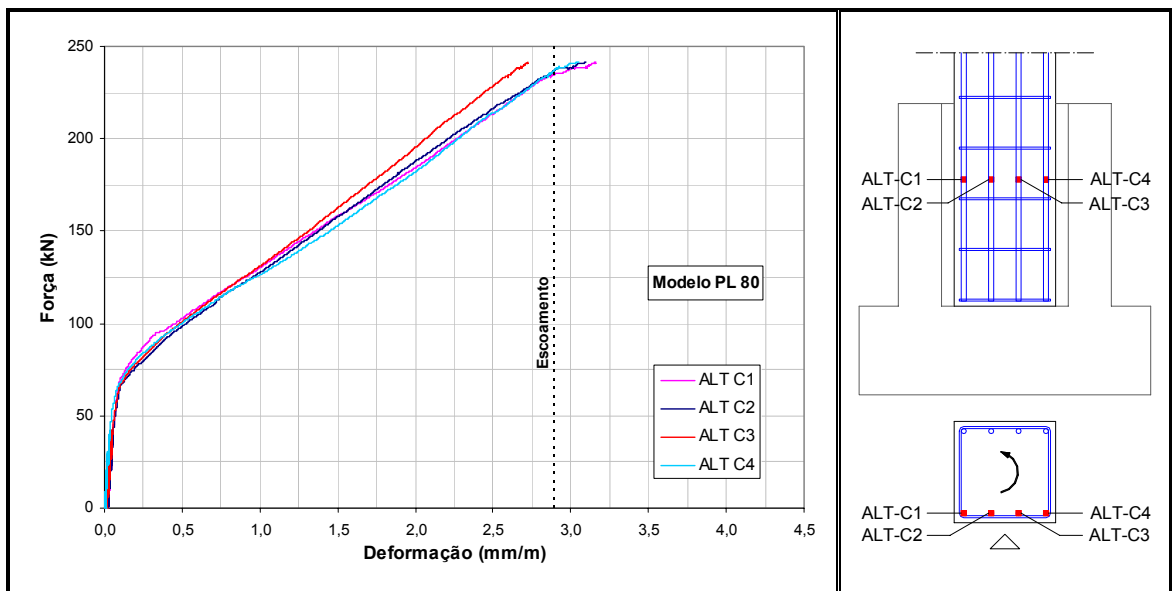


Figura 5.6 – Deformação nos pontos “ALT - C” para o modelo PL 80

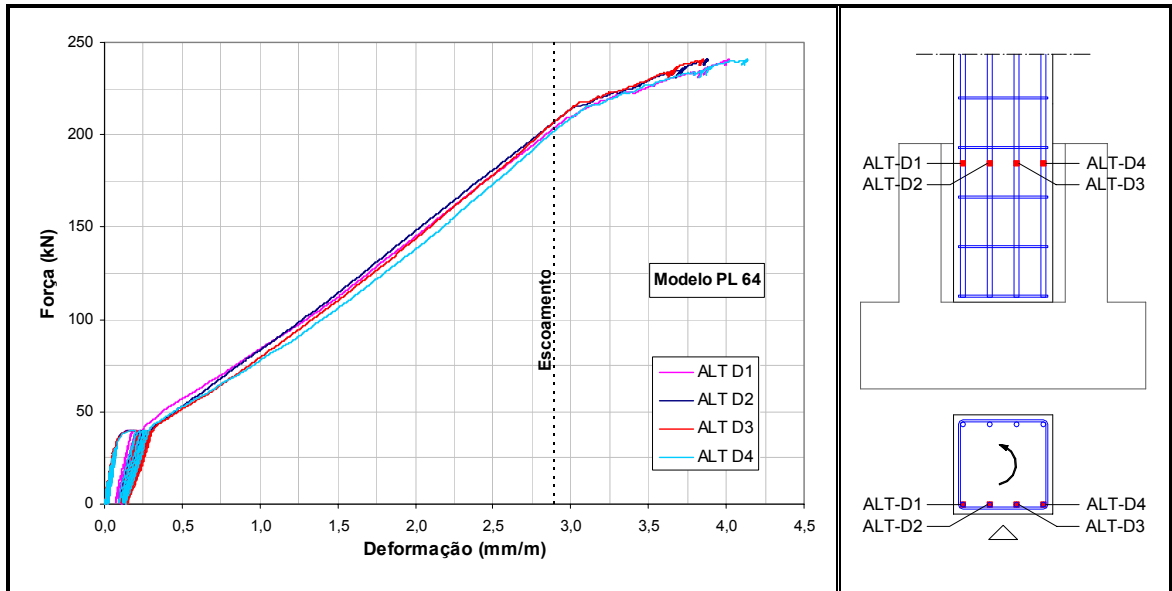


Figura 5.7 – Deformação nos pontos “ALT - D” para o modelo PL 64

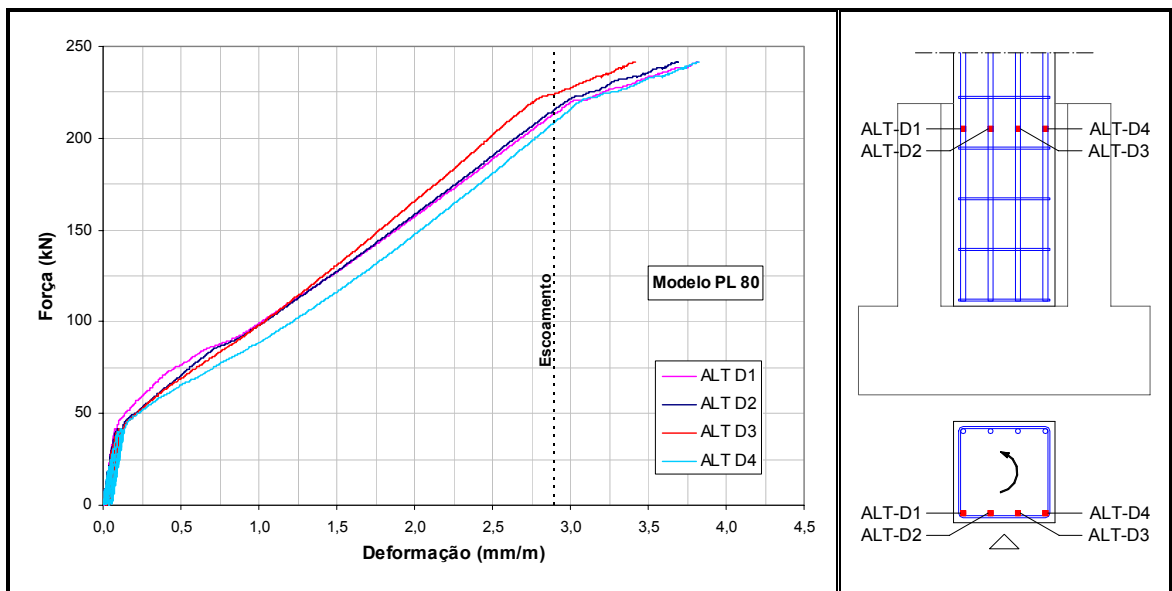


Figura 5.8 – Deformação nos pontos “ALT - D” para o modelo PL 80



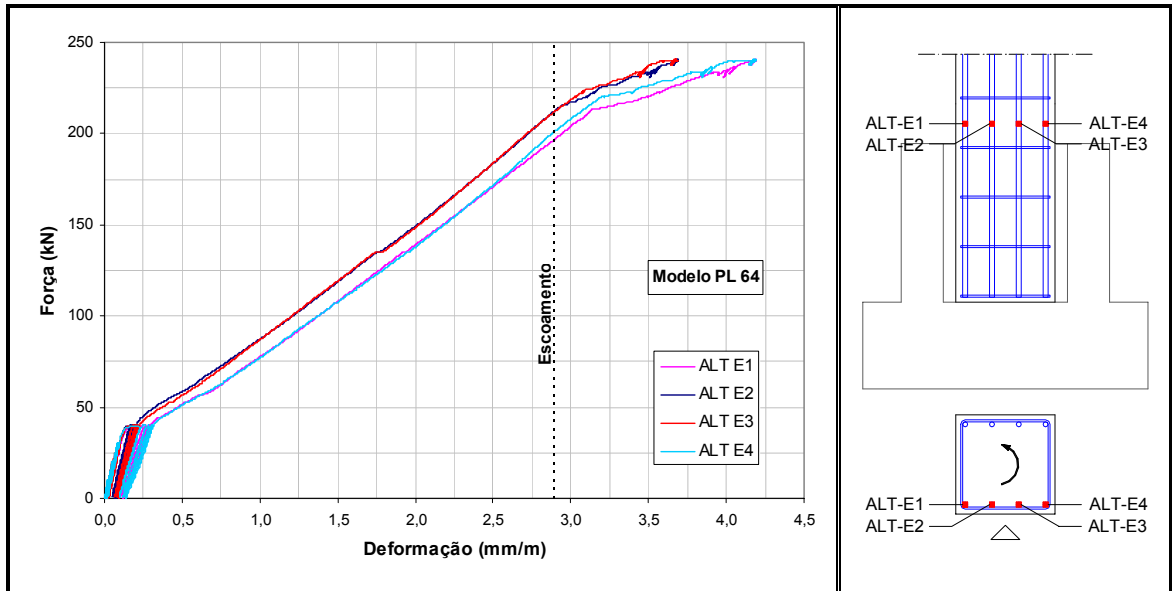


Figura 5.9 – Deformação nos pontos “ALT - E” para o modelo PL 64

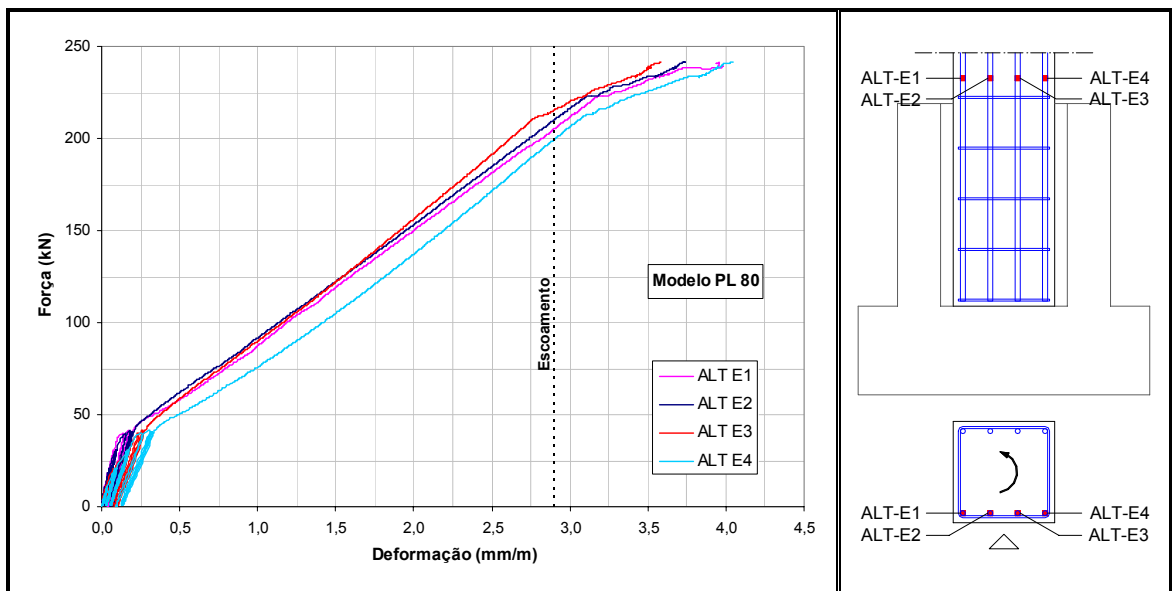


Figura 5.10 – Deformação nos pontos “ALT - E” para o modelo PL 80

Como previsto, para uma mesma força aplicada, o modelo PL 64 apresenta deformações maiores na armadura do que o modelo PL 80, isso evidencia a influência do comprimento de embutimento nos modelos.

Observa-se que as deformações da armadura nos pontos da seção “ALT C”, localizados a uma altura de aproximadamente  $0,6 \ell_{emb}$  da base, também atingem valores próximos da plastificação para os dois modelos (Figura 5.5 e Figura 5.6). Isto sugere que a transferência de tensões da armadura para o concreto ocorre deste ponto para baixo, tornando válidas as recomendações de LEONHARDT & MÖNNIG (1977), em que a ancoragem deve ser iniciada a meia altura do comprimento de embutimento.

Apesar do modelo PL 64 apresentar um aparente escorregamento da armadura, conforme mostra a Figura 5.1, isso não pode ser afirmado já que o ponto “ALT A4” apresenta ganho de deformação com o aumento da força. Outra explicação para este fato é a de que pode ter ocorrido, nesta região, a danificação dos pontos de leitura.

Tanto no modelo PL 64 como no modelo PL 80, a barra transversal soldada nas armaduras dos cantos ocasionou um melhor desempenho na ancoragem, pois apresentam, para uma mesma força aplicada, deformações ligeiramente maiores do que as armaduras não soldadas. Isso é possível de ser observado em quase todas as seções de medida, mas fica bem evidente na Figura 5.9.

Com o objetivo de mostrar a variação das deformações com a profundidade do comprimento de embutimento, são mostradas nas Figura 5.11 e 5.12 as médias das deformações nas armaduras longitudinais soldadas e não soldadas para diferentes níveis de carga aplicada.

Para a análise da armadura longitudinal comprimida são apresentadas os gráficos *força aplicada x deformação* com as médias de deformação das duas barras de cada seção. São mostrados dois gráficos, um para cada modelo, onde é feita a comparação entre ambos. Nas Figura 5.13 e 5.14 são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação* nas armaduras longitudinais comprimidas para os dois modelos.

Observa-se para os dois modelos que a armadura longitudinal comprimida apresentou deformação máxima nos pontos localizados fora do colarinho. O mesmo acontece com a armadura tracionada, em que as intensidades de deformação são maiores à medida que a distância da base do pilar em direção ao topo do colarinho aumenta.

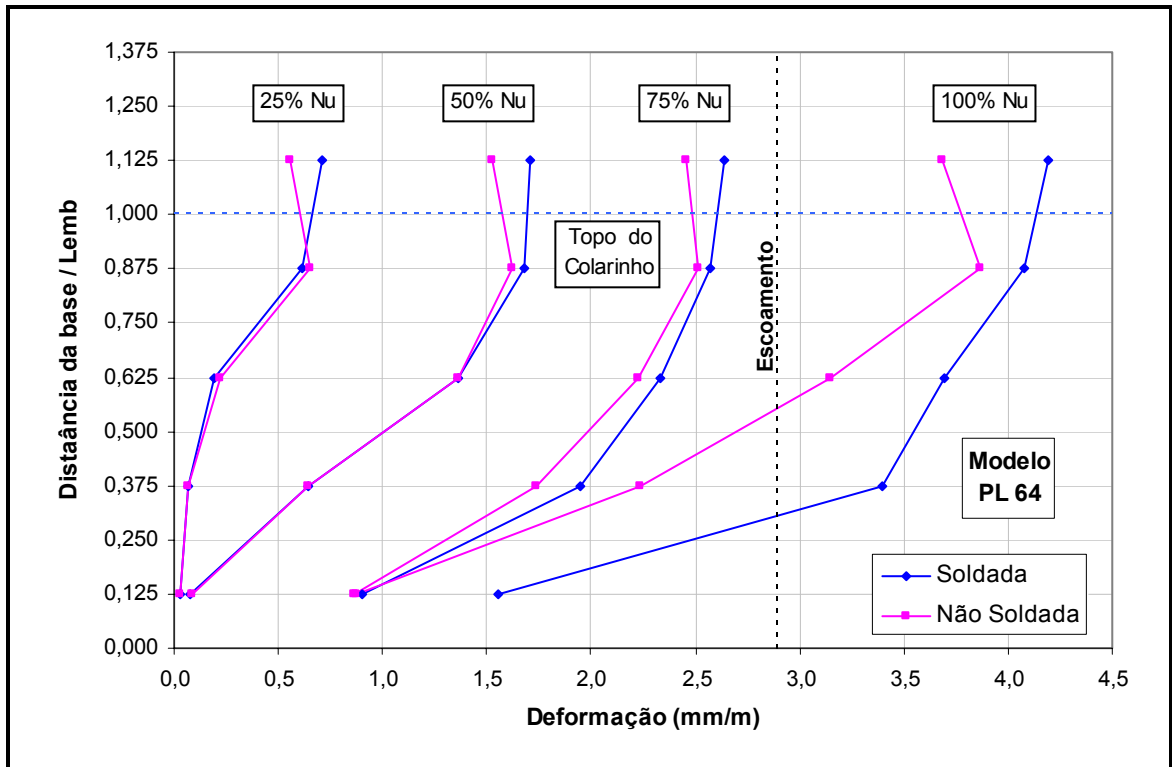


Figura 5.11 – Variação das deformações com a profundidade – Modelo PL 64

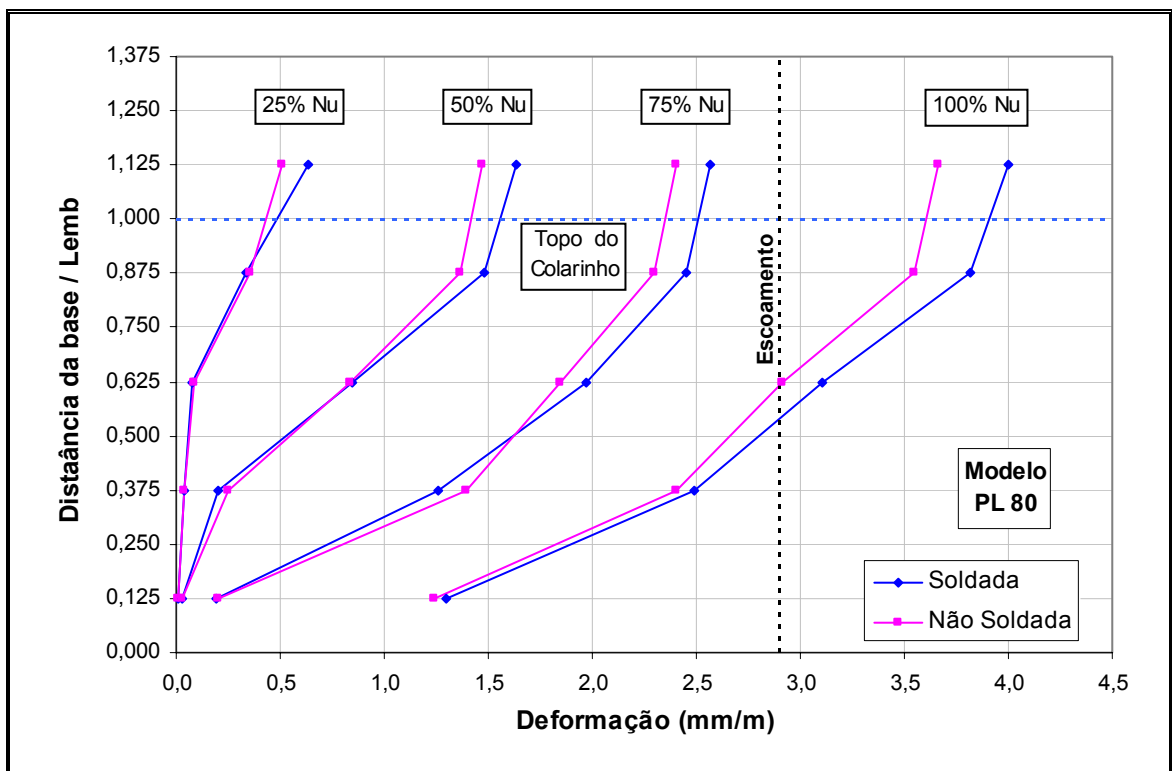


Figura 5.12 – Variação das deformações com a profundidade – Modelo PL 80

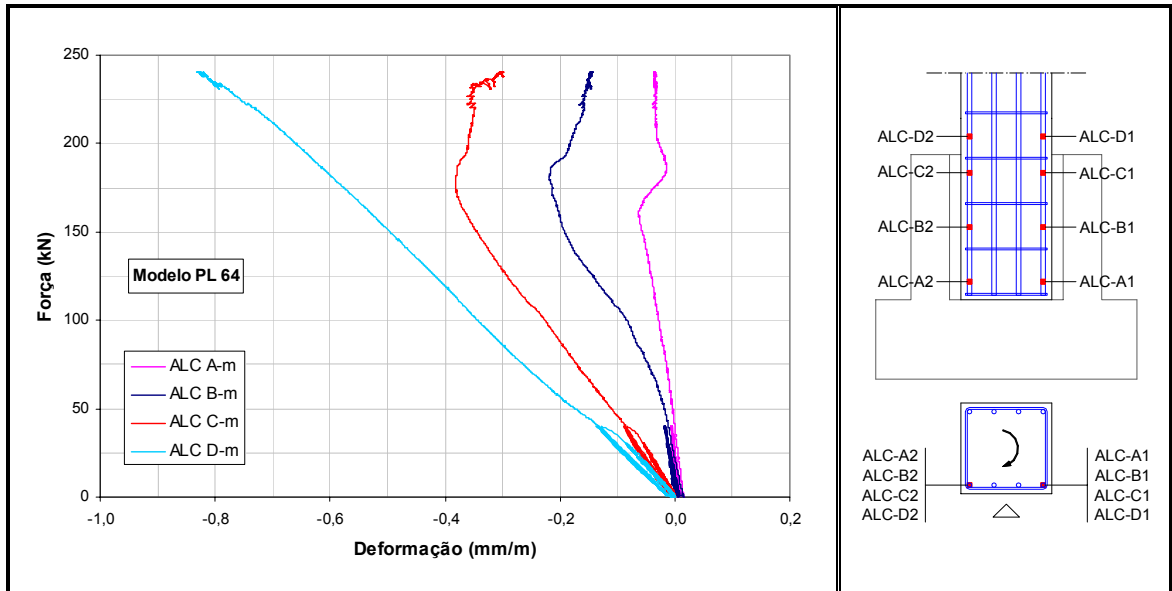


Figura 5.13 – Deformação média nos pontos “ALC – A B C D” para o modelo PL 64

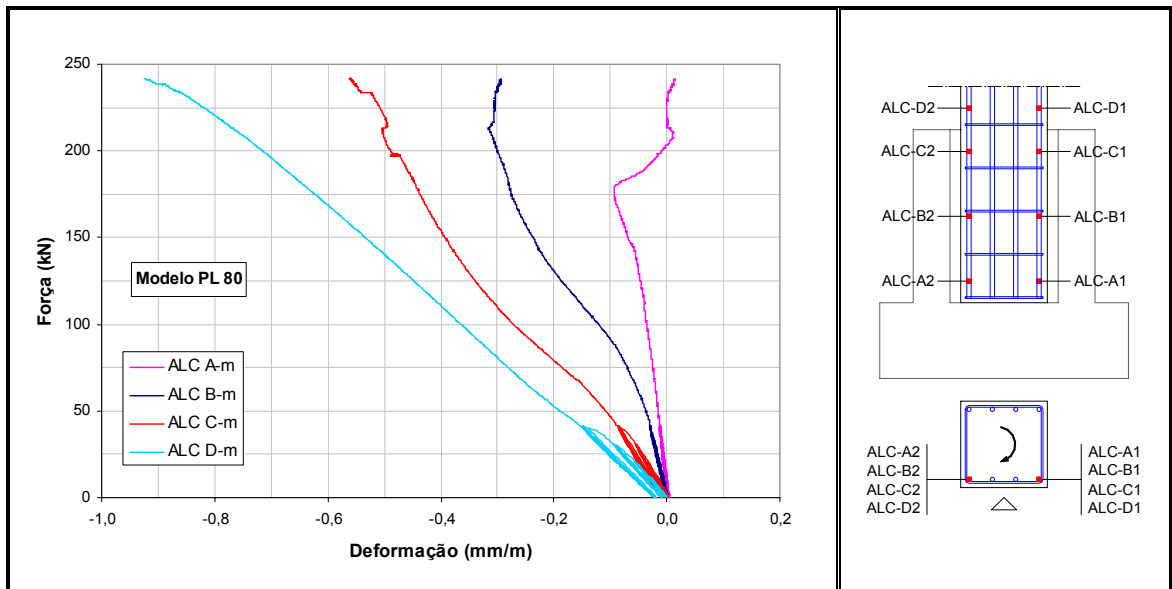


Figura 5.14 – Deformação nos pontos “ALC - A B C D” para o modelo PL 80

De acordo com a teoria de cálculo do concreto armado, as deformações da armadura e do concreto nestes pontos são as mesmas. Portanto não há plastificação da seção comprimida de concreto nestas regiões, já que a deformação atingida, na linha das barras não ultrapassa o valor de  $0,9\%$ , o que fornece para a borda mais comprimida um valor de  $1,5\%$ , para os dois modelos.

As intensidades de tensão diminuem com a proximidade da base porque há uma maior seção de concreto comprimido e também, por causa da transferência de tensões do pilar para o cálice por meio do atrito existente na interface de contato.

Em todos os pontos a variação das deformações na armadura comprimida ao longo do carregamento é praticamente linear.

### 5.2.2. Comportamento da armadura transversal

Para a análise da armadura transversal são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação*, com as médias de deformação das barras de cada estribo. Para cada modelo é apresentado um gráfico que possui todas as seções instrumentadas, assim é possível analisar a variação das deformações no próprio modelo e, também, comparar um modelo com o outro.

Nas Figura 5.15 a 5.17 são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação* nas armaduras transversais para os dois modelos.

Para os dois modelos é possível observar que as armaduras transversais não atingiram o valor da deformação de escoamento, o que sugere certa segurança para a região de embutimento neste tipo de ligação.

As intensidades de deformação nas armaduras são pequenas, com exceção dos pontos “AT - Cm” em que a deformação fica próxima ao valor de  $2,0\%$ . Para o modelo PL 64 este ponto localiza-se a uma distância de aproximadamente  $0,6 \ell_{emb}$  da base, e para o modelo PL 80 a uma distância de  $0,5 \ell_{emb}$  da base.

Os estribos localizados próximo ao topo do colarinho não apresentam grandes deformações porque no modelo experimental não há força cortante. Caso houvesse cortante, muito provavelmente os pontos “ALT - Em” apresentariam deformações consideráveis.

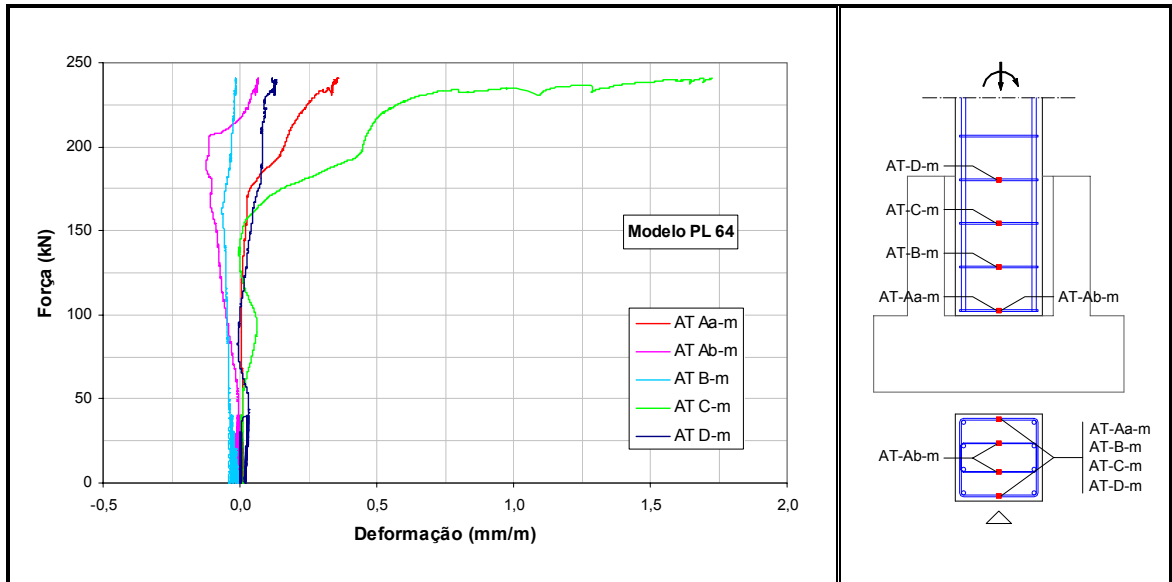


Figura 5.15 – Deformação média nos pontos “AT - m” para o modelo PL 64

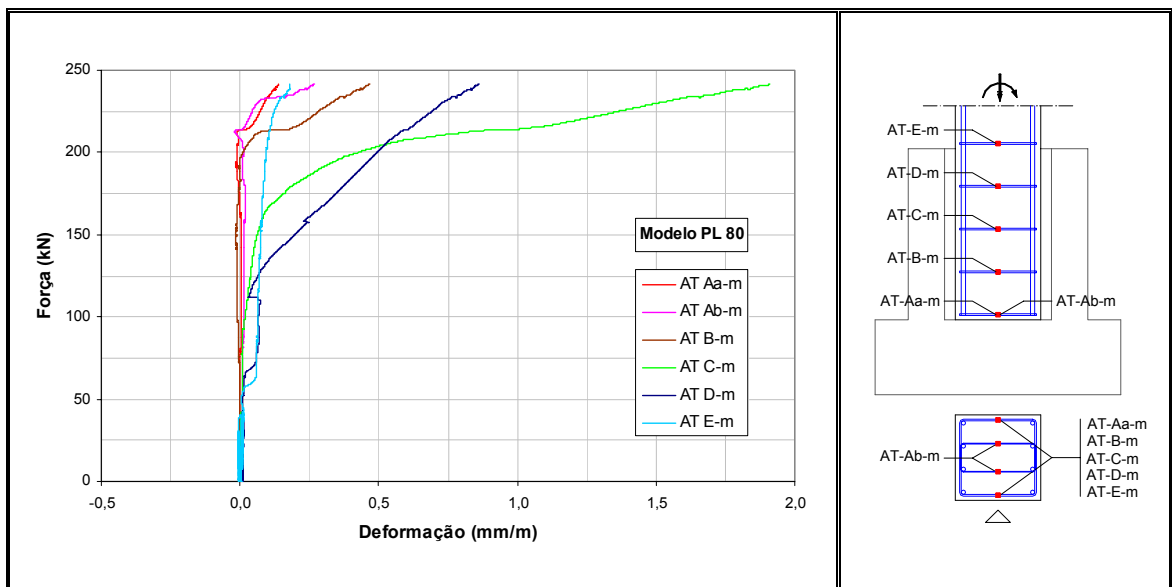


Figura 5.16 - Deformação média nos pontos “AT - m” para o modelo PL 80

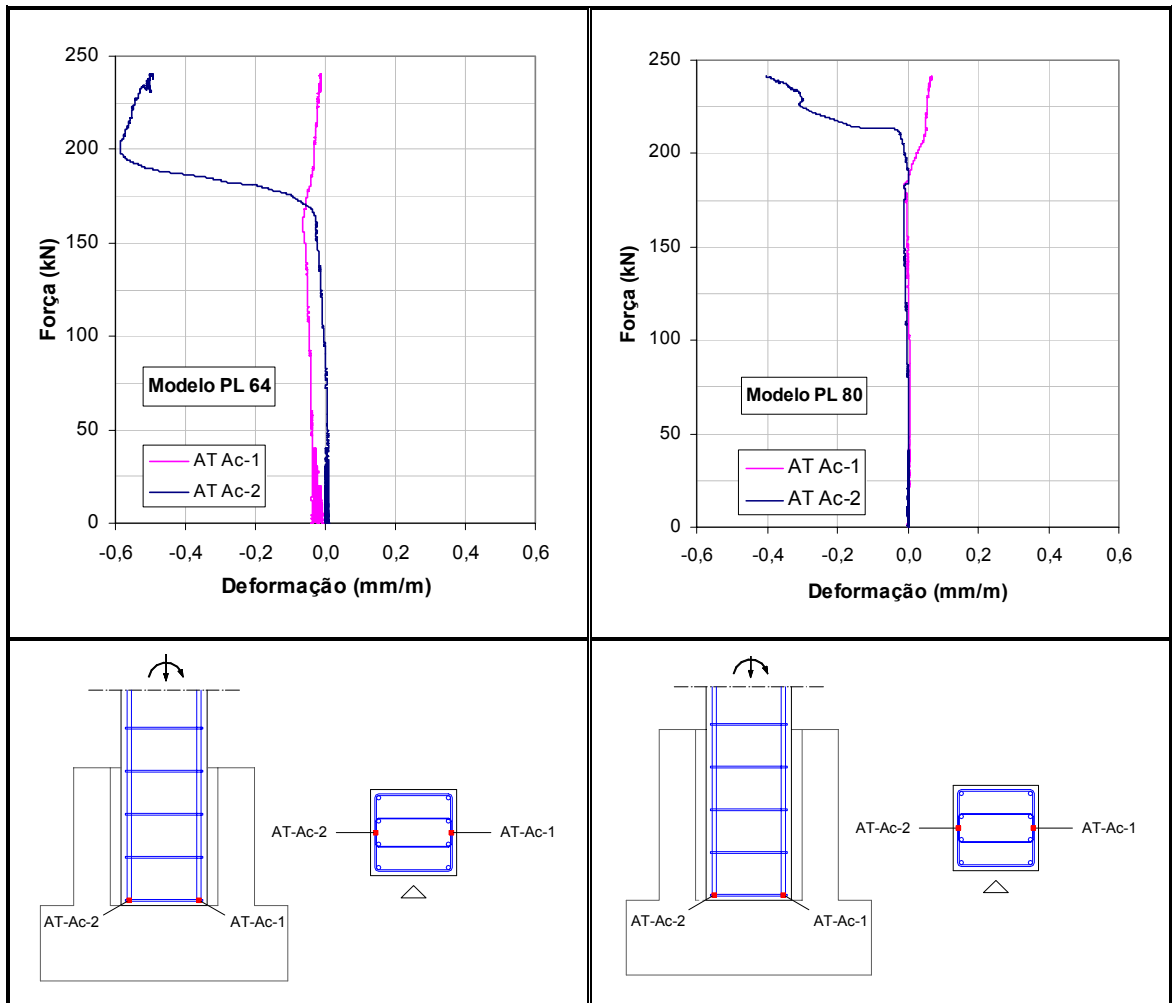


Figura 5.17 - Deformação média nos pontos “AT - Ac” para os dois modelos

As intensidades da deformação dos pontos “AT - Ac”, são muito pequenas, mostrando que na base do cálice não há necessidade de uma armadura transversal adicional.

### 5.2.3. Análise dos deslocamentos

Nas Figura 5.18 a 5.21 são apresentados os gráficos *força aplicada x deslocamento* dos pontos instrumentados com os transdutores de deslocamento. Nestas figuras é possível observar que o comprimento de embutimento influencia na rigidez dos modelos, já que o deslocamento final no topo do pilar é maior para o modelo PL 64.

Nos detalhes das Figura 5.18 e 5.19 é possível observar que ciclos de pré-carregamento não alteraram a rigidez inicial, isso porque a força aplicada nos ciclos não ultrapassou  $40\text{ kN}$ , ficando abaixo da força calculada conforme a NBR 6118:2003 para o momento de fissuração, que foi de  $40,5\text{ kN}$ .

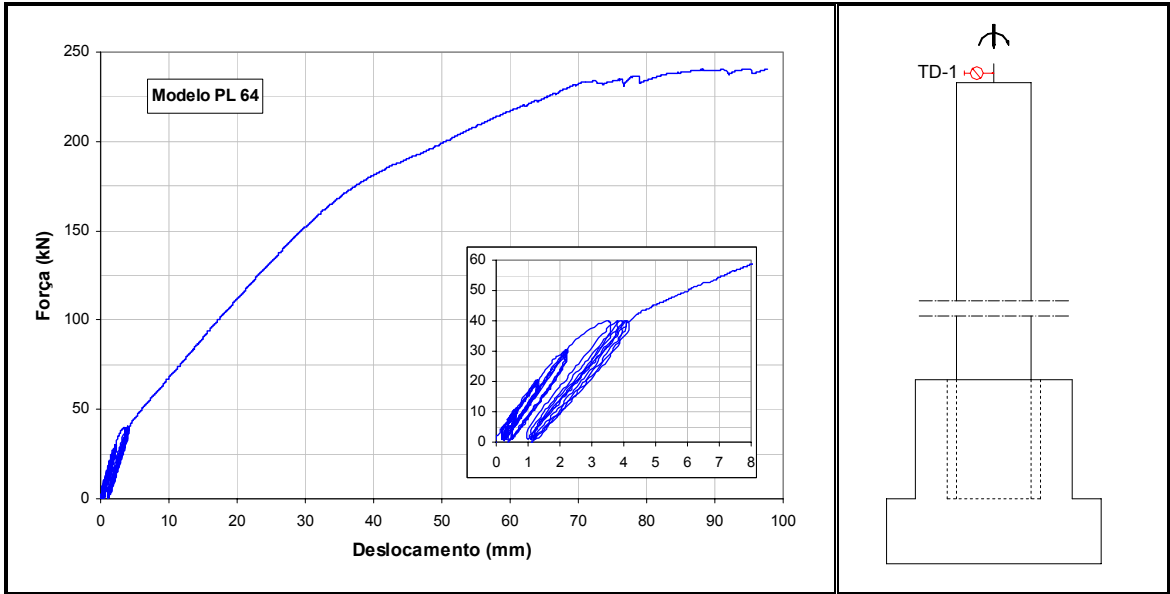


Figura 5.18 – Deslocamento do transdutor “TD-1” para o modelo PL 64

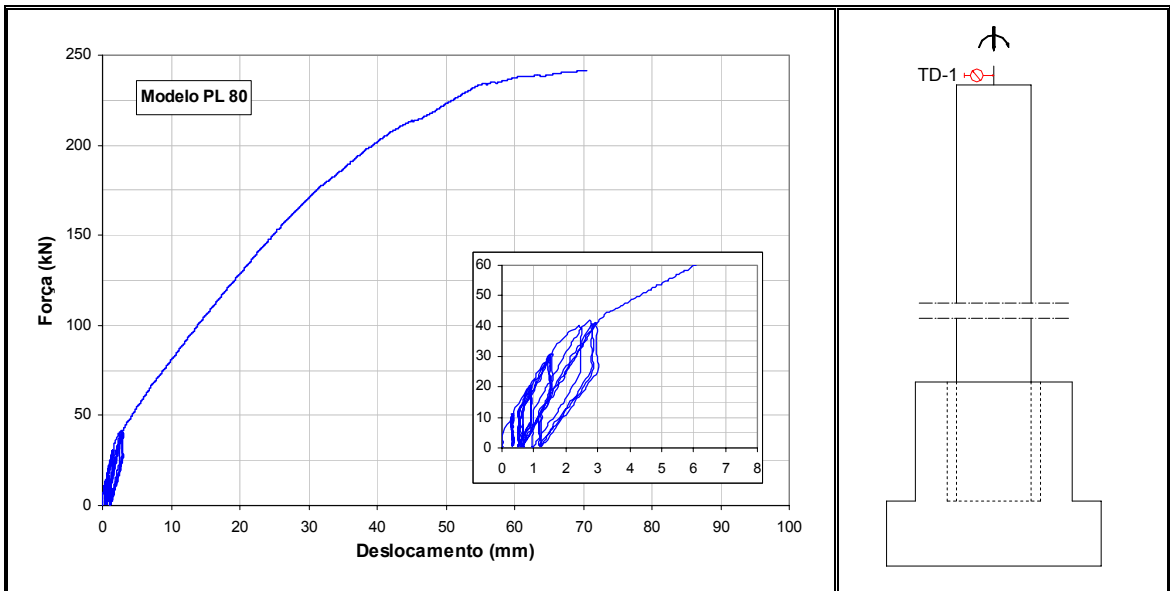


Figura 5.19 – Deslocamento do transdutor “TD-1” para o modelo PL 80



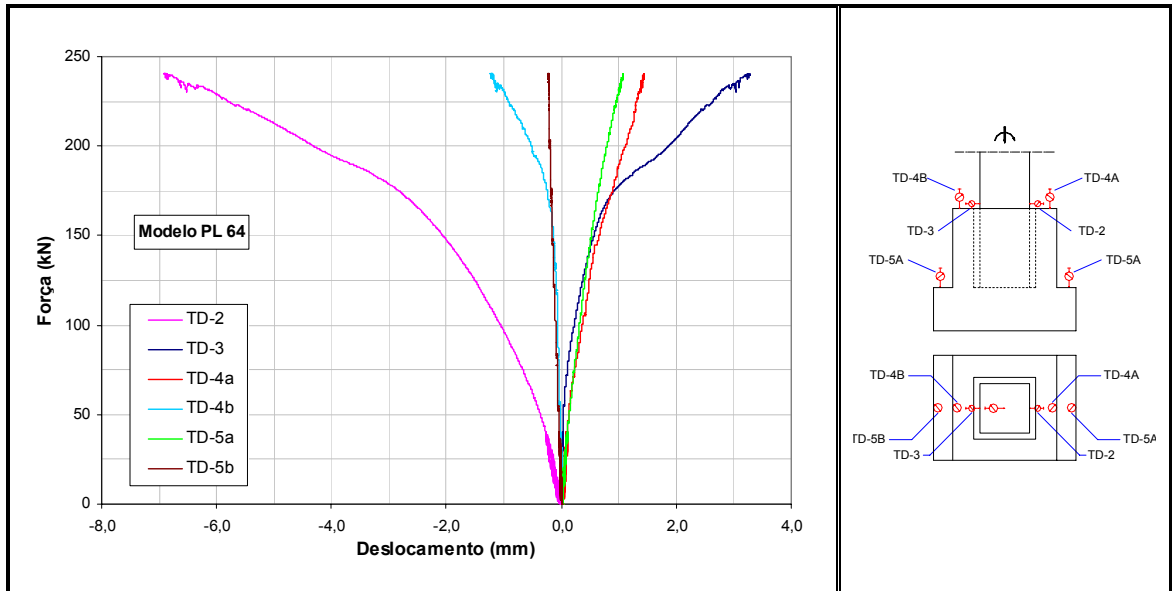


Figura 5.20 – Deslocamento dos transdutores “TD” para o modelo PL 64

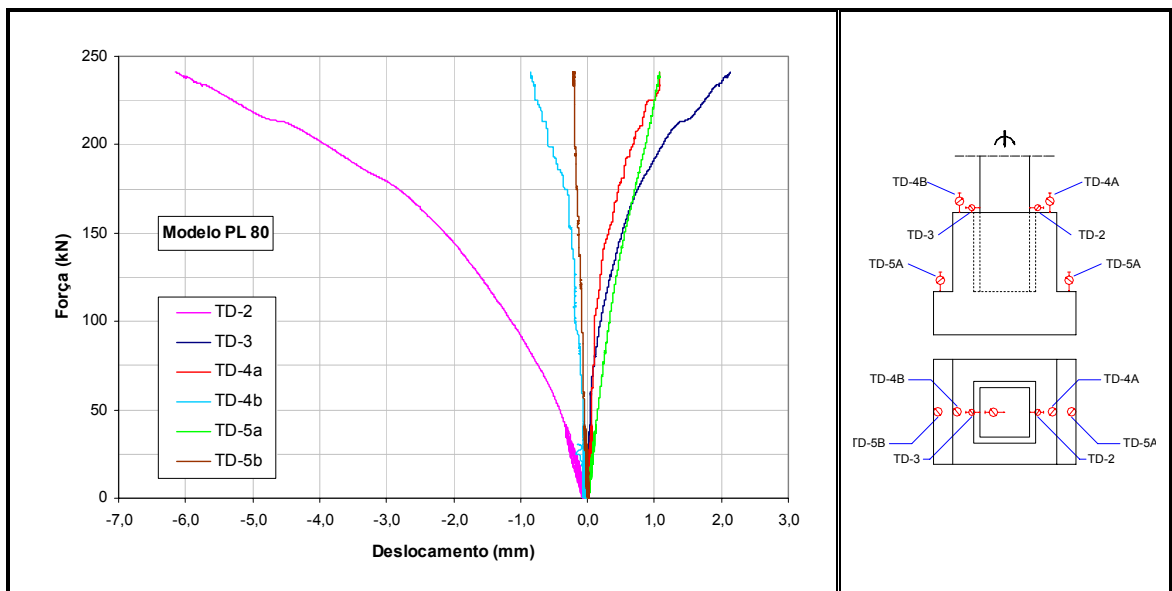


Figura 5.21 – Deslocamento dos transdutores “TD” para o modelo PL 80

O deslocamento horizontal máximo para o modelo PL 64 ficou próximo aos  $100\text{ mm}$ , mas percebe-se que o modelo deixou de absorver força com um deslocamento próximo a  $70\text{ mm}$ . Para o modelo PL 80 o deslocamento horizontal ficou em torno de  $70\text{ mm}$ , e o modelo deixou de absorver carga com um deslocamento de aproximadamente  $60\text{ mm}$ .

Nas Figura 5.20 e 5.21, os transdutores “TD-4a”, “TD-4b”, “TD-5a”, “TD-5b”, apresentaram deslocamentos muito pequenos, em torno de  $1,0\text{ mm}$ , mostrando que o giro destas seções é desprezível, algo próximo à  $0,135\text{ rad}$ . Portanto, a ligação pode ser classificada como engastada e consideravelmente rígida.

O transdutor “TD-3” mostra claramente a separação entre o pilar e a junta no topo do colarinho, apresentando uma abertura máxima de aproximadamente  $3,0\text{ mm}$  para o modelo PL 64 e  $2,0\text{ mm}$  para o modelo PL 80.

#### 5.2.4. Fissuração dos modelos

Muito pouco pode ser dito sobre a fissuração na região de embutimento dos modelos experimentais, já que não foi possível obter no laboratório essas leituras.

Basicamente a fissuração obtida se refere à parte externa do pilar, que apresentou um comportamento dentro do previsto.

A fissuração inicia-se com o valor de  $44\text{ kN}$  para o modelo PL 64 e  $45\text{ kN}$  para o modelo PL 80. Essas forças correspondem a aproximadamente  $18,3\%$  da força última aplicada, e apresentam uma boa correlação com o valor da força teórica calculada com as equações do item 17.3 da NBR 6118: 2003.

Nas Figura 5.22 a 5.25 é apresentado o panorama da intensidade da fissuração dos modelos PL 64 e PL 80, juntamente com alguns detalhes.

A separação entre a interface de contato do pilar e da junta, para os dois modelos, ocorreu com uma força próxima a  $47\%$  da força última aplicada. Essa separação mostra que os ciclos de pré-carregamento apresentam eficácia.



Figura 5.22 – Fissuração do pilar do modelo PL 64

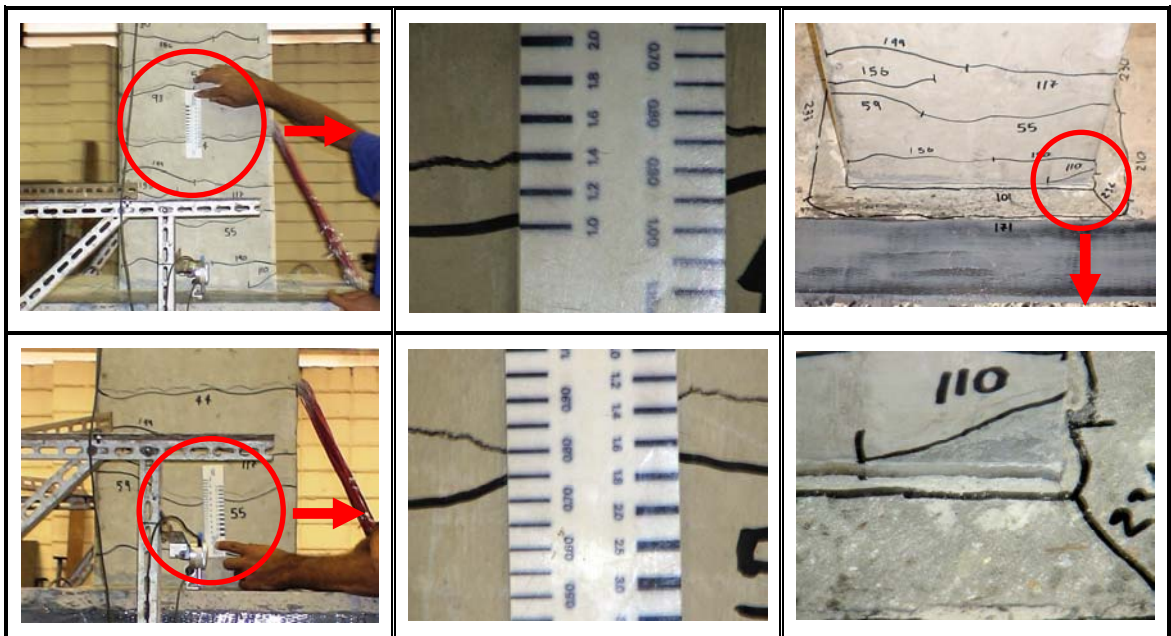


Figura 5.23 – Detalhes das fissuras do modelo PL 64



Figura 5.24 – Fissuração do pilar do modelo PL 80

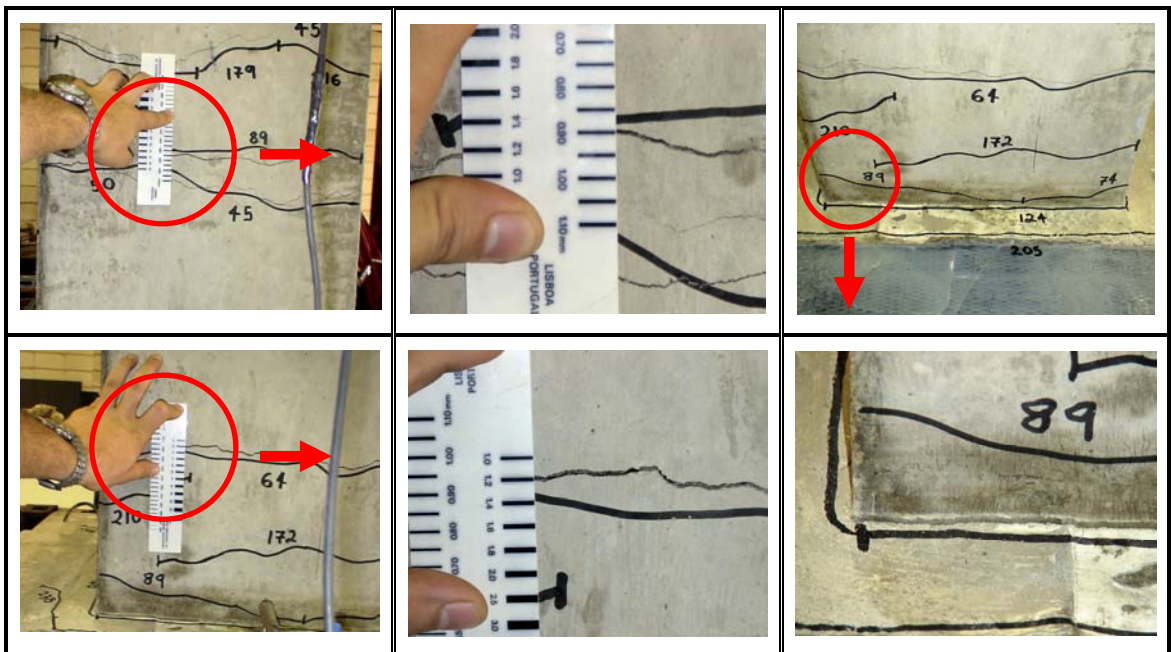


Figura 5.25 – Detalhes das fissuras do modelo PL 80

Também é possível observar, em menor proporção, a separação da junta e do cálice, que ocorre com uma força de aproximadamente 78% da força última aplicada nos modelos. Os detalhes da fissuração nos modelos PL 64 e PL 80 podem ser vistos nas Figura 5.23 e 5.25, respectivamente.

### **5.3. Análise dos modelos numéricos**

#### **5.3.1. Considerações iniciais**

Foram realizadas análises numéricas preliminares, variando-se o coeficiente de atrito  $\mu$  da interface de contato, com o objetivo de aproximar as respostas numéricas do comportamento global dos modelos físicos.

Os modelos simulados com coeficiente de atrito  $\mu=0,30$  e  $\mu=0,45$  não apresentaram convergência até a carga última experimental. As simulações feitas com o coeficiente de atrito  $\mu=0,60$  apresentaram convergência até a carga última e um comportamento semelhante aos modelos físicos quando são comparados os valores de deslocamentos e deformações.

Diante do exposto, todas as análises apresentadas neste trabalho sobre as simulações numéricas são referentes ao coeficiente de atrito  $\mu=0,60$  para as interfaces de contato.

#### **5.3.2. Avaliação das deformações e dos deslocamentos**

O objetivo da simulação não é o de comparar todos os pontos numéricos com os pontos de medida experimental, mas isso se faz necessário para avaliar a coerência da resposta global apresentada pela simulação numérica.

Nas Figura 5.26 a 5.28 são apresentados os gráficos *força aplicada x deformação*, com a média das deformações das barras tracionadas e comprimidas, para avaliação da simulação numérica.

Observa-se, para os dois modelos, que a resposta numérica fica mais próxima da resposta experimental na medida em que se caminha da base em direção ao topo do colarinho. Isso ocorre tanto para a armadura tracionada como para a armadura comprimida.

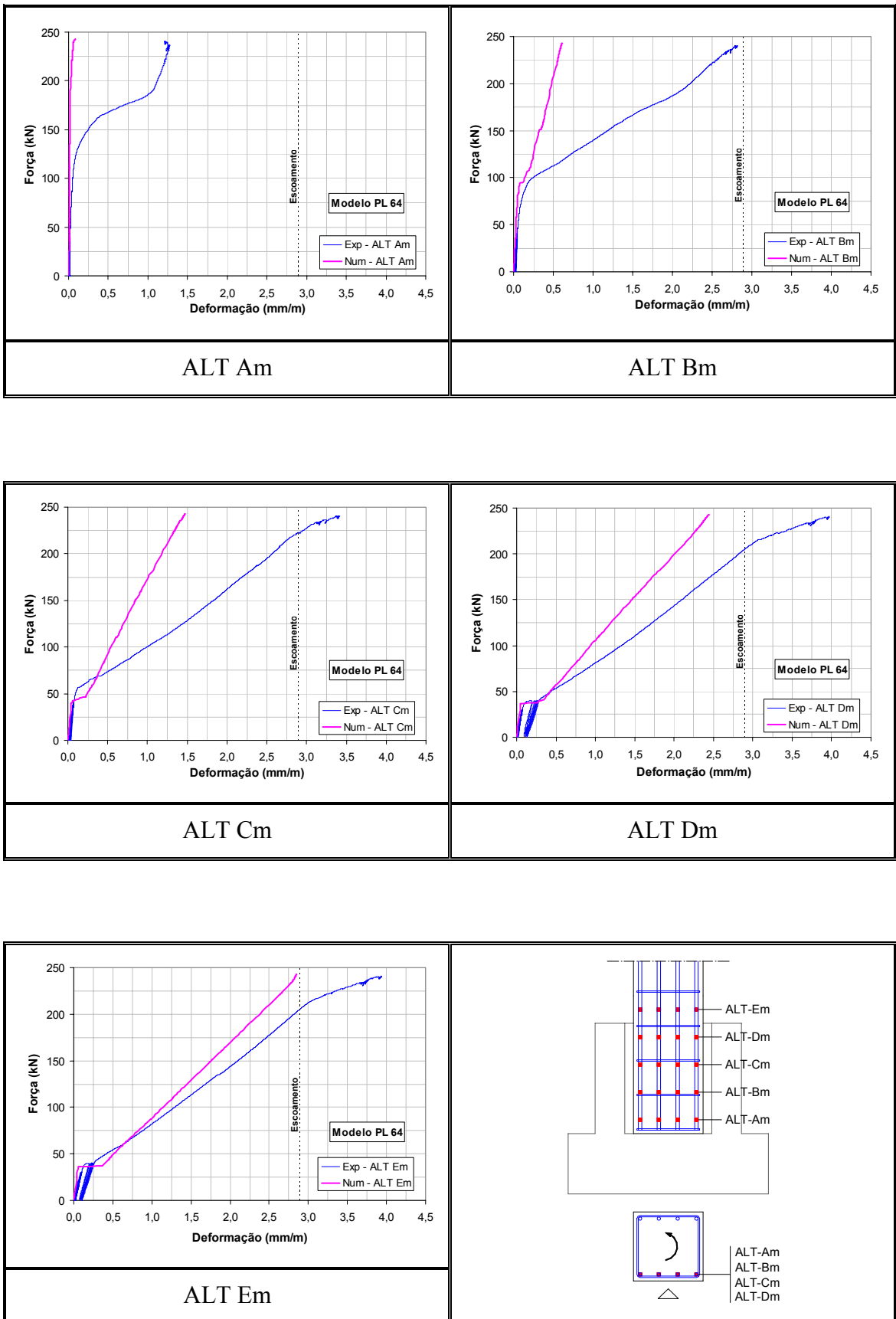


Figura 5.26 – Deformações nos pontos “ALT - m” para o modelo PL 64

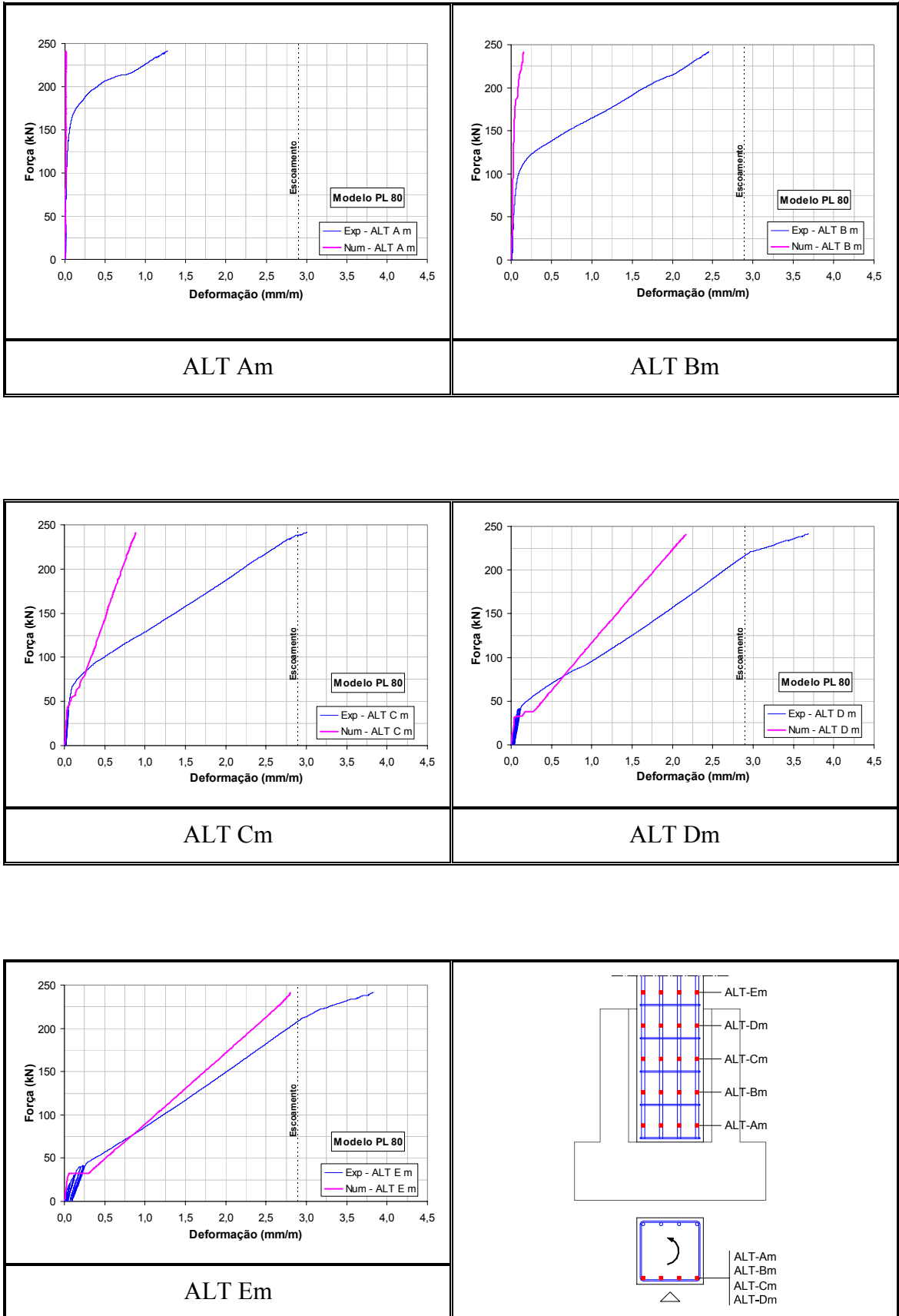


Figura 5.27 – Deformações nos pontos “ALT - m” para o modelo PL 80

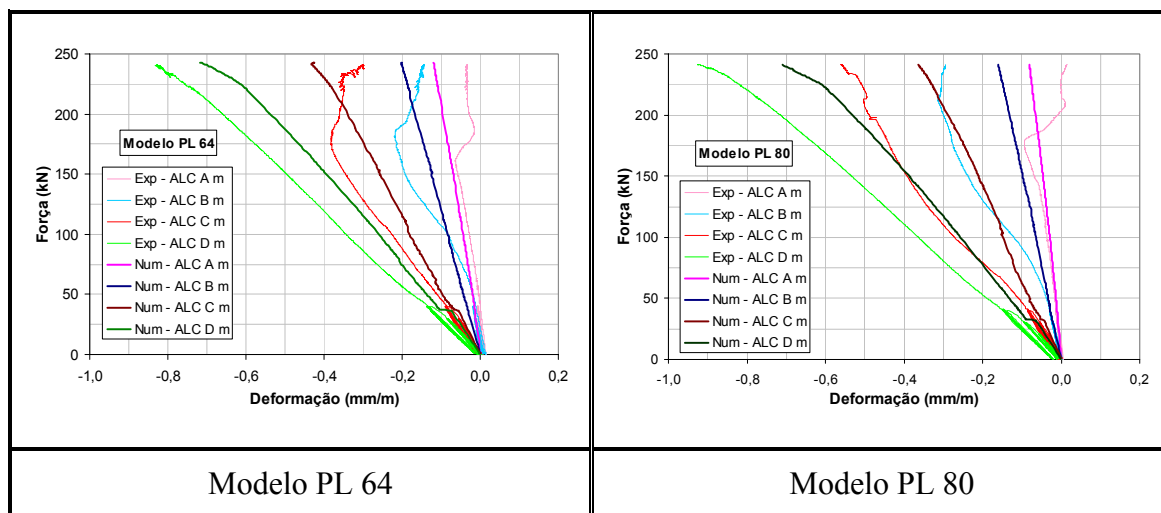


Figura 5.28 – Deformações nos pontos “ALC - m” para os dois modelos

É importante observar que, mesmo nos pontos onde há proximidade da resposta, os modelos numéricos apresentam rigidez maior que os modelos experimentais. Isso se justifica pelo fato de que na simulação numérica os nós dos elementos de barra estão perfeitamente ligados aos nós dos elementos sólidos, ou seja, possuem exatamente o mesmo deslocamento, o que não ocorre nos modelos físicos, onde há escorregamento.

Aparentemente as armaduras tracionadas da simulação numérica não apresentam plastificação, porque no instante em que as armaduras plastificam a simulação numérica é interrompida.

Isso acontece porque ao ser dado o próximo incremento de carga a deformação prevista é muito grande, e o programa, mesmo possuindo alguns recursos para divisão do incremento, não consegue convergir, ou acusa movimento de corpo rígido. Mais adiante serão mostradas as tensões nas armaduras para a carga última dos modelos, podendo-se observar que as armaduras tracionadas atingem a tensão de escoamento.

Nas Figura 5.29 e 5.30 são apresentadas as curvas *força aplicada x deformação* das armaduras transversais, para a comparação dos modelos numéricos com os experimentais.



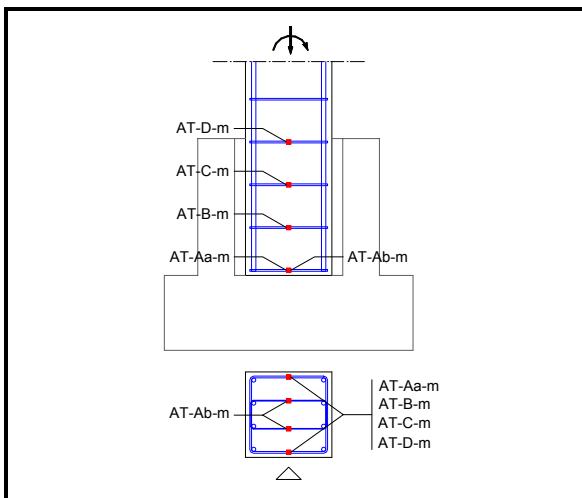
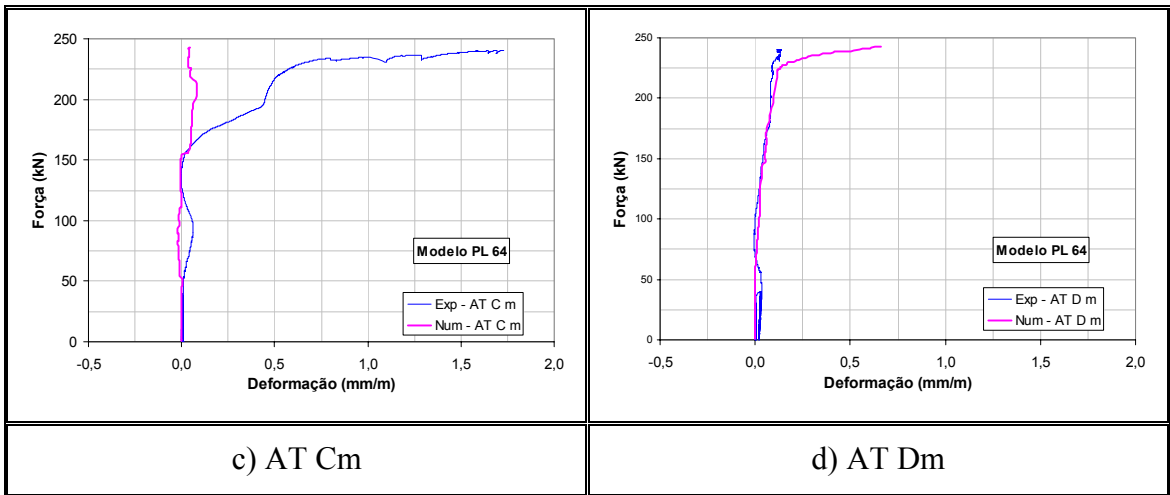
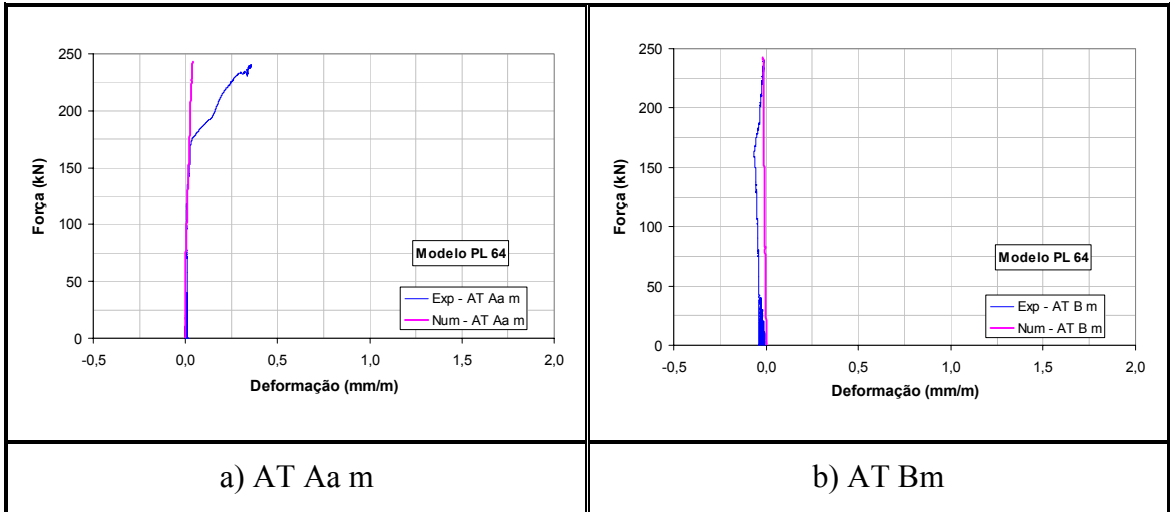


Figura 5.29 – Deformações nos pontos “AT - m” para o modelo PL 64

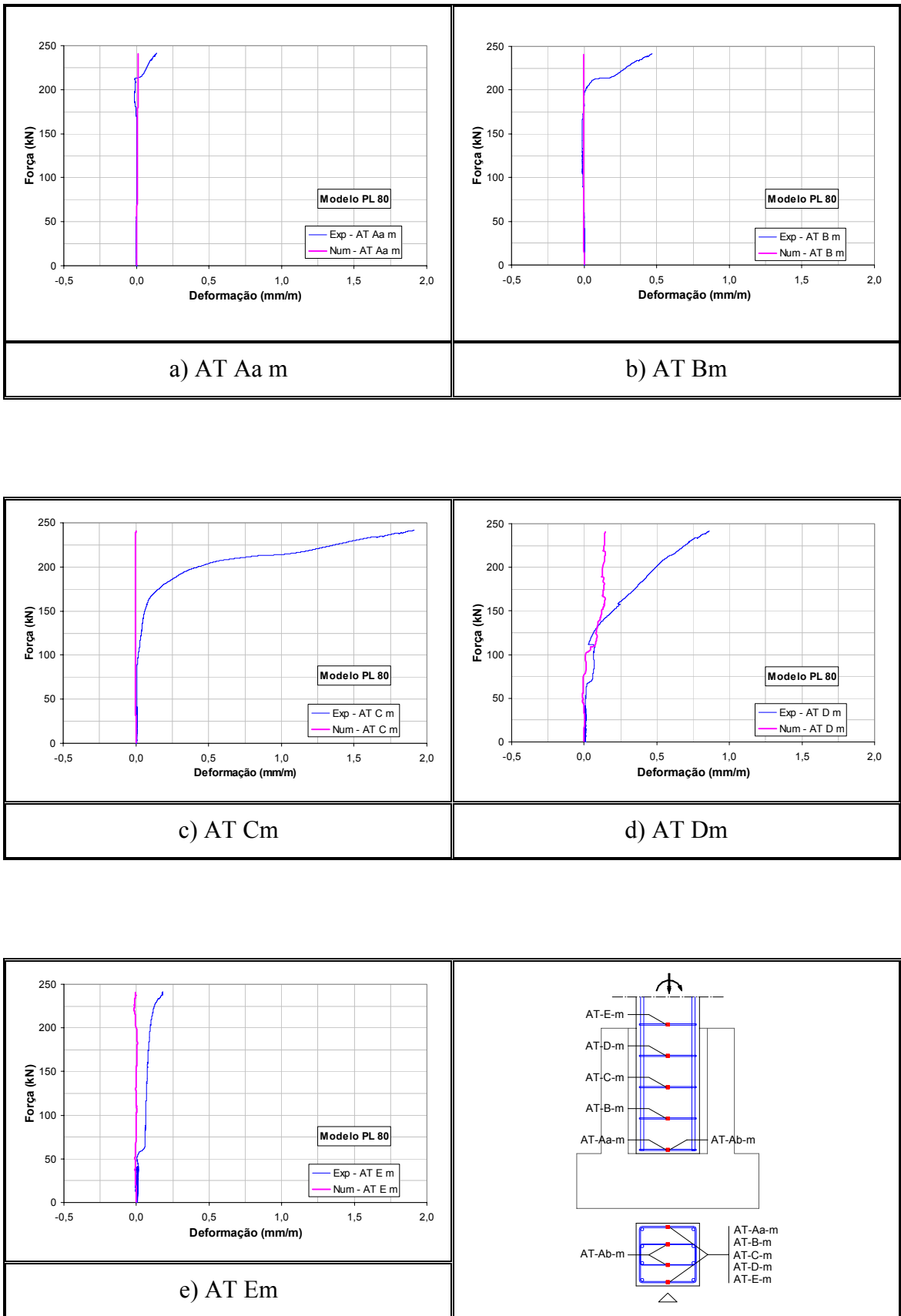


Figura 5.30 –Deformações nos pontos “AT - m” para o modelo PL 80

Nos modelos numéricos as deformações são muito menores que nos modelos experimentais. Os pontos AT Cm dos modelos numéricos não apresentam o mesmo nível de deformação dos pontos experimentais. Na Figura 5.29.d, é possível observar que a maior deformação do modelo numérico ocorre no ponto AT Dm, mas ainda assim de forma contida.

Como mencionado anteriormente não serão comparados todos os pontos entre os modelos numéricos e experimentais, por isso na Figura 5.31 é mostrado apenas o gráfico *força aplicada x deslocamento* do transdutor TD 1, com a finalidade de se comparar o comportamento global da simulação numérica

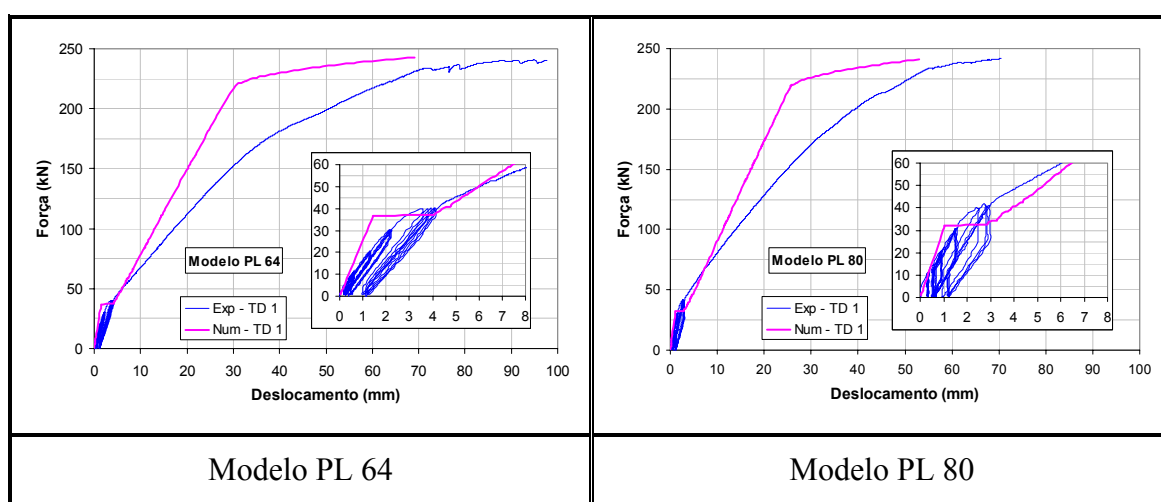


Figura 5.31 – Deslocamento no ponto “TD 1” para os dois modelos

O deslocamento no topo do pilar apresenta certa proximidade entre o modelo numérico e o experimental. Tanto antes como após a fissuração, os modelos numéricos apresentaram maior rigidez, isso fica evidenciado pela menor inclinação da curva dos modelos numéricos.

Nos detalhes é possível observar que a fissuração dos modelos numéricos ocorre praticamente para a mesma força atuante nos modelos experimentais. Observa-se para este valor de força uma variação brusca no deslocamento (o mesmo ocorre para a deformação das barras tracionadas), isso acontece porque o modelo numérico não considera a contribuição do concreto fissurado.

Ocorre que ao fissurar, toda a tensão atuante no elemento sólido é transferida para o elemento de barra, portanto para uma mesma intensidade de força a tensão

(conseqüentemente a deformação), do elemento de barra sofre um acréscimo, o que ocasiona o efeito observado nos detalhes da Figura 5.31.

Com a finalidade de mostrar que as armaduras tracionadas atingem a resistência de escoamento, são apresentadas as tensões das armaduras na Figura 5.32. Os valores de tensão apresentados na legenda ao lado estão com a unidade em  $kN/cm^2$ .

Como a relação constitutiva das barras, adotada para a simulação numérica, apresenta resistência de escoamento de  $600 MPa$ , ou seja  $60 kN/cm^2$ , fica evidente que as armaduras longitudinais tracionadas plastificaram.

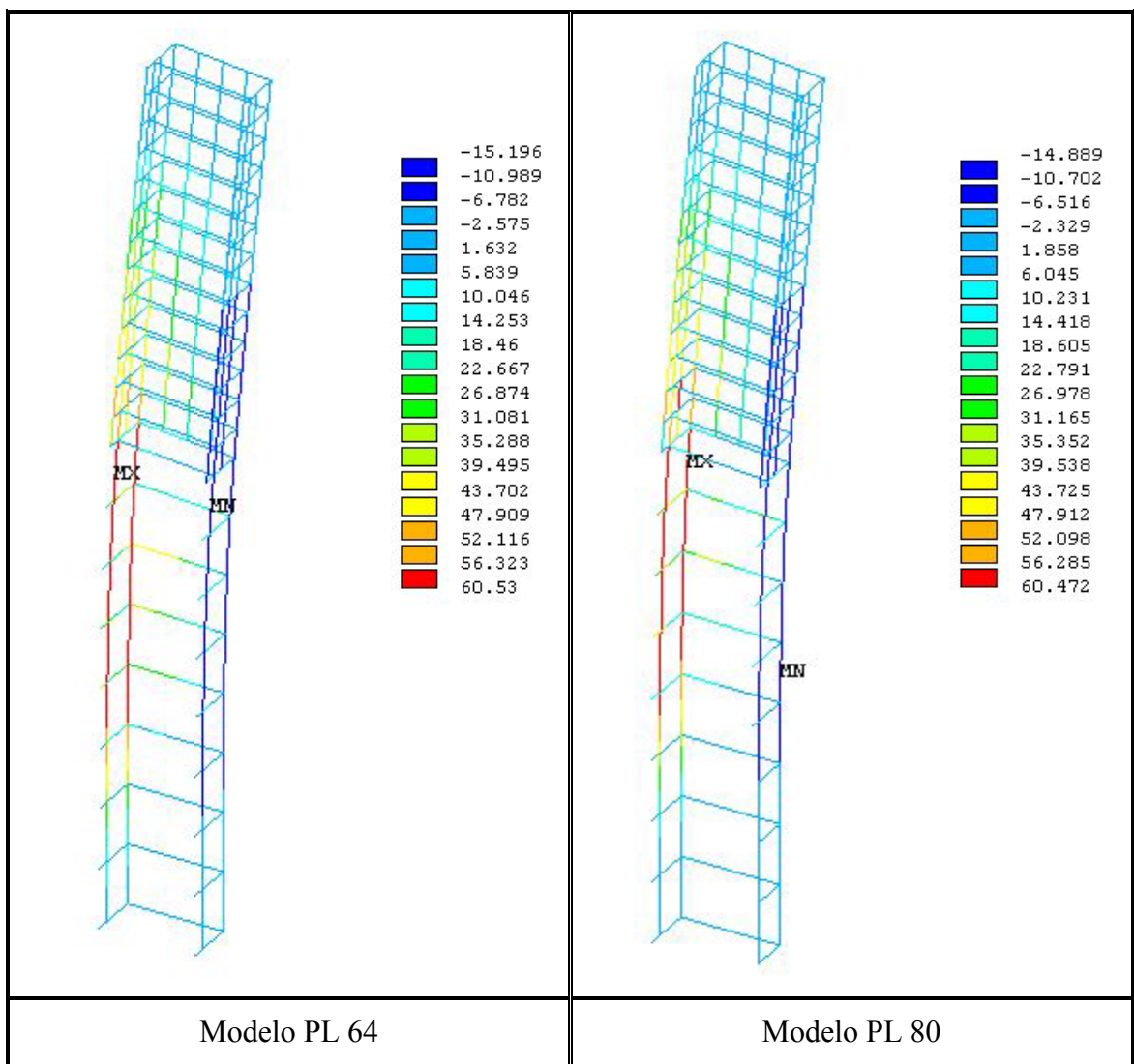


Figura 5.32 – Tensões na armadura do pilar para os dois modelos

### 5.3.3. Análise da fissuração e fluxo de tensões

Com os resultados anteriores é possível afirmar que existe uma boa correlação da resposta numérica com a resposta experimental. Por isso a fissuração e o fluxo de tensões obtidos com a simulação numérica podem ser considerados como próximos do que ocorreu com os modelos experimentais.

A principal justificativa da simulação numérica é a obtenção das situações de fissuração e do fluxo de tensões na região de embutimento, já que não foi possível obter esses valores nos modelos experimentais.

Nas Figura 5.33 e 5.34, são apresentados para o modelo PL 64 e modelo PL 80 respectivamente, o grau de fissuração para diferentes intensidades de força aplicada.

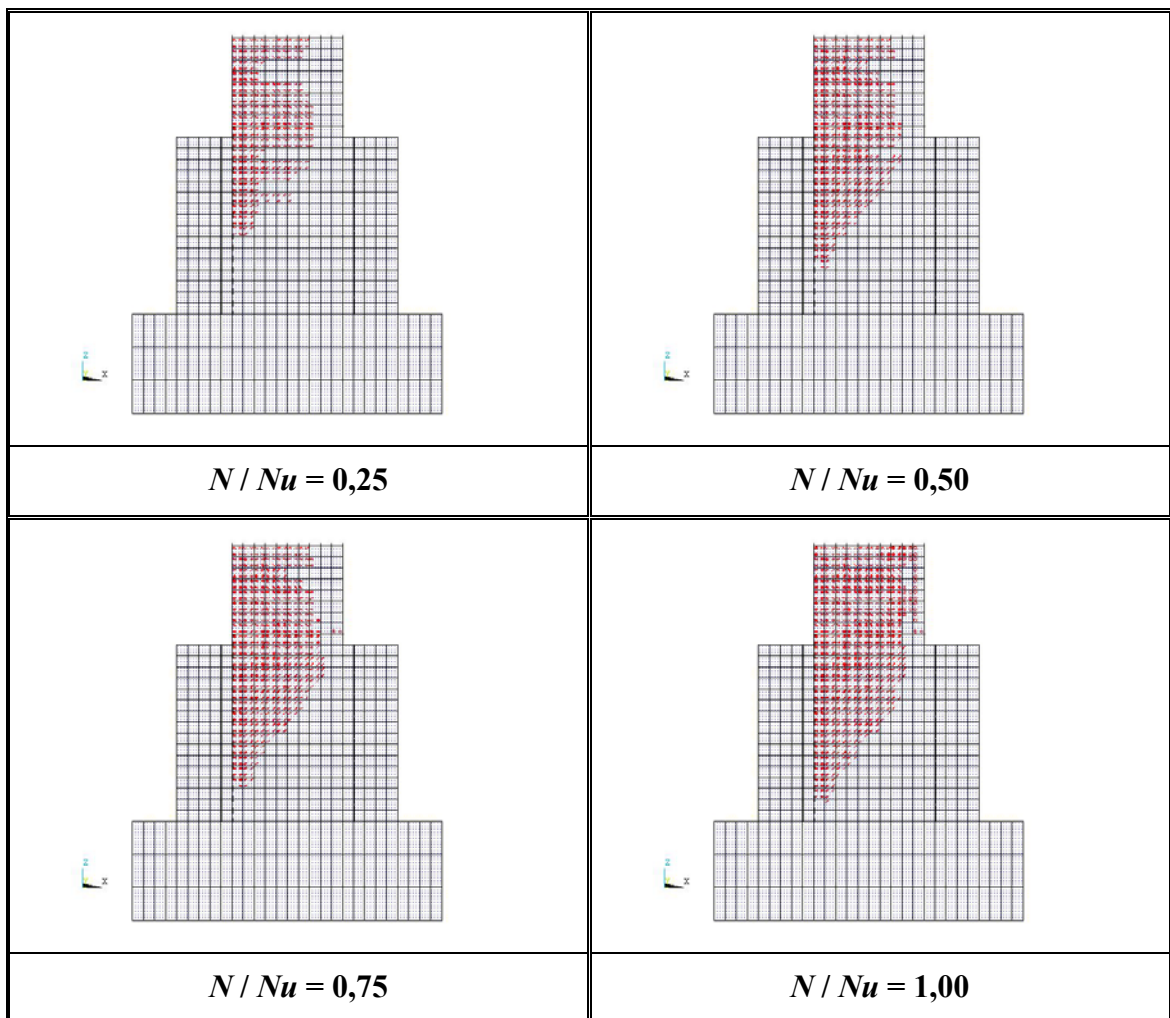


Figura 5.33 – Fissuração na base do pilar do modelo PL 64

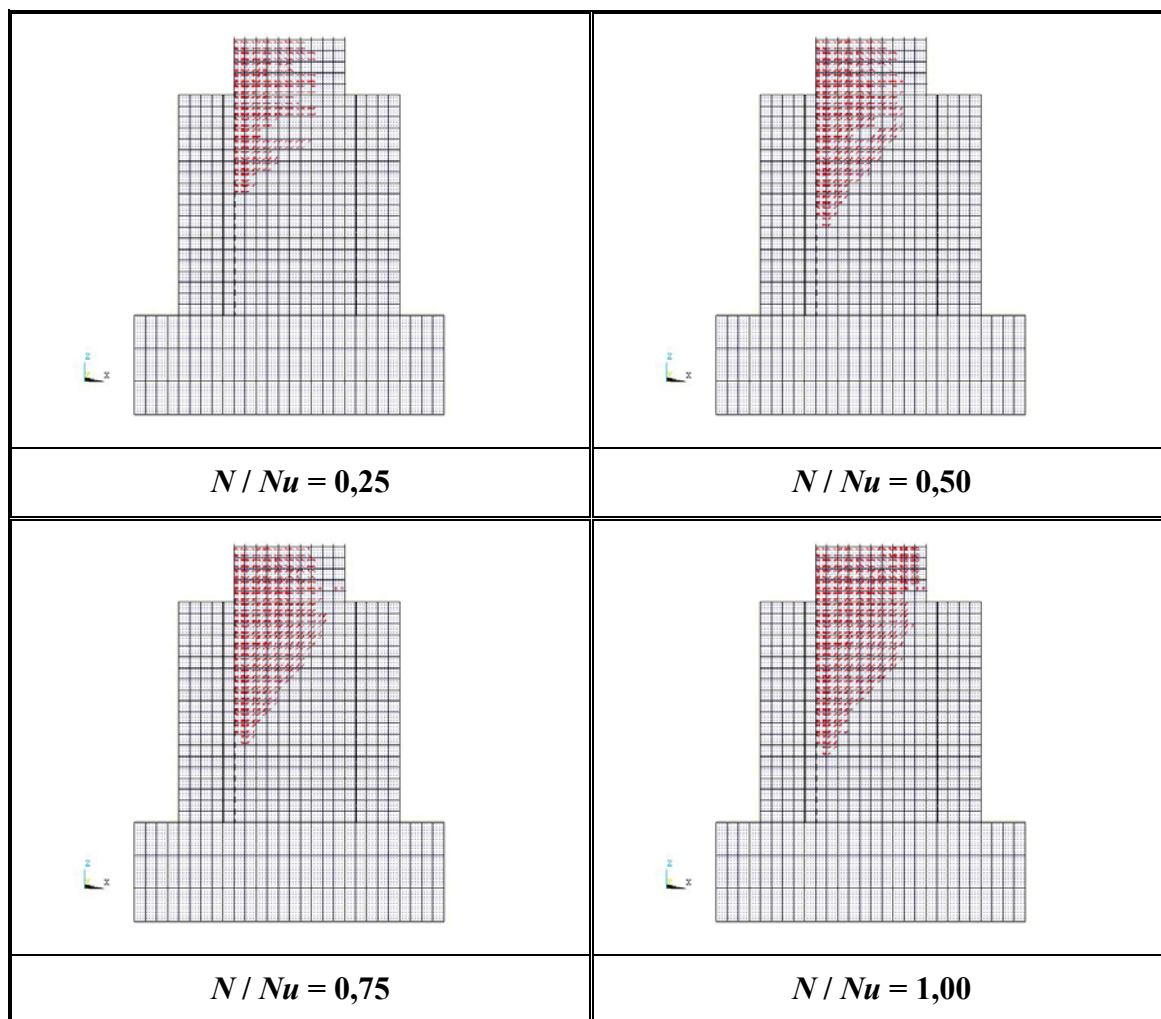


Figura 5.34 – Fissuração na base do pilar do modelo PL 80

A evolução da fissuração mostra claramente a inclinação das fissuras dentro da região de embutimento. A inclinação das fissuras é praticamente a mesma, em torno de  $45^\circ$  para os dois modelos. Por isso a fissuração chega próxima à base da fundação no modelo PL 64 que apresenta um comprimento de embutimento menor, já para o modelo PL 80 a fissuração termina um pouco mais acima.

Fora da região de embutimento a fissuração se comporta exatamente como nos modelos experimentais. De certa forma a fissuração na região de embutimento dos pilares apresenta semelhanças com a fissuração da região de apoio de vigas, onde as fissuras deixam de ser perpendiculares ao eixo longitudinal na região central da viga e passam a ser inclinadas próximo ao apoio.

Nos dois modelos a região próxima à base não apresenta fissuração, significando que existe certo confinamento ocasionado pelas tensões de compressão a que a região

está submetida. Nesta região, as tensões de tração que existem não superam a resistência à tração do concreto, ou seja, são muito pequenas.

Perpendicularmente às tensões de tração que provocam as fissuras, estão as tensões de compressão, e observando-se a fissuração percebe-se a formação de uma biela inclinada na região de embutimento, isso ficará mais evidente na análise do fluxo de tensões adiante.

Nas Figura 5.35 e 5.36 é apresentado o fluxo das tensões principais para os modelos PL 64 e PL 80 respectivamente.

Em ambos os modelos, junto ao lado comprimido do pilar é possível perceber que o fluxo de tensões prossegue na direção vertical do colarinho até a base do pilar, porém a intensidade das tensões vai diminuindo com o aumento da profundidade. Isso acontece por causa de uma distribuição das tensões na região confinada próximo à base, onde se tem uma maior área de concreto contribuindo para resistir à compressão.

Fica evidente a formação da biela inclinada atravessando o pilar, ocasionando pressões de contato no topo do cálice em um dos lados, e do outro lado pressões à meia altura do comprimento de embutimento, também nas paredes do cálice.

Logo abaixo o fluxo de tensões continua inclinado, porém com intensidade bem menor do que no fluxo superior, e não se origina na parede do colarinho como no caso anterior. O fluxo segue até a base do outro lado ocasionando tensões de contato com menor intensidade. Isso fica mais claro no modelo PL 64, pois no modelo PL 80, o fluxo de tensões logo abaixo da biela sugerida apresenta-se mais disperso.

Na região próxima a base não é possível definir claramente o fluxo de tensões, o que se pode dizer é que qualquer biela idealizada nesta região será satisfatória já que há certo grau de confinamento.

Portanto a análise do fluxo de tensões sugere a existência de uma resultante de pressão no topo do cálice em um dos lados, uma reação excêntrica na base da fundação, e pressões de contato nas paredes do cálice até a metade da altura de embutimento. Observa-se também a formação de uma biela inclinada, lembrando muito o fluxo de tensões com forças próximas aos apoios de vigas.

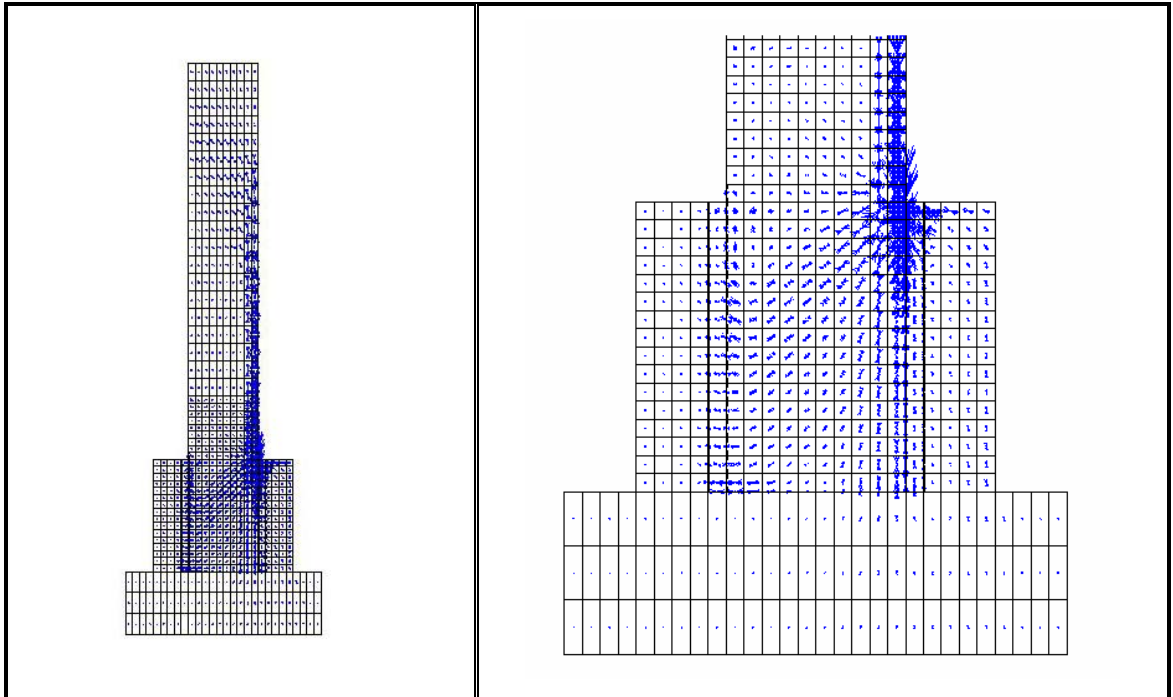


Figura 5.35 – Fluxo das tensões principais para pilar do modelo PL 64

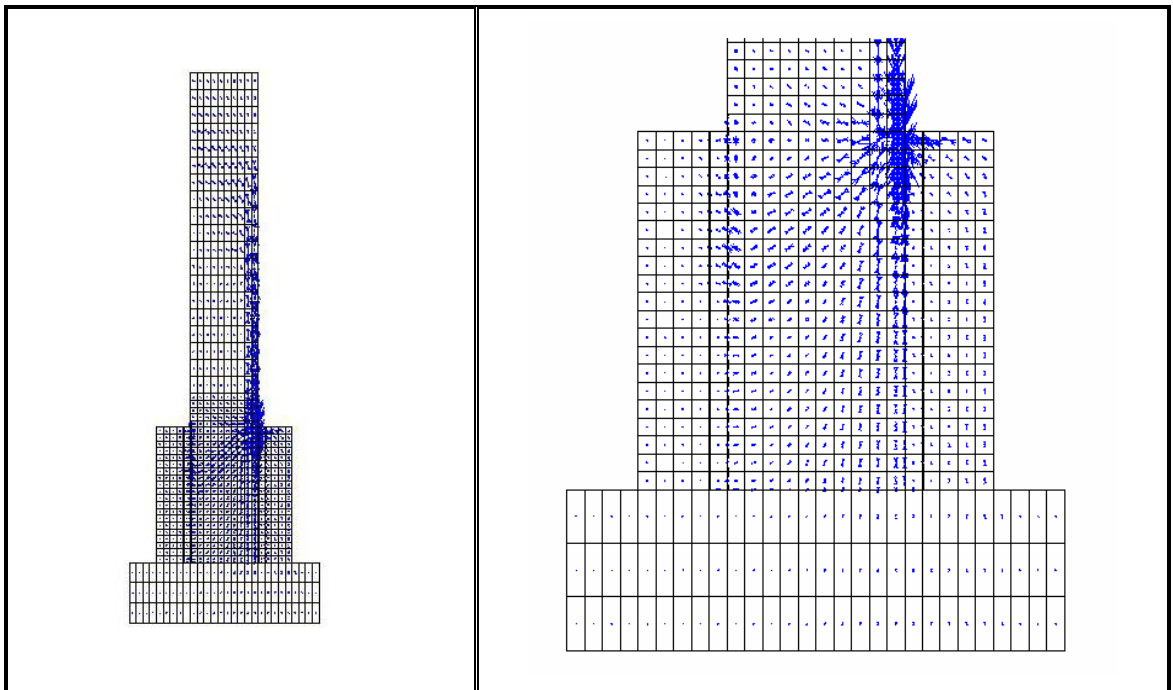


Figura 5.36 – Fluxo das tensões principais para pilar do modelo PL 80



Percebe-se por meio do fluxo de tensões que o comprimento de embutimento pode ser reduzido. Aparentemente esta redução pode ser feita até que o fluxo de tensões inclinado a aproximadamente  $45^\circ$ , se aproxime mais da base da fundação, como acontece no modelo PL 64, onde a biela inclinada é mais próxima da base do que no modelo PL 80. Obviamente esta redução só seria possível caso fosse garantida uma ancoragem adequada para a armadura longitudinal tracionada.

#### 5.4. Modelo de comportamento proposto

Após a análise dos resultados dos modelos experimentais e numéricos, é proposto um modelo de bielas e tirantes que represente o comportamento da base de pilares pré-moldados na ligação com cálice de fundação. A seguir na Figura 5.37 é apresentada a configuração das pressões de contato na base dos pilares.

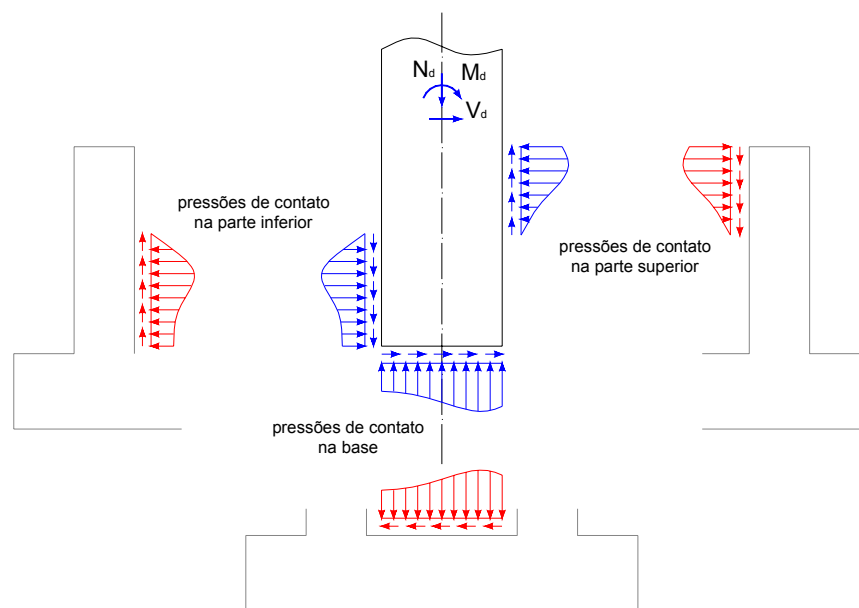


Figura 5.37 – Configuração das pressões de contato

Diante desta configuração e pela avaliação da armadura transversal, bem como do fluxo de tensões é proposto o modelo de bielas e tirantes apresentado na Figura 5.38.

Os valores de  $R_t$ ,  $R_v$  e  $R_c$  são obtidos com a teoria de flexo compressão utilizada no cálculo pilares, e são dadas pelas expressões (5.2), (5.3) e (5.4).

$$R_t = R_{std} \quad (5.2)$$

$$R_v = \frac{1}{\cos \theta} V_d \quad (5.3)$$

$$R_c = N_d + R_{std} - V_d \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (5.4)$$

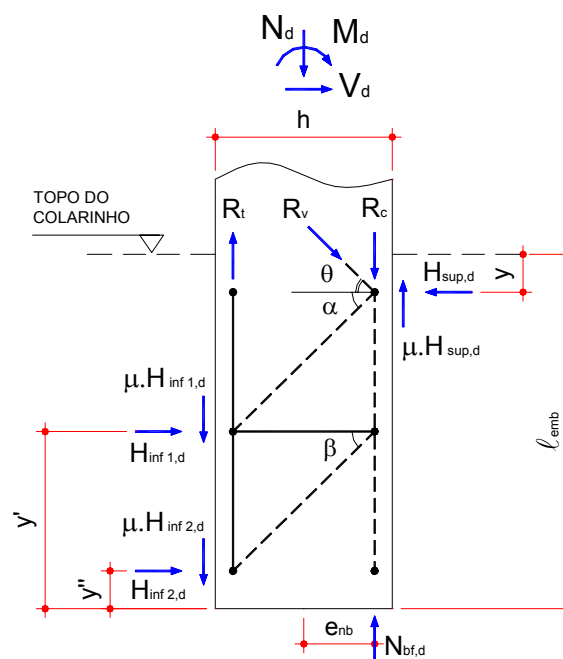


Figura 5.38 – Modelo de bielas e tirantes proposto

O problema é estaticamente indeterminado já que temos três equações de equilíbrio e quatro incógnitas  $H_{sup,d}$ ,  $H_{inf 1,d}$ ,  $H_{inf 2,d}$  e  $N_{bf,d}$ , a serem calculadas.

O equilíbrio das forças horizontais e verticais fornece as seguintes equações:

$$H_{inf 1,d} + H_{inf 2,d} = H_{sup,d} - V_d \quad (5.5)$$

$$N_{bf,d} = N_d - \mu V_d \quad (5.6)$$

Para a solução do problema tem-se que impor os valores de  $H_{inf\ 1,d}$ , e  $H_{inf\ 2,d}$  como porcentagens da força  $H_{sup,d}$  subtraída da força cortante  $V_d$ , sendo expressos pelas equações (5.7) e (5.8):

$$H_{inf\ 1,d} = (1-\eta).(H_{sup,d} - V_d) \quad (5.7)$$

$$H_{inf\ 2,d} = \eta.(H_{sup,d} - V_d) \quad (5.8)$$

Sendo  $\eta$  o coeficiente ponderador das forças  $H_{inf\ 1,d}$  e  $H_{inf\ 2,d}$ , representando uma porcentagem do valor de  $H_{sup,d}$ . O valor de  $\eta$  é função do coeficiente de atrito, sendo dado pela expressão (5.9):

$$\eta = 0,42.e^{-1,64.\mu} \quad (5.9)$$

A expressão anterior foi obtida representando-se o modelo proposto por uma treliça hiperestática, em que a posição das forças  $H_{inf\ 1,d}$ ,  $H_{inf\ 2,d}$ ,  $H_{sup,d}$  e  $N_{bf,d}$  no modelo são os apoios desta treliça. Foram aplicadas na treliça as forças  $R_t$ ,  $R_c$  e  $R_v$  obtidas com o valor da força última de ensaio. Variou-se a inclinação dos apoios (com o objetivo de representar o atrito) e construiu-se a curva “ $\mu \times \eta$ ”, em que  $\eta$  é igual à  $H_{inf\ 1,d} / (H_{sup,d} - V_d)$ , da qual obteve-se a correlação dada pela expressão (5.9).

Para os valores de  $\mu=0$ ,  $\mu=0,30$ ,  $\mu=0,60$  os respectivos valores do coeficiente ponderador são  $\eta=0,42$ ,  $\eta=0,21$  e  $\eta=0,16$ .

Fazendo-se o equilíbrio dos nós, obtêm-se o valor de  $H_{sup,d}$ , sendo dado pela equação (5.10):

$$H_{sup,d} = \frac{R_{std} + V_d.(1 + \mu + \eta.tg\beta)}{tg\alpha + \mu + \eta.tg\beta} \quad (5.10)$$

Os valores de  $tg\ \alpha$  e  $tg\ \beta$  da equação anterior são calculados com as expressões (5.11) e (5.12).

$$tg\alpha = \frac{l_{emb} - y - y'}{d - 0,5.h + e_{nb}} \quad (5.11)$$

$$tg\beta = \frac{y' - y''}{d - 0,5.h + e_{nb}} \quad (5.12)$$

Sendo  $h$  a maior dimensão da seção transversal do pilar e  $d$  a distância do centro de gravidade da armadura tracionada à borda mais comprimida da seção transversal, também denominada de altura útil.

Os valores das forças internas do modelo  $F_1, F_2, F_3, F_4$  e  $F_5$ , são apresentados na Figura 5.39.

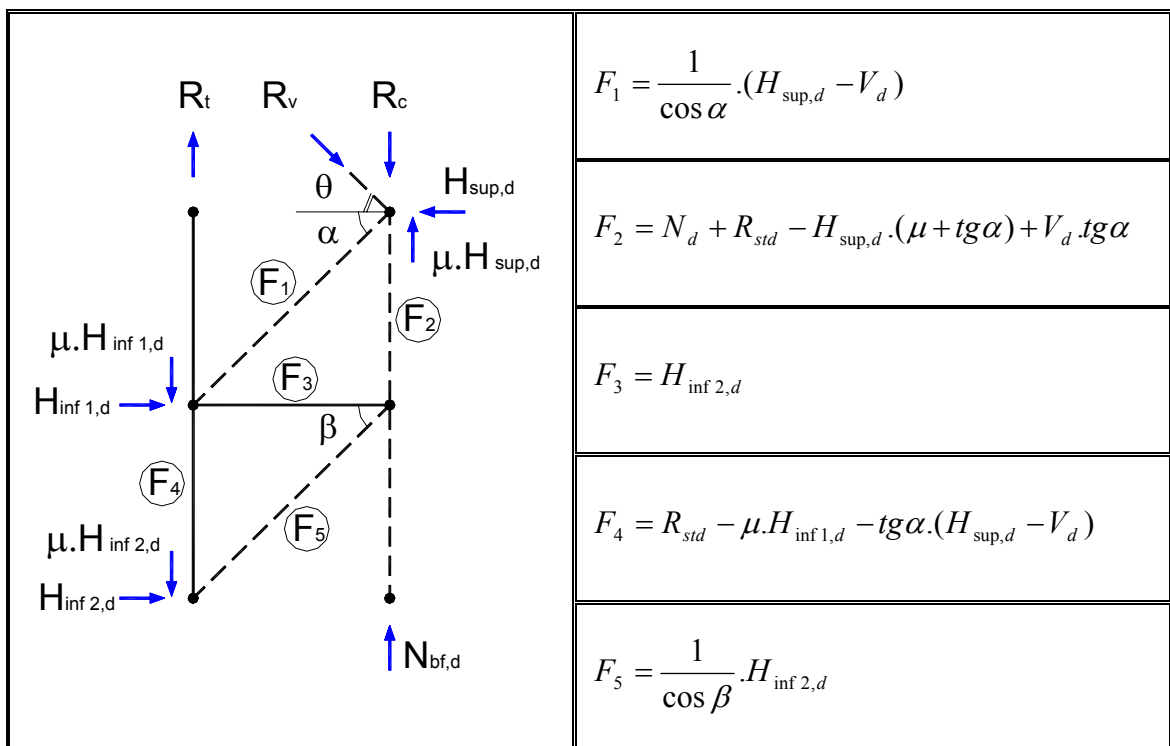


Figura 5.39 – Forças internas do modelo

Para  $e_{nb}, y, y'$  e  $y''$  devem ser adotados valores que satisfaçam à condição em que o ângulo formado entre os eixos das bielas diagonais e os banzos pode ser escolhido livremente no intervalo de 18,4° e 45°, conforme o critério de dimensionamento do código modelo CEB-FIP (1990) *apud* SILVA, R.C. & GIONGO, J. S. (2000). Cabe lembrar que a NBR 6118:2003 limita esse intervalo entre 30° e 45° quando se utiliza o modelo II de cálculo.

Nas equações (5.13) a (5.16) são apresentadas sugestões para os valores de  $e_{nb}$ ,  $y$ ,  $y'$  e  $y''$ .

$$y = \frac{l_{emb}}{6} \quad (5.13)$$

$$y' = \frac{5}{6} l_{emb} - (0,4.h + e_{nb}) \quad (5.14)$$

$$y'' = \frac{l_{emb}}{10} \quad (5.15)$$

$$e_{nb} = 0,5.h - \frac{0,8.x}{2} \quad (5.16)$$

Sendo  $h$  a altura da seção transversal do pilar e  $x$  o valor da posição da linha neutra em relação a borda comprimida.

Para o modelo adotado, utilizando-se  $\mu=0,60$ , a força na armadura horizontal  $F_3$  apresenta valores próximos, porém ligeiramente maiores que os resultados experimentais. Isso mostra que o modelo está coerente e a favor da segurança.

Cabe lembrar que este modelo só é válido nos casos de grande excentricidade, em que têm-se uma seção parcialmente comprimida, e para comprimentos de embutimento que estejam entre  $1,6.h$  e  $2.h$  (valores utilizados na investigação experimental).

Os valores da força  $F_3$  obtidos com o modelo teórico proposto foram comparados com os resultados experimentais, sendo apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Comparação dos valores da força no tirante entre o modelo proposto e a resposta experimental

Modelo	Resultado Experimental (kN)	Modelo teórico proposto (kN)		
		$\mu=0$	$\mu=0,3$	$\mu=0,6$
PL 64	37	267	135	69
PL 80	41	236	127	67

## Capítulo 6

### Considerações finais e conclusões

---

#### 6.1. Conclusões

De posse dos resultados experimentais e numéricos obtidos neste trabalho, e após uma avaliação crítica dos mesmos, podem ser expressas algumas conclusões.

A base do pilares na ligação com cálice de fundação apresenta segurança, já que a ruína dos modelos ocorreu fora da região de embutimento, por escoamento da armadura longitudinal tracionada.

O comprimento de embutimento influencia na rigidez dos modelos, já que para o modelo PL 80 as tensões nas armaduras e os deslocamentos obtidos foram ligeiramente menores que os valores do modelo PL 64.

A plastificação da armadura longitudinal é observada aproximadamente a uma altura de  $\ell_{emb}/2$ , sugerindo que a transferência de tensões da armadura para o concreto ocorra deste ponto para baixo. Essa conclusão fica respaldada pela simulação numérica, onde é possível observar o encontro do fluxo de tensões no concreto aliviando as tensões transferidas pela armadura.

Portanto a recomendação de LEONHARDT & MÖNNIG (1977) de que a ancoragem deve ser iniciada a  $\ell_{emb}/2$  se torna válida, portanto o comprimento de ancoragem disponível é muito pequeno para que se possa realizar uma ancoragem reta das armaduras longitudinais.

Apesar de não ficar evidente nos resultados experimentais o escorregamento da armadura longitudinal tracionada, deve ser realizada uma ancoragem adequada dessas armaduras, por meio de dobra ou barra transversal soldada. Isso porque o comprimento

de ancoragem reta calculado pela NBR 6118:2003 é maior que o disponível para os dois modelos, considerando-se as recomendações anteriores.

A armadura transversal não apresentou grandes solicitações mesmo estando com a taxa mínima de armadura exigida por norma. Isso mostra que o dimensionamento da armadura transversal utilizando-se a teoria de cálculo de viga como sugerido pelo FIB PLANCHERS OSSATURE & CERIB (2001) conduz a uma taxa de armadura muito superior a necessária para a base dos pilares neste tipo de ligação.

Uma análise do fluxo de tensões mostra que, aparentemente, o comprimento de embutimento dos pilares pode ser reduzido, desde que se faça uma ancoragem adequada da armadura longitudinal, sem que essa redução afete a capacidade resistente da base dos pilares neste tipo de ligação.

## **6.2. Sugestões para futuras pesquisas**

Apesar de a pesquisa apresentar um avanço nesta área, existe a necessidade de se analisar um maior número de amostras, fazendo-se algumas variações nos modelos. Por isso são feitas algumas sugestões para futuras pesquisas:

- Realizar mais investigações experimentais com o objetivo de aumentar o banco de dados disponível, explorando modelos que apresentem força cortante e outros valores de excentricidade.
- Aprimorar a modelagem numérica, definindo superfícies de contato entre a armadura longitudinal e o concreto, para se fazer uma melhor avaliação da ancoragem.
- Propor um modelo de dimensionamento ou comportamento mais abrangente da base de pilares na região de embutimento, refinando o modelo apresentado.

## **Referências Bibliográficas**

---

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2004). *NBR 6118:2003 – Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1985). *NBR 9062:1985 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro, ABNT.

CANHA, R. M. F. (2004). *Estudo teórico-experimental da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado*. 263p. Tese (Doutorado). São Carlos, EESC-USP.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1990). CEB-FIP model code 1990: first draft, Addendum. *Bulletim D'Information*, n.198, Sep.

EL DEBS, M. K. (2000). *Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações*. 2.ed. São Carlos, EESC-USP.

ELLIOTT, K.S. (1996). *Multi-storey precast concrete framed structures*. Oxford, Blackwell Science.

FÉDÉRATION DE L'INDUSTRIE DU BÉTON PLANCHERS OSSATURE; CENTRE D'ÉTUDES ET DE RECHERCHES DE L'INDUSTRIE DU BÉTON. (2001). *Recommandations professionnelles pour les assemblages entre éléments d'ossature*. CERIB.

FUSCO, P. B. (1995). *Técnica de armar estruturas de concreto*. 1.ed. São Paulo, Pini.

JAGUARIBE JR., K. B. (2005). *Ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado com profundidade de embutimento reduzida*. 165p. Dissertação (Mestrado). São Carlos, EESC-USP.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1977). *Construções de concreto: Princípios básicos sobre armação de estruturas de concreto armado*. 1.ed. Rio de Janeiro, Interciência. v.3.



LÚCIO, V.J.G.; SILVA, A.M.S. (2000). *Design and detailing of footings for precast concrete structures*. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PREFABRICATION: KNOWLEDGE, TECHNOLOGY AND THE FUTURE, 2., Helsinki, Finland, 2000. *Proceedings*. Helsinki, Concrete Association of Finland. p.294-99.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). *Concreto:estrutura, propriedade e materiais*. São Paulo, Pini.

OLIN, J.; HAKKARAINEN, T.; RÄMÄ, M. (1985). *Connections and Joints between precast concrete units*. Espoo, Julkaisija-Utgivare.

OSANAI, Y.; WATANABE, F.; OKAMOTO, S. (1996). *Stress transfer mechanism of socket base connections with precast concrete columns*. ACI Structural Journal, v.93, n.3, p.266-276, May/June.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (1988). *Design and typical details of connections for precast and prestressed concrete*. 2.ed. Chicago, PCI.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE (1992). *PCI design handbook: Precast and prestressed concrete*. 4.ed. Chicago, PCI.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. (1991). *Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models*. The Structural Engineer, v.69, n.6, p.113-125, March.

SILVA, A. M. S. (1998). *Ligações entre elementos pré-fabricados de betão* Dissertação de Mestrado. Lisboa, Universidade Técnica de Lisboa – Instituto Superior Técnico.

SILVA, R.C.; GIONGO, J. S. (2000). *Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado*. 1.ed. São Carlos, EESC-USP.

VASCONCELOS, A.C. (1979). *Projeto e execução de estruturas contendo elementos pré-fabricados de concreto*. São Paulo, FDTE/EPUSP/IPT.