# Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio

Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas a Pequeno Ângulo de Incidência

# **TESE DE DOUTORADO**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

# **Livros Grátis**

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.



## Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio

# Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas a Pequeno Ângulo de Incidência

#### Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Angela Ourivio Nieckele



## Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio

# Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas a Pequeno Ângulo de Incidência

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

#### Angela Ourivio Nieckele

Orientador

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

#### Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia - UFU

#### Jorge Hugo Silvestrini

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS

#### José Diniz Mesquita Abrunhosa

Instituto Militar de Engenharia - IME

#### Luis Fernando Alzuguir Azevedo

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC/Rio

#### Luis Fernando Figueira da Silva

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC/Rio

#### Marcos Sebastiao de Paula Gomes

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC/Rio

#### José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de Setembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio

Graduou—se em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC (Rio de Janeiro, Brasil) em 1995. Concluiu o Mestrado na PUC (Rio de Janeiro, Brasil) em 2000 na área de Eletromagnetismo Aplicado estudando o espalhamento de ondas eletromagnéticas por corpos metálicos

Ficha Catalográfica

#### Sampaio, Luiz Eduardo Bittencourt

Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas a Pequeno Ângulo de Incidência/ Luiz Eduardo Bittencourt Sampaio ; orientador: Angela Ourivio Nieckele. — Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, 2006.

206 f.; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

 Engenharia mecânica – Teses. 2. Simulações de Grandes Escalas. 3. Placas finas I. Nieckele, Angela.
 II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
 Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

## **Agradecimentos**

A minha família que, ao longo desta caminhada, esteve todo o tempo a meu lado, incentivando-me e encorajando-me nos momentos mais difíceis.

A minha avó Edith pelo constante suporte, e pelas primeiras e providenciais aulas de inglês.

A meu avô Oswaldo, por ter propiciado uma infância inesquecivel, e por ter me contagiado com o vírus da aerodinâmica, que só se manifestou tardiamente.

A minha avó Cecília pelo constante carinho, paciência, dedicação, e pelas tentativas frustradas de organizar meu escritório.

A meu avô Fernando, que me transmitiu grande interesse pela ciência, especialmente a Física e a Astronomia.

A meus pais, pelos trinta e quatro anos de ensinamentos, e por terem me incentivado com hobbies e brincadeiras que despertassem o interesse científico.

A meu irmão Claudio, pelo apoio desde o início do Doutorado, que nos trouxe Denise – agora afilhados, que contagiam com sua alegria de viver.

A meus tios, tias, e primos, e em especial a meu tio Paulo Henrique, que sempre me incentivou a seguir o programa de Doutorado e a carreira Acadêmica.

A meus sogros, cunhadas e cunhados por todo o apoio, churrascos, buracos, e momentos descontraídos.

A meus queridos e impacientes sobrinhos, que sempre me perguntavam quando isso tudo iria acabar.

A minha querida madrinha, por ter corajosamente se voluntariado, me escolhendo como afilhado, junto a qual não existe ambiente triste, nem mesmo num hospital.

A meu tio Osvaldo, pelas conversas animadas e pelas primeiras explicações das leis de Newton, numa viagem de 6 horas entre São José dos Campos e São Pedro da Aldeia.

A Colin, amigo inesquecível.

A minha prima-irmã Paulinha, pela alegria constante, e sem a qual teriam faltados os capítulos 7 e 8.

A minha orientadora-mãe, Angela, pelos constantes ensinamentos, suporte e orientação.

A meus orientadores de Mestrado, Luiz Costa, e Iniciação Científica, Bergmann, pelos ensinamentos passados.

A todos os professores que um dia me ensinaram alguma coisa.

A toda a equipe do Departamento de Engenharia Mecânica, pela paciência durante todos esses anos.

A meu amigo Júlio, pela indispensável ajuda na especificação, montagem e instalação do Cluster.

Aos amigos do café das 4, pelas conversas agradáveis, normalmente interrompidas por comentários inoportunos do tipo "agora eu tenho que voltar ao trabalho para escrever a tese".

Ao grande amigo e professor Luis Gusmão, pelos relevantes comentários a respeito da utilização prática deste trabalho, e pelas oportunidades de "testes de campo".

À equipe da Universidade de Stanford, nos nomes de Margot Gerritsen, Steve Collie, e Gianluca Iaccarino, pela oportunidade única concedida, pelo apoio e orientação, e pela disponibilização de recursos computacionais.

Ao Prof. Neyval, da UFES, por ter gentilmente cedido recursos computacionais para a realização de simulações numéricas.

Aos novos amigos que fizemos durante o Doutorado Sanduiche no exterior, pelo imenso carinho e apoio nos processos de adaptação e também de "desadaptação".

Ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro.

A todos aqueles com os quais convivi, ainda que de forma breve ou superficial, os quais, desconhecendo a influência de uma pequena alteração da condição inicial na evolução do escoamento, subestimam suas contribuições para o presente trabalho.

E em especial, a minha esposa, Lili, pela serenidade, compreensão, carinho e suporte nas horas mais difíceis, e por ter me proporcionado esses 7 anos inesquecíveis.

Dedico esta tese à minha esposa Lili, e à memória de meu tio Paulo Henrique.

## Resumo

Sampaio, Luiz Eduardo Bittencourt; Nieckele, Angela. Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas a Pequeno Ângulo de Incidência. Rio de Janeiro, 2006. 206p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Escoamentos aerodinâmicos externos sobre membranas e aerofólios finos representam um enorme desafio para simulações numéricas, tendo em vista os diversos e complexos regimes de escoamento presentes, que incluem separação da camada limite, transição da camada de mistura para regime turbulento, recolamento, relaminarização da camada limite, e formação de bolhas de recirculação primárias e secundárias. Uma maior compreensão sobre estas estruturas é obtida através da simulação numérica de grandes escalas (LES) do escoamento sobre placas planas e finas, com ângulos de incidência entre um e três graus e número de Reynolds superior a 10<sup>5</sup>. A necessidade do emprego de malhas não uniformes, geralmente imposta por escoamentos externos, provoca instabilidades numéricas em esquemas não dissipativos, sendo duas possíveis soluções apresentadas nesse trabalho. A primeira delas é baseada num modelo sub-malha tradicional, onde a estabilidade numérica é alcançada através de um esquema numérico misto, no qual o esquema de diferenças centrais é empregado em regiões com intensas atividades turbulentas, enquanto que um esquema dissipativo é empregado nas regiões onde a malha sofre grandes variações espaciais e a atividade turbulenta é desprezível. Uma segunda solução baseia-se num termo de forçamento idealizado para atenuar apenas as menores escalas. Quando comparadas a estudos prévios utilizando médias de Reynolds (RANS), ambas as alternativas se mostraram adequadas, disponibilizando resultados bem mais precisos para perfis de velocidade, flutuações turbulentas e pressões médias. Em particular, o comprimento da bolha de recirculação foi previsto com menos de 5% de discrepância em relação a dados experimentais, contrastando com valores maiores que 20%, obtidos com o modelo RANS  $\kappa - \omega$ .

### Palavras-chave

LES, Bolha de Separação, Placas Finas, Pequeno Ângulo de Incidência, Turbulência.

## **Abstract**

Sampaio, Luiz Eduardo Bittencourt; Nieckele, Angela. Large Eddy Simulations of the Thin Plate Separation Bubble at Shallow Incidence. Rio de Janeiro, 2006. 206p. PhD. Thesis — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Aerodynamic flows around thin airfoils and membranes are very challenging to simulate accurately because of complex flow structures, including geometry-induced separation of the boundary layer, shear layer transition to turbulent behavior, reattachment, relaminarization of the boundary layer, and formation of primary and secondary recirculation bubbles. A physical insight on these structures can be obtained through the numerical Large Eddy Simulation (LES) of the flow around a simpler geometry, the thin flat plate, at shallow incidences of one and three degrees and Reynolds number above 10<sup>5</sup>, which is the focus of this investigation. In order to avoid the numerical instabilities associated with the mesh spreading generally required by such external flow, two solutions have been developed and tested. The first one consists of the traditional sub-grid model used along with a mixed numerical scheme, in which a stable but dissipative part is active only in turbulence-free zones where mesh is highly non-regular, while an unstable but non-dissipative scheme is employed in turbulence-crytical zones, where the mesh is as regular as possible. The second solution, developed and validated in the current investigation, is based on a damping force, aimed to eliminate the smaller scales while preserving as much as possible all other structures. Compared to previous investigations using Reynolds Average (RANS) equations, both solutions provided more accurate and detailed information about the flow, including velocity, pressure and turbulent fluctuations mean profiles, allowing a deeper physical understanding. In particular, the main bubble reattachement length was predicted within 5% of the experimental data, while  $\kappa - \omega$  RANS results were found to disagree in more than 20%.

# Keywords

LES, Thin Plate, Separation Bubble, Shallow Incidence, Turbulence

# Nomenclatura

AOA	Ângulo de Ataque
BD	Esquema de discretização temporal por diferenças retrógradas
CD	Esquema de discretização espacial por diferenças centradas
DES	Simulação de turbilhões destacados
DNS	Simulação Numérica Direta
FGR	Razão filtro-malha
HIT	Turbulência Homogênea e Isotrópica
MVF	Método dos Volumes Finitos
MEF	Método dos Elementos Finitos
MDF	Método das Diferenças Finitas
f - LES	Modelo de forçamento sub-malha proposto
GPA	Gradiente de Pressão Adverso
LES	Simulações de Grandes Escalas
LDV	Velocimetria a Laser com efeito Doppler
MILES	LES com Integração Monotônica
N-S	Equações de Navier-Stokes
PISO	Método de solução do acoplamento velocidade-pressão
QUICK	Esquema de discretização espacial de segunda ordem
RANS	Abordagem numérica da Turbulência, baseada em média de Reynolds
SGS	Escalas sub-malha
SGSM	Modelo para escalas sub-malha
URANS	RANS transiente
UW	Esquema de discretização espacial <i>Upwind</i>

# Lista de Smbolos

$\overline{(\ )}$	Média geral
()	Média temporal
()	Filtragem teste, ou de segundo nível
~	Variáveis Calculadas das equações de camada limite fina
A	Centróide do volume de controle principal, dono de uma face
$\mathbf{Af}$	Vetor normal à face, de magnitude igual à área da mesma
B	Centróide do volume de controle secundário, vizinho de uma face
c	Corda, ou comprimento, da placa plana
$c_P$	Coeficiente de pressão
$C_d$	Constante avaliada dinamicamente por Germano
$C_k$	Constante do modelo sub-malha de uma equação
Co	Número de Courant
$C_s$	Constante de Smagorinsky
[C]	Matriz Convecção
$d_S$	Comprimento da bolha secundária
[D]	Matriz Difusão
E	Energia
$\mathbf{f}$	Forçamento sub-malha proposto
$\mathbf{f_b}$	Força de corpo
$\mathbf{f_b}(\mathbf{k},t)$	Força de corpo que atua em grandes escalas em HIT
[F]	Matriz Fonte
[I]	Matriz identidade
Ι	Tensor identidade
k	Número de onda
$\mathbf{k}$	Vetor número de onda
$k_{SGS}$	Energia cinética sub-malha
$k_{INF}$	Limite inferior para o número de onda
$k_{SUP}$	Limite superior para o número de onda
$\hat{l}$	Escala de comprimento
L	Envergadura da placa, ou tamanho do domínio periódico
$L_{ij}$	Tensor sub-filtro calculado a partir de campos resolvidos
$\dot{m}_{cf}$	Fluxo de massa cruzando a face f

 $V_{ci}$ 

Volume de Controle de índice i

$N, N_V$	Número de Volumes de Controle
$N_i$	Número de faces do i-ésimo Volume de Controle
$N_A$	Número de faces do i-ésimo Volume de Controle das quais este é o dono
$N_B$	Número de faces do i-ésimo Volume de Controle das quais este é vizinho
p	Pressão modificada
$p_T$	Pressão termodinâmica
$P_R$	Pressão no ponto de Recolamento
$P_S$	Pressão no ponto de Separação
$\bar{P}_m$	Pressão no primeiro ponto nodal da malha
$\mathbf{P}(\mathbf{k})$	Operador projetor que retorna um campo solenoidal
Q	Segundo invariante do gradiente da velocidade
r	Razão entre larguras de filtro no modelo dinâmico
$R_{ij}$	Média temporal das flutuações de segunda ordem
Re	Número de Reynolds
$Re_{\infty}$	Número de Reynolds baseado em $U_{\infty}$
$Re_s$	Número de Reynolds baseado em $\delta_s^*$
S(f)	Espectro temporal de energia
$\overline{S}_{ij}$	Parte simétrica do gradiente da velocidade resolvida
$S_c$	Termo fonte constante
$S_p$	Coeficiente angular do termo fonte
t	Instante de tempo
$\hat{t}$	Escala de tempo
T	Temperatura
$T_{ij}$	Tensor sub-malha de segundo nível de filtragem
$T_L$	Escala de descorrelação temporal do processo de Uhlenbeck–Ornstein
$\hat{u}$	Escala de velocidade
$\bar{u}$	componente da velocidade resolvida na direção x
$u_{\tau}$	velocidade de fricção
$\mathbf{u}$	Vetor velocidade
$u'_i$	Flutuações da componente i da velocidade em torno da média temporal
$U_{\infty}$	Magnitude da velocidade na corrente livre
$U_s$	Magnitude da Velocidade externa, próxima ao ponto de separação

$ar{w}$	componente de velocidade resolvida na direção z
$\mathbf{w}(\mathbf{k},t)$	Processo de difusão estocástico de Uhlenbeck–Ornstein
$\mathbf{x}$	Posição em coordenadas cartesianas
$x_R$	Distância de recolamento
$y^+$	Distância adimensional para a parede
$Y_m$	Distância do primeiro ponto nodal da malha à parede
$\alpha_f$	Parâmetro do modelo de forçamento proposto
$eta_f$	Parâmetro do modelo de forçamento proposto
Γ	Coeficiente de difusão de $\phi$
$\delta_s^*$	Deslocamento da camada limite no ponto de separação
$\Delta$	Largura da malha, ou parâmetro de filtragem espacial
$\overline{\Delta}$	Escala de comprimento utilizada na modelagem sub-malha
$\Delta \mathbf{k}$	Resolução do vetor número de onda
$\Delta f$	Resolução de frequência
$\Delta t$	Passo de tempo
$\Delta x$	Espaçamento de malha na direção x
$\Delta y$	Espaçamento de malha na direção y
$\Delta z$	Espaçamento de malha na direção z
$\varepsilon$	Taxa de dissipação
$\epsilon_{\mathbf{com}}$	Erro de comutatividade
$\epsilon_{f \Pi}$	Erro de comutação do produto ou tensor sub-malha
$\epsilon_{ abla}$	Diferença entre duas maneiras de se calcular gradiente
$\eta$	Comprimento característico de Kolmogorov
Θ	Parâmetro da filtragem temporal
$\Theta(\mathbf{k})$	Filtro de frequências
$\kappa$	Constante de von Karman
$\lambda$	Comprimento de onda
$\mu$	Viscosidade laminar dinâmica
$\nu$	Viscosidade laminar cinemática
$ u_t$	Viscosidade cinemática turbulenta
$ u_{SGS}$	Viscosidade cinemática sub-malha
$ u_{eff}$	Viscosidade efetiva, soma das viscosidade cinemática laminar e sub-malha
ho	Densidade do Fluido
$ ho_{u_x}$	Coeficiente de correlação de $u_x$

- $\sigma$  Coeficiente de Recuperação de Pressão; Desvio padrão
- $\sigma_{u_x}$  Desvio padrão de  $u_x$
- au Tensor de Reynolds
- $au_{SGS}$  Tensor das escalas sub-malha
- $\tau_w$  Tensão cisalhante na parede
- $\tau_{w,ij}$  Componente i,j da tensão cisalhante na parede
- $\phi$  Campo escalar genérico
- $\overline{\Omega}_{ij}$  Parte anti-simétrica do gradiente de velocidade resolvido

## **Subescritos**

- A Valores armazenados ou interpolados para o centróide A
- B Valores armazenados ou interpolados para o centróide B
- Exp Valores obtidos experimentalmente
- f Valores armazenados nas faces ou interpolados para as mesmas
- m Primeiro ponto nodal da malha
- R Ponto de Recolamento
- S Ponto de Separação
- w parede

# **Superescritos**

- n+1 Próximo instante de tempo, para o qual se busca a solução
- n Instante de tempo mais atual
- n-1 Instante de tempo passado

# Conteúdo

1 Introdução	16
1.1 Objetivos e Definição do Escopo do Trabalho	24
1.2 Organização do Trabalho	26
2 Revisão da Literatura	28
2.1 Física do Problema	28
2.1.1 Aerofólios Convencionais e as Bolhas Curtas Laminares	29
2.1.2 Aerofólios Finos e as Bolhas Longas	35
2.2 Modelos de Turbulência	41
2.2.1 Processo de Filtragem e Discretização	42
2.2.2 Versatilidade da Malha	44
2.2.3 Modelagem Sub-malha	44
2.2.4 Modelagem de Regiões Próximas às Paredes	48
3 Modelagem da Turbulência	52
3.1 Processo Geral de Filtragem das Equações de Transporte	53
3.2 Processo de Discretização	55
3.3 Equações de Navier-Stokes Médias – RANS	56
3.4 Simulação de Grandes Escalas – LES	58
3.5 Erro de Comutatividade	62
3.6 Tensor Sub-Malha	64
3.6.1 Modelo Sub-malha de Smagorinsky	67
3.6.2 Modelo Sub-malha de Smagorinski Dinâmico	69
3.6.3 Modelo Sub-malha de Uma Equação	73
4 Método Numérico	75
4.1 Discretização do Domínio Computacional	76
4.2 Discretização da Equação Geral de Transporte	77
4.2.1 Discretização Espacial	78
4.2.2 Discretização Temporal	82
4.3 Discretização das Equações de Navier-Stokes	84
5 Modelagem Proposta	88
5.1 Modelo de Forçamento Sub-malha	89
5.2 Variantes do Modelo de Forcamento Sub-malha	95

CONTEÚDO

6 Validação 99 6.1 Transporte de um Escalar Passivo 99 Transporte Unidimensional de Escalar Passivo 100 6.1.2 Transporte Bidimensional de Escalar Passivo 117 6.2 Turbulência Isotrópica e Homogênea 121 Conclusões do Capítulo 131 7 Resultados 135 Modelo Sub-malha Tradicional – 1 Grau de Ângulo de Ataque 136 Modelo Proposto – 1 Grau de Ângulo de Ataque 162 Modelo Proposto – 3 Graus de Ângulo de Ataque 175 **Comentários Finais** 190 Referências Bibliográficas 197

15

# 1 Introdução

A grande maioria das aplicações industriais envolve fenômenos turbulentos. Em algumas delas, tenta-se minimizar seus efeitos maléficos, tais como aumento de forças de fricção e presença de esforços intermitentes. Em outras, tira-se proveito de algumas de suas características, como por exemplo, a maior eficiência de mistura, retardo na separação de camadas limite, etc.

Dentre as diversas aplicações, a indústria aeronáutica merece destaque pois apresenta uma série de desafios em diferentes áreas de pesquisa. O escoamento em torno de aerofólios, por exemplo, que vem sendo estudado desde os primórdios da aviação, ainda não foi completamente compreendido (Chapman, 1979). Engenheiros aeroespaciais continuam investindo esforços na pesquisa e desenvolvimento das superfícies de sustentação que, inevitavelmente, recaem no estudo de aerofólios. Na área de propulsão, é também imprescindível a compreensão dos escoamentos em torno de palhetas (aerofólios), onde se nota a presença de fenômenos turbulentos ainda mais complexos, advindos da natureza rotacional do movimento. Conseqüentemente, o entendimento do comportamento de aerofólios que operam em regime turbulento é fundamental para engenharia aeroespacial.

Uma maneira interessante de se abordar o estudo de aerofólios consiste em analisar o escoamento ao redor de placas finas, o que, aliás, vem sendo feito consistentemente desde o século XIX. Se no princípio esta era a única maneira de se obter uma estimativa razoável para as forças resultantes, à medida que métodos numéricos mais precisos foram sendo desenvolvidos, a principal motivação para tal abordagem passou a ser a semelhança dos fenômenos físicos envolvidos e a presença dos mesmos regimes de escoamento observados em aerofólios. Pesquisas em aerodinâmica de placas finas ainda possibilitam uma melhor compreensão do problema, principalmente quando a turbulência desempenha um papel significativo (Cromptom e Barret, 2000).

Dentre os regimes de escoamento comumente encontrados em

aplicações industriais, a formação de bolhas de recirculação destaca-se entre os mais importantes. Muitos estudos têm se concentrado no entendimento do mecanismo de desenvolvimento de tais bolhas sobre superfícies arredondadas de aerofólios convencionais (McGregor, 1954, Crabtree, 1957). Este tipo de bolha de separação (ou de recirculação), normalmente, ocorre próximo ao bordo de ataque após uma separação laminar seguida de rápida transição e recolamento, sendo sua extensão habitualmente curta, tipicamente de 1–2 % da corda. Em alguns casos, dependendo da curvatura do aerofólio, sua formação pode ficar atrasada e ocorrer apenas numa região mais próxima do bordo de fuga. A presença desta estrutura pode afetar de maneira significativa o desempenho do aerofólio, aumentando o arraste e, esporadicamente, provocando uma perda de sustentação (stall) prematura.

Um outro tipo de bolha, que tem recebido bem menos atenção da comunidade científica, ocorre em aerofólios finos, com bordo de ataque pontudo, ou mesmo em membranas (placas finas), tanto planas quanto curvas. As bolhas formadas nessas circunstâncias apresentam uma relação comprimento-altura bem maior, portanto, mais achatadas que as bolhas curtas mencionadas no parágrafo anterior, sendo referidas como thin aerofoil bubble de acordo com denominação introduzida por Gault (1957). Este tipo de estrutura passou a despertar maior interesse científico a partir de 1950, quando o aumento da velocidade de aeronaves impulsionou uma busca por aerofólios mais finos, a fim de reduzir os efeitos de compressibilidade. Outras motivações têm sido o desenvolvimento de máquinas rotativas (turbomáquinas) no sentido da utilização de pás mais finas em busca de maior eficiência e a necessidade de se entender o comportamento de membranas flexíveis, tais como as superfícies vélicas usadas em barcos-à-vela, páraquedas, e para-sails.

As bolhas de recirculação longas oferecem maiores desafios computacionais do que as curtas, por apresentarem estruturas turbulentas mais intensas e bem mais anisotrópicas (Gault, 1957, Cromptom, 2001). A transição de regime laminar para turbulento, que ocorre na camada livre de mistura, normalmente se dá logo após ou muito próximo da separação, o que faz com que a camada cisalhante que circunda a bolha se encontre em sua quase totalidade em regime turbulento.

Na presença das bolhas longas de recirculação, as chamadas thin aerofoil bubbles, o próprio mecanismo de geração de sustentação do dispositivo é
diferente, sendo a distribuição de pressões ditada predominantemente pela
curvatura da camada cisalhante que circunda a bolha e pela própria estrutura interna da bolha. De fato, nesses casos, a maior parte da sustentação

e arrasto do dispositivo se deve a um núcleo de baixa pressão formado no interior da bolha de recirculação, o qual é necessário para suprir as forças centrípetas requeridas para manter a circulação das partículas de fluido. Obviamente, os níveis e as direções preferenciais da turbulência na camada cisalhante, na bolha, e na camada limite são decisivas na definição do formato da bolha, curvatura das linhas de corrente que cercam a mesma, e, como não poderia deixar de ser, na determinação do comprimento de recolamento.

Um dos trabalhos experimentais mais recentes na tentativa de compreender melhor os fenômenos físicos envolvidos na formação e desenvolvimento de bolhas longas, é o desenvolvido por Cromptom (2001), que se utiliza de modernas técnicas de velocimetria a laser (LDV) para visualizar e medir o escoamento aerodinâmico sobre uma placa plana e fina. Este caso, de geometria bastante simples, provou ser extremamente adequado para o estudo de bolhas longas, por conter todas as complexas estruturas presentes nas mesmas, numa geometria que pode ser facilmente reproduzida, não só experimentalmente, como também em simulações numéricas. Sendo assim, pode ser considerado um excelente candidato a caso-teste padrão para essa classe de escoamentos.

Cromptom (2001) concentrou-se no estudo de placas planas e finas a vários ângulos de ataque, para os quais foram disponibilizados perfis de velocidade média e de estatísticas de turbulência, coeficientes de pressão ao longo da placa (através de sensores de pressão), contornos de velocidade, de pressão, e de flutuações turbulentas, além de comprimentos de recolamento. Esse comprimento de recolamento, para o caso de placas finas e planas, varia com o ângulo de incidência, sendo de aproximadamente 14% da corda da placa para 1 grau de inclinação, e metade da corda para 3 graus. Para ângulos superiores a 5 graus, a camada cisalhante livre não consegue mais atingir a superfície superior da placa, não havendo mais recolamento. Os experimentos de Cromptom foram realizados para altos números de Reynolds (Re) e intensas atividades turbulentas, com estruturas de escoamento altamente anisotrópicas, representando assim um grande desafio para qualquer tentativa de modelagem ou previsão.

A compreensão do fenômeno da turbulência é de importância capital para a engenharia e está longe de ser plenamente alcançada (Spalart, 2000). Mesmo com todo o avanço em algoritmos numéricos e dos recursos computacionais das últimas décadas, ainda não se consegue obter previsões numéricas, com grau de confiança suficiente para o projeto e análise de máquinas ou dispositivos que dependam de dinâmica dos fluidos, que

dispensem dispendiosas validações experimentais. É bem verdade que incertezas experimentais também estão sempre presentes, de forma que, em muitos casos, experimentos e simulações se complementam, servindo-se mutuamente não só para validação, como para identificação de pontos fracos e aprimoramento dos respectivos métodos.

A dificuldade de se obter uma metodologia computacional capaz de prever com exatidão fenômenos turbulentos, como o mecanismo das bolhas de recirculação longas, reside no fato da turbulência ser um processo caótico, com uma vasta gama de escalas e estruturas. Devido ao processo advectivo, descrito matematicamente pelo termo não-linear das equações que governam o escoamento, estas estruturas se multiplicam, gerando novas escalas, de forma a preencher continuamente um espectro de energia, mesmo que este inicialmente apresente apenas alguns poucos modos isolados. Este espectro extenso e contínuo de escalas, quando mapeado para um sistema discreto, como o de uma simulação computacional, resulta na necessidade de um enorme número de graus de liberdade, tanto maior quanto maior for o número de Reynolds.

Uma simulação numérica direta (DNS), na qual todas as escalas presentes são levadas em consideração, limita-se a números de Reynolds moderados, devido aos custos em termos de horas de CPU e memória, mesmo com os mais atuais e poderosos recursos computacionais disponíveis.

Assim, a fim de viabilizar simulações numéricas de escoamentos de interesse prático, faz-se necessário filtrar alguns desses graus de liberdade, de forma que, ao invés de incluí-los todos na simulação, apenas alguns são selecionados, sendo os demais, modelados de acordo com algum conhecimento físico sobre os mecanismos que regem a sua evolução.

O modo como essa filtragem é realizada e a quantidade de modos suprimidos diferenciam as diversas metodologias de simulação de escoamentos turbulentos disponíveis atualmente. Destacam-se três grandes classes de abordagem, agrupadas segundo um compromisso entre nível de modelagem e esforço computacional (Spalart, 2000, Mathieu e Scott, 2000 e Sagaut, 2002).

Num extremo, situam-se os métodos baseados em médias de Reynolds (RANS) (Mathieu e Scott, 2000 e Pope, 2000), nos quais o esforço computacional é relativamente reduzido, pois uma média estatística/temporal (chamada média de Reynolds) suprime todos os modos turbulentos, sobrando apenas o escoamento médio, estacionário, para ser calculado. A parte suprimida, que pode conter uma parte significativa da energia total, é modelada por meio de hipóteses muitas vezes heurísticas, e tenta captar, na medida

do possível, as estruturas e fenômenos da turbulência. Apesar das hipóteses envolvidas muitas vezes levarem a cálculos imprecisos, e até mesmo fisicamente não-plausíveis, sua simplicidade e rapidez na obtenção da solução faz desse grupo de métodos o escolhido para a maior parte das aplicações de interesse industrial (Nieckele et al., 2004).

Como exemplo da imprecisão dos métodos da classe RANS, pode-se citar o caso clássico do escoamento de um jato confinado (Yule et al., 1992), que evidencia a fraqueza da equação para dissipação de energia cinética turbulenta do tradicional modelo  $\kappa - \varepsilon$ , e a incapacidade de tais modelos preverem características fundamentais do escoamento, como por exemplo, a taxa de expansão da largura do jato. Outra classe de escoamentos que ressalta algumas das deficiências dos métodos baseados em RANS é a que envolve dinâmica rotacional. Modelos deste tipo dificilmente prevêem, com precisão aceitável, escoamentos em máquinas rotativas, turbinas, e rotores (Mathieu e Scott, 2000).

No outro extremo, a simulação numérica direta (DNS) (Pope, 2000) tenta resolver, com precisão suficiente e de maneira direta, as equações de Navier-Stokes, de forma a englobar todas as informações que descrevem a turbulência. Assim, a modelagem empregada na DNS se restringe ao processo de discretização e modelagem matemática das equações de transporte e à hipótese constitutiva, sendo, porém, o esforço computacional extremamente elevado. Num patamar intermediário entre as metodologias de médias de Reynolds (RANS), onde toda a energia turbulenta é modelada fisicamente, e a DNS, na qual as equações discretizadas são resolvidas diretamente, encontram-se as Simulações de Grandes Escalas (LES) (Smagorinsky, 1963 e Sagaut, 2002), tema principal do presente trabalho.

Os problemas apresentados pela metodologia RANS são, em grande parte, resolvidos quando se adota uma metodologia de grandes escalas (LES), a um custo computacional muitas vezes compensador. Além de sua maior precisão e generalidade, a metodologia de grandes escalas, disponibiliza, como resultado, dados muito mais detalhados do escoamento, possibilitando melhor entendimento físico e visualização dos fenômenos envolvidos.

A metodologia LES consiste, basicamente, na aplicação de filtros espaciais às equações de Navier-Stokes, de forma a separar as pequenas das grandes escalas (Sagaut, 2002). A equação resultante descreve, então, a evolução temporal e espacial das grandes escalas, que são simuladas, ficando a influência das pequenas reduzida a um único termo, a ser modelado. Como, em geral, os filtros utilizados estão intimamente relacionados com os espaçamentos de malha locais, as escalas correspondentes a esse termo

filtrado denominam-se escalas sub-malha (SGS), sendo várias as opções para sua modelagem. Apesar de continuar havendo certo empirismo na modelagem sub-malha (SGSM), o que torna a LES menos heurística do que a RANS, é o fato intuitivo e comprovado de que tais estruturas são mais gerais, mais homogêneas, menos dependentes da geometria do escoamento, e, sobretudo, menos críticas para a evolução do mesmo. Isto se deve basicamente a duas razões: primeiramente, a energia contida nas escalas modeladas (SGS) é bem menor do que nas modelagens RANS; segundo, seu papel na física da turbulência é quase sempre o de apenas dissipar a energia que lhes foi transferida das grandes escalas, através da bem conhecida cascata de energia.

As equações filtradas, incluindo os termos modelados, são então discretizadas com o auxílio de uma malha que deve se adaptar à geometria em estudo. Uma opção muito utilizada, desde os primórdios da LES, combina o efeito de filtragem com o de discretização num único processo, dispensando a filtragem explícita das equações de N-S, conforme descrito acima. Decorre daí a tradicional denominação de escalas sub-malha (SGS) para o termo modelado, embora alguns autores (Kravchenko e Moin, 1997, Chow e Moin, 2003) defendam que o processo de filtragem não deva guardar nenhuma dependência dos espaçamentos de malha, para que testes com diferentes malhas e larguras de filtro possam, de fato, validar a modelagem física envolvida. Segundo os mesmos autores, a banda utilizada nesta filtragem teria que ser, a rigor, ser bem menor que o inverso dos espaçamentos da malha, para que se possa isolar os erros de modelagem física dos erros associados à taxa de amostragem espacial, por sua vez, ligada ao espaçamento de malha.

Cada uma das etapas da LES descritas acima (filtragem, modelagem SGS, e discretização) representa por si só um desafio à parte, sendo todas elas críticas para o sucesso da simulação (Piomelli 1999).

Atualmente, as LES vêm sendo muito usadas em escoamentos acadêmicos clássicos, de geometria simples, para os quais se dispõe de dados experimentais ou oriundos de simulação numérica direta. A fim de que a utilização das LES seja também estendida a aplicações industriais cada vez mais complexas, faz-se necessária uma série de melhorias e estudos. Para tal, as LES devem lidar com geometrias bem mais complexas, número de Reynolds abrangendo faixas maiores, e multiplicidade de regimes de escoamento numa mesma aplicação (Moin, 2002).

As geometrias complexas e/ou extensas exigem uma capacidade de adaptação da malha bem maior do que a requerida nos ditos escoamentos clássicos ou acadêmicos. Entretanto, como o processo de filtragem e o de geração de malha, na prática, guardam uma certa dependência, é imperativo que a metodologia permita o uso de malhas adaptáveis, tanto estruturadas, quanto não-estruturadas.

Tal necessidade é muitas vezes reforçada pela coexistência de variados e complexos regimes de escoamento, tais como camadas limites laminares, camadas limites turbulentas, separação, esteira, recolamento, e recirculações. Cada um destes regimes pode requerer uma definição de malha diferente, de forma que, quanto mais adaptável for a metodologia nesse sentido, mais fácil será atender às diferentes necessidades.

Em particular, regiões próximas a paredes apresentam características especiais e constituem, talvez, o maior desafio da LES atualmente. Duas razões para isso são a anisotropia acentuada e a necessidade de se simularem escalas de tamanhos bem inferiores aos do resto do escoamento. Desta forma, torna-se interessante a utilização de hipóteses simplificadoras que, em geral, levam ao emprego de leis de parede, de forma análoga ao que ocorre em simulações RANS. Como consequência, obtém-se uma enorme diminuição do número elementos de discretização necessários nessa região. No entanto, a fim de se alinhar com os objetivos mais audaciosos da LES e também de justificar o já elevado custo computacional da mesma, as exigências que recaem sobre as leis de parede aqui são bem maiores que as que se aplicam na metodologia RANS. Vale ressaltar que, por apresentar alta taxa de produção de energia cinética turbulenta devido às fortes tensões cisalhantes, é comum nessa região ocorrer um desequilíbrio energético, provocando a inversão do sentido natural da cascata de energias: a transferência líquida de energia, que em escoamentos isotrópicos longe de paredes, normalmente se dá no sentido das grandes para as pequenas escalas, passa então a ocorrer no sentido inverso, ou seja, das pequenas para as grandes escalas (Schmidt et al., 2003). Como esta cascata invertida, ou retrógrada, só é particularmente importante em regiões próximas às paredes ou em camadas de mistura, a maioria dos modelos SGS desconsidera este efeito, confiando, quando necessário, na utilização de uma lei de parede, que capture de forma adequada, as interações entre as diversas escalas. Deve-se considerar, no entanto, no desenvolvimento de um modelo LES de parede, não só a interação entre as várias escalas da região da parede, como também, a interação mútua entre as duas regiões (a próxima da parede e a restante). A maioria dos modelos propostos na literatura consideram que a região externa (onde são realizadas as simulações das grandes escalas propriamente ditas) estabelece, unidirecionalmente, as características e o comportamento da região da parede (Schmidt et al., 2003). De certa forma, isto equivale a assumir a cascata normal de energia e ignorar a retrógrada. Schmidt et al. (2003) propuseram um modelo de Turbulência unidimensional, visando aumentar o acoplamento entre as regiões, que, porém, só foi testado para problemas relativamente simples (escoamentos em canais), onde não há separação de camada limite, recolamento, e outras dificuldades. Além disso, esse modelo exige um esforço computacional bem maior quando comparado a outros mais tradicionais e testados, como o de Piomelli e Balaras (2002), que, por sua vez, é um desenvolvimento da idéia apresentada em Balaras et al. (1996).

Outro tópico de grande importância é a modelagem sub-malha (SGSM) que, apesar de ser menos crítica do que na abordagem RANS, desempenha um papel fundamental nas LES, uma vez que representa a transferência de energia da faixa do espectro resolvida para a não resolvida. Dispõe-se atualmente de diversos modelos, que variam em grau de complexidade e capacidade de representação correta do fenômeno. Os modelos sub-malha vêm sendo muito estudados nos últimos anos, em função de se atribuir a estes o potencial de sucesso ou fracasso das LES. Além disso, note-se que uma evolução na representação das escalas sub-malha pode implicar em exigências menos restritivas de espessuras de filtro e de malha. Isto porque, quanto maior e mais abrangente (espectralmente) a capacidade de modelagem, menor a faixa do espectro que precisa ser simulada, o que traz benefícios imediatos, como o aumento da rapidez computacional e diminuição de erros numéricos.

No entanto, deve-se fazer uma ressalva. Alguns estudos (Kravchenko e Moin, 1997; Chow e Moin, 2003) mostraram que as atuais metodologias de discretização e filtragem podem apresentar erros que são da mesma ordem dos termos modelados, o que leva a questionar a real validade do esforço investido na SGSM. Segundo alguns autores, talvez mais importante que evoluções na modelagem SGS, é o desenvolvimento de processos de filtragem e discretização das equações. Esta opinião fundamenta-se em trabalhos comparativos de diversos modelos SGS (Fureby et al. , 1997) nos quais se mostrou que, para os esquemas de discretização comumente empregados, a diferença entre os resultados obtidos é, em alguns casos, praticamente inexistente.

Em suma, para que a LES tenha sua aplicabilidade estendida a escoamentos de real interesse para a engenharia, deve-se investir esforços em quatro áreas principais:

- Processo de filtragem e discretização;
- Versatilidade da malha;

- Modelagem submalha, SGSM;
- Modelagem de regiões próximas a paredes.

Visando aliviar o custo computacional de simulações de grandes escalas, principalmente em regiões próximas a paredes, uma proposta que tem se mostrado interessante consiste na modelagem híbrida LES-RANS. Dentre as várias possibilidades existentes, a Simulação de Estruturas Desprendidas ("Dettached-Eddy Simulation", Spalart, 1997) provê uma transição suave e automática entre o emprego da metodologia RANS de Spallart-Almaras, utilizada em regiões próximas a paredes, e o da metodologia de grandes escalas, em regiões distantes das mesmas. Esta abordagem foi inspirada no fato de que os modelos RANS dificilmente conseguem representar satisfatoriamente as esteiras que se formam à jusante de corpos rombudos ou geometrias abruptas, após um descolamento da camada limite. Por simular a maior parte das estruturas turbulentas de um escoamento, a metodologia LES se mostra bem mais eficaz em tais casos, onde a complexidade da evolução temporal e tri-dimensional das mesmas desempenha um papel fundamental. Por outro lado, junto a paredes, onde uma simulação de grandes escalas genuína apresenta custos demasiadamente elevados, a proposta de Spalart assume, automaticamente, a forma de uma simulação RANS, mais simples, menos dispendiosa, e mais tolerante a variações de malha.

Tendo em vista que algumas regiões de um escoamento são satisfatoriamente representadas por uma metodologia RANS,

# 1.1 Objetivos e Definição do Escopo do Trabalho

Tendo em vista a importância do entendimento dos mecanismos envolvidos na formação e desenvolvimento de bolhas de recirculação longas, constatada em trabalhos anteriores (Cromptom e Barret, 2000; Cromptom, 2001, e Collie et al., 2003 e 2006), acredita-se que a aplicação da Simulação de Grandes Escalas (LES) a escoamentos sobre placas finas a baixo ângulo de incidência pode trazer contribuições valiosas para a compreensão dos fenômenos envolvidos. Além de uma poderosa ferramenta de análise e entendimento físico de escoamentos complexos, a LES pode ainda possibilitar futuros aperfeiçoamentos ou adaptações dos modelos RANS, específicos para esta classe de escoamentos, os quais devem ainda continuar por muitos anos como a alternativa mais rápida e viável para projetos e otimizações requeridas pelas aplicações industriais.

Sendo assim, são analisados neste trabalho escoamentos sobre placas finas e planas, com bordo de ataque em faca, de geometria idêntica às utilizadas nos trabalhos experimentais de Cromptom (2001) e numéricos de Collie et al. (2006), através da metodologia de grandes escalas. A escolha desta geometria de estudo segue a mesma motivação dos autores acima, que consideraram a placa fina como uma excelente candidata a servir futuramente como caso-teste padrão para estudos envolvendo bolhas longas, não só pela simplicidade da geometria, como também pela certeza de que as bolhas formadas são do tipo "longo". A mesma garantia não se pode esperar de aerofólios finos, mesmo operando em ângulos de ataque extremamente baixos, principalmente se o raio de curvatura do bordo de ataque não for desprezível comparado ao comprimento da bolha.

Os trabalhos anteriores de (Cromptom e Barret, 2000; Cromptom, 2001, e Collie et al. (2003)) evidenciaram enormes similaridades entre os vários casos de ângulos de ataque examinados, para a mesma geometria da placa plana e fina, a altos números de Reynolds (maiores que 10<sup>5</sup>). Em particular, nota-se que os coeficientes de pressão sobre a superfície da placa, obtidos para ângulos de incidência entre 1 e 5 graus, colapsam numa mesma curva quando a distância sobre a placa é normalizada pelo comprimento da bolha de recirculação. Sendo assim, para efeitos do presente estudo, considera-se o caso de ângulo de incidência de 1 grau o representante desta classe de escoamento, por conter todas as estruturas importantes encontradas nos demais casos, porém numa região menos extensa, já que o comprimento da bolha é menor, o que diminui o número de elementos de malha requeridos.

Visando a melhor compreensão das estruturas e fenômenos envolvidos, o presente estudo utiliza simulações de grandes escalas, que, apesar de consideradas computacionalmente dispendiosas, disponibilizam detalhes transientes e tridimensionais do escoamento, não visíveis em simulações empregando metodologias RANS. As simulações de grandes escalas podem ser empregadas, não só com o intuito de se obter um resultado e compará-lo com os dados experimentais disponíveis, mas também no sentido de complementar as informações providas por estudos experimentais. Adicionalmente, os resultados das simulações numéricas podem indicar deficiências do procedimento experimental, já que as fontes de erros neste último diferem completamente das encontradas em métodos numéricos. No presente caso, apesar do grau de certeza dos experimentos de Cromptom (2001) ser grande, o autor encontrou dificuldades para eliminar as vibrações do bordo de ataque, oriundas de interações fluido-estrutura altamente instáveis. Isso gera sus-

peitas de que o nível de turbulência medido seja realmente o de uma placa rígida. Além disso, muitas vezes, limitações físicas dificultam a eliminação de influências de paredes no túnel de vento, o que pode, por exemplo, tornar questionável a hipótese de escoamento sobre geometria de envergadura infinita (bi-dimensional). Sem tal hipótese, esse potencial candidato a casoteste perde grande parte de sua simplicidade, uma vez que toda simulação numérica teria que envolver detalhes tri-dimensionais do túnel de vento empregado. Isso não só aumentaria o custo computacional das simulações como também adicionaria elementos de incerteza extra, dificultando o isolamento e compreensão das deficiências do método empregado.

Além de se almejar maior compreensão física do escoamento, um segundo objetivo deste trabalho é um aprofundamento no entendimento da metodologia LES. Assim, buscou-se obter um maior conhecimento de como os métodos numéricos envolvidos se comportam, quando se tornam instáveis, como estabilizá-los, quais as principais limitações da metodologia, e, na medida do possível, sugerir formas alternativas para contornar esses problemas.

Como subproduto do entendimento trazido pelas simulações realizadas com modelos sub-malha tradicionais, propôs-se uma abordagem alternativa para a modelagem das pequenas estruturas. Essa nova proposta foi concebida com o intuito de testar e comprovar, de forma simples, alguns conceitos relativos à turbulência, esquemas numéricos, e Simulações de Grandes Escalas.

## 1.2 Organização do Trabalho

Uma rápida revisão bibliográfica sobre a física do escoamento sobre placas planas, e sobre a metodologia de grandes escalas é apresentada no Capítulo 2.

O Capítulo 3 apresenta detalhadamente os aspectos da modelagem numérica da turbulência mais relevantes no contexto do presente trabalho. A transformação do sistema contínuo de equações que governam o escoamento, num sistema discreto que descreve a evolução das grandes escalas, envolve processos de filtragem e discretização, comuns a qualquer modelagem numérica. Tais processos implicam na introdução de erros, cujo entendimento é fundamental para a aplicação da metodologia. Embora a metodologia RANS não faça parte do escopo deste trabalho, mostra-se que sua semelhança com a LES é bem maior do que se poderia inicialmente supor, o

que motiva pesquisas para a integração das duas metodologias numa única. São então derivadas, a partir das Equações de Navier-Stokes, as equações que regem as Simulações de Grandes Escalas, e são detalhados dois dos principais erros cometidos neste processo: o erro de comutação e o erro que dá origem ao tensor sub-malha, o qual deve ser modelado a partir de hipóteses heurísticas. A compreensão e o controle desses erros são fundamentais para qualquer estudo envolvendo a metodologia, e se reflete, não só na modelagem física dos termos de fechamento, que é a essência do método, como também em aspectos do pré-processamento, como os cuidados necessários na geração da malha. Em especial, apresentam-se alguns modelos sub-malha, dentre os quais o escolhido pelo presente trabalho.

Havendo-se escolhido um código aberto (OpenFoam, 2006) escrito em C++, de distribuição gratuita e disponível na internet, como base para os desenvolvimentos necessários para este estudo, o Capítulo 4 descreve os esquemas numéricos empregados, relevantes não só para a aplicação dos modelos sub-malha tradicionais, como também para o entendimento da modelagem alternativa, apresentada no Capítulo 5.

O Capítulo 5 trata desta nova proposta que, baseada em conceitos fundamentais e simples, tenta assumir simultaneamente os papéis de modelar a cascata direta de energia, e de estabilizar os esquemas numéricos.

Visando auxiliar a compreensão da dinâmica envolvida nos esquemas numéricos e nas evoluções das estruturas turbulentas, a modelagem proposta é submetida a testes de validação no Capítulo 6. A proposta é testada em ordem crescente de complexidade, mostrando o funcionamento do esquema proposto para transporte linear de um escalar passivo unidimensional, bidimensional, e, posteriormente, para a evolução não-linear da turbulência numa caixa periódica, com o clássico caso de turbulência homogênea e isotrópica.

No Capítulo 7 são então finalmente apresentados e analisados os resultados obtidos para o escoamento aerodinâmico incompressível sobre placas planas e finas. O caso de ângulo de ataque de 1 grau, é exaustivamente testado, tanto com o clássico modelo sub-malha de uma equação (Yoshizawa e Horiuti, 1985), com a utilização de várias malhas, quanto com a modelagem proposta. São então apresentados ao final do capítulo, alguns resultados para o caso de 3 graus.

O Capítulo 8 conclui o trabalho, resumindo os pontos principais, e discutindo os principais problemas encontrados e sugestões para trabalhos futuros.

# 2 Revisão da Literatura

Apesar da aparente simplicidade, sugerida pela geometria trivial, a simulação de escoamentos sobre placas finas a pequenos ângulos de incidência representa um enorme desafio para qualquer modelagem turbulenta. Vários regimes de escoamento, também encontrados em outras aplicações de interesse industrial, estão presentes, tais como formação de uma bolha de recirculação após a separação da camada limite, desenvolvimento turbulento de uma camada de mistura formada logo após a separação, recolamento, relaminarização da camada limite, formação de bolhas de recirculação secundárias, e outros.

As seções seguintes desse capítulo apresentam em mais detalhes a física do problema, os principais desafios, e as tentativas anteriores de compreender os fenômenos envolvidos, tanto experimentalmente, quanto numericamente.

# 2.1 Física do Problema

Conforme já mencionado no Capítulo 1, as bolhas de recirculação que se formam após a separação da camada limite dividem-se em dois grandes tipos: bolhas curtas, também chamadas laminares, que se encontram comumente na superfície superior de aerofólios; e bolhas finas e longas, ou bolhas achatadas, observadas em escoamentos sobre aerofólios finos, com bordo de ataque agudo, ou mesmo sobre membranas (placas finas) a pequeno ângulo de ataque. Apesar do presente trabalho se concentrar no entendimento do segundo tipo de bolha, considera-se importante a compreensão das diferenças de comportamento entre as duas, de modo que uma rápida apresentação do primeiro tipo também se julga necessária.

# 2.1.1 Aerofólios Convencionais e as Bolhas Curtas Laminares

Em aerofólios convencionais, a camada limite, inicialmente laminar, experimenta um gradiente de pressão contrário à direção do escoamento, após passar pelo ponto de mínima pressão. A camada de fluido próxima à parede, que apresenta velocidades baixas, é desacelerada até mudar de direção, quando se dá o fenômeno da separação. Dependendo do número de Reynolds, essa camada separada, agora sob a forma de uma camada de mistura livre, pode transicionar de regime laminar para turbulento. Se isso ocorrer, a elevada taxa de engrossamento desta camada de mistura, aumentada devido às atividades turbulentas que propiciam a dispersão, faz com que a tal camada de fluido atinja novamente a superfície do aerofólio, num fenômeno conhecido como recolamento. O fluido que atinge o ponto de recolamento se divide em duas correntes: uma camada limite, que segue em direção ao bordo de fuga, e herda os níveis de turbulência da camada de mistura – a qual já havia sofrido transição para o regime turbulento; e uma segunda vertente, que é desviada de volta, em direção ao bordo de ataque, para completar a recirculação.

À medida que se aumenta o número de Reynolds, a energia da camada de fluido começa a ser suficiente para vencer o aumento adverso de pressão, e a extensão da bolha diminui até um determinado ponto a partir do qual não mais ocorre o fenômeno da separação.

Se, por outro lado, o número de Reynolds é diminuído, o fluido pode não ser mais capaz de recolar, resultando no fenômeno de desprendimento (burst), no qual a bolha se expande rapidamente para além do bordo de fuga, e o escoamento se encontra completamente descolado.

Outra forma de se obter o mesmo fenômeno é aumentando-se o ângulo de ataque (AOA). Inicialmente, a bolha sofre uma contração, devido ao aumento do gradiente de pressão adverso (GPA), mas a partir de um certo ponto, este gradiente é tão intenso que a bolha "explode", não sendo mais capaz de recolar.

Enquanto o desprendimento não ocorre, a forma da bolha pouco influencia a distribuição de pressão, mas uma vez que o descolamento total ocorre, há uma grande alteração de pressão sobre as superfícies, levando a uma deficiência de sustentação, mudança no centro de pressão, e a um aumento de arrasto, normalmente críticos para a segurança de aeronaves, ou para a operação de máquinas.

A bolha de separação laminar pode ser evitada através de uma escolha cuidadosa da geometria, ou de artifícios que provoquem uma transição para

regime turbulento um pouco antes do ponto de separação.

As primeiras observações sobre tais bolhas de recirculação foram feitas por Jones em 1934, enquanto as primeiras medições de velocidade e intensidades turbulentas para uma faixa de números de Reynolds e ângulos de incidência tiveram que esperar até 1954, com Mc Gregor, quando foi identificada a estrutura da bolha curta, com as regiões de escoamento reverso e de "fluido morto", conforme mostradas nas Figuras 2.1 e 2.2, que se encontram fora de escala.

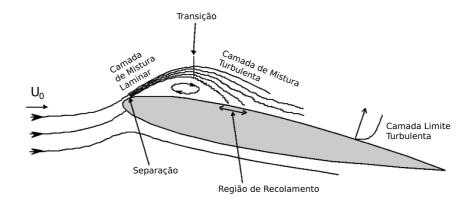


Figura 2.1: Representação esquemática da bolha curta (Cromptom, 2001).

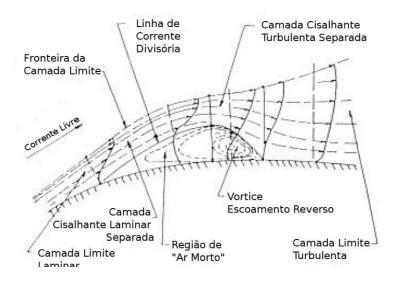


Figura 2.2: Estrutura da bolha curta. (Horton 1969)

Crabtree observou em 1957 algumas características comuns entre bolhas deste tipo, encontradas em diversos escoamentos sobre aerofólios:

- Uma linha de corrente, que termina no ponto de recolamento, circunda a bolha de recirculação, separando-a do restante do escoamento, externo à mesma.
- A região frontal da bolha apresenta pressão aproximadamente constante, e é cercada por uma camada de mistura ainda laminar.
- Por apresentar pressão constante, essa região frontal possui velocidade praticamente nula, sendo as correntes externas à bolha obrigadas a adaptar suas curvaturas, de forma condizente com os gradientes de pressão e velocidades nulos.
- Uma transição para regime turbulento na camada de mistura que separa a bolha do escoamento externo à mesma, a partir do qual a pressão, que anteriormente permanecia constante, sofre um aumento considerável, fruto do desenvolvimento completo da turbulência.
- Após essa região de aumento de pressão as linhas de corrente externas tornam-se mais retilíneas.
- Um intenso turbilhão na parte posterior da bolha.

Crabtree (1957) e Ward (1963) constataram que a distribuição de pressão à jusante da bolha e, conseqüentemente, a camada limite nesta região, não são significativamente alteradas pela presença da bolha, por ser esta normalmente curta em comparação com a corda do aerofólio. A espessura da camada limite apresenta-se levemente aumentada em relação à esperada na ausência da bolha, mas sem grandes repercussões para o escoamento. Conforme evidenciado na Figura 2.3 e discutido na seção 2.1.2, o mesmo não ocorre para as bolhas longas.

Owen e Klanfer (1953) determinaram um critério (critério de O-K) para distinguir bolhas longas de bolhas curtas, a partir de um número de Reynolds  $Re_s = \delta_s^* U_s / \nu$ , baseado no deslocamento da camada limite no ponto de separação  $\delta_s^*$  e na velocidade imediatamente fora da camada limite neste mesmo ponto  $U_s$ . Segundo o critério dos autores, para  $Re_s$  menores que 300-400, só é possível a formação de bolhas longas, enquanto para  $Re_s$  acima desses valores, ocorrem apenas bolhas curtas.

Sendo o  $Re_s$  dependente do número de Reynolds da corrente livre  $(Re_{\infty})$ , é possível observar, para um mesmo aerofólio, os dois tipos de bolha, bastando para isso, operar-se em velocidades suficientemente diferentes, de tal forma que o  $Re_s$  ora seja maior que 300-400 e ora seja menor. Tal fato foi comprovado experimentalmente por Crabtree em 1957.

O fenômeno de desprendimento (bursting), em muitos casos, pode ser explicado por uma mudança de regime, onde uma bolha, inicialmente curta,

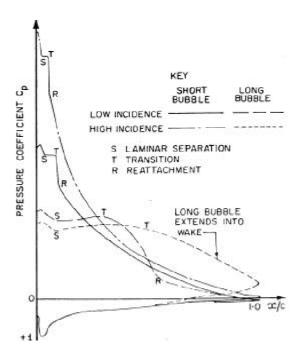


Figura 2.3: Efeito das bolhas curtas e longas sobre a distribuição de pressão. (Ward, 1963)

atravessa a fronteira do critério de O-K, tornando-se uma bolha longa, às vezes incapaz de se recolar no aerofólio devido à sua extensão. Mesmo que a extensão da bolha longa seja pequena quando comparada com a corda, um aumento do ângulo de incidência pode provocar um rápido alongamento da mesma, fazendo com que o ponto de recolamento passe a cair fora do aerofólio, o que provoca a indesejável situação de completa perda de sustentação (stall) do mesmo.

Outra possível explicação para o fenômeno, de acordo com McGregor (1954), baseia-se no balanço de energia do turbilhão estacionário que se forma na parte posterior da bolha. O suprimento de energia cinética, dissipada pelas ações viscosas, é feito pela camada de mistura que cerca externamente a bolha, através da transferência de quantidade de movimento. Segundo o autor, o bursting ocorre quando há um desequilíbrio, de tal forma que a estrutura vortical não comporta um aumento tão rápido de energia, e, ao procurar se expandir na tentativa de recuperar o equilíbrio, desintegra-se.

A crítica que alguns autores (Gault, 1955; Gaster, 1996 e Horton, 1996) fazem ao critério de O-K é que, na verdade, não existe uma universalidade para o número de Reynolds crítico, mas uma dependência com outros fatores tais como o gradiente de pressão pode também ser notada. Assim, mesmo que  $Re_s$  esteja acima do valor crítico de O-K, se a geometria apresentar uma curvatura acentuada, e portanto se o gradiente de pressão for muito grande,

é de se esperar que ocorra uma separação da camada limite, e possivelmente, um *stall* completo do aerofólio. Tal fato pode ser reinterpretado como se a turbulência presente na bolha fosse incapaz de prover a recuperação de pressão exigida pela geometria, num espaço tão curto quanto o que se estende do ponto de separação até o de recolamento da camada limite.

Os trabalhos de Gault (1955) e Mc Gregor (1954) sugerem que existe um limite para o coeficiente de recuperação de pressão que a turbulência consegue prover. Este coeficiente é definido por:

$$\sigma = \frac{P_R - P_S}{1/2 \ \rho \ U_\infty^2},\tag{2-1}$$

onde P é a pressão,  $U_{\infty}$ , a velocidade do campo distante,  $\rho$ , a densidade do fluido, e os sub-índices R e S referem-se às posições de recolamento e separação, respectivamente.

Dos experimentos, conclui-se que o valor máximo suportado pela turbulência para este coeficiente de recuperação de pressão, medido em regimes próximos à ocorrência do burst, é de  $\sigma_{max} = 0,35$ .

Assim, tomando-se por base os trabalhos de McGregor (1954), Gault (1955), Crabtree (1957), Liebeck (1992), O'Meara e Muller (1987), os efeitos de uma variação do número de Reynolds ( $Re_{\infty}$ ), ou do ângulo de incidência, na forma bolha curta podem, em geral, ser resumidos da seguinte forma:

- Um aumento do ângulo de incidência acentua o gradiente de pressão desfavorável, encurtando a bolha, desde que o coeficiente de recuperação de pressão  $\sigma$  não ultrapasse o valor crítico. Caso o valor de  $\sigma$ , que aumenta com o ângulo de incidência, atinja esse valor crítico, observa-se a transformação de bolhas curtas em bolhas longas, e, em alguns casos, ocorre o fenômeno de bursting.
- Da mesma forma, um aumento do número de Reynolds também provoca uma diminuição do comprimento da bolha.
- Um aumento do ângulo de incidência ou do número de Reynolds provoca um aumento da altura da bolha.
- Uma diminuição do número de Reynolds  $Re_{\infty}$  faz com que a camada de mistura livre que cerca a bolha fique mais tempo em regime laminar, antes de transicionar para a turbulência. Conforme mostra a Fig. 2.4, o coeficiente de recuperação de pressão  $\sigma$  sofre um aumento, com a redução do número de Reynolds, podendo atingir o valor crítico. Na mesma figura, são ilustrados os comportamentos para três ângulos de ataque diferentes (3°; 4,2°; 7,6°).

- Um aumento do número de Reynolds  $Re_{\infty}$  provoca também um avanço do ponto de separação em direção ao bordo de ataque; porém, se este aumento for suficientemente grande, é possível que ocorra uma transição da camada limite para regime turbulento, antes mesmo de se atingir o ponto de separação, o que pode, por sua vez, levar ao desaparecimento da bolha, já que a presença de turbulência reduz as possibilidades de separação da camada limite.
- Um avanço do ponto de separação, de acordo com o ítem acima, provoca uma diminuição no valor de  $Re_s$ , podendo este atingir o valor crítico, levando à transformação da bolha curta em bolha longa.
- O ponto da camada de mistura que separa a bolha do escoamento externo onde essa transiciona de laminar para regime turbulento é de difícil previsão, sendo um dos grandes desafios atuais para qualquer método numérico.

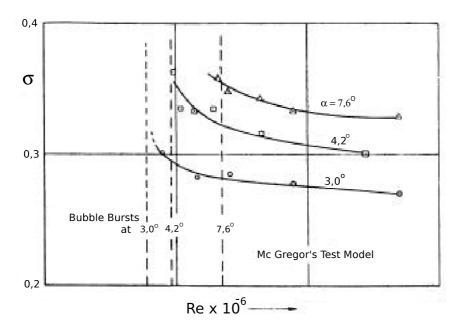


Figura 2.4: Efeito do número de Reynolds no coeficiente de recuperação. (McGregor, 1954)

Recentemente, mais atenção tem sido dada aos aspectos transitórios da bolha de separação, que obviamente não aparecem quando se utiliza média temporal num experimento ou numa análise numérica. Em particular, verificou-se a presença de componentes de baixa freqüência. Estudos numéricos de Pauley et al. (1990), mostraram que, para um forte gradiente de pressão adverso, são desprendidas estruturas vorticais da bolha, fenômeno conhecido como *vortex shedding*. Observa-se que as condições para

os desprendimentos de vórtices, previstos por Pauley et al. (1990), apresentam forte correlação com as condições para ocorrência do bursting verificada nos trabalhos de Gaster (1996), sugerindo que este último pode ter sido simplesmente o efeito da realização de uma média temporal sobre estruturas transientes de baixa freqüência. Segundo Pauley et al. (1990), as bolhas longas e curtas, na verdade, corresponderiam, respectivamente, a recirculações estacionárias e transientes, sendo que nenhum desprendimento periódico de vórtices seria observado nas bolhas longas, devido ao gradiente de pressão mais suave nelas encontrado. A freqüência de desprendimento não varia com o número de Reynolds, mas depende fortemente do gradiente de pressão.

## 2.1.2 Aerofólios Finos e as Bolhas Longas

Mais do que simplesmente uma diferença no comprimento, as bolhas longas apresentam características completamente diferentes das bolhas curtas, conforme observado por Crabtree (1957). Por normalmente estarem associadas a escoamentos sobre aerofólios finos, com um bordo de ataque pontudo, ou sobre placas finas, essas bolhas longas costumam ser chamadas na literatura de "bolhas de aerofólios finos", denominação esta, introduzida por Gault (1957).

Talvez uma das diferenças mais notáveis entre os dois tipos de bolhas discutidas até então seja que, enquanto as bolhas curtas praticamente não alteram a distribuição de pressão na região à jusante das mesmas, as bolhas longas exercem uma forte influência sobre a distribuição de pressão, a ponto de mudar inclusive, segundo Cromptom (2001), o mecanismo pelo qual a força de sustentação é produzida, em relação ao observado em aerofólios convencionais. A aceleração do fluido sobre a superfície, a curvatura das linhas de corrente e a distribuição de pressão não são mais ditadas apenas pela forma do aerofólio ou da placa fina. São mais importantes, por exemplo, o estado energético da turbulência na camada limite momentos antes da separação, e a rapidez com que a turbulência se desenvolve na camada de mistura que cerca a bolha após a separação.

Enquanto num aerofólio fino ou placa fina plana com incidência nula a camada limite permanece colada às superfícies superiores e inferiores da mesma, à medida que se aumenta o ângulo de ataque, o ponto de estagnação se move para a superfície inferior, em direção ao bordo de fuga. A partir do ponto de estagnação, o fluido se divide: uma parte segue em direção ao bordo de fuga, enquanto a outra é impulsionada pela alta pressão da

estagnação em direção ao bordo de ataque. Esta última, ao chegar ao ponto extremo do referido bordo de ataque, sofre uma mudança brusca de direção da velocidade, devido à curvatura acentuada da placa nessa região. Incapaz de acompanhar essa mudança, a camada limite descola, gerando uma região de separação. É de se esperar que a camada limite próxima ao ponto de separação seja bem fina, uma vez que a distância entre o ponto de estagnação e o de separação tende a ser pequena, e que a localização do ponto de separação seja bem determinada e não dependa do número de Reynolds ou outros fatores, dada a geometria abrupta. Além disso, por ter percorrido uma curta distância, é também de se esperar que a camada limite esteja sob regime laminar no momento da separação.

Após o desprendimento da camada limite da superfície do aerofólio (ou placa fina) tornando-se uma camada livre de mistura (ou camada cisalhante livre), esta se desenvolve até sofrer a transição para regime turbulento. Uma vez atingido o regime turbulento, ocorre um aumento da taxa de mistura (diminuição do tempo característico) e, consequentemente, um incremento da taxa de engrossamento dessa camada cisalhante, propiciando o recolamento. Para ângulos de ataque não muito grandes (menores que 5-7 graus), a camada cisalhante livre reencontra a superfície do aerofólio fino, dividindo-se em duas vertentes: uma que segue rumo ao bordo de fuga, assumindo sua forma original de camada limite; e outra que vai em direção ao bordo de ataque, de forma a completar a região de recirculação. Para ângulos de ataque maiores que esses valores, no entanto, o processo de mistura não é rápido o bastante para que as linhas de corrente externas à bolha sejam suficientemente curvadas, de forma a atingir a superfície antes do bordo de fuga. O escoamento fica então, neste caso, completamente separado, formando-se uma grande esteira a jusante do aerofólio.

A camada limite formada após o recolamento, que segue para o bordo de fuga, encontra-se em regime turbulento, devido à transição ocorrida enquanto a mesma se encontrava desprendida, na forma de camada cisalhante livre. O mesmo ocorre com a vertente que segue para o bordo de ataque, que se afasta do ponto de separação, inicialmente sob regime turbulento. Porém, neste caso, a camada limite enfrenta um gradiente de pressão favorável — pois a pressão é máxima no ponto de estagnação e mínima na região central da bolha — podendo, assim, sofrer um processo de relaminarização.

Na região central da bolha de recirculação estabelece-se uma zona de pressão mínima, formada de maneira a suprir a força centrípeta necessária para manter a recirculação do fluido. Entre o ponto de mínima pressão da superfície e o bordo de ataque, a camada limite enfrenta novamente um

gradiente de pressão adverso, que se for grande o suficiente, pode levar a uma separação e à formação de uma bolha de recirculação secundária. Isto ocorre porque, após essa separação, o fluido deve recolar antes de reencontrar as linhas de corrente oriundas da primeira separação, de forma a não violar a conservação de massa.

Este escoamento complexo, conforme descrito acima, está simplificadamente esquematizado na Figura 2.5.

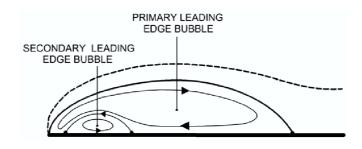


Figura 2.5: Representação esquemática da estrutura interna da bolha (Collie, 2003).

É importante entender que, devido à forma pontuda do bordo de ataque, a ausência de uma bolha de recirculação levaria a um ponto de singularidade na pressão, o que causaria uma região de sucção infinita, fisicamente inadmissível. Assim, a bolha pode ser interpretada como uma forma de acomodação do escoamento, de maneira a se evitar valores de energia infinitos. Como resultado, a distribuição de pressão na região próxima ao bordo de ataque assume formas jamais vistas em escoamentos sobre aerofólios convencionais, com bordo de ataque arredondado.

Além disso, é de se esperar que todos esses aspectos – tais como distribuição de pressão, desenvolvimento e transição para regime turbulento – de fundamental importância para o restante do escoamento, sejam fortemente influenciados pela forma geométrica do bordo de ataque. Em suma, esta ínfima região influencia de maneira significativa o restante do escoamento.

Os trabalhos citados na literatura, relativos a esse tipo de bolha, são bem menos numerosos do que os que tratam de bolhas curtas.

Uma das grandes diferenças entre os dois tipos de bolha de recirculação encontra-se no mecanismo de separação: enquanto nas bolhas curtas o principal responsável é um gradiente de pressão adverso (GPA), nas bolhas longas, observadas em aerofólios finos ou placas finas, a variação abrupta da direção do escoamento – que em última análise é o que leva à separação – é ditada pela própria curvatura geométrica da superfície. Assim, distinguemse separações induzidas por GPA, das separações induzidas pela geometria

do corpo imerso. Embora no segundo caso, também se possa explicar esta separação à luz de um GPA extremamente intenso, formado devido à geometria abrupta, reconhece-se, nesse caso, a importância didática da distinção feita, uma vez que as estruturas geradas a partir da separação têm características completamente diferentes. O critério de O-K por exemplo, não é mais válido em aerofólios finos, o que pode ser facilmente explicado pela mudança nos mecanismos que regem o fenômeno da separação, isto é, de GPA para induzido pela geometria.

Apesar do bordo de ataque das seções em questão (aerofólios finos e placas finas) serem nominalmente considerados como pontudos, na realidade, sempre existe uma curvatura, uma espessura, ou alguma forma geométrica, que se constatou, no trabalho de McCullough e Gault (1951), de fundamental importância para o desenvolvimento da separação e da camada cisalhante livre (CCL), e consequentemente, para o restante do escoamento. Em particular, Mc Cullough e Gault (1951) mostraram que para aerofólios ultra-finos, virtualmente pontudos, em ângulos de ataque extremamente pequenos, as propriedades da separação se assemelham às observadas sobre aerofólios convencionais com incidências entre  $4^o$  e  $5^o$ . Isto foi atribuído ao fato de que, apesar de virtualmente pontudo, o bordo de ataque apresentava uma curvatura, ainda que de raio muito pequeno. Tanto assim, que para ângulos de ataque ligeiramente superiores, o escoamento recuperava as características esperadas em placas infinitamente finas. Os autores ainda testaram experimentalmente uma série de aerofólios finos, de diferentes espessuras, Figura 2.6, utilizando diferentes ângulos de ataque (AOA) e compararam-nos com uma geometria de "faca de dois gumes" (ou "asa diamante"), conforme ilustrado na Figura 2.7.

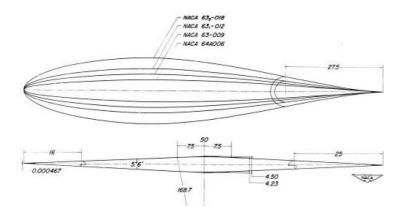


Figura 2.6: Geometrias utilizadas por Mc Cullough e Gault (1951).

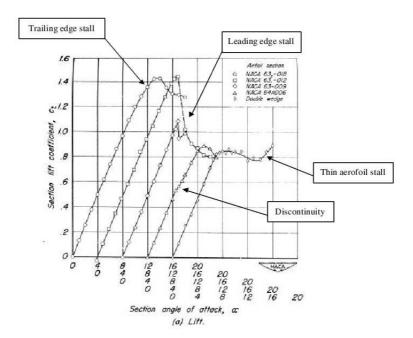


Figura 2.7: Sustentação em função do AOA para uma série de aerofólios finos. (Mc Cullough e Gault, 1951)

É interessante observar, na Figura 2.7, que a curva de sustentação do mais fino dos aerofólios (NACA 64A006) apresenta uma descontinuidade por volta dos 4º de AOA, não constatada nas outras geometrias. Os autores atribuem este fato a uma transição de regime, de bolha curta, onde o escoamento não é muito afetado, para um regime de bolha longa, onde a sustentação cresce menos rápido com o AOA. Nota-se ainda que a "faca de dois gumes" não apresenta tal comportamento, por não permitir a existência de bolhas curtas, nem mesmo nos menores AOA.

Os mesmos autores (McCullough e Gault, 1951) fizeram também medições da variação da pressão no interior da bolha, na direção perpendicular à superfície do aerofólio. Constataram que a pressão inicialmente tende a diminuir na direção do núcleo da bolha, onde atinge um mínimo, a partir do qual, cresce até atingir os valores do campo externo à recirculação. Observou-se ainda, experimentalmente, que a variação de pressão ao longo da camada cisalhante não é desprezível; portanto, as hipóteses costumeiras de pressão constante falham para bolhas longas.

Newman e Tse (1992) verificaram que, apesar da camada cisalhante livre, descolada, inicialmente se encontrar em regime laminar, logo transiciona para regime turbulento. O número de Reynolds crítico que rege essa transição baseia-se na espessura da camada cisalhante, e seu valor é de aproximadamente 100. Assim, a camada cisalhante se torna turbulenta ainda

muito próximo do bordo de ataque, e, segundo Gault (1957), a distância necessária para a transição é virtualmente zero. Contrariamente, um valor típico para a distância necessária para a transição turbulenta em bolhas curtas é de 80% do comprimento das mesmas, ou seja, enquanto as bolhas curtas são laminares na maior parte de sua extensão, as bolhas longas são virtualmente 100% turbulentas.

O primeiro autor a medir com precisão os perfis de velocidade no interior de bolhas sobre aerofólios finos, de forma a confirmar a presença das estruturas acima descritas, foi Gault em 1957. Gault (1957) constatou que as velocidades encontradas na região de fluxo reverso eram bem maiores do que as presentes em bolhas curtas, o que constitui mais uma diferença marcante entre os dois tipos de bolhas. Geralmente, valores maiores que  $0, 2~U_{\infty}$  são encontrados, embora valores típicos estejam na faixa de  $0, 35-0, 4~U_{\infty}$ .

As consequências práticas da formação de uma bolha de recirculação longa no arrasto e sustentação do aerofólio ou placa, são facilmente entendidas a partir da observação de que o interior da bolha é uma região de baixa pressão. Como a bolha se alonga com o aumento de incidência, é de se esperar que a sustentação e o arrasto também aumentem, até atingirem um valor máximo, que coincide com o AOA para o qual o recolamento se dá exatamente na extremidade do bordo de fuga do aerofólio.

Em 2001, Cromptom utilizou-se de modernas técnicas de velocimetria a laser (LDV), dentre outras, para medir detalhes do escoamento sobre placas planas finas, com bordo de ataque em faca, tais como perfis de velocidade média, pressão, e momentos estatísticos de segunda ordem (tensores turbulentos). Os dados experimentais de Cromptom (2001) servem, então, como base de referência para o presente estudo, onde são comparados com os dados obtidos por simulações de grandes escalas. Em particular, são de interesse para o corrente trabalho os resultados para número de Reynolds  $Re = 2, 13 \times 10^5$ , baseado na corda da placa e na velocidade da corrente livre, para ângulos de ataque variando de 1 a 5 graus. As mesmas estruturas de bolhas longas mencionadas acima foram encontradas, e constatou-se que, para números de Reynolds maiores que  $10^5$ , a forma da bolha, o ponto de recolamento e a distribuição de pressão passam a ser independentes deste parâmetro.

## 2.2 Modelos de Turbulência

Os escoamentos estudados experimentalmente por Cromptom (2001) foram analisados numericamente, por Collie et al. (2003) utilizando modelos de média de Reynolds (RANS). A fim de avaliar a adequação da metodologia a esta classe de problemas, realizou-se a previsão numérica de escoamentos sobre a mesma placa plana e fina utilizada por Cromptom (2001), com os modelos SST (Menter, 1994) e  $\kappa - \omega$  (Wilcox, 1988). Em particular, são apresentados em Collie et al. (2003) resultados para Reynolds Re = $2,13 \times 10^5$ , baseado na corda da placa e na velocidade da corrente livre, para ângulos de ataque variando de 1 a 5 graus. Os resultados mostram que os modelos testados são incapazes de prever corretamente esse tipo de escoamento. Além de erros da ordem de 6 a 30% na previsão do comprimento de recolamento para ângulo de ataque de 1 grau, também os perfis de velocidade, pressão, e energia cinética turbulenta, apresentam comportamentos que não reproduzem os dados experimentais, nem mesmo em termos qualitativos. Collie et al. (2003) sugerem, então, que a razão do fracasso de metodologias baseadas em médias de Reynolds (RANS) pode ser intrínseca às mesmas, possivelmente agravadas pela forte anisotropia das estruturas turbulentas. De acordo com os autores, investigações envolvendo metodologias mais precisas, e que disponibilizem informações da evolução temporal das complexas estruturas, podem auxiliar no aprimoramento futuro ou mesmo adaptação de modelos RANS, especificamente para esta classe de problemas.

Seguindo-se a sugestão de Collie et al. (2003), é então empregada, no presente trabalho, a metodologia LES para melhor compreender os fenômenos físicos do escoamento envolvendo bolhas longas. Nesta seção é feita uma breve revisão geral da extensa literatura relacionada às simulações de grandes escalas, que têm sido alvo de numerosos estudos ao longo das últimas décadas. Mais adiante, no ítem 2.2.3, os aspectos mais relevantes ao presente trabalho são apresentados em maiores detalhes.

Uma excelente referência relativa à apresentação geral da metodologia LES para escoamentos incompressíveis pode ser encontrada em Sagaut (2002).

Spalart (2000) apresenta uma análise comparativa de diversos modelos de turbulência. São discutidos os limites esperados de cada um dos modelos, bem como a complexidade envolvida. Discriminam-se dois principais desafios na predição de escoamentos turbulentos: I) determinação do cres-

cimento e separação da camada limite; e II) transferência de quantidade de movimento depois da separação. É importante salientar que, apesar de modelos RANS terem sido fundamentais para o avanço da engenharia nas ultimas décadas, são deficientes no que diz respeito a escoamentos com separação (desafio II). Yule et al. (1992) analisam escoamentos para os quais tais modelos não apresentam bons resultados, mas se tenta contornar as deficiências através de novos termos nas equações que descrevem o transporte de quantidades turbulentas. Spalart (2000) examina novas alternativas que abrangem uma classe maior de problemas e que apresentam melhores resultados com relação ao desafio II. Estas novas alternativas invariavelmente recaem na necessidade de resolver uma versão transiente das equações de Navier-Stokes. Variam de simples URANS (Unsteady RANS) até LES, passando por modelos híbridos (LES/RANS).

O estado da arte, bem como os desafios que ainda restam ser resolvidos nas Simulações de Grandes Escalas são apresentados em Piomelli (1999). Dentre os avanços mais urgentes na LES, o autor destaca a modelagem física das estruturas turbulentas sub-malha, e o desenvolvimento de leis de parede, além de outros não relacionados ao presente trabalho (escoamento compressível e acústica).

Moin (2002) faz um resumo dos últimos avanços obtidos em simulações de grandes escalas, no que diz respeito à derivação de equações constitutivas, modelagem sub-malha, leis de parede e aplicações de LES em combustão turbulenta. Detalha, também, dois métodos numéricos diferentes visando aplicações em geometrias complexas: fronteiras imersas e malhas não-estruturadas.

De uma forma geral, os principais desafios da metodologia de grandes escalas, nos quais se concentra a maior parte dos estudos da comunidade científica, podem ser didaticamente classificados em quatro grupos, que refletem, de certa forma, as etapas envolvidas nos processos de filtragem, discretização e a modelagem de termos sem fechamento e da região da parede. Apresenta-se a seguir, um breve levantamento dos trabalhos realizados ao longo das últimas décadas, relativos a cada um desses aspectos da metodologia.

# 2.2.1 Processo de Filtragem e Discretização

A fim de identificar os aspectos relacionados a metodologias LES que carecem de maior desenvolvimento, Kravchenko e Moin (1997) e,

posteriormente, Chow et Moin (2003) realizaram uma análise dos efeitos dos diversos erros envolvidos, os quais podem ser duas espécies: erros numéricos, e erros de modelagem sub-malha. Os erros numéricos podem ter suas origens no processo de aliasing, no processo de discretização, e na comutação entre o operador de filtragem e de derivadas espaciais, aplicados às equações de Navier-Stokes. Os autores concluem que, apesar dos imensos esforços concentrados pela comunidade científica na modelagem sub-malha, se não forem tomados cuidados especiais na escolha da largura do filtro, método de discretização, e outros aspectos da metodologia, corre-se um enorme risco de que os erros numéricos sobrepujem os efeitos dos termos modelados. Em termos práticos, sugere-se que, para esquemas de diferenças finitas de segunda ordem, utilize-se filtros de largura equivalente a quatro vezes o espaçamento da malha.

Além dos efeitos do esquema de diferenciação e da razão filtro-malha (FGR) nos erros de aliasing, Blaisdell et al. (1996) mostram que a forma empregada nos termos não lineares também afeta tais erros. São apontadas quatro maneiras analiticamente equivalentes de escrever o termo não-linear, cujas versões discretas, no entanto, exibem comportamentos completamente díspares, tanto em termos de estabilidade numérica, quanto em termos de precisão. Em geral, os autores consideram a forma skew-symmetric a mais adequada para LES.

Quanto aos esquemas numéricos, vários trabalhos (Piomelli, 1999; Moin, 2002; Mittal e Moin, 1997) apontam métodos *upwind*, ou descentralizados, como inapropriados para a LES, por serem dissipativos e afetarem o espectro final ao amortecerem estruturas pequenas, porém importantes para o escoamento.

Nagarajan et al. (2003) identificam quatro principais requisitos para o sucesso de um método numérico: i) ser de alta ordem; ii) possuir boa resolução em altos números de onda; iii) não ser muito sensível aos erros de aliasing; e iv) conservar massa, quantidade de movimento, e energia total. Propõem, então, um esquema numérico compacto e de alta ordem, eficiente e robusto, conforme mostram suas análises de erro e seus resultados.

Como, a princípio, a operação de filtragem não comuta com as derivações espaciais presentes nas equações de N-S, é fundamental garantir que o erro cometido ao se assumir comutatividade esteja em patamares aceitáveis. A questão da comutatividade do filtro é examinada em Vasilyev et al. (1998), onde também é estudado o problema das condições de contorno para as variáveis filtradas. De uma forma geral, pode-se mostrar que esse erro é tanto maior quanto maior a taxa de variação espacial da largura do

filtro. Para o caso de largura de filtro uniforme em todo o domínio, esse erro de comutatividade é nulo, embora esta seja uma situação rara, uma vez que, geralmente, a simples presença de uma fronteira já implica numa variação da banda desse filtro. Quando se adota uma estratégia de filtragem implícita à discretização espacial do Método de Volumes Finitos (FVM), a exigência de filtragem o mais uniforme possível implica, automaticamente, numa diminuição de versatilidade de malha.

#### 2.2.2 Versatilidade da Malha

A fim de simular problemas complexos, é imperativo que o esquema da malha seja flexível, a fim de que esta possa se adaptar aos diversos requisitos de espaçamento presentes em diferentes pontos do domínio. Encontram-se na literatura disponível diversas opções interessantes, as quais, basicamente, resumem-se a: malhas estruturadas que acompanham as paredes sólidas; métodos de fronteiras imersas; e malhas não estruturadas.

Esquemas de fronteiras imersas vêm sendo explorados desde a década de 70 (Peskin, 1972, 1977; Lima e Silva et al., 2003; Grigoriadis et al., 2004, Tseng e Ferziger, 2003; Balaras, 2004), mostrando-se especialmente adequados a escoamentos envolvendo fronteiras móveis ou interação fluido-estrutura.

Muitas vezes, pode ser interessante também a divisão do domínio em zonas, de modo a facilitar a adaptação da malha aos diferentes regimes de escoamentos. Isto torna possível a adoção de diferentes esquemas de malha nas várias zonas pré-estabelecidas. Em alguns casos, inclusive, é vantajoso adotar-se malha não-estruturada para uma dada região e estruturada para outra (Moin, 2002). Assim sendo, desenvolvimento de algoritmos como em Kravchenko et al. (1996) e (1999), e Shariff e Moser (1998) confere uma flexibilidade ainda maior ao tratamento de escoamentos complexos.

## 2.2.3 Modelagem Sub-malha

Em Sagaut (2002) encontra-se uma revisão do estado da arte dos modelos sub-malha. São classificados em dois grandes grupos: Modelagem Funcional e Modelagem Estrutural.

Os modelos funcionais baseiam-se na hipótese de que a interação entre escalas resolvidas e não-resolvidas é de caráter unicamente energético,

ou seja, um balanço da transferência de energia entre estas é suficiente para descrever os fenômenos. Assim, informações sobre a estrutura do escoamento (por exemplo, presença de anisotropia) não são consideradas por tais modelos. Essa transferência de energia entre escalas pode ocorrer nos dois sentidos: 1) forward, das escalas resolvidas para as não-resolvidas – a bem conhecida cascata de energia, que termina dissipando a energia das grandes escalas; e 2) backward, das escalas não-resolvidas (ou pequenas escalas) para as resolvidas, também chamada cascata retrógrada de energia, muito menos intensa e freqüente que a primeira, a ponto de ser descartada pela maioria dos modelos.

Uma vez assumida a hipótese anteriormente mencionada e a predominância da cascata de energia no sentido das grandes escalas para as pequenas, pode-se modelar o termo sub-malha de duas maneiras: 1) explicitamente, onde os efeitos da dissipação da energia são representados por novos termos adicionados nas equações; e 2) implicitamente, onde tais efeitos são obtidos através dos próprios métodos numéricos, que neste caso são escolhidos de forma a apresentar dissipação intrínseca (oriunda dos erros de discretização).

Neste contexto de modelos funcionais, com cascata de energia unidirecional, consideram-se as seguintes hipóteses simplificadoras: i) o mecanismo de transferência de energia é análogo aos mecanismos de difusão molecular, e pode ser representado de acordo com a hipótese de Boussinesq, com a ajuda de uma "viscosidade sub-malha" ( $\nu_{SGS}$ ); ii) um único comprimento característico e uma única escala de tempo podem ser usados para descrever as escalas sub-malha; iii) o espectro das grandes escalas é totalmente separado do das pequenas, isto é, existe uma região nula do espectro entre as duas faixas de frequência. Com base nessas hipóteses, pode-se ter: A) modelos baseados nas escalas resolvidas, onde a viscosidade sub-malha é avaliada em função de grandezas resolvidas; o mais conhecido representante desta classe é o modelo de Smagorinsky; B) modelos baseados na energia da frequência de corte, onde a viscosidade é calculada a partir da maior frequência resolvida; e C) modelos baseados nas escalas não-resolvidas (sub-malha), que usam informações diretamente relacionadas às escalas sub-malha, como por exemplo, a energia cinética e a taxa de dissipação contidas nas pequenas escalas – isso torna esta classe mais rica em informações do que as duas anteriores, já que se pode facilmente modelar situações de desequilíbrio entre produção e dissipação de energia. Essa classificação não é, obviamente, mutuamente exclusiva, podendo-se propor modelos baseados em escalas mistas (como, por exemplo, os sugeridos por Sagaut, 1996, Tsubokura, 2001, e Yoshizawa et al., 2000).

A experiência mostra que vários desses modelos fornecem bons resultados se aplicados a regimes homogêneos de turbulência, quando a freqüência de corte está suficientemente elevada e as distâncias para as paredes são grandes. No entanto fora dessas condições, como em regimes transitórios, escoamentos altamente anisotrópicos, ou com alto desequilíbrio energético, os resultados podem não ser satisfatórios. Além dos erros advindos dos métodos numéricos, as falhas dos modelos podem ser atribuídas a inconsistências nas hipóteses levantadas (i, ii, iii).

Comum a modelos baseados na freqüência de corte e em escalas submalha é o problema trazido pelo princípio da incerteza generalizado de Gabor-Heisenberg (Ducros, 1995), segundo o qual não se pode obter simultaneamente precisão em freqüência e localização espacial. Precisão de freqüência (inevitável nessas duas classes de modelos) implica em espalhamento (não-localidade) espacial, o que reduz as possibilidades de se levar em conta efeitos de intermitência e dificulta o tratamento de escoamentos não homogêneos. Por outro lado, muita localização de informação espacial leva à falta de resolução espectral, o que dificulta avaliação de grandezas como, por exemplo, energia (rigorosamente, densidade de energia, ou espectro) na freqüência de corte.

Duas soluções são possíveis: aumentar-se a gama de escalas resolvidas, o que eleva o número de graus de liberdade e consequentemente o custo computacional; e buscar uma relação de compromisso entre precisões espectral e espacial.

No sentido de se evitar aumento do custo computacional, a segunda alternativa acima admite uma série de opções interessantes: 1) Procedimentos dinâmicos para o cálculo das constantes envolvidas no modelo sub-malha; 2) Sensores estruturais, que condicionam a existência das escalas sub-malha (SGS) à verificação de certas restrições impostas às maiores freqüências resolvidas – só se admite presença de SGS se as freqüências resolvidas apresentarem certas características topológicas também observadas em turbulência homogênea e isotrópica; 3) Técnicas de acentuação, onde se aumenta artificialmente a contribuição da maior freqüência resolvida na estimativa da viscosidade sub-malha – permite uma melhor localização da informação de freqüência e, portanto, um melhor tratamento do fenômeno da intermitência, já que o modelo é sensível apenas às altas freqüências (resolvidas); 4) Funções de amortecimento, empregadas em regiões próximas a paredes.

Contrastando com as abordagens citadas até então, onde um termo modelado é explicitamente adicionado às equações de N-S, outra alternativa

para se captar os efeitos das escalas não-resolvidas consiste em se adotar um método numérico que, embutido nos esquemas de discretização, apresente uma dissipação de energia. Tais métodos, chamados métodos implícitos, baseiam-se na hipótese de que o efeito das escalas sub-malha no escoamento resolvido é puramente dissipativo. São mais usados quando não se consegue modelar os fenômenos físicos adequadamente por serem muito complexos, como por exemplo, combustão e interações de ondas de choque com turbulência. Entre os mais famosos, destacam-se: 1) MILES (Monotone Integrated Large Eddy Simulation), que se enquadra no contexto de métodos de volume finito (MVF) com fluxo limitado (Fureby e Grinstein, 1999 e 2002); 2) Reconstrução de Fluxo Adaptativo (Adams, 2001), que se enquadra nos Método dos Volumes Finitos não-limitados; e 3) Método dos Elementos Finitos (MEF) com estabilização sub-malha embutida (Codina, 2000, Guermond, 1999, Roy e Baker, 1997).

Os métodos de modelagem sub-malha citados até então tentam representar apenas a cascata de energia no sentido normal (das grandes para as pequenas escalas). Existe, salvo em casos especiais, pouco interesse em se modelar a cascata retrógrada, por dois motivos principais: normalmente não é significativa quando comparada à cascata no sentido comum; e sua modelagem requer a adição de um termo de fonte de energia que é um gerador de problemas numéricos em potencial. Sagaut (2002) apresenta modelos de dois tipos: 1) aqueles baseados na adição de um termo estocástico de forçamento, construído a partir de variáveis aleatórias e de informações contidas no campo resolvido – isso confere ao modelo sub-malha uma característica aleatória; 2) modelos que modificam a viscosidade sub-malha calculada a partir da cascata progressiva (no sentido comum), subtraindo um valor correspondente ao fluxo reverso de energia – tudo se passa como se a cascata reversa fosse representada por uma viscosidade negativa, e a viscosidade resultante corresponderia a um balanço de fluxo de energia.

Também são apresentados em Sagaut (2002) modelos funcionais anisotrópicos dentre os quais os mais famosos são o de Aupoix (1985) (o único que leva em conta a cascata inversa de energia) e o de Horiuti (1993), no qual o tensor sub-malha é avaliado com base no tensor calculado na freqüência de corte.

Contrastando com os modelos funcionais, os modelos estruturais não dependem de conhecimento a priori da natureza da interação entre as escalas. Agrupam-se nas seguintes categorias:

 Modelos derivados por expansões em séries formais. Não levam em conta a física das escalas resolvidas, mas são como uma extensão matemática do que nelas ocorreu.

- Modelos que usam a hipótese física da similaridade de escalas, que estabelece uma correspondência entre estruturas estatísticas de diferentes níveis de filtragem.
- Modelos misturados, que são baseados em combinações lineares de modelos funcionais e estruturais. São teoricamente equivalentes a modelos de "desconvolução" completa.
- Modelos baseados em equações de transporte para o tensor sub-malha.
- Modelos construídos com base no conhecimento das direções preferenciais do alongamento das estruturas vorticais. A determinação dessas direções é feita a partir das grandezas resolvidas.
- Modelos baseados na reconstrução explícita da flutuação da velocidade sub-malha, calculada numa malha auxiliar (mais refinada).
- Modelos baseados na identificação direta dos termos sub-malha, via ferramentas de matemática avançadas, tais como teoria estocástica linear, rede neural, etc.
- Modelos baseados em esquemas numéricos, cujos erros são projetados de forma a englobar (de forma implícita) os efeitos sub-malha. Diferem dos modelos funcionais implícitos por não induzirem dissipação numérica.

# 2.2.4 Modelagem de Regiões Próximas às Paredes

Segundo Schmidt et al. (2003), para escoamentos turbulentos na presença de paredes, o problema de fechamento do termo sub-malha torna-se ainda mais desafiador por diversas razões: 1) primeiramente, a filtragem das equações torna-se mais complexa – para caso de filtragem uniforme, por exemplo, esta se torna mal definida na superfície da parede; 2) o escoamento na região vizinha à parede torna-se extremamente anisotrópico e a produção de energia turbulenta supera a dissipação, invertendo o sentido natural da cascata de energia; 3) o tamanho das estruturas energéticas, que precisam ser capturadas pela malha, diminui à medida que se aproxima da parede, exigindo passos de tempo e espaçamentos de malha proibitivamente pequenos; isso torna o custo computacional inviável – para o caso de camadas limites aerodinâmicas (Chapman, 1979) e para escoamentos turbulentos em canais (Baggett, 1998), se o intuito for realmente o de se obter uma LES genuína e precisa.

Visando uma diminuição do custo computacional, várias opções para a modelagem da região da parede são apresentadas na literatura (Cabot, 1995; Cabot e Moin, 1999; Ciofalo, 1994; Piomelli e Balaras, 2002 e Sagaut, 2002).

O primeiro modelo de parede para LES foi proposto por Deardorff (1970), e impunha condições de contorno na segunda derivada da velocidade no primeiro ponto da malha (a partir da superfície da parede), de forma que os perfis de velocidade neste mesmo ponto satisfizessem a lei logarítmica na média. Os resultados não foram particularmente bons mas, na avaliação de Piomelli e Balaras (2002), isso se deveu mais a falta de resolução da malha do que ao modelo em si.

Em 1975, Schumann introduziu uma nova família de abordagens, as chamadas metodologias das tensões de parede (wall-stress models), que já apresentavam muitas das características dos modelos atuais. Ao invés de impor condições na velocidade como Deardorff, Schumann assumiu tensão de parede conhecida na superfície, a partir da pressão externa forçante. Desta forma, a tensão cisalhante vista pelo LES em qualquer ponto e instante de tempo podia ser calculada em função das tensões médias de parede, e das velocidades instantâneas e médias do primeiro ponto da malha, de acordo com

$$\tau_{w,yx}(x,z) = \frac{\langle \tau_w \rangle}{\langle \bar{u}(x, Y_m, z) \rangle} \bar{u}(x, Y_m, z), \qquad (2-2a)$$

$$\tau_{w,yz}(x,z) = \frac{\nu}{Y_m} \bar{w}(x, Y_m, z),$$
(2-2b)

onde  $Y_m$  é a distância do primeiro ponto da malha à parede,  $\bar{u}$  e  $\bar{w}$  são os componentes de velocidade resolvidas nas direções x e z,  $\tau_{w,yx}$  e  $\tau_{w,yz}$  são as tensões cisalhante na parede (plano xy) divididas pela densidade ( $\rho$ ), nas direções x e z, respectivamente.  $\nu$  é a viscosidade cinemática, e o símbolo  $\langle \rangle$  denota média temporal.

Uma séria restrição do modelo de Schumann era a necessidade de se conhecer a tensão cisalhante média a priori. O primeiro a superar esse problema foi Grotzbach (1987), que assumiu que a velocidade média entre a parede e o primeiro ponto da malha obedecia a uma lei logarítmica, dependente da velocidade de fricção, que por sua vez dependia da tensão cisalhante na parede,

$$\langle \bar{u}(x, Y_m, z) \rangle = u_\tau (\frac{1}{\kappa} \ln(Y_m u_\tau / \nu) + B),$$
 (2-3)

onde  $u_{\tau} = \sqrt{\tau_{w,yx}}$  é a velocidade de fricção,  $\kappa$  é a constante de von Karman, e B é um valor de ajuste para a lei logarítmica.

A partir da velocidade média (oriunda da LES), e utilizando a lei dada pela Eq. (2-3), calculava-se, iterativamente, a velocidade de fricção  $u_{\tau}$  e a tensão de parede ( $\tau_w = \tau_{w,yx} = u_{\tau}^2$ ). Conhecendo-se a tensão de parede, podia-se então aplicar a Eq. 2-2a, fechando-se assim o sistema de equações a ser resolvido e suas condições de contorno. Variações subseqüentes desta idéia foram desenvolvidas por Mason e Callen (1986), Piomelli et al. (1989), e Hoffman e Benocci (1995).

Balaras e Benocci (1994) e Balaras et al. (1996), sugeriram um modelo mais sofisticado, no qual a Eq. 2-3 é substituída por uma forma transiente da equação de camada limite fina, que ficou conhecido como modelo de duas camadas. De acordo com Cabot e Moin (1999), os componentes da velocidade tangenciais à parede poderiam ser obtidos pela equação:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial y} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial y}] \quad \text{para } i = 1, 3, \quad (2-4)$$

e o componente normal pela continuidade,

$$\tilde{u}_2 = -\int_0^y \left(\frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{u}_3}{\partial x_3}\right) dx_2, \qquad (2-5)$$

onde o til denota variáveis calculadas das equações de camada-limite, e  $\bar{P}_m$ , a pressão vizinha à parede (ponto da malha da LES mais próximo da parede) computada das equações das grandes escalas (LES) e considerada independente de y na região em questão.

As condições de contorno são impostas sobre a parede (velocidades nulas) e sobre o primeiro ponto da malha LES. As velocidades calculadas pelas LES devem ser idênticas às calculadas das equações de camada-limite, ou seja  $\tilde{u}_i(Y_m) = \bar{u}_i(Y_m)$ . A viscosidade turbulenta pode ser calculada algebricamente a partir de funções de amortecimento baseadas na teoria de comprimento de mistura, com diversas alternativas disponíveis na literatura (Cabot, 1995 e Balaras et al., 1996).

No que diz respeito à implementação, cria-se uma malha embutida, unidimensional, da parede até o primeiro ponto da malha LES. Para cada passo de tempo da LES, a Eq. 2-4 é resolvida, a tensão cisalhante na parede é calculada, e seu valor especificado como condição de contorno do primeiro ponto da malha LES.

Outra abordagem, mais recente, consiste numa combinação de RANS e LES (Baggett, 1998, Nikitin et al, 2000), na qual, ao invés de utilizar uma

viscosidade turbulenta baseada num simples comprimento de mistura, são usados procedimentos mais sofisticados para o cálculo desta viscosidade, cujo efeito é o de reduzir o modelo na região da parede a um modelo tipo RANS transiente. Longe da parede, no entanto, as equações tomam a forma da LES tradicional, com os modelos sub-malha comumente empregados. A mais conhecida dentre estas abordagens que combinam RANS com LES é a chamada Dettached Eddy Simulation (DES), atribuída a Spalart (1997).

Esta última modelagem apresenta grandes semelhanças com o modelo de duas camadas de Balaras et al. (1996), uma vez que, em ambos, a região bem próxima à parede é modelada por um conjunto de equações do tipo RANS transiente. Na abordagem DES, no entanto, a transição do domínio onde impera o RANS para o domínio da LES é contínua, enquanto no caso do modelo da tensão de parede, ocorre um salto.

Numa revisão do estado da arte dos modelos de parede, Piomelli e Balaras (2002) identificaram que, apesar da evolução significativa, existe ainda uma constante necessidade de melhorias nessa área.

### 3 Modelagem da Turbulência

Mencionou-se no Capítulo 1 que as duas principais abordagens para simulações de escoamentos turbulentos denominam-se RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) e LES (Large Eddy Simulation). Estas metodologias possuem origens completamente diversas, e são obtidas através de filtragens que apresentam diferenças fundamentais: enquanto na metodologia RANS a filtragem é estatística ou temporal, na metodologia LES, a mesma é feita espacialmente. Isso torna muito difícil a tarefa de mesclar as duas técnicas de forma a tirar partido das vantagens que cada uma delas propicia em regimes de escoamento distintos. No entanto, apesar das filtragens serem fundamentalmente diferentes, os termos delas derivados apresentam muitas semelhanças e são comumente modelados como um termo difusivo, usandose a hipótese de Boussinesq.

Para que as duas metodologias possam ser empregadas em conjunto e de forma transparente, é importante reconhecer que os respectivos processos de filtragem são, na verdade, casos particulares de um processo de filtragem mais geral. Aliás, o próprio esquema de discretização espacial e temporal utilizado, sem o qual não é possível resolver numericamente as equações de conservação, pode ser descrito como um processo de filtragem duplo, onde o passo de tempo empregado está relacionado a uma largura de banda do filtro temporal, e o espaçamento de malha, a uma largura de filtro espacial. Cumpre notar que, embora para a Técnica de Volumes Finitos isso seja evidente, pode-se mostrar que qualquer que seja o método de discretização adotado, este sempre pode ser interpretado como um processo de filtragem duplo, isto é, temporal e espacial.

Com esse ponto de partida, comum às metodologias RANS e LES, fica mais fácil entender a origem a partir da qual estas começam a se diferenciar, abrindo possibilidades para uma maior integração entre as mesmas em simulações práticas de escoamentos de interesse industriais.

Na primeira parte deste capítulo, examina-se em detalhe esse processo de filtragem e as origens das duas metodologias, situando-as num contexto geral das simulações de escoamentos turbulentos.

No restante do capítulo, expõem-se as conseqüências diretas desse processo de filtragem e discretização, a saber: o erro de comutatividade e o tensor turbulento (tensor sub-malha no caso do LES, e tensor de Reynolds no caso do RANS).

## 3.1 Processo Geral de Filtragem das Equações de Transporte

O ponto de partida para qualquer simulação computacional é a descrição matemática das leis físicas que regem o movimento do fluido, através de equações diferenciais. As equações de conservação que governam o movimento do fluido são as equações de Navier-Stokes e continuidade. No caso de escoamentos incompressíveis na ausência de forças de corpo, estas podem ser descritas por:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p_T + \mu \nabla^2 \mathbf{u}, \qquad (3-1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{3-1b}$$

onde t é o tempo,  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade,  $p_T$ , a pressão termodinâmica,  $\rho$ , a massa específica do fluido, e  $\mu$  a viscosidade absoluta ou dinâmica.

Como em um escoamento de fluido incompressível, a massa específica  $\rho$  é constante, esta pode ser incorporada à pressão, formando uma pressão modificada  $p = p_T/\rho$ , e à viscosidade dinâmica, formando a viscosidade cinemática  $\nu = \mu/\rho$ . Assim, as equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u}) = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \qquad (3-2a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{3-2b}$$

que é, na verdade, um sistema de quatro equações a quatro incógnitas, dependente de um parâmetro  $\nu$  e de escalas temporais e espaciais. Através de uma simples adimensionalização na qual se utiliza uma velocidade característica  $U_0$  e uma distância característica D, pode-se mostrar que as Eqs. 3-2 dependem somente do número de Reynolds  $Re = D U_0/\nu$ . Este parâmetro dita o regime de escoamento do fluido, uma vez que é proporcional à razão entre as importâncias das forças inerciais em relação às

forças viscosas. Como o termo inercial da Eq. 3-2a é não-linear, quanto maior sua importância, mais intensa é a geração de novas estruturas vorticais, que operam em novos modos (freqüências espaciais), e que são transportados pelo próprio escoamento. Essa geração intensa de novas estruturas, de forma a preencher e alargar o espectro de freqüências espacial, é uma das características fundamentais de um escoamento turbulento, sendo fácil entender que quanto maior o número de Reynolds, maior será a importância da turbulência, mais largo e contínuo será o espectro, e mais rápidos serão os processos de misturas.

Somente para alguns poucos casos particulares as Eqs. 3-2 possuem solução analítica. Logo, para que estas possam ser de utilidade na previsão numérica de escoamentos mais gerais, alguma forma de mapeamento de um espaço contínuo para um espaço discreto deve ser feito. O sistema dinâmico discreto resultante deste mapeamento deve representar da melhor maneira possível o sistema dinâmico original, tal qual descrito pelas Eqs. 3-2.

Estima-se que o número de graus de liberdade necessário para representar fielmente todas as estruturas de um escoamento tridimensional turbulento, sem praticamente nenhuma perda de informação, é da ordem de  $Re^{9/4}$ . No caso freqüente de não ser possível representar todas as estruturas, diz-se que a transformação do sistema contínuo no discreto provoca perda de informações.

Essa perda de informações pelo processo de discretização pode também ser interpretada como um processo de filtragem e, de fato, qualquer esquema de discretização pode ser escrito como um operador filtro, conforme será mostrado em particular para o caso do Método dos Volumes Finitos, empregado no presente trabalho.

Um processo geral de filtragem pode ser definido por:

$$\bar{a}(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} g[\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t', \Delta(\mathbf{x},t), \Theta(\mathbf{x},t)] \, a(\mathbf{x}',t') \, d\mathbf{x}' \, dt', \qquad (3-3)$$

onde  $a = a(\mathbf{x}, t)$  é a variável original,  $\bar{a}$  é a variável filtrada, e os parâmetros  $\Delta(\mathbf{x}, t)$  e  $\Theta(\mathbf{x}, t)$  controlam respectivamente as larguras de filtro espaciais e temporais do filtro descrito pela função g. Para simplificar a notação, o símbolo de integral aqui representa integral nas três dimensões espaciais e na direção temporal.

Note que este é o caso mais geral do processo de filtragem, onde ambas as larguras de filtro (bandas de filtragem) dependem da posição e do tempo. Muitos casos de interesse prático envolvem largura de filtro espacial que só

depende de posição  $(\Delta(\mathbf{x},t) = \Delta(\mathbf{x}))$  e largura de filtro temporal constante,  $\Theta(\mathbf{x},t) = \Theta$ , ou que só depende do instante de tempo,  $\Theta(\mathbf{x},t) = \Theta(t)$ .

Convém notar que quando aplicado a equação de N-S, deve-se observar se o operador filtragem comuta com os operadores derivadas espaciais — divergente, gradiente e laplaciano. Assim, um processo de filtragem cuja largura do filtro dependa da posição,  $\Delta = \Delta(\mathbf{x})$ , não comuta, a princípio, com os operadores de derivada espacial. Atenção especial deve ser dada ao termo advectivo, no qual a não-linearidade dá origem a um erro de comutação  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  definido como

$$\epsilon_{\mathbf{com}} = \overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u} \ \mathbf{u}}), \qquad (3-4)$$

o qual, de um modo geral, é não-nulo.

A importância deste conceito geral de filtragem advém de sua característica unificadora, uma vez que qualquer abordagem numérica que se empregue ou mesmo qualquer abordagem da turbulência que se utilize, pode ser considerada como uma forma particular da aplicação da Eq. 3-3 às equações de Navier-Stokes, Eqs. (3-2), bastando para isso a escolha apropriada da função g e de sua dependência com relação a  $\Delta(\mathbf{x}, t)$  e  $\Theta(\mathbf{x}, t)$ .

# 3.2 Processo de Discretização

Como mencionado, qualquer processo de discretização pode ser escrito como uma integral tal qual a Eq. 3-3. O método clássico de Diferenças Finitas consiste em distribuir pontos pelo domínio computacional e aproximar as derivadas das Eqs. 3-2 em cada um dos pontos nodais i, utilizando expansões em série de Taylor. Isso corresponde à aplicação de um filtro (Eq. 3-3) nas equações de N-S (Eqs. 3-2), cuja função g é igual a função g (delta de Kroneker) centrada no ponto nodal g. Já no método de Elementos Finitos, a função g é prescrita como sendo igual ao perfil interpolar para estimar a variável dependente g.

O Método dos Volumes Finitos, foco do presente trabalho, consiste em particionar o domínio computacional em N volumes de controles  $V_{ci}$  com i variando de 1 a N, e posterior integração das Eqs. 3-2 em cada um desses volumes de controle. Isso corresponde à aplicação de um filtro (Eq. 3-3), nas

equações de N-S, (Eqs. 3-2), cuja função g é dada por:

$$g = \begin{cases} \frac{1}{V_{c_i}}, & \text{se } \mathbf{x}' \in V_{c_i} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
 (3-5)

Obtém-se assim um conjunto de N equações para cada uma das quatro equações diferenciais parciais originais. Uma vez que a cada volume de controle é associada uma velocidade  $\mathbf{u}$  (três componentes) e uma pressão p, o sistema de equações, na sua versão discreta, está fechado.

# 3.3 Equações de Navier-Stokes Médias – RANS

A abordagem da turbulência através de uma metodologia de média de Reynolds (RANS) envolve a aplicação de uma integral no tempo, conhecida por média de Reynolds, dada por

$$\bar{a} = \lim_{\Delta T \to \infty} \frac{1}{\Delta T} \int_{-\Delta T/2}^{\Delta T/2} a(\mathbf{x}, t) dt, \qquad (3-6)$$

nas equações de N-S, Eqs. 3-2, obtendo-se:

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nu \nabla^2 \overline{\mathbf{u}}, \qquad (3-7a)$$

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0. \tag{3-7b}$$

Note-se que, como o operador média de Reynolds independe da posição, não há erro de comutação entre este operador e o de divergência no termo advectivo, isto é:

$$\overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u} \ \mathbf{u}}) = \epsilon_{\mathbf{com}} = 0 \tag{3-8}$$

O termo  $\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}})$  precisa ser reescrito em função de variáveis disponíveis,  $\overline{\mathbf{u}}$ . Para tal, a equação pode ser transformada em:

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \ \tau = -\nabla \overline{p} + \nu \ \nabla^2 \overline{\mathbf{u}}, \qquad (3-9a)$$

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0, \tag{3-9b}$$

onde a nova variável  $\tau$ , definida como

$$\tau = \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}} - \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}}, \tag{3-10}$$

é conhecida como tensor de Reynolds, e precisa ser modelada.

Dentre as várias possíveis modelagens (Pope, 2000), uma das mais conhecidas e utilizadas é o modelo  $\kappa - \varepsilon$ , que se baseia em equações de transporte para energia cinética turbulenta  $\kappa$  e dissipação de energia cinética turbulenta  $\varepsilon$ .

Mais importante do que apresentar as diversas possíveis modelagens para o tensor de Reynolds é reconhecer que o processo de filtragem temporal apresentado acima, juntamente com o inevitável processo de discretização, são um caso particular do filtro geral apresentado, no qual a largura de banda temporal  $\Theta(\mathbf{x},t)$  é constante e tende a infinito. O parâmetro de filtragem espacial,  $\Delta(\mathbf{x},t)$ , no caso por exemplo de Método de Volumes Finitos (MVF), está associado à espessura da malha, que em geral, varia espacialmente, e, conseqüentemente, introduz um erro de comutatividade no termo advectivo.

À luz desse entendimento do processo de filtragem, nota-se que, em regiões de intensas atividades turbulentas, é provável que a filtragem temporal seja muito mais importante que a espacial. Por outro lado, em regiões laminares do escoamento, onde o valor do tensor de Reynolds resultante é praticamente nulo, não se pode assumir que a filtragem espacial seja insignificante perante a filtragem temporal, uma vez que esta última não produz efeito em regime laminar. Assim, a hipótese contida nas Eqs. 3-8 pode não ser válida em algumas regiões do escoamento, e os problemas trazidos por uma malha não regular, a ser empregada com MVF numa abordagem RANS, são facilmente compreendidos, quando se utiliza o conceito de filtragem mais geral, apresentado acima, na Eq. 3-3.

Enquanto na metodologia RANS comumente se fala de filtragem no tempo, ignorando-se a filtragem espacial, intrínseca ao próprio esquema de discretização, na metodologia LES, faz-se o oposto, ou seja, fala-se apenas de uma filtragem espacial, ignorando-se o fato de que, para avançar as equações de transporte no tempo, utiliza-se alguma forma de integral temporal. Assim, embora seja costume ignorar os efeitos da filtragem espacial no RANS e da temporal no LES, deve-se ter em mente que, na verdade, ambos são casos particulares de um processo mais geral, e, portanto, têm uma raiz comum. Embora possuam comportamentos completamente diferentes em certos aspectos, o que traz certas dificuldades para a utilização conjunta

dessas duas metodologias, a consciência da origem comum das duas pode facilitar futuras implementações nas quais o LES e o RANS convivem harmoniosamente na mesma simulação, cada qual tendo sua influência aumentada na região ou regime para qual foi idealizada e para a qual apresenta maior acurácia ou menor custo computacional. Assim, grandes esforços da comunidade científica têm sido depositados na busca dessa integração entre RANS e LES, objetivando-se a exploração dos pontos fortes de cada uma em diferentes regiões ou regimes do escoamento. Resultante desse esforço é a bem conhecida metodologia de Simulação de Estruturas Desprendidas (DES) de Spalart (1997).

Note-se que não se faz distinção neste trabalho entre o símbolo de filtragem baseada em média de Reynolds utilizado em metodologia RANS e o símbolo de filtragem a ser utilizado na discussão que se segue sobre LES. Isto porque, conforme já enfatizado, ambos são casos particulares de um processo mais geral, não sendo portanto necessário o uso de diferentes notações.

Devido à importância da LES para o presente trabalho, dedicam-se a seções seguintes a um maior detalhamento desta metodologia.

## 3.4 Simulação de Grandes Escalas – LES

A solução completa das equações de Navier-Stokes para número de Reynolds razoável requer um esforço computacional considerável, uma vez que são necessárias definições espacial e temporal extraordinárias, para que sejam representadas todas as estruturas que de fato influenciam o escoamento. Como quanto maior o número de Reynolds, mais importantes e mais presentes são as pequenas estruturas turbilhonares, a simulação de escoamentos turbulentos exige um grande número de graus de liberdade a ser resolvido.

A fim de tornar tal simulação computacionalmente viável, é necessário selecionar (ou melhor, filtrar) parte desse conjunto de graus de liberdade. Este processo de seleção pode ser feito de diversas maneiras, e de fato, todas as metodologias utilizadas para regimes turbulentos utilizam, de certa forma, alguma de suas variantes.

A abordagem adotada pela LES consiste na aplicação de um filtro, tal qual descrito pela Eq. 3-3, nas equações de Navier-Stokes, o qual seleciona apenas as grandes estruturas turbilhonares como aquelas a serem simuladas.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} = -\overline{\nabla p} + \nu \overline{\nabla^2 \mathbf{u}}, \qquad (3-11a)$$

$$\overline{\nabla \cdot \mathbf{u}} = 0. \tag{3-11b}$$

No entanto, de forma oposta à metodologia RANS, assume-se que a resolução temporal é grande o suficiente comparada com a espacial, de forma que, no processo de filtragem, se possa desprezar as influências temporais e se concentrar nas espaciais. Isso, em termos práticos, significa que o passo de tempo utilizado no avanço temporal das equações discretizadas é pequeno o suficiente para capturar a física das estruturas, e também para que o erro do esquema numérico correspondente seja insignificante.

Sendo o filtro empregado completamente independente de qualquer parâmetro temporal, pode-se assumir, no primeiro termo da Eq. 3-11a, que os operadores filtragem e derivada temporal podem ser comutados. Considera-se ainda que os termos lineares apresentam erros de comutatividade desprezíveis quando comparados ao termo advectivo, não-linear.

Assim, de forma análoga à utilizada na metodologia RANS, necessitase reescrever o termo  $\overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})}$  em função de variáveis disponíveis, isto é,  $\overline{\mathbf{u}}$ . A transformação de  $\overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})}$  em  $\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}})$  pode ser feita em duas etapas, cada uma das quais introduzindo um erro de comutação (Guerts, 2004):

$$\overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u} \ \mathbf{u}}) + \epsilon_{\mathbf{com}}, \qquad (3-12a)$$

$$\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \epsilon_{\mathbf{\Pi}}, \qquad (3-12b)$$

onde

$$\epsilon_{\mathbf{com}} = \overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u} \ \mathbf{u}}) \tag{3-13}$$

é o primeiro erro de comutação oriundo da troca de ordem entre os operadores filtro e derivadas espaciais, e

$$\epsilon_{\Pi} = \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}} - \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}}, \tag{3-14}$$

é o segundo erro de comutação, devido à troca de ordem entre a filtragem e o operador produto externo.

Embora ambos sejam erros de comutação, por questões de conveniência e tradição, convenciona-se nesse trabalho referir-se a  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  como o erro de comutatividade propriamente dito. O segundo deles,  $\epsilon_{\mathbf{\Pi}}$ , é mais

conhecido na literatura como  $\tau_{SGS} = \epsilon_{\Pi}$ , sendo referido como o termo ou tensor Sub-malha, nomenclatura essa adotada também nesse trabalho.

Assim, o termo advectivo da Eq. 3-11 pode ser escrito como:

$$\overline{\nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u})} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}}) + \epsilon_{\mathbf{com}} + \nabla \cdot \tau_{SGS}. \tag{3-15}$$

Sem entrar ainda no mérito de se a filtragem é independente da malha utilizada (filtragem explícita) ou se é intrínseca à mesma (filtragem implícita), convém observar que, somente se a largura de banda espacial  $\Delta(\mathbf{x},t)$  não depender nem da posição nem do tempo, ou seja, se  $\Delta(\mathbf{x},t) = \Delta$ , o primeiro erro de comutação  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  torna-se nulo, podendo as equações de transporte ser reescritas como:

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \tau_{SGS} = -\nabla \overline{p} + \nu \nabla^2 \overline{\mathbf{u}}, \qquad (3-16a)$$

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0, \tag{3-16b}$$

$$\tau_{SGS} = \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}} - \overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}}. \tag{3-16c}$$

O cerne da metodologia LES baseia-se no fato de que, para um filtro espacial adequadamente escolhido, a maior parte da energia do escoamento está contida nas grandes escalas, cuja evolução temporal é descrita pela Eq. 3-16 e depende fortemente da geometria e presença de fronteiras. Para tal, é necessário que a largura da filtragem espacial esteja localizada na faixa inercial do espectro de energia, de forma que as grandes escalas a serem resolvidas contenham a maior parte da energia do escoamento. O termo  $\tau_{SGS}$ , que representa a ação das pequenas escalas nessa evolução, é, normalmente, pequeno, mais isotrópico e menos dependente da geometria, admitindo uma modelagem mais universal.

No entanto, o tamanho das grandes estruturas turbilhonares, ou de outra forma, das estruturas contendo a maior parte da energia, varia de acordo com o regime do escoamento e com a região. Assim, é de se esperar que o tamanho dessas estruturas seja bem menor em regiões próximas a uma parede (na camada limite, por exemplo) ou numa camada cisalhante livre, do que em regiões de esteira, posteriores a um grande descolamento de camada limite de um corpo rombudo. Deste modo, o tamanho das estruturas que contêm, por exemplo, 90% da energia total, pode ser milhares de vezes menor numa camada limite em comparação com uma região de esteira no mesmo escoamento. Para que não haja desperdício de graus de liberdade na esteira, ou escassez na camada limite, é necessário que a largura (banda) do

filtro espacial se adapte às diferentes exigências, o que torna imperativo que  $\Delta$  varie espacialmente. Por sua vez, isso acarreta um erro de comutatividade  $\epsilon_{\mathbf{com}}$ , o qual pode não ser pequeno, dependendo de quão rápido a largura do filtro varie no espaço.

Talvez seja esta a questão mais crítica da metodologia LES, uma vez que se deve buscar uma solução de compromisso entre minimizar o erro de comutatividade com uma filtragem o mais homogênea possível, ou minimizar o tensor sub-malha com uma filtragem que se adapta espacialmente, mas que, por outro lado, causa grandes erros de comutatividade. Nota-se assim, que a LES exige um cuidado especial no pré-processamento (definição da malha, e filtragem), a fim de manter um balanço adequado entre os erros  $\epsilon_{\text{com}}$  e  $\nabla \cdot \tau_{SGS}$ . O conhecimento ou a avaliação das ordens de grandeza relativas dos mesmos é também fundamental para que, por exemplo, não se desperdice esforço na modelagem sub-malha, quando esta é obscurecida pelo erro de comutatividade, ou vice-versa.

Obviamente, o que se pretende, idealmente, numa simulação LES, é uma razão entre  $\nabla \cdot \tau_{SGS}$  e  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  o maior possível, de forma que a modelagem sub-malha seja praticamente a única fonte de erro. Ao mesmo tempo, quanto menores as duas fontes de erro mencionadas, mais próximo de um DNS e, portanto, mais precisa, será a simulação, embora isso normalmente implique num custo computacional (memória e tempo de computação) elevado. Na prática, de nada adianta uma razão grande entre os erros se a modelagem sub-malha ainda não está suficientemente desenvolvida.

Existem basicamente duas vertentes quanto ao processo de filtragem na metodologia LES. A primeira delas, mais purista, prega que o processo de filtragem deve ser independente ou minimamente influenciado pelo processo de discretização. Neste caso, a filtragem é feita explicitamente, com um número de onda de corte comumente bem menor (tipicamente entre 2 e 8 vezes) do que aquele associado a malha local. Isso garante que os erros de discretização sejam bem menores que o termo a ser modelado  $\tau_{SGS}$ , além de minimizar erros de aliasing (Kravchenko e Moin, 1997 e posteriormente Chow e Moin, 2003). Um outro argumento a favor dessa filosofia é de que, para que testes de validação, envolvendo diversas malhas e filtros, sejam conclusivos, é necessária a independência completa entre o espaçamento de malha e a largura do filtro, o que só pode ser obtido com uma filtragem explícita. Assim, do ponto de vista acadêmico, é interessante isolar-se as fontes de erro, de forma a poder validar os diversos modelos propostos.

Uma segunda vertente, mais voltada para as aplicações práticas, prega que não é necessária uma filtragem explícita, uma vez que a própria discretização do domínio já pode ser considerada como um processo de filtragem implícito, evitando assim um esforço computacional extra. Além disso, essa filosofia herda as vantagens intrínsecas do método de discretização, como por exemplo, no caso do Método de Volumes Finitos, a trivial extensão a malhas não-estruturadas. Assim, essa vertente apresenta maior flexibilidade para o tratamento de geometrias mais complexas do que a linha purista, que acaba se restringindo a aplicações mais acadêmicas, de geometrias mais simples. Some-se a isto, o fato de que a filtragem implícita proporciona a menor largura de banda possível, o que minimiza o termo a ser modelado.

Embora cada uma das vertentes acima possua seus próprios argumentos, nesse trabalho será adotada a segunda, baseada numa filtragem implícita, intrínseca à malha. Todos os comentários feitos acima sobre a variação espacial da largura de filtro, e o balanço entre o erro de comutatividade e o tensor sub-malha, continuam válidos. A única observação adicional a ser feita é a de que, nesta abordagem escolhida, a largura do filtro é diretamente determinada pelo espaçamento de malha, portanto onde se mencionava variação espacial abrupta ou suave da banda do filtro, agora se lê, respectivamente, uma malha que varia seu espaçamento muito rapidamente ou que se mantém praticamente uniforme. Assim, uma malha uniforme, sem variação de espaçamento, apresenta erro de comutatividade nulo, e justifica pesados investimentos na melhoria da modelagem sub-malha, enquanto uma malha que se alarga ou se encolhe de forma discreta já começa a apresentar um certo erro de comutação, o qual precisa ser mensurado, a fim de não obscurecer a importância do tensor  $\tau_{SGS}$ . Reforça-se, no caso em questão, a sensibilidade da metodologia LES à escolha da malha e dos esquemas numéricos.

Nas seções seguintes, são examinados em mais detalhes o erro de comutatividade e o termo sub-malha, devido à grande importância dos mesmos na metodologia LES.

## 3.5 Erro de Comutatividade

Conforme mencionado anteriormente, para que o erro de comutatividade seja nulo, é necessário que a largura do filtro seja independente da posição e do instante de tempo. Em outras palavras, quando se utiliza filtragem implícita, a malha deve ser uniforme.

Vasilyev e Lund (1997) e Vasilyev et al. (1998) mostraram que, com um esforço computacional extra, pode-se construir filtros de ordem mais alta que reduzem o erro de comutatividade a níveis tão baixos quanto se queira. Em particular, utilizando-se filtros de ordem M, mostra-se que é possível limitar  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  à ordem de  $\Delta^M$ , o que a princípio é um resultado animador.

Entretanto, Guerts (2004), constata que, quando se utiliza os filtros propostos, o termo sub-malha  $\nabla \cdot \tau_{SGS}$  também fica limitado a  $\Delta^M$ . Em suma, embora os filtros propostos por Vasilyev tragam vantagens por diminuírem os erros de comutação, não se observa melhoria da razão entre termo sub-malha e erro de comutatividade, a qual deve ser a maior possível. Assim, a crítica que se faz ao emprego de tais filtros é a de que a maior precisão apresentada é devida ao fato de se estar mais próximo de uma simulação direta (DNS), a um custo computacional bem mais caro, e não de se ter diminuído a importância relativa do erro de comutatividade.

Para o caso de um filtro retangular (top-hat) em uma dimensão, podese mostrar (Guerts, 2004) que o erro de comutação total, isto é, incluindo  $\nabla \cdot \tau_{SGS}$  e  $\epsilon_{\mathbf{com}}$  é da forma:

$$\nabla \cdot \tau_{SGS} + \epsilon_{\mathbf{com}} = C(k\Delta) \{ \underbrace{k \sin(2kx)}_{\nabla \cdot \tau_{SGS}} + \underbrace{\frac{\Delta'}{\Delta} [\cos(2kx) - 1]}_{\epsilon_{\mathbf{com}}} \}, \qquad (3-17)$$

onde  $\Delta'$  é a derivada espacial de  $\Delta$ , ou seja,  $\partial(\Delta)/\partial x$ , e k é o número de onda do modo em questão.

Assim, nesse caso simples, para que o modelo sub-malha tenha importância e justifique investimento para melhorias, é necessário que

$$\frac{\Delta'}{\Delta} \ll k \,, \tag{3-18}$$

ou seja, a taxa de alargamento relativo do espaçamento de malha deve ser limitado pelo número de onda em questão. Nota-se daí que um alargamento de malha costuma ser mais crítico para as grandes estruturas (k baixo), ou, de outra forma, são os modos de maior comprimento de onda que vão ditar as limitações práticas do alargamento da malha.

Um outro raciocínio que pode ser feito baseado na Eq. 3-18 é o seguinte: quanto menor o alargamento (ou compressão) de malha, ou seja, quanto mais uniforme for a malha, maior a faixa de número de ondas para a qual o erro de comutatividade ainda é bem menor que o termo sub-malha, ou seja, maior o espectro de modos para o qual a modelagem sub-malha (SGSM) domina o erro de comutatividade.

Além da importância do controle da razão entre os erros de comutatividade e de modelagem sub-malha, um outro ponto crítico deve ainda ser examinado. Germano (2000) mostrou que o efeito numérico de um gradiente de espaçamento de malha pode ser equivalente à adição de um termo viscoso nas equações de transporte. Em particular, verificou que o sinal dessa viscosidade adicional depende da direção do alargamento da malha e da velocidade do fluido. Assim, se a malha se alargar na direção contrária ao vetor velocidade, tem-se um efeito de viscosidade negativa, o que pode ser catastrófico para a estabilidade numérica. Por outro lado, se a malha se alargar na mesma direção do vetor velocidade, a viscosidade aparente será positiva, o que, se por um lado traz estabilidade para o esquema numérico, por outro, aumenta a dissipação a ponto, talvez, de ofuscar os termos modelados.

Este efeito apontado por Germano (2000) pode ser entendido fisicamente da seguinte maneira: uma vez que os turbilhões são convectados pelo escoamento, se houver uma mudança no espaçamento de malha ao longo da trajetória percorrida por uma estrutura turbilhonar, o efeito sentido por esta última será o de uma variação da posição da freqüência de corte no espectro. Em outras palavras, esta estrutura experimentará uma rápida diminuição de energia quando passar para uma região de malha mais grosseira, correspondendo a um efeito dissipativo, de viscosidade aparente positiva. No sentido inverso, isto é, de uma região de malha grosseira para uma de malha fina, a mesma estrutura sentirá necessidade de preencher os modos de energia até então vazios do espectro. Note-se que uma região de malha mais fina suporta mais modos de números de onda mais elevados do que os que estavam sendo carregados pelo turbilhão em regiões mais grosseiras da malha. Essa súbita necessidade de aumentar a energia dos modos mais elevados corresponderia à viscosidade negativa, comentada em parágrafos anteriores.

Uma alternativa possível para a abordagem desses erros de comutatividade, que não será explorada nesse trabalho, é a modelagem dos mesmos. Guerts (2004) expõe algumas maneiras de se estimar e quantificar esse erro, baseando-se, por exemplo, em argumentos de similaridade de escalas. A maioria da opções apresentadas usa raciocínios análogos aos empregados em formulações de modelos sub-malha, envolvendo modelos estruturais.

### 3.6 Tensor Sub-Malha

De acordo com o apresentado na seção 2.2, os modelos funcionais baseiam-se na tentativa de modelar o papel do termo sub-malha na cascata de energia, não se importando muito com a forma estrutural do tensor e direções principais. Nesse sentido, comumente é suficiente modelar esse termo como um termo difusivo, análogo ao encontrado naturalmente nas equações de N-S. Porém, para que a energia não se acumule indevidamente nas menores escalas, a viscosidade associada a este termo dissipativo deve ser maior do que a laminar, sendo escolhida de tal forma a equilibrar a taxa de transferência inercial da energia. Assim, a hipótese mais comum para modelos funcionais é a hipótese de Boussinesq, que é análoga à usada em metodologias RANS:

$$\tau_{SGSij} \equiv \tau_{ij} = -\nu_{SGS} \,\overline{S}_{ij} \,, \tag{3-19}$$

onde se usa a notação indicial de Einstein.  $\overline{S}_{ij}$  é a parte simétrica do gradiente da velocidade resolvida, ou taxa de deformação, sendo dada por:

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) . \tag{3-20}$$

A viscosidade sub-malha,  $\nu_{SGS}$ , deve ser escolhida, ou mesmo auto-maticamente ajustada (Germano, 1991) de tal forma a haver um equilíbrio de fluxo de energia.

Sendo  $\nu_{SGS}$  um escalar, a hipótese descrita pela Eq. 3-19 corresponde a assumir que o tensor sub-malha está alinhado com o tensor taxa de deformação, de forma análoga à usada na equação de N-S para se modelar o termo viscoso,  $\nu$   $\nabla^2 \mathbf{u}$ . No caso da viscosidade molecular, isso é perfeitamente justificável, pois as escalas moleculares são muito pequenas e o alinhamento com o tensor deformação se dá, na prática, instantaneamente. Porém, no caso em questão, as escalas que estão sendo modeladas são bem maiores e, portanto, mais lentas, de modo que nem sempre essa hipótese de alinhamento é válida.

Tal qual ocorre com o tensor de Reynolds para metodologias RANS, aqui também se deve fazer um pequeno ajuste, para que o traço do lado esquerdo da Eq. 3-19 seja igual à zero, já que traço do lado direito da mesma equação é nulo. Assim, faz-se necessária a seguinte correção:

$$\operatorname{dev}(\tau_{ij}) = -\nu_{SGS} \,\overline{S}_{ij} \,, \tag{3-21}$$

onde  $\operatorname{dev}(\tau_{ij})$  é a parte deviatórica de  $\tau_{ij}$ , ou seja,  $\operatorname{dev}(\tau_{ij}) = \tau_{ij} - 1/3 \tau_{kk} \delta_{ij}$ . Note que  $\tau_{kk}$  é o próprio traço de  $\tau_{ij}$ , e pode ser associado com a energia cinética sub-malha, chamada  $k_{SGS}$  no decorrer deste trabalho:

$$k_{SGS} = \frac{1}{2} \tau_{kk} \,. \tag{3-22}$$

Convém ainda observar que o termo 1/3  $\tau_{kk}$   $\delta_{ij} = 2/3$   $k_{SGS}$   $\delta_{ij}$ .

Ao substituir o tensor sub-malha na Eq. 3-16, deve-se avaliar a divergência deste, a qual em notação indicial é

$$\nabla \cdot \tau_{SGS} = \partial_i [\operatorname{dev}(\tau_{ij}) + 2/3 \ k_{SGS} \ \delta_{ij}] = -\partial_i [\nu_{SGS} \ \overline{S}_{ij}] + (2/3) \ \partial_j \ k_{SGS},$$
(3-23)

onde  $\partial_i() = \partial()/\partial x_i$ .

Observe-se que o segundo termo da Eq. 3-23 pode ser incorporado ao termo de pressão da Eq. 3-16 sem conseqüências palpáveis para o sistema de equações. De fato, a pressão modificada está amarrada implicitamente pela equação de continuidade, não importando quantos ou quais termos — desde que apareçam sob a forma de um gradiente de um escalar nas N-S — ela tenha incorporado.

Partindo-se da Eq. 3-21, várias modelagens sub-malha diferentes podem ser concebidas, diferindo apenas na maneira pela qual a viscosidade sub-malha é calculada. A análise dimensional de  $\nu_{SGS}$  mostra que para definir essa viscosidade são necessárias duas escalas, por exemplo, uma escala de comprimento, e uma de velocidade. Representando-se, simbolicamente, as escalas de comprimento, tempo, e velocidade, por  $\hat{l}$ ,  $\hat{t}$  e  $\hat{u}$ , respectivamente, pode-se escrever  $\nu_{SGS}$  de diversas formas, como, por exemplo, as mostradas a seguir:

$$\nu_{SGS} = C_{ul} \, \hat{u} \, \hat{l} = C_{lt} \, \hat{l}^2 / \hat{t} = C_{ut} \, \hat{u}^2 \, \hat{t} \,, \tag{3-24}$$

sendo  $C_{ul}$ ,  $C_{lt}$ , e  $C_{ut}$  constantes ajustáveis.

Diferentemente das metodologias RANS onde não se tem uma escala de comprimento bem definida, no caso do LES, essa escala, que deve estar de alguma forma relacionada ao comprimento das menores estruturas resolvidas, pode ser automaticamente associada à largura da malha, pelo menos no caso de se usar filtragem implícita, como no presente trabalho. Resta, então, escolher uma escala de velocidade (ou de tempo) adequada. Para uma escala de tempo, por exemplo, pode-se adotar o inverso da magnitude da taxa de deformação,  $|\overline{S}_{ij}|$ , enquanto, para uma escala de velocidade, é comum se usar a raiz quadrada da energia cinética associada aos pequenos turbilhões.

Nesta seção são apresentados, em mais detalhes, três possíveis modelagens:

- o modelo de Smagorinsky (1963), que foi escolhido por sua importância histórica, e também por ser muito utilizado ainda hoje;
- a abordagem Dinâmica (originalmente proposto por Germano et al., 1991), selecionada por ter revolucionado os modelos sub-malha ao dispensar o ajuste empírico de constantes;
- o modelo de uma equação (desenvolvido independentemente por uma série de autores, por exemplo, Yoshizawa e Horiuti, 1985), por representar uma outra classe de modelos, que faz uso de informações sub-malha, não disponíveis explicitamente.

# 3.6.1 Modelo Sub-malha de Smagorinsky

A grande maioria dos modelos funcionais isotrópicos parte da hipótese de Boussinesq, Eq. 3-21, e propõe um método para o cálculo da viscosidade sub-malha. O modelo de Smagorinsky (Smagorinsky, 1963), em particular, assume um equilíbrio entre produção, dissipação e transferência de energia nas pequenas escalas, e se utiliza da taxa de deformação para definir uma escala de tempo, e do próprio espaçamento de malha para estabelecer uma escala de comprimento. Assim, propõe a seguinte viscosidade sub-malha, estimada a partir de grandezas resolvidas:

$$\nu_{SGS}(x,t) = (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}(x,t)|,$$
(3-25)

onde  $|\bar{S}(x,t)|$  é o módulo do tensor taxa de deformação do campo de velocidades resolvido,

$$|\bar{S}(x,t)| = \sqrt{2 \; \overline{S}_{ij} \; \overline{S}_{ij}} \,, \tag{3-26}$$

 $\bar{\Delta}$  é uma escala de comprimento associada com a largura do filtro espacial, e  $C_s$  é a constante de Smagorinsky.

A escala de comprimento,  $\Delta$ , deve trazer para a Eq. 3-25 informações locais sobre as menores escalas sendo resolvidas. Se os volumes de controle da malha apresentarem um formato cúbico, isto é,  $\bar{\Delta}_x = \bar{\Delta}_y = \bar{\Delta}_z$ , ou mesmo um formato de um paralelepípedo de arestas não muito diferentes, essa escala pode ser convenientemente escolhida como:

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{V_c} \tag{3-27}$$

onde  $V_c$  é o volume do volume de controle.

Embora a Eq. 3-27 seja satisfatória para malhas cujos volumes de controle possuam alongamentos (razões de aspecto) não muito diferentes da unidade, as variações de tamanho e direções preferenciais das estruturas turbulentas encontradas em diferentes regiões de um mesmo escoamento impõem, muitas vezes, o uso de malhas altamente versáteis que devem se adaptar rapidamente às diferentes necessidades de diferentes zonas. Assim, são raras as ocasiões em que se pode dispor de malhas com volumes de controle aproximadamente cúbicos, e, muitas vezes, a Eq. 3-27 se mostra inadequada.

É fácil verificar, por exemplo, que, se o espaçamento na direção z  $(\bar{\Delta}_z)$  for muito maior que  $\bar{\Delta}_x$  e  $\bar{\Delta}_y$ , a Eq. 3-27 superestima a viscosidade  $\nu_{SGS}$  para estruturas turbulentas compatíveis com os tamanhos de malha das direções x e y. Nesse caso, pode haver um amortecimento excessivo das oscilações turbulentas. Algumas alternativas para solucionar esse problema são apresentadas por Sagaut (2002), porém todas elas possuem alguma desvantagem, tais como custo computacional extremamente elevado, e validade restrita a malhas estruturadas. Em suma, toda a questão reside no fato de que  $\bar{\Delta}$  é um escalar, enquanto os volumes de controle da malha, e, portanto as menores estruturas turbulentas a serem resolvidas, são tridimensionais, podendo ter comprimentos distintos nas diversas direções.

A constante de Smagorinsky possui valores ótimos diferentes, dependendo do tipo de código utilizado, e do tipo de escoamento em questão. Para turbulência homogênea e isotrópica, Clark et al. (1979) utilizaram  $C_s = 0, 18$ , enquanto Deardorff (1970) usou  $C_s = 0, 1$  para um canal plano. Esta variação se deve ao fato de que, em canais planos, o gradiente de velocidade não é nulo, contribuindo para o termo  $\bar{S}(x,t)$ . Portanto, para que o equilíbrio local de energia seja mantido, o valor da constante deve ser diminuído.

Resumidamente, os principais defeitos desse modelo sub-malha são (Sagaut, 2002):

- Em regiões laminares do escoamento, mas que apresentam uma taxa de deformação significativa, o modelo não prevê uma viscosidade submalha nula, mas sim um valor positivo que pode alterar significativamente a natureza do escoamento, tornando-o excessivamente difusivo. Surge daí uma necessidade de se alterar a constante de Smagorinsky dinamicamente.
- Para filtros, ou malhas, altamente anisotrópicas, a escala de comprimento  $\bar{\Delta}$ , e, conseqüentemente  $\nu_{SGS}$ , sendo escalares, não conseguem

representar de forma adequada as menores estruturas tridimensionais presentes. A rigor, para tal, seria necessário adotar formas tensoriais para os mesmos.

 Por assumir a hipótese de equilíbrio de energia, o modelo falha em regiões onde este equilíbrio é destruído por uma elevada produção de energia turbulenta, tal como em proximidades de paredes, camadas cisalhantes livres, etc.

Este primeiro modelo sub-malha tem sido largamente utilizado e permitiu o início de uma das mais promissoras linhas de pesquisa na área da simulação numérica de escoamentos turbulentos. No campo da modelagem sub-malha, avanços consideráveis têm sido conseguidos, chegando à novas concepções como os modelos dinâmicos que não necessitam do uso desta constante ad-hoc. Nesta nova concepção de modelagem, apresentada a seguir, esta constante é avaliada e alterada dinamicamente, a cada passo de tempo, durante a simulação.

#### 3.6.2 Modelo Sub-malha de Smagorinski Dinâmico

Abordagens dinâmicas são aquelas nas quais o valor da constante é avaliado, para cada localização no espaço e no tempo, com base nas grandezas resolvidas disponíveis (Germano et al., 1991). Isto significa que qualquer modelo "estático" que faça uso explícito de uma constante (como, por exemplo, os baseados na hipótese de Boussinesq) pode ser a origem de um modelo dinâmico, bastando, para isso, adotar uma metodologia para recalcular a constante envolvida, para cada ponto da malha, e para cada instante de tempo. Nesse sentido, apresenta-se a seguir um método geral, que pode ser aplicado a qualquer modelo, para calcular tal constante. Posteriormente, aplica-se o método ao modelo de Smagorinsky, gerando o modelo de Smagorinsky Dinâmico.

Em linhas gerais, a abordagem adotada parte do princípio de que dois níveis de filtragem diferentes (com larguras de filtro próximas) aplicados sucessivamente devem requerer modelagens sub-filtro com constantes idênticas. Esta constante pode ser determinada a partir da solução obtida, uma vez que o segundo processo de filtragem é feito sobre grandezas disponíveis.

Para a aplicação de dois níveis de filtragem sucessivos, faz-se uso da identidade de Germano (Germano, 1992), a qual pode ser escrita como:

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} \,, \tag{3-28}$$

onde:

$$L_{ij} = \widehat{\overline{u}_i} \overline{u}_j - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j , \qquad (3-29)$$

$$T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j \,, \tag{3-30}$$

$$\widehat{\tau_{ij}} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u_i} \overline{u_j}}. \tag{3-31}$$

Note-se que  $\widehat{\tau_{ij}}$  é nada menos que o tensor sub-malha,  $\tau_{ij} \stackrel{\Delta}{=} \tau_{SGSij}$ , passado por um segundo processo de filtragem, simbolicamente definido como  $\widehat{(\ )}$ , cujo parâmetro de filtragem espacial,  $\widehat{\Delta}$  é usualmente, embora não necessariamente, o dobro do original,  $\overline{\Delta}$ .

A escolha da razão entre as larguras de bandas dos dois níveis de filtragem (usualmente  $\widehat{\Delta}=2$   $\overline{\Delta}$ ) é motivada pela simplicidade de se utilizar números múltiplos, bem como por estudos numéricos que concluem ser esta a escolha ótima, em termos de eficiência e custo computacional.

Assim, os tensores  $\tau_{ij}$  e  $T_{ij}$  são, respectivamente, os tensores sub-malha de primeiro e segundo nível de filtragem. Assume-se que ambos possuem a mesma forma, com o mesmo valor de  $C_s$ , o qual agora depende da posição e do instante de tempo, sendo então redefinido como  $C_d = C_d(\mathbf{x}, t)$ . Os tensores são escritos então como:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \, \delta_{ij} = C_d \, \beta_{ij} \,, \tag{3-32}$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3} T_{kk} \delta_{ij} = C_d \alpha_{ij},$$
 (3-33)

sendo  $\alpha$  e  $\beta$  os termos modelados desprovidos da constante. No caso do modelo de Smagorinsky, por exemplo,  $\beta_{ij} = -\bar{\Delta}^2 |\overline{S}_{ij}| |\overline{S}_{ij}| |\overline{S}_{ij}| |\overline{S}_{ij}| |\overline{S}_{ij}| |\overline{S}_{ij}|$  mas em prol da manutenção da generalidade, essa informação só será usada posteriormente, no desenvolvimento do modelo de Smagorinsky Dinâmico.

Levando-se as fórmulas para os tensores, Eqs. 3-32 e 3-33, na identidade de Germano, Eq. 3-28, tem-se

$$L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} \stackrel{\triangle}{=} L_{ij}^d = C_d \alpha_{ij} - \widehat{C_d \beta_{ij}}, \qquad (3-34)$$

onde o superescrito d em  $L_{ij}^d$  denota a parte deviatórica da matriz.

Como o segundo termo do lado direito da equação acima apresenta a constante dentro do processo de filtragem, a mesma não pode ser determinada, sem que se faça a seguinte aproximação:

$$\widehat{C_d \ \beta_{ij}} = C_d \ \widehat{\beta_{ij}} \,, \tag{3-35}$$

que é equivalente a se considerar  $C_d$  constante no volume de integração.

Pode-se, então, definir um erro (resíduo) associado à Eq. 3-34

$$E_{ij} = L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} - C_d \alpha_{ij} + C_d \widehat{\beta_{ij}}, \qquad (3-36)$$

e calcular  $C_d$  de forma a minimizar tal erro.

Lilly (1992) propôs uma minimização no sentido de mínimos quadrados, na qual a constante é a solução de

$$\frac{\partial E_{ij} E_{ij}}{\partial C_d} = 0, \qquad (3-37)$$

o que fornece

$$C_d = \frac{m_{ij} \ L_{ij}^d}{m_{kl} \ m_{kl}},\tag{3-38}$$

 $com m_{ij} = \alpha_{ij} - \beta_{ij}.$ 

Observe que o coeficiente C-d assim calculado, se ajusta instantaneamente ao regime de escoamento local, podendo assumir valores negativos. O aparecimento esporádico e localizado de valores negativos para a viscosidade sub-malha poderia ser interpretado como um efeito anti-dissipativo localizado, oriundo da cascata retrógrada. Por outro lado, pode apresentar valores ilimitados, caso o denominador se anule. Em ambos os casos, o método numérico se torna instável, já que os valores negativos da viscosidade podem permanecer por longos intervalos de tempo, causando aumento na flutuação das altas freqüências.

Algumas alternativas para solucionar o problema são: 1) utilizar médias estatísticas nas direções homogêneas do escoamento (se houver), no tempo, localmente no espaço, ou mesmo num referencial lagrangiano que acompanha uma partícula; 2) utilizar limitadores arbitrários (clipping); 3) ou utilizar uma combinação desses métodos.

Assim, a Eq. 3-38 pode ser reescrita como

$$C_d = \frac{\langle m_{ij} \ L_{ij}^d \rangle}{\langle m_{kl} \ m_{kl} \rangle}, \tag{3-39}$$

ou, alternativamente, como

$$C_d = \left\langle \frac{m_{ij} \ L_{ij}^d}{m_{kl} \ m_{kl}} \right\rangle, \tag{3-40}$$

onde o operador  $\langle \, \rangle$  identifica um dos processos de média citados no parágrafo acima.

Uma outra opção seria uma média sobre diferentes realizações, ou seja, uma média estatística propriamente dita.

Desta forma, qualquer modelo sub-filtro que utiliza uma constante adaptativa, como mostrado acima, constitui um modelo dinâmico. Quando aplicado ao modelo (estático) de Smagorinsky, o método origina o modelo dinâmico de Smagorinsky, o qual, por ter sido o primeiro a ser testado e por ser ainda hoje um dos mais empregados, é comumente chamado simplesmente "modelo dinâmico".

A hipótese de que a constante é a mesma para dois níveis diferentes de filtragem pressupõe que as freqüências de corte dos dois filtros estejam localizadas na faixa inercial do espectro e que os dois filtros sejam similares, ou seja, que possuam a mesma função, a menos de um fator de escala, relacionado à largura de banda. Meneveau e Lund (1997) identificaram algumas inconsistências do modelo dinâmico original (Germano, 1991), o que lhes permitiu estender seu domínio de validade à faixa viscosa do espectro.

Teoricamente, se a largura do filtro for menor ou igual ao comprimento característico de Kolmogorov, um modelo adequado deve prever valor nulo para a constante, uma vez que o escoamento está sendo completamente resolvido, dispensando modelos sub-filtro.

Entretanto, os modelos dinâmicos (Germano, 1991 e Lilly, 1992) retornam uma constante que depende do segundo nível de filtragem, ou seja,  $C_d = C(\widehat{\Delta})$ , o que significa que quando a largura do filtro tende para o comprimento característico de Kolmogorov  $(\eta)$ , tem-se

$$\lim_{\overline{\Delta} \to \eta} C_d = C(r\eta) \neq 0 \quad \text{onde} \quad r = \widehat{\overline{\Delta}}/\overline{\Delta}.$$
 (3-41)

O algoritmo proposto por Meneveau e Lund (1997) corrige esse problema, ao assumir que as constantes correspondentes aos dois níveis de filtragem não são mais idênticas. Esse e outros métodos mais abrangentes (Sagaut, 2002), não são apresentados aqui, por não fazerem parte do escopo desse trabalho.

### 3.6.3 Modelo Sub-malha de Uma Equação

Conforme o comentado nas seções 2.2.3 e 3.6, há várias possibilidades para o cálculo da viscosidade sub-malha. O modelo de Smagorinsky utiliza apenas informações das grandes escalas (resolvidas), conforme explicitado na Eq. 3-25, e assume um equilíbrio de energia, o qual nem sempre é verificado. Outros (Sagaut, 2002) podem fazer uso de informações relativas a uma freqüência específica (comumente a de corte) ou mesmo informações contidas em escalas não-resolvidas, as quais não aparecem explicitamente nas equações de N-S filtradas.

Neste último caso, como tais informações não estão disponíveis (justamente por serem relativas a escalas não-resolvidas), devem ser, em última análise, obtidas de grandezas simuladas. O modelo de uma equação apresentado neste ítem avalia a viscosidade sub-malha a partir de uma escala de velocidade baseada na energia cinética das pequenas escalas  $(k_{SGS})$ , a qual é obtida a partir da solução de sua equação de transporte (Yoshizawa e Horiuti, 1985). Esta, por sua vez, é expressa apenas em função de grandezas disponíveis, e fornece, a cada passo de tempo, a escala de velocidade,  $\hat{u} \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{k_{SGS}}$ , que, juntamente com uma escala de comprimento associada à malha  $(\overline{\Delta})$ , define a viscosidade sub-malha, a menos de uma constante:

$$\nu_{SGS} = C_k \sqrt{k_{SGS}} \,\overline{\Delta} \,. \tag{3-42}$$

A energia cinética das pequenas escalas pode ser definida como

$$k_{SGS} = \frac{1}{2} \tau_{SGSkk} \,, \tag{3-43}$$

e sua equação de transporte pode ser estabelecida a partir de simples manipulações da equação de quantidade de movimento, Eq. 3-2, e da equação de grandes escalas, Eq. 3-16. Assim, seguindo-se a própria construção de  $\tau$ , multiplica-se internamente (produto interno) a Eq. 3-2 por  $\mathbf{u}$ , e a Eq. 3-16 por  $\overline{\mathbf{u}}$ , obtendo-se duas equação de transporte, para 1/2 ( $u_k$   $u_k$ ) e 1/2 ( $\overline{u}_k$   $\overline{u}_k$ ), respectivamente. Filtrando-se a primeira dessas duas equações e subtraindo este resultado da segunda, chega-se, após algumas hipóteses de fechamento (Yoshizawa e Horiuti, 1985), a uma equação de transporte para a energia turbulenta sub-malha:

$$\frac{\partial k_{SGS}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u}_j k_{SGS}) = \frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu + \nu_{SGS}) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_i}] - \varepsilon - \tau_{lm} \overline{S}_{lm}, \quad (3-44)$$

onde, o transporte turbulento e a difusão de pressão foram modelados como um processo difusivo, representados pela viscosidade  $\nu_{SGS}$ , enquanto a dissipação viscosa é representada por  $\varepsilon = C_\varepsilon \; k_{SGS}^{-3/2}/\overline{\Delta}$ .

Essa equação de transporte consegue, por ser transiente, capturar as mudanças de energia turbulenta em escalas não-resolvidas, que seriam ignoradas por hipóteses de equilíbrio energético, tais como as utilizadas no modelo de Smagorinsky. Entretanto, esse modelo, assim como todos os modelos baseados na Hipótese de Boussinesq (também chamados modelos de viscosidade turbilhonar, ou eddy-viscosity models) ainda assume alinhamento entre o tensor sub-malha e a taxa de deformação, o que muitas vezes não é verificado. De fato, sob circunstâncias ideais nas quais o equilíbrio energético é verificado, este modelo é mais caro computacionalmente e não apresenta desempenho superior ao clássico modelo de Smagorinsky.

### 4 Método Numérico

A modelagem do tensor sub-malha e os erros de comutação constituem apenas uma parcela dos erros encontrados numa metodologia LES. Por serem estes, em geral, de magnitude reduzida, as Simulações de Grandes Escalas requerem um cuidado adicional na implementação numérica, para que erros de discretização e outros erros numéricos não mascarem a modelagem do termo sub-malha. Ao mesmo tempo, e de forma conflitante, a metodologia deve ser geral e flexível o suficiente para lidar com geometrias mais complexas, tais como as encontradas em aplicações de interesse na indústria, envolvendo possivelmente, malhas altamente não-uniformes ou até não-estruturadas. Além disso, deve-se permitir fácil paralelização do código, sem a qual, o tempo de simulação seria extremamente longo.

Dentre as várias possibilidades relacionadas na literatura, tais como Diferenças Finitas, Elementos Finitos, métodos espectrais, e outros, a que mais se adequa ao que se propõe neste trabalho (Jasak, 1996) é o Método dos Volumes Finitos, por oferecer a melhor relação de compromisso entre flexibilidade e acurácia.

Todos os casos simulados no presente trabalho fazem uso de uma biblioteca desenvolvida no Imperial College em linguagem C++, disponível gratuitamente na internet, chamada OpenFOAM (OpenFoam, 2006). Consiste
de um conjunto de classes e objetos, com todas as ferramentas necessárias
para Simulações Numéricas de Equações Diferenciais Parciais, especialmente
adequada para fenômenos de transporte. Tem-se acesso a todo o código, o
que permite uma enorme flexibilidade para se modificar classes, operadores,
e qualquer código que se verifique necessário. Em particular, sua estrutura
baseada em orientação a objeto provou ser bastante adequado para pesquisas de novos modelos de turbulência e esquemas numéricos.

Neste capítulo são apresentados os detalhes do método e esquemas numéricos deste código mais relevantes para este trabalho.

## 4.1 Discretização do Domínio Computacional

Para que as equações de transporte que governam o movimento do fluido possam ser utilizadas em simulações numéricas, é necessário um processo de discretização do domínio do escoamento e dos operadores derivada que nelas aparecem.

A discretização do domínio resulta numa malha computacional, sobre a qual a versão discretizada das equações de transporte é resolvida. No caso do Método dos Volumes Finitos, o domínio é particionado num certo número de volumes de controle, que definem, não somente as localizações onde se deseja obter a solução para as variáveis de interesse, como também possibilitam a definição das versões discretas dos operadores de derivada espacial necessárias. A topologia dos volumes de controle suportados pelo código OpenFOAM é bem geral, permitindo a utilização de qualquer poliedro, onde cada face plana cercando o volume de controle é compartilhada por apenas um outro volume de controle. Um volume de controle típico é mostrado na Fig. 4.1, onde o ponto A se localiza no centróide do mesmo, e o ponto f, no centróide de cada face. O ponto B caracteriza o centróide de um volume vizinho, que compartilha a face que contém f.

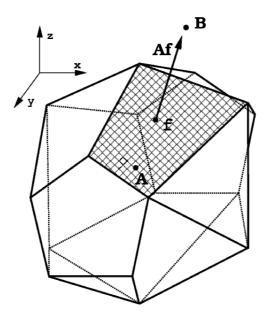


Figura 4.1: Topologia de um volume de controle

Um vetor **Af** é definido para cada face, na direção perpendicular à mesma, com módulo igual à sua área. A orientação deste vetor segue o sentido do centróide de menor índice para o de maior índice na lista de volumes de controle. O centróide de menor índice nessa lista é considerado

o "dono" da face "f", ou o "Principal", identificado na Fig. 4.1 por "A", enquanto o adjacente, é chamado simplesmente de "vizinho" e identificado por "B". No caso de faces pertencentes a uma região de fronteira, seu único volume de controle é considerado o principal, e o vetor **Af** aponta para fora do domínio do escoamento.

Embora o presente estudo tenha se limitado à utilização de malhas estruturadas, de elementos hexaédricos, a capacidade de lidar com formas mais gerais (poliedros) permite enorme flexibilidade e adaptabilidade na geração da malha, e garante que as metodologias aqui estudadas (incluindo o modelo proposto) sejam extensíveis a qualquer topologia não-estruturada, possibilitando melhor representação de geometrias complexas em futuros trabalhos.

# 4.2 Discretização da Equação Geral de Transporte

Em geral, a equação de transporte a ser discretizada, é da forma

$$\underbrace{\frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t}}_{\text{termo transiente}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi)}_{\text{termo advectivo}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)}_{\text{termo difusivo}} + \underbrace{Sc + Sp \phi}_{\text{termo fonte}},$$
(4-1)

onde  $\phi$  é a variável dependente,  $\Gamma$  é o coeficiente de difusão associado a  $\phi$  e Sc e Sp são as parcelas constante e o coeficiente do termo de geração de  $\phi$ .

Por se tratar de uma equação de segunda ordem, é recomendável que os erros de discretização também sejam, pelo menos, de ordem 2.

Uma maneira fácil de se discretizar a Eq. 4-1 é através da filtragem temporal e espacial de cada um de seus termos, por meio de integrais definidas. De fato, uma integral é um operador suavizador, que filtra informações, e no caso de FVM, é definida como

$$\bar{a}(i,n) = \frac{1}{\Delta t \ V_i} \int_{t_n}^{t_n + \Delta t} \int_{V_i} a(\mathbf{x}', t') \, d\mathbf{x}' \, dt', \qquad (4-2)$$

onde a primeira integral a ser realizada é uma integral espacial, sobre o *i*-ésimo volume de controle  $(V_i)$ , e a segunda, uma integral temporal entre o instante de tempo  $t_n$ , e o instante seguinte,  $t_n + \Delta t$ , sendo  $\Delta t$  o passo de tempo. Como resultado dessa operação de filtragem, a integral da função contínua  $a(\mathbf{x},t)$  retorna uma única variável,  $\bar{a}(i,n)$ , para cada par "volume de controle  $\times$  instante de tempo". Isto feito, parte das informações

originais contidas na variável contínua são perdidas, sendo a parcela restante sinteticamente representada por um conjunto discreto de variáveis  $\bar{a}(i,n)$ , "armazenadas" nos centróides dos volumes de controle.

Note-se que esse processo de discretização (ou filtragem) pode ser feito em duas etapas: a integral espacial, seguida pela integral no tempo. A aplicação da discretização espacial à Eq. 4-1 é detalhada separadamente a seguir, para cada um de seus termos transiente, advectivo, difusivo, e fonte. Posteriormente a seção (4.2.2), tratará do processo de discretização temporal.

## 4.2.1 Discretização Espacial

A discretização espacial dos termos da equação de transporte fundamenta-se no Teorema de Gauss Generalizado, o qual permite que integrais sobre volumes sejam escritas como integrais sobre as fronteiras dos volumes ( $\partial V$ ). Faz-se uso, nesta seção, das seguintes identidades matemáticas:

$$\int_{V_i} \nabla \cdot \mathbf{a} \, dV = \oint_{\partial V_i} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{A} \,, \tag{4-3a}$$

$$\int_{V_i} \nabla \phi \, dV = \oint_{\partial V_i} \phi \, d\mathbf{A} \,, \tag{4-3b}$$

$$\int_{V_i} \nabla \mathbf{a} \, dV = \oint_{\partial V_i} \mathbf{a} \, d\mathbf{A} \,, \tag{4-3c}$$

onde o vetor d **A** tem módulo igual à área infinitesimal, é normal a superfície  $\partial V_i$ , e aponta para fora da mesma.

Além disso, as funções sobre as quais os operadores atuam são aproximadas por diferenças centrais, ou seja, expansões em série de Taylor de segunda ordem, em torno do centróide i,

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}_i) + (\nabla \phi)_i \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) + \dots + O((\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2), \qquad (4-4a)$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{a}(\mathbf{x}_i) + (\nabla \mathbf{a})_i \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) + \dots + O((\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2). \tag{4-4b}$$

O subescrito i indica que a função ou o operador derivada é avaliado no centróide do volume de controle, cuja posição é, por sua vez, dada por:

$$\mathbf{x}_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \mathbf{x} \, dV \,. \tag{4-5}$$

A aplicação destas expressões em operadores contínuos envolvendo derivadas espaciais resulta nos operadores discretos apresentados a seguir. Primeiramente são mostrados operadores básicos, como o operador linear, o divergente, e o gradiente. A partir destes, constroem-se termos mais complexos, como os termos advectivo, difusivo, e termo fonte, presentes nas equações de transporte, que serão posteriormente introduzidos.

### **Termo Fonte**

De acordo com a Eq. 4-1, o termo fonte de uma variável  $\phi$  genérica pode ser linearizado em relação a  $\phi$ , sendo Sc a parte constante da fonte e Sp seu coeficiente angular, o qual de acordo com Patankar, (1980) deve ser sempre negativo para garantir um esquema numérico estável  $(Sp \leq 0)$ .

Para discretizar o termo de fonte, considera-se que a fonte é constante dentro do volume de controle, logo é igual ao valor no ponto nodal i, de acordo com a Eq. 4-4a. O termo de fonte discretizado espacialmente é:

$$Sc + Sp \phi \xrightarrow{\text{discr}} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} [Sc + Sp \phi(\mathbf{x})] dV = Sc + Sp \phi_i.$$
 (4-6)

### Divergente

Para o operador divergente,  $\nabla \cdot ()$ , tal qual o encontrado no termo difusivo e no advectivo da equação de transporte, a discretização resulta num simples somatório sobre as faces do volume de controle  $(V_i)$ , uma vez que essas últimas são planas e de número limitado. Assim, aplicando-se a identidade 4-3a, tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{a} \xrightarrow{\text{discr}} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \cdot \mathbf{a} \ dV = \frac{1}{V_i} \oint_{\partial V_i} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{V_i} \sum_{f=1}^{N_i} \mathbf{a}_f \cdot \mathbf{A}_f, \qquad (4-7)$$

sendo  $\mathbf{a}_f$  o valor de  $\mathbf{a}$  sobre a face, normalmente obtido por interpolação linear,  $N_i$  é o número de faces do volume de controle i, e o vetor  $\mathbf{A}_f$  é o vetor área da face f do volume de controle i, orientado sempre "para fora" do volume de controle.

Como o vetor  $\mathbf{Af}$  aponta para fora do volume somente quando o volume é o "dono" da face, para escrever a 4-7 em termos de  $\mathbf{Af}$ , deve-

se, então, separar as faces no somatório, da seguinte forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{a} \xrightarrow{\text{discr}} \frac{1}{V_i} \sum_{f=1}^{N_i} \mathbf{a}_f \cdot \mathbf{A}_f = \frac{1}{V_i} \left[ \sum_{f_A=1}^{N_A} \mathbf{a}_{f_A} \cdot \mathbf{A} \mathbf{f}_{f_A} - \sum_{f_B=1}^{N_B} \mathbf{a}_{f_B} \cdot \mathbf{A} \mathbf{f}_{f_B} \right], \quad (4-8)$$

onde o subescrito  $f_A$  e  $f_B$  indicam, respectivamente, as faces para as quais o volume em questão é o principal e as faces para as quais é o volume vizinho. O sinal "-" se encarrega de inverter o sentido do vetor  $\mathbf{Af}$  quando o volume de controle em questão  $(V_i)$  não é o dono daquela face.

#### Gradiente

Apesar de existirem outras alternativas disponíveis no código Open-Foam, apresenta-se aqui apenas aquela que corresponde às diferenças centradas do Método das Diferenças Finitas.

Na discretização espacial do gradiente, utiliza-se a identidade 4-3b:

$$\nabla \phi \xrightarrow{\text{discr}} \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \nabla \phi \, dV = \frac{1}{V_i} \oint_{\partial V_i} \phi \, d\mathbf{A} = \frac{1}{V_i} \sum_{f=1}^{N_i} \phi_f \, \mathbf{A}_f \,, \tag{4-9}$$

onde  $\phi_f$  representa o valor de  $\phi$  avaliado, ou interpolado, na face f.

Analogamente ao caso anterior, reescreve-se o somatório como:

$$\nabla \phi \xrightarrow{\text{discr}} \frac{1}{V_i} \sum_{f=1}^{N_i} \phi_f \mathbf{A}_f = \frac{1}{V_i} \left[ \sum_{f_A=1}^{N_A} \phi_{f_A} \mathbf{A} \mathbf{f}_{f_A} - \sum_{f_B=1}^{N_B} \phi_{f_B} \mathbf{A} \mathbf{f}_{f_B} \right]. \tag{4-10}$$

Para obter o valor de  $\phi$  na face  $(\phi_f)$ , adota-se neste trabalho um esquema de interpolação linear entre o valor disponível nos centróides "dono" e "vizinho" da mesma, ponderado pelas distâncias, de acordo com o esquema de diferenças centradas. Assim,

$$\phi_f = w \,\phi_A + (1 - w) \,\phi_B \quad , \quad \text{com} \quad w = \frac{|Bf|}{|AB|} \,,$$
 (4-11)

onde |AB| e |Bf| são os módulos dos segmentos de reta unindo os respectivos pontos. A extensão da interpolação linear para casos vetoriais é imediata.

### Gradiente na Face

Caso seja necessário avaliar o gradiente numa face, e a direção de interesse seja apenas a do segmento de reta que une os dois centróides vizinhos  $(A \in B)$ , existe uma alternativa mais eficiente do que a simples interpolação dos gradientes calculados de acordo com o ítem 4.2.1.

Assim, ao invés de se usar

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_f = \mathbf{AB} \cdot [w(\nabla \phi)_A + (1 - w)(\nabla \phi)_B], \qquad (4-12)$$

sendo  $(\nabla \phi)_A$  calculado por meio da Eq. 4-10, pode-se utilizar diretamente

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_f = \phi_B - \phi_A. \tag{4-13}$$

A diferença entre essas duas formas de se determinar a projeção sobre o segmento **AB** do gradiente na face é a base da metodologia proposta no Capítulo 5. Novamente, a extensão para o caso de um gradiente de um vetor é trivial.

#### **Termo Convectivo**

A versão discreta do termo advectivo da equação de transporte Eq. 4-1 pode ser construída trivialmente a partir do operador divergente, Eq. 4-8, bastando para isso, substituir  $\mathbf{a}$  por  $\rho$   $\mathbf{u}$   $\phi$ . Como  $(\rho \mathbf{u}) \cdot \mathbf{Af}$  tem um significado físico de fluxo de massa que cruza a face f,  $\dot{m}_f$ , costuma-se aproximar

$$(\rho \mathbf{u} \phi)_f \cdot \mathbf{Af} \approx \dot{m}_f \phi_f, \tag{4-14}$$

onde

$$\dot{m}_f = \mathbf{Af}_f \cdot (\rho \mathbf{u})_f. \tag{4-15}$$

O termo advectivo discretizado pode então ser obtido de

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) \xrightarrow{\text{discr}} = \frac{1}{V_i} \left[ \sum_{f_A=1}^{N_A} \dot{m}_{f_A} \phi_{f_A} - \sum_{f_B=1}^{N_B} \dot{m}_{f_B} \phi_{f_B} \right]. \tag{4-16}$$

Interpolações lineares, tal como a Eq. 4-11, são utilizadas tanto para  $\phi$  como para o fluxo de massa  $\dot{m}$ .

#### Termo Difusivo

A transformação do termo difusivo num operador discreto também se reduz a uma aplicação direta do esquema para o divergente (4.2.1), operando sobre o vetor  $\Gamma \nabla \phi$ ,

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) \xrightarrow{\text{discr}} = \frac{1}{V_i} \left[ \sum_{f_A=1}^{N_A} \Gamma_{f_A} (\nabla \phi)_{f_A} \cdot \mathbf{Af}_{f_A} - \sum_{f_B=1}^{N_B} \Gamma_{f_B} (\nabla \phi)_{f_B} \cdot \mathbf{Af}_{f_B} \right]. \tag{4-17}$$

Em malhas ortogonais, o produto interno  $(\nabla \phi)_f \cdot \mathbf{Af}_f$  pode ser eficientemente calculado de acordo com o esquema de gradiente na face (4.2.1), logo

$$(\Gamma \nabla \phi)_f \cdot \mathbf{Af}_f \approx (\Gamma)_f |\mathbf{Af}_f| \frac{[\phi_B - \phi_A]}{|\mathbf{AB}|}.$$
 (4-18)

O problema com malhas não ortogonais advém do fato de **Af** não estar alinhado com **AB**, tornando impossível a utilização do esquema exposto em 4.2.1 (Eq. 4-13). Tal dificuldade pode ser contornada decompondo-se **Af** em duas componentes, sendo uma delas paralela à **AB**.

Assim, o termo  $\mathbf{Af}_f \cdot (\nabla \phi)_f$  pode ser escrito como

$$\mathbf{Af}_{f} \cdot (\nabla \phi)_{f} = \mathbf{d} \cdot (\nabla \phi)_{f} + (\mathbf{Af}_{f} - \mathbf{d}) \cdot (\nabla \phi)_{f}, \qquad (4-19)$$

onde **d** é o componente de  $\mathbf{Af}_f$  paralelo à  $\mathbf{AB}$ , e o primeiro termo do lado direito pode então ser calculado com o auxílio da Eq. 4-13.

Várias propostas para essa decomposição são detalhadamente apresentadas em Jasak (1996), com as respectivas implicações numéricas em termos de estabilidade e erro de truncamento.

Entretanto, no que se refere aos objetivos do corrente trabalho, o exposto acima é considerado o suficiente.

### 4.2.2

#### Discretização Temporal

O processo de discretização espacial filtra uma função contínua  $a(\mathbf{x},t)$ , disponibilizando  $N_V$  valores de  $\bar{a}(i,t)$ , sendo  $N_V$  o número total de volumes de controle. Assim, a função original foi apenas parcialmente discretizada,

uma vez que t ainda é uma variável contínua. A equação de transporte semi-discretizada pode ser, então, escrita em forma matricial, como

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho [I] [\phi_i(t)]) + [C] [\phi_i(t)] = [D] [\phi_i(t)] + [F] [\phi_i(t)], \qquad (4-20)$$

onde as matrizes [C], [D], e [F], são as resultantes do processo de discretização espacial dos termos advectivo, difusivo e fonte, respectivamente, e [I] é a matriz identidade, todas elas com  $N_V \times N_V$  elementos. O vetor  $\phi_i(t)$  contém as variáveis de interesse, correspondentes a cada volume de controle i.

A discretização temporal empregada no presente trabalho (disponível no código OpenFOAM), consiste de uma aproximação de segunda ordem, conhecida como diferenças retrógradas (backward differences, BD) (Jasak, 1996). Neste esquema, a integral responsável pela filtragem temporal reduzse a uma simples amostragem no instante de tempo  $t = t_{n+1}$ . Considerandose que as matrizes [C], [D], e [F] não variam ao longo do tempo, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\rho\left[I\right] \left(\frac{\partial}{\partial t} \left[\phi_i(t)\right]\right)_{n+1} + \left[C\right] \left[\phi_i^{n+1}\right] = \left[D\right] \left[\phi_i^{n+1}\right] + \left[F\right] \left[\phi_i^{n+1}\right] , \qquad (4-21)$$

onde se considerou  $\rho$  independente do tempo.

A derivada temporal no instante futuro  $(t_{n+1})$ , no primeiro termo da Eq. 4-21, é calculada com aproximação de ordem dois a partir de séries de Taylor, envolvendo três níveis temporais: o próximo instante de tempo,  $t_{n+1}$ , o atual, ou o que contém as informações mais atualizadas,  $t_n$ , e o instante passado,  $t_{n-1}$ . Tem-se então, que

$$\left(\frac{\partial \phi_i(t)}{\partial t}\right)_{n+1} = \frac{1}{2\Delta t} \left[3\phi_i^{n+1} - 4\phi_i^n + \phi_i^{n-1}\right].$$
(4-22)

Levando-se a Eq. 4-22 à Eq. 4-21 obtém-se:

$$\rho \left[ I \right] \frac{1}{2\Delta t} \left[ 3\phi_i^{n+1} - 4\phi_i^n + \phi_i^{n-1} \right] + \left[ C \right] \left[ \phi_i^{n+1} \right] =$$

$$\left[ D \right] \left[ \phi_i^{n+1} \right] + \left[ F \right] \left[ \phi_i^{n+1} \right] , \tag{4-23}$$

que, resolvida sucessivamente para uma seqüência de instantes de tempo, fornecerá a evolução temporal de  $\phi$ .

Em qualquer dos casos acima, a discretização resulta num sistema de  $N_V$  equações a  $N_V$  incógnitas, que pode ser resolvido por métodos apropriados de álgebra linear. A princípio, a escolha do método de solução para esse sistema é irrelevante do ponto de vista da previsão do escoamento, que é o foco do presente trabalho. Na prática, dificilmente o erro cometido na solução do sistema de equações resultante supera os demais erros, provocados ao longo de todo o processo, desde a modelagem física das equações, até as discretizações temporais e espaciais. Não obstante, por razões óbvias, dá-se preferência a algoritmos rápidos, se possível, com pouco armazenamento em memória, tal como métodos iterativos com gradiente conjugado (Golub e Van Loan, 1996).

## 4.3 Discretização das Equações de Navier-Stokes

Como apresentado no Capítulo 3, as equações de Navier-Stokes filtradas, onde a turbulência é modelada por meio de um processo difusivo, são expressas como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \ \mathbf{u}) = \nabla \cdot \left[ \nu_{eff} \left( \nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u} \right) \right] - \nabla p + \mathbf{f_b}, \qquad (4-24a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{4-24b}$$

onde  $\nu_{eff} = \nu + \nu_{SGS}$ .

Ambas as equações podem ser consideradas como um caso particular da equação geral de transporte, Eq. (4-1). No caso da continuidade  $\phi = 1$ ,  $\Gamma = Sc = Sp = 0$ ; já no caso da equação de conservação de quantidade de movimento  $\phi = \mathbf{u}$ ,  $\Gamma = \nu_{eff}$ ,  $Sc = \mathbf{f_b} + \nabla \cdot \left[\nu_{eff} \left(\nabla^T \mathbf{u}\right)\right]$  e Sp = 0. O termo da pressão também é um termo de fonte constante Sc, porém como é desconhecido, necessita de tratamento especial.

Apesar das equações de transporte que governam o movimento de um fluido incompressível serem apenas casos particulares da equação de transporte, Eq. (4-1), algumas características peculiares requerem tratamento especial. Entre elas, destacam-se a não-linearidade do termo advectivo, que neste caso é quadrático em **u**, e o acoplamento implícito entre velocidade e pressão, pela equação de continuidade.

A não-linearidade do termo advectivo não traz nenhuma dificuldade adicional, já que, a matriz [C] é avaliada no instante de tempo n, logo, de

acordo com a Eq. 4-14,

$$(\rho \mathbf{u} \mathbf{u})_f \cdot \mathbf{A_f} \approx \dot{m}_f^n \mathbf{u}_f^{n+1}. \tag{4-25}$$

Porém, devido ao caráter advectivo deste termo, visando à estabilidade numérica do método, pode-se utilizar diferentes interpolações para determinar  $\mathbf{u}_f^{n+1}$ . Uma possibilidade é, como vimos, empregar uma interpolação linear de acordo com o esquema de diferenças centrais. No entanto, pode-se alternativamente, atribuir pesos maiores para informações a montante da face, o que resulta numa família de esquemas "polarizados", sendo o mais famoso destes, o esquema Upwind de primeira ordem. Neste último, o peso para o valor disponível no centróide a montante da face é um, enquanto para o a jusante, zero.

O termo de forçamento de pressão é o responsável por garantir a conservação de massa (Eq. 4-24b), a qual, implicitamente, acopla os campos de velocidade e pressão. Assim, associada à equação de conservação de massa, deve haver uma equação para a pressão.

Neste estudo, o acoplamento é feito através do procedimento PISO, proposto por Issa (1985). Para tal, reescreve-se o sistema linear resultante das discretizações das equações de quantidade de movimento como:

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p, \qquad (4-26)$$

enquanto para a conservação de massa, tem-se que:

$$\sum_{face} \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{A_f} = 0. \tag{4-27}$$

Na Eq. 4-26,  $a_P$  são os coeficientes que multiplicam as incógnitas principais  $(\mathbf{u}_P)$  no sistema linear resultante. Por sua vez,  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  é formado, não só pelos coeficientes fora da diagonal, que multiplicam os vizinhos  $(\mathbf{u}_N)$ , como também, pelos termos fontes, que incluem o termo transiente, condições de contorno, e demais fontes, porém excluindo o gradiente de pressão,

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}) = \sum_{N} a_N \mathbf{u}_N + b_0 \mathbf{u}^0 + b, \qquad (4-28)$$

onde  $b_0$  são os coeficientes que multiplicam os valores antigos das incógnitas, simbolicamente representados por  $\mathbf{u}^0$ , e b, as demais fontes.

A partir da Eq. 4-26, as velocidades  $\mathbf{u}_P$  podem ser expressas por:

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{1}{a_P} \nabla p, \qquad (4-29)$$

que interpolada, fornece os valores nas faces,

$$(\mathbf{u}_P)_f = \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P}\right)_f - \left(\frac{1}{a_P}\nabla p\right)_f. \tag{4-30}$$

Tomando-se o produto interno desta última equação por  $\mathbf{A_f}$  e realizando-se o somatório sobre as faces do volume de controle, tem-se:

$$\sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot (\mathbf{u}_P)_f = \sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P}\right)_f - \sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{1}{a_P} \nabla p\right)_f$$

$$\approx \sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P}\right)_f - \sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{1}{a_P}\right)_f (\nabla p)_f,$$
(4-31)

a qual deve se anular para cada volume de controle, a fim de garantir conservação de massa na forma discreta. Note-se que a passagem da Eq. 4-30 para a Eq. 4-31 corresponde à versão discreta do operador divergente, de acordo com o esquema apresentado na seção 4.2.1.

Assim, têm-se uma equação para a pressão que força a garantia da conservação de massa, que juntamente com a conservação discreta de momento, forma o sistema discreto fechado que rege o escoamento:

$$\mathbf{u}_{P} = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_{P}} - \frac{1}{a_{P}} \nabla p, \qquad (4-32a)$$

$$\sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{1}{a_P}\right)_f (\nabla p)_f = \sum_{faces} \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{\mathbf{H(u)}}{a_P}\right)_f, \tag{4-32b}$$

onde o fluxo  $\mathbf{A_f} \cdot (\mathbf{u})_f$  é calculado como

$$\mathbf{A_f} \cdot (\mathbf{u})_f = \mathbf{A_f} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P}\right)_f - \mathbf{a_f} \cdot \left(\frac{1}{a_P}\right)_f (\nabla p)_f. \tag{4-33}$$

Este sistema é resolvido de forma segregada, de acordo com o algoritmo PISO (1985), que envolve três passos principais:

1. A equação de momento (4-32a) é resolvida primeiramente, sendo os coeficientes  $a_P$ ,  $\mathbf{H}$  e gradiente de pressão calculados com os valores mais recentes de  $\mathbf{u}$  disponíveis ( $\mathbf{u}^n$ ). A solução da equação de momento

fornece então uma previsão para um novo campo de velocidades, que no entanto deve ser corrigido de forma a garantir conservação de massa. Este passo é chamado de preditor do momento.

- 2. Usando os valores previstos de **u**, o operador **H**(**u**) é construído e a equação de pressão (4-32b) pode ser formulada. A solução da equação de pressão fornece uma primeira estimativa do novo campo de pressões. Este passo é conhecido como solução da pressão.
- 3. Os fluxos podem ser recalculados através da Eq. 4-33, de forma a serem consistentes com o novo campo de pressão. Este novo fluxo satisfaz a conservação de massa em cada volume de controle. O campo de velocidades também deve ser corrigido, de maneira explícita, utilizando-se a Eq. 4-29.

Os ítens 2 e 3 formam um ciclo interno do algoritmo PISO, o qual pode ser repetido até que se atinja uma certa tolerância, ou um certo número de iterações.

Pode-se dizer, então, que o PISO consiste, para cada passo de tempo, numa previsão implícita do momento, seguida de uma série de ciclos de solução de pressão, com correções explícitas de velocidade.

O objetivo deste capítulo foi então, mais do que expor os muitos detalhes internos do código OpenFoam, apresentar os tratamentos numéricos mais relevantes para o presente trabalho, seja para a utilização dos tradicionais modelos sub-malha (Capítulo 7), seja para formar um embasamento que facilite as discussões sobre uma possível alternativa para a modelagem sub-malha, apresentada no próximo Capítulo.

### 5 Modelagem Proposta

Conforme mencionado anteriormente, todos os modelos sub-malha baseados em viscosidade turbilhonar consistem na adição de um termo difusivo às equações de Navier-Stokes (N-S), com o objetivo de eliminar ou atenuar as menores estruturas que podem ser representadas pela malha. Uma vez que estas são as últimas estruturas na cadeia de transferência de energia, e não havendo modos ainda menores para receber o excesso de energia, estas menores estruturas suportadas pela malha sofreriam um crescimento indeterminado caso não fosse adicionado um termo dissipativo nas equações de N-S. O segredo de uma simulação de grandes escalas bem sucedida é a escolha apropriada de  $\nu_{SGS}$ , de forma que seja provida a mínima dissipação para que os menores modos sejam devidamente atenuados, sem contudo interferir demais em outras estruturas um pouco maiores que possam ser importantes para o restante do escoamento. Neste contexto, o melhor resultado, que pode ser alcançado por esta classe de modelos, é obtido quando se utiliza algum tipo de controle por retro-alimentação, tal como o proposto por Germano (1991), isto é, uma modelagem dinâmica, a qual automaticamente diminui a dissipação provida pelo termo sub-malha quando os menores modos contém pouca energia, e aumenta a mesma quando estes últimos se tornam importantes.

O modelo dinâmico foi originalmente sugerido por Germano (1991) como uma forma de automaticamente ajustar o coeficiente presente no modelo sub-malha de Smagorinsky (1963), otimizando-o em tempo real para os mais diversos regimes de escoamento. Embora a idéia original fora a de que o coeficiente deveria ser o mesmo para dois níveis de filtragem diferentes e consecutivos, mais tarde, Germano (1999) mostrou que a modelagem dinâmica poderia ser reinterpretada como um mecanismo de controle por retro-alimentação que tenta manter constante a razão entre a energia contida no primeiro nível de filtragem e a contida no segundo.

Conforme mencionado no ítem 3.6.2, o modelo dinâmico sofre de problemas de instabilidade numérica. Adicionalmente, por depender de um único comprimento de escala,  $\overline{\Delta}$ , mostra-se ainda sensível a anisotropias de malha e, como todo modelo de viscosidade turbilhonar, dissipa considerável energia numa boa parte do espectro, vizinho aos menores modos.

Na Seção (5.1) é apresentada a fundamentação teórica e a descrição do modelo proposto e investigado no presente trabalho, seguida de possíveis variantes e melhorias na Seção (5.2). Validação da metodologia proposta é apresentada no Capítulo (6), onde testes simples comprovam que a presente proposta atinge os objetivos para os quais foi desenvolvida.

# 5.1 Modelo de Forçamento Sub-malha

Como uma idéia alternativa à hipótese de Boussinesq, propõe-se uma nova abordagem, que consiste em forçar a atenuação das menores estruturas através da inclusão de um termo de forçamento  ${\bf f}$  nas equações de N-S, o qual é relacionado com o tensor sub-malha de acordo com  ${\bf f}=\nabla\cdot\tau_{SGS}$ . Porém, ao invés de sugerir uma expressão para  $\tau_{SGS}$  e adicionar seu divergente às equações, propõe-se modelar diretamente a força  ${\bf f}$  de tal forma que os menores modos suportados pela malha – ou os de maior "freqüência espacial" – sejam drasticamente atenuados, enquanto modos imediatamente maiores permanecem inalterados. Com isso, dois problemas são resolvidos simultaneamente: a modelagem da cascata de energia direta, e os problemas de instabilidade numérica trazidos por esquemas não-dissipativos (tais como "diferenças centradas") comumente empregados.

Sem perda de generalidade, o desenvolvimento que se segue é feito, inicialmente, para o transporte de um escalar  $\phi$  e, posteriormente, extrapolado para o transporte de quantidade de movimento. Apesar de, no caso de transporte de um escalar passivo, o termo adicionado não ter dimensões de força, utiliza-se, ainda assim, a denominação "termo de forçamento" por analogia ao caso de transporte de quantidade de movimento, que é o objetivo final deste artifício.

O primeiro passo na direção de se construir um termo de forçamento que age seletivamente no espectro é identificar uma diferença fundamental entre o menor modo suportado pela malha, que deve ser atenuado, e um modo de maior comprimento de onda, mais suave. Convenciona-se chamar, no presente trabalho, o menor modo suportado pela malha de "modo de corte", por ser o de maior freqüência espacial permitido, ou "modo indesejável", enquanto os outros modos mais suaves são denominados "modos suaves". Uma possível maneira de distingui-los consiste na avaliação

das projeções dos gradientes da grandeza transportada – neste caso,  $\phi$  – nas faces do volume de controle. Na malha mostrada na Fig. 5.1, onde são apresentados apenas dois volumes de controle, com centróides P (principal) e N (vizinho), o gradiente no centro do volume principal P pode ser calculado, como mostrado no Capítulo 4, Eq. 4-9, utilizando-se o teorema de Gauss, como:

$$(\nabla \phi)_i = \frac{1}{V_i} \sum_{f=1}^{N_i} \phi_f \, \mathbf{A}_f \,, \tag{5-1}$$

onde  $V_i$  é o volume da célula i,  $N_i$  é o número de faces do volume de controle i,  $\phi_f$  é a variável transportada avaliada por interpolação linear na face "f", e  $\mathbf{A}_f$  é um vetor ortogonal à face "f", apontando para fora do volume de controle, de módulo igual à área da mesma face.

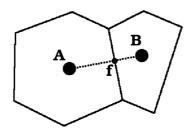


Figura 5.1: Duas células de uma malha geral, não-estruturada.

Como mencionado no Capítulo 4, para a projeção do gradiente no segmento de reta  $\mathbf{AB}$ , no ponto onde o mesmo segmento intercepta a face, f, duas diferentes abordagens são possíveis. Para facilitar a apresentação, as duas definições do gradiente são repetidas aqui, e subscritos diferentes são usados para indicar as diferentes abordagens.

Na primeira abordagem o gradiente na face pode ser obtido da interpolação dos gradientes avaliados nos dois centróides A e B para o ponto f do localizado na face,

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{\mathbf{interp}} = \mathbf{AB} \cdot [w(\nabla \phi)_A + (1 - w)(\nabla \phi)_B] \qquad w = \frac{|Bf|}{|AB|}, \quad (5-2)$$

ou, alternativamente, pela diferença entre os valores da variável transportada  $\phi$ , disponível nos dois centróides,

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{\mathbf{n}} = \phi_B - \phi_A \,. \tag{5-3}$$

As Eqs. (5-2) e (5-3) são apresentadas numa forma geral, tridimensional, podendo, portanto, ser aplicadas a qualquer topologia, incluindo malhas não-estruturadas. Nas mesmas equações,  $\mathbf{AB}$  denota o vetor do ponto A ao ponto B, e |Bf| é o módulo do vetor  $\mathbf{Bf}$ , ou melhor, a distância do ponto B até a face f. Os subscritos A e B referem-se aos pontos nos quais os gradientes são avaliados, enquanto os subscritos **interp** e  $\mathbf{n}$  identificam de que forma os gradientes em f são calculados. Adicionalmente, um erro  $\epsilon_{\nabla}$  pode ser definido como a diferença entre as duas formas de se obter o gradiente na face:

$$\epsilon_{\nabla} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\mathbf{A}\mathbf{B}}{|AB|^2} \left\{ \mathbf{A}\mathbf{B} \cdot \left[ (\nabla \phi)_{\mathbf{n}} - (\nabla \phi)_{\mathbf{interp}} \right] \right\},$$
(5-4)

o que é equivalente a

$$\epsilon_{\nabla} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\mathbf{A}\mathbf{B}}{|AB|^2} \left\{ (\phi_B - \phi_A) - \mathbf{A}\mathbf{B} \cdot \left[ (\nabla \phi)_{\mathbf{interp}} \right] \right\}.$$
 (5-5)

O gradiente (ou qualquer outro operador derivada de primeira ordem) da variável em questão nos centróides dos volumes de controle, quando avaliado por meio de esquemas centrados, ou não-polarizados, é incapaz de capturar os menores modos suportados pela malha, o que é, sem perda de generalidade, ilustrado na Fig. 5.2 (a) para o caso unidimensional. De forma recíproca, constata-se que os menores modos suportados pela malha são transparentes para os operadores derivada de primeira ordem, no sentido de que, havendo uma superposição de modos suaves com esses menores modos, o resultado retornado pelo operador derivada independe da amplitude ou mesmo da presença desses últimos menores modos. Neste trabalho, convenciona-se dizer que esses menores modos são suportados pela malha, porém não são suportados por um esquema numérico centrado, conforme Eq. (5-1), comumente empregado em Simulações de Grandes Escalas por ser não-dissipativo. Assim, num certo sentido, há perda de informação ao se utilizar tal esquema numérico numa equação diferencial tal qual a equação de Navier-Stokes.

Por outro lado, o gradiente calculado de acordo com a Eq. (5-3) é sensível à presença dos menores modos suportados pela malha, como pode ser verificado na Fig. 5.2 (a). Sendo assim, para um modo suave, Fig. 5.2 (b), ou mais rigorosamente, para um modo que pode ser descrito por um polinômio de segunda ordem, ambos os métodos fornecem o mesmo resultado para uma malha regularmente espaçada. Entretanto, para o menor modo suportado pela malha – maior freqüência espacial, conforme Fig. 5.2

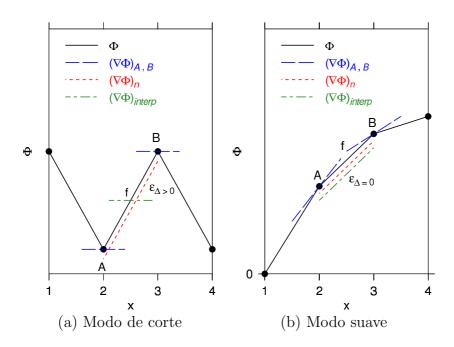


Figura 5.2: Formas diferentes de avaliação do gradiente nas faces: a) Modo de corte; b) Modo suave.

(a), o erro  $\epsilon_{\nabla}$  é significativamente maior, sendo proporcional à amplitude do modo de corte. Portanto,  $\epsilon_{\nabla}$  pode ser usado como um detetor de "modos de corte", efetivamente medindo a diferença entre a energia contida nas estruturas de menor comprimentos de onda e a contida em estruturas mais suaves, sendo especialmente adequado à formulação do termo artificial  $\mathbf{f}$ . Note-se ainda que, por ser uma diferença das duas formas do gradiente,  $\epsilon_{\nabla}$  contém apenas informações complementares às que já estão presentes na equação de transporte, trazidas pelo operador derivada do esquema centrado.

Examinando o caso unidimensional, constata-se que a célula computacional utilizada nos cálculos acima envolve 4 centróides de volumes de controle. Mostra-se facilmente que, para malhas regulares e para um modo no qual é possível descrever os valores das variáveis transportadas por um polinômio de grau menor ou igual a 2, o erro  $\epsilon_{\nabla}$  será nulo. Assim, um "forçamento artificial"  $\mathbf{f}$  baseado nesse erro não provocará nenhuma atenuação adicional nas equações de transporte. Observe que as atuais soluções empregadas em LES – incluindo modelagem baseada em viscosidade turbilhonar, modelos dinâmicos e esquemas dissipativos – inevitavelmente provocam uma atenuação da mesma estrutura acima (descrita por um polinômio de grau 2), afetando, portanto, uma região maior do espectro.

De forma análoga ao termo advectivo presente numa equação de

transporte, o qual pode ser escrito na forma  $\mathbf{u} \cdot \nabla \phi$ , vê-se que a multiplicação de  $\epsilon_{\nabla}$  por uma velocidade de transporte,  $\mathbf{u}$ , dá origem a um termo de natureza essencialmente advectiva. Assim, uma possível expressão para este termo é:

$$\mathbf{f} = \mathbf{u} \cdot (\epsilon_{\nabla})_c, \tag{5-6}$$

onde o subscrito c denota o valor avaliado no centróide.

Entretanto, antes de construir a forma final da força – que é uma variável armazenada no centróide – a partir da informação contida em  $\epsilon_{\nabla}$  – que é uma variável associada à face – deve-se decidir como ponderar as contribuições de cada uma das faces pertencentes ao volume de controle em questão. Nas investigações preliminares, optou-se por atribuir pesos aos erros de cada face, privilegiando as informações a montante (upwind). Ou seja, somente os erros de gradiente  $\epsilon_{\nabla}$  de faces localizadas à montante do centróide em questão são levadas em conta no cálculo da força, da seguinte forma:

$$\mathbf{f} = \mathbf{u} \cdot \frac{\sum_{f=1}^{N_f} \hat{w}_f (\epsilon_{\nabla})_f}{\sum_{f=1}^{N_f} \hat{w}_f}, \tag{5-7}$$

$$\hat{w}_f = \max \left[ \mathbf{u} \cdot \mathbf{ab}, \ 0 \right], \tag{5-8}$$

onde o subscrito f denota a f-ésima face de um dado volume de controle,  $\mathbf{ab} = \mathbf{AB}/|AB|$  é o segmento  $\mathbf{AB}$  normalizado, apontando em direção ao centróide em questão,  $N_f$  é o número de faces envolvendo o volume de controle, e  $\hat{w}_f$  são os pesos não normalizados.

De fato, com um termo de forçamento tal qual o descrito por Eq. (5-7), pode-se inferir, com base na Fig. 5.2 (a) que, no decorrer do tempo em que uma partícula do fluido é transportada por uma distância equivalente ao tamanho do volume de controle, o "modo de corte" (o menor modo suportado pela malha) já foi praticamente removido.

A aplicação do esquema de forçamento proposto nas equações de N-S é imediata, bastando, para isso, que se substitua a variável escalar  $\phi$ , pela variável de interesse, **u**. Decorrente do fato da variável de interesse ser agora vetorial, as equações do modelo tomam as seguintes formas:

$$\left(\nabla \mathbf{u}\right)_{A} = \frac{1}{V_{A}} \sum_{f_{A}=1}^{N_{A}} \mathbf{A} \mathbf{f}_{f_{A}} \mathbf{u}_{f_{A}}, \qquad (5-9)$$

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \mathbf{u})_{\mathbf{interp}} = \mathbf{AB} \cdot [w \ (\nabla \mathbf{u})_A + (1 - w) \ (\nabla \mathbf{u})_B], \quad w = \frac{|Bf|}{|AB|}, \ (5-10)$$

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \mathbf{u})_{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A. \tag{5-11}$$

$$\epsilon_{\nabla} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\mathbf{AB}}{|AB|^2} \otimes \left\{ \mathbf{AB} \cdot \left[ (\nabla \mathbf{u})_{\mathbf{n}} - (\nabla \mathbf{u})_{\mathbf{interp}} \right] \right\}.$$
 (5-12)

$$\mathbf{f} = \mathbf{u} \cdot (\epsilon_{\nabla})_c, \tag{5-13}$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{u} \cdot \frac{\sum_{f=1}^{N_f} \hat{w}_f \left(\epsilon_{\nabla}\right)_f}{\sum_{f=1}^{N_f} \hat{w}_f}, \tag{5-14}$$

$$\hat{w}_f = \max\left[\mathbf{u} \cdot \mathbf{ab}, 0\right] \,, \tag{5-15}$$

Será mostrado mais adiante (Seção 6) que, tanto em situações simples de transporte de escalares passivos, quanto em simulações complexas de escoamentos aerodinâmicos incompressíveis envolvendo altos números de Reynolds e condições adversas de malha, essa nova abordagem resolve o problema de instabilidade numérica apresentada pelos tradicionais esquemas centrados, permitindo maior flexibilidade de adaptação da malha aos requisitos de diferentes regiões do escoamento, e provendo, ao mesmo tempo, funcionalidade de modelagem sub-malha.

A idéia de eliminar os menores modos espaciais em simulações numéricas de escoamentos turbulentos não é nova e constitui a essência das Simulações de Grandes Escalas. Além dos tradicionais e difundidos modelos baseados em viscosidade turbilhonar, outras propostas apresentadas na literatura ao longo dos anos incluem um processamento via transformadas de Fourier do campo de velocidade, realizado de tempos em tempos, a fim de se suprimir modos com freqüência superior a um certo limite (Fornberg, 1977). A proposição de Fornberg, porém, por ser relativa ao espaço de freqüências, limita-se na prática a geometrias simples e malhas estruturadas, enquanto a proposta apresentada, embora matematicamente menos rigorosa, estende-se inclusive a malhas não-estruturadas. Além disso, ao invés de uma filtragem esporádica, propõe-se aqui uma ação contínua de uma força atenuadora, calculada para cada instante de tempo. Note-se que a mesma idéia utilizada na formulação da força f pode ser empregada na construção de um

filtro que elimina apenas modos indesejáveis, a ser empregado a cada certo número de passos de tempo, de forma análoga à sugerida por Fornberg para o domínio espectral. Porém, o presente trabalho restringe-se apenas ao caso de um forçamento contínuo, deixando a filtragem esporádica para futuras investigações.

# 5.2 Variantes do Modelo de Forçamento Sub-malha

O modelo de forçamento proposto na Seção 5.1 pode ser aprimorado, a partir da observação de que o gradiente calculado de acordo com Eq. (5-3) alcança um máximo de precisão no ponto central do segmento AB, e não no ponto onde este segmento corta a face. Isto porque a aproximação de uma derivada por uma secante é exata no ponto central do segmento, para polinômios de grau menor ou igual a 2. Desta maneira, é mais adequado selecionar o ponto médio do segmento AB como o ponto alvo da interpolação, Eq. (5-2), ao invés da face. A Equação (5-2) pode então ser reescrita como:

$$\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{\mathbf{interp}} = \mathbf{AB} \cdot \frac{(\nabla \phi)_A + (\nabla \phi)_B}{2}, \qquad (5-16)$$

enquanto o erro do gradiente assume a forma simplificada,

$$\epsilon_{\nabla} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\mathbf{A}\mathbf{B}}{|AB|^2} \left\{ (\phi_A - \phi_B) - \mathbf{A}\mathbf{B} \cdot \left[ \frac{(\nabla \phi)_A + (\nabla \phi)_B}{2} \right] \right\}. \tag{5-17}$$

Essa pequena modificação torna o esquema válido mesmo para malhas irregulares, uma vez que fornece uma força nula para variáveis transportadas obedecendo a uma lei polinomial de grau menor ou igual a dois, independente de a face ser equidistante ou não dos dois centróides vizinhos.

Outra observação interessante a ser explorada é a de que, para os modos de maior freqüência espacial possível (ou menores modos suportados pela malha), o valor do gradiente na face calculado de acordo com a Eq. (5-3) não pertence ao intervalo delimitado pelos gradientes avaliados nos centróides vizinhos nos pontos A e B. Isso não ocorre para nenhum outro modo, nem mesmo para o segundo menor modo suportado pela malha, como mostrado na Fig. 5.3.

Baseado nesta constatação, a ação da força artificial adicionada pode ser restringida apenas ao "modo de corte" (menor modo suportado pela

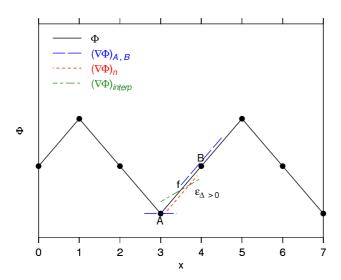


Figura 5.3: Segundo modo mais rápido suportado pela malha e seus gradientes

malha), bastando para isso fazer  $\epsilon_{\nabla} = 0$  sempre que  $\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{\mathbf{n}}$  pertencer ao intervalo definido pelos limites  $\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{A}$  e  $\mathbf{AB} \cdot (\nabla \phi)_{B}$ .

De uma forma mais geral, pode-se definir uma variável  $\xi$ , associada a cada segmento de reta **AB** unindo dois centróides vizinhos, A e B, que se comporta como uma chave, de maneira a retornar valor unitário para argumento maior ou igual a zero, e valor nulo caso contrário, de acordo com a seguinte equação:

$$\xi_{AB} = max \left\{ sinal \left[ \left( \frac{|g|}{|h|} - \beta_f \right), \ 0 \right] \right\},$$
 (5-18)

onde  $\beta_f$  é uma tolerância arbitrável, e as funções g e h são dadas por

$$g = \phi_A - \phi_B - \frac{1}{2} \mathbf{AB} \cdot [(\nabla \phi)_A + (\nabla \phi)_B], \qquad (5-19a)$$

$$h = \mathbf{AB} \cdot [(\nabla \phi)_A - (\nabla \phi)_B] , \qquad (5-19b)$$

Note-se que g é também uma medida de desvio do gradiente em relação à média dos gradientes vizinhos, guardando a seguinte relação com o erro do gradiente  $\epsilon_{\nabla}$ 

$$\epsilon_{\nabla} = \frac{\mathbf{A}\mathbf{B}}{|AB|^2} g \,, \tag{5-20}$$

trazendo consigo a informação do quanto de energia está contida apenas no menor modo, e não nos modos mais suaves.

A variável h, por outro lado, pode ser entendida como uma medida de variação do gradiente de um centróide a outro, podendo ser interpretada como uma indicação da amplitude das estruturas resolvidas, representáveis pela malha.

A razão |g|/|h| na Eq. (5-18), portanto, quantifica, a grosso modo, quão grande é a energia contida nos menores modos, em relação à energia das estruturas resolvidas, formadas por modos mais suaves. Assim, o ajuste do parâmetro  $\beta_f$  permite escolher o limite tolerável da razão de "energias" entre modos indesejáveis e desejáveis, a partir do qual o termo de forçamento começa a agir.

Tal procedimento se mostra bastante adequado em simulações turbulentas, onde a variável transportada é a velocidade, cujo espectro obedece, para escoamentos isotrópicos e homogêneos a altos números de Re, à lei de -5/3 de Kolmogorov. Conforme comentado anteriormente, numa releitura do modelo dinâmico (Germano, 1999), Germano identificou que o mesmo funciona como um mecanismo de controle retro-alimentado, no qual se tenta manter constante a razão entre a energia sub-malha e a energia contida no segundo nível de filtragem. De certa forma, a proposta da Eq. (5-18) segue a mesma linha, embora, rigorosamente falando, h não possa ser considerada uma medida de energia. Não obstante, na ausência de grandes estruturas formadas por modos suaves, o valor de h se anula, ao passo que a presença de estruturas vorticais implica em segundas derivadas não nulas e, consequentemente,  $h \neq 0$ . O valor de g, no entanto, é proporcional à amplitude das estruturas indesejáveis, formadas pelos modos de maior frequência espacial admitida pela malha, e pode ser considerado, num certo sentido, uma medida da raiz quadrada da energia de tais modos, conforme já mencionado anteriormente.

Alguns casos particulares exemplificam a ação do limitador  $\xi$ . Para  $\beta_f = 0$ , por exemplo, a força artificial está sempre ativa, já que  $\xi$  é sempre unitário. Para  $\beta_f = 1,2$  a força só entrará em ação quando g for, pelo menos, 20% maior que h, e voltará a ser inativa assim que cair abaixo desse valor. Neste caso, note que o modo apresentado na Fig. 5.3 não sofre nenhuma atenuação pela força  $\mathbf{f}$ , o que significa que o único modo atenuado é o "modo de corte", constituído por oscilações suportadas pela malha, porém não suportadas pelo esquema numérico de diferenças centradas (ou equivalente).

Para variáveis transportadas vetoriais, tais como  $\mathbf{u}$  nas equações de Navier-Stokes, os limitadores devem agir sobre cada componente do vetor individualmente. As Eqs. (5-18) e (5-19) são reescritas então como:

$$\xi_{AB_i} = \max \left\{ sinal \left[ \left( \frac{|g_i|}{|h_i|} - \beta_f \right), \ 0 \right] \right\}, \tag{5-21}$$

onde o subscrito i aqui denota o i—ésimo componente dos respectivos vetores  $(\xi, \mathbf{g} \in \mathbf{h})$ , e as funções  $\mathbf{g} \in \mathbf{h}$  são dadas por

$$\mathbf{g} = \mathbf{u}_A - \mathbf{u}_B - \frac{1}{2} \mathbf{A} \mathbf{B} \cdot [(\nabla \mathbf{u})_A + (\nabla \mathbf{u})_B], \qquad (5-22a)$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{AB} \cdot [(\nabla \mathbf{u})_A - (\nabla \mathbf{u})_B] , \qquad (5-22b)$$

Conforme já mencionado, com um termo de forçamento tal qual o descrito pela Eq. (5-7), o tempo necessário para que um "modo de corte" seja completamente atenuado é aproximadamente o mesmo tempo que uma partícula do fluido leva para percorrer um volume de controle, o que corresponde a um número adimensional de Courant unitário. Foi verificado em simulações apresentadas nos capítulos seguintes de validação, Cap. 6, e de resultados, Cap. 7, que esta não é uma condição necessária para robustez numérica e, na prática, pode-se relaxar a força com uma constante multiplicativa  $\alpha_f$ ,

$$\mathbf{f} = \alpha_f \mathbf{u} \cdot (\epsilon_{\nabla})_c, \tag{5-23}$$

a qual determina quantas células (ou volumes de controle) o fluido precisa se deslocar, antes que o "modo de corte" seja suficientemente atenuado. Assim, com  $\alpha_f = 0,25$ , o deslocamento do fluido deve ser quatro vezes maior do que com  $\alpha_f = 1$ , ou seja, a distância necessária para a atenuação é de aproximadamente quatro células ao invés de apenas uma célula.

### 6 Validação

Antes da realização das simulações envolvendo placas planas onde vários regimes de escoamento são observados, é necessário testar os modelos propostos em casos mais simples, a fim de se comprovar se os mesmos atendem aos objetivos para os quais foram idealizados. Isto porque, apesar da fácil verificação teórica da presente proposta para equações de transporte simplificadas, existem outros fatores complicadores a serem enfrentados em simulações reais de escoamentos incompressíveis, tais como a não linearidade do termo advectivo e a discretização temporal.

Assim, pretende-se verificar com tais testes se os modelos propostos continuam satisfatórios diante de um sistema dinâmico discreto não só na dimensão espacial como também na temporal. Para tal, propõem-se testes envolvendo equações discretas para o transporte de um escalar passivo, nos quais a variável transportada  $\phi$  está sujeita a uma força artificial, tal qual a descrita nas Seções 5.1 e 5.2, cujo resultado é a atenuação dos modos indesejáveis.

Além disso, com o objetivo de avaliar o comportamento dos modelos propostos perante a não-linearidade das Equações de Navier-Stokes, propõese o clássico caso de teste físico envolvendo simulações de Turbulência Isotrópica e Homogênea (Fureby et al., 1997).

As seções a seguir descrevem os testes realizados apresentando os respectivos resultados, análises e conclusões.

# 6.1 Transporte de um Escalar Passivo

A equação que governa o transporte de um escalar passivo  $\phi$  por um campo de velocidade  ${\bf u}$  pode ser escrita como

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\phi) = f, \qquad (6-1)$$

onde o forçamento f foi incluído com o intuito de atenuar as oscilações espaciais indesejáveis, de acordo com o exposto na Seção 5.1. O primeiro termo do lado esquerdo é o termo transiente, que se anula ao ser atingido o regime estacionário de escoamento, e o segundo termo do lado esquerdo é o termo advectivo.

Dois testes envolvendo transporte de um escalar passivo foram então idealizados. O primeiro deles envolve simulações unidimensionais em regime transiente, onde  $\mathbf{u}=u$   $\mathbf{i}$ . Inicializa-se  $\phi$  com uma distribuição espacial que pode conter modos desejáveis e indesejáveis, e resolve-se a equação correspondente. Para campos iniciais contendo apenas modos suaves, espera-se, como resultado, obter uma propagação por convecção do campo inicial  $\phi$  com velocidade u, salvo pequenos erros de amplitude e fase, intrínsecos a qualquer esquema numérico de discretização. Já para configurações iniciais contendo modos indesejáveis, espera-se que os mesmos sejam rapidamente atenuados.

Um segundo tipo de teste envolve simulações 2-D em regime permanente ( $\mathbf{u} = u \ \mathbf{i} + v \ \mathbf{j}$ ), nas quais uma descontinuidade em  $\phi$  numa fronteira é propagada para o interior de um domínio computacional quadrado numa direção não ortogonal à malha. Os modelos propostos são então comparados a esquemas numéricos tradicionais (diferenças centradas, e *Upwind* de primeira ordem) em relação à robustez numérica face a instabilidades espaciais, bem como em relação à difusão numérica apresentada.

# 6.1.1 Transporte Unidimensional de Escalar Passivo

Nestas simulações unidimensionais e transientes de transporte de um escalar passivo,  $\phi$ , emprega-se um domínio computacional de comprimento unitário, com condições de contorno periódicas para  $\phi$  nas duas extremidades, onde a velocidade u com a qual o escalar é convectado é unitária. O valor de  $\phi$  é armazenado no centro de cada subdivisão (célula). Inicialmente, é utilizada uma malha regularmente espaçada, com 16 subdivisões  $(\Delta x = 1/16)$ , onde a propagação de uma estrutura que não contém os menores modos espaciais é examinada para diferentes valores dos parâmetros  $\beta_f$  e  $\alpha_f$ . O passo de tempo empregado é de 0,01 segundos, o que corresponde, para uma malha regularmente espaçada, a um número de Courant de 0,16, que é superior ao valor máximo usado nas simulações de grandes escalas apresentadas no Capítulo 7. O esquema de discretização temporal escolhido foi o backward difference, implícito, de segunda ordem, salvo para o primeiro

passo de tempo, no qual se utiliza o esquema de Euler implícito, de primeira ordem. Posteriormente, são examinados os casos de modos indesejáveis e os de malha não uniforme.

Nas figuras que se seguem, as coordenadas correspondentes aos centros das células (volumes de controle unidimensionais) são representadas sobre o eixo das abscissas com círculos preenchidos. Os gráficos com a distribuição axial de  $\phi$  são traçados através de interpolações lineares por partes entre os valores de  $\phi$  originalmente disponíveis, localizados nos centros das células. A fim de facilitar a rápida identificação dos valores centrais originais de  $\phi$ em meio a linhas de interpolação, os mesmos são também marcados com círculos preenchidos. Cada gráfico ilustra a distribuição de  $\phi$  num dado instante de tempo t, para diferentes conjuntos de parâmetros ou esquemas numéricos. Além disso, em alguns casos o forçamento f correspondente ao  $\phi$ recém-calculado é também apresentado, de forma a ser possível identificar a presença ou não de modos indesejáveis. Na presente proposta, tal forçamento é considerado constante no intervalo de tempo  $[t, t + \Delta t]$ , sendo  $\Delta t$  o passo de tempo utilizado. Para manter a consistência de unidades entre a força fe a variável  $\phi$  e permitir rápida avaliação da ordem de grandeza de ambos os termos, opta-se por apresentar a força multiplicada pelo passo de tempo  $(f \Delta t)$ , que pode, então, ser interpretada fisicamente como a variação de  $\phi$ provocada pela respectiva força, em um passo de tempo. Para se ter uma idéia da progressão temporal de  $\phi$ , ou seja, de como a forma inicial é alterada e qual o atraso de fase, mostra-se também a distribuição de  $\phi$  no instante de tempo inicial, em t=0 segundos (linha preta contínua), para fins de referência. Isto posto, pode-se rapidamente visualizar se o espaço percorrido pela estrutura inicial corresponde àquele esperado de uma advecção com velocidade u, e se a forma inicial foi alterada inadequadamente, seja em amplitude, seja em fase, por atenuação ou dispersão excessivas.

Antes da análise de testes dinâmicos, onde a forma de onda inicial progride no tempo, convém apresentar alguns casos estáticos, nos quais vários possíveis modos são mostrados com as respectivas forças artificiais resultantes (f), a fim de se avaliar se a formulação proposta realmente se comporta conforme idealizado, ou seja, se de fato consegue diferenciar um "modo de corte" dos demais. Assim, na Fig. 6.1 são apresentados vários modos de comprimentos de onda próximos ao do menor modo suportado pela malha (Figs. 6.1 (a)-(f)), em contraste com um polinômio de grau 2 (Figs. 6.1 (g) e (h)), que é um modo bastante suave.

Analisando as Figs. 6.1 (a) e (b), correspondentes ao modo de comprimento de onda  $\lambda = 4 \Delta x$ , observa-se que, conforme esperado, para  $\beta_f = 1, 2$ 

resulta uma força nula. Na verdade, este resultado é obtido com qualquer  $\beta_f$  maior ou igual à unidade. Este mesmo modo, porém, não pode ser descrito por um polinômio de grau menor ou igual a 2 em nenhuma partição do domínio. Desta forma, para  $\beta_f = 0$ , a força resultante  $(f \Delta t)$  na Fig. 6.1 (a) não se anula em nenhum centro de volume de controle.

Os modos seguintes a esse, em particular os de comprimento de onda  $\lambda = 6 \Delta x$ , Figs. 6.1 (c) a (f), também resultam em forças de pequena magnitude, com valor nulo em alguns pontos nodais do domínio. Em especial, no caso da Fig. 6.1 (d) ( $\beta_f = 1, 2$ ), a força é nula em todo o domínio, e, nas Figs. 6.1 (e) e (f), f = 0 na maior parte (dois terços) dos pontos nodais.

Examinando agora as Figs. 6.1 (g) e (h) correspondentes a um polinômio de grau 2, nota-se que, conforme esperado, ambos os valores de  $\beta_f$  resultam numa força identicamente nula.

O caso de um "modo de corte", com o menor comprimento de onda possível ( $\lambda = 2 \Delta x$ ), é apresentado na Fig. 6.2 juntamente com a força artificial normalizada ( $f \Delta t$ ). Nota-se que a força resultante é significativa, comparada tanto com os casos anteriores quanto com os valores correspondentes de  $\phi$ , evidenciando que, de fato, o esquema proposto é capaz de distinguir adequadamente modos indesejáveis de modos mais suaves, de forma a poder aplicar aos mesmos uma atenuação diferenciada.

Os testes estáticos unidimensionais realizados até então mostram que, na ausência de imperfeições do esquema numérico base, neste caso, diferenças centradas, a força adicional sugerida é capaz de atenuar apenas os menores modos, considerados indesejáveis.

Deve-se ter em mente que a presente proposta consiste em apenas adicionar uma força artificial na equação discreta, de maneira que continua sendo necessário um esquema numérico base, com discretizações espaciais e temporais. Embora os testes estáticos tenham mostrado que a ação da força artificial proposta pode ser limitada aos menores modos suportados, na prática, as imperfeições do sistema dinâmico discreto associado à escolha do esquema base, podem influenciar negativamente no desempenho final do método. A interação dessas dispersões com o termo de forçamento artificial merece estudos mais cuidadosos, envolvendo testes dinâmicos, nos quais se observa a propagação de uma estrutura inicial contendo modos indesejáveis, suaves, ou ambos. Deve ser ressaltado, no entanto, que, embora quando submetido a testes dinâmicos o método proposto possa não satisfazer completamente os objetivos traçados, os testes estáticos servem como prova de que o insucesso se deve exclusivamente às imperfeições do modelo base. Nesse

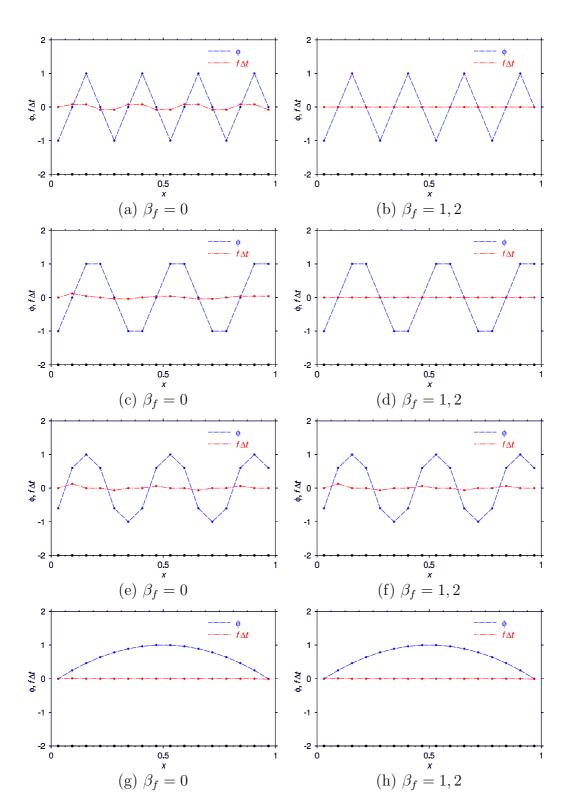


Figura 6.1: Exemplos de modos com comprimento de onda próximo ao do "modo de corte" (a)-(f), de um modo suave (g)-(h), e as respectivas forças resultantes, com  $\alpha_f=1$  e  $\beta_f=0$  ou  $\beta_f=1,2$ .

sentido, o fato do esquema de estabilização proposto não estar embutido no esquema numérico base permite que futuros avanços em esquemas de discretização sejam prontamente incorporáveis à presente proposta. Assim,

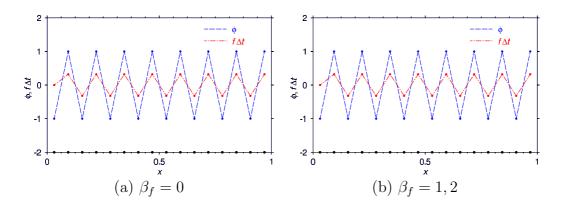


Figura 6.2: "Modo de corte", e as forças resultantes com  $\beta_f=0,$  e  $\beta_f=1,2.$ 

quanto mais próximos da perfeição ficarem os esquemas numéricos, menos importância terá a funcionalidade estabilizadora do forçamento sugerido, até o ponto em que sua única função seria a de modelagem sub-malha, ou seja a de atenuar os pequenos modos gerados por mecanismos não-lineares (não presentes na Eq. 6-1), tais como a cascata de energia turbulenta. São então apresentados a seguir, testes dinâmicos, com a finalidade de se averiguar como as imperfeições do esquema numérico base e o forçamento proposto interagem.

O primeiro conjunto de resultados dinâmicos, ilustrado na Fig. 6.3, apresenta a propagação de uma estrutura inicial relativamente suave, com pouco conteúdo de alta freqüência espacial, e a respectiva força normalizada  $(f \Delta t)$ , utilizando o modelo proposto com parâmetros  $\beta_f = 0$  e  $\alpha_f = 1$ . Para que a força pudesse ser visualizada claramente, aplicou-se um fator de escala  $(10f \Delta t)$ . A distribuição de  $\phi$  no instante de tempo inicial, em t=0 segundos também se encontra ilustrada na figura. Observa-se que, inicialmente, a força não é nula em todo domínio, por não se tratar de um polinômio de grau menor ou igual a dois. Com o decorrer do tempo, a estrutura vai ficando mais suave, e conseqüentemente, o módulo da força vai diminuindo.

A Fig. 6.4 corresponde ao mesmo caso, porém, utilizando o parâmetro  $\beta_f = 1, 2$ . Contrastando com a situação na qual  $\beta_f = 0$ , Fig. 6.3 (a), para  $\beta_f = 1, 2$  a força correspondente à estrutura inicial, Fig. 6.4 (a), é nula em toda a extensão do domínio. Isto está de pleno acordo com o motivo da introdução da variável  $\beta_f$  – permitir certo grau de tolerância de forma a não atenuar estruturas razoavelmente suaves, tais quais a estrutura inicial da Fig. 6.4 (a). Novamente, para facilitar a visualização da força normalizada, aplicou-se um fator de escala  $(10f \ \Delta t)$ . Observa-se que, no instante t=0,2 segundos, a força artificial só não é nula em dois pontos nodais, acusando a presença de modos altamente oscilatórios nos mesmos. Nota-se a suavização da estrutura com o passar do tempo, tal qual a observada anteriormente.

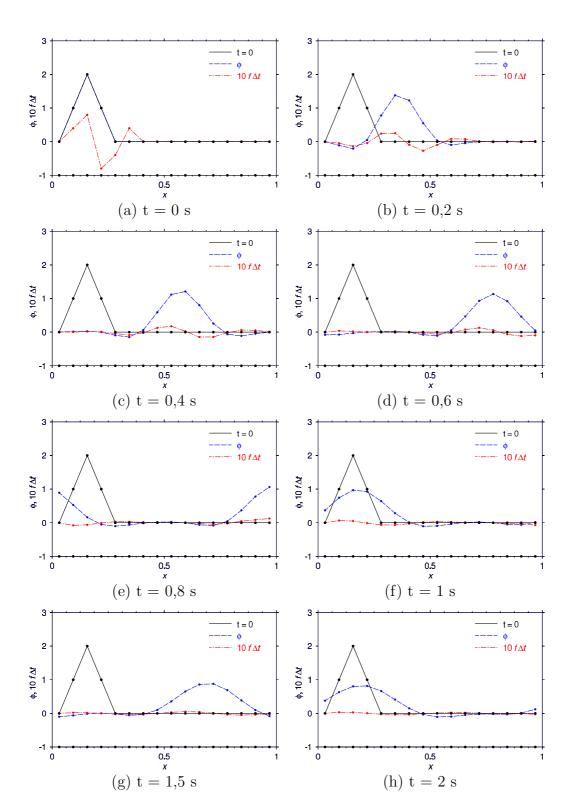


Figura 6.3: Progressão temporal de uma estrutura desejável de acordo com o modelo proposto, com  $\beta_f = 0$ ,  $\alpha_f = 1$ , e da força artificial correspondente

A Figura 6.5 compara a previsão de propagação de uma estrutura inicial relativamente suave utilizando o modelo proposto (f-LES), com parâmetros  $\beta_f = 0$  e  $\alpha_f = 1$ , com a obtida com esquemas tradicionais, tais como diferenças centradas puro (CD), *Upwind* (UW), e QUICK. Note

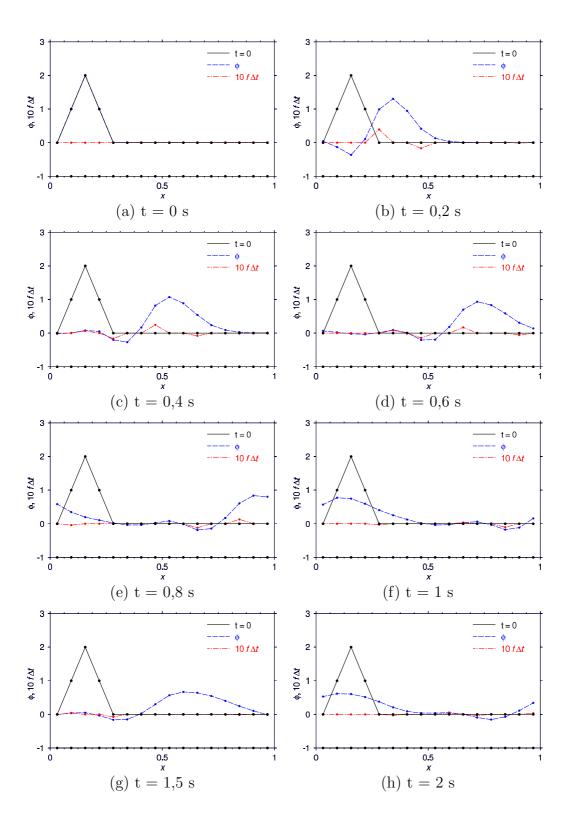


Figura 6.4: Progressão temporal de uma estrutura desejável de acordo com o modelo proposto, com  $\beta_f=1,2,\,\alpha_f=1,$  e da força artificial correspondente

que o esquema de diferenças centradas tradicional (CD) apresenta grandes oscilações espaciais espúrias, enquanto o modelo proposto rapidamente atenua tais estruturas, preservando melhor a forma original da onda. Em termos de amplitude máxima, não se percebe muita diferença entre os

resultados obtidos com o modelo proposto e os resultantes de um esquema tradicional de diferenças centradas. Em termos práticos, considera-se os dois métodos equivalentes em termos de atenuação de amplitude máxima, já que as diferenças observadas devem-se a oscilações espúrias do esquema CD, um fenômeno puramente numérico, sem nenhum significado físico.

A equação de transporte (Eq. 6-1) admite uma solução analítica periódica, na qual, a cada múltiplo inteiro do segundo, a forma de onda deve coincidir com a forma de onda inicial (t = 0 s), tendo em vista a velocidade de convecção de u = 1 m/s e dimensão do domínio periódico  $L=1\,$ m. Embora tenha havido uma distorção grande da forma de onda após um segundo decorrido, pode-se afirmar com base na Fig. 6.5(f) que o resultado obtido com o esquema proposto ainda guarda semelhanças significativas em relação à forma original, estando a localização do valor de pico (crista da onda) bem próxima do valor previsto analiticamente (x =0, 15625 m), ligeiramente adiantada. Resumidamente, pode-se considerar que, passado 1 segundo, a amplitude reduz-se à metade, a largura da onda praticamente dobra, e a velocidade de propagação média no período é menos de 6,25% mais rápida que a esperada. O mesmo já não se pode dizer do esquema de diferenças centradas: a forma da onda em  $t=1\,$ s apresenta-se completamente desfigurada, com intensas oscilações espaciais presentes em todo o domínio, o que torna a simples identificação de uma largura de onda, ou mesmo a localização da crista da onda, tarefas difíceis. Em termos de velocidade de propagação média no período (1 segundo), nota-se que houve um atraso de pelo menos 12,5% em relação à velocidade característica u=1m/s.

Em t=1,5 segundos (6.5(g)), esperava-se, pela solução analítica da equação 6-1, encontrar a mesma forma de onda, porém centrada na posição x=0,65625 m do eixo das abscissas (oito volumes de controle à direita da crista da onda inicial). Em todos estes casos, constata-se uma grande distorção da forma, embora a forma de onda prevista pelo modelo proposto (f-LES) ainda apresente semelhanças com a forma inicial, o que não se pode dizer para o caso de diferenças centradas.

As distorções observadas em  $t=1\,$ s e  $t=1,5\,$ s tornam-se ainda mais exacerbadas em  $t=2\,$ s, Fig. 6.5(h), instante no qual a estrutura original já percorreu o domínio periódico duas vezes. As distorções e outros efeitos numéricos tiveram, assim, mais tempo para agir sobre a estrutura inicial, tornando-a praticamente irreconhecível em  $t=2\,$ s, pelo menos no caso do esquema CD.

Os resultados acima atestam que a opção pela atenuação dos modos

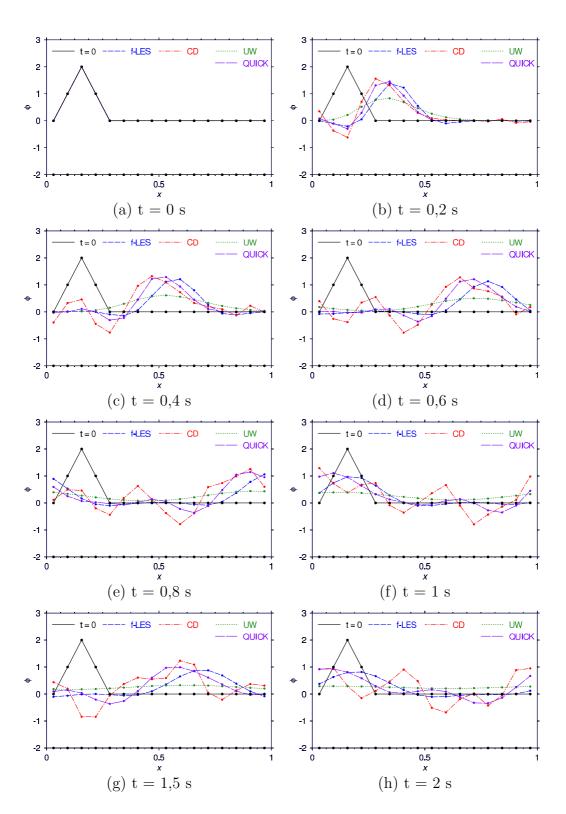


Figura 6.5: Progressão temporal de uma estrutura desejável de acordo com o modelo proposto, com  $\beta_f=0,\,\alpha_f=1,$  comparando-se diferenças centradas, Upwind, e QUICK.

não suportados numericamente, conforme proposto na Seção 5.1, não resulta em significativa perda de informação, quando comparado a opções que virtualmente conservam energia, caso de esquemas centrados. Pelo contrário,

a informação contida nesses modos traz instabilidade numérica e rápida desfiguração em relação à forma de onda inicial, e seu descarte parece trazer benefícios no que diz respeito à tentativa de preservar ao máximo as características originais da estrutura. Deste modo, baseado na Fig. 6.5, pode-se esperar que o modelo proposto represente um passo adiante em termos de robustez numérica, sem contudo apresentar uma atenuação de amplitude máxima muito diferente da observada em esquemas CD.

Ainda na mesma figura (6.5) são apresentadas as propagações obtidas quando se emprega metodologias mais tradicionais, projetados especificamente para limitar ou eliminar oscilações espaciais espúrias, tais como esquemas polarizados do tipo *Upwind* (UW), e QUICK.

Conforme esperado, o esquema Upwind de primeira ordem, apesar de resolver o problema de oscilações espaciais indesejáveis, apresenta excessiva atenuação. Note-se que em t=2 s a forma original da onda já foi completamente perdida graças às altas dissipações presentes no esquema, enquanto nos resultados obtidos com o esquema proposto ainda são possíveis identificar ao menos uma crista e uma largura de onda. Essa excessiva atenuação torna os esquemas Upwind impensáveis para Simulações de Grandes Escalas, a não ser que utilizados em combinação com outros esquemas menos dissipativos.

Embora não garanta soluções com limites finitos, uma alternativa de ordem mais alta que o esquema *Upwind*, e portanto, menos dissipativa, é o esquema *QUICK*, de segunda ordem, proposto por Leonard (1979). Se o esquema *Upwind* peca por ser muito dissipativo, o *QUICK* não garante estabilidade numérica, sendo que para o presente caso da placa plana, no qual grandes variações espaciais de malha são necessárias, o mesmo revelouse inadequado uma vez que todas a tentativas de simulação acabaram divergindo após um certo número de iterações. Não obstante, considerase a comparação entre a presente proposta e o QUICK (Fig. 6.5) ilustrativa e relevante, do ponto de vista acadêmico.

O confronto entre o esquema de forçamento proposto (f-LES) e o QUICK (Fig. 6.5), sugere que ambos apresentam, a grosso modo, as mesmas atenuações para a amplitude da onda, e aproximadamente os mesmos erros de velocidade de propagação, sendo que o QUICK apresenta um ligeiro atraso, enquanto o esquema proposto, um ligeiro avanço. No entanto, em termos de oscilações espaciais, nota-se que o QUICK de fato apresenta níveis mais elevados mesmo para esta malha regular, o que talvez explique sua não aplicabilidade às Simulações de Grandes Escalas do presente trabalho, onde malhas irregulares tornam ainda mais importante a robustez numérica.

A Figura 6.6 mostra o efeito do refinamento de malha sobre a solução obtida com o esquema proposto (f-LES) e com o esquema centrado puro (CD). A estrutura inicial exibida na Fig. 6.6 (a) é a mesma para as duas malhas, porém é descrita por um número maior de pontos, já que a malha fina ("f-LES 48" e "CD 48") possui 3 vezes mais células que a malha grossa ("f-LES 16" e "CD 16"). Observa-se que a solução obtida foi bem melhor com a malha fina, o que já era de se esperar. Em especial, nota-se como a solução obtida com o esquema proposto praticamente coincide com a solução analítica, salvo um pequeno arredondamento nas transições abruptas da forma triangular original. Isto é bem visível nos instantes de tempo t = 1 e t = 2 segundos, Fig. 6.6 (f) e (h), onde a forma prevista numericamente deve coincidir com a forma original da estrutura. De fato, verifica-se que não só a velocidade de grupo, como também a própria largura da onda foi satisfatoriamente prevista, o que não era verdade para a malha de 16 volumes de controle ("f-LES 16"). Em contraste, percebe-se na mesma figura (6.6), que o esquema centrado puro (CD) continua apresentando fortes oscilações espaciais, atraso de propagação, alargamento da largura de onda, e intensas deformações em relação à estrutura original. Se para a malha grossa, o esquema centrado apresentou atenuação similar ao modelo proposto, para a malha mais fina (48 células), sua atenuação foi significativamente maior. Convém salientar ainda que o esquema proposto não apresentou oscilações espaciais visíveis, o que não deixa de ser surpreendente, tendo em vista o baixo nível de atenuação provocado.

O efeito do parâmetro  $\alpha_f$  sobre a solução numérica é analisado com auxílio da Fig. 6.7, novamente para a malha de 16 células. Correspondendo às expectativas, quanto menor esse parâmetro, o tempo necessário para eliminar os menores modos é maior, e, conseqüentemente, maiores são as amplitudes das oscilações espaciais. Constata-se, ainda, que diminuindo-se o valor desse parâmetro, provoca-se um pequeno atraso da propagação, diminuindo a velocidade de grupo. Em particular, para  $\alpha_f \approx 0,75$ , o erro na velocidade de grupo se anula, sem que com isso as oscilações espaciais sejam significativas. Nas Figs. 6.7 (f) e (h), nota-se que a forma de onda correspondente a  $\alpha_f = 0,75$  tem sua crista localizada bem próximo dos locais esperados.

Ao se utilizar um valor não nulo para o parâmetro  $\beta_f$ , admite-se a presença de modos indesejáveis até uma determinada amplitude, ditada pelo valor do referido parâmetro, a partir da qual, a força de atenuação f começa a agir no sentido de anular as mais rápidas oscilações espaciais.

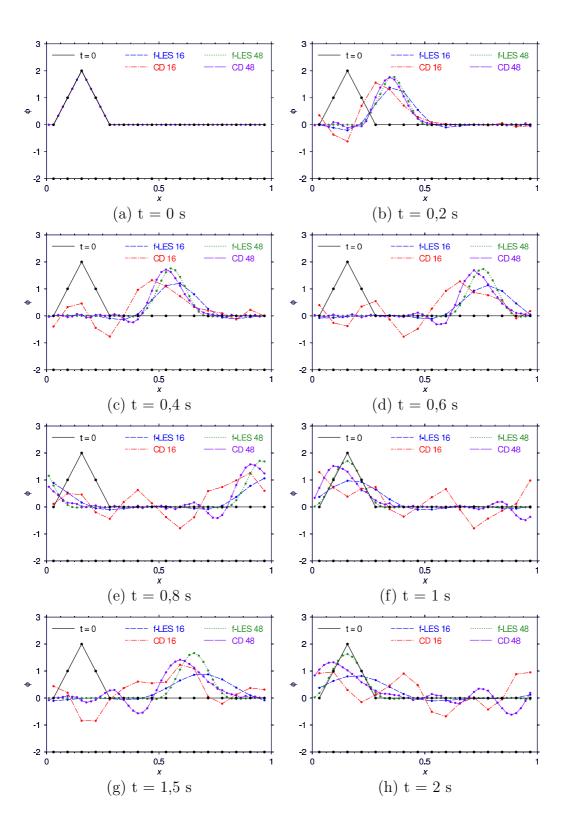


Figura 6.6: Progressão temporal de uma estrutura relativamente suave, de acordo com o modelo proposto (f-LES), com  $\beta_f = 0$ , e  $\alpha_f = 1$ , e com esquema centrado (CD), para duas malhas diferentes

Quanto maior o valor de  $\beta_f$ , maiores os níveis de amplitude permitidos para os modos indesejáveis, e mais próximo do esquema centrado é a previsão numérica. A Figura 6.8 mostra a evolução da mesma forma de onda inicial,

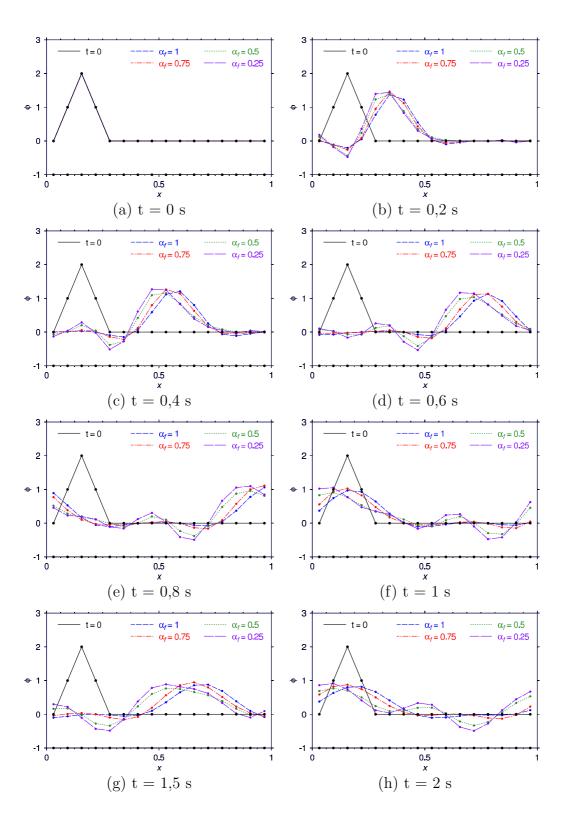


Figura 6.7: Progressão temporal de uma estrutura desejável de acordo com o modelo proposto, com  $\beta_f=0$ , comparando-se  $\alpha_f=1,$   $\alpha_f=0,75,$   $\alpha_f=0,5,$  e  $\alpha_f=0,25.$ 

na qual se pode constatar a presença de modos indesejáveis (oscilações rápidas). O valor  $\beta_f = 10$  é exagerado e foi escolhido apenas para facilitar a visualização dos modos indesejáveis, os quais, aqui, aparecem normalmente

sobrepostos a um modo suave.

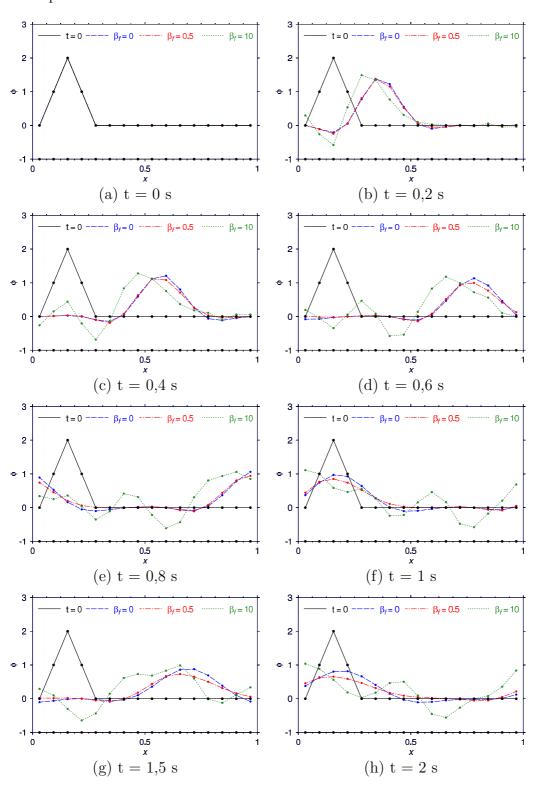


Figura 6.8: Progressão temporal de uma estrutura relativamente suave, de acordo com o modelo proposto, com  $\alpha_f=1$ , comparando-se resultados obtidos com  $\beta_f=0,\,\beta_f=0,5$  e  $\beta_f=10$ 

Observe-se também na Fig. 6.8 que o comportamento da solução com o parâmetro  $\beta_f=10$  exibe distorções semelhantes às apresentadas pelo

esquema CD, o que já era de esperar, uma vez que no limite em que  $\beta_f \to \infty$ , o esquema proposto se reduz ao próprio esquema de diferenças centradas, já que o limitador é, neste caso, sempre nulo.

Na Figura 6.9, ilustra-se a atenuação de um "modo de corte", inicialmente presente a partir x=0,15625 m, utilizando-se o esquema de forçamento proposto, com  $\beta_f=1,2$ , examinando-se a influência do parâmetro  $\alpha_f$ , e comparando-se com resultados de esquemas tradicionais, como Upwind e QUICK.

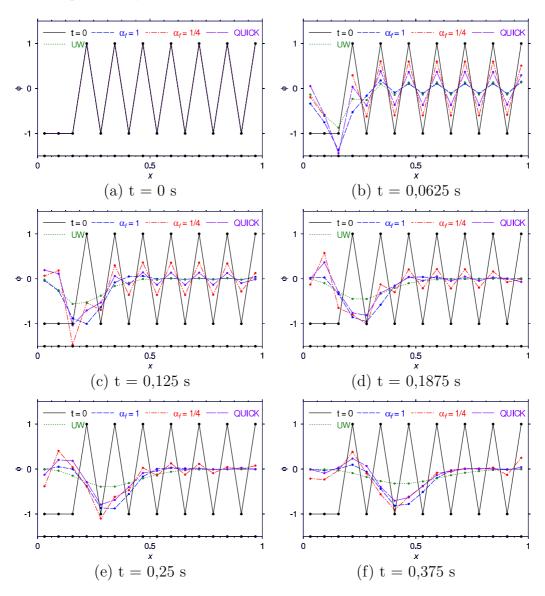


Figura 6.9: Progressão temporal de um "modo de corte" de acordo com o modelo proposto (f-LES), com  $\beta_f=1,2$ , para  $\alpha_f=1$  e  $\alpha_f=0,25$ , comparando-se com *Upwind* e QUICK

Nota-se, da Fig. 6.9 (b), que a atenuação obtida com  $\alpha_f = 1$ , após 0,0625 segundos, é equivalente à obtida com  $\alpha_f = 0,25$  decorridos 0,25 segundos, Fig. 6.9 (e). Isso significa que, enquanto para  $\alpha_f = 1$  uma

partícula de fluido deve percorrer um volume de controle, para  $\alpha_f = 1/4$ , a distância percorrida deve ser de quatro volumes de controle para que um "modo de corte" já tenha sido bem atenuado. A grosso modo, pode-se dizer que o espaço necessário para que o "modo de corte" seja eliminado é, aproximadamente,  $1/\alpha_f$  vezes a largura da célula.

Ainda na mesma figura (6.9), observa-se que a atenuação provocada com  $\alpha_f = 1$  é de mesma magnitude ou comparável à do esquema Upwind, porém, maior que a do esquema QUICK. Convém lembrar que para um modo suave ou desejável, foi constatado justamente o contrário, ou seja, que o método proposto no presente trabalho apresenta atenuação bem menor que o Upwind, e comparável ao QUICK. Talvez isso explique, em parte, o fato desta proposta ser mais robusta numericamente que o QUICK, porém bem mais precisa que o Upwind, mesclando as características desejáveis de cada uma.

Conforme mencionado anteriormente, malhas irregulares são um mal necessário em simulações de escoamentos em geral, pois acarretam erros numéricos, instabilidades, e, no caso particular de Simulações de Grandes Escalas, erros de comutatividade entre os operadores filtragem e derivadas. Embora devam ser evitadas sempre que possível, a sua utilização diminui drasticamente o número total de volumes de controle empregados, e, conseqüentemente, o custo computacional da simulação, principalmente em escoamentos externos onde as distâncias do objeto imerso para uma fronteira é grande.

Assim, faz-se necessário testar a proposta apresentada para o caso de malhas irregulares, nas quais o tamanho da célula varia ao longo do domínio. Sabe-se que a situação mais crítica para a estabilidade numérica é aquela em que o volume de controle diminui no sentido do escoamento, ou seja, o tamanho da célula é menor a jusante. Este caso é mostrado na Fig. 6.10, para o transporte de um escalar passivo num domínio periódico. Nesta figura, são comparados os desempenhos do modelo proposto f-LES (com  $\beta_f = 0$  e  $\alpha_f = 1$  e com  $\beta_f = 2$  e  $\alpha_f = 1$ ), do método diferenças centradas (CD) puro, e do Upwind (UW), através de amostras instantâneas da forma de onda em vários instantes de tempo.

Nota-se que, com o modelo proposto, principalmente com  $\beta_f = 0$ , a forma de onda permanece suave e ainda guarda semelhanças com a forma inicial, mesmo depois de 2 segundos decorridos. Já não se pode afirmar o mesmo para o esquema CD, onde fortes oscilações espaciais são observadas. Pela localização da crista da onda nos diversos instantes de tempo, podese dizer que o erro de velocidade de grupo da estrutura, para o esquema

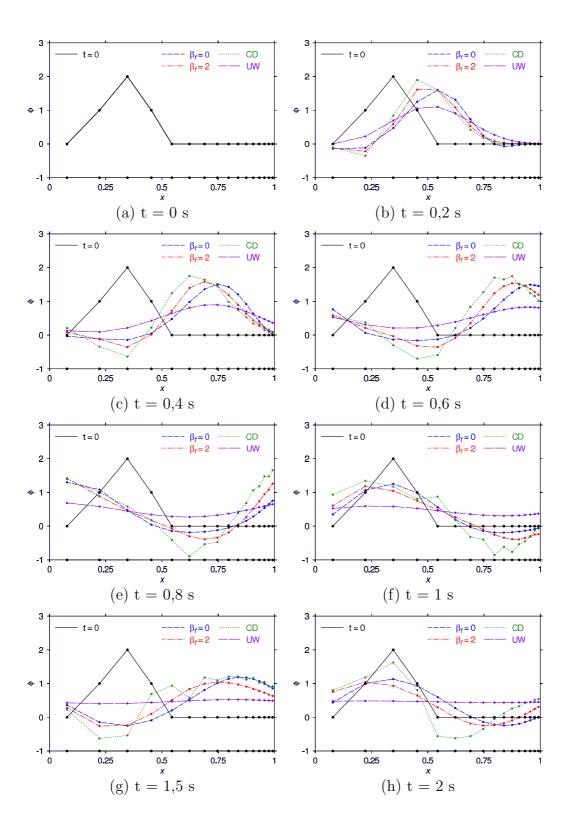


Figura 6.10: Progressão temporal de uma estrutura relativamente suave numa malha não regular, de acordo com o modelo proposto f-LES ( $\alpha_f = 1$ ), com  $\beta_f = 0$  e  $\beta_f = 2$ , comparando-se com os resultados obtidos com o esquema de diferenças centradas (CD) e *Upwind* (UW)

proposto, é pequeno, e comparável ao caso de malha regular. A comparação do esquema proposto f-LES com o *Upwind* é apresentada na mesma figura

(6.10), onde nota-se novamente que o *Upwind* é demasiadamente dissipativo.

A comparação dos resultados com dois diferentes valores do parâmetro  $\beta_f$ , apresentados também na Fig. 6.10, sugere que, com  $\beta_f = 2$ , além de maiores oscilações espaciais – mais visíveis nos estágios iniciais, como em t = 0, 2 na Fig. 6.10 (b) – o erro na previsão da velocidade de grupo é maior.

Assim, estes testes preliminares envolvendo um transporte advectivo unidimensional de um escalar passivo, apesar de simples, atestam que o esquema proposto comporta-se de forma semelhante ao esquema *Upwind* de primeira ordem perante estruturas indesejáveis, porém de forma bem menos dissipativa para estruturas mais suaves. Embora esse teste inicial não seja completo e conclusivo, pelo menos sugere que o esquema proposto pode apresentar a robustez numérica requerida para simulações mais complexas, e ainda ter um comportamento diferenciado face a estruturas indesejáveis e desejáveis, de forma a não atenuar tanto estruturas pequenas, porém, importantes para o escoamento.

## 6.1.2 Transporte Bidimensional de Escalar Passivo

Uma outra forma de visualizar os efeitos de dissipações numéricas é através de um escoamento bidimensional no qual um escalar passivo é transportado por convecção, a partir das fronteiras de entrada do domínio computacional, nas quais o valor desse escalar é prescrito e fixo – condição de Dirichlet. Em um determinado ponto da fronteira de entrada, esse valor prescrito apresenta um salto, passando, digamos, de valor nulo, a valor unitário na aresta seguinte da fronteira. Na ausência de dissipação numérica ou outros efeitos espúrios, esta descontinuidade deve se propagar para o interior do domínio, sem sofrer nenhum processo de suavização, ou seja, o comprimento característico do salto prescrito na fronteira deve ser aproximadamente o mesmo observado no interior do domínio.

O teste aqui proposto consiste, então, de um domínio computacional quadrado, de aresta unitária (1 metro), com  $20 \times 20$  subdivisões, onde a aresta inferior e a aresta esquerda são fronteiras com valores de temperatura prescrita iguais a 1 e 0, respectivamente. Nas arestas superior e direita, fronteiras de saída, impõe-se a condição de Neumann para temperatura, segundo a qual a derivada da mesma é nula. O campo de velocidade é uniforme e constante em todo domínio, de magnitude  $\sqrt{2}$ , formando um ângulo de  $45^{\circ}$  com a malha, no sentido do vértice inferior esquerdo do quadrado, para o superior direito. O campo de temperaturas é inicializado

com valores nulos em todo o interior do domínio, e a Eq. 6-1 é resolvida, com  $\phi$  substituído por T, com passos de tempo de 0,005 segundos, e esquema de discretização temporal de segunda ordem ( $Backward\ differences$ ). Com o passar das iterações (avanço no tempo), as informações das fronteiras, isto é, os valores prescritos de temperatura, vão sendo propagados para o interior do domínio, até alcançarem as fronteiras de saída. O tempo necessário para que uma partícula do fluido percorra o domínio, do vértice inferior esquerdo até o superior direito, é de 1 segundo, e constata-se que, passados 100 segundos (ou 100 varridas de domínio), o campo de temperatura não sofre mais modificações significativas.

A Figura 6.11 ilustra os contornos de temperatura em t=100 segundos para esse caso de teste. Observa-se que o esquema de diferenças centradas (CD) é o menos dissipativo, porém apresenta algumas oscilações espaciais visíveis. O comportamento do esquema proposto f-LES, com  $\beta_f=0,5$  e  $\alpha_f=1$ , apresentado na Fig. 6.11 (a), foi satisfatório, com uma dissipação numérica apenas ligeiramente superior à do esquema CD, conforme evidenciado pelo ligeiro aumento do comprimento característico da descontinuidade, à medida que se percorre o domínio na direção da corrente. O esquema QUICK tem desempenho equivalente ao esquema proposto, porém com oscilações espaciais um pouco mais visíveis, o que já não se pode dizer do Upwind, que, conforme sabido, é extremamente dissipativo, que é o preço pago pela ausência completa de oscilações espaciais indesejáveis e robustez numérica.

Um outro teste de pouco interesse físico, mas de certo interesse numérico, consiste na mudança de posição das condições de contorno de valor prescrito (condição de Dirichlet) para as arestas à jusante do domínio computacional. Assim, trata-se do mesmo caso de teste descrito acima, porém com condições de contorno prescritas, nas arestas superior e direita, iguais a T=-1 e T=1, respectivamente. As arestas inferior e esquerda passam a obedecer a uma condição de contorno de gradiente nulo (Neumann). A temperatura é novamente inicializada com valor nulo no interior do domínio e nas fronteiras de entrada. Devido à direção da velocidade, esperava-se que as fronteiras de saída (arestas superior e direita do quadrado) não tivessem qualquer influência sobre o escoamento, por estarem a jusante do domínio, e pelo fato de não haver termo viscoso na Eq. 6-1.

Os resultados obtidos com o presente modelo f-LES, com  $\beta_f = 0,5$  e  $\alpha_f = 1$  e com o esquema de diferenças centrais CD, são apresentados na Fig. 6.12, onde se pode observar que as informações das fronteiras de saída são, de alguma forma, trazidas pelo método numérico para o interior do

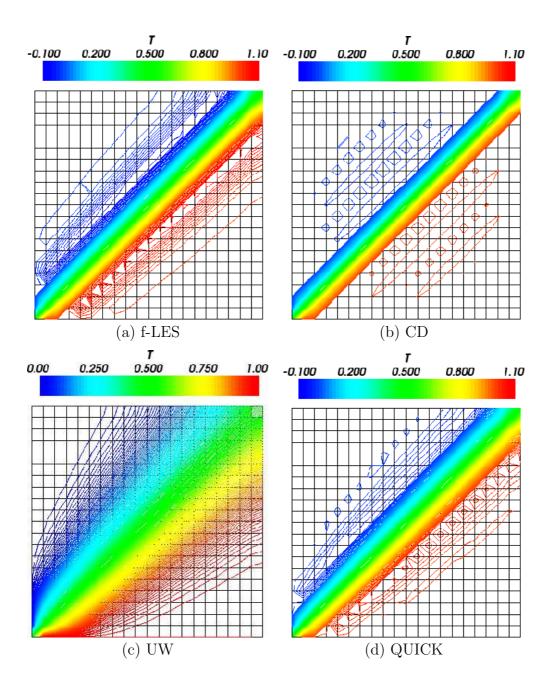


Figura 6.11: Contornos de temperatura para o transporte advectivo – condição de Dirichlet nas fronteiras de entrada e de Neumann nas de saída: (a)  $\beta_f = 0, 5, \alpha_f = 1$ ; (b) diferenças centradas (CD); (c) *Upwind* (UW); (d) QUICK.

domínio, contra o sentido da corrente. Isso é explicado pelas imperfeições dos esquemas numéricos, e que, de alguma forma já haviam sido observadas nos testes unidimensionais de transporte de escalar passivo ilustrados na Fig. 6.5. Tomando-se por exemplo as Figs. 6.5 (b), (c), e (d), nota-se que é atrás da crista da onda, ou seja, à montante da mesma, onde se formam as fortes oscilações espaciais espúrias, e não a jusante da mesma. A parte anterior da onda, à jusante da crista, é relativamente bem comportada. No presente caso, o domínio computacional, estando à montante das fronteiras

de valores prescritos, sofre efeitos similares aos sentidos pela parte posterior da onda da Fig. 6.5, oriundos de imperfeições dos esquemas numéricos.

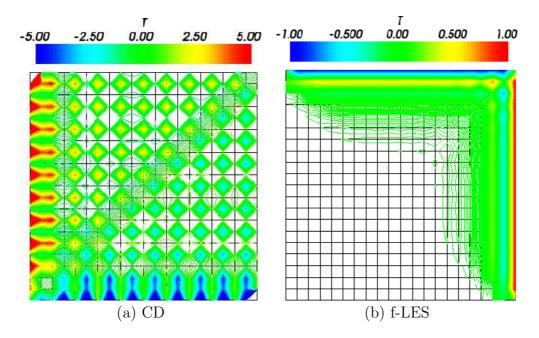


Figura 6.12: Contornos de temperatura para o transporte advectivo – condição de Dirichlet nas fronteiras de saída e de Neumann nas de entrada: (a) CD; (b)  $\beta_f = 0, 5$ ;  $\alpha_f = 1$ .

Apesar do regime de escoamento ser permanente, utilizou-se técnica transiente para obtenção da solução. Os valores de temperaturas locais observados no caso do esquema CD crescem indefinidamente com o avanço do tempo, enquanto os observados com o esquema proposto mantêm-se próximos aos valores iniciais, conforme esperado. Analisando a Fig. 6.12 (a), pode-se claramente observar o comportamento patológico conhecido como "tabuleiro de xadrez", o qual não é obtido com o presente modelo. Não são reproduzidos aqui os testes com outros valores para o parâmetro  $\beta_f$  ( $\beta_f = 0$  e  $\beta_f = 1, 2$ ), por terem apresentado resultados idênticos, ou pelo menos, com diferenças imperceptíveis em relação aos apresentados na Fig. 6.12.

Resultados similares ocorrem também quando são utilizadas condições de Dirichlet para temperatura em todas as fronteiras. Na Fig. 6.13 são apresentados os contornos de temperatura para o presente modelo f-LES com  $\beta_f = 0,5$  e  $\alpha_f = 1$  e para o esquema de diferenças centrais CD, onde as arestas inferior e esquerda estão a T=0, enquanto a superior e direita estão a T=-1 e a T=1, respectivamente. Observam-se os mesmos defeitos comentados acima para a Fig. 6.12, um pouco amenizados pelo limite imposto pela condição fixa de temperatura na entrada.

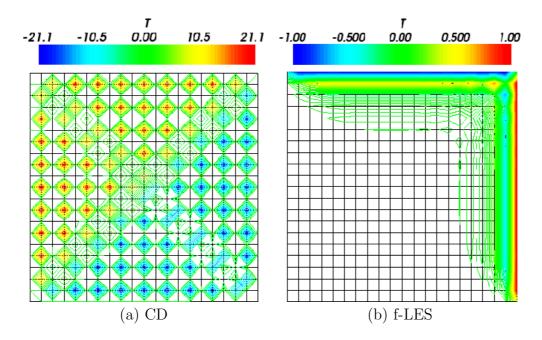


Figura 6.13: Contornos de temperatura para o transporte advectivo – condição de Dirichlet nas fronteiras de saída e nas de entrada: (a) CD; (b)  $\beta_f = 0, 5, \alpha_f = 1$ .

Vale lembrar que, nas simulações de escoamentos turbulentos externos, objetivo principal do presente trabalho, há uma condição de contorno com valor prescrito no interior do domínio, à jusante de fronteiras de entrada, de forma análoga às testadas acima. De fato, a placa plana impõe condição de não deslizamento com velocidade nula, e pode provocar fortes oscilações à montante da mesma, caso não sejam tomados os devidos cuidados. Conforme sugerido nos testes acima, o esquema proposto mostrou-se, até aqui, potencialmente adequado para enfrentar os possíveis problemas numéricos previstos. Resta ainda saber como se comporta diante de situações mais próximas às reais, envolvendo, por exemplo, a não linearidade do termo advectivo da equação de Navier-Stokes, e a complexidade dos mecanismos de transferência entre as diversas escalas de um escoamento turbulento.

### 6.2 Turbulência Isotrópica e Homogênea

A próxima etapa dos testes de validação foi idealizada para verificar como o modelo se comporta em situações mais realistas, envolvendo escoamentos turbulentos, onde a não-linearidade do termo advectivo da equação de Navier-Stokes dá origem a uma importante interação entre estruturas de diferentes dimensões características. Para escoamentos homogêneos e isotrópicos, longe de paredes, esta interação reflete numa transferência de

energia, conhecida como cascata de energia, na qual a mesma flui das grandes para as pequenas estruturas, onde finalmente é dissipada por efeitos viscosos. Nesses casos, estruturas pertencentes a uma faixa intermediária de comprimentos de onda do espectro de energia não sofrem nenhuma influência da viscosidade molecular, sendo sua evolução ditada apenas pelos efeitos de inércia que regem a cascata de energia. O espectro de energia desta região independe de parâmetros particulares, como a viscosidade, e de acordo com as hipóteses de de Kolmogorov (1941), assume a seguinte forma universal, obedecendo à lei de -5/3,

$$E(k) = C \,\varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \,, \tag{6-2}$$

onde E(k) é o espectro de energia em função do número de onda espacial k,  $\varepsilon$  é a dissipação, e C é uma constante. Devida à independência de parâmetros, a região do espectro de energia onde a Eq. 6-2 é válida é chamada de região inercial do espectro.

Assim, a observação do espectro resultante de simulações turbulentas, em comparação com a lei universal de -5/3, é a maneira mais efetiva de se verificar se o modelo proposto realmente provê uma diferenciação maior entre a atenuação provocada em modos de diferentes comprimentos de onda. Se isso for verdade, o espectro obtido com o modelo proposto deve se aproximar mais da lei universal do que outros modelos tradicionais, pelo menos na faixa de comprimentos de onda maiores, onde está depositada a maior parte da energia.

Computacionalmente, a turbulência homogênea e isotrópica numa caixa cúbica periódica é, talvez, o caso mais simples de escoamento turbulento onde as hipóteses de Kolmogorov são verificadas. Devido à ausência de paredes, não é possível, no entanto, realizar experimentos práticos desse escoamento, embora a turbulência à jusante de uma grade possa ser considerada uma boa aproximação (Comte-Bellot e Corrsin, 1966 e Mohamed e Larue, 1990).

Como não há produção natural de energia turbulenta nesse escoamento, a tendência é de que grandes vórtices inicialmente presentes transfiram, ao poucos, parte de sua energia para pequenas estruturas, onde a energia é dissipada a uma taxa  $\varepsilon$ . Após um período mais longo, caso não haja injeção de energia por alguma força extra, a energia total terá decaído significativamente, até um ponto no qual o campo de velocidades será praticamente nulo.

Assim, duas alternativas são possíveis em termos de simulações de

Turbulência Homogênea e Isotrópica (HIT). Na primeira, chamada "livre decaimento da Turbulência Homogênea e Isotrópica", parte-se de um campo inicial de velocidade, com grandes estruturas energéticas, e examina-se o decaimento da energia total e das estruturas com o passar do tempo (Kaneda e Ishihara, 2003 e Hughes et al., 2001). Na segunda, chamada "Turbulência Homogênea e Isotrópica com forçamento", impõe-se uma força de corpo extra nas equações de Navier-Stokes, que atua apenas numa faixa de comprimentos de onda, próxima às menores escalas do espectro (Eswaran e Pope, 1998, e Fureby et al., 1997). Uma vez atingido uma situação de equilíbrio (estado permanente estatístico), esta força supre energia com a mesma taxa da dissipação que ocorre nas menores escalas,  $\varepsilon$ .

Esta segunda alternativa, na qual ao invés de um decaimento livre, temos uma turbulência homogênea e isotrópica sustentada, é a escolhida para o presente teste de validação, por permitir uma análise espectral em regime estatisticamente permanente.

Às equações de Navier-Stokes filtradas espacialmente, adiciona-se então uma força de corpo,  $\rho \mathbf{f_b}$ , resultando em

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \ \overline{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \tau_{SGS} = -\nabla \overline{p} + \nu \nabla^2 \overline{\mathbf{u}} + \mathbf{f_b}, \qquad (6\text{-}3a)$$

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0, \qquad (6\text{-}3b)$$

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0, \tag{6-3b}$$

onde a modelagem sub-malha tradicional,  $\nabla \cdot \tau_{SGS}$ , é substituída por f, no caso de simulações com o esquema proposto no Capítulo 5.

Fisicamente, essa força de corpo  $\mathbf{f_b}$ , que não guarda nenhuma relação com o forçamento artificial f do modelo sub-malha proposto, pode ser, por exemplo, a de um campo elétrico agindo sobre um fluido carregado. Como o objetivo dessa validação é examinar a faixa inercial do espectro de energia em regime permanente, essa força de corpo deve ser aleatória (ou pseudoaleatória) e deve estar restrita apenas às maiores escalas, de forma a não interferir com o restante do espectro, onde se pretende observar a lei de -5/3.

Para garantir que esta força só atue em escalas de comprimentos de onda grandes (números de onda pequenos), é mais conveniente trabalhar no espaço de números de onda, ou espaço de Fourier.

O mapeamento de uma função genérica  $h(\mathbf{x},t)$  descrita no espaço físico, para o espaço de números de onda (k), no qual a mesma função é descrita por  $H(\mathbf{k},t)$ , é realizado através das Transformadas de Fourier, que em três dimensões é definida pelas seguintes operações:

$$h(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\mathbf{k},t) \ e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k} \,, \tag{6-4a}$$

$$H(\mathbf{k},t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\mathbf{x},t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{x}, \qquad (6-4b)$$

onde, para simplificar a notação, os símbolos de integrais se referem a integrais triplas, nos três componentes dos vetores **x** e **k**. A Eq. 6-4a é denominada Transformada Inversa de Fourier, enquanto a Eq. 6-4b, Transformada Direta.

O número de onda vetorial,  $\mathbf{k}$ , é definido, a partir do comprimento de onda na direção i ( $\lambda_i$ ), como

$$\mathbf{k} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_x}, \ \frac{2\pi}{\lambda_y}, \ \frac{2\pi}{\lambda_z}\right),\tag{6-5}$$

ou, em notação indicial,

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} \,. \tag{6-6}$$

As informações contidas em  $H(\mathbf{k},t)$  são tão completas quanto as contidas na própria função original,  $h(\mathbf{x},t)$ , e, portanto, são suficientes para a reconstituição da mesma. Assim, no caso discreto, a mesma informação contida em  $\mathbf{N}$  pontos amostrais de uma função periódica  $h(\mathbf{x},t)$ , de período  $\mathbf{L} = (L_1, L_2, L_3)$ , é também equivalentemente representada por  $\mathbf{N}$  coeficientes de Fourier,  $H(\mathbf{k},t)$ , os quais são, do mesmo modo, necessariamente periódicos.

Na notação compacta utilizada neste trabalho, o vetor  $\mathbf{N}$  contém o número de amostras em cada uma das três direções, ou seja,  $\mathbf{N} = (N_1, N_2, N_3)$ , sendo a lista de pontos amostrais definida por:

$$\mathbf{x_m} = \mathbf{x}_{m_1, m_2, m_3} = (m_1 \, \Delta x_1 \,, m_2 \, \Delta x_2 \,, m_3 \, \Delta x_3) \,, \tag{6-7}$$

onde  $\Delta x_i = L_i/N_i$ , e  $m_i$  são números inteiros variando de  $(-N_i/2)$  a  $(N_i/2-1)$ , para cada direção  $i=\{1,2,3\}$ .

As funções  $h(\mathbf{x},t)$  e  $H(\mathbf{k},t)$ , amostradas nesses  $\mathbf{N}$  pontos, são também abreviadamente representadas por:

$$h_{\mathbf{m}} = h(m_1 \ \Delta x_1, m_2 \ \Delta x_2, m_3 \ \Delta x_3, t),$$
 (6-8a)

$$H_{\mathbf{n}} = H(n_1 \ \Delta k_1, n_2 \ \Delta k_2, n_3 \ \Delta k_3, t),$$
 (6-8b)

onde  $n_i$  e  $m_i$  são números inteiros, e  $\Delta x_i$  e  $\Delta k_i$  são os espaçamentos físicos e de número de onda em cada direção  $i = \{1, 2, 3\}$ .

Devido à periodicidade das funções, é suficiente restringir  $n_i$  e  $m_i$  ao intervalo  $\{-N_i/2, \cdots + N_i/2 - 1\}$ , com  $i = \{1, 2, 3\}$ , já que

$$h_{\mathbf{m}} = h_{\mathbf{m}+\mathbf{N}} \,, \tag{6-9a}$$

$$H_{\mathbf{n}} = H_{\mathbf{n}+\mathbf{N}} \,. \tag{6-9b}$$

Desta forma, os valores relevantes de  $\mathbf{k}$ , para um domínio paralelepípedo, de arestas  $\mathbf{L}=(L_1,L_2,L_3)$ , com  $N_i$  subdivisões em cada direção, abrangem uma constelação de pontos regularmente espaçados num sistema de coordenadas cartesiano, dados por:

$$\mathbf{k_n} = \mathbf{k}_{n_1, n_2, n_3} = (n_1 \Delta k_1, n_2 \Delta k_2, n_3 \Delta k_3), \qquad (6-10)$$

onde  $\Delta k_i = (2\pi)/L_i$ , e  $n_i$  são números inteiros variando de  $(-N_i/2)$  a  $(N_i/2-1)$ , para cada direção  $i=\{1,2,3\}$ .

Assim, a resolução no espaço de números de onda,  $\Delta k_i$ , depende do tamanho do domínio,

$$\Delta k_i = \frac{2\pi}{L_i},\tag{6-11}$$

enquanto o máximo valor possível de um componente do número de onda,  $max(k_i)$ , depende do espaçamento de malha  $\Delta x_i$ ,

$$max(k_i) = N_i \frac{\pi}{L_i} = \frac{\pi}{\Delta x_i}.$$
 (6-12)

A Transformada de Fourier contínua se reduz, no caso periódico acima, à sua forma discreta, na qual o mapeamento é dado por:

$$h_{\mathbf{m}} = \sum_{\mathbf{n}} H_{\mathbf{n}} e^{i\mathbf{k}_{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{m}}}, \qquad (6-13a)$$

$$H_{\mathbf{n}} = \frac{1}{N_1 N_2 N_3} \sum_{\mathbf{m}} h_{\mathbf{m}} e^{-i\mathbf{k}_{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{m}}}.$$
 (6-13b)

Uma facilidade do espaço de Fourier, particular das equações que

regem escoamentos incompressíveis, é que, aplicando-se as Eqs. 6-13 à equação de conservação de massa,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{6-14}$$

obtém-se simplesmente

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{U} = 0, \tag{6-15}$$

onde U é a transformada de u, sendo que a Eq. 6-15 deve ser satisfeita para todos os números de onda, seja do domínio continuo ou discreto.

Percebe-se outra vantagem de se trabalhar no espaço de Fourier quando se torna necessário restringir determinada função a uma faixa de escalas. Enquanto no espaço físico isto não é trivial, no espaço de número de ondas, basta anular tal função para  ${\bf k}$  fora dos limites previamente estipulados. Isto será aplicado, logo a seguir, para o termo de forçamento da Turbulência Homogênea e Isotrópica,  ${\bf f_b}$ .

Adota-se, então, o forçamento proposto por Eswaran e Pope (1988), onde o forçamento é dado, no espaço de Fourier, por

$$\mathbf{F_b}(\mathbf{k}, t) = \mathbf{P}(\mathbf{k}) \ \mathbf{w}(\mathbf{k}, t) \ \Theta(\mathbf{k}), \tag{6-16a}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{k}) = \mathbf{I} - |\mathbf{k}|^{-2} (\mathbf{k} \ \mathbf{k}), \tag{6-16b}$$

sendo t o instante de tempo,  $\mathbf{I}$  o tensor identidade, e  $\mathbf{P}(\mathbf{k})$ , um operador que projeta o campo resultante no espaço de funções que satisfazem divergência nula.  $\Theta(\mathbf{k})$  restringe a faixa de atuação do forçamento e  $\mathbf{w}(\mathbf{k},t)$  é um processo aleatório, a ser definido posteriormente.

A fim de se garantir que o forçamento só atue numa faixa de freqüências espaciais, a função unitária  $\Theta(\mathbf{k})$ , se anula para números de onda não pertencentes a um intervalo definido por um limite inferior,  $k_{INF}$ , e um superior,  $k_{SUP}$ , da seguinte forma:

$$\Theta(\mathbf{k}) = \begin{cases} 1 & \text{para } |\mathbf{k}| \in [k_{INF}, \ k_{SUP}] ; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
 (6-17)

Na Eq. 6-16,  $\mathbf{w}(\mathbf{k}, t)$  é definido como um processo Uhlenbeck–Ornstein de difusão estocástico (Eswaran e Pope, 1988). Este é um processo vetorial, e, por ser Gaussiano, fica completamente definido por uma média e uma

covariância, dadas respectivamente por

$$\langle \mathbf{w}(\mathbf{k}, t) \rangle = 0 \quad e \tag{6-18a}$$

$$\langle \mathbf{w}(\mathbf{k}, t) \ \mathbf{w}^*(\mathbf{k}, t + s) \rangle = 2\sigma^2 \exp(-s/T_L) \mathbf{I},$$
 (6-18b)

sendo  $T_L$  uma escala de descorrelação temporal do processo,  $\sigma$ , um parâmetro que regula a amplitude das variações, ambos arbitrariamente escolhidos e  $\mathbf{w}^*(\mathbf{k},t)$ , o complexo conjugado de  $\mathbf{w}(\mathbf{k},t)$ .

A Tabela 6.1 apresenta os valores para os parâmetros acima citados utilizados nas simulações desta subseção.

Tabela 6.1: Parâmetros utilizados nas simulações de turbulência homogênea e isotrópica

Parâmetro	Valor utilizado	
$k_{INF} (\mathrm{m}^{-1})$	7	
$k_{SUP} (\mathrm{m}^{-1})$	13	
$T_L$ (s)	0,1	
$\sigma  (\mathrm{m/s^2})$	48	
$\nu  (\mathrm{m}^2/s)$	0	

Note que, baseado na viscosidade molecular nula, fisicamente, o número de Reynolds resultante, utilizado nesta validação, é infinito. Isto não representa nenhum problema, uma vez que os modelos sub-malha se encarregam de dissipar a energia que chega às escalas de tamanho comparável ao espaçamento de malha, de forma que o número de Reynolds efetivamente simulado é limitado.

Assim, partindo-se de um campo de velocidade nulo, a força de corpo imprime uma aceleração no fluido, de forma a excitar modos de comprimento de onda entre  $k_{INF}$  e  $k_{SUP}$ . Aos poucos, nota-se o aparecimento de grandes estruturas turbilhonares no domínio, que passam a transferir parte de sua energia para escalas menores adjacentes, e estas, por sua vez, para escalas ainda menores, dando início à formação da cascata de energia. Enquanto essa energia não chega a escalas do tamanho do comprimento de Kolmogorov ( $\eta$ ), praticamente nenhuma energia é dissipada, e a energia total do escoamento continua crescendo. Somente quando começam a aparecer estruturas do tamanho da escala de Kolmogorov (no caso de DNS), ou do tamanho do filtro espacial (no caso de LES), os efeitos dissipativos começam a equilibrar o fornecimento de energia pela ação da força de corpo. Ao se atingir o regime permanente no sentido estatístico, a potência fornecida pela força ( $\mathbf{u} \cdot \mathbf{f_b}$ ) se iguala, em média, à potência dissipada ( $\varepsilon$ ).

Este teste foi realizado com o auxílio de uma malha de  $32 \times 32 \times 32$  pontos, com um número de Courant de 0,1. O esquema de discretização espacial selecionado foi o método de diferenças centrais e para a discretização temporal utilizou-se o esquema *backward difference*, implícito, de segunda ordem.

Para avaliar as estruturas coerentes do escoamento, empregou-se o "critério Q" (Dubief e Delcayre, 2000, Lesieur et al. 2005). Segundo esse critério, a coerência dos vórtices pode ser medida pelo segundo invariante do gradiente da velocidade,

$$Q = \frac{1}{2} \left( \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij} - \overline{\Omega}_{ij} \overline{\Omega}_{ij} \right) , \qquad (6-19)$$

com

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) , \quad \overline{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) , \quad (6-20)$$

sendo consideradas coerentes as estruturas nas quais o valor de Q excede determinado limite positivo, arbitrariamente escolhido.

A Figura 6.14 ilustra a formação das estruturas coerentes obtida usando-se o modelo proposto no Capítulo 5, através do campo de Q. Podese observar grandes estruturas coerentes nos instantes iniciais e a formação gradativa de estruturas menores, à medida que se avança no tempo.

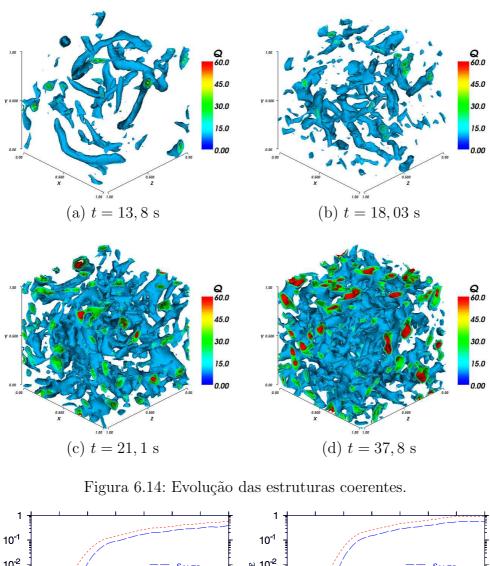
Para realizar a análise espectral em regime permanente do escoamento, determinou-se a evolução temporal da potência dissipada ( $\varepsilon$ ) utilizando-se o modelo tradicional de Smagorinsky dinâmico,

$$\varepsilon_{Smag} = \mathbf{u} \cdot (\nabla \cdot \tau_{SGS}) \tag{6-21}$$

e o modelo proposto no presente trabalho,

$$\varepsilon_{f-LES} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} \,, \tag{6-22}$$

A Fig. 6.15(a) corresponde à solução obtida ao empregar o modelo tradicional de Smagorinsky dinâmico. Nesta mesma figura, quantificou-se também qual seria a cada instante de tempo o valor da potência dissipada, a partir do termo de forçamento, de acordo com a Eq. 6-22. Já a Fig. 6.15(b) representa a solução obtida com o modelo proposto, especificando-se  $\alpha_f = 1, 2$  e  $\beta_f = 1$ . Neste caso, o valor de dissipação que seria obtida ao se utilizar o tensor de sub-malha, Eq. 6-21 também foi apresentado. A comparação direta entre a taxa de dissipação prevista utilizando-se os dois modelos (sub-malha tradicional e proposto) é apresentada na Fig. 6.16



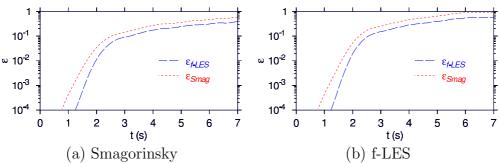


Figura 6.15: Evolução temporal da taxa de dissipação de energia turbulenta: (a) Smagorinsky; (b) f-LES.

É fácil notar nas Figuras 6.15 e 6.16 que, inicialmente, a dissipação de energia é pequena e que, somente após um intervalo de tempo, quando as estruturas de comprimento comparável ao espaçamento de malha são formadas, esta começa a ser importante. Das mesmas figuras, fica evidente que, para o modelo tradicional baseado em viscosidade turbilhonar, no caso, o de Smagorinsky, a dissipação começa a ter efeito antes do que para o modelo proposto. Isso pode significar que o tamanho das estruturas sobre

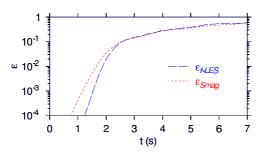


Figura 6.16: Comparação direta entre as dissipações num escoamento previsto com o modelo sub-malha tradicional e com o proposto

as quais a força dissipativa proposta atua é menor do que para o caso de se utilizar o modelo tradicional, o que está de acordo com os objetivos traçados. Além disso, nota-se ainda que a derivada da taxa de dissipação em relação ao tempo é maior para o modelo proposto, o que reforça a idéia de que a diferenciação entre estruturas grandes e pequenas é, também, mais acentuada.

Uma série de resultados são mostrados a seguir, para entender como os parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  influenciam o espectro de energia resultante dos escoamentos turbulentos. Para efeitos de comparação, em todas as figuras que se seguem, são apresentados também o espectro de Kolmogorov (lei de -5/3) e o obtido com o modelo de Smagorinsky dinâmico, identificado como "dynSmag". No total, foram realizadas 25 simulações, com todas as combinações possíveis de  $\alpha_f = \{1; 0, 75; 0, 5; 0, 25; 0, 125\}$  e  $\beta_f = \{0; 0, 5; 1, 2; 2; 4\}$ .

Desta forma, as Fig. 6.17 ilustram, para cada valor de  $\beta_f$ , a influência de  $\alpha_f$  na distribuição espectral de energia. Observa-se que o modelo tradicional de Smagorinsky dinâmico apresenta um comportamento razoável para o decaimento de energia, próximo a -5/3, para os grandes turbilhões (pequenos comprimentos de onda). Como esperado, uma queda mais acentuada é obtida para os pequenos turbilhões, pois é nessa escala que a energia é dissipada. O modelo proposto também apresenta um comportamento razoável para uma gama de combinações dos parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ . Observa-se ainda que existem diversas combinações dos parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  que resultam num decaimento de energia mais próximo ao esperado de -5/3 do que o modelo tradicional. No entanto, analisando-se as Fig. 6.17, percebe-se que quanto menor for o valor de  $\alpha_f$ , maiores são os níveis de energia nas altas frequências. Como consequência, constata-se uma redução da energia dos grandes turbilhões e uma inclinação do espectro ainda mais negativa que a lei de -5/3. Observa-se ainda muita dissipação nas pequenas escalas, provocada por um valor de  $\alpha_f$  desnecessariamente alto, o que se reflete num acúmulo de energia nas grandes escalas, acima do esperado pela lei de -5/3.

Estes efeitos não são desejáveis, e não ocorreriam se o esquema numérico base de diferenças centrais não fosse dispersivo.

Nas Figuras 6.18 é examinado o efeito de variações do parâmetro  $\beta_f$ , para cada  $\alpha_f$  fixado. Nota-se que um aumento do valor de  $\beta_f$  tem efeitos análogos a diminuições em  $\alpha_f$ , analisados anteriormente. Isso é compreensível pois, enquanto  $\beta_f$  determina a partir de que amplitude uma estrutura pequena é considerada indesejável,  $\alpha_f$  regula quão rápida é a atenuação dos modos identificados como tal. Sendo assim, tanto um aumento em  $\beta_f$  quanto uma diminuição em  $\alpha_f$  resultam em maiores tolerâncias e, conseqüentemente, maiores amplitudes para as menores estruturas, o que é comprovado nas Fig. 6.18.

De acordo, com o apresentado, observa-se que para cada valor de  $\beta_f$ , há um valor de  $\alpha_f$  que otimiza o decaimento do espectro de energia, de forma que existem várias combinações desses dois parâmetros capazes de reproduzir o espectro de Kolmogorov. Na Figura 6.19 são mostradas apenas cinco dessas combinações ótimas. Nota-se que, para os valores otimizados selecionados, os espectros resultantes se aproximam bastante da lei de -5/3, sendo superiores ao espectro obtido com o modelo dinâmico.

#### 6.3 Conclusões do Capítulo

Através de testes "estáticos" constatou-se que, como desejado, o termo de forçamento proposto realmente só age nos menores modos representáveis por uma determinada malha. Os testes dinâmicos também se mostraram satisfatórios, porém os efeitos dispersivos intrínsecos ao esquema centrado podem prejudicar o desempenho final do esquema proposto, dependendo dos parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  adotados. De acordo com os testes realizados, podese concluir que uma distância de dois volumes de controle ( $\alpha_f = 0, 5$ ) é adequada para atenuar os modos indesejáveis, enquanto a dependência do espectro de energia ao parâmetro  $\beta_f$  não é muito significativa.

Nos testes de turbulência homogênea e isotrópica, observou-se que, para diversas combinações dos valores de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ , os espectros resultantes reproduzem fielmente a lei de -5/3. O modelo proposto deveria independer totalmente da escolha dos parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ , de tal forma que os efeitos do termo de forçamento só seriam notados nas últimas freqüências observáveis, enquanto a maior parte do espectro permaneceria inalterada. A independência esperada destes parâmetros não ocorre devido a imperfeições inerentes aos esquemas numéricos utilizados. Acredita-se que um aprimora-

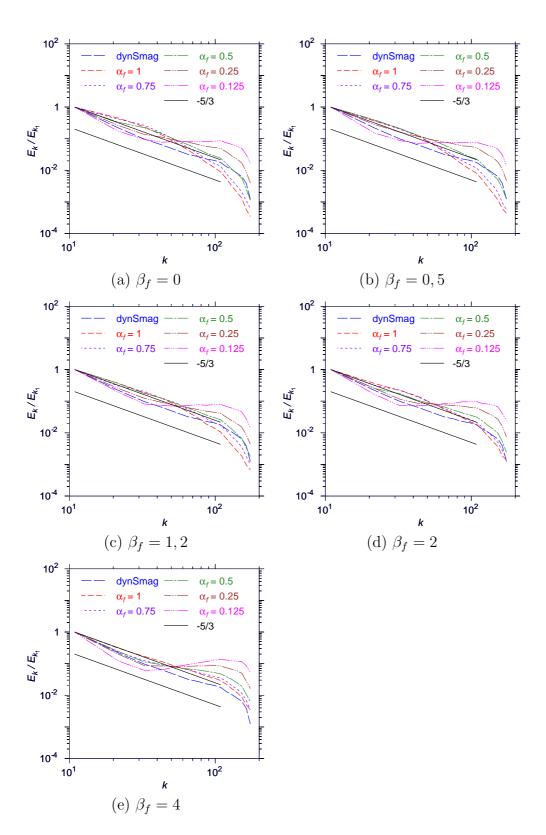


Figura 6.17: Espectros da turbulência homogênea e isotrópica numa caixa periódica de 32³ elementos: (a)  $\beta_f = 0$ ; (b)  $\beta_f = 0, 5$ ; (c)  $\beta_f = 1, 2$ ; (d)  $\beta_f = 2$ ; (e)  $\beta_f = 4$ .

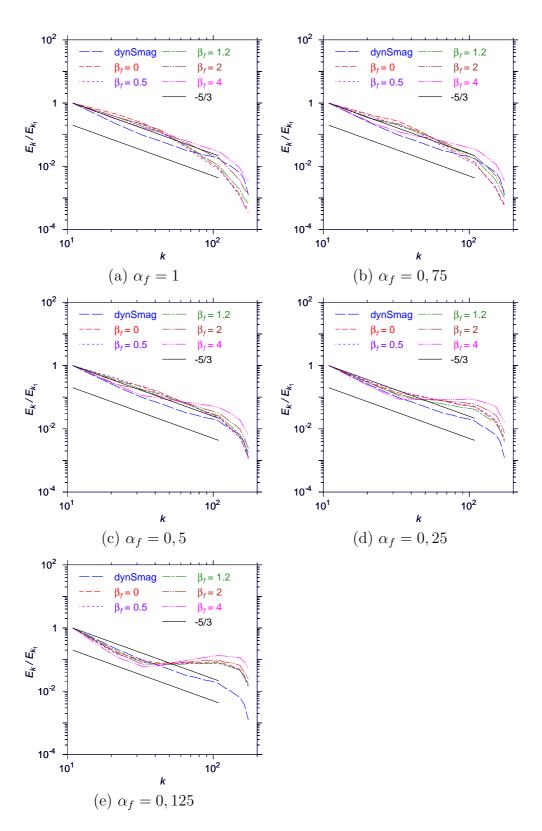


Figura 6.18: Espectros da turbulência homogênea e isotrópica numa caixa periódica de  $32^3$  elementos: (a)  $\alpha_f=1$ ; (b)  $\alpha_f=0,75$ ; (c)  $\alpha_f=0,5$ ; (d)  $\alpha_f=0,25$ ; (e)  $\alpha_f=0,125$ .

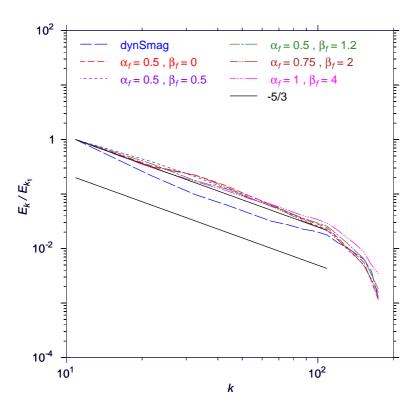


Figura 6.19: Espectros das melhores combinações entre  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ 

mento dos esquemas de discretização tornará o método menos sensível ao parâmetro  $\alpha_f$ .

O modelo de forçamento proposto foi desenvolvido para atender a dois objetivos: o primeiro visa eliminar os menores modos indesejáveis, com papel de modelos sub-malha, e o segundo, visa estabilizar a solução, especialmente ao se utilizar malhas não uniformes.

De posse dos resultados satisfatórios dos testes realizados nesta seção, onde se acredita que os dois objetivos foram atingidos, cria-se uma expectativa em torno da possibilidade de sucesso na utilização do modelo proposto em casos mais reais, a serem examinados no próximo capítulo.

### 7 Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados das simulações de grandes escalas para o escoamento aerodinâmico incompressível sobre uma placa plana e fina, a pequenos ângulos de ataque (AOA), e elevado número de Reynolds. Devido às similaridades físicas constatadas experimentalmente para diversos ângulos de incidência e números de Reynolds, este capítulo concentra-se, primordialmente, no caso de ângulo de ataque  $\theta=1^o$ , a número de Reynolds  $Re=2,13\times10^5$ , para o qual Cromptom (2001) disponibiliza uma quantidade suficiente de dados experimentais, possibilitando uma avaliação da acurácia das metodologias empregadas. Dentre os vários ângulos de incidência examinados por Cromptom, escolheuse o menor deles,  $1^o$ , por admitir uma concentração de volumes de controle numa região menor do domínio, tendo em vista que o comprimento e altura da bolha de recirculação são também menores (aproximadamente 14% da corda da placa). Com isso, obteve-se um menor custo computacional, o que permitiu um maior número de simulações.

Duas abordagens para a modelagem sub-malha são utilizadas e comparadas. Primeiramente, o tradicional modelo de uma equação (Yoshizawa e Horiuti, 1985) é empregado, para o qual é feito um pequeno estudo de malha. Este estudo de malha envolveu uma malha inicial e posteriores refinamentos em diferentes direções e planos, a fim de se avaliar, isoladamente, suas respectivas influências nas previsões numéricas. A malha mais adequada foi identificada e escolhida para as simulações posteriores. A concordância destes resultados com os dados experimentais disponíveis (Cromptom, 2001) foi bem melhor do que a de simulações envolvendo metodologias RANS (Collie et al., 2003). Constatou-se, no entanto, que ainda havia necessidade de melhorias, as quais poderiam ser obtidas, possivelmente, através de um refinamento ainda maior da malha, em todas as direções.

Uma vez que um refinamento adicional da malha elevaria muito o custo computacional envolvido, optou-se por desenvolver uma abordagem alternativa para a modelagem sub-malha, como apresentada no Capítulo 5

e validada no Capítulo 6. Uma das vantagens referentes à utilização de uma solução alternativa aos já consagrados e testados modelos de submalha é a expectativa de que esta complementaria o entendimento, ou, no mínimo, traria um ponto de vista distinto sobre algumas questões fundamentais das metodologias numéricas e modelagens físicas envolvidas nas simulações de escoamentos turbulentos. Assim, o modelo proposto foi usado com a malha identificada como a mais adequada pelo estudo de malha, sendo sua sensibilidade aos parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ , descritos no Capítulo 5, analisada através de várias simulações, todas elas também a  $\theta=1^o$  e  $Re=2,13\times10^5$ . Os resultados obtidos com a modelagem proposta foram também comparados com os resultados do modelo de uma equação (Yoshizawa e Horiuti, 1985), mostrando-se como uma opção viável, não só para a modelagem física das pequenas escalas, como também para a estabilização de esquemas numéricos.

Embora, teoricamente, a malha escolhida para  $\theta=1^o$  tenha sido idealizada levando-se em conta as dimensões esperadas para a bolha de recirculação, ao final deste Capítulo, esta mesma malha é empregada numa simulação envolvendo ângulo de ataque de  $\theta=3^o$ , e  $Re=2,13\times10^5$ . A rigor, uma nova malha deveria ter sido projetada de forma a melhor representar a bolha longa que, para este caso de  $\theta=3^o$ , se estende por quase metade da placa. Conforme já comentado anteriormente, numa região de intensa atividade turbulenta, tal como a região próxima a bolha, é conveniente o emprego de malhas as mais regulares possíveis, a fim de se reduzirem os erros de comutatividade cometidos no processo de filtragem das equações. Isto, no entanto, elevaria o custo computacional da simulação, tornando-a inviável. Se por um lado, a utilização de uma malha não ideal acarreta maiores erros, por outro serve como um pequeno teste para a robustez da modelagem proposta, face às inadequações nos espaçamentos e nas variações de dimensões nos volumes de controle, ao longo do domínio.

# 7.1 Modelo Sub-malha Tradicional - 1 Grau de Ângulo de Ataque

Apesar do avanço experimentado pela modelagem da turbulência nas últimas décadas, na prática, ainda não é possível partir-se para uma simulação numérica sem nenhum conhecimento prévio do escoamento e das estruturas envolvidas. Mais precisamente, para que as simulações computacionais se tornem autosuficientes e independentes de resultados experimentais, é necessário um grande número de testes de validação, envolvendo

diferentes níveis de refinamento de malha, diversos tamanhos de passos de tempo, e, no caso de LES, várias combinações largura de filtro-espessura de malha. Se no caso de abordagens RANS isso já representa um enorme custo adicional, no caso de Simulações de Grandes Escalas, que envolvem tempos de processamento extremamente longos, pode determinar a inviabilidade da metodologia para aplicações de interesse prático. Em relação ao RANS, nas Simulações de Grandes Escalas isto é em parte compensado pela maior universalidade da modelagem física, com menor grau de empiricismo e maior confiabilidade nos modelos.

A necessidade de alargamento de volumes de controle nas direções das fronteiras, imposta por uma limitação de recursos computacionais, provoca, conforme exposto no Capítulo 3, erros de comutatividade. Embora seja comum ignorar esse erro de comutatividade em prol de maiores esforços na modelagem física, o conhecimento de seu efeito no esquema numérico é importante na etapa de definição da malha ou mesmo na tentativa de se prevenir instabilidades numéricas.

Germano (2000) constatou anteriormente que, dependendo do processo de filtragem, os efeitos dos erros de comutatividade podem corresponder aos de uma dissipação espúria. Em particular, se o espaçamento de malha aumenta no sentido do escoamento, a viscosidade espúria, associada ao erro de comutatividade, pode se tornar negativa a ponto de causar fortes instabilidades numéricas, caso não seja compensada por outros efeitos viscosos. Neste caso, a solução fatalmente diverge após algumas interações. Por outro lado, se a malha se alarga no sentido do escoamento, a viscosidade espúria normalmente assume valor positivo, o que, se de um modo ajuda na estabilidade numérica, por outro, pode causar atenuação maior que a necessária, o que também não é desejável.

Esse erro de comutatividade está presente, tanto em metodologias baseadas em RANS quanto em LES, e se manifesta de forma significativa no termo advectivo. Em geral, a modelagem RANS não é muito afetada pelas instabilidades numéricas, devido ao emprego de esquemas altamente dissipativos, tais como os esquemas *Upwind* padrão de primeira ordem ou *Power Law* (Patankar, 1980) que contrabalançam tais viscosidades espúrias. O uso desses esquemas em Simulações de Grandes Escalas normalmente causa excessiva atenuação de importantes estruturas turbulentas, embora exista uma classe de modelos que utiliza essa propriedade para eliminar, de forma controlada, a energia que chega às menores estruturas, via cascata de energia (Fuerby e Grinstein, 1999 e 2002). Nesses modelos, denominados "Monotonic Integral Large Eddy Simulation" (MILES), diz-se que a modelagem

física está implícita no esquema numérico dissipativo. Alguns críticos dessa abordagem argumentam que ela é extremamente dependente da malha, e de certa forma, sem sentido físico.

Felizmente, num escoamento aerodinâmico externo, a atividade turbulenta e as estruturas vorticais estão normalmente confinadas a regiões próximas ao objeto de interesse (aerofólio ou placa plana, no presente caso), e, na pior situação, podem também incluir uma região de esteira, formada à jusante do mesmo.

Assim sendo, a solução adotada no presente trabalho, que viabiliza a utilização de esquemas numéricos e modelos sub-malha tradicionais em escoamentos externos, consiste no particionamento do domínio em duas regiões, uma com intensa atividade turbulenta e outra na qual domina o escoamento laminar, em regime permanente. Na região de atividade turbulenta, adota-se uma malha o mais uniforme possível, com esquemas numéricos virtualmente não-dissipativos, tal como o baseado em "diferenças centradas". Já na região sem turbulência, permite-se o emprego de malhas altamente não-uniformes, com esquemas numéricos dissipativos. Desta maneira, é possível eliminar problemas de instabilidade numérica, sem que estruturas importantes sejam demasiadamente atenuadas.

Essa estratégia pode ser utilizada com diversas combinações de esquemas dissipativos e não dissipativos, assim como diversas modelagens submalha. Este trabalho, no entanto, restringe-se ao uso combinado do esquema de Diferenças Centrais e *Upwind* padrão, de primeira ordem, em conjunto com o modelo de uma equação (Yoshizawa e Horiuti, 1985), descrito em detalhes na seção 3.6.3.

Embora o esquema *Upwind* seja excessivamente dissipativo, sua escolha é baseada no fato de que sua ação ficará restrita à região delimitada, a priori, como a região laminar, onde nenhuma estrutura transiente importante estará presente. Por sua vez, a motivação para o emprego do modelo de uma equação vem da sua habilidade em lidar com situações de não-equilíbrio, onde produção e dissipação de pequenas escalas turbulentas não se cancelam.

Deve-se reforçar que, sem esta estratégia mista, ou em outras palavras, empregando-se diferenças centradas em todo domínio com uma modelagem baseada em viscosidade turbilhonar, todas as tentativas de simulação resultaram em instabilidades numéricas que levaram à interrupção prematura das mesmas, devido à explosão numérica obtida (number overflow).

A Figura 7.1 mostra a geometria da placa plana empregada nos trabalhos de Cromptom e Barret (2000), Cromptom (2001) e Collie et al.

(2003), onde pode-se observar a extremidade chanfrada com um ângulo de  $20^{\circ}$ . No presente trabalho, adota-se a mesma geometria, porém, para evitar trabalhar com valores de velocidade ou de viscosidade muito pequenas que levam a problemas associados a erros de truncamento, utilizou-se um fator de escala de tal forma que o comprimento (corda) da placa seja c = 16 m, o que, combinado com uma velocidade de corrente livre de módulo igual a  $U_{\infty} = 10$  m/s e uma viscosidade cinemática igual a  $\nu = 7,5 \times 10^{-4}$  m²/s, resulta no número de Reynolds  $Re = (U_{\infty} c)/\nu = 2,13 \times 10^{5}$ , para o qual se dispões de detalhados dados experimentais (Cromptom e Barret, 2000).

O plano x-y do domínio computacional é apresentado na Fig. 7.2, o qual possui uma região acima e abaixo da placa com dimensão igual a corda c, assim como a montante da placa. A jusante da placa, devido a formação de esteira, especificou-se uma região com comprimento igual a 3 vezes a corda c, o que corresponde a mais de 20 vezes a extensão da bolha de recirculação principal. Considerou-se a envergadura da placa com dimensão L. No caso das simulações bi-dimensionais com RANS está dimensão é irrelevante, enquanto nos experimentos de Cromptom (2001), houve uma grande preocupação de que esta fosse suficientemente grande para minimizar a influência das paredes do túnel, garantindo um escoamento estatisticamente homogêneo na direção da envergadura. Para a obtenção de uma solução numérica satisfatória com a metodologia de Grandes Escalas, a um custo computacional razoável, a envergadura da placa pode e deve ser menor do que a utilizada no experimento. É importante, no entanto, que seja grande o suficiente para representar todas as estruturas turbulentas relevantes, e que as estruturas das fronteiras não se encontrem correlacionadas. Testes preliminares foram realizados para definir esta dimensão, a qual foi fixada como sendo igual a 0,25 da corda, L=0,25c.

As fronteiras também são indicadas na Fig. 7.2, juntamente com os tipos de condições de contorno. Para representar a inclinação da placa, a velocidade da corrente livre é especificada inclinada em relação a horizontal de  $\theta$ , isto é,

$$\overline{\mathbf{u}} = U_{\infty} \cos(\theta) \ \vec{i} + U_{\infty} \ \sin(\theta) \ \vec{j} \,, \tag{7-1}$$

logo as fronteiras inferior e esquerda são fronteiras de entrada de escoamento, enquanto as fronteiras norte e direita são de saída de escoamento. Considera-se que não há turbulência na corrente livre, logo a energia cinética turbulenta de sub-malha na entrada é nula. Adicionalmente, o gradiente de pressão normal às fronteiras de entrada também é nulo. Nas fronteiras de saída, despreza-se a difusão axial de todas as variáveis, i.e., os gradientes

normais às fronteiras dos componentes da velocidade e da energia cinética da sub-malha são nulos. A pressão de referência é prescrita na saída, sendo arbitrada como zero. Não há deslizamento na placa e o gradiente normal da pressão na placa é prescrito como nulo. Para representar a placa infinita, condições de contorno periódicas são impostas na direção z. As condições de contorno prescritas encontram-se resumidas na tabela 7.1.

Na Fig. 7.3 um detalhe do domínio próximo à placa é apresentado, onde regiões auxiliares, numeradas, ajudam na distribuição de volumes de controle de acordo com os diferentes requisitos dos diferentes regimes de escoamento. O bloco de número 15 é de especial interesse, por englobar toda a bolha de recirculação do bordo de ataque, foco do presente estudo, de acordo com os dados experimentais de (Cromptom e Barret, 2000).

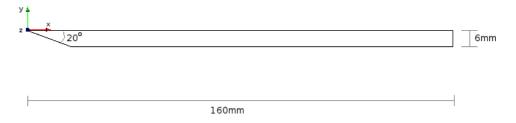


Figura 7.1: Geometria da placa plana e fina empregada

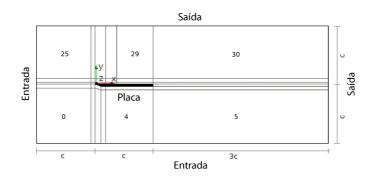


Figura 7.2: Domínio computacional

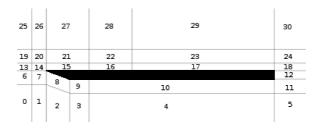


Figura 7.3: Detalhe do domínio computacional, com blocos auxiliares numerados

Campo	Entrada	Saída	Placa	Planos-Z
u	(9,9985; 0,1745; 0)	$\nabla_n \mathbf{u} = (0;0;0)$	(0;0;0)	periódico
p	$\nabla_n p = 0$	0	$\nabla_n p = 0$	periódico
$k_{SGS}$	$k_{SGS} = 0$	$\nabla_n k_{SGS} = 0$	$k_{SGS} = 0$	periódico

Tabela 7.1: Condições de Contorno

A delimitação entre as regiões "turbulentas" e as "laminares" é mostrada na Fig. 7.4. Neste escoamento, em particular, a disponibilidade de dados experimentais facilitou a definição do limite entre essas duas regiões, muito embora a meta de qualquer simulação numérica deva ser a de substituir completamente os experimentos, e não depender dos mesmos. Dentro da caixa denotada com "CD" na Fig. 7.4, que contém os blocos 7, 8, 9,10, 14, 15, 16 e 17, assim como uma pequena parte dos blocos 11, 12, e 18, o esquema diferenças centradas é empregado, enquanto no restante, denotado por "UW", utiliza-se o esquema *Upwind* de primeira ordem. Vale ressaltar que, como já comentado, na região onde o esquema centrado é utilizado, a malha deve ser o mais regular possível a fim de evitar efeitos espúrios e instabilidades numéricas.

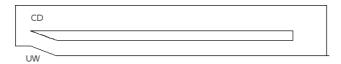
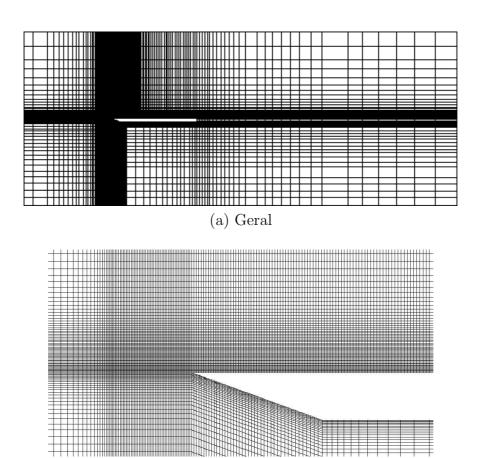


Figura 7.4: Regiões de aplicação dos esquemas de diferenças centrais, CD e Upwind, UW

Embora malhas não-estruturadas sejam mais adaptáveis, malhas estruturadas são mais eficientes no preenchimento do domínio, requerendo menor número de volumes de controle. Além disso, potencialmente, apresentam menores erros de não-ortogonalidade, sendo, devido a esses fatores, escolhidas para este trabalho. No entanto, todos os esquemas utilizados e desenvolvidos neste estudo são imediatamente extensíveis a malhas não-estruturadas, a serem utilizadas em trabalhos futuros.

A malha inicialmente escolhida, para as simulações envolvendo o modelo sub-malha de uma equação, consiste de 418.992 volumes de controle, com 16 divisões ao longo da envergadura L (direção z), a qual por sua vez mede 25% da corda da placa, ou seja, L=0,25c=4 m. Esta malha foi denominada "malha 400k" e o plano x-y da mesma encontra-se ilustrado na Fig. 7.5.



(b) Proximidade do bordo de ataque

Figura 7.5: Malha empregada

O menor volume de controle encontra-se no interior do bloco de número 15, medindo  $0,01\times0,04\times0,25$  m =  $0,000625\times0,0025\times0,015625$  c, correspondente a Altura × Largura × Profundidade, o que garante valores de  $y^+$  abaixo de 10 para o primeiro ponto da malha em toda superfície superior da placa. O valor de  $y^+$  é calculado por

$$y^{+} = \frac{u_{\tau}d}{\nu}$$
, com  $u_{\tau} = \sqrt{\frac{|\tau_{w}|}{\rho}}$ , e  $\tau_{w} = \rho \nu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_{y=0}$ , (7-2)

sendo d a distância à placa do primeiro centróide adjacente à mesma, e  $\nu_{eff} = \nu + \nu_{SGS}$  a viscosidade efetiva, ou melhor, a soma das viscosidades laminar e sub-malha.

Embora estes valores de  $y^+$  não sejam adequados a uma genuína Simulação de Grandes Escalas, principalmente em escoamentos onde a correta previsão da transição turbulenta é crítica, no presente caso não devem representar problemas, uma vez que a separação da camada limite é ditada por uma geometria abrupta e ocorre num ponto bem definido. Uma

vez que a transição da camada de mistura para regime turbulento ocorre, para números de Reynolds superiores a  $1 \times 10^5$ , logo após a separação, nas vizinhanças do bordo de ataque, estes valores de  $y^+$  também não devem afetar significativamente a previsão do restante do escoamento. A exceção a ser feita é a previsão da bolha secundária, formada no interior da bolha longa de recirculação, já que a mesma tem origem após um processo de relaminarização, seguido de separação da camada limite. Assim, o local exato dessa separação secundária e a extensão dessa bolha são fortemente influenciados pela intensidade turbulenta à montante da mesma, de forma que, neste caso, os valores de  $y^+$  deveriam ser bem mais baixos nessa região do que aqueles ora adotados. A fim de se manter os custos das simulações em níveis aceitáveis, no entanto, mantém-se  $y^+$  < 10 como critério de projeto da malha. A Figura 7.6 ilustra valores instantâneos de  $y^+$  sobre a placa, após o desenvolvimento estatístico do escoamento. Nota-se que, de fato, os valores permaneceram nos patamares desejados, sendo que a média sobre a superfície superior, para o instante de tempo ilustrado foi de aproximadamente 3,75.

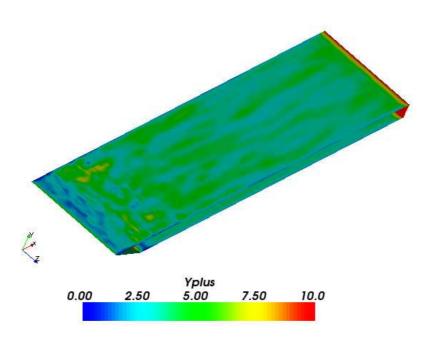


Figura 7.6: Valores instantâneos de  $y^+$  após o desenvolvimento estatístico do escoamento

Como o principal objetivo deste estudo é capturar e entender os mecanismos envolvidos na formação e desenvolvimento da bolha de recirculação

longa, as recomendações usuais para malhas em LES são ligeiramente relaxadas fora dessa região. Assim, a taxa de expansão de volumes de controle consecutivos é mantida abaixo de 0,5% apenas no interior do bloco de número 15. Fora do mesmo, admite-se um alargamento maior, da ordem de 5%, o que pode prejudicar em parte as previsões do escoamento a jusante da bolha, devido a dissipações espúrias, oriundas de erros de comutatividade. Entretanto, espera-se que isso não afete as previsões na região de interesse (bolha longa), por ser um escoamento a alto número de Reynolds, no qual informações a jusante têm pouca influência sobre estruturas a montante.

Os campos de velocidade e pressão foram inicializados com os resultados de uma simulação RANS com o modelo de Spalart-Almaras (Spalart, 1994), de forma que a etapa transiente, necessária para que o regime estacionário no sentido estatístico fosse atingido, foi encurtada. Somente após um longo período de evolução do escoamento, após o qual não se constatou mudanças nas estatísticas de primeira e segunda ordem, reinicializa-se as médias, dando início ao cálculo dos resultados em regime estatisticamente permanente. Utilizou-se, em todas as médias apresentadas, períodos de amostragem de pelo menos 16 segundos, o que corresponde a 10 vezes o tempo necessário para que uma partícula, transportada por advecção, percorra toda a extensão (corda) da placa. Em todas as simulações apresentadas, o passo de tempo é escolhido de forma que o número de Courant não ultrapasse o valor de 0,125.

A qualidade dos resultados das simulações é avaliada a partir de comparações com os dados experimentais, disponíveis para a média temporal do componente x da velocidade,  $\langle \overline{u}_x \rangle$ , coeficiente de pressão sobre a placa, cp, e estatísticas temporais de segunda ordem,  $R_{ij}$ , avaliados no plano central x-y da placa, definidos respectivamente como:

$$\langle \overline{u}_x \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \overline{u}_x \, dt \,, \tag{7-3}$$

$$cp = \frac{\langle \bar{p} \rangle - p_{\infty}}{\rho U_{\infty}^{2}/2}, \qquad (7-4)$$

$$R_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle \quad , \qquad u'_i = \overline{u}_i - \langle \overline{u}_i \rangle \,,$$
 (7-5)

sendo  $\langle \ \rangle$ , o operador média temporal, e  $p_{\infty}$  a pressão modificada na corrente livre.

É interessante salientar que avaliação da estatística temporal de segunda ordem,  $R_{ij}$  no limite do refino de malha utilizando LES, coincide com

o valor que seria obtido através de DNS. Adicionalmente, vale mencionar que, neste caso limite, o tensor  $R_{ij}$  é exatamente o tensor de Reynolds que as metodologias RANS tentam modelar.

Para o presente caso, com de ângulo de ataque  $\theta=1^o$ , Cromptom (2000) disponibilizou, no plano central da placa, dados de velocidades médias,  $\langle \overline{u}_x \rangle$ , e estatísticas de segunda ordem,  $R_{11}$ , ao longo das quatro estações de medição, normais à placa, cujas localizações são mostradas em linhas azuis na Fig. 7.7, e correspondem às posições x=0,031c;0,125c;0,25c=0,375c. Na mesma Fig. 7.7 são mostradas, por meio de pontos verdes, as posições de cinco sondas, onde amostras dos sinais de velocidade são tomadas para cada instante de tempo simulado, para posterior processamento. Duas dessas sondas localizam-se sobre a primeira estação, outras duas sobre a segunda, e a última, sobre a terceira estação. As duas primeiras estações (0,031c=0,125c) localizam-se no interior da bolha longa, segundo os dados experimentais de Cromptom, enquanto as duas últimas (0,25c=0,375c) fora da bolha.

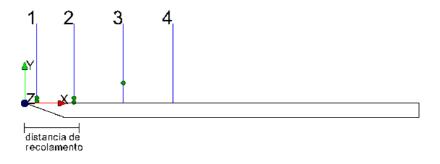


Figura 7.7: Localização das estações de medição e das sondas

A Fig. 7.8 ilustra, para o plano central da placa, os perfis de velocidade média adimensionalizada pela velocidade da corrente livre  $U_{\infty}$  ao longo da coordenada vertical y adimensionalizada pela corda c. Estes dados são comparados com os resultados experimentais de Cromptom e Barret (2000) e os dados obtidos pelo modelo  $\kappa - \omega$  (RANS) por Collie et al. (2003). Conforme pode ser constatado, resultados satisfatórios foram obtidos com essa primeira malha (400k), principalmente se comparados com os obtidos pelo modelo  $\kappa - \omega$  (RANS). Notadamente, na região próxima à parede, na primeira estação dentro da bolha, Fig. 7.8(a), a metodologia RANS prevê, erroneamente, um gradiente de velocidade muito acentuado, enquanto o LES representa mais fielmente esta estrutura.

Já na segunda estação, observa-se que a solução obtida com a malha 400k também corresponde a uma estação no interior da bolha, porém apresenta uma reversão do escoamento maior que a medida experimentalmente, enquanto pelo modelo  $\kappa-\omega$ , a segunda estação já corresponde a uma posição fora da bolha. Na região à jusante da mesma, no entanto, notouse um indesejável efeito dissipativo, sugerido pela excessiva suavidade nas curvaturas dos referidos perfis. Na hipótese deste efeito ser devido a uma inadequada distribuição dos volumes de controle, foram então testadas duas outras malhas, com refinamentos em direções diferentes, a fim de se verificar suas respectivas influências na solução final. Assim, na segunda malha, denominada "malha 800k", dobra-se o número de subdivisões na direção z, mantendo-se inalteradas a envergadura, L, e a distribuição de elementos no plano x-y. Uma terceira malha, consistindo de 1.254.096 volumes de controle e denominada "1200k", preserva a mesma envergadura e divisões na direção z da malha "400k", porém melhora a distribuição de elementos no plano x-y, aumentando a regularidade da malha na região à jusante da bolha, particularmente nos blocos de número 16 e 17.

A Tab. 7.2 apresenta o número de subdivisões nas três direções  $(N_x, N_y, N_z)$ , em cada um dos blocos auxiliares.

Os resultados obtidos com essas outras duas malhas são também mostrados na mesma Fig. 7.8. Observa-se que, na primeira estação, mostrada na Fig. 7.8(a), o refinamento no plano x-y (1200k) foi ligeiramente mais eficiente do que o refinamento na direção z (800k). Na segunda estação, Fig. 7.8(b), no entanto, o refinamento em z (800k) mostrou-se mais eficiente, principalmente na região mais externa da camada de mistura, próxima ao escoamento externo à bolha. Esta estação localiza-se muito próximo ao ponto de recolamento, sendo especialmente sensível às imperfeições numéricas.

Na região à jusante da bolha, Figs. 7.8(c) e (d), todas as malhas testadas falham nas previsões, não só em termos quantitativos, como também em termos qualitativos, apresentando curvaturas muito suaves para os perfis. Isto está em desacordo com os dados experimentais, nos quais os perfis são descritos por segmentos de reta, sendo a transição entre estes bem abrupta. Não obstante, entre as três malhas, a de 800k parece ser a que mais se aproxima dos dados experimentais, ao capturar essa tendência "linear por partes" dos perfis, mesmo que de forma apenas qualitativa.

Costuma-se, para escoamentos com recirculação, renormalizar as coordenadas das estações em função do comprimento de recolamento,  $x_R$ , de forma a melhor compreender e separar as diversas fontes de erro. Assim, resultados qualitativos em termos de evolução dos perfis médios não são mascarados por discrepâncias na previsão do ponto de recolamento. Seguindo-se essa convenção, as coordenadas das estações de amostragens

Tabela 7.2: Subdivisões da malha

	400k (Nz=16) e		1200k (Nz=16)	
	`	Nz=32	1200K (112—10)	
Blocos	Nx	Ny	Nx	Ny
0	43	18	43	23
1	49	18	49	23
2	42	18	42	23
3	12	18	12	23
4	15	18	120	23
5	30	18	52	23
6	43	25	43	25
7	49	25	49	25
8	42	25	42	25
9	12	25	12	25
10	15	25	120	25
11	30	25	52	25
12	30	3	52	3
13	43	35	43	48
14	49	35	49	48
15	86	35	140	48
16	26	35	116	48
17	29	35	277	48
18	30	35	52	48
19	43	20	43	24
20	49	20	49	24
21	86	20	140	24
22	26	20	116	24
23	29	20	277	24
24	30	20	52	24
25	43	13	43	21
26	49	13	49	21
27	86	13	140	21
28	26	13	116	21
29	29	13	277	21
30	30	13	52	21

utilizadas nesse trabalho são, na verdade, dadas por  $x=0,031~c~(x_R/x_{Rexp})$ ,  $0,125~c~(x_R/x_{Rexp}),~0,25~c~(x_R/x_{Rexp})$ , e  $0,375~c~(x_R/x_{Rexp})$ , onde  $c~\acute{\rm e}$  a corda da placa,  $x_{Rexp}$  é a distância obtida experimentalmente, e  $x_R$  são as coordenadas obtidas nas diversas simulações, conforme mostradas na Tab. 7.3. Percebe-se, no entanto, da Tab. 7.3, que essa renormalização não tem grandes conseqüências no presente caso das Simulações de Grandes Escalas,

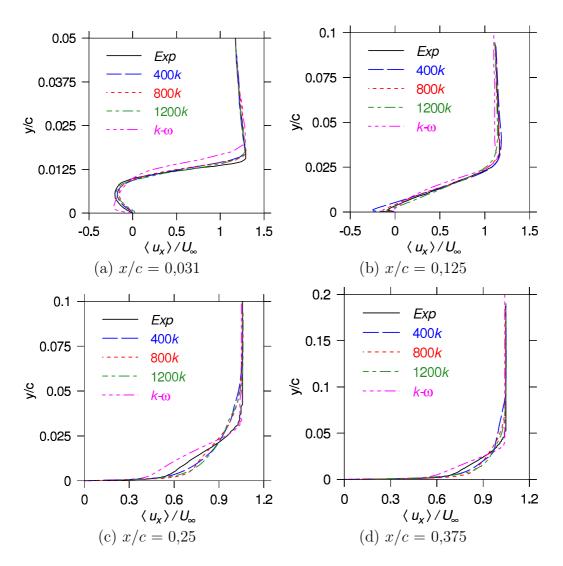


Figura 7.8: Perfis de velocidade média em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

uma vez que as distâncias de recolamento estão bem próximas dos dados experimentais. Mesmo assim, optou-se por seguir essa estratégia de renormalização, já que a mesma foi também adotada por Collie et al. (2003), nos casos simulados com RANS, utilizados para comparação.

As distâncias de recolamento obtidas com as diversas malhas são apresentadas na Tab. 7.3, juntamente com os respectivos erros em relação aos dados experimentais de Cromptom (2001).

Nota-se que a previsão obtida para o comprimento de recolamento com todas as malhas apresentou uma concordância com os dados experimentais bem superior à obtida com o tradicional modelo  $\kappa - \omega$  RANS (Collie et al, 2003). Entre as simulações de grandes escalas, a que apresentou melhor resultado foi a de 800k.

O coeficiente de pressão, avaliado no plano central ao longo da superfície superior da placa, mostrado na Fig. 7.9, revela que nenhuma

Caso	Distância de Recolamento	Erro
	(% da corda)	(%)
Exp. (Cromptom, 2001)	14%	
$\kappa - \omega$ (Collie et al., 2003)	18,41%	24%
Malha 400k	14,53%	$3,\!8\%$
Malha 800k	13,95%	0,37%
Malha 1200k	13,25%	5,4%

Tabela 7.3: Distâncias de Recolamento obtidas

das malhas foi capaz de capturar a sucção no bordo de ataque provocada pela bolha. Além de um erro na localização do valor máximo, os resultados exibem um comportamento praticamente linear entre o extremo do bordo de ataque da placa e o pico de sucção, contrastando com o comportamento suave, praticamente parabólico constatado por Cromptom (2001). O fato de que a solução obtida com a malha 1200k se aproxima mais dos dados experimentais pode ser um indício de que seja necessária maior resolução no plano x-y, principalmente na região vizinha ao bordo de ataque. Em comparação com os resultados obtidos por Collie et al. (2003), com a metodologia RANS, modelo  $\kappa-\omega$ , também mostrados na mesma figura, nota-se que os resultados das Simulações de Grandes Escalas estão bem mais próximas dos dados experimentais.

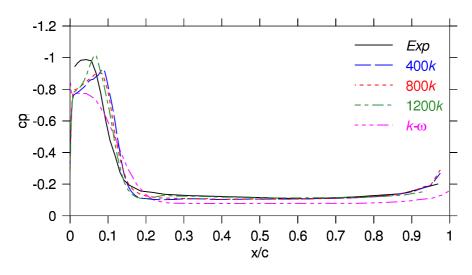


Figura 7.9: Coeficiente de pressão

Análises de estatísticas turbulentas de segunda ordem,  $R_{11} = \langle u'u' \rangle$ , apresentadas na Fig. 7.10, mostram que, para a primeira estação, Fig. 7.10 (a), a maior parte da energia cinética turbulenta ainda não está sendo resolvida, seja devido à utilização de malhas ainda grosseiras ou a uma superestimativa da viscosidade sub-malha por parte do modelo. Embora

um refinamento grande da malha certamente resolveria este problema, é importante verificar se outras alternativas para a modelagem sub-malha seriam capazes de, com a mesma malha, obter resultados melhores.

Também é evidente que o pico das estatísticas de segunda ordem é tardiamente detectado nas simulações: enquanto experimentalmente se constata que logo na primeira estação essas estatísticas assumem valor máximo, computacionalmente, as maiores intensidades de  $R_{11}$  ocorrem na segunda estação. Essa observação sugere que os efeitos combinados das diversas fontes de dissipação estão atrasando a transição da camada de mistura para um regime turbulento.

Em todas as estações, a solução obtida com a malha 400k consistentemente apresenta os maiores valores de  $R_{11} = \langle u'u' \rangle$ . Nota-se ainda que, a partir da segunda estação, os valores de  $R_{11}$  obtidos em todas as simulações superam os valores experimentais. Os altos valores de  $R_{11}$  refletem o fato de que os diferentes modelos estão estimando flutuações mais elevadas do que a observada experimentalmente. Na quarta estação, Fig. 7.10 (d), observa-se um perfil de  $R_{11}$  com oscilações, aparentemente irreais, o que indica a possibilidade de instabilidades numéricas. Note que instabilidades numéricas estão associadas a valores mais elevados das flutuações, podendo explicar porque todos os modelos super-estimaram o valor de  $R_{11}$ .

Embora haja indícios de que os dados experimentais sofram com problemas de vibrações do bordo de ataque, provocadas pela interação fluido-estrutura, isto não é suficiente para justificar as disparidades entre os resultados experimentais e numéricos.

Também é evidente, das Fig. 7.10 (b)-(d), que as três simulações, notadamente a 400k, superestimam o transporte de energia para longe da placa, na direção normal à mesma. Desta forma, as simulações acusam erroneamente atividades turbulentas em regiões supostamente livres de turbulência.

É preciso avaliar se as estruturas na direção z estão bem representadas, assim como se a dimensão utilizada para a envergadura L foi adequada. Para tal, amostra-se, num determinado instante de tempo, o componente principal do vetor velocidade,  $\bar{u}_x$ , ao longo da envergadura, em diversas coordenadas (x, y). O coeficiente de correlação espacial,  $\varrho$ , ou simplesmente, a correlação do sinal amostrado traz algumas informações relevantes a esta análise. Pode-se calcular esse coeficiente, através de uma integral do produto de uma função, no caso  $\bar{u}_x$ , amostrada ao longo da envergadura, por essa mesma função com uma defasagem z'-z. No caso discreto, isso se reduz a

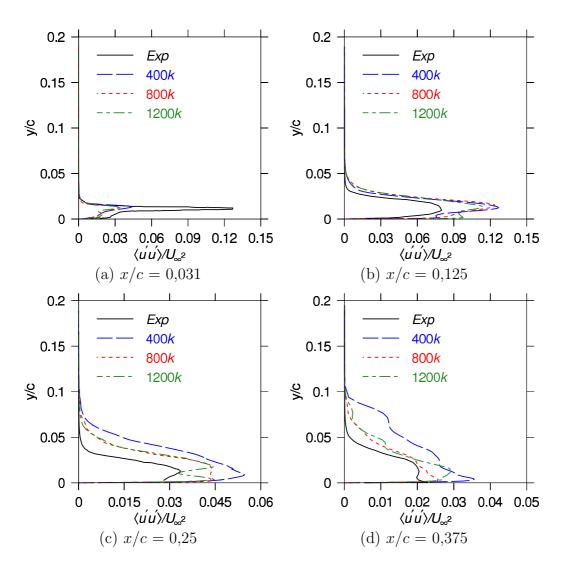


Figura 7.10: Perfis de  $R_{11}$  em estações localizadas em: a) x/c 0,031; b) x/c = 0,125; c) x/c = 0,25; d) x/c = 0,375.

um somatório ao longo da direção z, a qual possui  $N_z$  pontos,

$$\varrho_{u_x}(n) = \frac{1}{N_z \sigma_{u_x}^2} \sum_{i_z=0}^{N_z - 1} u_x'(i_z \Delta z) u_x'((i_z - n) \Delta z) ,$$

$$n = 0, 1, \dots (N_z - 1) ,$$
(7-6)

sendo

$$u_x' = \overline{u}_x - \frac{1}{N_z} \sum_{i_z=0}^{N_z - 1} \overline{u}_x(i_z \Delta z), \qquad (7-7)$$

 $\sigma_{u_x}^2$  a variância de  $\overline{u}_x$ , dado por

$$\sigma_{u_x}^2 = \frac{1}{N_z} \sum_{i_z=0}^{N_z-1} \left[ u_x'(i_z \Delta z) \right]^2 . \tag{7-8}$$

Assim, é importante que o coeficiente de correlação caia significativamente antes de atingir o outro extremo do domínio. Isto significaria, em termos físicos, que as estruturas de um extremo da envergadura da placa praticamente não sofrem nenhuma influência das do outro, ou, em outras palavras, estão descorrelacionadas. Caso isto não aconteça, deve-se aumentar a envergadura usada na simulação, a fim de se obter maior grau de descorrelação. Outra razão da importância da medida de correlação reside na sua direta ligação com o tamanho das estruturas turbulentas, sendo que quanto maior o espaço necessário,  $n\Delta z$ , para se atingir determinada autocovariância, maiores são as estruturas presentes.

As Figuras 7.11 (a) e (b) ilustram, para a malha 400k, as autocovariâncias em 10 coordenadas diferentes, onde cinco delas, Fig. 7.11 (a), estão bem próximas da placa  $(y/c=0,0125,\,x$  diversos) enquanto as outras cinco, Fig. 7.11 (b), encontram-se localizadas um pouco mais afastadas  $(y/c=0,031,\,x$  diversos). O eixo das abscissas apresenta a distância para qual a correlação é medida, em termos de número de subdivisões em z. De uma forma geral, observa-se que, para posições mais próximas da placa, a autocovariância diminui mais rapidamente do que para as mais afastadas. Isto era de certa forma esperado, uma vez que à medida que se aproxima da placa, as estruturas turbulentas vão ficando cada vez menores, e estruturas menores se descorrelacionam em espaços mais curtos. As mesmas observações podem ser feitas para as malhas 800k, Figs. 7.11 (c) e (d), e malha de 1200k, Figs. 7.11 (e) e (f), para as coordenadas y/c=0,0125 e y/c=0,031, respectivamente.

A partir dos resultados obtidos nessas primeiras simulações, se nota um dos grandes problemas encontrados na metodologia de Grandes Escalas (LES): a dificuldade de se prover uma malha satisfatória e eficiente em diversas regiões do escoamento. Neste caso específico, a julgar pela região próxima à parede, poder-se-ia diminuir a envergadura a fim de aumentar a resolução na direção z. No entanto, a região mais afastada requer um maior espaçamento que permita uma maior queda da autocorrelação, havendo, portanto, um conflito de requerimentos.

Note-se, ainda, que as menores estruturas não estão muito bem resolvidas, principalmente na região próxima à parede, onde se observa oscilações espaciais muito rápidas, com números de onda muito próximos à espessura da malha, impondo um aumento do número de subdivisões na direção z, ou alternativamente, uma diminuição da envergadura, o que agravaria o problema citado no parágrafo anterior.

Apesar das dificuldades comentadas, pode-se concluir que as estruturas na direção z estão relativamente bem representadas, portanto a envergadura L=0,25c foi considerada satisfatória para a presente análise.

Para apresentação do demais resultados obtidos com o modelo tradicional de uma equação selecionou-se a malha de 800k.

Os espectros temporais dos sinais de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$ , amostrados nas cinco sondas das três estações indicadas na Fig. 7.7, localizadas no plano central da placa, são apresentados nas Figs. 7.12 a 7.16, com os respectivos histogramas.

O espectro temporal numa determinada posição é calculado como o quadrado do módulo da transformada de Fourier do sinal,

$$S(f) = |U_i(f)|^2, (7-9)$$

onde f é a frequência, e  $U_i(f)$  a transformada de Fourier do componente i da velocidade,  $\bar{u}_i(t)$ . Em prol da simplicidade, omitiu-se a coordenada x em S,  $U_i$  e  $\bar{u}_i$ .

Como no presente caso a amostragem se dá no domínio do tempo, e não no domínio espacial, deve-se substituir, na transformada de Fourier anteriormente apresentada (Eq. 6-4b), o número de onda k por  $2\pi f$  e a coordenada x pelo tempo, t. Assim, a operação resultante é escrita como:

$$U_i(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{u}_i(t) \ e^{-i2\pi f t} \, dt \,, \tag{7-10}$$

ou, no caso discreto, como

$$U_i(f) = \frac{1}{M_T} \sum_{m=0}^{M_T - 1} \bar{u}_i(m\Delta t) e^{-i2\pi f m\Delta t}.$$
 (7-11)

Aqui,  $\Delta t$  é o intervalo entre duas amostragens consecutivas, enquanto  $M_T$  é o número total de amostras do sinal, de forma que o período do mesmo é  $T = M_T \Delta t$ . As freqüências para as quais o somatório representado na Eq. 7-11 é calculado são aquelas múltiplas do inverso do período do sinal, ou seja,  $f = f_n = n\Delta f = n/T$ , sendo  $\Delta f$  a resolução de freqüência.

Visando a comparação do espectro de energia obtido nas simulações com o espectro de Kolmogorov, nas Figs. 7.12 a 7.16 traçou-se também uma

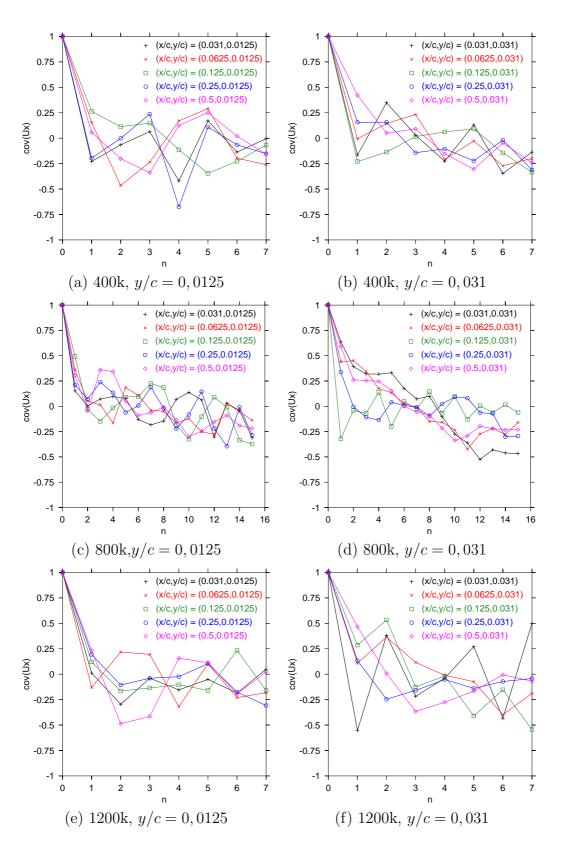


Figura 7.11: Coeficiente de correlação espacial,  $\varrho$ : a) 400k, y/c=0,0125; b) 400k, y/c=0,031; c) 800k, y/c=0,0125; d) 800k, y/c=0,031; e) 1200k, y/c=0,0125; f) 1200k, y/c=0,031.

reta com inclinação igual a -5/3. Pode-se observar em várias dessas sondas uma extensa faixa inercial do espectro obedecendo à lei de -5/3.

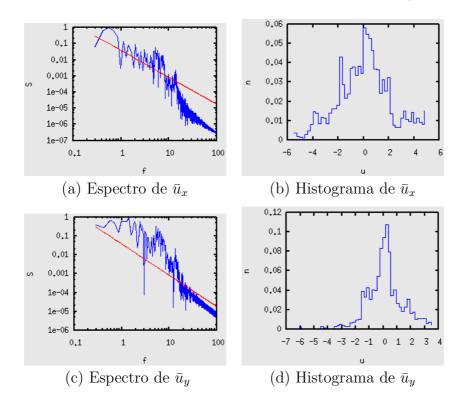


Figura 7.12: Espectros temporais e histogramas de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  na sonda localizada na coordenada (x,y) = (0,5;0,08) sobre a Estação 1.

Experimentalmente, foram observadas, para ângulos de ataque maiores, instabilidades transientes na camada de mistura, que fazem a mesma tremular. Essas instabilidades apareceriam no espectro de energia sob forma de máximos locais isolados, centrados exatamente na freqüência principal, correspondente ao inverso do período de oscilação característico.

A sonda próxima à camada de mistura, localizada sobre as coordenadas (x;y) = (0,5;0,2), Figs. 7.13 (a) e (b), parece apresentar tais picos no espectro, ainda que de forma tênue. De fato, na freqüência de aproximadamente 13 Hz, há um máximo de energia, que pode ser talvez associado a uma tremulação, de período igual ou próximo a 77 ms. Apesar de tênue, esse pico foi consistentemente identificado nas duas sondas sobre a Estação 1, conforme pode ser observado nas Figs. 7.12 (a) e (c), o que reforça a idéia de que está de fato associado a uma instabilidade coerente da camada limite. Da mesma forma, uma outra instabilidade, embora bem menos definida do que a anterior, pode, possivelmente, ser identificada próxima à freqüência de 5 Hz, correspondendo a tremulações de período 0, 2 segundos.

Note que nos espectros das demais sondas, mostrados nas Figs. 7.14 a 7.16, esta protuberância praticamente desaparece em meio ao ruído de

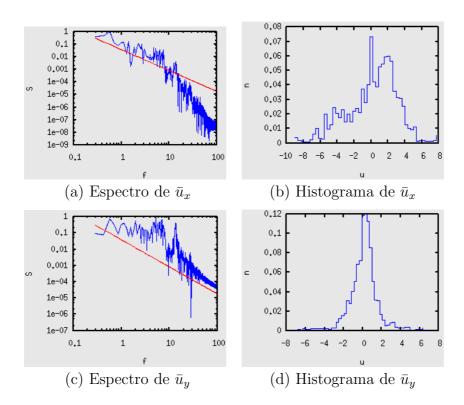


Figura 7.13: Espectros temporais e histogramas de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  na sonda localizada na coordenada (x;y) = (0,5;0,2) sobre a Estação 1.

fundo. Nestes casos, as respectivas faixas inerciais estão bem mais definidas e cobrem uma extensão maior, talvez devido ao fato da turbulência já ter tido mais tempo para se desenvolver.

Nos histogramas apresentados nas Figs. 7.12 a 7.16, o número de eventos observados para cada intervalo de  $\bar{u}_i$ , representado no eixo das ordenadas, foi normalizado pelo número total de amostras,  $M_T$ , de forma que, nos gráficos, n constitui a probabilidade de encontrar velocidades numa determinada faixa do eixo das abscissas, ou melhor, a freqüência com que tal evento ocorre.

Os histogramas trazem informações que não podem ser inferidas de grandezas médias ou mesmo do espectro. Assim, baseado em tais gráficos, pode-se obter informações adicionais sobre as flutuações, tais como o valor mais provável, que não necessariamente coincide com o valor esperado, e quão grandes são os desvios em torno da média.

É claro que, em todos os casos, a componente x da velocidade se afasta mais do valor esperado do que a componente y. Nota-se, por exemplo, que na Fig. 7.12 (b), valores extremos, como  $u_x = 4m/s$  ou -4m/s, são esporadicamente encontrados na primeira sonda. Essas velocidades são consideradas elevadas, tendo em vista a posição da medição, interna à bolha principal. Neste mesmo local, e com a mesma freqüência encontra-se

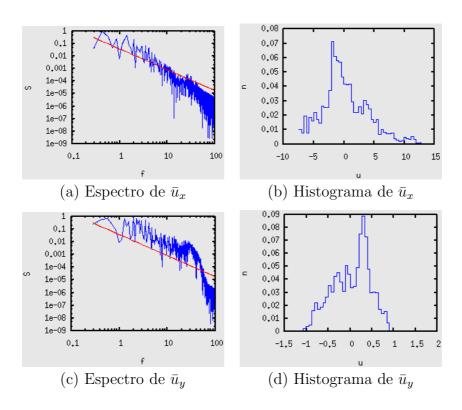


Figura 7.14: Espectros temporais e histogramas de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  na sonda localizada na coordenada (x;y)=(2;0,02) sobre a Estação 2.

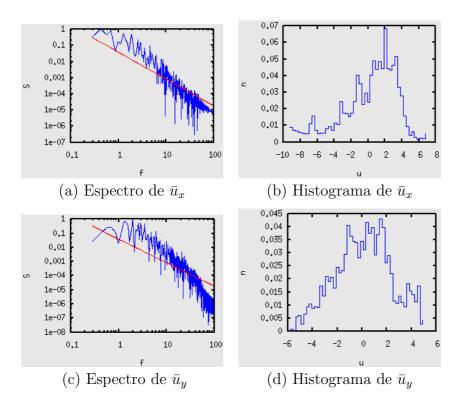


Figura 7.15: Espectros temporais e histogramas de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  na sonda localizada na coordenada (x;y)=(2;0,2) sobre a Estação 2.

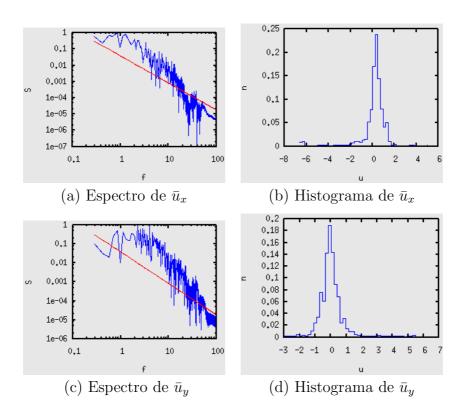


Figura 7.16: Espectros temporais e histogramas de  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_y$  na sonda localizada na coordenada (x;y)=(4;0,8) sobre a Estação 3.

extremos de  $u_y$  tipicamente duas vezes menores.

Os desvios nas sondas 1, 2, 3, e 4 (Fig. 7.12, Fig. 7.13, 7.14, e 7.15) são claramente mais elevados que os observados na quinta sonda (Fig. 7.16). Isso é consistente com os níveis de turbulência em cada uma dessas posições, ilustrados nos perfis de  $R_{11}$  da Fig. 7.10.

Embora para muitos processos aleatórios encontrados na Natureza a distribuição estatística é Gaussiana, simétrica em relação ao valor esperado, no caso da turbulência, observa-se que em várias sondas a forma do histograma é assimétrica. Este fato é característico de regiões próximas a camadas de mistura.

Em regiões livres de turbulência e estruturas transientes, o histograma esperado seria composto de um único valor para a velocidade, com probabilidade unitária. Embora, de acordo com dados experimentais, este seria o caso da sonda 5 (Fig. 7.16), as simulações prevêem flutuações nesta localidade, as quais podem ser constatadas tanto pelos perfis de  $R_{11}$  da Fig. 7.10, quanto pelos histogramas mostrados nas Fig. 7.16 (b) e (d), que, adicionalmente, informam que desvios da ordem de 0,5 são esporadicamente observados.

Uma amostra da viscosidade sub-malha instantânea é apresentada na Fig. 7.17. Observa-se que os valores máximos são da ordem de  $7 \times 10^{-3}$ , o que

corresponde a aproximadamente 10 vezes a viscosidade molecular utilizada. Nota-se que os maiores valores são encontrados exatamente sobre a camada de mistura cisalhante, próximo ao bordo de ataque.

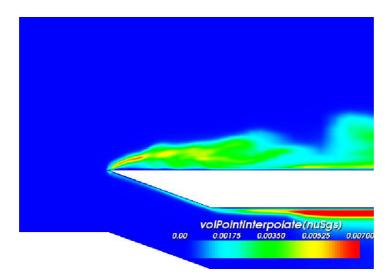


Figura 7.17: Contornos da viscosidade sub-malha  $\nu_{SGS}$   $(m^2/s)$ .

A Figura 7.18 ilustra, através das linhas de corrente obtidas no plano central da placa, uma bolha de recirculação secundária formada no interior da bolha longa principal. A presença desta bolha secundária foi constatada também experimentalmente, porém nenhum dos modelos RANS utilizados por Collie et al. (2003) foi capaz de capturá-la. Após o recolamento da camada de mistura, uma nova camada limite turbulenta se forma junto à parede. Entre o ponto de recolamento e a zona de baixa pressão formada na região central da bolha, esta camada limite experimenta um gradiente de pressão favorável, que induz um processo de relaminarização da mesma. Entretanto, no percurso entre o pico mínimo de pressão e o bordo de ataque, a camada limite sofre novamente uma força contrária a seu movimento, devido a um gradiente de pressão adverso. Quanto maior tiver sido o efeito da relaminarização, mais suscetível estará a camada limite a uma nova separação, e mais cedo esse processo ocorrerá.

Como se pode notar, os mecanismos de formação dessa bolha secundária se assemelham aos da bolha curta, vistos na seção 2.1.1, uma vez que ambos são provocados por um gradiente de pressão adverso. Sendo assim, resta saber se as demais características da bolha secundária também seguem o mesmo padrão encontrado em bolhas curtas. É interessante ressaltar que um dos defeitos apresentados pelos modelos RANS examinados em Collie et al. (2003) é justamente a incapacidade de capturar tais estruturas.

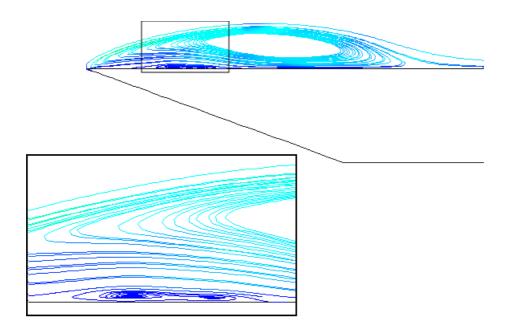


Figura 7.18: Bolha secundária

Talvez mais grave do que o fato dos modelos RANS não capturarem corretamente a bolha secundária, é a pouca quantidade de informações representadas pela hipótese de Boussinesq, que tenta sintetizar toda a complexidade das estruturas turbulentas por meio de uma única constante escalar,  $\nu_t$ . Isso significa que o tensor de Reynolds está sempre alinhado com o tensor taxa de deformação, o que não acontece na prática, a não ser para estruturas muito pequenas, como no caso da viscosidade molecular. Em particular, a homogeneidade na direção z, na metodologia RANS, implicaria num componente de  $R_{33}$  nulo, o que não é verdade, conforme se nota na Fig. 7.19, que ilustra contornos de estatísticas temporais de segunda ordem. Também é evidente desta mesma figura, obtida com a presente Simulações de Grandes Escalas, que o componente  $R_{22}$  decai mais rapidamente que os outros dois, à medida que se aproxima da parede pela direção normal. A princípio, isso não significa necessariamente que a metodologia RANS falhará na previsão do escoamento médio, uma vez que o termo que efetivamente aparece nas equações de N-S é o divergente do tensor de Revnolds, de forma que ainda há uma possibilidade, ainda que remota, de que os erros nos diversas componentes do tensor se compensem mutuamente após o operador divergente ser aplicado. Entretanto, a complexidade espacial das estruturas anisotrópicas, mostradas na Fig. 7.19, torna esta coincidência altamente improvável, apresentando, na prática, um grande desafio aos modelos baseados em RANS.

Um outro aspecto qualitativo que se pode evidenciar com estas simu-

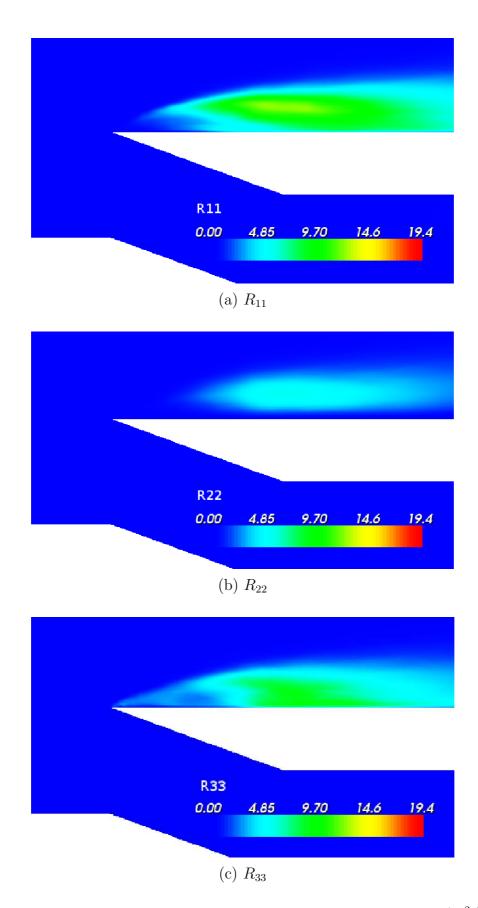


Figura 7.19: Contornos de estatísticas temporais de segunda ordem  $(m^2/s^2)$ : a)  $R_{11}$ ; b)  $R_{22}$ ; c)  $R_{33}$ .

lações é o desenvolvimento da turbulência através da evolução dos tubos de vórtices. É esperado que os tubos de vórtices, que anteriormente à separação abrupta da camada limite eram retilíneos, se deformem, encurvando-se à medida que são transportados pelo escoamento médio, devido a instabilidades intrínsecas. Isto é claramente verificado nos resultados mostrados na Fig. 7.20, que apresenta os tubos de vórtices coloridos pelo módulo da vorticidade. Observa-se que os mesmos vão ficando cada vez mais desorganizados, com menor intensidade, à medida que se progride em direção ao bordo de fuga. A fim de auxiliar a visualização, em segundo plano são apresentados os contornos do módulo da vorticidade capturados à meia envergadura, correspondentes aos tubos de vorticidade apresentados em primeiro plano.

Uma consequência direta desta evolução dos vórtices é que o escoamento pode ser considerado praticamente bidimensional nas regiões à jusante e imediatamente à montante do bordo de ataque, adquirindo características tridimensionais à medida que se caminha em direção ao bordo de fuga.

A Figura 7.21 é uma amostra instantânea do segundo invariante do gradiente de velocidade, Q, Eq. 6-19, que identifica as estruturas vorticais coerentes, conforme definição apresentada na seção 6.2. Nota-se que as estruturas próximas ao bordo de ataque, inicialmente retilíneas e alinhadas na direção da envergadura, evoluem para formas mais caóticas, dobrando-se e quebrando-se à medida que são transportadas pelo escoamento, num processo conhecido como  $vortex\ breakdown$ .

É importante reforçar que, na Fig. 7.21, o que é quebrado é a coerência dos vórtices de acordo com algum critério — neste caso, o critério Q — e não os tubos de vórtices, que só podem terminar numa fronteira. Como mostrado na Fig. 7.20, esses tubos de fato nunca se partem, embora eles evoluam para estruturas mais desorganizadas e encurvadas, predominantes na parte posterior da placa.

Baseado nos resultados apresentados até então, a malha de 800k é selecionada para as demais simulações envolvendo o modelo proposto para o escoamento com ângulo de ataque  $\theta = 1^{\circ}$ , apresentadas a seguir.

## 7.2 Modelo Proposto – 1 Grau de Ângulo de Ataque

Um inconveniente da metodologia adotada para obtenção da solução, apresentada na seção anterior, seção (7.1), é que a definição do particionamento do domínio nas regiões "UW" e "CD" depende fortemente de um

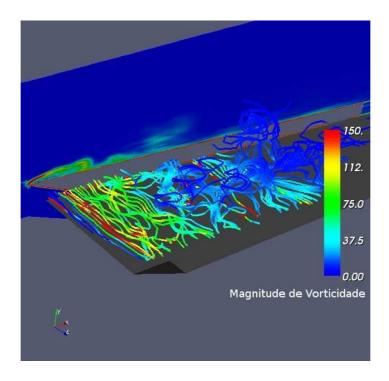


Figura 7.20: Tubos de vorticidade coloridos por magnitude da vorticidade.

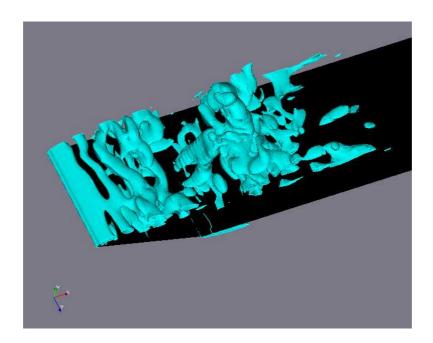


Figura 7.21: Vórtices coerentes de acordo com o critério do segundo invariante

conhecimento prévio do escoamento, geralmente só obtido com experimentos de túnel de vento. A alternativa apresentada no Capítulo 5 e validada no 6 dispensa esse artifício de particionamento e requer apenas um esquema numérico, não dissipativo, a ser utilizado em todo o domínio. Assim, em relação à metodologia mista empregada na seção anterior, seção (7.1), a nova

proposta é menos dependente de conhecimentos prévios do escoamento.

Os testes de validação apresentados no Capítulo 6 comprovam que o esquema proposto é robusto em situações simples, envolvendo transporte de escalar passivo. Resta, então, testá-lo numa situação mais real e prática, na qual se deve lidar, não só com diversos regimes de escoamento, como também com uma malha que apresenta grandes anisotropias e variações de espaçamento.

São testadas algumas combinações de parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ , definidos no Capítulo 5, empregando a mesma malha de 800k da seção anterior, seção (7.1). Embora algumas dessas combinações não tenham sido consideradas adequadas pelos testes com turbulência isotrópica homogênea, seção 6.2, julga-se importante compreender seu comportamento diante dos diversos regimes de escoamento, presentes num escoamento menos acadêmico. A tabela 7.4 apresenta os casos testados nesta seção, juntamente com os respectivos códigos adotados nas legendas dos gráficos, distâncias de recolamento e comprimentos da bolha secundária ( $d_S$ ) obtidos. Por questão de comodidade, reproduz-se nessa mesma tabela os valores experimentais de Cromptom (2001), e os dados obtidos com o caso 800k, utilizando a modelagem tradicional de sub-malha, com a metodologia numérica mista, apresentada na seção 7.1.

Tabela 7.4: Combinações de parâmetros testadas, distâncias de recolamento, e comprimento da bolha secundária.

Código	$\alpha_f$	$\beta_f$	$x_R/c$	Erro de	$d_S/c$
			(%)	$x_R$ (%)	(%)
Exp			14	—	2,80
800k			13,95	-0,37	4,38
A3B12	0,75	1,2	13,75	-1,79	4,38
A2B12	0,50	1,2	12,63	-9,82	4,06
A1B12	0,25	1,2	12,00	-14,29	2,97
A4B10	1,00	1,0	14,13	0,89	4,75
A1B10	0,25	1,0	12,56	-10,27	3,25
A4B05	1,00	0,5	15,44	10,27	3,75
A3B05	0,75	0,5	14,00	0,01	4,94
A2B0	0,50	0,0	13,44	-4,02	5,63
A2B40	0,50	4,0	11,56	-17,41	3,44

A avaliação do desempenho do esquema de forçamento sub-malha no escoamento sobre placas planas, e sua comparação com a metodologia tradicional, é feita através dos resultados quantitativos disponíveis, ou seja, distância de recolamento, médias do componente x da velocidade,

estatísticas de segunda ordem  $(R_{11})$ , e coeficientes de pressão ao longo da placa. As médias de velocidade e flutuações turbulentas são tomadas no plano central da placa, ao longo das mesmas quatro estações da Fig. 7.7, com coordenadas renormalizadas, possibilitando comparações diretas com os dados experimentais de Cromptom (2001) e com os resultados do modelo tradicional com a malha 800k.

Assim como na seção anterior, as coordenadas selecionadas para comparação dos dados obtidos foram ajustadas em relação aos valores medidos e previstos para o ponto de recolamento sendo, na realidade, iguais a (x/c)  $(x_R/x_{Rexp})$ . Novamente vale ressaltar que a razão  $(x_R/x_{Rexp}) \approx 1$ , não alterando significativamente a coordenada utilizada. Porém, o ajuste foi utilizado para manter a consistência na apresentação dos resultados.

Como visto no Capítulo 5, o parâmetro  $\alpha_f$  está relacionado com o número de células necessárias para atenuação dos modos indesejáveis. Já o parâmetro  $\beta$  permite-nos escolher o limite tolerável da razão de "energias" entre modos indesejáveis e desejáveis.

A sua influência no comportamento da simulação, mantendo  $\beta_f$  constante e igual a 1, 2, é analisada com base nas Figs. 7.22, 7.23 e 7.24.

Através dos perfis de velocidade média, apresentados na Fig. 7.22, constata-se que na primeira estação, o desempenho do modelo proposto foi ligeiramente melhor do que o modelo tradicional, para  $\alpha_f = 0, 25$ , isto é, quando a distância necessária para a atenuação é de aproximadamente quatro células. Já para os valores maiores de  $\alpha$ , a concordância com os dados experimentais foi pior do que a do modelo tradicional. Em particular, tanto para  $\alpha_f = 0.75$  quanto para  $\alpha_f = 0.50$ , nota-se na Fig. 7.22 (a) um ponto de inflexão próximo à parede, inexistente nos dados experimentais, que indica a presença de uma bolha secundária. A existência dessa estrutura foi verificada experimentalmente, porém, de acordo com Cromptom e Barret (2000), sua extensão não atingia a primeira estação, ficando a mesma confinada entre o bordo de ataque e aproximadamente 0,028% da corda. Como sua formação e suas dimensões são bastante dependentes do número de Reynolds, pode-se esperar valores entre 4,4% e 1,6% de c para seu comprimento, correspondendo a  $Re = 1 \times 10^5$  e  $Re = 3,3 \times 10^5$ , respectivamente. Observa-se, aqui, a ação da turbulência atrasando a separação da camada limite, consistentemente reproduzida pelas simulações, uma vez que a diminuição de  $\alpha_f$  na Fig. 7.22 (a) leva a formação de menores bolhas secundárias.

Assim, o fato da bolha secundária prevista com  $\alpha_f = 0,75$  e  $\alpha_f = 0,5$  ser maior do que o esperado parece ser conseqüência de um exagerado pro-

cesso de relaminarização, talvez devido a imperfeições no modelo proposto, ou talvez devido a uma malha excessivamente grosseira para se capturar corretamente essa estrutura.

Não obstante, o restante do perfil de  $\langle \bar{u}_x \rangle$ , ainda na mesma Estação 1, não é significativamente afetado por tais discrepâncias, o que sugere que a influência da bolha secundária é de fato restrita à sua vizinhança. Assim, logo após o fim da bolha secundária, antes mesmo de se atingir a região externa da bolha principal, os perfis de velocidade já praticamente reproduzem os dados experimentais.

Na segunda estação, todas as Simulações de Grandes Escalas apresentadas na Fig. 7.22 (b) representam fielmente o escoamento, o que já não se podia afirmar dos modelos RANS estudados por Collie et al. (2003), como visto na seção 7.1.

Surpreendente são as previsões do modelo de forçamento advectivo para as demais estações, Figs. 7.22 (c) e 7.22 (d), nas quais o modelo tradicional de uma equação foi incapaz de capturar corretamente as inclinações dos perfis e os valores de  $\langle \bar{u}_x \rangle$ . Nenhum dos três valores de  $\alpha_f$  analisados tiveram problemas em representar essa região do escoamento, o que parece desmistificar a necessidade de cuidados especiais para distribuir a malha, sugerida pelos testes com o modelo tradicional. Isto é, tudo indica, que a melhoria da qualidade da malha nas estações 3 e 4 em termos de regularidade e refinamento, considerada anteriormente custosa mas indispensável, não era sequer necessária, e os esforços iniciais no sentido de aprimorar a metodologia se mostraram promissores. Embora não se possa afirmar que o modelo proposto supere globalmente a abordagem comumente empregada, o fato é que o mesmo possui características que o distinguem dos demais, pelo menos em determinadas circunstâncias especiais. Acredita-se que o tratamento adotado na seção 5.2, Eq. 5-16, o torne mais imune a variações de espaçamento de malha e aos erros de comutação.

Os indícios de que a bolha secundária tenha sua área de influência limitada é mais uma vez confirmada pela distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície superior da placa, à meia envergadura, ilustrada na Fig. 7.23. Mesmo com as dificuldades na previsão da bolha secundária, os três casos simulados com o forçamento advectivo proposto superaram o modelo tradicional de uma equação (SGSM) de Yoshizawa e Horiuti (1985), referenciado como 800k, conforme pode ser constatado na Fig. 7.23. Em especial, nota-se que os casos A1B12 e A2B12 – este último considerado ideal pelos testes espectrais da seção 6.2 – previram, com surpreendente exatidão, a distribuição de pressão sobre a maior parte da superfície, mostrando que

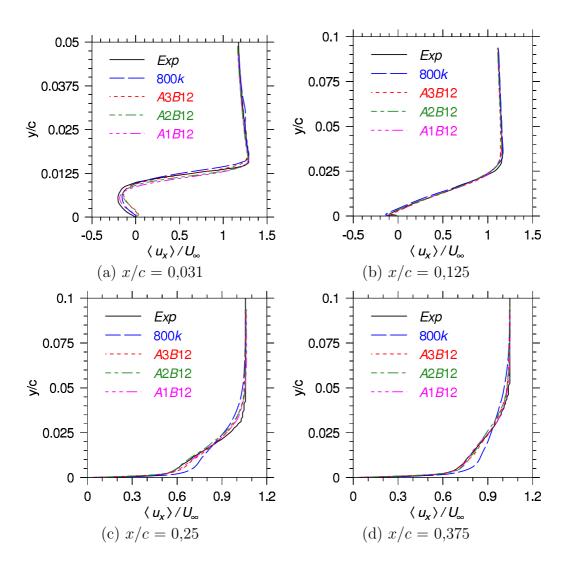


Figura 7.22: Influência de  $\alpha_f$  nos perfis de velocidade média em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

essa não é afetada pelo tamanho da bolha secundária. A tendência suave, parabólica, da curva próxima ao bordo de ataque foi corretamente capturada, bem como a transição entre a pressão mínima e a da região posterior da bolha principal. A região entre o bordo da placa e o pico de sucção, no entanto, ainda pode provavelmente se beneficiar de um refinamento de malha. Conforme mencionado anteriormente, o coeficiente de pressão é fundamental para aplicações práticas de engenharia, uma vez que compõe a maior parcela da força aerodinâmica resultante. Neste sentido, os resultados obtidos são, de certa forma, animadores.

Embora as simulações numéricas do escoamento em torno de placas planas e finas não sejam muito sensíveis à exatidão da previsão das estatísticas turbulentas de segunda ordem,  $R_{ij}$ , o mesmo não se pode dizer de situações mais complexas, envolvendo, por exemplo, superfícies curvas

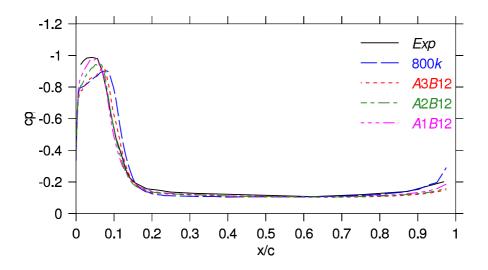


Figura 7.23: Influência de  $\alpha_f$  no coeficiente de pressão

de aerofólios ou membranas. Nesses casos, uma separação ainda maior pode ocorrer mais a montante, sendo a localização do ponto de descolamento muito sensível a flutuações turbulentas, e fundamental para cálculo da força total resultante. Assim, para futuras investigações envolvendo placas curvas, deve-se visar obter valores de  $R_{ij}$  em boa concordância com os dados experimentais.

A Fig. 7.24 apresenta os resultados de  $R_{11}$  para a placa plana, utilizando o modelo proposto, com os três valores de  $\alpha_f$  examinados, mantendo  $\beta_f = 1, 2$ . As previsões obtidas foram consistentemente melhores do que as obtidas com o SGSM de uma equação. Na Estação 1, por exemplo, os picos de turbulência ficaram mais próximos dos valores experimentais, mostrando uma maior aptidão para capturar a rapidez da transição da camada de mistura para um regime turbulento. Além disso, o problema enfrentado pelo modelo tradicional, que prevê intensas atividades turbulentas em áreas supostamente laminares, foi amenizado e praticamente sanado em algumas localidades.

Os resultados alcançados com o próximo conjunto de simulações, apresentados nas Figs. 7.25, 7.26, e 7.27, permitem a análise comparativa entre os casos A4B05, A3B05, e A2B0, que correspondem aos parâmetros ( $\alpha_f = 1$ ;  $\beta_f = 0,5$ ), ( $\alpha_f = 0,75$ ;  $\beta_f = 0,5$ ), e ( $\alpha_f = 0,5$ ;  $\beta_f = 0$ ), respectivamente. O caso A2B0 foi selecionado, pois os testes com turbulência homogênea e isotrópica indicaram o mesmo como ideal, dentre aqueles com parâmetro  $\beta_f = 0$ .

As mesmas dificuldades enfrentadas pelos casos anteriores na região da bolha secundária, na coordenada x/c = 0,031, novamente se notam nos

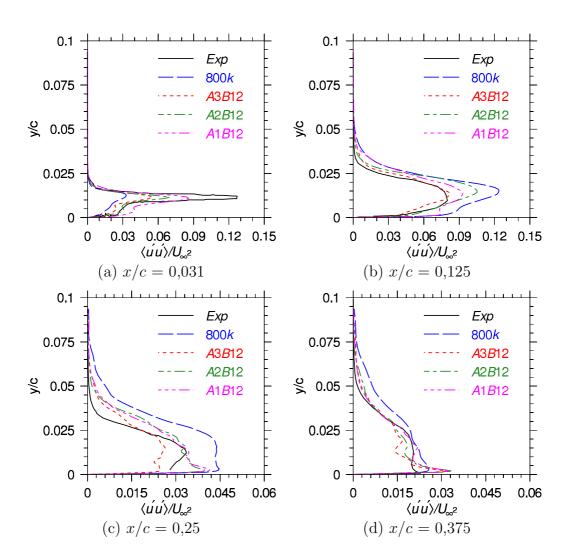


Figura 7.24: Influência de  $\alpha_f$  nos perfis de  $R_{11}$  em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d)x/c = 0.375.

perfis de velocidade, mostrados na Fig. 7.25 (a), onde todos os casos obtidos com o modelo proposto apresentaram pior concordância com os dados experimentais do que o modelo tradicional (800k). Porém, da mesma forma que anteriormente, isso não afetou a distribuição de pressão sobre a placa (Fig. 7.26), para a qual os três casos em questão obtiveram resultados muito semelhantes ao modelo tradicional de uma equação. Nas demais estações, Fig. 7.25 (b)-(d), os perfis de velocidade, de forma análoga aos testes A3B12, A2B12 e A1B12, se aproximam bastante dos dados experimentais, fortalecendo a hipótese de que o modelo proposto é mais preciso e robusto em situações de alargamento de malha.

Para os perfis de  $R_{11}$ , o caso A3B05 ( $\alpha_f = 0.75$ ;  $\beta_f = 0.5$ ) foi o que forneceu os melhores resultados, sendo que, especialmente nas estações correspondentes a x/c = 0.125; x/c 0.25 e x/c = 0.375, Figs. 7.27 (b) a (d), os dados experimentais foram quase fielmente reproduzidos. Na Estação 1,

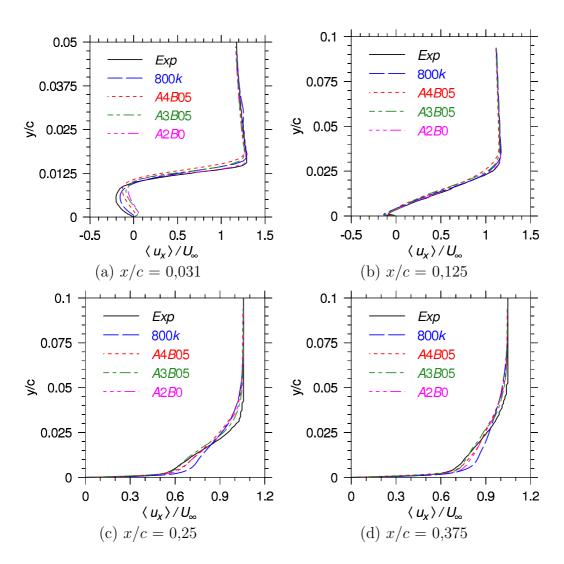


Figura 7.25: Influência de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  (casos A4B05, A3B05, A2B0) nos perfis de velocidade média em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

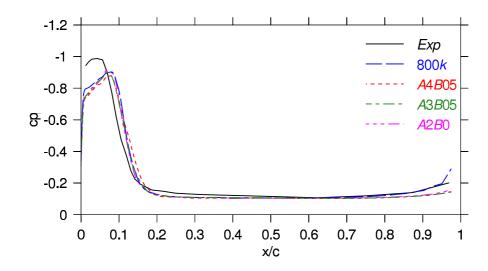


Figura 7.26: Influência de  $\alpha_f$ e  $\beta_f$  (casos A4B05, A3B05, A2B0) no coeficiente de Pressão

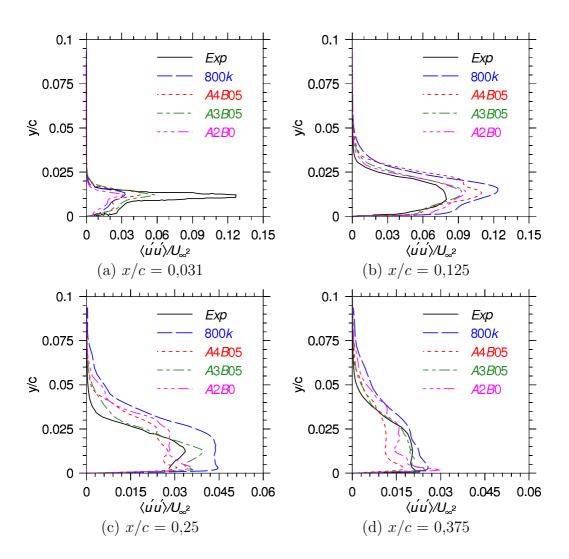


Figura 7.27: Influência de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  (casos A4B05, A3B05, A2B0) nos perfis de  $R_{11}$  em estações localizadas em: a) x/c 0,031; b) x/c = 0,125; c) x/c = 0,25; d) x/c = 0,375.

Fig. 7.27 (a), as máximas flutuações turbulentas continuam sendo sobrestimadas, mas uma vez mais, o caso A3B05 foi o que mais se aproximou do escoamento medido. Convém notar que os três casos analisados apresentaram evoluções mais coerentes com os dados experimentais, em relação ao SGSM tradicional, em todas as regiões. A única exceção a ser feita é o A2B0, o qual, apenas na primeira estação, apresentou intensidades ligeiramente inferiores aos do modelo sub-malha de uma equação. Nas demais regiões, todos três casos utilizando o modelo proposto superaram o desempenho do modelo tradicional, que previa excessivos valores de flutuações em zonas afastadas das paredes, supostamente sujeitas a um regime laminar de escoamento.

Cumpre destacar que o caso A3B05, considerado o mais satisfatório dentre esses últimos testes, previu com excelente concordância com os dados

experimentais o comprimento de recolamento,  $x_R = 2,24$ , conforme pode ser constatado na Tab. 7.4. Além disso, a combinação dos parâmetros  $(\alpha_f = 0,75; \ \beta_f = 0,5)$  foi considerada bastante satisfatória, em termos de espectro, pelos testes da seção 6.2.

Os resultados obtidos com os casos A4B10, A1B10, e A2B40, que correspondem aos parâmetros ( $\alpha_f = 1; \beta_f = 1$ ), ( $\alpha_f = 0, 25; \beta_f = 1$ ), e ( $\alpha_f = 0, 5; \beta_f = 4$ ) são apresentados nas Figs. 7.28, 7.29, e 7.30, respectivamente. Os objetivos, aqui, são, não só confirmar a influência de  $\alpha_f$  nas previsões numéricas, o que é feito com base nos resultados de A4B10 e A1B10, como também verificar por meio de A2B40 se, mesmo com uma tolerância grande a modos indesejáveis ( $\alpha_f = 0, 5, e \beta_f = 4$ ), a estabilidade numérica do modelo proposto é preservada. Não se espera resultados satisfatórios de A2A40, uma vez que, conforme havia sido constatado pelos testes de turbulência homogênea e isotrópica, o mesmo permite acúmulo exagerado de energia nos menores modos em detrimento das grandes escalas, fornecendo um espectro comprometido.

Apesar do teste A2B40 ter fornecido resultados insatisfatórios, tanto em termos de distância de recolamento, quanto em termos de evolução da velocidade média, ele provou que o algoritmo proposto permanece numericamente estável, mesmo nesse caso extremo de tolerância a modos indesejáveis. Não obstante, os resultados de  $R_{11}$  (Fig. 7.30) superaram os obtidos com o SGSM tradicional. Mais surpreendente ainda é a excelente concordância entre os perfis de velocidade nas estações 3 e 4 (Figs. 7.28 (c)-(d)), e , principalmente, a do coeficiente de pressão sobre a superfície da placa, ilustrada na Fig. 7.29.

Dos perfis de velocidade média na primeira estação, Fig. 7.28 (a), conclui-se que a diminuição de  $\alpha_f$  contribui para uma melhor captura da bolha secundária. De fato, o caso A1B10 está, comparado ao A4B10, bem mais próximo dos dados obtidos com o SGSM tradicional e experimentalmente. Os resultados nas estações 3 e 4, apresentados nas Figs. 7.28 (c)-(d), confirmam que a correta previsão dos perfis de velocidade a jusante da bolha de recirculação depende de baixos níveis de atenuação: apesar de superior ao modelo tradicional nessa região, o A4B10 se mostrou inferior ao A1B10 e ao A2B40, provando que a eliminação dos modos indesejáveis não pode ser muito rápida. Por outro lado, o A2B40 e outros casos extremos, como os A1B10 e A1B12, sugerem que uma atenuação lenta demais não prejudica tais previsões, embora afetem negativamente outras regiões do escoamento.

Da mesma forma, parece que uma maior tolerância a modos indesejáveis é benéfica às previsões do coeficiente de pressão, principalmente na

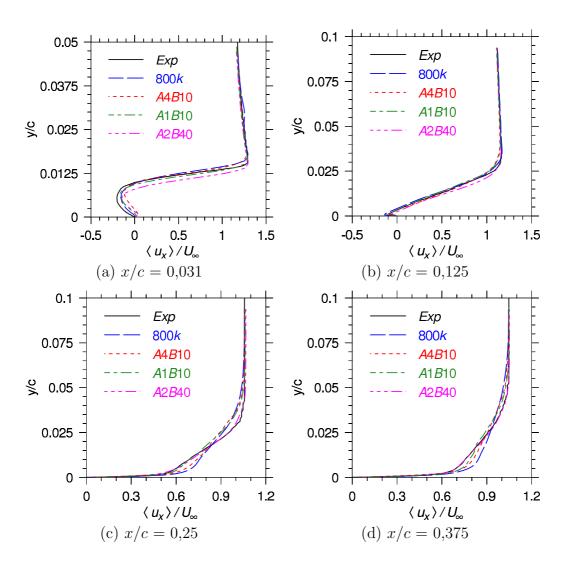


Figura 7.28: Influência de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  (casos A4B10, A1B10, A2B40) nos perfis de velocidade média em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

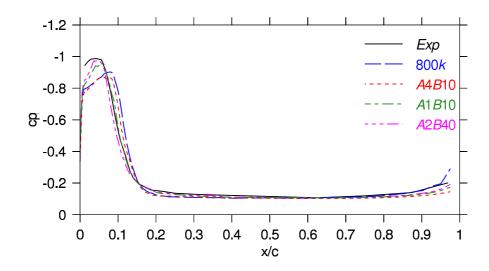


Figura 7.29: Influência de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  (casos A4B10, A1B10, A2B40) no coeficiente de Pressão

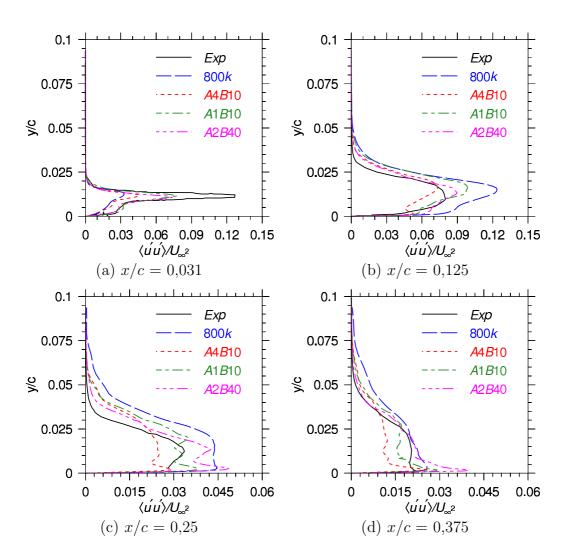


Figura 7.30: Influência de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  (casos A4B10, A1B10, A2B40) nos perfis de  $R_{11}$  em estações localizadas em: a) x/c 0,031; b) x/c = 0,125; c) x/c = 0,25; d) x/c = 0,375.

região próxima ao bordo de ataque. Conforme pode ser visto na Fig. 7.29, novamente a maior tolerância à pequenas oscilações espaciais, conseguida seja por meio de  $\alpha_f$  pequeno, como no caso A1B10, seja por meio de  $\beta_f$  grande, como no A2B40, propicia maior concordância da distribuição de pressão com dados experimentais. Nota-se na mesma figura que, apesar do caso A2B40 ter sido ligeiramente melhor na vizinhança do pico de sucção, o A1B10 reproduziu com perfeição o acentuado declive na transição entre a pressão mínima e a máxima, bem como a pressão no restante da placa. É possível que o caso A2B40 tenha sido, nesse sentido, um pouco prejudicado pela incorreta estimativa da distância de recolamento, já que se observa na Fig. 7.29 que o declive da curva, entre x/c=0,6 e 1, 2, está ligeiramente deslocado para a esquerda, condizente com uma bolha de recirculação mais curta.

As Figuras 7.31, 7.32, e 7.33 sintetizam os comentários anteriores, ao apresentar os módulos dos erros obtidos nas previsões numéricas de velocidade média, coeficiente de pressão, e estatísticas de segunda ordem, em relação aos dados experimentais de Cromptom (2001). São comparados apenas os casos 800k, A1B10, A2B12 e A3B05, por terem apresentado os melhores resultados.

O erro utilizado nas figuras 7.31, 7.32, e 7.33 corresponde, na realidade, às diferenças absolutas entre os valores obtidos nas simulações e os dados experimentais. Observa-se na Fig. 7.31 que mesmo na Estação 1, onde o desempenho das simulações foi pior, as diferenças entre previsões são relativamente pequenas. Já na Fig.7.32 as simulações com o modelo proposto apresentaram diferenças entre soluções bem inferiores ao modelo tradicional de 1 equação SGSM (caso 800k). Finalmente, observa-se que as diferenças obtidas para as estatísticas de segunda ordem  $R_{11}$  diminuem ao longo da placa, como já comentado.

Embora se atribua (Collie et al., 2003) grande parte da responsabilidade pelo fracasso das simulações RANS à falha na captura da bolha secundária, as inúmeras simulações realizadas nesta seção mostram que a influência da mesma no restante das previsões é limitada. De fato, em várias delas, as dimensões foram superestimadas com diversos graus de imprecisão, sem contudo que isso afetasse a qualidade das previsões numéricas nas demais regiões. O perfil de velocidade, por exemplo, imediatamente fora da bolha secundária, já volta a praticamente coincidir com os dados experimentais de Cromptom. Também a distribuição de pressão sobre a bolha não foi prejudicada, o que sugere se tratar realmente de uma bolha do tipo curto, encontrada comumente em aerofólios convencionais (seção 2.1.1).

Assim, embora interessante do ponto de vista acadêmico, a relevância da correta captura da bolha secundária por modelos RANS pode ser limitada. Deve-se então perseguir e aprimorar outras fraquezas, como a incapacidade de representar as complexas anisotropias, que parecem ser mais importantes para a evolução dos perfis médios, distribuição de pressão, e forças resultantes.

## 7.3 Modelo Proposto – 3 Graus de Ângulo de Ataque

Nesta seção, investiga-se a influência do ângulo de ataque no escoamento sobre a mesma placa plana analisada nas seções anteriores. O ângulo

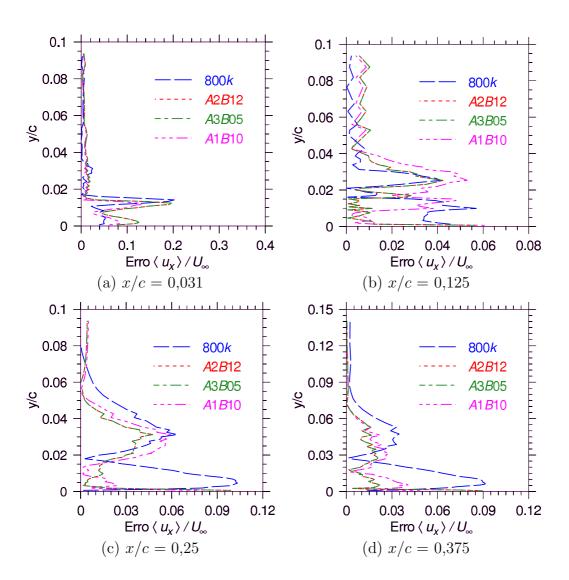


Figura 7.31: Módulo do erro das velocidades médias em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

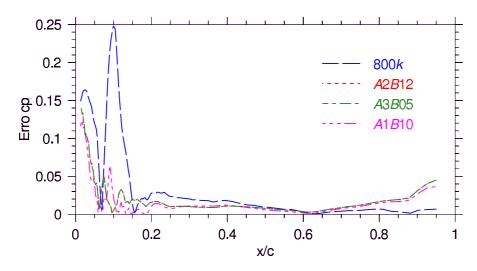


Figura 7.32: Módulo do erro no Coeficiente de Pressão

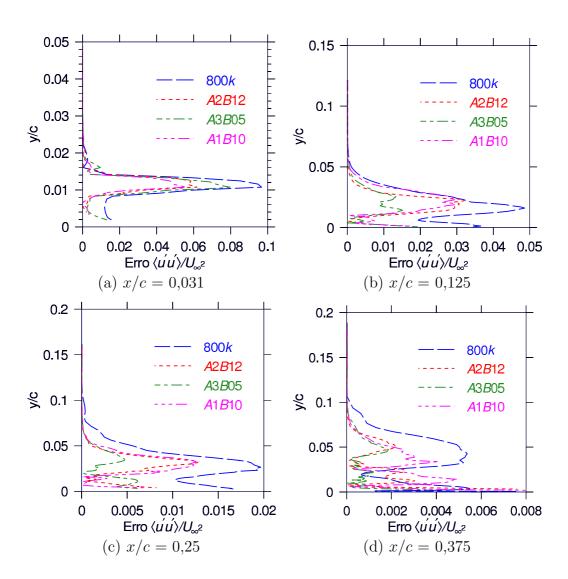


Figura 7.33: Módulo dos erros em  $R_{11}$  em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

de ataque é definido como sendo igual a três graus e o número de Reynolds é mantido constante e igual a  $2,13 \times 10^5$ .

A partir da análise apresentada na seção anterior, seção 7.2, selecionou-se investigar o escoamento utilizando o modelo de forçamento proposto, com os seguintes parâmetros:  $\alpha_f = 0, 5$  e  $\beta_f = 1, 2$ .

De acordo com os dados experimentais, no caso de ângulo de ataque igual a 3 graus, a bolha de recirculação se estende por aproximadamente metade (47%) da placa. Isso requer, para uma Simulação de Grandes Escalas bem sucedida, uma malha fina e o mais uniforme possível numa região muito grande do escoamento, o que, em termos práticos, tornaria a metodologia inviável para o presente trabalho.

Por outro lado, a simulação com ângulo de 3 graus complementaria o entendimento de escoamentos sobre placas planas, permitindo que se examine, pelo menos de forma qualitativa, a influência da variação do ângulo de ataque nas estruturas presentes.

A fim de manter o custo computacional em níveis aceitáveis, optouse então por empregar a mesma malha de 800k utilizada para o caso de 1 grau de ângulo de ataque. Como esta foi concebida para regiões turbulentas menores, fatalmente, apresenta espaçamentos inadequados para a representação das estruturas encontradas a 3 graus. Como conseqüência, dificilmente o ponto de recolamento e as dimensões da bolha principal serão previstos corretamente. De fato, o comprimento de recolamento medido experimentalmente por Cromptom (2001) é igual a  $x_{RExp} = 0,47c$ , enquanto o valor obtido numericamente é bem inferior, sendo igual a  $x_R = 0,36c$ , correspondendo a uma diferença de 24%. Porém, espera-se que a estrutura do escoamento seja prevista corretamente, auxiliando a compreensão do fenômeno.

Os resultados obtidos numericamente são comparados com os dados experimentais de Cromptom (2001), nas mesmas quatro seções indicadas na Fig. 7.7. Assim como nos casos anteriores, as coordenadas x/c são multiplicadas pelo fator de escala dado pela razão entre os pontos de recolamento determinado numericamente e medido experimentalmente,  $(x_R/x_{RExp})$ . Diferentemente dos casos anteriores, onde este fator de correção é aproximadamente igual a um, neste caso, o fator de correção é necessário, para permitir uma comparação qualitativa com significado.

Acredita-se que, se após a "renormalização" do escoamento, for constatada uma coincidência entre dados experimentais e numéricos, pode-se dizer que os resultados são similares e a simulação tem valor qualitativo, possibilitando um maior entendimento físico do problema. No presente caso, esta renormalização consiste em transformar as dimensões x e y, dividindo ambas pelo fator de escala, 0, 76.

A Fig. 7.34 apresenta uma comparação entre os dados experimentais (Cromptom, 2001), dados numéricos de Collie et al. (2003) com o modelo  $\kappa - \omega$ , e os da presente simulação, para os perfis do componente x da velocidade média.

Para as três primeiras estações, correspondentes às Fig. 7.34 (a)-(c), é nítida a superioridade da metodologia de Grandes Escalas sobre o modelo RANS, mesmo utilizando uma malha inadequada. Nas Estações 1 e 2, por exemplo, o acentuado gradiente da velocidade, previsto pelo modelo  $\kappa - \omega$  próximo à placa, indica uma incapacidade de capturar o processo de relaminarização da camada limite. Esta inaptidão é inerente à hipótese fundamental de equilíbrio energético. As Simulações de Grandes Escalas, por

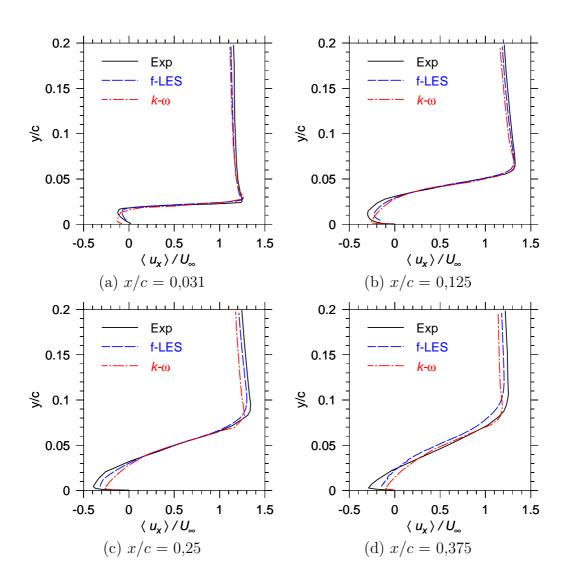


Figura 7.34: Perfis de velocidade média em estações localizadas em: a) x/c = 0.031; b) x/c = 0.125; c) x/c = 0.25; d) x/c = 0.375.

sua vez, conseguem capturar de forma satisfatória esse processo, o que pode ser constatado por meio dos perfis obtidos, os quais, embora não coincidam perfeitamente com os dados experimentais, apresentam formas e curvaturas similares.

É também evidente das mesmas Fig. (7.34) que o desempenho de ambas as metodologias se deteriora à medida que se aproxima da extremidade posterior da bolha longa, na qual ocorre o recolamento da camada de mistura.

A Fig. 7.35 mostra os coeficientes de pressão ao longo da placa, obtidos tanto numericamente quanto experimentalmente, comparando os casos de 1 e 3 graus. A coordenada x, na abscissa, foi normalizada pelas respectivas distâncias de recolamento,  $x_R$ .

Nota-se, claramente, que a distribuição da pressão para os dois ângulos

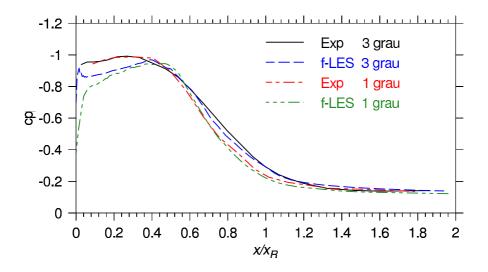


Figura 7.35: Coeficiente de pressão para 1 e 3 graus

de incidência praticamente colapsam quando é feita tal normalização, mostrando que os escoamentos são bastante similares. Isto indica que, havendose validado as metodologias estudadas para o caso de 1 grau, incidências maiores não constituem grandes desafios adicionais, a não ser em termos de exigências de malha, tempos de simulação, e custos computacionais.

A extensão da zona de baixa pressão é invariavelmente da ordem de grandeza de  $x_R$ , o que já era esperado, uma vez que a origem desta sucção está ligada à necessidade de gerar a força centrípeta que mantém o fluido circulando no interior da bolha. Como  $x_R$  depende diretamente do ângulo de ataque, está implicitamente ilustrado no gráfico o fato de que, para incidências maiores, o aumento repentino da pressão – o declive acentuado na Fig. 7.35 – ocorre em local mais afastado do bordo de ataque. Além disso, como os valores absolutos da pressão são também os mesmos para os dois ângulos de ataque, a força aerodinâmica resultante na face superior é diretamente proporcional à distância de recolamento, sendo tanto o arrasto quanto a sustentação mais intensos para placas mais inclinadas em relação à corrente livre.

A análise das estatísticas de segunda ordem  $R_{ij}$  é realizada através da energia cinética turbulenta  $\kappa$ , devido à disponibilidade destes dados no trabalho de Collie et al. (2003), o que permite uma comparação direta com o modelo RANS  $\kappa - \omega$ .

A avaliação da energia cinética turbulenta,  $\kappa$ , é obtida a partir dos dados experimentais e da simulação LES, utilizando-se os momentos

estatísticos de segunda ordem, de acordo com

$$\kappa = \frac{1}{2} [R_{11} + R_{22} + R_{33}]. \tag{7-12}$$

A Fig. 7.36 compara os resultados da metodologia proposta com os dados experimentais (Cromptom, 2001) e do modelo  $\kappa - \omega$  (Collie et al, 2003) para a energia cinética turbulenta  $\kappa$ .

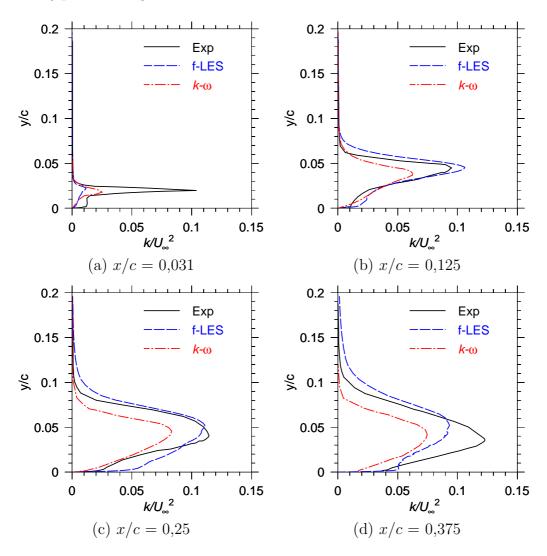


Figura 7.36: Perfis de energia cinética turbulenta k em estações localizadas em: a) x/c=0.031; b) x/c=0.125; c) x/c=0.25; d) x/c=0.375.

Com a exceção da primeira estação, Fig. 7.36, onde possivelmente a malha não é refinada o suficiente para capturar a rápida transição da camada de mistura para regime turbulento, os demais resultados obtidos com f-LES e apresentados nas Figs. 7.36 (b) a (d) estão bastante próximos dos dados experimentais.

Na Fig. 7.36 (a) constata-se, para os dados experimentais, a presença de dois picos de energia, um máximo global e outro local. Esse último

está associado à bolha de recirculação secundária, mais especificamente à fronteira externa da mesma, onde as altas taxas de cisalhamento provocam intensa produção de turbulência.

Ao contrário do que ocorreu com o RANS, nas Simulações de Grandes Escalas, também se observou a intensificação da energia nessa mesma região, fronteira externa da bolha secundária, indicando a maior propensão em capturar esta estrutura. Isso é constatado para todas as estações, sendo interessante observar o gradativo desaparecimento da inflexão da curva, no escoamento reverso entre a Estação 3, Fig. 7.36 (c) e a Estação 4, Fig. 7.36 (d), reflexo da relaminarização da camada limite.

O segundo pico – máximo global – ocorre na fronteira externa da bolha principal, que, não por acaso, coincide com o ponto de inflexão do perfil de velocidade, visível nas Figs. 7.34 (a)-(d).

Havendo-se apresentado os resultados quantitativos, os quais puderam ser comparados com os dados experimentais disponíveis, segue-se uma análise mais qualitativa do escoamento, na qual são analisados contornos de velocidade, linhas de corrente, contornos de flutuações turbulentas  $(R_{ij})$ , e as linhas de vórtices e suas estruturas coerentes.

Uma amostra do campo instantâneo de velocidade na região da bolha longa é ilustrada na Fig. 7.37, para o instante de tempo t=30 segundos.

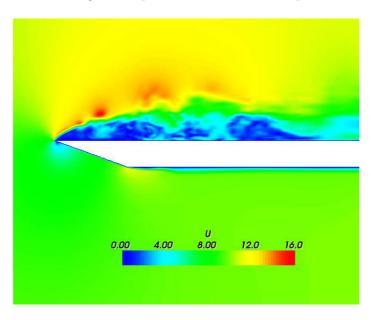


Figura 7.37: Contornos do módulo da velocidade em t=30 segundos.

Observa-se que a camada de mistura, que separa a bolha principal do restante do escoamento e pode ser identificada na Fig. 7.37 como a região em verde, entre as cores vermelho e azul, é bastante instável e trêmula. À medida que se desenvolve, ocorre um rápido aumento de sua espessura

e das dimensões das principais estruturas turbulentas. Além disso, após a separação no bordo de ataque, esta camada de mistura permanece laminar por uma distância aproximadamente igual à espessura da placa. Só então, as instabilidades começam a ser notadas, sendo que o regime turbulento é completamente atingido numa distância da ordem de três espessuras de placa, ou seja, tipicamente, 0,11c.

A solução obtida é bastante suave em regiões livres de turbulência, como por exemplo na região a montante do bordo de ataque, não havendo sido observadas oscilações espaciais espúrias. Cabe ressaltar que a solução para placa a 1 grau de ângulo de ataque, envolvendo o modelo tradicional com um esquema misto, não esteve completamente livre de tais oscilações, mas apenas as manteve em níveis aceitáveis, sem causar divergência da solução. Algumas tentativas com essa metodologia tradicional, apresentadas na seção 7.1, para o caso de AOA=3, fracassaram, seja por não conseguirem manter a estabilidade numérica, seja por atenuarem demais as estruturas – claramente, o particionamento do domínio para o uso de esquemas dissipativos e não dissipativos, foi, neste caso, crítico para o sucesso da solução.

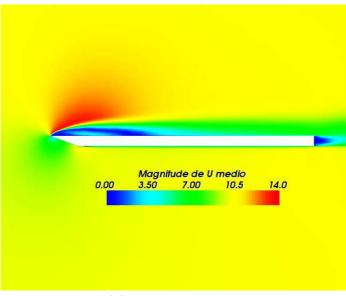
As Figs. 7.38 apresentam os contornos do módulo da velocidade média, ao redor da placa, Fig. 7.38(a), e na região da bolha principal, Fig. 7.38(b), onde também pode ser apreciado o alargamento da espessura da camada de mistura média, à medida que esta se desenvolve.

Nota-se, novamente, a ausência de oscilações espaciais espúrias, o que, geralmente só é conseguido com esquemas numéricos bem dissipativos, tal como o *Upwind* de primeira ordem.

A partir do campo de velocidade média, são computadas as linhas de corrente médias, apresentadas na Fig. 7.39, na qual visualizam-se claramente as bolhas principal e secundária.

As semelhanças da bolha secundária com as bolhas laminares curtas examinadas na seção 2.1.1 são nítidas. Comparando a Fig. 7.39 com a Fig. 2.2, verifica-se que, levando em conta o sentido contrário dos escoamentos, ambas apresentam formas similares. Assim, a linha de corrente que delimita a recirculação apresenta, na parte anterior da bolha, uma suave curvatura, separando-se, de forma praticamente linear, da parede. Após a transição da camada de mistura circundante para o regime turbulento, observa-se uma abrupta curvatura dessa linha de corrente, até o ponto de recolamento, sendo essa parte posterior da bolha bem menor do que a parte anterior.

Com base nessa comparação, e em constatações numéricas anteriores (seção 7.2) de que a bolha secundária não afeta significativamente a distri-



(a) Região da placa

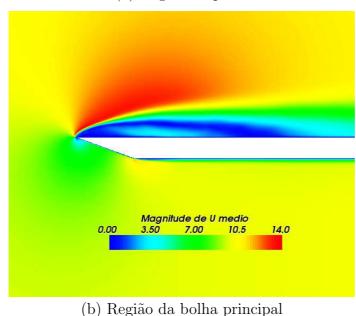


Figura 7.38: Contornos do módulo da velocidade média.

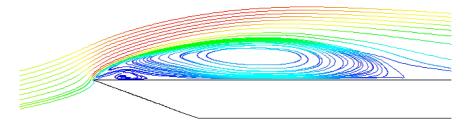


Figura 7.39: Bolha principal e secundária, visualizadas através de linhas de corrente médias.

buição de pressão, conclui-se tratar de uma bolha do tipo curta, para qual o mecanismo de separação é regido por um gradiente adverso de pressão. Se por um lado, isso significa que a correta previsão numérica dessa estrutura

requer uma precisão suficiente para capturar transições de regime, por outro, garante que a incompleta representação da mesma, seja sobrestimando ou superestimando suas dimensões, não redunda em maiores erros nos cálculos da força e outras grandezas de interesse prático.

Sendo assim, a Fig. 7.39 é bastante ilustrativa, no sentido de que apresenta, simultaneamente no mesmo escoamento, os dois tipos principais de bolhas de recirculação estudados na literatura e examinadas na seção 2.1.1, isto é, as bolhas curtas laminares e as bolhas longas, ou de aerofólios finos. Ficam evidenciadas, na mesma Fig. 7.39, as diferenças morfológicas entre elas.

A Fig. 7.40 ilustra as diferentes características dos componentes principais do tensor  $R_{ij}$ , que são ignoradas em metodologias baseadas em média de Reynolds. É evidente que, dentre os três componentes principais de  $R_{ij}$ , a de maior intensidade é o da direção x,  $R_{11}$ . Além disso, a condição de impenetrabilidade na placa obriga que  $R_{22}$  se anule à medida que se aproxima da parede, o que pode ser facilmente constatado da Fig. 7.40 (b). De fato, enquanto nas Figs. 7.40 (a) e (c) as regiões mais intensas "encostam" na parede, na Fig. 7.40 (b),  $R_{22}$  parece "descolar" da placa.

A Fig. 7.41 apresenta algumas linhas de vorticidade coloridas pelos respectivos módulos. A Fig. 7.41 (a) ilustra toda a placa, enquanto que uma ampliação da região da bolha é apresentada na Fig. 7.41(b). Nota-se uma rápida desorganização do escoamento, inicialmente constituído de filamentos de vórtices retilíneos, a montante da bolha de recirculação. Após um curto período, durante o qual estes percorrem uma pequena distância a partir do início da bolha e permanecem razoavelmente alinhados, as instabilidades físicas intrínsecas aos mesmos fazem com que eles se curvem, alcançando configurações mais caóticas.

A coerência das estruturas vorticais é avaliada através do critério Q, calculado pela Eq. 6-19. Considera-se, então, coerentes, aquelas estruturas com valores de Q superiores a um determinado patamar, arbitrariamente escolhido.

A Fig. 7.42 apresenta contornos de Q, para dois patamares diferentes: Q=0 ilustrado nas Figs. 7.42 (a) e (b), e Q=200 ilustrado nas Figs. 7.42 (c) e (d). A Fig. 7.42 (a) engloba toda a região da placa plana, enquanto as demais Figs.7.42 (b) a (d), se concentram na bolha de recirculação principal. Nas primeiras dessas três figuras, a placa plana foi ligeiramente alargada, para permitir uma melhor noção de perspectiva. Na última figura, Fig. 7.42 (d), os contornos foram coloridos com o módulo da vorticidade.

De forma análoga ao observado nos contornos de velocidades ins-

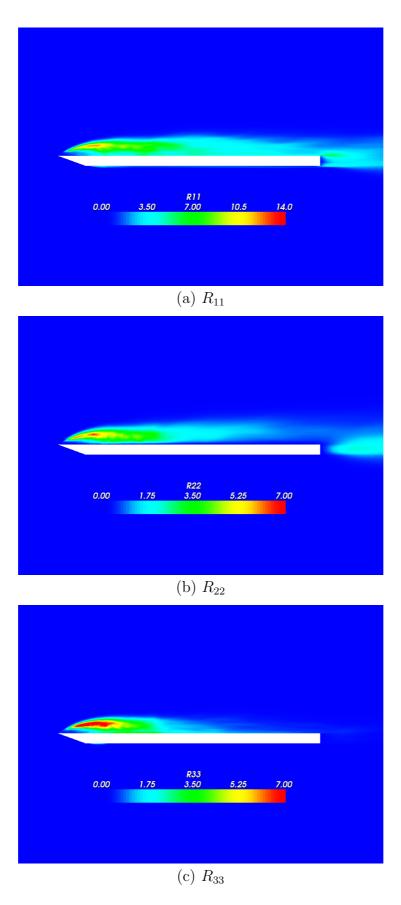
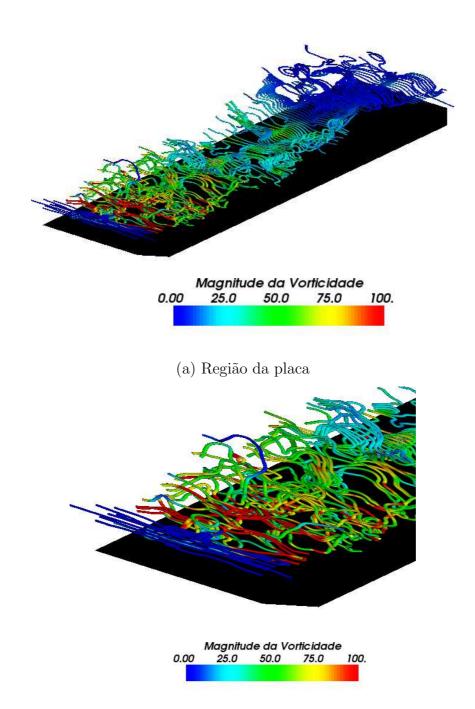


Figura 7.40: Contornos das médias turbulentas.



(b) Região da bolha principal

Figura 7.41: Linhas de vorticidade coloridas pela respectiva intensidade.

tantâneas, Fig. 7.37, é visível, em todas as Figs. 7.42 (a)-(d), que a camada de mistura, formada a partir da separação da camada limite no bordo de ataque, permanece laminar por uma distância da ordem da espessura da placa. Só então começam a ser desprendidas estruturas coerentes que, aos

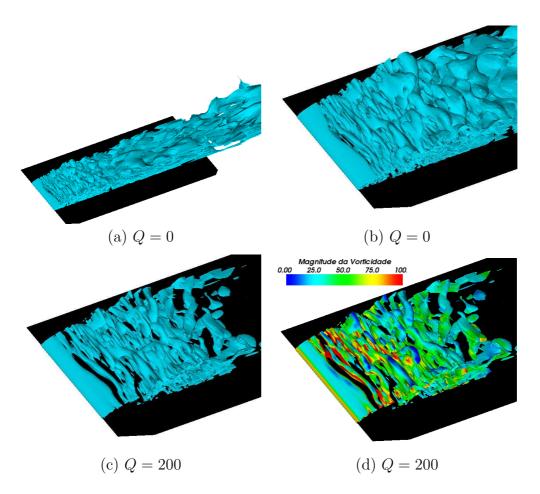


Figura 7.42: Contornos de Q identificando as estruturas coerentes.

poucos, vão se encurvando e quebrando, dando origem a estruturas com direção preferencial menos bem definida e alongamento mais próximo à unidade. É interessante ressaltar que as estruturas referentes a Q=200, se encontram envoltas pelas estruturas correspondentes a Q=0, o que explica porque as estruturas são menores e melhor definidas para Q=200.

Pode-se observar ainda, na Fig. 7.42 (d) que os níveis mais elevados da vorticidade estão associados às estruturas localizadas próximo ao bordo da placa, na região da bolha de recirculação.

Assim, as simulações deste capítulo confirmam as similaridades entre bolhas de aerofólio finos observadas experimentalmente para diferentes ângulos de ataque pequenos. Não só a morfologia, como também aspectos quantitativos da bolha de recirculação principal, são basicamente preservados para ângulos de ataque de 1 e 3 graus. Obviamente, para ângulos de ataque maiores, o comportamento do escoamento muda radicalmente, e a presente investigação física não se aplica. Para ângulos acima de 5 graus, por exemplo, não há mais bolha de recirculação, pois o ponto de recolamento cai fora da placa.

Foi identificada uma bolha secundária, interior à principal, que pode ser classificada, de acordo com as simulações numéricas, como uma bolha curta ou laminar.

## 8 Comentários Finais

Investigou-se o escoamento ao redor de uma placa plana a pequenos ângulos de incidência, utilizando Simulações de Grandes Escalas, com o código aberto OpenFoam, (2006). Comparou-se os resultados obtidos com dados experimentais disponíveis (Cromptom, 2001), e também com resultados de simulações envolvendo metodologias RANS, usando o modelo  $\kappa - \omega$  (Collie et al., 2003).

Simulações de Grandes Escalas de escoamentos aerodinâmicos externos, especialmente os que exigem um extenso domínio computacional, requerem tratamentos adicionais para evitar instabilidades numéricas geradas pelas necessárias variações dos espaçamentos de malha. Tais variações têm efeito equivalente ao de um processo dissipativo, cuja viscosidade pode vir a assumir valores negativos, causando a divergência da solução numérica e inviabilizando a aplicação da metodologia.

Uma primeira solução examinada, aplicada ao escoamento aerodinâmico em torno de uma placa plana a  $1^o$  de ângulo de ataque e número de Reynolds igual a  $2,13\times10^5$ , consistiu em selecionar o tradicional modelo sub-malha de uma equação de Yoshizawa e Horiuti, (1985). Para alcançar solução convergida, foi realizado um particionamento do domínio em duas zonas, onde são empregados diferentes esquemas numéricos. Em locais onde se esperava encontrar vórtices e estruturas transientes importantes, utilizou-se uma malha mais uniforme e o esquema de diferenças centrais, que é não-dissipativo. Nas regiões isentas de atividades turbulentas ou estruturas transientes, adotou-se o esquema Upwind de primeira ordem, cuja robustez permitiu que a malha criada apresentasse uma rápida variação das dimensões dos volumes de controles em direção às fronteiras, diminuindo o número de elementos utilizados e o custo computacional.

Essa abordagem garantiu a estabilidade numérica da solução, sem prejudicar a correta representação da turbulência na região da bolha de recirculação. Os resultados obtidos com o modelo sub-malha de uma equação foram bastante satisfatórios, mesmo com malhas insuficientes para a com-

pleta representação das estruturas mais próximas à parede.

Na região de interesse para o presente trabalho, os dados quantitativos obtidos ficaram bem mais próximos aos dados experimentais do que os resultados de simulações RANS disponíveis na literatura. Isso pode ser atribuído ao fato de que a maior parte da energia contida no escoamento é resolvida numericamente, ao invés de modelada por hipóteses heurísticas. Além disso, a parcela de menor energia, que necessita ser modelada, é composta de estruturas pequenas, as quais sofrem menos influência da geometria, sendo mais universais e passíveis de modelagem física.

A distribuição de pressão sobre a superfície superior da placa merece atenção especial como critério de julgamento da qualidade dos resultados, uma vez que representa a maior parcela da força resultante, a qual muitas vezes é o objetivo maior nas aplicações práticas. O desvio do coeficiente de pressão em relação a dados experimentais obtido com LES foi menor do que o obtido com modelagem RANS, em praticamente toda a corda. Porém, a variação da pressão prevista numericamente em função da coordenada x, entre o bordo de ataque e o pico de sucção na região central da bolha, pode ser aproximadamente descrita por um segmento de reta, enquanto se esperava um perfil mais suave, parabólico, encontrado experimentalmente.

Também em termos qualitativos, a metodologia se mostrou superior, uma vez que a tendência dos perfis de velocidade foi corretamente capturada, o que não ocorreu com modelagens baseadas em média de Reynolds.

Apesar do relativo sucesso obtido com os perfis de velocidade  $\bar{u}_x$  no interior da bolha de recirculação, as médias de flutuações turbulentas de segunda ordem,  $R_{ij}$ , apresentaram grandes disparidades em relação aos dados experimentais, sendo subestimadas próximo ao bordo de ataque, e superestimadas em regiões posteriores. Se no primeiro caso, a explicação para o erro parece residir na excessiva dissipação provocada pelo modelo sub-malha – seja devido a uma energia sub-malha  $k_{SGS}$  elevada ou a uma espessura de malha inadequada – no segundo caso, no qual valores superiores aos experimentais são encontrados, é mais difícil encontrar uma justificativa precisa.

Embora não pareça significativa em termos de cálculo da força aerodinâmica resultante, a presença de uma bolha de recirculação secundária, que se forma após um processo de relaminarização da camada limite, foi constatada em todos os casos simulados no presente trabalho. Nenhum dos modelos RANS previamente utilizados por Collie et al. (2003) foi, no entanto, capaz de detectar essa estrutura.

Percebe-se, assim, que a filtragem decorrente do processo de média

de Reynolds é demasiadamente restritiva, levando à severa perda de informações relevantes para a evolução do escoamento. Em particular, parece pouco provável que a complexidade e a quantidade de informações contidas nas flutuações turbulentas, evidenciadas pelos contornos de  $R_{ij}$  obtidos com a simulação LES, possam ser corretamente capturados por meio de um único campo escalar,  $\nu_t$ , ou por uma representação bi-dimensional do escoamento.

Nos espectros de energia dos componentes de velocidade, identificouse um pico de energia nas baixas freqüências, provavelmente associado a uma tremulação da camada de mistura, observada experimentalmente para ângulos de ataque maiores.

A título de investigação, foi proposta uma segunda alternativa para solucionar os problemas de instabilidades numéricas, baseada em conceitos fundamentais de escoamentos turbulentos e de métodos numéricos. Unindo-se a necessidade de eliminar os menores modos, numericamente problemáticos, com a de representar as características físicas universais da turbulência, segundo as quais a energia é dissipada nas menores e menos energéticas estruturas, propôs-se a adição de um termo de forçamento nas equações de transporte de momento, cuja finalidade era a de atenuar apenas as menores escalas suportadas por uma determinada malha. Com isso, esperava-se resolver, simultaneamente, os problemas de instabilidade numérica e de modelagem sub-malha.

Enquanto outras estratégias abordadas na literatura tratam a modelagem turbulenta como um processo difusivo, o termo de forçamento proposto nesta segunda solução tem caráter essencialmente advectivo. As escalas são atenuadas num tempo característico comparável ao do transporte advectivo, e preferencialmente na direção do fluxo de massa. Em outras palavras, as oscilações espaciais alinhadas com o sentido do escoamento são eliminadas mais rapidamente.

A motivação para se propor essa abordagem alternativa para o fenômeno da turbulência baseia-se no fato de que os termos de fechamento a serem modelados – seja na metodologia RANS, seja nas LES – têm origem nas manipulações algébricas do termo advectivo das equações de transporte.

A proposta apresentada foi, então, testada primeiramente em situações simples, que abrangeram desde testes estáticos, nos quais se verificava para que modos a força sub-malha era nula, até testes dinâmicos envolvendo transporte de um escalar passivo e turbulência homogênea e isotrópica numa caixa periódica.

Através dos testes estáticos, constatou-se que a modelagem proposta é

capaz de, seletivamente, agir apenas sobre os menores modos representáveis por uma determinada malha, com a escolha de parâmetros de tolerância  $(\alpha_f \in \beta_f)$  adequados. Isso significa que, se o esquema numérico usado como base fosse perfeito, sem erros de difusão e dispersão, o termo de forçamento afetaria apenas os últimos números de onda do espectro de energia. Mais do que isso, a rapidez com que os modos indesejáveis são eliminados, ditada pelo valor de  $\alpha_f$ , seria irrelevante para a evolução do escoamento, uma vez que os mesmos não alteram as derivadas espaciais centradas, presentes da equação discretizada. Note-se que, na ausência de efeitos numéricos espúrios, a abordagem proposta perderia a funcionalidade de estabilizar o esquema numérico, restando apenas o papel de modelo sub-malha, atenuando as menores estruturas, as quais seriam então originadas exclusivamente por mecanismos físicos.

Isso pode ser considerado uma virtude do método, uma vez que melhorias no esquema utilizado como base não requerem reformulações no cálculo do forçamento, que delas só se beneficia.

Na prática porém, mostrou-se que os efeitos dispersivos do esquema numérico restringem, para cada valor de  $\beta_f$ , a faixa de valores admissíveis do parâmetro  $\alpha_f$ . Essa última foi avaliada com base no espectro obtido em simulações de escoamentos turbulentos em caixa periódica, tomando-se como referência o espectro de Kolmogorov. Foram então encontradas diversas combinações de parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  que reproduziram, com fidelidade satisfatória, a cascata universal de energia.

Após essa validação inicial, o modelo proposto foi testado no escoamento sobre placa plana com inclinação de um grau em relação à corrente livre e a número de Reynolds igual a  $2,13\times10^5$ , objeto principal de estudo do presente trabalho.

Em termos gerais, não se pode afirmar, com o número limitado de testes realizados, que o modelo proposto é superior ao tradicional modelo de uma equação. Porém, o fato de ter apresentado resultados especialmente precisos em regiões nas quais a hipótese de viscosidade turbilhonar falhava, sugere que há alguma peculiaridade intrínsica do esquema resultante que merece ser estudada e explorada em trabalhos futuros.

Assim, embora as dimensões da bolha de recirculação secundária tenham sido, em geral, superestimadas pelo modelo de forçamento proposto, os demais resultados quantitativos foram satisfatórios, especialmente os perfis dos momentos estatísticos de segunda ordem  $R_{11}$ , do componente da velocidade  $\langle \bar{u}_x \rangle$  fora da bolha, e o coeficiente de pressão cp, no caso de valores adequados de  $\alpha_f$  e  $\beta_f$ .

No caso específico do coeficiente de pressão, observou-se que os mesmos  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  considerados ideais para turbulência homogênea e isotrópica reproduziram com grande precisão os dados experimentais de pressão na superfície superior da placa plana. De fato, a coincidência entre dados numéricos e experimentais só não foi total nas adjacências das extremidades da placa, o que provavelmente aponta a necessidade de refinamento de malha nessas regiões.

Este é um resultado animador, uma vez que uma das informações mais importantes, do ponto de vista prático, é justamente a força aerodinâmica resultante. Para números de Reynolds altos, os efeitos viscosos são praticamente irrelevantes, sendo a pressão a responsável pela maior parcela desta força.

Os bons resultados para os perfis de velocidade média a jusante da bolha são também um indicativo de que, pelo menos em regiões onde a convecção é o mecanismo dominante e a produção de energia não é significativa, a representação da turbulência por um processo difusivo pode ser menos adequada do que a proposta baseada numa força "convectiva".

Além disso, a abordagem proposta se mostrou extremamente tolerante a variações de espaçamento de malha, tanto em termos de estabilidade numérica, quanto, possivelmente, em termos de erros de comutação. As variações de dimensões nos volumes de controle entre a placa e a fronteira de entrada, que normalmente seriam associadas a uma viscosidade espúria negativa e causariam instabilidades numéricas, não causaram nenhuma oscilação espacial na solução final. Ao mesmo tempo, o engrossamento de malha entre a região a jusante da bolha e o bordo de fuga não redundou em efeitos dissipativos que causassem erros nos perfis de  $\langle \bar{u}_x \rangle$ .

Houve uma consistência satisfatória entre os testes com turbulência homogênea e isotrópica numa caixa periódica e os de placa plana, uma vez que a mesma faixa de valores de parâmetros  $\alpha_f$  e  $\beta_f$  que produzia os melhores espectros no primeiro caso, também apresentou os melhores resultados para a placa plana e fina a 1 grau de ângulo de ataque.

O entendimento físico do escoamento sobre placas planas, trazido pelas simulações com 1 grau de ângulo de ataque, foi complementado pelo emprego da metodologia proposta no caso de 3 graus de incidência. Novamente, a metodologia se mostrou estável e apresentou resultados quantitativos razoáveis. Apesar do comprimento da bolha previsto ter sido menor do que o esperado, foram grandes as similaridades entre os resultados numéricos e experimentais.

Fisicamente ficou constatada, em ambos os casos de pequenos ângulos

de ataque testados, a presença de bolhas de recirculação secundárias, internas à principal. Pelo menos numericamente, essa estrutura secundária apresentou as mesmas características das bolhas curtas laminares.

Foi também verificada a instabilidade da linha de corrente que circunda a bolha principal, porém, nas simulações, obteve-se uma transição para o regime turbulento ligeiramente tardia, devido ao limite na resolução da malha.

A distribuição de pressão sobre a superfície da placa mostra um pico de sucção próximo ao centro da bolha. A origem desta zona de baixa pressão está na força centrípeta necessária para manter o movimento circular do fluido no interior da mesma. Após esse mínimo de pressão, a pressão volta a aumentar até a região posterior da bolha, onde se estabiliza num valor que permanece aproximadamente constante até o bordo de fuga.

O perfil da pressão ao longo da placa apresenta uma forma razoavelmente universal. Quando a coordenada x é normalizada pela distância de recolamento, perfis correspondentes a diferentes ângulos de ataque colapsam sobre a mesma curva. Isso significa que a compreensão dos mecanismos físicos que regem o escoamento para a bolha longa de 1 grau de ângulo de ataque, são extensíveis a outras incidências e, possivelmente, a outras bolhas de aerofólio fino encontradas em membranas curvas ou outras geometrias. Daí a grande importância do estudo envolvendo a aplicação da metodologia de Grandes Escalas a placas planas e finas a pequenos ângulos de ataque.

Os contornos das componentes de  $R_{ij}$  evidenciam uma forte anisotropia, que dificilmente pode ser representada pela hipótese de Boussinesq numa modelagem RANS de duas equações. Na melhor das hipóteses, existe a possibilidade de que a modelagem do transporte do tensor de Reynolds possa ajudar nesse sentido, o que deve ser investigado em trabalhos futuros.

O objetivo a longo prazo do estudo da placa plana é permitir uma melhor compreensão do escoamento sobre aerofólios finos e membranas curvas, onde uma bolha longa, similar à estudada no presente trabalho, é formada na região próxima ao bordo de ataque. A Simulação de Grandes Escalas de tais escoamentos, no entanto, requer um número de graus de liberdade e um custo computacional extremamente elevados, principalmente se houver outra separação da camada limite após o recolamento da bolha do bordo de ataque. Nesse caso, a previsão correta do ponto de separação é crítica e requer a correta captura dos níveis de flutuações turbulentas a montante do mesmo. Uma alternativa que pode viabilizar essas simulações, a ser explorada futuramente, consiste no emprego de técnicas mistas envolvendo LES e RANS, de forma a diminuir o custo computacional.

Quanto à abordagem convectiva proposta para a modelagem submalha, deve-se reconhecer que o número de testes de validação aqui realizados foi extremamente limitado. Serão necessários futuros testes mais detalhados, preferencialmente envolvendo classes de escoamento completamente diferentes. Sugere-se então para futuros trabalhos, simulações de jatos livres e impingentes, com e sem rotação azimutal, nas quais além de estruturas turbulentas anisotrópicas, são avaliados os desempenhos perante malhas com razão de aspecto dos volumes de controle bem diferente da unidade. Apesar dessas anisotropias físicas e de malha estarem bem presentes no escoamento sobre placas planas, são necessários testes mais sistemáticos que possibilitem a detecção de falhas e o aprimoramento da metodologia proposta.

Cumpre ressaltar que no presente trabalho foi apresentada apenas uma das possíveis maneiras de se modelar o termo de forçamento a partir de um "detetor de modos indesejáveis", o qual é baseado na diferença entre dois esquemas numéricos para o cálculo do gradiente. A partir desse mesmo detetor, podem-se construir outros modelos, que podem vir a apresentar resultados ainda melhores. Acredita-se, apesar dos bons resultados, que o modelo proposto ainda está longe do ideal, como pode ser constatado a partir da dificuldade da correta captura das dimensões da bolha secundária.

Futuras abordagens podem explorar, por exemplo, uma formulação implícita para o forçamento, o qual foi tratado exclusivamente de forma explícita no presente trabalho.

Em suma, considera-se fundamental uma melhor compreensão dos reais potenciais e limitações de cada uma das abordagens da turbulência submalha examinadas no presente trabalho. É possível, por exemplo, que o modelo proposto seja mais adequado em determinados regimes de escoamento, enquanto modelos tradicionais sejam mais apropriados em outros. Espera-se, futuramente, poder mesclar as qualidades da representação por meio de um processo advectivo, conforme proposto, com as virtudes da consagrada hipótese de Boussinesq, na qual a transferência de energia entre escalas resolvidas e não resolvidas é sintetizada por meio de um processo difusivo.

## **Bibliografia**

- [1] ADAMS, N.. The role of deconvolution and numerical discretization in subgrid-scale modelling. In: Geurts, F.; Métais, editors, DIRECT AND LARGE-EDDY SIMULATION IV, p. 311–320. Kluwer, 2001.
- [2] AUPOIX, B.. Subgrid scale models for homogeneous anisotropic turbulence. In: PROCEEDINGS OF THE EUROMEC COLLOQUIUM 199, DIRECT AND LARGE EDDY SIMULATION OF TURBULENCE, volumen 15 de Notes on numerical fluid mechanics, p. 36–66. Vieweg, 1985.
- [3] BAGGETT, J. S.. On the feasibility of merging LES with RANS for the near-wall region of attached turbulent flows. In: ANNUAL RESEARCH BRIEFS, p. 267, Palo Alto, California, 1998. Center for Turbulence Research, Stanford University.
- [4] BALARAS, E.; BENOCCI, C.. Subgrid-scale models in finite-difference simulations of complex wall bounded flows. In: AGARD CP, volumen 551, p. 2.1–2.5, Neuilly-Sur-Seine, France, 1994. AGARD.
- [5] BALARAS, E.; BENOCCI, C.; PIOMELLI, U.. Two-layer aproximate boundary conditions for large eddy simulations. AIAA Journal, 34:1111, 1996.
- [6] BALARAS, E.. Modeling complex boundaries using an external force field on fixed cartesian grids in large-eddy simulations. Computers & Fluids, 33:375–404, 2004.
- [7] BLAISDELL, G. A.; SPYROPOULOS, E. T.; QIN, J. H.. The effect of the formulation of nonlinear terms on aliasing errors in spectral methods. Applied Numerical Mathematics, 21(3):207–219, 1996.

[8] CABOT, W.. Large-eddy simulations with wall models. In: ANNUAL RESEARCH BRIEFS, p. 41, Palo Alto, California, 1995. Center for Turbulence Research, Stanford University.

- [9] CABOT, W.; MOIN, P.. Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. Flow Turb. Combust., 63:269, 1999.
- [10] CHAPMAN, D. R.. Computational aerodynamics development and outlook. AIAA Journal, 17(12):1293, 1979.
- [11] CHOW, F. K.; MOIN, P.. A further study of numerical errors in large-eddy simulations. Journal of Computational Physics, 184:366–380, 2003.
- [12] CIOFALO, M.. Large-eddy simulation: A critical survey of models and applications. Adv. Heat Transf., 25:321, 1994.
- [13] CLARK, R. A.; FERZIGER, J. H.; REYNOLDS, W. C.. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. Journal of Fluid Mechanics, 91(1):1–16, 1979.
- [14] CODINA, R... Stabilization of incompressibility and convection through orthogonal sub-scales in finite elements methods. Computational Methodos Applied to Mechanical Engeneering, 190(13-14):1579–1599, 2000.
- [15] COLLIE, S.; JACKSON, P. S.; GERRITSEN, M.. Turbulence modelling of the flat plate at shallow incidence. Personal Communication, 2003.
- [16] COLLIE, S.; GERRITSEN, M.; JACKSON, P.. Performance of two-equation turbulence models for flat plate flows with leading edge bubbles. Journal of Fluids Engineering, 2006. in Press.
- [17] COMTE-BELLOT, G.; CORRSIN, S.. The use of a contraction to improve the isotropy of grid-generated turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 25:657–682, 1966.
- [18] CRABTREE, L. F.. The formation of regions of separated flow on wing surfaces. Technical Report RM-3122, Aeronautical Research Council, London, 1957.

[19] CROMPTOM, M. J.; BARRET, R. V.. Investigation of the separation bubble formed behind the sharp leading edge of a flat plate at incidence. In: PROC. INSTN MECH. ENGRS, volumen 134, 2000.

- [20] CROMPTOM, M.. The Thin Airfoil Leading Edge Separation Bubble. PhD thesis, Department of Aerospace Engineering University of Bristol, 2001.
- [21] DEARDORFF, J. W.. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. Journal of Fluid Mechanics, 41:453, 1970.
- [22] DUBIEF, Y.; DELCAYRE, F.. On coherent-vortex identification in turbulence. Journal of Turbulence, 1(011), 2000.
- [23] DUCROS, F.. Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles. PhD thesis, Grenoble, France, 1995.
- [24] ESWARAN, V.; POPE, S. B.. An examination of forcing in direct numerical simulations of turbulence. Computers and Fluids, 16(3):257–278, 1988.
- [25] FORNBERG, B.. Numerical study of 2-d turbulence. Journal of Computational Physics, 25(1):1–31, 1977.
- [26] FUREBY, C.; TABOR, G.; WELLER, H. G.; GOSMAN, A. D.. A comparative study of subgrid scale models in homogeneous isotropic turbulence. Physics of Fluids, 9(5):1416–1429, 1997.
- [27] FUREBY, C.; GRINSTEIN, F. F.. Monotonically integrated large eddy simulation of free shear flows. AIAA Journal, 37(5):544–556, 1999.
- [28] FUREBY, C.; GRINSTEIN, F. F.. Recent progress on MILES for high Reynolds-number flows. Journal of Fluids Engineering, 124(4):848–861, December 2002.
- [29] GASTER, M.. The structure and behaviour of laminar separation bubbles. In: AGARD, número CP-4, Part 2, p. 813–854, 1966.
- [30] GAULT, D.. An experimental investigation of regions of separated laminar flow. Technical report, NACA TN, 1955.

[31] GAULT, D. E.. An investigation at low speed of the flow over a simulated flat plate at small angles of attack using pitot static and hot-wire probes. Technical Report TN-3876, NACA, 1957.

- [32] GERMANO, M.; PIOMELLI, U.; MOIN, P.; CABOT, W. H.. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. Phys. Fluids A, 3(7):1760–1765, 1991.
- [33] GERMANO, M.. Turbulence: The filtering approach. J. Fluid Mech., 238:325–336, 1992.
- [34] GERMANO, M.. From RANS to DNS: Towards a bridging model. In: Voke, P.; Sandham, N.; Kleiser, L., editors, DIRECT AND LARGE-EDDY SIMULATION III, PROCEEDINGS OF THE ISAAC NEWTON INSTITUTE SYMPOSIUM / ERCOFTAC WORKSHOP, volumen 7, p. 225–236. Kluwer, 1999.
- [35] GERMANO, M.. On the physical effects of variable filtering lenghts and times in LES. In: Friedrich, R.; Rodi, W., editors, ADVANCES IN LES OF COMPLEX FLOWS, PROCEEDINGS OF THE EUROMECH COLLOQUIUM 412, p. 3–11. Kluwer, 2000.
- [36] GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F.. Matrix Computations. Johns Hopkins, third edition edition, 1996.
- [37] GRIGORIADIS, D. G. E.; BARTZIS, J. G.; GOULAS, A.. Efficient treatment of complex geometries for large eddy simulations of turbulent flows. Computers & Fluids, 33:201–222, 2004.
- [38] GROTZBACH, G.. Direct numerical and large eddy simulation of turbulent channel flows. In: Chereminisoff, N. P., editor, ENCICLOPEDIA OF FLUID MECHANICS, p. 1337. Gulf Publ., West Orange, NJ, 1987.
- [39] GUERMOND, J. L.. Stabilization of Galerkin approximations of transport equations by subgrid modeling. M2AN, 33(6):1293–1316, 1999.
- [40] GUERTS, B.. Elements of Direct and Large Eddy Simulations. Edwards, 2004.
- [41] HOFFMAN, G.; BENOCCI, C.. Approximate wall boundary conditions for large-eddy simulations. In: (Ed.), R. B., editor,

- ADVANCES IN TURBULENCE V, p. 222. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [42] HORTON, H. P.. A semi-empirical theory for the growth and bursting of laminar separation bubbles. Technical Report ARC CP-1073, Aeronautical Research Council, London, 1969.
- [43] HORIUTI, K.. A proper velocity scale for modeling subgridscale eddy viscosities in large eddy simulation. Phys. Fluids A, 5(1):146–157, 1993.
- [44] HUGHES, T. J. R.; MAZZEI, L.; OBERAI, A. A.. The multiscale formulation of large eddy simulation: Decay of homogeneous isotropic turbulence. Physics of Fluids, 12(2):505–512, February 2001.
- [45] ISSA, R.. Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator-splitting. Journal of Computational Physics, 62:40–65, 1985.
- [46] JASAK, H.. Error analysis and estimation for the finite volume method with application to fluid flows. PhD thesis, Imperial College, London, 1996.
- [47] JONES, B. M.. **Stalling**. Journal of Royal Aerodynamic Society, 38(285):741–770, 1934.
- [48] KANEDA, Y.; ISHIHARA, T.. Energy dissipation rate and energy spectrum in high resolution direct numerical simulations of turbulence in a periodic box. Physics of Fluids, 15(2):21–24, February 2003.
- [49] KOLMOGOROV, A.. Dissipation of energy in a locally isotropic turbulence. Doklady Akad. Nauk SSSR, 32(141), 1941. Tradução para o inglês em: American Mathematical Society Translations 1958, Series 2, Vol 8, p. 87, Providence R.I.
- [50] KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P.; MOSER, R.. Zonal embedded grids for numerical simulations of wall-bounded turbulent flows. J. of Computational Physics, 127:412, 1996.
- [51] KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P.. On the effect of numerical errors in large eddy simulations of turbulent flows. Journal of Computational Physics, 131:310–322, 1997.

[52] KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P.; E SHARIFF, K.. B-spline method and zonal grids for simulations of complex turbulent flows. Journal of Computational Physics, 151:757–789, 1999.

- [53] LEONARD, B. P.. A stable accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation. Computer methods in Appl. Mechanics and Engineering, 19:59–88, 1979.
- [54] LESIEUR, M.; MÉTAIS, O.; COMTE, P.. Large-Eddy Simulations of Turbulence. Cambridge University Press, 2005.
- [55] LIEBECK, R. H.. Laminar separation bubbles and airfoil design at low Reynolds number. In: AIAA, número J-92-2735-CP, p. 441-455, 1992.
- [56] LILLY, D. K.. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. Phys. Fluids A, 4(3):633–635, 1992.
- [57] LIMA E SILVA, A. L. F.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. J. R.. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. Journal of Computational Physics, (189):351–370, 2003.
- [58] MASON, P. J.; CALLEN; S., N.. On the magnitude of the subgrid-scale eddy coefficient in large-eddy simulations of channel flow. J. Fluid Mech, 162:439, 1986.
- [59] MATHIEU, J.; SCOTT, J.. An Introduction to Turbulent Flow. Cambridge University Press, first edition edition, 2000.
- [60] MCCULLOUGH, G. B.; GAULT, D. E.. Examples of three representative types of airfoil stall at low speed. Technical Report TN-2502, NACA, 1951.
- [61] MCGREGOR, I.. Regions of localized boundary layer separation and their role in the nose-stalling of aerofoils. PhD thesis, Queen Mary College, University of London, 1954.
- [62] MENTER, F. R.. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, 32(8):1598– 1605, 1994.
- [63] MENEVEAU, C.; LUND, T. S.. The Smagorinsky model and scale-dependent coefficients in the viscous range of turbulence. Phys. Fluids, 9(12):3932–3934, 1997.

[64] MITTAL, R.; MOIN, P.. Suitability of upwind-biased finite difference schemes for large-eddy simulation of turbulent flows. AIAA Journal, 35:1415–1417, 1997.

- [65] MOHAMED, M. S.; LARUE, J. C.. The decay power law in gridgenerated turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 219:195–214, 1990.
- [66] MOIN, P.. Advances in large eddy simulation methodology for complex flows. International Journal of Heat and Fluid Flow, 23:710–720, 2002.
- [67] NAGARAJAN, S.; LELE, S. K.; FERZIGER, J. H.. A robust highorder compact method for large eddy simulation. Journal of Computational Physics, 191:392–419, 2003.
- [68] NEWMAN, B. G.; TSE, M. C.. Incompressible flow past a flat plate aerofoil with leading edge separation bubble. Aeronautical Journal, (96):57–64, 1992.
- [69] NIECKELE, A. O.; NACCACHE, M. F.; GOMES, M. S. P.. Numerical simulation of a three dimensional aluminum melting furnace. Journal of Energy Resources Technology, 126(1):72–81, 2004.
- [70] NIKITIN, N.; NICOUD, F.; WASISTHO, B.; SQUIRES, K.; SPA-LART, P.. An approach to wall modeling in large-eddy simulations. Phys. Fluids, 12:1629, 2000.
- [71] O'MEARA, M. M.; MUELLER, T. J.. Laminar separation bubble characteristics on an airfoil at low Reynolds numbers. AIAA Journal, 25(8):1033–1041, 1987.
- [72] OPENFOAM. http://www.opencfd.co.uk/openfoam/.
- [73] OWEN, P. R.; KLANFER, L.. On the laminar boundary-layer separation from the leading edge of a thin aerofoil. Technical Report CP 220, ARC, 1953.
- [74] PATANKAR, S.. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere, New York, 1980.
- [75] PAULEY, L. L.; PARVIZ, M.; REYNOLDS, W. C.. The structure of two-dimensional separation. Journal of Fluid Mechanics, (220):397–411, 1990.

[76] PESKIN, C. S.. Flow patterns around heart valves: a numerical method. Journal of Computational Physics, 10:252–271, 1972.

- [77] PESKIN, C. S.. Numerical analysis of blood flow in the heart. Journal of Computational Physics, 25:220–252, 1977.
- [78] PIOMELLI, U.; FERZIGER, J.; MOIN, P.; KIM, J.. New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows. Phys. Fluids, A(1):1061, 1989.
- [79] PIOMELLI, U.. Large-eddy simulation: achievements and challenges. Progress in Aerospace Sciences, 35:335–362, 1999.
- [80] PIOMELLI, U.; BALARAS, E.. Wall-layer models for large-eddy simulations. Annual Review of Fluid Mechanics, 34:349, 2002.
- [81] POPE, S. B.. Turbulent Flows. Cambridge, 2000.
- [82] ROY, S.; BAKER, A. J.. Nonlinear, subgrid embedded finiteelement basis for accurate, monotone, steady cfd solutions. Numerical Heat Transfer, 31:135–175, 1997.
- [83] SAGAUT, P.. Numerical simulations of separated flows with subgrid models. La Recherche Aérospatiale, 1:51–63, 1996.
- [84] SAGAUT, P.. Large Eddy Simulation for Incompressible Flows, An Introduction. Springer, second edition edition, 2002.
- [85] SCHUMANN, U.. Subgrid scale model for finite difference simulation of turbulent flows in plane channels and annuli. Journal of Computational Physics, 18:376, 1975.
- [86] SCHMIDT, R. C.; KERSTEIN, A. R.; WUNSCH, S.; NILSEN, V.. Near wall LES closure based on one-dimensional turbulence modeling. Journal of Computational Physics, 186:317–355, 2003.
- [87] SHARIFF, K.; MOSER, R.. Two dimensional mesh embedding for b-spline. Journal of Computational Physics, 145:471, 1998.
- [88] SMAGORINSKY, J.. General circulation experiments with the primitive equations. i: the basic experiment. Monthly Weather, Rev. 91(3):99–165, 1963.
- [89] SPALART. A one equation turbulence model for aerodynamic flows. La Recherche Aerospatiale, 1:5–21, 1994.

[90] SPALART, P. R.; JOU, W. H.; STRELETS, M.; ALLMARAS, S. R.. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In: FIRST AFOSR INTERNATIONAL CONFERENCE ON DNS/LES, Ruston, Louisiana, USA, 1997.

- [91] SPALART, P. R.. Strategies for turbulence modelling and simulations. International Journal of Heat and Fluid Flow, 21:252– 263, 2000.
- [92] TSENG, Y. H.; FERZIGER, J.. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. Journal of Computational Physics, 192:593–623, 2003.
- [93] TSUBOKURA, M.. Proper representation of the subgrid-scale eddy viscosity for the dynamic procedure in large eddy simulation using finite difference method. Physics of Fluids, 13(2):500–504, 2001.
- [94] VASILYEV, O. V.; LUND, T. S.. A general theory of discrete filtering for LES in complex geometry. In: ANNUAL RESE-ARCH BRIEFS, Palo Alto, California, 1997. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford University.
- [95] VASILYEV, O. V.; LUND, T. S.; MOIN, P.. A general class of commutative filters for LES in complex geometries. Journal of Computational Physics, 146:82–104, 1998.
- [96] WARD, J. W.. The behaviour and effects of laminar separation bubbles on aerofoils in incompressible flow. Journal of Royal Aerodynamic Society, 67:783–790, 1963.
- [97] WILCOX, D. C.. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. AIAA Journal, 26, 1988.
- [98] YOSHIZAWA, A.; HORIUTI, K.. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. Journal of the Physical Society of Japan, 54(8):2834–2839, 1985.
- [99] YOSHIZAWA, A.; KOBAYASHI, K.; KOBAYASHI, T.; TANIGU-CHI, N.. A non-equilibrium fixed-parameter subgrid-scale model obeying the near-wall asymptotic contraint. Physics of Fluids, 12(9):2338–2344, 2000.

[100] YULE, A. J.; DAMOU, M.; KOSTOPOULOS, D.. **Modeling** confined jet flow. International Journal of Heat and Fluid Flow, 14(1), 1992.

## **Livros Grátis**

( <a href="http://www.livrosgratis.com.br">http://www.livrosgratis.com.br</a>)

## Milhares de Livros para Download:

<u>Baixar</u>	livros	de	Adm	<u>inis</u>	tra	ção

Baixar livros de Agronomia

Baixar livros de Arquitetura

Baixar livros de Artes

Baixar livros de Astronomia

Baixar livros de Biologia Geral

Baixar livros de Ciência da Computação

Baixar livros de Ciência da Informação

Baixar livros de Ciência Política

Baixar livros de Ciências da Saúde

Baixar livros de Comunicação

Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE

Baixar livros de Defesa civil

Baixar livros de Direito

Baixar livros de Direitos humanos

Baixar livros de Economia

Baixar livros de Economia Doméstica

Baixar livros de Educação

Baixar livros de Educação - Trânsito

Baixar livros de Educação Física

Baixar livros de Engenharia Aeroespacial

Baixar livros de Farmácia

Baixar livros de Filosofia

Baixar livros de Física

Baixar livros de Geociências

Baixar livros de Geografia

Baixar livros de História

Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura

Baixar livros de Literatura de Cordel

Baixar livros de Literatura Infantil

Baixar livros de Matemática

Baixar livros de Medicina

Baixar livros de Medicina Veterinária

Baixar livros de Meio Ambiente

Baixar livros de Meteorologia

Baixar Monografias e TCC

Baixar livros Multidisciplinar

Baixar livros de Música

Baixar livros de Psicologia

Baixar livros de Química

Baixar livros de Saúde Coletiva

Baixar livros de Serviço Social

Baixar livros de Sociologia

Baixar livros de Teologia

Baixar livros de Trabalho

Baixar livros de Turismo