UM MODELO DE OPÇÕES REAIS PARA AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTO EM NAVIOS PETROLEIROS

Mauro Rezende Filho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Aprovada por:

____

Prof. Floriano Carlos Martins Pires Junior, D. Sc.

____

Prof. Raad Yahya Qassim, Ph.D.

____

Prof. Luiz Felipe Assis, D. Sc.

____

Dr. Júlio César Silva Neves, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2006

REZENDE, MAURO FILHO
Um Modelo de Opções Reais para Avaliação de Investimento em Navios Petroleiros [Rio de Janeiro] 2006
X, 115 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Oceânica, 2006)
Dissertação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE
1. Investimento em Navios Petroleiros
I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

À minha esposa Bel, minhas filhas Roberta e Patrícia e minha mãe Alzira, pelo apoio e incentivos, e aos meus amigos Mário, Célia, Wilson e Vera pelo suporte, pois sem eles esta tese não teria sido concluída.

Agradecimentos especiais ao meu orientador o prof. Floriano Carlos Martins Pires Junior pela sua paciência, apoio e suporte, bem como ao prof. Raad Yahya Qassim que introduziu inicialmente o tema de Opções Reais.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM MODELO DE OPÇÕES REAIS PARA AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTO EM NAVIOS PETROLEIROS

Mauro Rezende Filho

Novembro/2006

Orientador: Floriano Carlos Martins Pires Junior

Programa: Engenharia Oceânica

Em finanças corporativas e em análises tradicionais de projetos, os modelos de fluxo de caixa descontado têm prevalecido como a estrutura básica para a grande maioria das análises de geração de valor para as empresas. A evolução da teoria de precificação de opções, contudo, adicionou às teorias e práticas usuais de finanças um novo conjunto de ferramentas necessárias para gerenciar e explorar o valor advindo da incerteza e da volatilidade, que ampliam os parâmetros da geração de valor ao acrescentarem os conceitos da flexibilidade gerencial. Dentro deste contexto, o presente trabalho buscou pesquisar e apresentar a metodologia de avaliação de investimentos em ativos reais com base na teoria de precificação de opções (opções reais), suas características, limitações e aplicações em ambientes empresariais caracterizados pela alta volatilidade econômica.

Como resultado desse trabalho, conclui-se que a análise de opções reais pode ser uma alternativa viável e preferencial às metodologias tradicionais, quando inserida num ambiente de grandes incertezas e flexibilidade gerencial, tal como o ambiente geral que caracteriza o mercado brasileiro.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A REAL OPTIONS MODEL FOR INVESTMENT EVALUATION IN SHIPS TANKERS

Mauro Rezende Filho

November/2006

Advisor: Floriano Carlos Martins Pires Junior

Department: Oceanic Engineering

In corporate finance and traditional capital budgeting, discounted cash flow methods have prevailed as the basic structure in most approaches to investment and shareholder value analysis. The evolution of the option pricing theory, however, has added a whole new set of tools to the traditional group of theories and practices, necessary to the good management and exploitation of the value from uncertainty and volatility. These tools broaden the value generation parameters by adding the managerial flexibility and uncertainty concepts. Amid this overall context, the present work has tried to research and present the real asset investment analysis methodology based on the option pricing theory (real options), its characteristics, limitations and applications in business environments characterized by high economic volatility. Therefore, this study begins with the review of several theories used in capital budgeting, aiming to present them from their most basic form, up to the main, most sophisticated and recent methods, which include concepts like time value of the money and risk.

As a result of this study, it is concluded that the real options analysis may be a viable and preferable alternative if compared to traditional methodologies, when used in an uncertain environment, in association with managerial flexibility, like the general environment that characterizes the Brazilian market.

ÍNDICE

GRÁFICOS

TABELAS

FIGURAS

ANEXOS

1. Introdução

Nesta tese, estaremos introduzindo a teoria de opções reais objetivando a análise da compra de embarcação do tipo *suezmax* (140.000 tpb) e sua operação, admitindo como premissa inicial que será operado durante a sua vida útil (15 anos), quando o mesmo então será vendido (opção de abandono).

Para tanto, se faz necessário o estudo das séries históricas de taxas de *time charter* (TC), de preços de navios novos (NB) e de navios de segunda mão (SH), as quais conforme apresentado no capítulo 3, apresentam uma volatilidade representativa.

No capítulo 2 faremos uma revisão das ferramentas utilizadas tradicionalmente para a avaliação de investimentos, tanto as determinísticas como as estocásticas.

No capítulo 3, iniciaremos o estudo do projeto pelo método tradicional, suportado pela técnica de simulação de Monte Carlo. Sua viabilidade será analisada, com uma abordagem diferente da normalmente realizada quando da utilização de técnicas de simulação, onde definimos a distribuição de probabilidade desejada ou esperada, e determina-se o Valor Presente Líquido (VPL) do projeto.

A metodologia proposta consiste na simulação das séries, a partir dos modelos ajustados, onde a correlação entre as séries simuladas é garantida através da geração de séries de resíduos, ruídos brancos, com o coeficiente de correlação das séries observadas.

No capítulo 4, apresentamos a Teoria de Opções Reais, com suas metodologias mais utilizadas, e apresentamos um exemplo simples de sua aplicação.

No capítulo 5, será introduzida na análise do projeto apresentado no capítulo 3, o estudo da opção de abandono sempre que o valor do VPL for inferior à expectativa do armador. A contribuição esperada é a de analisar o impacto da opção de abandono do projeto em algum momento de sua vida útil, determinando-se então o valor desta em contraponto à análise tradicional do Valor Presente Liquido (VPL). Esta análise será realizada a cada cinco anos após o início do projeto

Inicialmente é importante salientar que a atividade econômica de transporte marítimo está dividida em cinco mercados separados em dois grandes grupos:

- Cargas - granéis líquidos, granéis sólidos e carga geral (contêineres, *roll-on-roll-off*, etc.),
- Passageiros - navios de cruzeiro (turismo) e *ferry-boats* (passageiros e carros).

O grupo de cargas, que representa quase que a totalidade dos recursos financeiros movimentados tem a seguinte característica:

- Granéis líquidos:
  - Clientes: grandes empresas da área de petróleo (prospecção, extração, refino e distribuição de derivados). Essas empresas são proprietárias de aproximadamente 35% da frota mundial de navios-tanque;
  - Vendedores: armadores e proprietários de navios;
  - Características operacionais básicas: transporte de grandes quantidades de produtos, em fluxos contínuos, entre as áreas de extração, as unidades de refino e os mercados consumidores;
  - Os contratos de afretamento por longo prazo (*time charter* ou *bareboat charter*) são predominantes;
  - Contratos *voyage charter* são mais usados para o atendimento de demandas sazonais (mercado *spot* de petróleo). Esse mercado apresenta grande variação nos índices de frete, em decorrência de fatores cíclicos (eventos climáticos aleatórios, fatores políticos, por exemplo);
  - Taxa de afretamento baseada no índice *Worldscale*, que é calculado para um navio padrão de 19.500 tpb (toneladas de peso bruto), cobrindo despesas de combustível, portos e travessias, mais um valor fixo diário para as demais despesas. Esta taxa de frete é calculada para diversas rotas, sendo atualizada de acordo com variações nos componentes de custo.

- Granéis sólidos:
  - Nos contratos por tempo inferior a um ano, buscam-se embarcações no mercado aberto;
  - Mercado aberto: rede internacional de comunicações, ligando ofertantes e demandantes de navios;

- O principal balcão de negociação é o *Baltic Shipping Exchange*, de Londres, que realiza diariamente duas sessões de comunicação entre os agentes dos armadores e dos afretadores:
  - 1ª sessão = definição dos navios, das rotas e das cargas demandadas;
  - 2ª sessão = definição do valor do fretes ou dos afretamentos.

PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DOS MERCADOS DE GRANÉIS SÓLIDOS

GRANÉIS SÓLIDOS MINERAIS	GRANÉIS SÓLIDOS ALIMENTARES
mercado com poucos produtores e compradores	maior número de produtores e compradores
pouca incerteza	mercado mais dinâmico
os contratos em geral são de longo prazo	os contratos em geral são *time charter*, de curto prazo, ou *voyage charter*

- Carga geral
  - Principal mercado mundial de marinha mercante. Transporte de produtos industrializados, normalmente mercadorias com alto valor agregado que não se enquadram nas categorias anteriores (granéis líquidos ou sólidos);
  - Podem ser transportados vários produtos, em embalagens unitizadas (contêineres, *pallets* etc.) ou como carga solta em porões de navios multiuso;
  - Também são transportados em navios especializados, tais como: *roll-on-roll-off* (veículos e máquinas agrícolas), frigoríficos, etc.;
  - As viagens são regulares com rotas e escalas definidas, havendo grande integração com outros modais de transporte, através de redes e sistemas de logística;
  - Existem poucas empresas de grande porte operando internacionalmente, pois a operação nesse mercado requer grandes investimentos;
  - É necessária uma rede de agentes comerciais para captação de carga nos principais portos e centros industriais e comerciais do mundo, além de terminais para recepção e distribuição das cargas dos clientes e para a estocagem provisória entre as escalas dos navios;
  - A generalização dos processos de gestão industrial com baixo nível de estoques - *just in time* - obriga os armadores a oferecerem serviços com intervalos menores entre escalas, exigindo um maior número de navios operando em cada rota;

- Existem elevadas barreiras à entrada: altos investimentos iniciais para constituição de frotas e para a montagem de uma rede de agentes comerciais; controle direto ou acesso privilegiado a instalações portuárias em diversos países; capacidade de atuar globalmente de forma isolada ou em associação com outras empresas etc..

Os principais tipos de contratos são os seguintes:

➢ CONTRATO *VOYAGE-CHARTER*
  - O armador transporta uma quantidade pré-estabelecida de uma mercadoria de um porto "A" para um porto "B", em um navio específico, dentro de um determinado intervalo de tempo;
  - O armador é responsável por todos os custos associados a prestação do serviço, sendo seu preço cotado em "US$/ton" transportada;
  - A viagem pode ter início imediato (mercado *spot charters*), ou futuro (*foward charters*).

➢ CONTRATO *TIME CHARTER* OU *TERM CHARTER*
  - A embarcação é afretada por um período pré-determinado de tempo;
  - O afretador pode operar o navio em quaisquer rotas, sendo responsável pelo combustível, despesas portuárias e outras relacionadas ao manuseio da carga;
  - O armador fica responsável pela tripulação, sua manutenção e pela performance do navio (velocidade, consumo de combustível etc.);
  - O preço, conhecido como *time charter rate* ou *term charter rate*, é normalmente expresso em US$/tpb/dia.

➢ CONTRATO DE AFRETAMENTO - *CONTRACT OF AFFREIGHTMENT*
  - A embarcação é afretada por um período de tempo para transportar uma quantidade pré-estabelecida de carga;
  - O armador pode alocar qualquer navio para atender ao cliente, podendo até trocar de navio durante o contrato.

➢ AFRETAMENTO A CASCO NU - *BAREBOAT CHARTER*
  - A embarcação é afretada sem tripulação, sem combustível, por prazo determinado e com local de recebimento e devolução pré-acordados;

- O afretador é responsável pela armação do navio (combustíveis, água e alimentos), pela tripulação e por todos os equipamentos adicionais necessários à operação;
- Este tipo de contrato cobre, muitas vezes, toda vida útil do navio (15/20 anos). Na prática, equivale a uma operação de aquisição da embarcação;
- Muitos contratos de afretamento a casco nu são na realidade contratos de *leasing*, com ou sem opção de compra, elaborados e adaptados à legislação dos países de origem das empresas de navegação afretadoras (por exemplo, os países de religião oficial muçulmana proíbem a cobrança de juros, obrigando as empresas a realizarem contratos de afretamento ao invés de *leasing*).

As empresas de transporte marítimo e armadores individuais têm sempre diante de si o seguinte dilema a ser solucionado: comprar um navio e operá-lo ou afretá-lo?

2. Análise das Ferramentas Utilizadas para Avaliação de Investimentos

Para que possamos entender melhor o conceito de Opções Reais, é interessante inicialmente descrever o conceito básico dos métodos mais utilizados na avaliação de investimentos.

Inserida num contexto de crescente competitividade, de fusões, aquisições e privatizações, a área de avaliação de investimentos tornou-se, nas últimas décadas uma das mais importantes e ativas na comunidade financeira mundial. Diversos teóricos e analistas de mercado têm se dedicado amplamente ao desenvolvimento e aprimoramento de técnicas que possam avaliar, com a melhor precisão possível, o verdadeiro valor e as melhores escolhas entre projetos de investimento.

Ainda mais usual é a necessidade de avaliação para monitoramento das decisões de gestão, advinda da estrutura do mercado de capitais que normalmente separa a figura do acionista da do gestor, sugerindo formas objetivas de controle e acompanhamento do trabalho desenvolvido pelos executivos na obtenção do valor mais alto possível para cada ação pertencente aos acionistas da companhia.

Como regra geral, os indivíduos buscam tomar decisões de investimentos que maximizem sua satisfação ou consumo ao longo do tempo. Analogamente, as empresas se preocupam em maximizar a riqueza de seus acionistas, ajudando-os a atingir o seu objetivo de consumo máximo.

A análise financeira, assim, almeja fornecer os meios para tornarem flexíveis e corretas as decisões de investimento no momento mais apropriado e mais vantajoso, com a compensação mais equilibrada entre risco e retorno.

Ao se avaliar um investimento real, busca-se obter o seu *fair value* ou aquele que representa de modo equilibrado as potencialidades e os custos de determinado projeto. Entretanto, vale notar que não há um valor correto para um investimento, pois o seu valor deve ser determinado considerando-se as diferentes perspectivas e incertezas existentes. Isto significa que o preço do ativo em questão somente será definido a partir da interação dos desejos, da flexibilidade dos diversos participantes e do desenrolar dos fatos desconhecidos com o passar do tempo.

Acrescente-se, ainda, que o processo envolve uma série de avaliações subjetivas que influenciam sobre o valor a ser obtido. As percepções sobre o valor de um projeto podem ser variadas. Eventualmente, alguns podem perceber no investimento sérias restrições, enquanto outros podem visualizar possibilidades de implementação de ajustes estratégicos e assegurar bons retornos.

Da mesma forma, diversos fatores influem nas decisões de investimento, tais como condições de demanda, ofertas e preços, distintos cenários macroeconômicos, crescimento demográfico, alterações na legislação tributária, pressões de novas tecnologias, taxas de juros, câmbio, inflação, etc.

Como resposta a este ambiente conturbado e a crescente necessidade de avaliação e escolha entre diversas alternativas de projetos, a disciplina financeira tem oferecido, ao longo de sua evolução, vários métodos para calcular o valor de um investimento, não existindo, contudo, uma fórmula exata.

Idealmente, se desejaria obter um valor científico e perfeito, mas nenhum método parece ser absolutamente adequado para todas as situações possíveis no mundo corporativo real. É possível, todavia, classificar os métodos que são mais ou menos formais, de acordo com as premissas implícitas de avaliação, revelando-os tecnicamente mais robustos de acordo com o escopo do projeto.

Embora não conclusivos, os métodos de avaliação oferecem um importante instrumento para auxiliar aqueles que estão envolvidos num processo de avaliação de projetos, prestando-se, principalmente, como suporte a importantes decisões estratégicas. De fato, conforme afirma Damodaran (1999):

> "O valor de uma empresa pode ser diretamente relacionado às decisões que toma, relativas a que projetos empreendem, como os financia e sua política de dividendos. A compreensão deste relacionamento é a chave para a tomada de decisões que adicionam valor e reestruturação financeira sensata".

2.1 Métodos Determinísticos

2.1.1 VPL – Valor Presente Líquido

A maioria das empresas utiliza alguma forma de aplicação do VPL para avaliar seus projetos de investimentos.

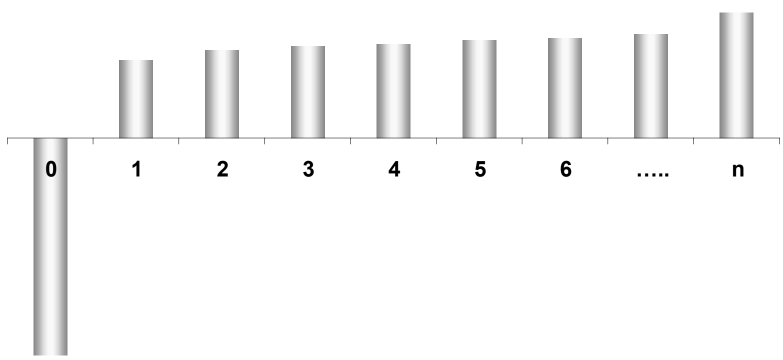
Para definir VPL é importante entender o seu significado matemático. Neste sentido o VPL é a somatória dos fluxos de caixas descontados a uma taxa de juros determinada, subtraindo-se o investimento inicial. Matematicamente a sua formulação seria a seguinte:

$$VPL = \sum_{n=1}^{j} \frac{C_n}{(1+i)^n} - VI$$

onde	C_n	= valor líquido do fluxo de caixa no tempo n
	i	= taxa de interesse determinada
	n	= número de períodos
	VI	= valor do investimento inicial

O Gráfico 1 mostra esquematicamente a formulação matemática do modelo:

Gráfico 1 - Fluxo de Caixa do Projeto



Com esta definição, conceitualmente pode-se dizer que VPL é o valor agregado a um investimento pelo fato de realizá-lo. Desta forma, o objetivo deste modelo matemático é obter valores positivos, pois agregam valor para a empresa, pois será de certa forma um colchão de segurança que garantirão que os investimentos realizados aumentarão o valor da empresa.

Se o VPL for igual à zero, a interpretação é de que pelo menos os custos dos investimentos realizados estão sendo remunerados na mesma proporção dos valores gastos e, se for negativo significará que o custo dos investimentos realizados não estão sendo remunerados.

Assim sendo, as regras de decisão serão as seguintes:

- o Investir se o VPL for positivo, incluindo a hipótese de ser zero.
- o Não realizar os investimentos que tiverem VPL negativo.
- o Em uma análise de vários projetos simultâneos, escolher aquele que apresentar o maior VPL.

Este método requer então, que o fluxo de caixa seja estimado para cada período considerado. Exige também, que se determine uma taxa de oportunidade que será utilizada para descontar os fluxos de caixa onde esta, poderá variar consideravelmente em função do perfil da empresa e de seus administradores, bem como em função do tempo de maturação do projeto.

O perfil dos administradores poderá ser:

- Altamente favorável a grandes riscos
- Neutra
- Avesso a riscos

Pode-se concluir então, que o resultado obtido do VPL é subjetivo, pois a variação da taxa de oportunidade é muito grande, podendo então, existir tomada de decisões nos extremos, ou seja, plenamente satisfatórias ou não.

Em função do valor calculado do VPL a análise de um projeto será sempre do tipo "é agora ou nunca", sem a análise das possibilidades de seu desenvolvimento por etapas, que é uma das principais características das Opções Reais, ou seja, investimentos rentáveis devem ser desenvolvidos e concluídos e, caso contrário abandonados.

O método do VPL tem ainda implícito os seguintes fatos:

- Que os fundos obtidos em cada período não devem ser consumidos, mas sim devem ser investidos até o final do projeto ou em outro;
- Que esta re-inversão deverá ser realizada a taxa de rendimento estabelecida para o projeto.

Estes podem levar na realidade um comprometimento de sua comprovação, uma vez que nenhum valor obtido deve ser consumido ao longo do projeto, assim como, se a empresa optar por reinvesti-los, deverá fazer a mesma taxa determinada no projeto. Não existe no modelo formulado para o VPL uma forma de inter-relacionar hipóteses de modo a que a empresa possa tomar decisões compatíveis.

2.1.2 P*ayback*

A regra do *payback* define o número de períodos (medidos em anos) necessários para a recuperação do investimento inicial. Usualmente, o projeto com o menor *payback* será selecionado em detrimento aos outros, desde que o período encontrado para este projeto seja considerado aceitável pela empresa.

A diferença principal entre este método e a taxa média de retorno contábil é que no último são utilizados lucros líquidos contábeis, enquanto a regra do *payback* faz uso das entradas de caixa para o cálculo do período de recuperação do investimento.

O cálculo do *payback* é extremamente simples e rápido, e por isso este método tornou-se amplamente conhecido e utilizado entre analistas financeiros. No entanto, o método tradicional não leva em consideração o valor do dinheiro no tempo (ex.: não há diferença entre uma entrada de caixa hoje ou daqui a dois anos) e, tal como a taxa média de retorno contábil, não serve como medida de lucratividade, uma vez que as entradas e saídas de caixa após o período de recuperação do investimento inicial são ignoradas.

Para amenizar tal deficiência, recomenda-se calcular *payback* a valor presente, ou *payback* ajustado. Este método considera o espaço de tempo entre o início do projeto e o momento quando os fluxos de caixa trazidos a valor presente. Esta aplicação ajustada é largamente utilizada e traduz em unidades de tempo o mesmo resultado fornecido pela técnica do VPL.

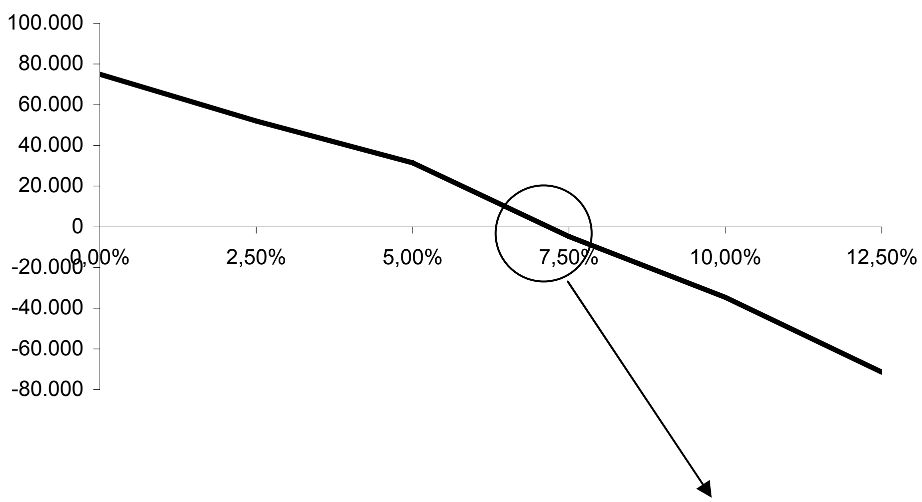
2.1.3 Taxa Interna de Retorno (TIR)

A taxa interna de retorno é uma medida da taxa de rentabilidade. Por definição, a TIR é uma taxa de desconto que iguala o valor presente dos fluxos de caixa futuros ao investimento inicial. Um exemplo apresentado na Tabela 1 e o Gráfico 2 mostram visualmente a TIR:

Tabela 1 - Fluxos de Caixa com Diferentes Taxas de Desconto

		Taxas de Desconto					
Ano	**Fluxo**	**0,0%**	**2,5%**	**5,0%**	**7,5%**	**10,0%**	**12,5%**
0	-250.000	-250.000	-250.000	-250.000	-250.000	-250.000	-250.000
1	65.000	65.000	63.415	61.905	58.990	56.277	52.436
2	65.000	65.000	61.868	58.957	53.536	48.725	42.300
3	65.000	65.000	60.359	56.149	48.587	42.186	34.124
4	65.000	65.000	58.887	53.476	44.094	36.525	27.528
5	65.000	65.000	57.451	50.929	40.018	31.623	22.207
VPL		**75.000**	**51.979**	**31.416**	**-4.775**	**-34.665**	**-71.405**

Gráfico 2 - Taxa Interna de Retorno - TIR



Ou seja, no caso apresentado a taxa interna de retorno é de 7,43% no período.

Na análise de investimentos, costuma-se comparar a TIR do projeto em questão à taxa mínima ou a taxa desejada de retorno, que deve ser menor do que a TIR. As empresas determinam suas taxas mínimas de retorno com base em seus custos de financiamento e no risco do projeto. Em seguida, são projetados os fluxos de caixa futuros e é calculada a TIR.

2.1.4 Taxa Média de Retorno Contábil

Este método é possivelmente o mais antigo utilizado para a análise de negócios, e se baseia primariamente na comparação dos lucros líquidos contábeis, com os custos iniciais de um projeto, através da adição de todos os lucros líquidos futuros e da sua divisão pelo investimento médio. Contudo, a técnica é falha ao não considerar o valor do dinheiro no tempo e os fluxos de caixa do projeto, pois utiliza o lucro contábil como base de mensuração.

O conceito de lucro contábil não evidencia qual o potencial de agregação de valor de determinada companhia. Entre as críticas ao lucro contábil destacam-se as citadas por Copeland (2001):

- Métodos alternativos contábeis podem ser empregados;
- Requerimentos de investimentos são excluídos;
- Valor do dinheiro no tempo é ignorado;
- Distorção provocada pela inflação;
- Efeitos da sazonabilidade;
- Efeitos dos itens extraordinários e não recorrentes (normalização dos lucros).

Usualmente, as demonstrações contábeis devem ser ajustadas para aproximar-se do que seria a situação econômica financeira (valor econômico) da entidade. Ajustes típicos refletem um tratamento sobre itens tais como a depreciação, estoques, ativos intangíveis e outros itens patrimoniais. Entre os fatores que dificultam a utilização das demonstrações contábeis como indicador do valor econômico de uma empresa, destacam-se:

- Os relatórios contábeis são normalmente baseados em custos históricos, não atribuindo aos ativos os valores correntes ou justos (de mercado);
- A contabilização de acordo com o princípio da competência, associado com os conceitos de realização de receitas e da confrontação de despesas, torna a contabilidade desbalanceada com relação a alguns direcionadores de valor como o conceito do valor do dinheiro no tempo e do risco associado;
- Algumas operações chamadas de *off-balance* não são registradas nas demonstrações contábeis tradicionais, entretanto, são muito relevantes para a identificação do valor de uma empresa. Além do arrendamento mercantil, posições em derivativos (financeiros ou embutidos - *embedded derivatives*) e

garantias oferecidas são exemplos de itens que em geral não estão evidenciados.

Nas demonstrações contábeis, não é possível identificar uma grande parte dos chamados ativos intangíveis, destacando-se o *goodwill* (o valor de mercado que excede ao total do capital investido nos ativos da empresa). Em conformidade com os princípios contábeis, o *goodwill* não possui um custo identificado objetivamente e usualmente não é registrado no balanço patrimonial da companhia. A taxa média de retorno contábil pode ser calculada através aplicação da fórmula simplificada abaixo:

$$\text{Taxa Média de Retorno Contábil} = \frac{\text{Lucros Líquidos Anuais Futuros Médios}}{\text{Investimento Inicial Médio}}$$

Apesar de fácil de entender, a taxa média de retorno contábil possui diversas falhas conceituais, portanto, não é recomendada para a análise de investimentos.

2.1.5 Índice de Lucratividade - IL

O método do índice de lucratividade compara o valor presente das entradas de caixa futuras com investimento inicial de um projeto, conforme a fórmula abaixo:

$$IL = \frac{\text{Valor Presente do Fluxo de Caixa}}{\text{Investimento}}$$

Neste método, apenas projetos com Índice de Lucratividade maiores ou iguais a 1 são aceitos. Desta forma, o mesmo resultado é encontrado através da abordagem do VPL e do IL, devendo ser tomadas às mesmas precauções quanto à taxa de desconto utilizada para o cálculo do valor presente dos fluxos de caixa.

2.2 Métodos Estocásticos

Estes métodos são aplicados quando temos uma ou mais fontes de incertezas que influirão significativamente no processo decisório. Um processo será estocástico quando seu comportamento não puder ser descrito por uma função determinística. O comportamento futuro de um processo estocástico somente pode ser descrito probabilisticamente, portanto:

- A estrutura probabilística de um processo estocástico pode ser completamente definida por meio da especificação da sua distribuição de probabilidade conjunta.
- A partir da distribuição conjunta pode-se obter qualquer informação probabilística sobre o processo (média, variância, covariância, etc).
- Para se calcular essas quantidades necessita-se de um modelo probabilístico para o processo estocástico.

Assim sendo, um processo estocástico (ou processo aleatório) $Y = \{Y_t, t \in T\}$ é uma coleção de variáveis aleatórias definidas por alguma lei de probabilidades. T é um conjunto de índices representando instantes de tempo. Para cada índice t no conjunto T, Y_t é uma variável aleatória.

Se T é um conjunto contável, Y é um processo estocástico discreto, caso contrário é um processo estocástico contínuo. Y_t é chamado de estado do processo no instante t. O conjunto de todos os valores possíveis da variável aleatória Y_t é conhecido como espaço de estados de um processo estocástico. O espaço de estados de um processo estocástico pode também ser discreto ou contínuo, se as variáveis aleatórias Y_t forem discretas ou contínuas.

Para modelar processos estocásticos normalmente recorre-se à simulação. A simulação sempre foi usada pela humanidade como forma de representar os processos relativos aos sistemas onde as pessoas viviam. Na ciência a utilização de modelos é uma atividade corriqueira, desde os modelos em escala reduzida (barragens, topografia, edificações etc.), modelos de aviões para estudo de aerodinâmica e modelos analíticos de processos em geral.

A simulação permite estudar e experimentar complexas interações internas de um dado sistema seja ele uma empresa ou parte da mesma.

- Através da simulação podem ser estudadas algumas variações de um processo e verificados seus efeitos no sistema total.

- A experiência adquirida em construir os modelos e realizar a simulação pode conduzir a uma melhor compreensão do sistema, com possibilidades de melhores.
- A simulação de sistemas complexos pode fornecer valiosa introvisão no sentido de descobrir as variáveis mais importantes do sistema e a forma como elas interagem.
- A simulação pode ser usada para experiências com novas situações, sobre as quais se tem pouca ou mesmo nenhuma informação, com o intuito de preparar a administração para o que possa acontecer.
- A simulação pode servir como um primeiro teste para se delinear novas políticas e regras de decisão para a operação de um sistema, antes de experimentar no sistema real.

Existem vários modelos de simulação, sendo um dos mais conhecidos o Modelo de Simulação de Monte Carlo, que aplicamos nesta tese. O método leva este nome devido à famosa roleta de Monte Carlo, no Principado de Mônaco. Seu nome bem como o desenvolvimento sistemático do método data de 1944, quando da Segunda Grande Guerra, época em que foi usado como ferramenta de pesquisa para o desenvolvimento da bomba atômica.

Segundo Cardoso (2000), os primeiros estudos envolvendo Simulação de Monte Carlo e avaliações de investimentos de capital foram feitos por David B. Hertz e publicados em um artigo na revista *Haward Business Review* em 1974.

Pode-se verificar a utilização de tal método em diversas áreas, como economia, física, química, medicina entre outras. Segundo Machline (1970), para que uma Simulação de Monte Carlo esteja presente em um estudo basta que este faça uso de números aleatórios na verificação de algum problema.

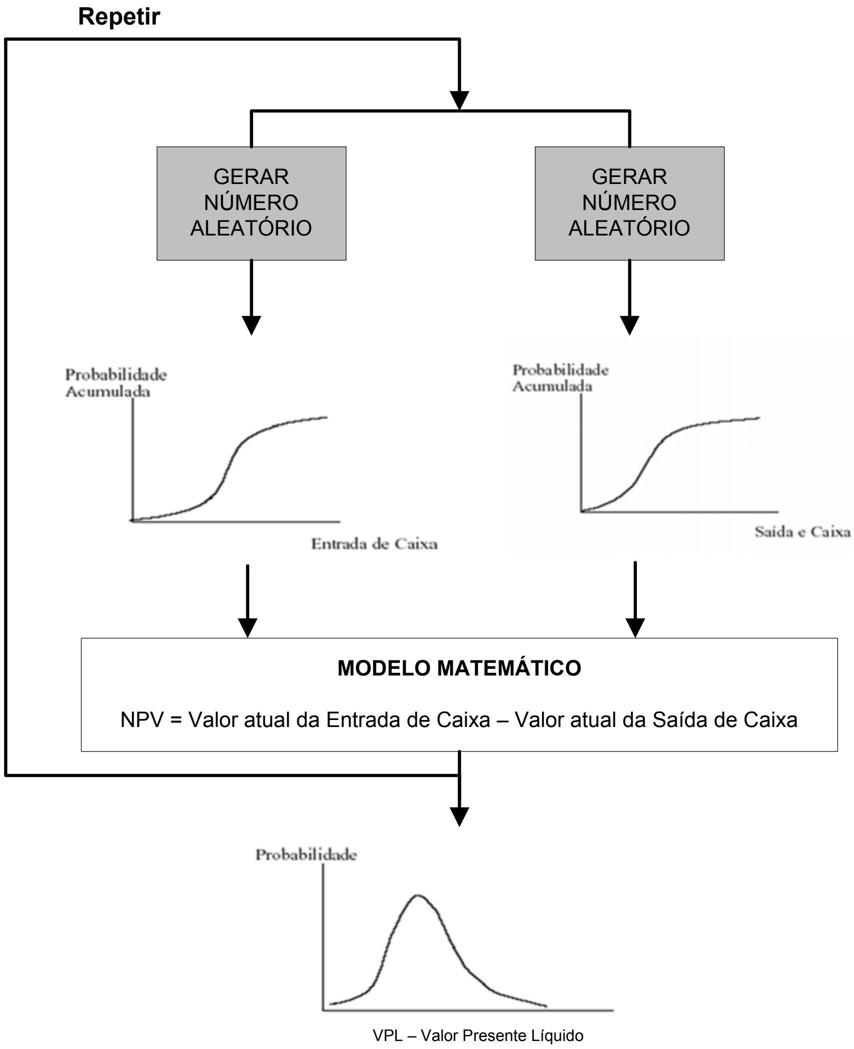
Por exemplo, para a construção de um modelo do fluxo de caixa, fazendo uso da Simulação de Monte Carlo, segue-se uma seqüência lógica, conforme abaixo:

- Construir um modelo básico das variações dos fluxos de caixa futuros, provocados pelo investimento em questão.
- Para toda a variável que puder assumir diversos valores, elaborar sua distribuição de probabilidade acumulativa correspondente.

- Especificar a relação entre as variáveis de entrada a fim de se calcular o VPL do investimento.
- Selecionar, ao acaso, os valores das variáveis, conforme sua probabilidade de ocorrência, para assim, calcular o VPL.
- Repetir esta operação muitas vezes, até que se obtenha uma distribuição de probabilidade do VPL.

Na Figura 1 temos uma representação gráfica de uma avaliação de investimento de capital envolvendo uma Simulação de Monte Carlo. Adaptado de Gitman (1987).

Figura 1 - Simulação de Monte Carlo



3. Análise do Projeto

O estabelecimento de valor para empresas é algo de relevante importância no meio financeiro, uma vez que serve como base para toda negociação de compra e venda de participações em firmas que acompanham as diversas estratégias empresariais (reestruturação, integração, investimento, desinvestimento, etc.).

Para que se tente estimar o risco existente em um modelo de avaliação de empresas, deve-se tentar incorporar ao modelo o risco de que cada uma das variáveis estimadas assuma um valor diferente do projetado. O método de simulações é uma das ferramentas utilizadas para que se possa levar em consideração toda (ou alguma parte da) incerteza que cerca um modelo.

A citação a seguir retrata a complexidade da análise de projetos:

> “Fazendo um retrospecto dos anos passados, eu tenho sido guiado por quatro princípios. Primeiro, a única certeza é a de que não há certeza. Segundo, toda decisão, como conseqüência, é uma questão de pesar as probabilidades. Terceiro, apesar da incerteza, devemos decidir e agir. E, por último, precisamos julgar as decisões não só pelos resultados, mas também pelo modo como foram tomadas.” (Robert E. Rubin, ex-Secretário do Tesouro norte-americano, em discurso durante a festa de entrega de diplomas na Universidade de Nova York, em 2000).

Normalmente, para o público em geral, a palavra “risco” está associada a perdas quando se trata de finanças. Isso é apenas parcialmente correto, pois ignora a possibilidade de ganho acima do esperado que normalmente acompanhe a possibilidade de perda. Uma definição mais abrangente colocaria que risco está associado à incerteza. Mais precisamente, incerteza em relação ao valor de determinado ativo, retorno ou fluxo de caixa no futuro.

Mas então por que um investidor escolheria um investimento arriscado, em alternativa a uma opção com menor risco? Simplesmente porque existe uma recompensa por assumir riscos, ou seja, o prêmio por risco de um ativo.

Mas será sempre assim? Quanto maior o risco, maior o retorno? A resposta é não, pois existe o risco de que o retorno não seja satisfatório. O que é correto de se dizer, isto sim, é que quanto maior o risco, maior a possibilidade de retorno. Mais precisamente, investidores procuram investimentos com risco na busca de um prêmio maior pelo risco incorrido.

Vamos então analisar o projeto de compra e operação de uma embarcação, iniciando pela análise das séries históricas de taxas de *time charter* e de navios novos e usados, onde amostra apresenta as seguintes características:

- o Navio petroleiro do tipo *Suexmax* com capacidade para 140.000 tpb;
- o Os dados históricos são referentes ao período de 01/1981 a 12/2005;
- o Os valores das taxas de time charter em US$ mil/dia se referem a contratos de afretamento de 1 ano;
- o Os preços de navios usados em US$ milhões, representam embarcações com 5 anos de uso.

Os dados a seguir apresentados na Tabela 2 e Gráfico 3, foram obtidos da ©*Clarkson Research Studies* 2005, empresa que acompanha a evolução de dados gerais da indústria naval mundial.

Gráfico 3 - Séries Históricas

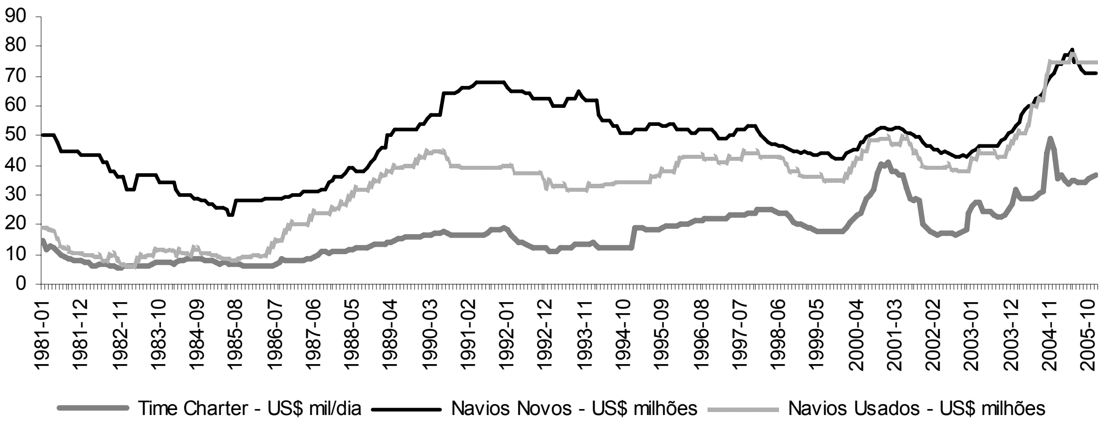


Tabela 2 - Correlação das Séries Históricas

	Time Charter	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,606350934	1	
Navios Usados	0,894621462	0,78123576	1

Como as séries são muito longas (300 meses) procedeu-se então a atualização dos valores em dólares, utilizando para tal o site do *U.S. Department of Labor* (www.bls.gov/bls/inflation.htm), sendo que o Gráfico 4 a seguir apresenta a série histórica e a corrigida:

Gráfico 4 - Séries Históricas Corrigidas

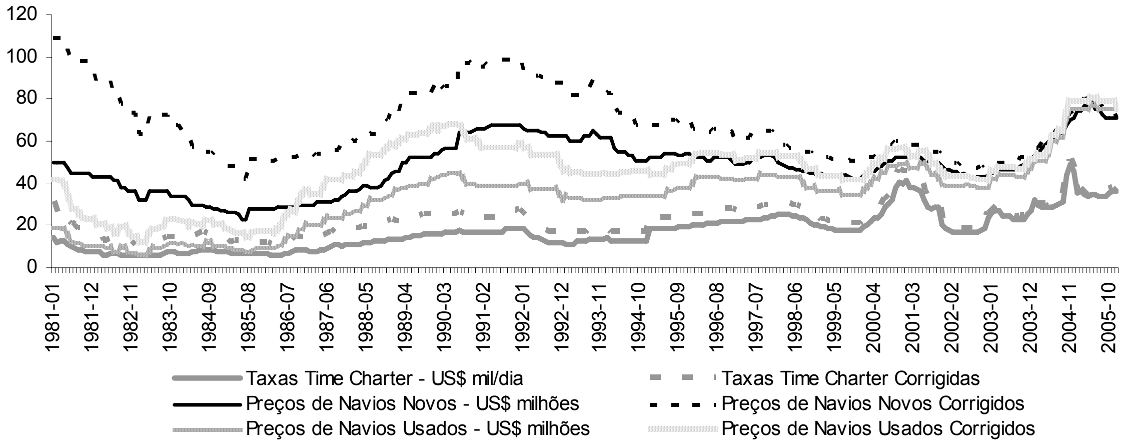


Tabela 3 - Correlação das Séries Históricas Corrigidas

	Time Charter	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,563836166	1	
Navios Usados	0,77872767	0,766017764	1

Nota-se, portanto, que a correção dos valores históricos manteve uma forte correlação entre as séries, a qual será mantida quando da projeção das mesmas.

3.1. Métodos para Análise de Séries Temporais

Uma série temporal é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Séries temporais são compostas por quatro elementos:

a. Tendência: verifica o sentido de deslocamento da série ao longo de vários anos.
b. Ciclo: movimento ondulatório que ao longo de vários anos tende a ser periódico.
c. Sazonabilidade: movimento ondulatório de curta duração, em geral, inferior a um ano, associada, na maioria dos casos, a mudanças climáticas.
d. Ruído aleatório ou erro: compreende a variabilidade intrínseca aos dados e não pode ser modelado.

Como uma série temporal tem os dados coletados seqüencialmente ao longo do tempo, espera-se que ela apresente correlação seriada no tempo. Existem várias modelagens para ajuste de uma série, dentre as quais podem ser destacadas:

- Regressão linear;
- Regressão múltipla;
- Reversão para a média;
- Expectativa adaptativa;
- Alisamento exponencial;
- Modelos de Box-Jenkins - ARIMA.

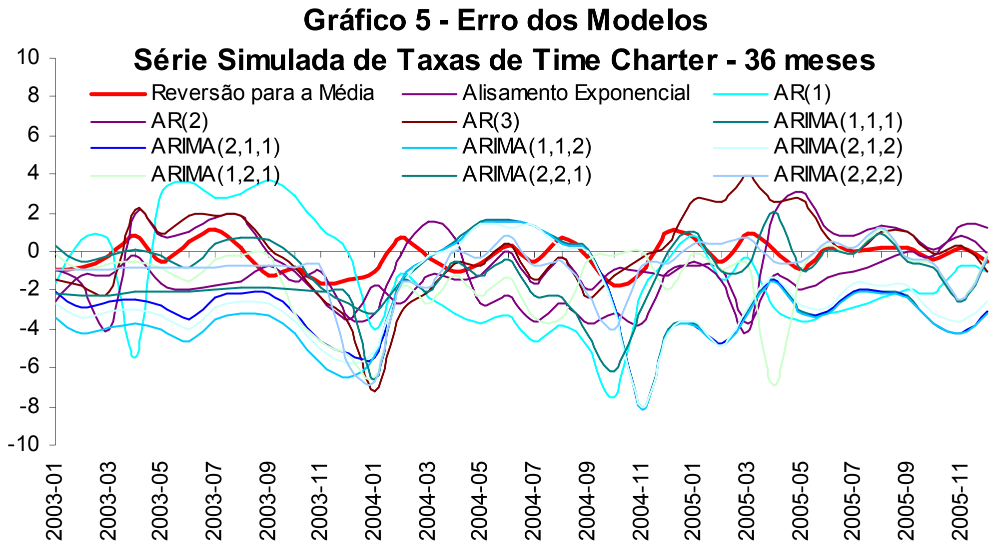
Para modelar as séries de taxas de time charter, preços de navios novos e usados foram testados alguns dos modelos acima, buscando aquele que apresentasse o menor erro quadrático, sendo o resultado o seguinte:

Tabela 4 - Erros das Modelagens

Modelo	Erro²	Modelo	Erro²
Reversão para a Média	131,89	ARIMA(2,1,1)	1.488,45
Alisamento Exponencial	464,34	ARIMA(1,1,2)	1.484,63
AR(1)	649,88	ARIMA(2,1,2)	1.237,10
AR(2)	542,60	ARIMA(1,2,1)	789,23
AR(3)	512,46	ARIMA(2,2,1)	319,88
ARIMA(1,1,1)	1.944,87	ARIMA(2,2,2)	666,22

Para o teste destes modelos foram utilizados os aplicativos Statistica 7.0 (modelos AR e ARIMA) e Lingo 8.0 (modelos de reversão para a média e alisamento exponencial).

Como a série de dados é de 300 meses, adotou-se como base para a modelagem os primeiros 264, sendo os restantes 36 utilizou-se para a validação dos modelos. Somente para efeito ilustrativo, o Gráfico 5 a seguir apresenta o erro destes meses.



Para a modelagem das séries, adotou-se então o modelo de reversão para a média que apresentou o menor erro quadrático.

3.1.1 Reversão para a Média

A equação que representa o modelo de reversão para a média está demonstrada no Anexo II, e é a seguinte:

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \overline{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \underbrace{\sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}}_{N(0,1)}$$

Para determinar o valor de η, modelou-se em programação não linear, utilizando-se o aplicativo Lingo 8.0 da *Lindo Systems*, minimizando o erro quadrático, onde o modelo matemático é o seguinte:

Minimizar = $\sum_{i=1}^{I}(R_i - P_i)^2$

Sujeito a: $P_i = R_{i-1}e^{-\eta\Delta t_i}$

Onde: P_i = valor simulado da série

R_i = valor histórico da série

Δt_i = intervalo de tempo (no caso 1)

η = velocidade de reversão para a média

i = 1,2,3, ..., I

Desta forma, foram determinadas as velocidades de reversão das três séries:

- Time charter η = 0,00678914830941436
- Navios novos η = -0,000534532662156269
- Navios usados η = -0,0069228221556674

Os gráficos a seguir apresentam as distribuições de probabilidades dos erros das séries:

Gráfico 6 - Distribuição dos Erros das Taxas de Time Charter

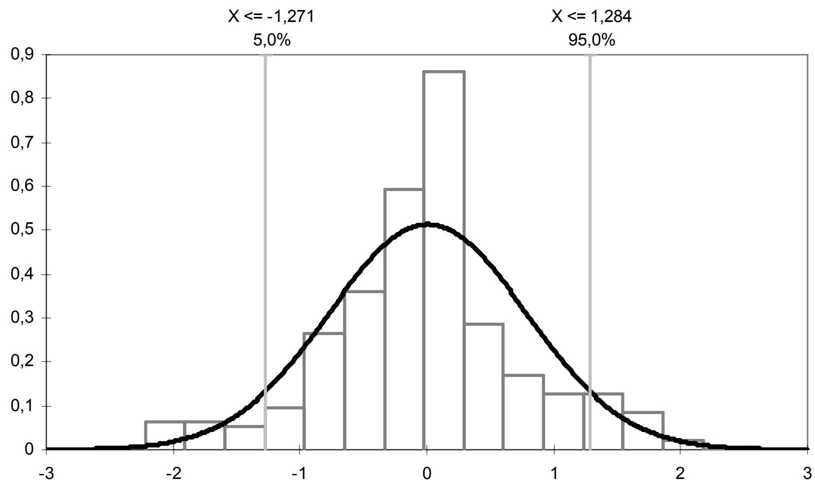


Gráfico 7 - Distribuição dos Erros de Navios Novos

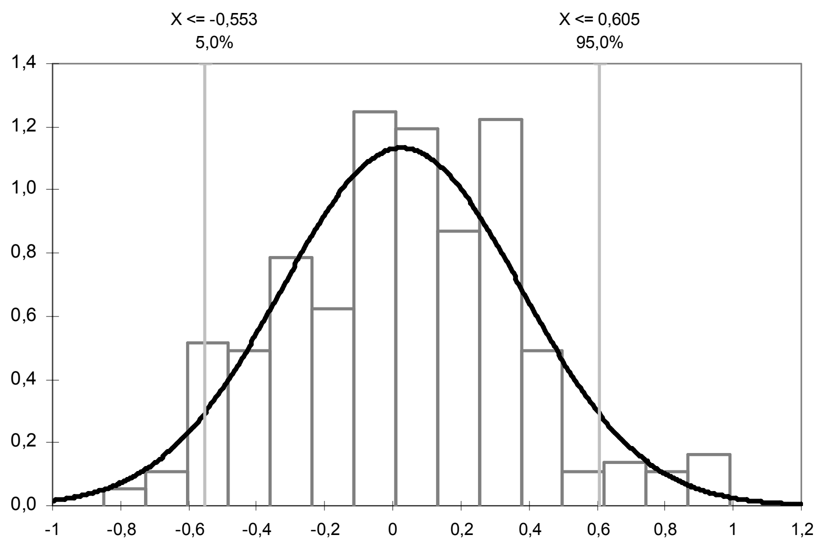
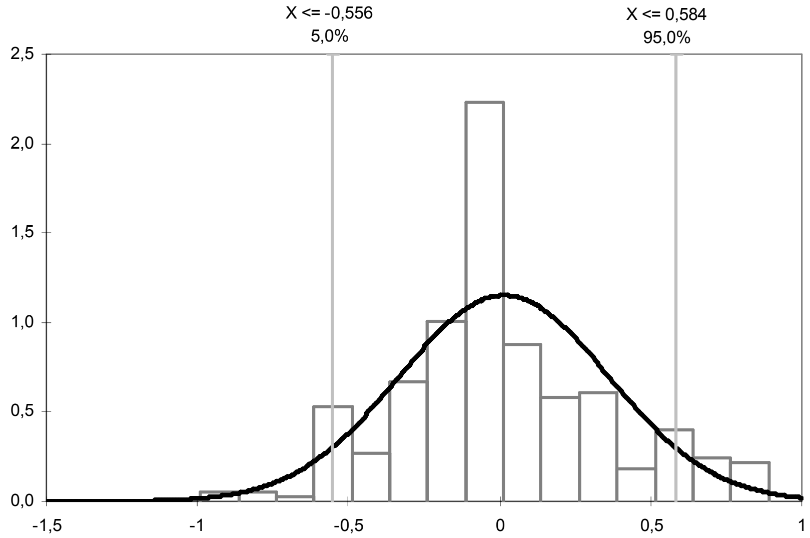


Gráfico 8 - Distribuição dos Erros de Navios Usados



A distribuição normal possui várias características técnicas importantes, a saber:

- Em termos de aparência, ela é simétrica e tem o formato de um sino;
- Suas medidas de tendência central (média aritmética, mediana e moda) são todas idênticas;
- Sua dispersão média é igual a 1,33 desvios padrão. Isto significa que o intervalo interquartil está contido dentro de um intervalo de dois terços de um desvio padrão abaixo da média aritmética e dois terços de um desvio padrão acima da média aritmética;
- Sua variável aleatória associada possui um intervalo infinito $(-\infty < X < +\infty)$.

Pela sua simplicidade, na prática buscamos sempre que possível associar uma distribuição de probabilidades a uma distribuição normal, entretanto, os dados observados podem somente aproximar estas propriedades. Para que possamos então admitir que os dados se aproximem de uma distribuição normal observamos:

- Seu polígono deve ter aproximadamente o formato de um sino;
- Deve ter aparência simétrica;
- Suas medidas de tendência central podem divergir ligeiramente uma da outra, entretanto, devem estar próximas do padrão;
- O valor do intervalo interquartil deverá estar próximo de 1,33 desvios padrão;

- Seu intervalo prático não será infinito, mas geralmente estará entre 3 desvios padrões acima e abaixo da média aritmética, isto é, o intervalo será aproximadamente de 6 desvios padrão.

Para uma distribuição normal o coeficiente de assimetria (*skewness*) é aproximadamente zero. A equação que define o coeficiente de assimetria é a seguinte:

$$\sqrt{b_1} = \frac{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - m_1)^3}{\left(\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - m_1)^2\right)^{3/2}}$$ onde N é o número de resíduos

O intervalo prático é dado pelo coeficiente de curtose (*kurtosis*), que mede a relação entre a cauda e o pico de uma distribuição, e assume o valor 3 para uma distribuição normal. Assim como o coeficiente anterior, ele também possui uma região crítica, definido a partir de um nível de significância desejado e obtido através de tabela. Caso o coeficiente de curtose esteja localizado nesta região, considera-se que a distribuição estudada segue uma distribuição normal. A equação que define o coeficiente de curtose é a seguinte

$$b_2 = \frac{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - m_1)^4}{\left(\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - m_1)^2\right)^{2}}$$

O aplicativo BESTFIT da *Palisade Corporation*, utilizado para plotar os gráficos anteriores, nos fornece as seguintes informações:

Tabela 5 - Estatística *Time Charter*

	Curva	Dados
Mean	0,0064333	0,0064333
Median	0,0064333	0,055
Std. Deviation	0,77661	0,77661
Variance	0,60312	0,60111
Skewness	0	-0,0277
Kurtosis	3	3,2537

Tabela 6 - Estatística Navios Novos

	Curva	Dados
Mean	0,012067	0,012067
Median	0,012067	0,025
Std. Deviation	0,4046	0,4046
Variance	0,1637	0,16316
Skewness	0	-0,0506
Kurtosis	3	3,2213

Tabela 7 - Estatística Navios Usados

	Curva	Dados
Mean	0,0031667	0,0031667
Median	0,0031667	0
Std. Deviation	0,3752	0,3752
Variance	0,14077	0,1403
Skewness	0	-0,04049
Kurtosis	3	3,1302

Pelos dados, pode-se estimar que os erros estejam bem representados por uma distribuição normal, com coeficientes de assimetria e curtose dentro dos intervalos admitidos.

Assim sendo, o modelo de reversão para a média será adotado como modelo de previsão das séries, uma vez que seu modelo teórico tem seus erros representados por uma distribuição normal de média zero e desvio padrão 1.

3.2 Simulação das Séries

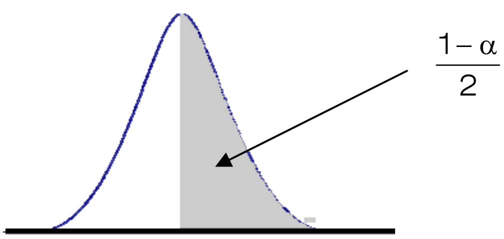
As séries serão projetadas para o prazo de vida útil do navio (15 anos), entretanto, no primeiro momento se faz necessário estimar o tamanho da amostra, com base a seguinte expressão matemática:

$$n = \frac{Z^2\sigma^2}{e^2}$$

onde: Z é o valor crítico correspondente a uma área de $(1 - \alpha)/2$ do centro de uma distribuição padronizada;

σ é o desvio padrão da amostra;

e é erro da amostra



Como resultado obtemos o seguinte:

Tabela 8 - Tamanho da Amostra para Simulação

	Time Charter	Navios Novos	Navios Usados
Média	22,6910633	68,31	44,68
Desvio padrão	7,87	16,10	15,94
Número de dados	300	300	300
Nível de confiança	0,95	0,95	0,95
erro padrão	0,454172762	0,929737592	0,920552225
Z	1,959963985	1,959963985	1,959963985
Metade da Amplitude	0,890162255	1,822252195	1,804249207
Limite inferior	21,80090104	66,48614325	42,87809679
Limite superior	23,58122556	70,13064764	46,4865952
Tamanho da Amostra	1152,437646	1152,437646	1152,437646
Amostra necessária	**1150**	**1150**	**1150**

Como segundo passo, optamos por correlacionar os ruídos brancos, que conforme o modelo de reversão para a média devem obedecer a uma distribuição Normal(0, 1). Para se gerar valores correlacionados para os dois ativos na Amostragem Aleatória Simples, utilizou-se a decomposição dos fatores de *Cholesky*, que segue os seguintes passos:

- Geram-se as variáveis de forma independente.
- Aplica-se uma transformação a essas variáveis de forma que as novas variáveis assim criadas venham a ter a estrutura de correlação desejada.

Exemplo: para gerar dois conjuntos de variáveis ε_1 e ε_2 ambos com distribuição Normal(0,1) e correlação ρ, geram-se inicialmente 2 conjuntos independentes η_1 e η_2 também com distribuição Normal(0,1). Depois, transforma-se cada par gerado através de:

$$\varepsilon_1 = \eta_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho\eta_1 + (1-\rho^2)^{1/2}\,\eta_2$$

Para se chegar à transformação necessária, os passos são os seguintes:

1. Para uma determinada estrutura de correlação desejada, define-se a matriz de covariância R. Decompõe-se essa matriz em $R = P*P^T$, onde P é a matriz triangular baixa, ou seja, os valores acima da diagonal são iguais a zero e P^T é sua matriz transposta.
2. Define-se um vetor η, composto de variáveis independentes e variância unitária. Esse vetor terá sua matriz de covariância igual à matriz identidade I.
3. Multiplicando-se a matriz P pelo vetor η, encontra-se o vetor ε ($\varepsilon = P*\eta$), o vetor transformado, cuja matriz de covariância é a matriz R.

De fato:

$$Var(\varepsilon) = E(\varepsilon^*\varepsilon^T) = E(P\eta\eta^T P^T) = PE(\eta\eta^T)P^T = PIP^T = PP^T = R.$$

onde Var( ) e E( ) representam a variância e o valor esperado de um vetor.

Como ilustração, apresentamos a decomposição de *Cholesky* no caso de 2 variáveis. Tem-se:

$$R=\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix},\ P=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ e } P^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

Multiplicando:

$$R = PP^T \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{21} \\ a_{11}a_{21} & a_{21}^2 a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

Temos então que:

$$a_{11}^2 = 1 \Rightarrow a_{11} = 1$$
$$a_{11}a_{21} = \rho \Rightarrow a_{21} = \frac{\rho}{a_{11}} \Rightarrow a_{11} = \rho$$
$$a_{21}^2 a_{22}^2 = 1 \Rightarrow a_{22} = \sqrt{1 - a_{21}^2} \Rightarrow a_{22} = \sqrt{1-\rho^2}$$

O vetor ε será dado por:

$$\varepsilon = P\eta \Rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & \sqrt{1-\rho^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \rho\eta_1 + \sqrt{1-\rho^2}\,\eta_2 \end{bmatrix}$$

Comprova-se, então, a fórmula anteriormente apresentada para a transformação de duas variáveis independentes em variáveis correlacionadas. O mesmo procedimento pode ser usado para se gerar qualquer número de variáveis correlacionadas. Como no nosso problema são 3 variáveis, a decomposição de *Cholesky* é a seguinte:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_3 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_3 & 1 \end{bmatrix} \quad P=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad P^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ 0 & a_{22} & a_{32} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Multiplicando-se $R = PP^T$ temos:

$$R = PPT = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{12} & a_{11}a_{31} \\ a_{11}a_{21} & a_{21}^2 + a_{22}^2 & a_{12}a_{31} + a_{22}a_{32} \\ a_{11}a_{31} & a_{21}a_{31} + a_{32}a_{22} & a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_3 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Deduzimos então que:

$$a_{11}^2 = 1 \rightarrow a_{11} = 1$$
$$a_{11}a_{12} = \rho_3 \rightarrow a_{12} = \rho_3$$
$$a_{11}a_{31} = \rho_2 \rightarrow a_{31} = \rho_2$$
$$a_{11}a_{21} = \rho_1 \rightarrow a_{21} = \rho_1$$
$$a_{21}^2 + a_{22}^2 = 1 \rightarrow \rho_1^2 + a_{22}^2 = 1 \rightarrow a_{22} = \sqrt{1-\rho_1^2}$$
$$a_{12}a_{31} + a_{22}a_{32} = \rho \rightarrow \rho_3\rho_2 + \sqrt{1-\rho_1^2}\,a_{32} = \rho \rightarrow a_{32} = \frac{\rho_3\rho_2}{\sqrt{1-\rho_1^2}}$$
$$a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 1 \rightarrow \rho_2^2 + \frac{\rho_3^2\rho_2^2}{1-\rho_1^2}a_{33}^2 = 1 \Rightarrow a_{33} = \frac{\sqrt{\left(1-\rho_1^2\right)\left(1-\rho_2^2\right)}}{\rho_2\rho_3}$$

O vetor ε será dado por:

$$\varepsilon = P\eta \Rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho_3 & \sqrt{1-\rho_1^2} & 0 \\ \rho_2 & \frac{\rho_3\rho_2}{\sqrt{1-\rho_1^2}} & \frac{\sqrt{\left(1-\rho_1^2\right)\left(1-\rho_2^2\right)}}{\rho_2\rho_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \rho_3\eta_1 + \eta_2\sqrt{1-\rho_1^2} \\ \rho_2\eta_1 + \frac{\eta_2\rho_3\rho_2}{\sqrt{1-\rho_1^2}} + \frac{\eta_3\sqrt{\left(1-\rho_1^2\right)\left(1-\rho_2^2\right)}}{\rho_2\rho_3} \end{bmatrix}$$

Temos então:

$$\varepsilon_1 = \eta_1$$
$$\varepsilon_2 = \rho_3\eta_1 + \eta_2\sqrt{1-\rho_1^2}$$
$$\varepsilon_3 = \rho_2\eta_1 + \frac{\eta_2\rho_3\rho_2}{\sqrt{1-\rho_1^2}} + \frac{\eta_3\sqrt{\left(1-\rho_1^2\right)\left(1-\rho_2^2\right)}}{\rho_2\rho_3}$$

As tabelas a seguir demonstram que a correlação do ruído branco utilizando-se a decomposição de *Cholesky* mostrou-se adequada, tendo em vista que as correlações estão compatíveis com as das séries históricas.

Tabela 9 - Correlação dos Erros Aleatórios (12/2006)

	Time Charter	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,549023734	1	
Navios Usados	0,720461224	0,773027516	1

Tabela 10 - Correlação dos Erros Aleatórios (05/2012)

	Time Charter	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,536250356	1	
Navios Usados	0,736302746	0,769461037	1

Foram então realizadas 1150 simulações pelo período de 180 meses, conforme o modelo de reversão para a média, entretanto para facilitar a visualização, optamos por transformar a série anual, em dados em que os valores de um determinado ano seja representado pela média de seus valores mensais.

Como o Excel não permite que se monte gráficos com mais de 225 dados, sendo que a seguir apresentamos os gráficos das 255 primeiras simulações das taxas de time charter, respectivamente com relação às séries mensais e a média anual das séries mensais:

Gráfico 9 - Taxas Mensais de Time Charter

255 Simulações - US$ mil/dia

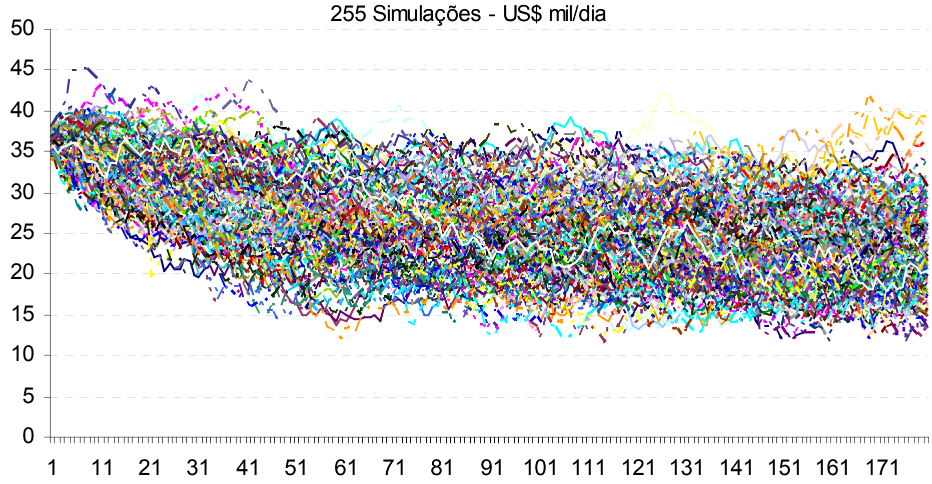
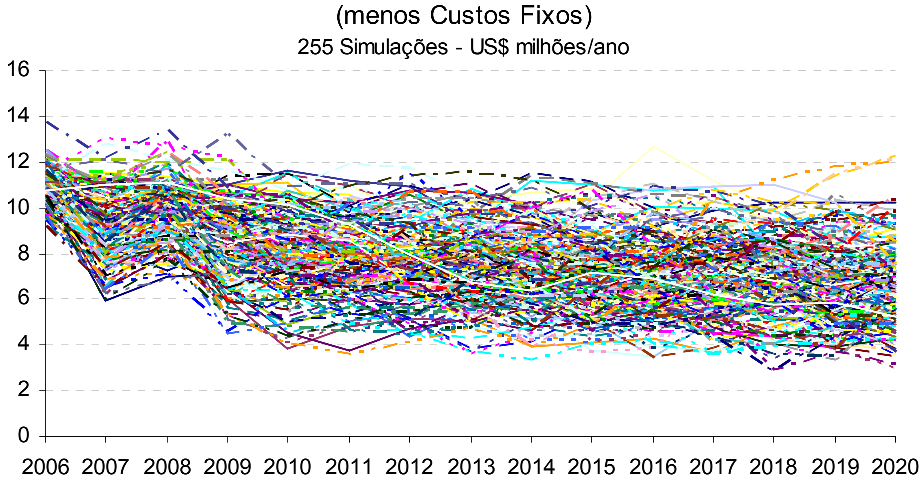


Gráfico 10 - Taxas Médias Anuais de Time Charter



O Gráfico 11 e a Tabela 11 a seguir, mostram o comportamento das séries de taxas de *time charter* ao longo do período simulado:

Gráfico 11 - Distribuição da Série de *Time Charter*

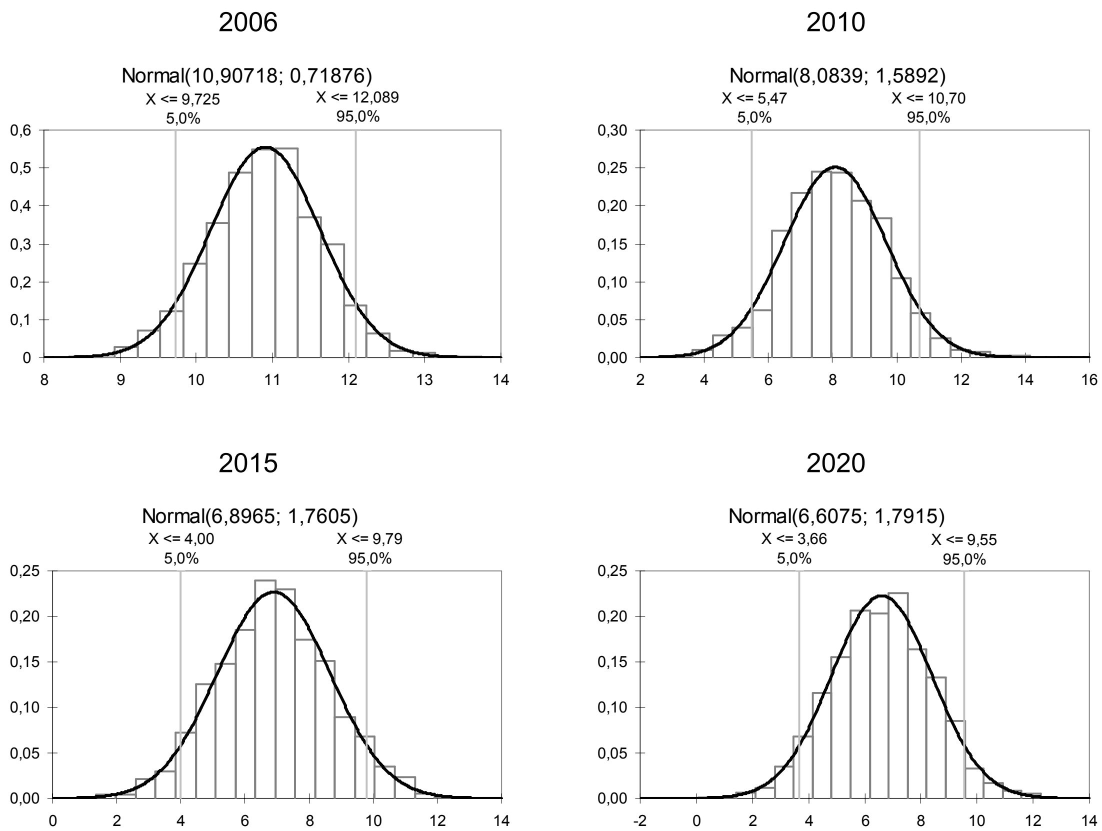


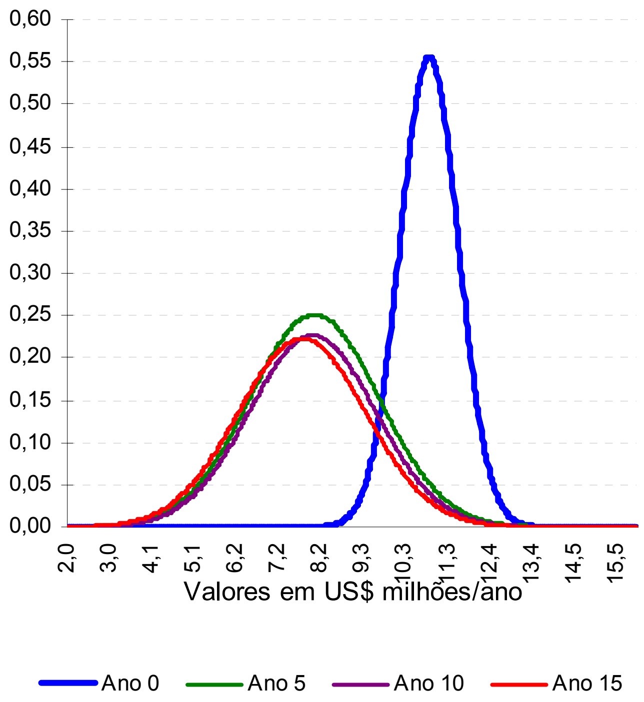
Tabela 11 - Estatística *Time Charter* - Simulação

	2006		**2010**	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	10,90717	10,9072	8,0839	8,0839
Median	10,90717	10,9095	8,0839	8,0565
Std. Deviation	0,71878	0,71878	1,5892	1,5892
Variance	0,51665	0,5162	2,5254	2,5232
Skewness	0	-0,0005	0	0,0975
Kurtosis	3	3,1266	3	3,2637

	2015		**2020**	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	6,8965	6,8965	6,6075	6,6075
Median	6,8965	6,8825	6,6075	6,6175
Std. Deviation	1,7605	1,7605	1,7915	1,7915
Variance	3,0993	3,0966	3,2096	3,2068
Skewness	0	0,0389	0	-0,0073
Kurtosis	3	2,9095	3	2,9869

O Gráfico 12 a seguir mostra as quatro curvas apresentadas no Gráfico 11, demonstrando a reversão para a média ao longo do período de análise, ou seja, em 2006 o modelo ainda apresenta uma forte influência dos dados passados, entretanto, a partir de 2010 nota-se a reversão para um valor médio da série, com certa estabilização das curvas de distribuição do valor esperado.

Gráfico 12 - Distribuição das Receitas Anuais das Taxas de Time Charter



O comportamento das simulações dos preços de navios novos está representado nos Gráficos 13 e 14 e Tabela 12 a seguir:

Gráfico 13 - Preços de Navios Novos - Média Anual

255 Similações - US$ milhões

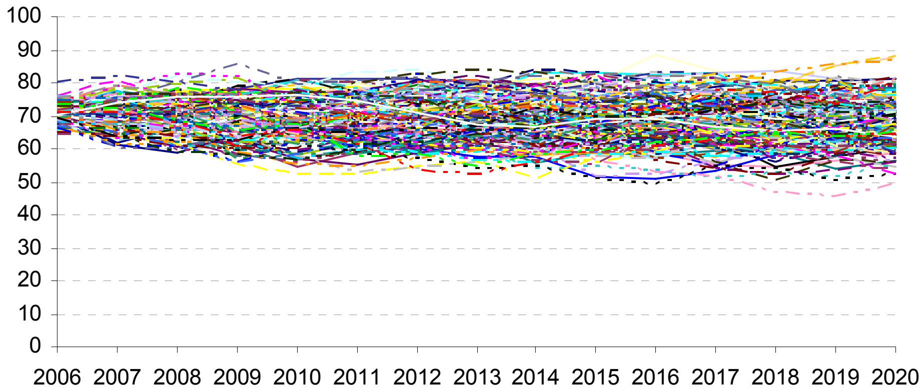


Gráfico 14 - Distribuição de Preços de Navios Novos

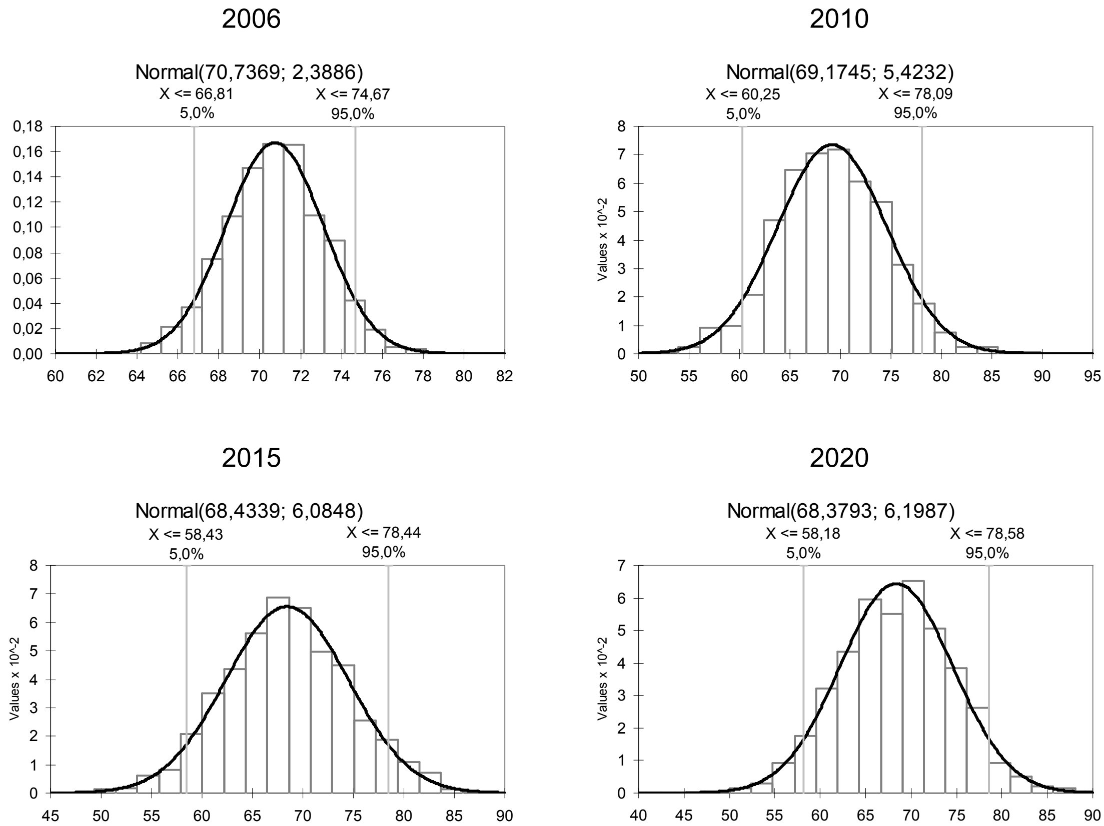


Tabela 12 - Estatística de Navios Novos - Simulação

	2006		2010	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	70,7369	70,737	69,1745	69,175
Median	70,7369	70,747	69,1745	69,089
Std. Deviation	2,3886	2,3886	5,4232	5,4232
Variance	5,7052	5,7003	29,4115	29,386
Skewness	0	-0,0002	0	0,0993
Kurtosis	3	3,126	3	3,2796

	2015		2020	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	68,4339	68,434	68,3793	68,379
Median	68,4339	68,368	68,3793	68,43
Std. Deviation	6,0848	6,0848	6,1987	6,1987
Variance	37,0253	36,993	38,4241	38,391
Skewness	0	0,0348	0	-0,0138
Kurtosis	3	2,9037	3	2,9884

A simulação das séries de navios usados com 5 anos de idade tem seu comportamento representado nos Gráficos 15 e 16 e Tabela 13 a seguir:

Gráfico 15 - Preços de Navios Usados - Média Mensal

255 Similações - US$ milhões

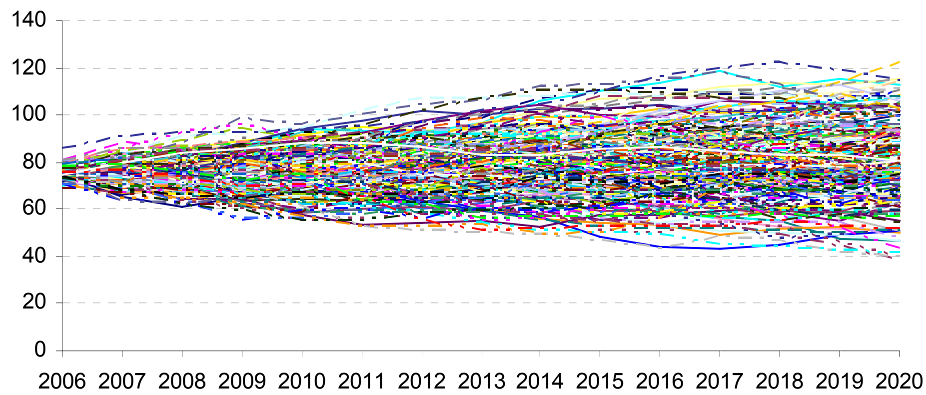


Gráfico 16 - Distribuição de Preços de Navios Usados com 5 anos de uso

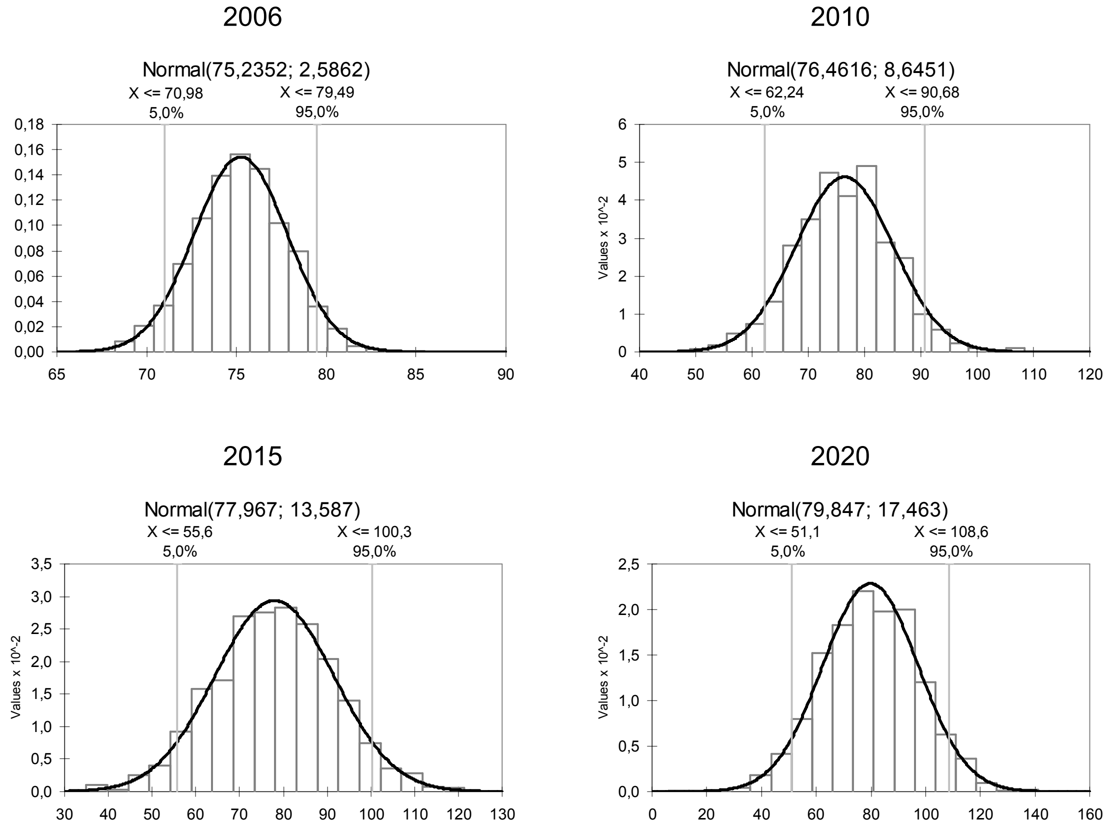


Tabela 13 - Estatística Navios Usados - Simulação

	2006		**2010**	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	75,2352	75,235	76,4616	76,462
Median	75,2352	75,222	76,4616	76,403
Std. Deviation	2,5862	2,5862	8,6451	8,6451
Variance	6,6884	6,6826	74,7374	74,672
Skewness	0	0,0032	0	0,0983
Kurtosis	3	3,1178	3	3,3629

	2015		**2020**	
	Curva	Dados	Curva	Dados
Mean	77,967	77,967	79,847	79,847
Median	77,967	78,175	79,847	79,928
Std. Deviation	13,587	13,587	17,463	17,463
Variance	184,62	184,459	304,943	304,68
Skewness	0	-0,0049	0	-0,0705
Kurtosis	3	3,0089	3	3,0322

Portanto, podemos concluir que as séries simuladas podem ter suas distribuições de probabilidades enquadradas como normais, pois apresentam coeficientes de assimetria e curtose muito próximos dos padrões de uma distribuição normal.

Uma vez que as séries históricas apresentam um forte correlacionamento, optamos por correlacionar os ruídos brancos, esperando que as séries simuladas mantivessem ao longo do tempo esta característica. A Tabela 14 a seguir mostra que este procedimento foi bem sucedido, obtendo-se um correlacionamento das séries muito próximo ao das séries históricas.

Tabela 14 - Correlação das Séries Simuladas

12/2006	*Time Charter*	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,599981009	1	
Navios Usados	0,787194164	0,747636377	1

05/2012	*Time Charter*	Navios Novos	Navios Usados
Time Charter	1		
Navios Novos	0,570262855	1	
Navios Usados	0,768204652	0,73382065	1

Uma série temporal pode ser encarada como uma realização de um processo estocástico. Dizemos que um processo estocástico é estacionário se ele atingiu o equilíbrio. A condição de estacionariedade implica em:

- Média do processo é constante;
- Variância do processo é constante
- Covariância entre Z_t e Z_{t+k} depende apenas do "lag" k.

A análise de séries temporais utiliza dados do passado para quantificar relações históricas. Se o futuro é igual ao passado, então essas relações históricas podem ser utilizadas para prever o futuro. No contexto de séries temporais, a idéia de que as relações históricas podem ser generalizadas para o futuro é formalizada pelo conceito de estacionariedade, ou seja, é de que a distribuição da variável da série temporal não muda ao longo do tempo.

Após a modelagem das séries, plotamos o correlograma das mesmas, de modo a observar a sua estacionariedade. Os gráficos a seguir apresentam correlogramas tomados dos valores de simulações aleatórias, onde se comprova então a robustez do modelo adotado, tendo em vista que as séries se tornaram estacionárias.

Gráfico 17 – Correlograma de Taxas de Time Charter

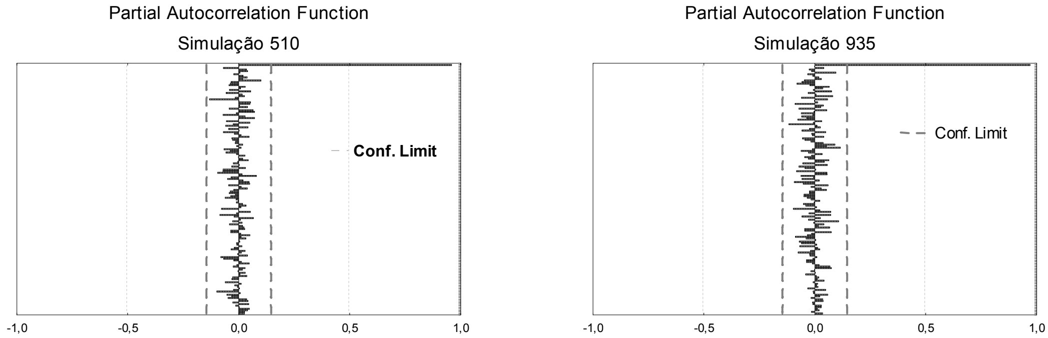


Gráfico 18 – Correlograma de Preços de Navios Novos

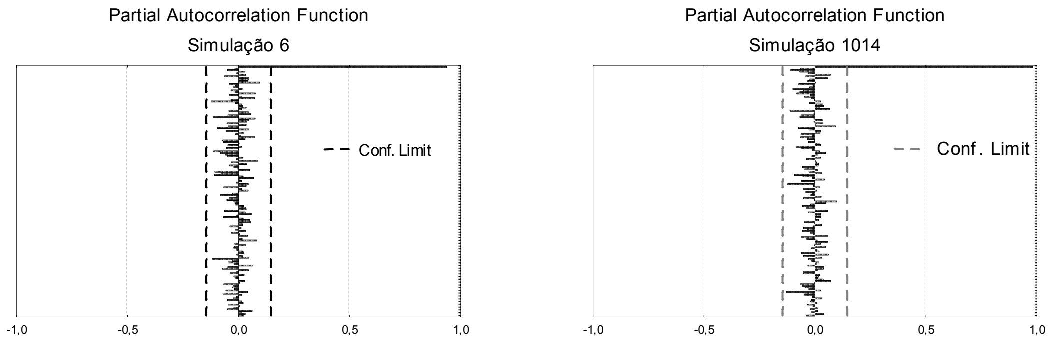
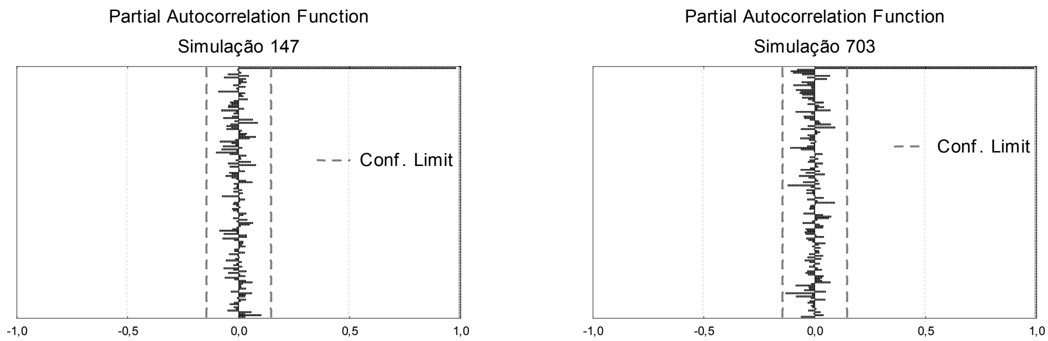


Gráfico 19 – Correlograma de Preços de Navios Usados com 5 anos de idade



3.3 Análise do Projeto

O projeto em estudo refere-se à compra e operação de um navio tipo suezmax, onde estarão sendo adotadas as seguintes hipóteses:

- Que depois de realizada a compra do navio, sua operação dar-se-á durante toda a sua vida útil (15 anos);
- Que para cálculo do VPL (valor presente líquido) do projeto, para o armador sua receita será a taxa de time charter que deixará de pagar pelo afretamento, descontados os custos fixos do navio;

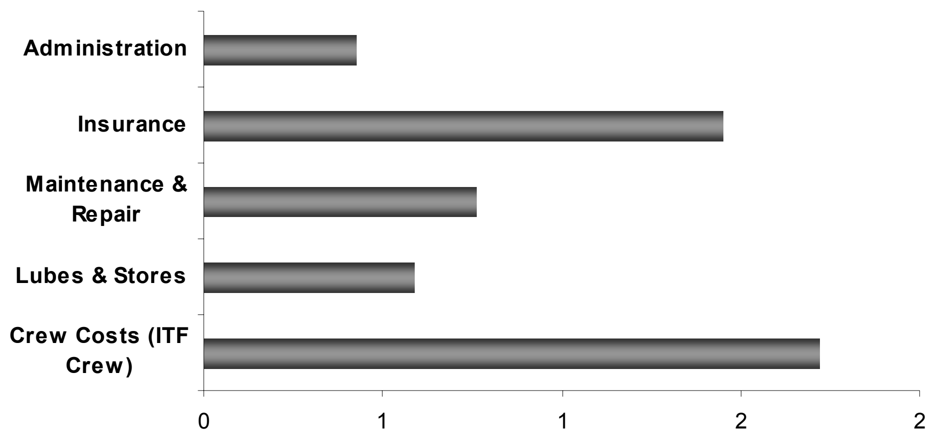
- Que ao término do projeto o ativo será vendido, a preço de navio usado com 15 anos de uso.

Os custos fixos também apresentam um comportamento estocástico ao longo do tempo, entretanto, para simplificar a análise estaremos estabelecendo que os mesmos permaneçam fixos, apresentados na Tabela 15 a seguir, sendo então descontados da geração de caixa uma vez que são de responsabilidade do operador do navio. Segundo dados da *Drewry Shipping Consultants Ltd* são os seguintes:

Tabela 15 - Custos Fixos

	US$/dia
Crew Costs (ITF Crew)	1,72
Lubes & Stores	0,59
Maintenance & Repair	0,76
Insurance	1,45
Administration	0,43
Custo fixo total diário	**4,95**

Gráfico 20 - Custos Fixos



Os dados conhecidos da série de navios usados são de embarcações com 5 anos de vida, entretanto, para efeito de uma primeira análise é necessário o conhecimento dos valores do ativo com 15 anos de idade (vida útil), uma vez que este será vendido e impactará o cálculo do VPL.

Para simplificar poderíamos fazer com que os preços de 15 anos fossem uma porcentagem do ativo novo, entretanto, para efeito do cálculo da depreciação, admitimos que esta tenha o comportamento de uma exponencial negativa, sendo o seu comportamento dado pela seguinte expressão matemática:

$$P_n = P_0(1-\alpha)^n$$

onde: P_n = preço do navio no ano n

P_0 = preço do navio novo no ano n

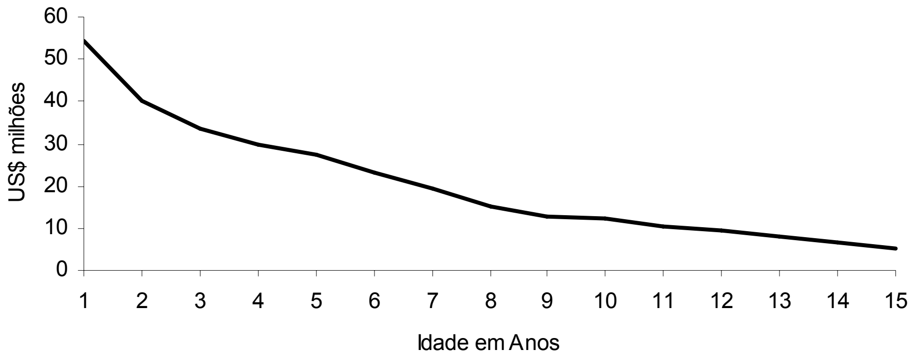
α = fator de amortecimento exponencial

n = ano, sendo n = 1, 2, 3, ..., 15

Como foram realizadas 1.150 simulações por 180 meses, tanto de navios novos (P_0) como de navios usados (P_n), o fator de amortecimento exponencial α é então conhecido, sendo então possível a determinação do preço do navio usado para qualquer idade. O Gráfico 18 a seguir mostra como exemplo, a curva destes valores para a simulação nº 875, escolhida aleatoriamente, meramente para efeito ilustrativo.

Gráfico 21 - Preços de Navios Usados

Simulação 875



Existe muita controvérsia a respeito de como determinar a taxa de desconto apropriada para analisar projetos. Taxas arbitrariamente escolhidas na amplitude de 4 a 15% a.a. tem sido usadas. Há sempre grande dificuldade em se determinar a taxa de juros uma vez que ela varia de acordo com as características do projeto, da empresa, da conjuntura econômica, entre outros. Dentre os fatores que podem interferir na determinação da taxa de juros citam-se: risco e incerteza, inflação, duração do projeto ou horizonte de planejamento, preferência por liquidez, produtividade do capital e a posição particular do investidor.

O investidor, ao analisar a variabilidade econômica de um projeto, não pode se nortear pelas taxas de juros vigentes no mercado que podem, entre outras razões, refletir apenas uma política governamental de curto ou mesmo de curtíssimo prazo. É preciso se guiar por taxas de longo prazo mais condizentes com o tempo de maturação dos projetos.

Como todos os valores estão em dólares norte-americanos, adotamos então que a taxa de desconto a ser praticada para a apuração do VPL será de 8% aa, que é uma taxa adequada para análise de investimento no Brasil.

Com base nas séries simuladas, na taxa adotada para o desconto dos fluxos de caixas e nos custos fixos, calculou-se o valor do VPL para cada uma das 1.150 simulações, gerando-se então uma distribuição de probabilidades do valor esperado do VPL, que está representada no Gráfico 22 e na Tabela 16.

Gráfico 22 - Distribuição do Valor Esperado do VPL

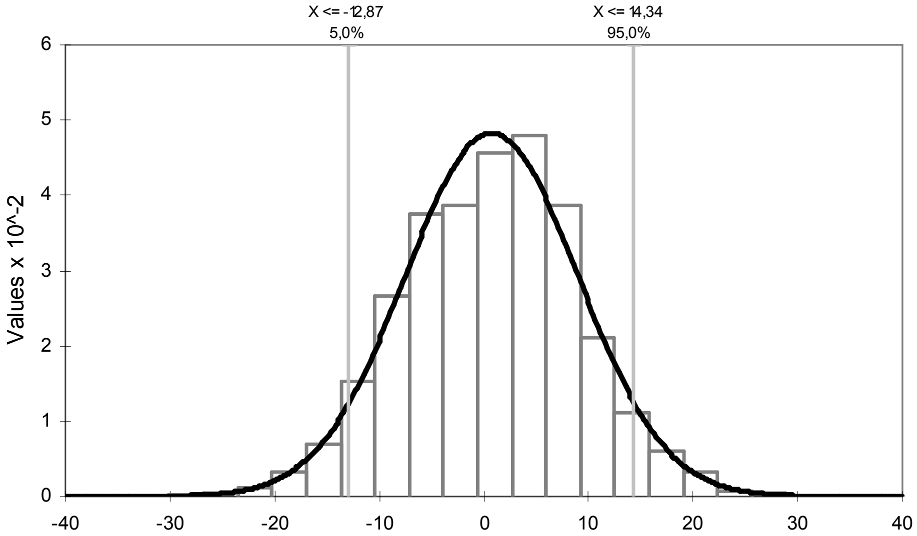


Tabela 16 - Valor Esperado do VPL

	Curva	Dados
Mean	0,73808	0,73808
Median	0,73808	0,82747
Std. Deviation	8,2723	8,2723
Variance	68,4309	68,371
Skewness	0,0000	-0,0288
Kurtosis	3,0000	3,0948

O Gráfico 23 apresenta a distribuição do valor esperado da TIR.

Gráfico 23 - Distribuição do Valor Esperado da TIR

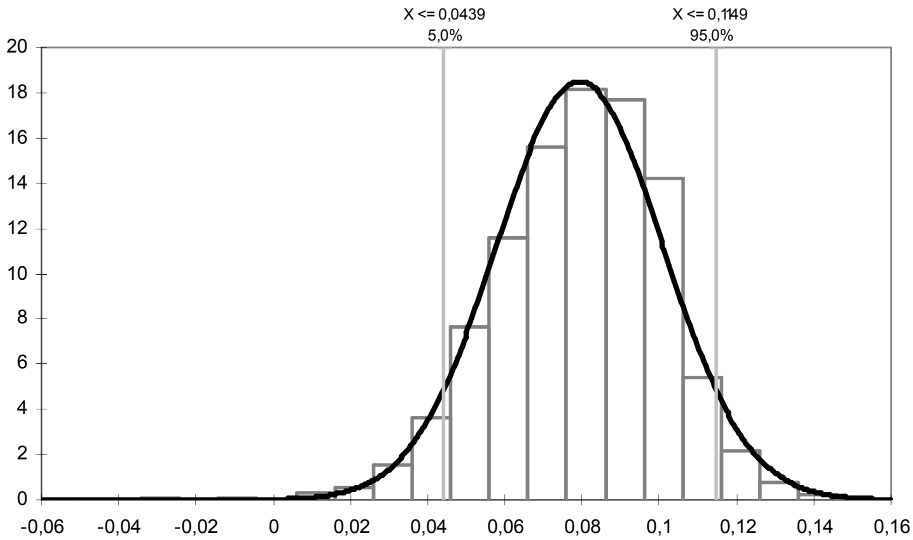


Tabela 17 - Valor Esperado da TIR

	Curva	Dados
Mean	0,079386	0,079386
Median	0,079386	0,080696
Std. Deviation	0,021577	0,021577
Variance	0,00046555	0,00046514
Skewness	0,0000	-0,3540
Kurtosis	3,0000	3,6998

Portanto o projeto apresenta as seguintes características:

- Valor esperado do VPL = US$ 0,83 milhões;
- Valor esperado da TIR = 8,07% aa.

Como salientado no início do capítulo, a metodologia adotada pressupõe que o investidor ao exercer a compra do ativo, manterá a operação até o seu término da vida útil, premissa esta que em função da volatilidade das séries, poderá não ser a melhor opção.

Os valores apresentados pelo projeto mostram uma TIR muito próxima da taxa de desconto adotada, assim como um valor esperado de VPL muito próximo de zero, dados estes que são um reflexo da volatilidade dos valores das taxas de time charter, pois o projeto dentro do intervalo de confiança de 95% poderá ter o valor esperado do VPL variando de –US$ 12,87 milhões até US$ 14,34 milhões, ou seja, a variância é muito alta.

Nosso objetivo a partir deste momento é introduzir a opção de abandono, sempre que os resultados esperados no futuro do VPL forem inferiores a um valor básico estipulado em função do risco do projeto, refazendo a análise no 5º e no 10º anos de operação do projeto. Desta forma, faremos uma análise com base na Teoria das Opções Reais, que estará sendo introduzida no próximo capítulo.

4. Teoria de Opções Reais

4.1. Introdução

A teoria de Opções Reais foi introduzida por Stewart Myers do *MIT – Massachusetts Institute of Technology*, com o objetivo de preencher uma lacuna existente entre o planejamento estratégico e as finanças corporativas, que a apresentou da seguinte forma:

> *"O planejamento estratégico precisa das finanças. Cálculos do valor atual de investimentos são necessários para das análises estratégicas e vice-versa. As técnicas padrões de fluxos de caixa descontados tendem a sub-avaliar as opções de alguns negócios interessantes e em crescimento. A teoria das finanças corporativas necessita de uma nova visão para lidar com as opções reais. Gitman (1990)"*

Esta nova ferramenta de avaliação de projetos de investimento vem sendo utilizada em alguns cenários do planejamento estratégico das empresas, onde que sua vantagem consiste em obter o real valor de um projeto, ou seja, o de permitir uma estimativa mais exata de seu valor de mercado, sendo que para fazer esta avaliação, se apresenta como uma técnica que utiliza as mesmas ferramentas provenientes de finanças.

Atualmente muitos profissionais perguntam: o que são opções reais? Onde se aplica opções reais? Esta tese busca responder a estas perguntas, assim como compreender o grande potencial desta ferramenta de avaliação, para ajudar a transformar o pensamento corporativo de maneira a maximizar as oportunidades que se apresentam em uma empresa.

4.2. Introdução a Opções Reais

Neste capítulo pretendemos introduzir a filosofia que existe por trás da teoria fazendo um desenvolvimento dos itens mais relevantes. Também apresentaremos uns modelos de avaliação mostrando a sua aplicação prática.

É conveniente iniciar este capítulo respondendo as perguntas formuladas na Introdução. Uma primeira definição de Opções Reais é ser uma ferramenta para a avaliação de projetos de investimentos, utilizando para este fim, modelos desenvolvidos para a avaliação de opções financeiras.

Isto é muito importante porque significa que o valor obtido estará alinhado com o mercado financeiro, deixando de lado a subjetividade característica das análises tradicionais para a apuração de valores efetivamente alinhados com o objetivo.

4.2.1 Opções Reais e Financeiras

Opção, segundo o Minidicionário Escolar da Língua Portuguesa, quer dizer escolha, oportunidade ou arbítrio. Entretanto, ao se referir as opções financeiras ou reais, temos que considerar outra definição:

> *"Uma opção é um acordo, que dentro de certas condições, se deixa ao arbítrio de uma das partes, o direito de adquirir alguma coisa".*

O comprador de uma opção tem o direito, mas não a obrigação de exercer no futuro, uma ação de pagamento devido a uma troca. Nas opções financeiras estas ações podem ser a compra ou a venda futura de algum produto com data e valor previamente estabelecidos. O comprador (ou o vendedor) somente exercerá o seu direito se isto lhe for conveniente.

Admitamos, por exemplo, que uma pessoa adquira (*call*) a opção de comprar 100 toneladas de um produto a R$ 3.000,00 (preço de direito) pagando por este direito R$ 1,00 por tonelada, sendo acordado que a data de expiração da opção será 60 dias.

Esta pessoa somente exercerá a opção, se o valor a ser pago pela opção estiver acima ou igual a R$ 3.000,00, onde neste caso o vendedor estará obrigado a vender a 100 toneladas pelo preço acertado. O lucro o dono da opção será a diferença entre o preço pactuado na data de compra e o efetivo preço de venda da opção. Se o preço estiver abaixo do pactuado, o dono da opção deixará que expire sem exercitá-la, sendo seu prejuízo somente os R$ 100,00 pagos antecipadamente.

No caso de uma opção de venda (*put*), o processo é exatamente o inverso, ou seja, o que se adquire é o direito de vender a um preço determinado até uma data especificada por contrato.

Este exemplo demonstra a vantagem de uma opção, pois quem compra, limita suas perdas ao valor (comissão) pago pela opção, onde ao mesmo tempo deixa aberta a porta para lucros ilimitados. Com certeza, esta vantagem não é sem custo, uma vez que, quanto maior for a perspectiva de lucro de uma opção maior será o seu preço.

Fazendo uma analogia, uma opção real funciona da mesma maneira. As oportunidades de investimento são umas opções de compra (call), onde o preço de exercício é o custo do investimento e, a rentabilidade marginal gerada será o valor do projeto após a sua implementação.

A empresa exercerá a opção, quer dizer, fará o investimento somente se a rentabilidade marginal do projeto for positiva, ou seja, se dentro de um prazo desejado o projeto tiver um retorno positivo.

Uma opção que só pode ser exercida na data de vencimento do contrato, ou seja, que o comprador só pode comprar ou vender o ativo-objeto na data de maturidade, é chamada de européia. Por outro lado, quando a opção pode ser exercida em qualquer data que antecede o vencimento da opção, ela é chamada de americana. Se a opção só pode ser exercida em algumas datas até a data de vencimento, ela é chamada de bermuda.

Quando a opção dá ao seu comprador o direito de comprar o ativo-objeto, a opção é chamada opção de compra ou *call*, e seu valor, se ela for européia, na data de exercício será o maior valor entre zero e o preço do ativo-objeto menos o preço de exercício. Se a opção de compra for americana, nas datas de exercício, o valor da opção será o maior entre o preço do ativo-objeto menos o preço de exercício e o valor presente da opção, no caso da mesma ser exercida apenas na sua data de vencimento. O lançador de uma opção de compra se obriga a vender o ativo-objeto pelo preço de exercício, na(s) datas pré-determinadas.

Valor da Opção de Compra Européia no Vencimento = Máximo { Preço do Ativo-objeto – Preço de Exercício ; 0 }.

Valor da Opção de Compra Americana em uma Data de Exercício = Máximo { Preço do Ativo-objeto – Preço de Exercício; Valor Presente do Exercício na data de vencimento}.

Quando a opção dá ao seu comprador o direito de vender o ativo-objeto, a opção é chamada opção de venda ou *put*, e seu valor, se ela for européia, na data de exercício será o maior valor entre zero e o preço de exercício menos o preço do ativo-objeto. Se a opção de venda for americana, nas datas de exercício, o valor da opção será o maior entre o preço de exercício menos o preço do ativo-objeto e o valor presente da opção, no caso da mesma ser exercida apenas na sua data de vencimento. O lançador de uma opção de venda se obriga a comprar o ativo-objeto pelo preço de exercício, na(s) datas pré-determinadas.

Valor da Opção de Venda Européia no Vencimento = Máximo { Preço de Exercício – Preço do Ativo-objeto; 0 }.

Valor da Opção de Venda Americana em uma Data de Exercício = Máximo { Preço de Exercício – Preço do Ativo-objeto; Valor Presente do Exercício na data de vencimento }.

Se diz que uma opção está dentro-do-dinheiro (*in-the-money*), quando o preço do ativo-objeto for superior ao preço de exercício, no caso de uma opção de compra e quando o preço do ativo-objeto for inferior ao preço de exercício, no caso de uma opção de venda. A opção é dita no-dinheiro *(at-the-money*), quando o preço do ativo-objeto for igual ao preço de exercício da opção. A opção está fora-do-dinheiro (*out-of-the-money*), quando o preço do ativo-objeto for inferior ao preço de exercício, no caso de uma opção de compra e quando o preço do ativo-objeto for superior ao preço de exercício, no caso de uma opção de venda.

O ativo-objeto pode ser qualquer bem ou algo que possa ser expresso através de um índice ou de uma unidade monetária, por exemplo: o preço de uma ação, o preço da saca de milho, o valor do índice da bolsa de valores de São Paulo (IBOVESPA), o preço futuro do algodão, o valor de uma carteira de investimentos, uma taxa de câmbio, as taxas de juros governamentais, os fluxos de caixa de um projeto, o número de pessoas que assistem a um determinado programa de televisão, etc.

As opções descritas acima, são padrões (ou tradicionais), mas no mercado existem opções que são variações destas e são conhecidas por exóticas, como, por exemplo, opções cujo valor é o máximo entre a média geométrica dos preços do ativo-objeto menos o preço de exercício e zero (esta é conhecida como *call* asiática).

4.2.2 O Enfoque em Opções Reais

De modo generalizado, pode-se afirmar que toda empresa tem um conjunto de opções, que se bem utilizadas, agregam valor à mesma, ou seja, estas opções são uma medida do seu potencial.

Quando uma empresa realiza algum investimento em algum ativo imobilizado, na realidade estará comprando oportunidades para tomar decisões no futuro, baseando-se em fatos que são incertos no presente.

Para Maubossin & Rappaport (2002), o valor de uma empresa é o somatório dos negócios atuais mais o seu potencial de agregação de valores. Como o valor destas opções futuras não pode ser corretamente medido pelas ferramentas atualmente existentes, a empresa poderá ser avaliada abaixo de seu valor efetivo.

Quem popularizou o conceito de Opções Reais foi justamente Maubossin (2002), que foi quem atribuiu o valor destas opções como sendo a diferença entre o valor de mercado da empresa (reflexo do preço de suas ações) e o valor obtido por ferramentas de análise tradicionais, como os fluxos de caixa descontados. Quanto maior a diferença, maior será a avaliação do mercado da empresa.

Para que fique claro este enfoque, é interessante entender o ambiente em que se desenvolvem os negócios, onde as decisões de investimentos estão influenciadas por certos fatores intangíveis, que podem ser agrupados em três categorias:

- Irreversibilidade
- Incertezas
- Grau de liberdade gerencial

4.2.2.1 Irreversibilidade

Podemos caracterizar uma irreversibilidade quando, por exemplo, damos andamento a projetos de grande volume de investimentos, em que o retorno obtido não é o esperado, porém, não existe a possibilidade de se voltar atrás sem grandes perdas dos custos incorridos.

Um exemplo prático de irreversibilidade é o mercado agrícola sujeito a preços internacionais. Quando o agricultor exerce a opção de plantio na safra, existe uma perspectiva de lucratividade em função dos preços praticados internacionalmente. Entretanto, se este já optou por exercer o seu direito de plantio e se durante o período de crescimento da lavoura os preços caem significativamente, ou, os custos sobem em função de aumento de insumos básicos ou há uma quebra de parte da safra (intempéries, pragas, etc), o processo é irreversível, uma vez que não é possível desativá-lo sem grandes perdas atuais e/ou futuras.

4.2.2.2 Incertezas

Alguns autores caracterizam incertezas e riscos como sendo sinônimos e também como sendo intercambiáveis. Outros interpretam incertezas como sendo o desconhecimento sobre o desenvolvimento futuro que podem trazer para a empresa benefício negativo. O risco, ao contrário, é a exposição negativa que uma empresa tem diante de uma incerteza.

São, portanto, dois conceitos bem diferentes, mas o segundo é mais aceito atualmente, pois uma empresa através da realização de investimentos pode moldar esta exposição para aproveitar mais vantajosamente as circunstâncias boas e diminuir as ruins.

Uma empresa pode enfrentar usualmente dois tipos de incertezas, cada qual provocando ações distintas por parte das pessoas responsáveis pelas tomadas de decisões. De um lado se encontra a incerteza econômica e de outro a técnica.

A incerteza econômica está relacionada com os movimentos da economia, como por exemplo, o preço de uma determinada *commodity*. Este tipo de incerteza é exógeno ao processo de decisão, porque a empresa não tem como modificá-la, sendo, portanto, uma simples entrada no modelo de avaliação, ou seja, um dado que se deve ter sempre em mão na hora da decisão. Este tipo de incerteza aumenta o valor da opção, já que suas características podem se inverter podendo existir o risco de importantes perdas.

Um projeto, portanto, que tenha um VPL – Valor Presente Líquido – positivo, mas com certo grau de incerteza, provavelmente não se realizará a não ser que este valor seja grande o bastante, de modo que possa eliminar as possíveis perdas geradas pela incerteza e se manter ainda positivo.

De outro lado, a incerteza técnica está vinculada com o próprio risco da empresa, não se relacionando diretamente com a evolução da economia. É uma variável endógena do processo de decisão que os administradores podem modificá-la.

Um exemplo típico deste caso seria uma empresa especializada em exploração de petróleo, que adquire os direitos de exploração da reserva de uma determinada área. Deverá a empresa realizar a exploração, uma vez que a quantidade de petróleo existente na área não pode ser precisamente definida existindo, portanto, certo grau de incerteza? Análises tradicionais como, por exemplo, o VPL pode vir a sugerir a não realização do investimento, porém deve ser analisada a alternativa de que o investimento seja realizado como uma opção de aprendizado, ou seja, que a mesma seja realizada em etapas e, conforme os resultados forem sendo obtidos, caso sejam positivos, segue-se adiante caso contrário abandona-se.

Outro exemplo seria o Desenvolvimento de Produtos, onde nada pode assegurar que um determinado produto em desenvolvimento poderá ser comercializado. Deve-se, portanto, realizar o investimento passo a passo, diminuindo as incertezas e revisando permanentemente as expectativas. Este valor adicional é denominado de valor sombra (*shadow value*), e não pode ser mensurado pelas ferramentas tradicionais. Este novo enfoque em opções reais visualiza a possibilidade de realizar investimentos, até quando estes possam ter um VPL negativo.

Temos então, que os distintos tipos de incertezas podem ter como reação decisões antagônicas. Enquanto que na econômica a melhor ação é aguardar para investir na espera que o mercado evolua para uma melhor condição, na técnica a ação é de iniciar o investimento para reduzir a incerteza.

Convém sempre manter em mente que uma incerteza gera valor, ou seja, quanto maior for à incerteza maior será o valor da opção. O aumento de uma incerteza econômica poderá provocar um incremento no valor de um projeto devido ao valor gerado pela opção de esperar ou investir. Entretanto, o resultado da postergação do início do projeto tem como finalidade aguardar o melhor momento para o investimento, certamente gerando um valor superior ao anterior. Este melhor valor será o resultado das reduções das possíveis perdas.

4.2.2.3 Liberdade Gerencial

O grau de liberdade gerencial representa a quantidade de opções contidas em um projeto. Quanto maior a quantidade de opções, maior o valor para o projeto. Isto se deve ao fato de que as opções têm um valor fundamental ao permitirem tomadas de decisões no futuro, possibilitando com este fato, limitar as perdas e conseqüentemente abrir a possibilidade de geração de lucros ilimitados em função das decisões tomadas. Isto implica então, que as opções geram a possibilidade que as incertezas possam jogar a favor da empresa.

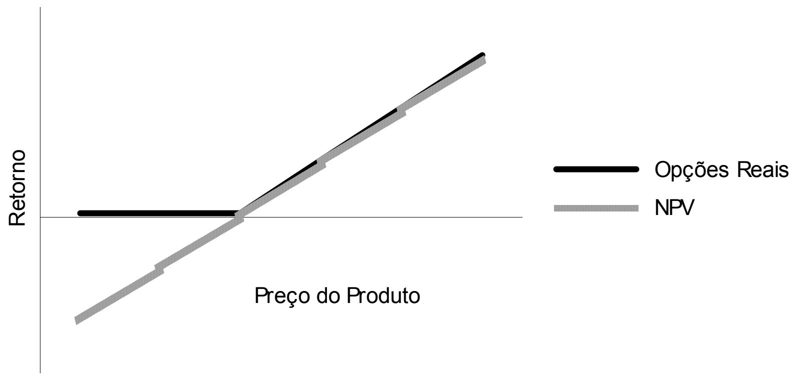
A existência de um grande número de incertezas implica desta forma, na existência da possibilidade de mais resultados distintos, alguns favoráveis e outros não. Entretanto, os negativos estarão limitados, porque uma maior incerteza tem com o efeito um maior valor da empresa. Isto é denominado efeito unidirecional.

Suponhamos que uma empresa planeje expandir seus negócios com a venda de um determinado produto em outro país, mas não tem certeza deste investimento porque não conhece com certeza o resultado que será obtido. Uma análise tradicional que apresente VPL positivo poderia nos levar a realizar o investimento. Um enfoque considerando Opções Reais somente aconselhará a realização do investimento quando o preço de venda tiver superado um determinado nível, também denominado de preço crítico.

O Gráfico 20 mostra este fato, onde compara o preço praticado no mercado com a alternativa de preço mínimo que a empresa deverá praticar para obter um retorno positivo. Abaixo deste valor mínimo o investimento não será conveniente, porque se os preços forem menores, exercerá então a opção de esperar para investir, conseqüentemente, reduzindo as perdas. Seu retorno então, será nulo.

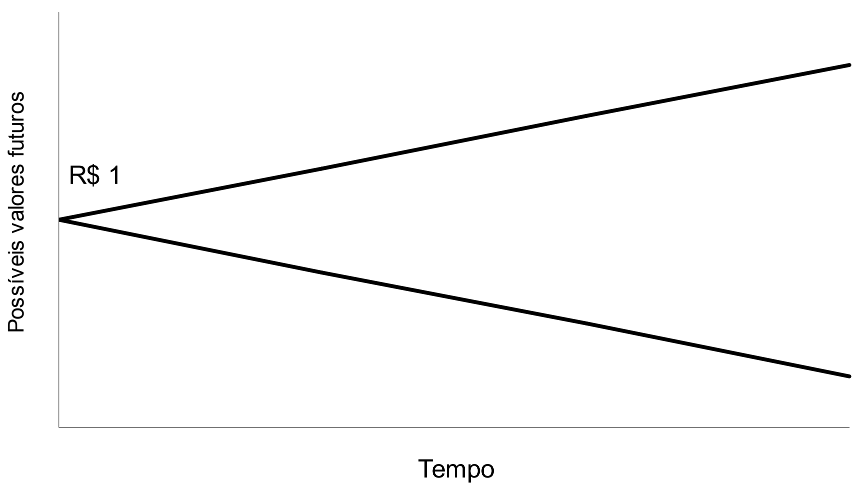
Por isto o Gráfico 24 apresenta a função de retorno como sendo plana até que o preço atinja o nível desejado, passando então a ser positivo. Esta é uma visão clara do efeito unidirecional da opção, que mostra que na zona em que os preços apresentam retorno negativo aconselha-se a não investir (porque o valor da opção de esperar é grande) e na zona onde o retorno é positivo aconselha-se aproveitar o bom momento do contexto.

Gráfico 24 - Função de Retorno de uma Opção



Neste ponto da teoria é importante apresentar o conceito do Cone de Incertezas, apresentado por Saffo (1997) demonstrado no Gráfico 25:

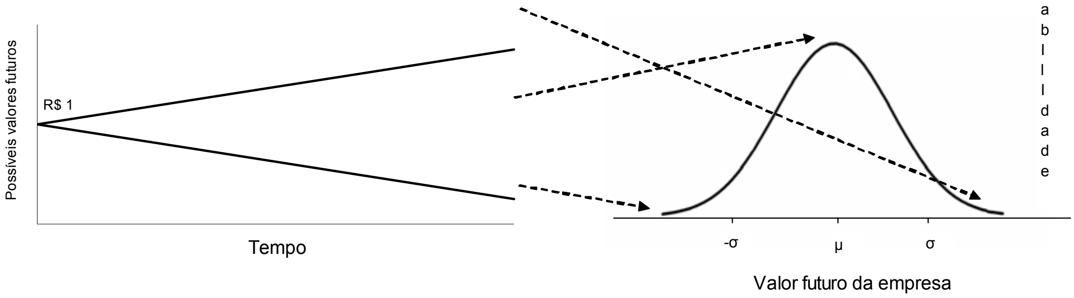
Gráfico 25 - Cone de Incertezas



A função do cone de incertezas é demonstrar como o valor de uma empresa poderá evoluir no futuro. O Gráfico 25 mostra os diferentes valores de uma empresa ao longo do tempo, sendo que na data atual, seu preço está avaliado em R$ 1 milhão. Isto se deve ao fato que uma empresa pode ter seu valor acrescido ou decrescido ao longo do tempo por uma taxa determinada, que no momento zero não conhecemos. A incerteza a cerca do valor desta taxa é medida pela volatilidade, que coincide com o retorno esperado do investimento. Quanto maior for o horizonte de tempo considerado, maior será o ganho ou perdas de possíveis resultados.

Certamente a possibilidade de que em algum momento o valor da empresa coincida com alguns dos valores extremos é muito remota, sendo que o mais provável será um valor próximo da média. Isto pode ser expresso graficamente onde a média representará o valor futuro mais provável (representado por μ) enquanto que a volatilidade medida pelo desvio padrão (representado por σ) representa uma medida da possibilidade da ocorrência de possíveis valores futuros.

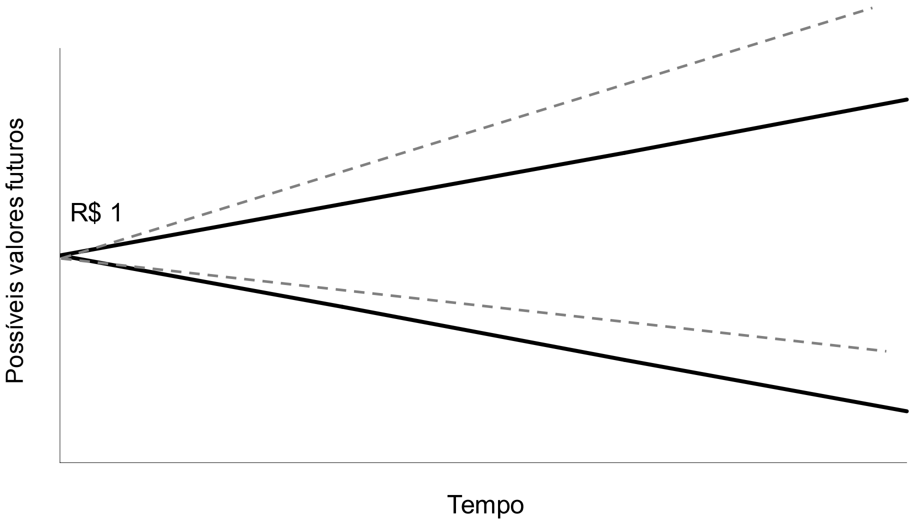
Gráfico 26 - Comparativo do Valor Provável



Os riscos podem ser definidos como a sensibilidade dos ativos da empresa frente às incertezas, porém a empresa pode, através do uso das opções reais, reduzir a sua exposição de modo a diminuir o risco. Então, mediante investimentos estratégicos, pode fazer com que a inclinação do cone de incertezas tenha um valor positivo, diminuindo a quantidade de possíveis resultados negativos e consequentemente, aumentando as possibilidades dos positivos que virão a incrementar o seu valor

.

Gráfico 27 -Alteração do Cone de Incertezas



Um bom exemplo de estratégia empresarial objetivando modificar o cone de incertezas é o da Vale do Rio Doce, que no seu Plano Plurianual 2004 a 2010, aumentou os investimentos em pesquisa mineral numa atitude contrária a tendência mundial que é de reduzir. Ao mesmo tempo como estratégia para reduzir os riscos e incertezas destas ações resolveu voltar a participar em projetos de siderurgia de forma minoritária, pois isto ajuda a empresa a estreitar a relação com compradores de minérios, assim como, seus novos planos de investimentos da ordem de US$ 8,5 bilhões no período contemplam não somente o minério de ferro como também cobre e logística. Revista Isto É Dinheiro (2004).

4.3 Tipos de Opções Reais

Existem diversos tipos de opções reais. A seguir faremos uma descrição sucinta sobre cada uma delas. Desta forma, poderemos verificar o uso destas opções em ambientes fortemente incertos, em decisões antagônicas aquelas que se tomariam de acordo com uma análise tradicional.

4.3.1 Opção de Esperar para Investir

Este tipo de opção tem valor para as empresas que planejam uma expansão ou um grande investimento irreversível, porém, que enfrentam certa incerteza econômica. Esta incerteza existe quando não se conhece o desenvolvimento do mercado ao longo do tempo. Realizar investimentos nestas circunstâncias seria como fazer uma aposta esperando que o contexto geral seja favorável, por isto esta opção reconhece que esperar que esta incerteza se dissipe, tem certo valor. Neste caso, uma expansão somente é recomendável quando seu valor for superior ao valor da opção de esperar.

Por exemplo, se uma empresa processadora de petróleo encontra um repentino aumento da demanda de seus produtos, a sua diretoria passa a estudar a conveniência ou não de ampliar a capacidade produtiva da planta ou investir em uma nova unidade. Certamente existe uma incerteza se esta característica da demanda se manterá ao longo do tempo. Com base nesta incerteza é que se torna relevante à opção de esperar. A empresa somente tomará a decisão de investir se o valor das vendas de seus produtos for superior ao custo da construção mais o valor da opção de esperar ($V_0 + O_p > I$).

Se a direção da empresa não levar em conta este valor agregado, a decisão poderá ser de expansão imediata e se o aumento da demanda for temporário, a empresa gerará uma capacidade ociosa com um conseqüente aumento de seus custos fixos, podendo desta forma, prejudicar a sua rentabilidade atual.

4.3.2 Opção de Expansão

Esta opção é de valor para companhias que deveriam levar a cabo um investimento inicial com resultado incerto, mas isto, no caso de haver o investimento, dará lugar a projetos de investimento futuros contingenciados. Neste caso se o custo do investimento superar o retorno previsto, as análises tradicionais sugerem não levar a opção à frente. Isto se prende ao fato de que estas análises não podem prever o valor desta opção, ou seja, elas não reconhecem o fato que expansões futuras têm valor.

Esta opção é fundamental para o mercado tecnológico que é caracterizado por ser muito mutável e determinante de que quem desenvolve a última tecnologia domina o mercado. Por isso é importante obter alguma participação no capital de certas companhias, pois se acredita que caso estas desenvolvam uma aplicação revolucionária, exercer-se-á o direito do aumento desta participação por um preço acordado antecipadamente. Se este software e/ou hardware cumprir as expectativas e monopolizar uma grande fatia do mercado, a empresa exercerá então o seu direito de aumento no capital e terá então, acesso a esta tecnologia fazendo então com que o seu valor como empresa tenha um aumento representativo.

Neste exemplo vemos claramente como funciona esta opção. Neste caso, o que de pior pode acontecer seria a perda no máximo, do investimento inicial (valor investido na outra companhia), enquanto caso as expectativas forem positivas, os lucros poderão ser muito grandes.

4.3.3 Opção de flexibilidade

Como o nome indica esta é uma opção que concede certa flexibilidade. A flexibilidade é traduzida na possibilidade para quem a possui de ser capaz mudar tudo que lhe seja conveniente. O exemplo tradicional neste caso, seria de uma empresa que tem a possibilidade de comprar uma máquina que trabalha com gás, ou outra que trabalha com algum derivado do petróleo ou uma que pode usar qualquer dos dois a um preço maior.

As análises tradicionais não podem prever o valor desta opção quando há incerteza. O enfoque de Opções Reais, pelo contrário, estabelecerá a possibilidade de comprar ou não o equipamento mais caro. Isto dependerá do valor que possui a opção de flexibilidade, que por sua vez dependerá dos preços do commodities.

Isto vem atualmente ocorrendo no mercado automobilístico brasileiro, onde as montadoras estão oferecendo veículos com várias opções de motores com preços diferenciados:

- Motor a gasolina
- Motor a álcool
- Motor a gasolina e álcool
- Motor a gasolina, álcool e gás
- Motor a diesel

Uma análise tradicional somente levaria em conta o investimento inicial (preço do veículo) e geraria fluxos de caixa onde individualmente o preço do combustível seria avaliado em cada alternativa. O enfoque de opções reais dará um valor à alternativa de se poder optar pela opção que fornecer a flexibilidade de escolha do combustível, considerando neste caso todas as variáveis envolvidas.

A resolução de se optar pelo equipamento que permite uma maior flexibilidade, limitar-se-á ao diferencial de preço dos equipamentos, enquanto que a rentabilidade resultante de uma possível queda nos custos pode ser importante.

4.3.4 Opção de abandonar

Esta opção é valiosa para companhias que têm incerteza de empreender certo projeto de desenvolvimento de algum produto, uma vez que ignoram o tamanho do mercado ou não sabem se poderão cumprir as exigências técnicas ou legais. Em face a estas incertezas, as ferramentas tradicionais geralmente não recomendam desenvolver o produto.

Mas este fato ocorre porque estas ferramentas não consideram a opção de abandonar quando for conveniente. Incluindo o valor desta opção ao projeto, pela análise por ferramentas tradicionais o valor total do empreendimento se alteraria e seria então, possível desenvolver o projeto.

Quer dizer que, com esta opção, o conveniente seria começar o desenvolvimento, avançar enquanto eles vão cumprindo as metas estabelecidas e abandonar se os resultados não forem os esperados.

4.3.5 Opção de aprendizado

Este é o tipo de opção que agrega valor para companhias que se confronta com uma importante incerteza técnica. Quer dizer que o risco que elas encontrarão não é um risco estimado pelo mercado, mas sim um risco próprio do seu negócio. São projetos que somente serão viáveis se uma determinada condição não ainda conhecida tiver êxito. Por exemplo, é o caso de desenvolvimento de um determinado hardware, que depende tecnicamente, de um determinado software a ser desenvolvido.

Neste caso, ambos os projetos deveriam ter seu desenvolvimento conjunto, acumulando um aprendizado de cada etapa e tendo a sua continuidade caso os resultados sejam favoráveis, caso contrário a opção a ser exercida é de abandonar o projeto.

4.4. Vantagens do Enfoque em Opções Reais

Após a introdução com os vários conceitos de opções reais, podemos integrá-los para que se possa de um modo global, entender como funciona esta teoria e quais são as suas vantagens sobre as demais ferramentas de análise de investimentos.

Inicialmente é preciso enfatizar que Opções Reais não é um mero elemento de avaliação como apresentamos na primeira definição, mas sim muito mais que isto: é uma nova forma de entender os negócios, uma vez que empresas que tenham efetivamente incorporado internamente esta teoria, terão certamente uma visão mais ampla do contexto global em que estão inseridas.

Opções Reais não somente permitirão que estas empresas obtenham um valor de acordo com a realidade que enfrentam, mas permitirá que estas ampliem a visão de seu negócio. Para isto, todos os esforços devem ser focados em descobrir todas as opções que se apresentarem. Uma vez detectada uma opção, não deverá se deter em sua análise, mas sim, deverá haver uma continuidade do processo até ter a certeza de se ter encontrado a última opção disponível.

Este é um processo contínuo, que uma vez completado, a direção da empresa terá uma visão estratégica muito mais ampla, bem como o nível de informações disponíveis serão muito maiores.

Também chamada de Teoria de Investimentos com Baixo Risco, Opções Reais se baseia em reconhecer que todo projeto tem um conjunto de opções que agregam valor por permitir tomar decisões toda vez que os fatos ocorrem.

Entretanto, estas opções não são captadas pelas ferramentas tradicionais de análise, o que pode resultar em projetos sub-avaliados. Nestas ferramentas a decisão é fixada desde o começo do processo, ou seja, seria correto afirmar que são decisões lineares. Isto certamente não está de acordo com o processo diário de gerenciamento de uma empresa, onde diferentes decisões são tomadas segundo o desenvolvimento do projeto e não rigidamente de acordo com o que foi planejado. Por este enfoque, temos em conta então, que o valor da oportunidade do momento mais o valor original, dão efetivamente o real valor do projeto.

Pode-se afirmar então, que Opções Reais tem a função de maximizar o valor obtido pelas ferramentas tradicionais mediante a incorporação do valor obtido pelas últimas ações tomadas.

Todas as empresas têm opções reais, entretanto, algumas as empregam melhor que outras. Por isto Maubossin (2002) ressalta que se deve encarar uma análise de opções reais quando ocorrerem particularmente 3 fatores.

O primeiro fator é uma gerência inteligente, que se traduz em um grupo de pessoas constantemente alerta para buscar e encontrar opções reais, assim como dispostos a implementá-las para aumentar o valor do projeto. O fato de que uma empresa tenha opções não quer dizer que as exercite de forma inteligente.

Veja o exemplo da opção de abandonar um projeto cujos resultados não estão sendo favoráveis. A gerência muitas vezes não consegue com rapidez visualizar este fato e, acaba retardando a decisão. Para que funcione bem este enfoque, se deve ter na empresa uma disciplina rigorosa, com o grupo responsável pelo projeto trabalhando com autonomia para que possa efetivamente tomar as decisões corretas, sem influências de políticas internas.

O segundo fator é ser preferencialmente um negócio líder. Os negócios líderes têm uma maior capacidade de gerar opções através de investimentos, mas fundamentalmente, tem recursos humanos, técnicos e financeiros necessários para incrementar estas opções. Outros tipos de negócios também têm a capacidade de gerar opções, entretanto, necessitam de despender um maior esforço para implementá-las.

O terceiro fator é um contexto muito incerto. Deve-se reconhecer que quanto mais incerto é o contexto em que a empresa se desenvolve, maior será o valor da opção. Isto significa que a incerteza deve deixar de ser uma inimiga para se tornar uma aliada.

Uma análise de Opções Reais nem sempre é recomendável. Existem decisões de investimentos que possuem um enorme valor e outras que são totalmente desprezíveis onde este enfoque não agregará valor, assim como, existem outras opções que tem uma incerteza muito pequena. Para todos estes casos uma análise tradicional será mais efetiva e mais econômica.

Entretanto, Opções Reais está destinada a modificar os cenários de análise de investimento em todo o mundo. Na medida em que esta teoria vai sendo melhor compreendida e divulgada, ganhando novos adeptos, certamente um grande número de investimentos irreversíveis serão paulatinamente reanalisados como investimentos por etapas, permitindo a empresa a adequar-se perfeitamente á conjuntura em que está inserida.

Porém, a vantagem básica desta teoria é se manter alinhada com os mercados financeiros. É a primeira teoria que se descola da análise do VPL para poder calcular o valor de uma empresa ou projeto. Isto se traduz em um valor totalmente independente da preferência de risco que tenha o investidor.

Isto é muito importante porque permite a obtenção do mesmo resultado qualquer que seja a referência, resultando em uma facilidade da comunicação de um projeto com o mercado (que são quem capitalizam o valor da empresa), com potenciais investidores (as pessoas que geraram o projeto) e com a direção da empresa (quem definitivamente está encarregada de aprovar os projetos ou não).

Permite também, que se façam comparações entre distintos projetos. Por isto é que Opções Reais se apóia inteiramente em *inputs* objetivos que surgem do mesmo mercado em que a empresa está inserida e que estão perfeitamente determinados antecipadamente. Justamente por esta razão é que esta teoria requer que se dedique tempo a determinar qual é o conjunto de opções que a empresa tem a seu dispor, quais são as suas incertezas e quais são os cálculos necessários para a determinação do seu valor.

Um projeto de investimento, portanto, deve incluir o valor da oportunidade de investir que este possui. A utilização da teoria das opções reais na análise de projetos de investimentos permite de uma forma teoricamente correta, não somente avaliar a flexibilidade administrativa, como tentar estimar todas as fontes de valores associados ao projeto. Portanto, o valor total de uma oportunidade de investimento pode ser descrita pela seguinte equação:

VALOR DA OPORTUNIDADE DE INVESTIMENTO = VPL + VALOR DAS OPÇÕES

Desta forma, quando não se considera o valor das opções reais, avalia-se parcialmente o projeto e por isso, muitas vezes estes são recusados. Ou seja, o VPL somente avalia corretamente projetos que não apresentem opções associadas ou, se existirem, não há qualquer fonte de incertezas.

No caso de opções reais, projetos que seriam recusados por apresentarem VPL negativo poderão ser aceitos, caso o valor das opções seja suficientemente elevado para compensar tal valor, o abre um grande campo para a análise de projetos.

Vimos então, até o momento, sem entrar em detalhes na teoria de Opções Reais, seu potencial de agregar valor para um projeto e consequentemente para a empresa, entretanto, sem detalhar um modelo de avaliação, o que faremos a partir deste momento.

Antes, é importante ter em mente um ditado popular que retrata bem os conceitos de surgimento de novas idéias:

"idéias são como sementes, basta adubá-las para que cresçam e gerem novos frutos"

4.4.1 Alguns Exemplos de Opções

Para ilustrar melhor o conceito de Opções Reais, é importante citar outros exemplos ilustrativos que podem ajudar a compreensão desta teoria que foram tomados do livro de Copeland & Antikaranov (2001):

1) Tales, filósofo sufista que viveu na ilha de Mikonos no Mediterrâneo, resolveu ler suas folhas de chá e as interpretou como uma grande colheita de azeitonas. De fato as perspectivas eram tão reais e promissoras, que Tales pegou todas as suas economias de sua vida, uma quantia modesta, e negociou com os donos das prensas que estes lhe garantissem o direito de alugar, todas as prensas, na época da colheita, pelo preço habitualmente praticado.

   E realmente foi isto que aconteceu, a safra superou todas as expectativas e quando os plantadores de azeitonas acorreram às prensas para extrair o azeite, lá estava Tales, que pagou aos donos das prensas o valor combinado, mas cobrou dos plantadores o preço de mercado (que era mais elevado devido à procura) pelo uso das prensas, cuja demanda estava em alta, fazendo uma pequena fortuna.

   Vendo este fato no enfoque de opções reais, temos que o valor subjacente sujeito ao risco era o aluguel das prensas e a causa determinante da incerteza era a variabilidade da colheita, mas o valor que realmente interessa era o desvio padrão do valor unitário do aluguel das prensas. A taxa de juros livre de risco era provavelmente uma taxa de mercado observável e, o preço de exercício era o aluguel normal, valor este registrado certamente em contrato. O prazo de maturidade da opção era o período até a colheita das azeitonas e o valor da opção, era o valor pago por Tales aos proprietários das prensas.

2) No fim da década de 60, as taxas de juros no mercado norte-americano eram baixas e assim permaneceram por um longo período. As companhias de seguro de vida ofertavam o direito de seus segurados o direito de tomarem empréstimos pelo valor monetário das apólices a uma taxa de juros de 9%,

durante o período de validade das apólices. As baixas taxas praticadas na época, na faixa de 3 a 4%, indicavam que esta cláusula tinha pouco valor.

Entretanto, como o prazo da opção era extremamente longo no caso de alguns segurados que fizeram suas apólices com a idade de 20 anos e com uma expectativa de vida superior a 50 anos, a pergunta seria qual a opção da taxa de juros em 50 anos?

Quando na época de 1980 as letras do Tesouro Americano aumentaram para algo em torno de 17 a 18%, milhões de segurados passaram a exercer o direito de tomar um empréstimo a 9% e aplicá-lo a 17% nas letras, e várias seguradoras faliram.

Estes segurados não perceberam que como as taxas de juros são flutuantes ao longo do tempo, que o valor de sua opção ao longo do tempo poderia ter um valor negativo, fato este que se repetiu recentemente quando as referidas letras estavam pagando apenas 1%.

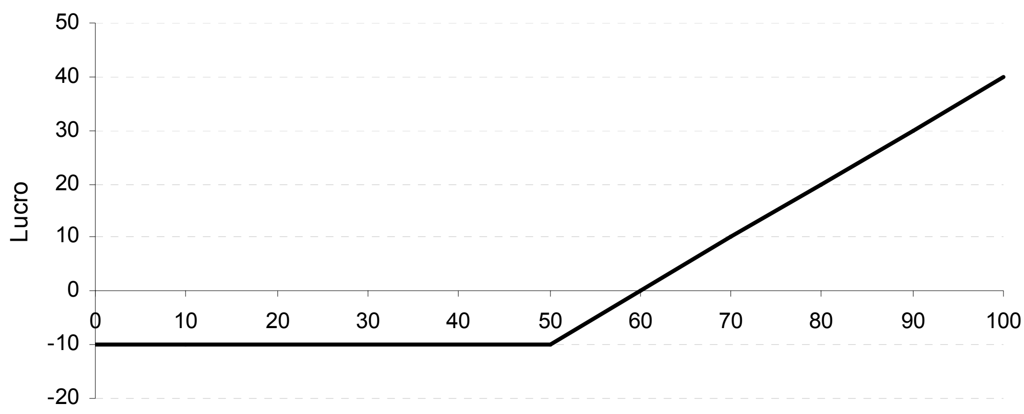
As opções e a teoria de avaliação de opções têm muitas aplicações. Eis mais dois exemplos destas:

- Opção de compra: uma indústria alimentícia se comprometeu a manter os preços dos seus produtos inalterados até a data de entrega dos mesmos. Para evitar a surpresa de um eventual aumento do preço de sua matéria-prima básica, o milho, essa indústria resolveu comprar opções de compra de milho. Assim, se o preço do milho subir além do preço de exercício, a indústria pagará o preço de exercício;

- Opção de venda: um banco de investimentos garante aos seus clientes que um dos seus fundos de investimento não cairá abaixo de um determinado valor, independentemente da queda no preço das ações que compõem o fundo. O gerente do fundo compra opções de venda das ações do fundo, de forma que se o preço das ações caírem abaixo do preço de exercício, o gerente poderá vendê-las pelo preço de exercício.

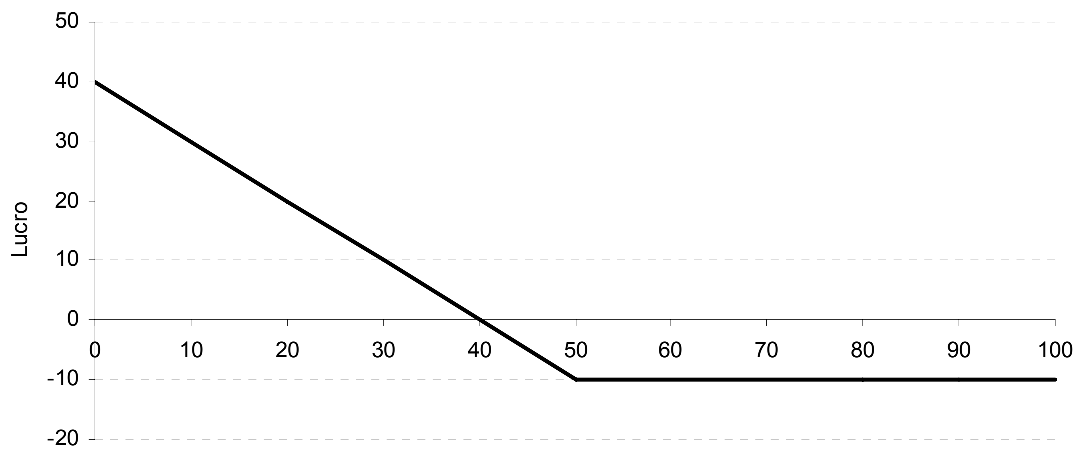
Considerando uma opção de compra com preço de exercício igual a 50 e prêmio igual a 10, o lucro da opção, em função do preço do ativo-objeto é representado pelo Gráfico 28:

Gráfico 28 - Lucro de uma Call dependendo do preço do ativo-objeto



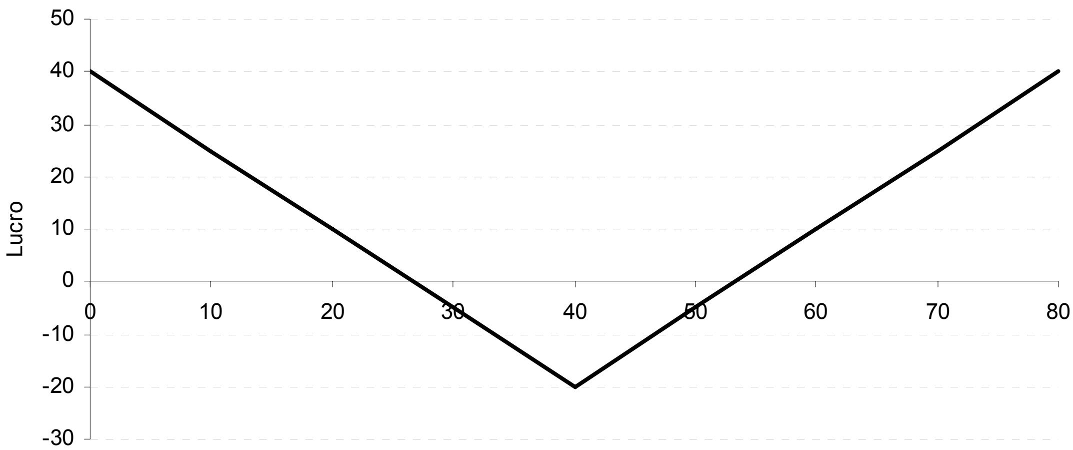
No caso de uma opção de venda, com preço de exercício igual a 50 e prêmio igual a 10, o lucro da opção em função do preço do ativo-objeto é representado pelo Gráfico 29:

Gráfico 29 - Lucro de uma Put dependendo do preço final do ativo-objeto



As opções podem ser combinadas, gerando as chamadas travas, que eliminam riscos e garantem lucros em algumas configurações de preços do ativo-objeto. No gráfico 30, apresenta-se uma trava *straddle*, que é gerada pela compra das opções de compra e de venda acima, que possuem a mesma data de vencimento:

Gráfico 30 - Trava straddle resultado da compra de uma Call e uma Put



4.5. Modelos de Avaliação

De uma forma prática, Opções Reais é uma teoria que permite avaliar projetos de investimentos usando modelos para opções financeiras. Para entender como avaliar uma opção real é necessário primeiro conhecer como estes modelos funcionam.

De forma muito simples explicaremos a lógica por trás destes modelos, enfatizando o modelo *Black and Scholes*, que foi o percussor desta teoria e hoje ainda é um dos mais usados por sua simplicidade. Uma vez compreendido seu método, poderão então, ser especificadas as particularidades para se aplicar o enfoque Opções Reais em outras situações.

Não se deve esquecer, porém, que o modelo *Black and Scholes* é utilizado para avaliar opções reais muito simples, com uma ou duas fontes de incertezas. Quando a complexidade aumenta é necessário usar ferramentas mais poderosas, como o modelo binomial de *Cox, Ross e Rubinstein*. E para outras ainda mais complexas, é necessário usar métodos de simulação mais poderosos como o modelo de Simulação de Monte Carlo, entretanto, sempre debaixo do enfoque de Opções Reais.

A vantagem, tanto de *Black and Scholes* como do Binomial, é que eles podem ser desenvolvidos facilmente em uma planilha de cálculo. Já os modelos de simulação requerem um pouco mais de poder de software e computador.

4.5.1 Modelo Black and Scholes

Em 1969, Fisher Black, analista financeiro independente, com 31 anos de idade encontrou-se com Myron Scholes, 28 anos, professor assistente de Finanças do *Massachusetts Institute of Technology*, que havia desenvolvido um modelo de precificação para títulos e outros ativos.

Esse trabalho envolveu o cálculo da derivação para calcular como a taxa de desconto de títulos varia com o tempo e com o preço do ativo. O resultado desse cálculo guarda uma incrível semelhança com a conhecida equação de transferência de calor. Black então voltou sua atenção para as opções que não eram largamente negociadas naquela época.

A descoberta de uma única fórmula matemática em, 1970, levou à conquista do prêmio Nobel de Economia de 1997, dividido entre o professor Emérito de Finanças da Universidade de Stanford, Myron Scholes e o economista da universidade de Harvard, Robert C. Merton. O prêmio, indubitavelmente, seria dividido com uma terceira pessoa, Fischer Black, não fosse sua morte em 1995.

Descoberta por Scholes e Black e desenvolvida por Merton, a fórmula de Black & Scholes (1973) diz aos investidores que valor colocar nos derivativos financeiros, como o de opções. Tornando o que seria um jogo de adivinhação em ciência matemática, a fórmula de Black & Scholes transformou o mercado de derivativos na altamente lucrativa atividade que é hoje.

O moderno gerenciamento de riscos, incluindo seguradoras, mercado de ações e investimentos, se baseia no fato de que se pode usar a matemática para prever o futuro. Não com 100% de acuracidade, obviamente, mas bem o suficiente para embasar decisões de onde colocar o dinheiro. Em essência, quando se adquire um seguro ou compramos ações, a real mercadoria que negociamos é o risco.

É de conhecimento público que no mercado financeiro, quanto maior o risco que se está preparado para assumir, maior o potencial de ganho. O uso da matemática não pode remover o risco, mas pode informar o quanto de risco se está assumindo, de forma a ajudar a decidir um preço justo.

A idéia de usar a matemática para prever o futuro retoma a dois matemáticos franceses do século XVII, Blaise Pascal e Pierre de Fermat (do famoso teorema de Fermat). Numa série de cartas trocadas entre os dois matemáticos em 1654, eles desenvolveram as probabilidades de resultados em que dois dados eram jogados um número fixo de vezes. Por exemplo, supondo que Maria e João jogam uma “melhor de cinco” e que, após três rodadas, Maria está à frente por dois a um, qual seria um valor justo para apostar na vitória de João, caso o prêmio pela sua vitória fosse de R$ 100,00? Pascal e Fermat mostraram como achar a correta resposta: de acordo com sua matemática, a probabilidade de João vencer a série seria de 25%. Logo, uma aposta de R$ 25,00 seria uma oferta justa.

Uma aposta abaixo desse valor seria mais atrativa para quem apostasse no João, enquanto acima desse valor, seria atrativa para quem apostasse na Maria. Obviamente, ainda seria um jogo de azar e como citado anteriormente, a matemática não eliminaria o risco, mas simplesmente daria o preço justo.

O que Black & Scholes (1973) fizeram foi achar um meio de determinar o preço justo por um derivativo, como uma opção. A idéia com as opções é que se compra uma opção de comprar ações sob um preço acordado até uma data futura determinada. Se o valor da ação ultrapassa o valor acordado dentro do período, o comprador da opção compra a ação, podendo, se quiser vender imediatamente a ação e realizar o lucro. Se o valor da ação não ultrapassar o preço acordado, não há a necessidade de comprar a ação, perdendo o dinheiro pago pela compra da opção.

O que faz o mercado de opções atrativo é que o comprador sabe antecipadamente qual sua perda máxima: o custo da opção. Já o potencial de ganho é teoricamente ilimitado: se a ação sobe fortemente durante o período, o comprador pode aguardar o momento certo para maximizar seus ganhos. As opções são particularmente atrativas quando são ações de mercados que tem fortes e rápidas flutuações, como o observado em indústrias de computadores e software. A maioria dos milhares de milionários do Vale do Silício tornaram-se ricos por conta de sua decisão de ter uma parte de seu salário em forma de opções de ações de suas próprias companhias.

A pergunta é: como definir um preço justo para a opção de uma ação em particular? Essa é precisamente a questão que Scholes, Black e Merton investigaram no fim dos anos 60. Black era um físico matemático, recentemente doutorado por Harvard que largou a física e estava trabalhando na Arthur D. Little, uma empresa de consultoria em gerenciamento baseada em Boston. Scholes recebera recentemente seu Ph.D. em Finanças pela Universidade de Chicago e Merton havia obtido seu Bacharelado em Engenharia Matemática na Universidade de Columbia e trabalhava como professor assistente em Economia no *Massachusetts Institute of Technology*.

Os três jovens pesquisadores buscaram achar uma resposta usando a matemática, exatamente da forma como um físico ou um engenheiro aborda um problema. Afinal, Pascal e Fermat mostraram que a matemática pode ser usada para determinar o preço justo de uma aposta em um evento futuro. E os apostadores, desde então, tem usado a matemática para calcular as melhores probabilidades em jogos de cartas e roleta.

Analogamente, os atuários usam a matemática para determinar o valor do prêmio a ser cobrado numa apólice de seguros, o que também é uma aposta sobre o que vai e o que não vai ocorrer no futuro. Mas a abordagem matemática funcionaria num novo mundo, altamente volátil do mercado de opções, que ainda estava sendo desenvolvido naquela época (o Balcão do Mercado de Opções de Chicago abriu em abril de 1973, um mês antes do artigo de Black e Scholes ser publicado).

Muitos operadores seniores de mercado pensaram que tal abordagem não funcionaria e que a negociação de opções estava além da matemática. Se verdadeiro, o mercado de opções seria nada, mais que um feroz jogo de apostas, restrito para iniciantes.

Mas eles estavam errados: a matemática podia ser aplicada. Utilizando-se de complexos cálculos que envolvem uma obscura técnica chamada equações diferenciais estocásticas, utilizam-se quatro variáveis (duração da opção, preços, taxas de juros e volatilidade de mercado) para gerar o preço que deve ser cobrado por uma opção. Isso não somente funcionou, mas transformou o mercado: quando o Mercado de Opções abriu em Chicago em 1973, menos de mil opções foram comercializadas no primeiro dia, enquanto que em 1995, mais de um milhão de opções trocavam de mãos a cada dia.

O papel da fórmula de Black & Scholes (e extensões de Merton) foi tão grande no crescimento do mercado de opções que quando o mercado de ações americano teve um *crash* em 1978, a influente revista de negócios Forbes culpou principalmente a fórmula, ao que o próprio Scholes se pronunciou de que não deveria ser a fórmula em si a receber o ônus da culpa, mas os *traders* do mercado em si, que não haviam desenvolvido a compreensão adequada de como utilizá-la.

O prêmio Nobel dado a Scholes e Merton mostra que o mundo agora reconhece o significante efeito da descoberta de uma fórmula matemática – Keith Devlin, editor da revista FOCUS, da Associação Americana de Matemática.

O modelo Black & Scholes consiste em equações que visam obter o preço justo das opções, envolvendo as seguintes variáveis:

- o valor do ativo objeto
- o exercício da opção
- o taxa de juros
- o prazo
- o volatilidade

4.5.1.1 Metodologia

As fórmulas de *Black & Scholes* para os preços de opções de compra e venda européias de ações sem dividendos são segundo Hull (1996):

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$P = Xe^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S / X) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

sendo:

C	➔	Preço da Opção de Compra
P	➔	Preço da Opção de Venda
S	➔	Preço do ativo (da ação) no momento atual
X	➔	Preço do Exercício
r	➔	Taxa de juros livre de risco, em base anual, com capitalização contínua

T ➔ Tempo para o vencimento da opção, expresso em anos

ợ ➔ Volatilidade do preço da ação, expressa ao ano. Os valores típicos da

volatilidade estão no intervalo de 0,2 a 0,4 ao ano.

N(..) ➔ Função de distribuição normal acumulada

De forma a compreender o modelo, analisemos separadamente suas duas partes (em uma opção de compra):

- a primeira parte, $SN(d_1)$, deriva o benefício esperado pela aquisição dos direitos do ativo, ao multiplicar o valor do ativo (S) pela mudança no prêmio com relação à mudança no preço do ativo $[N(d_1)]$.
- a segunda parte do modelo, $Xe^{-rt}N(d_2)$, dá o valor presente do preço de exercício na data de expiração da opção.

Segundo Rubash (2004), o preço justo de mercado para a opção de compra é calculado pela diferença entre as duas partes.

Nas fórmulas, percebe-se a influência do tempo para vencimento da opção, bem como da volatilidade no cálculo do valor da opção. Volatilidade de uma ação deve ser entendida como uma medida da incerteza que temos sobre as variações futuras de seu preço. Mantidas as demais variáveis da equação de *Black & Scholes* inalteradas, o preço das opções de compra (*call*) aumenta seu valor na medida em que a volatilidade aumenta. Da mesma forma, quanto mais distante a data do vencimento de uma opção, maior a incerteza. Os Gráficos 31 e 32 a seguir mostram como se comportam os valores, mantidas as demais variáveis.

Gráfico 31 - Variação do prêmio em função do vencimento

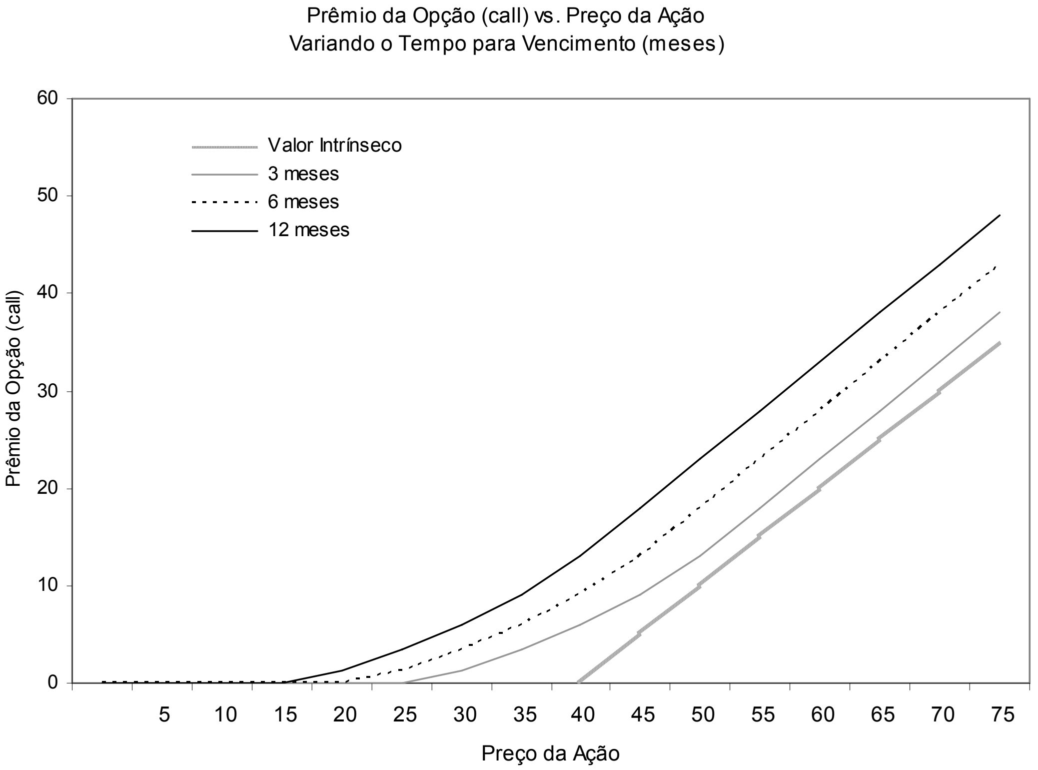
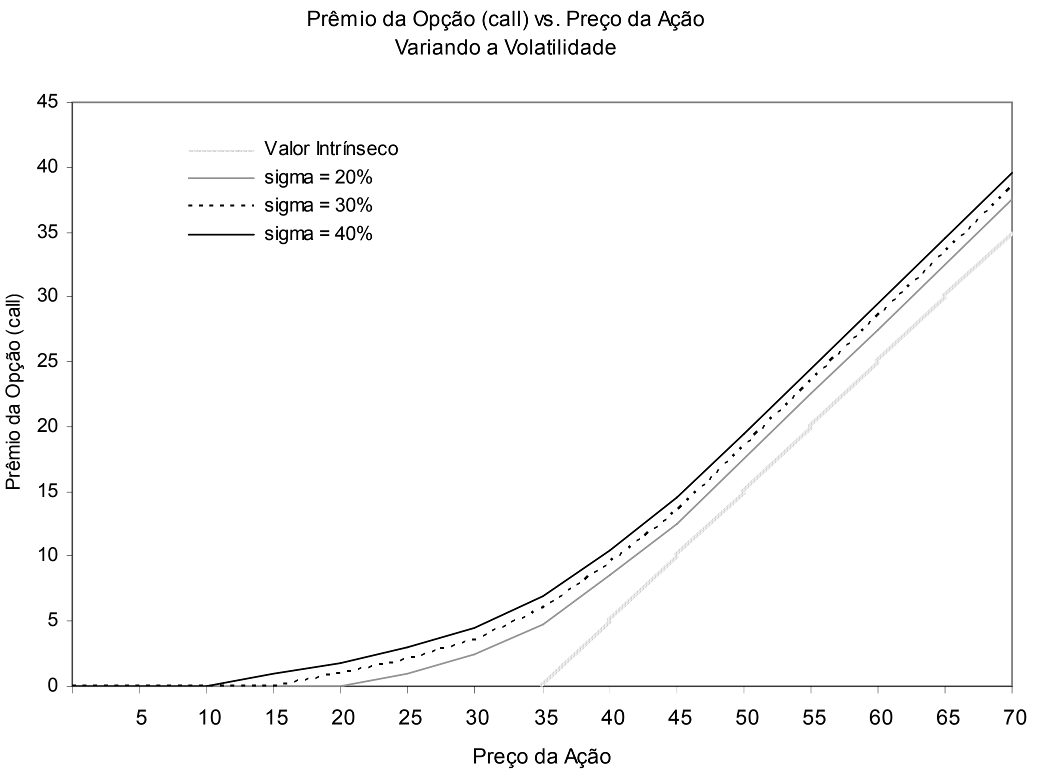
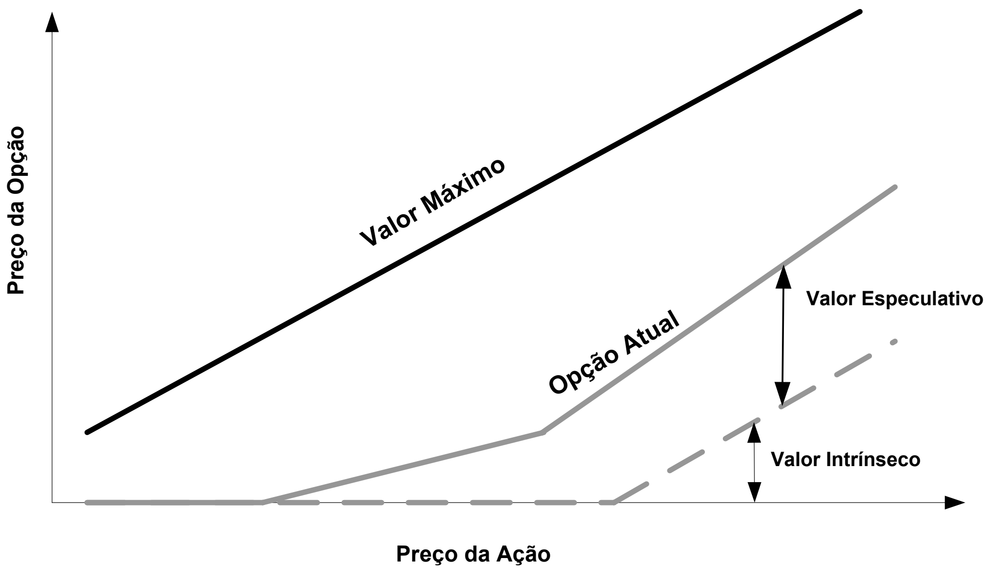


Gráfico 32 - Variação do prêmio em função da volatilidade



Como pode ser observada no gráfico 33, a diferença entre o valor intrínseco e o preço da opção é chamado valor especulativo, representando o prêmio pelo risco envolvido. Como não poderia deixar de ser, uma maior volatilidade, bem como um prazo maior até o vencimento representam situações de maior risco, aumentando o prêmio envolvido, como visto nos gráficos anteriores.

Gráfico 33 - Prêmio da Opção x Prêmio do Título



Conforme Hull (1996) parte-se das seguintes premissas para a fórmula de Black & Scholes:

1. O comportamento do preço da ação corresponde ao modelo lognormal, com μ e σ constantes;
2. Não há custos operacionais nem impostos. Todos os títulos são perfeitamente divisíveis;
3. A ação não receberá dividendos durante a vida da opção;
4. Não há oportunidade de arbitragem sem risco;
5. A negociação com títulos é contínua;
6. Os investidores podem captar ou emprestar à mesma taxa de juro livre de risco;
7. A taxa de juro livre de risco de curto prazo, r, é constante.

4.5.1.2 Exemplo

O preço de uma ação, seis meses antes do vencimento de uma opção, está em R$ 42,00, o preço de exercício da opção é de R$ 40,00, a taxa de juro livre de risco é de 10% aa e a volatilidade de 20% aa. Qual deveria ser o preço da ação para que o comprador da opção de compra não tenha lucro nem prejuízo? E qual deveria ser o preço da ação para que o comprador da opção de venda não tenha lucro nem prejuízo?

Temos então do problema os seguintes valores:

S = R$ 42,00
X = R$ 40,00
r = 0,1
σ = 0,2
T = 0,5

Podemos então calcular:

$$d_1 = \frac{\ln(42/40) + (0{,}1 + 0{,}2^2/2) * 0{,}5}{0{,}2\sqrt{0{,}5}} = 0{,}7693 \qquad d_2 = d_1 - 0{,}2\sqrt{0{,}5} = 0{,}6278$$

$$\therefore X^{e-rT} = 40 * e^{-0{,}1*0{,}5} = 38{,}0492$$

Temos então que:

C = 42N(0,7693) – 38,0492N(0,6278)

P = 38,0492*N(-0,6278) – 42*N(-0,7693)

Utilizando a função dist.normp do Excel (distribuição cumulativa normal padrão), encontramos:

C = 42 * 0,7791 – 38,0492 * 0,7349 = 4,76

P = 38,0492 * 0,2651 – 42 * 0,2209 = 0,81

Desta forma, considerando-se que o preço da opção é de R$ 40,00, para que o comprador da opção de compra não tenha lucro ou prejuízo, a ação deveria estar em R$ 44,76 (R$ 40,00 + R$ 4,76), ou seja, ela deveria subir R$ 2,76 (R$ 44,76 – R$ 42,00). Analogamente, para que o comprador da opção de venda não tenha lucro nem prejuízo, o valor da ação deveria ser de R$ 39,19 (R$ 40,00 – R$ 0,81), ou seja, ela deveria cair R$ 2,81 (R$ 42,00 – R$ 39,19).

Este método tem, portanto, uma metodologia simples, facilmente solucionada com baixo poder computacional.

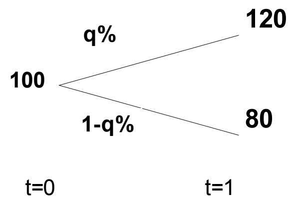
4.5.2 Modelo Binomial de Cox-Ross-Rubinstein

Este modelo foi elaborado por Cox, Ross e Rubinstein (1979) cujo enfoque estabelece que, ao exercer o direito de constituir uma carteira, o investidor obtém uma taxa livre de riscos, então, os resultados alcançados serão sempre os mesmos, sem importar a preferência que este investidor tenha por riscos. Como já comentado todo o investidor pode ser enquadrado em três categorias de risco: avesso, neutro ou amante do risco. Isto implica que não se deve calcular nenhum tipo de prêmio para descontar estes valores, uma vez que estes podem ser descontados a taxa livre de riscos.

O modelo binomial parte do valor atual de um determinado projeto e se procura a sua evolução futura. Para isto, considera-se que em cada período de tempo o valor tem somente dois caminhos a seguir: aumentar ou diminuir. Desta forma, ao fim do projeto, o modelo mostrará um conjunto de possíveis valores que poderão ser assumidos, onde alguns estarão acima do valor inicial e outros abaixo.

Uma vez conhecido o esquema, será necessário retroceder os resultados obtidos até o tempo inicial, seguindo o critério de adotar a solução ótima em cada período. Entende-se como solução ótima no próximo período, aquela que puder ser adotada como se análise começasse no próximo período, portanto, para isto é necessário descontar os fluxos de fundos. Entretanto, ao invés de se adotar a taxa ajustada de risco, se utiliza a taxa livre de riscos, que é a mesma para qualquer validador para a variável conhecida como probabilidade neutra ao risco, que mede a probabilidade de se obter como retorno a taxa livre de riscos.

Para exemplificar, tomamos um modelo bem simples, onde existem dois períodos e o ativo objeto pode assumir apenas dois preços no segundo período. Seja uma ação cujo preço no período 1 é R$ 100,00 e suponha que esse preço pode apenas subir 20%, com probabilidade q% ou cair 20% com probabilidade (1 - q%).

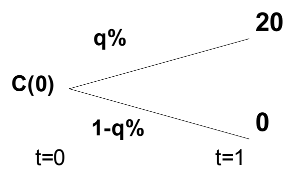


Suponhamos agora que a taxa de juro por período é igual a 10%. Seja uma opção (de compra) dessa ação com preço de exercício igual a R$ 100,00 e vencimento no período 1, que chamaremos C(t). O seu valor no vencimento é fácil de obter com a fórmula:

$$C(T) = Max(S(T)-K,0)$$

onde T é a data de vencimento
S(T) é o preço do ativo objeto na data T
K é o preço de exercício

No exemplo temos T = 1, K = R$ 100,00, logo, o valor da opção no vencimento é:



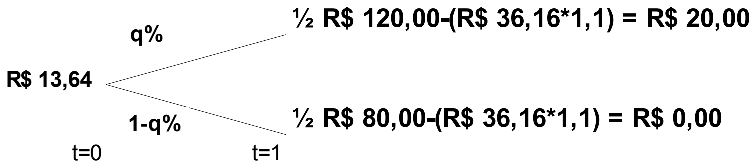
Essa opção, portanto, vale R$ 20,00 se a ação subir 20%, ou nada, se a ação cair. A seguir, tomamos uma carteira composta de uma quantidade D do ativo objeto e quantidade B do título que rende a taxa de juros básica (ou sem risco). Suponha, por exemplo, que esta carteira contenha as seguintes quantidades:

1. Uma quantidade D = ½ ação (uma posição comprada).
2. Uma quantidade B = -36,36 (uma posição vendida a descoberto). Repare que isso nada mais é do que tomar R$ 36,36 emprestados, pois vender um título a descoberto equivale a captar dinheiro.

O valor desta carteira na data inicial 0 é de:

½ Ação a R$ 100,00 cada	=	+R$ 50,00
Empréstimo de R$ 36,36	=	- R$ 36,36
Valor da carteira	=	+R$ 13,64

No período 1, que corresponde ao momento do vencimento da opção, essa carteira pode assumir dois valores:



A carteira acima vale R$ 20,00 se a ação subir para R$ 120,00 e R$ 0,00 se a ação cair para R$ 80,00, ou seja, seu valor no período 1 é exatamente igual ao da opção. Portanto, ela reproduz perfeitamente a opção, por isso é chamada de carteira equivalente (ou também opção sintética). Obviamente, se a carteira equivalente tem um fluxo de pagamento exatamente igual ao da opção, ela também deve valer a mesma coisa no período inicial.

Se esse não fosse o caso, e a opção estivesse cotada a, por exemplo, R$ 15,00, então ela estaria cara, seu preço justo seria de R$ 13,64, e existiria um lucro potencial de R$ 1,36. Para se obter esse lucro e arbitrar o preço de mercado da ação. No vencimento da opção os valores da carteira equivalente e da opção se anulam e fica apenas o lucro inicial e sem risco de R$ 15,00 - R$ 13,64 = R$ 1,36.

Na data inicial:		No vencimento com a ação cotada a:	
		R$ 80,00	R$ 120,00
Compra de ½ Ação a R$ 100,00 cada	= -R$ 50,00	+R$ 40,00	+R$ 60,00
Empréstimo de R$ 36,36	= +R$ 36,36	- R$ 40,00	- R$ 40,00
Venda da Opção	= +R$ 15,00	0,00	- R$ 20,00
Resultado	= +R$ 1,36	0,00	0,00

No vencimento, qualquer que seja o preço do ativo objeto, a arbitragem não gera lucro ou prejuízo algum, e na data 0 se tem um lucro certo de $1,36.

Caso a opção esteja barata, por exemplo, R$ 12,00, a arbitragem consiste em comprar a opção e vender a carteira equivalente. O fluxo de caixa pode ser descrito por:

Na data inicial:		No vencimento com a ação cotada a:	
		R$ 80,00	R$ 120,00
Compra de ½ Ação a R$ 100,00 cada	= -R$ 50,00	+R$ 40,00	+R$ 60,00
Empréstimo de R$ 36,36	= +R$ 36,36	- R$ 40,00	- R$ 40,00
Venda da Opção	= +R$ 12,00	0,00	- R$ 20,00
Resultado	= +R$ 1,64	0,00	0,00

Se a opção está barata, a arbitragem implica na venda a descoberto do ativo objeto. Isto na prática pode ser feito com empréstimo da ação ou através da venda de um derivativo, como por exemplo, um termo. A arbitragem não tem risco de preço e certamente, é um bom negócio enquanto render qualquer centavo. Se existir pelo menos uma instituição financeira atenta para realizar esse negócio, então, não haverá oportunidade de arbitragem disponível com essa opção, o que implica que o preço da opção seja de $13,64. Essa é a condição de não-arbitragem, que diz que o preço tem que ser $13,64 ou de outro modo, haverá oportunidade de ganho sem risco (ou oportunidade de arbitragem).

Vale notar que a probabilidade da ação subir (q%) ou cair não afeta o preço da opção, mas a amplitude (volatilidade) desse movimento afeta a opção. O retorno esperado do ativo objeto não afeta a avaliação da opção porque estamos avaliando a opção em termos do ativo objeto, logo, a probabilidade deste subir ou cair já está incorporada no seu preço.

Se a amplitude aumentasse e o preço do ativo objeto pudesse ir para $140,00 ou $60,00, seria fácil mostrar que o preço justo da opção deveria ser maior. Nota-se que temos utilizado várias hipóteses sobre o funcionamento do mercado: existe comprador e vendedor de qualquer quantidade do ativo objeto ao preço de mercado; não há preço de venda e de compra, apenas um preço; não há risco de crédito nas transações e a taxa de juros para qualquer prazo é conhecida e não se modifica.

O exemplo acima pode ser formalizado para obtermos uma fórmula de cálculo da quantidade de ações e títulos da carteira equivalente.

4.5.2.1 Metodologia

Chamaremos o ativo objeto de *S* e supomos que ele pode subir para uS, com probabilidade q%, ou cair para dS, com probabilidade (1-q%). A taxa de juros efetiva é constante e igual a *r* - 1 por período. A taxa de juros deve respeitar d < r < u, do contrário existe uma arbitragem básica. Se r < d, então devemos tomar todo dinheiro do mundo emprestado e comprar o ativo objeto, pois qualquer que seja o preço no período seguinte, supera a taxa de juros e proporciona lucro certo. Raciocínio análogo vale para o caso em que u < r.

$$
\begin{array}{lll}
 & & uS \quad \text{com probabilidade } q \\
\mathbf{S} & \begin{array}{c}\nearrow \\ \searrow\end{array} & \\
 & & dS \quad \text{com probabilidade } 1 - q \\
t=0 & & t=1
\end{array}
$$

O valor de uma opção de compra, C(t), com preço de exercício K e vencimento no período 1 é:

$$
\begin{array}{lll}
 & & C_u = \text{Max}\{uS - k,\ 0\} \\
\mathbf{C(0)} & \begin{array}{c}\nearrow \\ \searrow\end{array} & \\
 & & C_d = \text{Max}\{dS - k,\ 0\} \\
t=0 & & t=1
\end{array} \qquad \mathbf{(1)}
$$

Como foi visto, essa opção pode ser reproduzida através de uma carteira com Δ ações e um financiamento ou empréstimo no valor B. O valor dessa carteira nos períodos 0 e 1 pode ser representado por:

$$
\begin{array}{lll}
 & & \Delta uS + rB \\
\mathbf{\Delta S + B} & \begin{array}{c}\nearrow \\ \searrow\end{array} & \\
 & & \Delta dS + rB \\
t=0 & & t=1
\end{array} \qquad \mathbf{(2)}
$$

Igualando os fluxos finais de (1) e (2), podemos obter facilmente os valores de Δ e *B*, pois basta resolver um problema simples com duas equações e duas incógnitas.

$$\Delta uS + rB = C_u$$
$$\Delta dS + rB = C_d$$

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S} \qquad \therefore B = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r} \tag{3}$$

As fórmulas de (3) permitem calcular exatamente as quantidades do ativo objeto e de títulos da carteira equivalente. A carteira dada por Δ*S* + *B* tem que custar exatamente o mesmo que a opção (*C*= *ΔS* + *B)*, do contrário existe uma oportunidade de arbitragem. Com alguma manipulação chegamos a um formato conveniente:

$$C = \Delta S + B = \frac{C_u - C_d}{u-d} + \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r} = \frac{\left[\left(\frac{r-d}{u-d}\right)C_u + \left(\frac{u-r}{u-d}\right)C_d\right]}{r} \tag{4}$$

Podemos simplificar (4), fazendo:

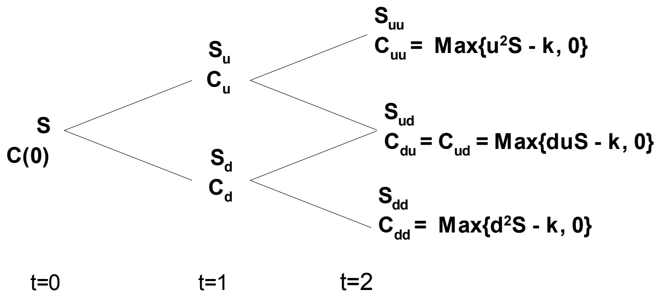
$$p = \frac{r-d}{u-d} \qquad \therefore 1-p = \frac{u-r}{u-d}$$

$$C(0) = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{r} \tag{5}$$

A fórmula acima permite calcular o preço da opção como se fosse o valor esperado presente da opção, calculada segundo uma probabilidade p. Esta medida de probabilidade não tem ligação alguma com a probabilidade original q. Ela é obtida em condições especiais de não-arbitragem e conhecida como medida de martingala equivalente. O preço calculado desta forma igual ao retorno da opção à taxa de juros sem risco, como num mundo onde os investidores fossem todos neutros ao risco e não se importassem com o risco, aceitando assim a mesma taxa de retorno em todos os investimentos.

Por isso essa técnica de cálculo de preço de opção é chamada de avaliação neutra ao risco. O preço obtido por esta técnica é válido também num mundo onde os investidores não sejam neutros ao risco, porque a taxa de retorno esperado não entra no cálculo do preço da opção. Podemos estender o modelo de dois períodos, que é muito pouco realista, para um modelo binomial com grande número de períodos e calculamos o preço da opção segundo a avaliação neutra ao risco.

Veremos a seguir o significado de arbitragem através do modelo Binomial, segundo uma abordagem desenvolvida por Cox, Ross e Rubinstein (1979), na verdade uma idéia originalmente sugerida por Willian Sharpe. Supomos que o preço do ativo subjacente segue um processo binomial multiplicativo em períodos discretos.



Pela avaliação neutra ao risco, a cada nó da árvore binomial, o preço da opção pode ser calculado como o valor atual do preço esperado, segundo a probabilidade p. Sabendo p e o valor da opção no vencimento, basta andar para trás na árvore binomial até chegar ao preço da opção na data inicial.

No período 1, o valor da opção nos dois estados, C_u e C_d , é calculado por:

$$C_u = \frac{pC_{uu} + (1-p)C_{ud}}{r} \qquad\qquad C_d = \frac{pC_{du} + (1-p)C_{dd}}{r} \qquad \textbf{(6)}$$

Para se obter o valo da opção no período inicial, substituímos as equações (6) em (5), o que resulta em:

$$C = \frac{[p^2C_{uu} + 2p(1-p)C_{ud} + (1-p)^2C_{dd}]}{r^2}$$

$$C = \frac{[p^2 \text{máx}\{Su^2 - E; 0\} + 2p(1-p)\text{máx}\{Sud - E; 0\} + (1-p)^2 \text{máx}\{Sd^2 - e; 0\}]}{r^2}$$

Estendendo o problema para n períodos, teremos a seguinte fórmula para uma opção de compra européia, cujo ativo-objeto não distribui dividendos:

$$C = \frac{\left[\sum_{j=0}^{n}\left(\frac{n!}{j!(n-j)!}\right)p^{j}(1-p)^{n-j}\text{máx}\{0, u^{j}d^{n-j}S - E\}\right]}{r^{n}}$$

Wilmott, Howison e Dewynne (1995) demonstram como os parâmetros do modelo binomial p, u, d são escolhidos de tal forma que o passeio aleatório discreto, representado pela árvore binomial, e o passeio aleatório contínuo possuam a mesma média e variância. Os autores partem de um sistema de duas equações, descritas a seguir, com três incógnitas (p, u, d) que possuem os requisitos $u > 0$, $d > 0$ e $0 \le p \le 1$:

$$\begin{cases} pu + (1-p)d = e^{r\Delta t} \\ pu^{2} + (1-p)d^{2} = e^{(2r+\sigma^{2})\Delta t} \end{cases}$$

onde r é a taxa de juros livre de risco anual composta continuamente.

A terceira equação, necessária para resolver o sistema é escolhida de forma arbitrária, segundo os autores, já que estas duas equações acima determinam todas as propriedades estatisticamente importantes de um passeio aleatório discreto.

Uma das escolhas mais comumente feitas no mercado, e que foi introduzida por Cox, Ross e Rubinstein (1979) é $u = 1/d$, que fornece como solução do sistema $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$, onde Δt é igual ao tempo restante até o vencimento da opção sobre o número de períodos ou passos da árvore binomial (n), e:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

Aplicando o mesmo processo para C(0), chegamos facilmente ao preço justo da opção, de acordo com a avaliação neutra ao risco e um modelo binomial para o preço do ativo objeto.

$$C(0) = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{e^{r\Delta t}}$$

onde:

$$u = e^{\sigma\sqrt{t/n}} \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{t/n}}$$

onde:

σ ➔ é a medida da volatilidade do ativo objeto.

n ➔ é o número de períodos em que fazemos o ativo objeto se movimentar.

Uma das vantagens do Modelo Binomial é poder ser facilmente calculado numa planilha eletrônica, como no exemplo a seguir feito em planilha Excel. A idéia, portanto é que em cada nó da árvore de largura **n**, o preço do ativo-base poderá aumentar de um fator **u** ou decrescer de um fator **d**. A base do modelo é a seguinte:

4.5.2.2 Exemplo

t ➔ seis meses = 0,5

n ➔ 5

r ➔ 8% aa

σ ➔ 30%

S ➔ 100

X ➔ 95

Δt = t/n➔ 0,5/5 = 0,1

u ➔ $e^{0.3\sqrt{0.1}} = 1.09951$

d ➔ $e^{-0.3\sqrt{0.1}} = 0.9095$

p ➔ $\dfrac{e^{0.08*0.1} - 0.9095}{1.09951 - 0.9095} = 0.518563$

1 - p ➔ 1 – 0,518563 = 0,481437

A montagem da árvore binomial com 5 períodos (5 meses) será a seguinte:

Figura 2 - Árvore Binomial

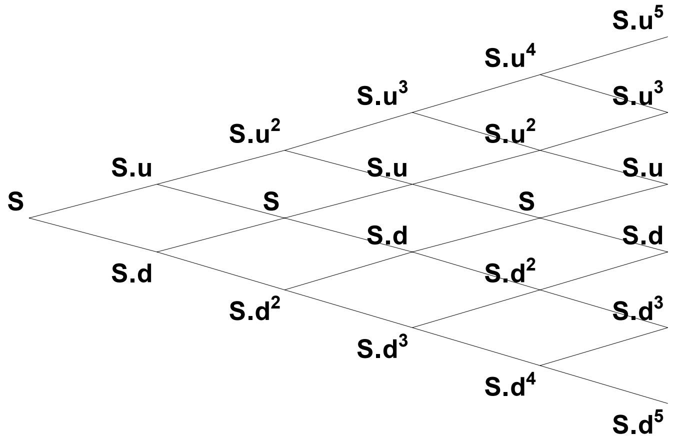
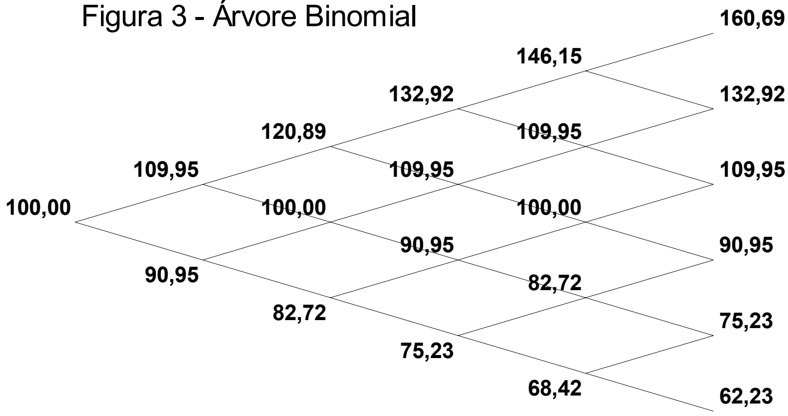


Figura 3 - Árvore Binomial



Para fazer o caminho inverso temos no final da binomial:

$$C_S = \text{Máximo}\left[\frac{p.C_{S-1} + (1-p)C_{S+1}}{e^{r.\Delta t}}; \text{Máximo}(E - S); 0\right]$$

No nó onde o valor é 62,33, o valor da opção de venda será:

$$C_{62,23} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 0 + (1 - 0,518563) * 0}{e^{0.08*0.1}}; \text{Máximo}(100 - 62,23); 0\right] = \text{Máximo}[0; 37,77] = 32,77$$

Analogamente calculamos para os nós de valores 75,23, 90,95, 109,95, 132,92 e 160,70 achando respectivamente os seguintes valores: 24,77, 9,05, 0,0 e 0.

No nó onde o valor é igual a 68,42, o valor da opção de venda será:

$$C_{68,42} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 32,77 + (1 - 0,518563) * 24,77}{e^{0.08*0.01}}; \text{Máximo}(100 - 68,42); 0\right] = \text{Máximo}[28,90; 31,58] = 31,58$$

Procedemos aos mesmos cálculos para os nós de valores 82,72,100, 109,95 e 146,15 achando respectivamente os seguintes valores: 17,28, 4,35, 0 e 0.

No nó onde o valor é igual a 75,23, o valor da opção de venda será:

$$C_{75,23} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 17,28 + (1 - 0,518563) * 31,58}{e^{0.08*0.1}}; \text{Máximo}(100 - 75,23); 0\right] = \text{Máximo}[24,15; 24,77] = 24,77$$

Para os nós de valores 90,95, 109,95 e 132,92 os cálculos foram realizados e achamos respectivamente os seguintes valores: 9,05, 0 e 0.

No nó onde o valor é igual a 82,72, o valor da opção de venda será:

$$C_{82,72} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 9,05 + (1 - 0,518563) * 24,77}{e^{0.08*0.1}}; \text{Máximo}(100 - 82,72); 0\right] = \text{Máximo}[16,6; 17,28] = 17,28$$

Da mesma forma calculamos para os nós de valores 90,95, 109,95 e 132,92 achando respectivamente os seguintes valores: 9,05, 0 e 0.

No nó onde o valor é igual a 90,95, o valor da opção de venda será:

$$C_{90,95} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 5,44 + (1 - 0,518563) * 17,28}{e^{0.08*0.1}}; \text{Máximo}(100 - 90,95); 0\right] = \text{Máximo}[11,13; 9,05] = 11,13$$

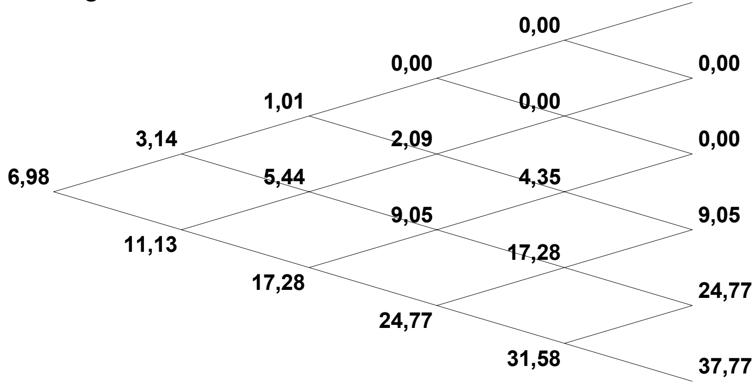
E finalmente para o nó de valor 109,95 achando 3,14.

E finalmente, o nó onde o valor é igual a 100,00, o valor da opção de venda será 6,98.

$$C_{100} = \text{Máximo}\left[\frac{0,518563 * 3,14 + (1 - 0,518563) * 11,13}{e^{0.08*0.1}}; \text{Máximo}(100 - 100); 0\right] = \text{Máximo}[6,98; 0] = 6,98$$

A árvore seria a seguinte:

Figura 4 - Árvore Binomial



O preço justo dessa opção negociada pelo modelo binomial é de R$ 6,98.

4.6 Adaptação dos Modelos para Avaliar Opções Reais

Apesar das opções reais apresentarem uma similaridade com as opções financeiras, apresentam algumas características discrepantes, entretanto, isto não é um obstáculo para permitir a utilização dos modelos de avaliação, devendo somente ser levadas em consideração no momento da formulação do modelo.

Dentre as diferenças que serão encontradas, podem ser citadas:

1. As opções reais não estão sujeitas somente aos riscos de mercado, mas também, aos riscos próprios das características dos investimentos;
2. As opções reais não estão estabelecidas em um contrato, ou seja, há a necessidade de buscá-las e trabalhá-las;
3. Inversões em ativos permanentes não são realizadas da noite para o dia, tendo em vista que necessitam de um tempo para a sua implantação;
4. Em opções financeiras é relevante conhecer os parâmetros que medem a sensibilidade da opção, o que não ocorre com as opções reais.

Portanto, o que se deseja nas oportunidades de investimentos em uma opção de compra (call), cujo preço de exercício é o custo da inversão e o ativo subjacente é o valor do projeto após a sua implantação. A empresa exercerá a opção, ou seja, fará o investimento somente se o valor do ativo subjacente for superior, o que significa que primeiro terá que pagar para que tenha a oportunidade de investimento.
Cabe agora fixar alguns conceitos que são base para a teoria de opções reais.

Preço de Exercício

O preço de exercício de uma opção é aquele que se fixa em contrato. Se opção for realizada, o dono da mesma terá direito a comprar ou vender o ativo subjacente por este valor.

No caso de opções reais, o preço de exercício representa o custo da inversão do projeto, portanto, as características do projeto são claramente identificadas neste caso. Será simbolizado então como **X**.

Tempo até a Expiração da Opção

Este representa o tempo que o dono da opção tem para exercê-la, ou seja, se o prazo expira considera-se que a opção não foi exercida.

É importante que à medida que o tempo passa a opção vai perdendo valor, pois conforme o tempo decorre, vão se dissipando as incertezas com relação ao futuro. Será simbolizado como **t**.

Preço Corrente do Ativo Subjacente

Este é o preço atual do ativo sobre qual existe uma opção, que nas opções financeiras se obtêm observando o mercado. Será simbolizado com **A**.

O valor presente do ativo subjacente para opções reais também pode ser observado no mercado, com a análise da carteira de referência Por exemplo, o risco avaliado pelo mercado de quem possui um projeto de exploração e produção de um poço de petróleo será mensurado pelos valores futuros do preço do petróleo, portanto, estes integrarão a carteira de referência.

Taxa Livre de Riscos

Esta taxa será simbolizada como **r**, e é a taxa que o investidor recebe por realizar uma inversão em empresas plenamente solventes, considerando-se então a inexistência de riscos. Por exemplo, são consideradas como taxas livres de riscos aquelas pagas por governos de países com grande estabilidade econômica.

Volatilidade do Ativo Subjacente

A volatilidade é um dos conceitos mais relevantes em finanças na atualidade, e certamente, o fator mais importante no cálculo do preço de uma opção. Conforme afirma Abel (1990), "mudanças nas premissas sobre a volatilidade podem ter efeitos dramáticos no valor de uma opção, e a maneira que o mercado calcula esta volatilidade pode ter efeitos igualmente dramáticos em seu valor". A volatilidade, representada pelo símbolo σ, indica a movimentação dos preços do ativo subjacente, ou da "incerteza quanto aos retornos proporcionados por este ativo".

De fato, quanto maior a movimentação ou a "velocidade" do mercado e dos ativos que o compõem, maior será o valor da opção sobre estes ativos. Dixit (1994) descreve os seguintes tipos de volatilidade:

- **Volatilidade Futura**: é a volatilidade que todo operador de mercado gostaria de conhecer, ou seja, a volatilidade que melhor descreve a distribuição futura dos preços de um determinado ativo subjacente, e que teoricamente produziria o preço mais preciso para uma opção quando utilizado num modelo de avaliação de opções. Obviamente, esta volatilidade praticamente não é conhecida, devido à impossibilidade de se prever o futuro.

- **Volatilidade Histórica**: mesmo não sendo possível prever o futuro, para a utilização de um modelo de avaliação do preço de opções, é necessário fazer estimativas sobre a volatilidade futura. Uma maneira de se fazer isso é através da utilização de dados históricos. Há várias formas de se calcular a volatilidade histórica, mas a maioria dos métodos depende da escolha de dois parâmetros: o período histórico sobre o qual a volatilidade será estimada e o intervalo de tempo entre as mudanças sucessivas de preço. Períodos históricos mais longos tendem a aumentar a média da volatilidade, enquanto períodos mais curtos podem revelar extremos desnecessários na volatilidade.

- **Volatilidade Implícita:** ao contrário da volatilidade futura e histórica, que são diretamente associadas a um ativo subjacente, a volatilidade implícita é associada ao preço da opção, ou seja, iguala o valor teórico de uma opção com o preço de mercado da mesma, obtendo desta forma o parâmetro da volatilidade. A volatilidade implícita é conhecida como a previsão de volatilidade de mercado, pois considera as expectativas que o mercado possui sobre a volatilidade futura, incorporando as informações do passado.

- **Volatilidade Sazonal:** esta volatilidade está diretamente associada ao movimento de alguns commodities, ou ativos agropecuários, no mercado (milho, soja, trigo, café, etc.), que apresentem volatilidade mais sensível às variações climáticas ao longo do ano. Assim, a volatilidade de alguns ativos aumenta ou diminui em função de secas, chuvas, ou pela simples chegada de uma nova estação do ano.

O método mais comum para a obtenção da volatilidade histórica, é o cálculo da variação do logaritmo natural da série de preços. A volatilidade nada mais é do que o desvio padrão desta série:

$$\text{Volatilidade}_{\text{estimada}} = \text{Desvio\_padrão}\left[\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)\right]_{t=1}^{T}$$

Se as variações contidas na amostra forem diárias (ou seja, t é o número de dias úteis), temos a volatilidade diária. Para se calcular a volatilidade anual basta multiplicar pela raiz quadrada do número de dias úteis no ano.

Taxa de Dividendos

Segundo Luehrman (1998), alguns ativos apresentam uma característica de especial, ou seja, somente o proprietário do ativo poderá usufruir deste fluxo de fundos, não o proprietário da opção. Por exemplo, veja o caso de uma opção financeira de uma determinada ação, que em algum momento poderá pagar dividendos. Se existir uma opção de compra exercida sobre esta ação e, se durante este prazo a empresa pagar dividendos, quem os receberá será o proprietário das ações e não o da opção.

Logo após o pagamento deste dividendo, certamente o preço da ação cairá no mercado. Fazendo uma analogia para opções reais, vejamos um projeto de construção de um edifício para locação. Quanto mais alta for a expectativa do valor da receita destes aluguéis, maiores serão as perdas causadas por um atraso na construção, o que causará uma redução do valor da opção de esperar para investir.

Estes dados têm que ser incorporados ao modelo para sua correta avaliação. Se não for considerado o valor da opção somente estaria determinada pela lucratividade financeira.

A taxa de dividendos será simbolizada como **Δ.**

4.7 Etapas do Processo

Até este ponto, examinamos a lógica existente por trás dos modelos de avaliação de opções, as entradas que requerem e as adaptações para um modelo de Opções Reais. Agora procuraremos mostrar quais as etapas para avaliar um determinado projeto.

As opções financeiras estão perfeitamente padronizadas e do contrato que as rege podemos obter suas características, entretanto, o mesmo não ocorre com as opções reais, onde para obtermos o valor de um projeto precisamos definir o ambiente em que se desenvolvem suas características, etc.

Após a definição do valor, o próximo passo será de escolher o modelo de avaliação que será utilizado. Dependendo das características do projeto este será escolhido, entretanto, como uma regra geral, para modelos simples é conveniente a utilização de *Black & Schole*s, e para os mais complicados Binomial ou outros mais avançados.

O terceiro passo consiste na análise dos resultados para determinar se são os melhores que podem ser obtidos, ou quais são os aspectos que podem ser melhorados.

O quarto passo consiste em realizar interações no processo, para que se possa aperfeiçoá-lo obtendo-se a melhor meta, entendo que esta será aquela que permita um resultado mais próximo da realidade, com certa liberdade para que os responsáveis pelas decisões possam usar sua intuição e experiência.

Resumindo, a Figura 2 mostra uma Analogia entre um Projeto de Investimento e uma Opção Financeira:

Figura 5 – Analogia entre Projeto de Investimento e Opção Financeira

Projeto de Investimento	Variável	Opção Financeira
Valor Presente do Projeto	S	Preço do Ativo Subjacente
Investimento Inicial	X	Preço de Exercício
Vida Útil do Projeto	t	Tempo até o Vencimento
Taxa de Desconto	r	Taxa de Retorno Livre
Incerteza sobre o Fluxo de Caixa	σ	Volatilidade

5. Estudo do Projeto Considerando Opções Reais

Em contraponto a análise tradicional apresentada no Capítulo 3, e com o embasamento na Teoria de Opções Reais apresentada no Capítulo 4, vamos reavaliar o projeto com a opção de venda do ativo. Esta opção é denominada na Teria de Opções Reais como opção de abandono, ou seja, é o direito, mas não obrigação, de se desfazer de um ativo a um preço fixo (predeterminado).

Como já comentado anteriormente, a análise tradicional do VPL mantêm o projeto durante toda a sua vida útil, sendo que em muitos casos pode vir a ser interessante a sua desativação sob determinadas circunstâncias. A determinação deste valor de desativação é uma das características da Teoria de Opções Reais, ou seja, estar permanentemente reavaliando o projeto calculando o valor da opção.

Na análise de compra e operação de um navio, deve-se levar em consideração que este mercado é cíclico, onde a demanda é muitas vezes determinada pelo crescimento do PIB e está sujeita a choques, como por exemplo, recessões e ameaças de guerra. A produção de um navio tem elevados custos fixos e, assim, oferta e demanda estão fora do equilíbrio temporariamente.

As empresas de afretamento enxergam oportunidades de crescimento quando a economia encontra-se em expansão, e então encomendam novas embarcações que somente são entregues tempos depois, quando as condições econômicas podem ser menos favoráveis. Portanto, há um hiato entre a tomada de decisão do investidor e o efeito dessa decisão sobre o seu negócio.

É neste ponto que a Teoria de Opções Reais oferece flexibilidade para a tomada de decisão, pois apresenta alternativas ao investidor de encarar a dinâmica da decisão de investir, sendo que no caso do projeto em análise, como partimos da hipótese que o mesmo será realizado, buscaremos as seguintes respostas:

a) Quanto vale a opção de abandoná-lo?
b) Quando e sob que condições a opção de abandoná-lo deve ser exercida?
c) O projeto deve ser empreendido sem a opção de abandoná-lo?

Para tanto, faremos uma análise desta opção no final dos 5º e 10º anos, onde avaliaremos o valor esperado do VPL comparando-o com um VPL básico, que deverá ser determinado em função da aversão ao risco do investidor, ou seja, sempre que o valor esperado do VPL for inferior ao básico, será exercida a opção de venda do ativo, sendo então calculado o novo valor do VPL.

As Figuras 6 e 7 mostram o fluxo de caixa esquemático destas análises:

Figura 6 - Fluxo de Caixa com Opção de Abandono no Ano 5

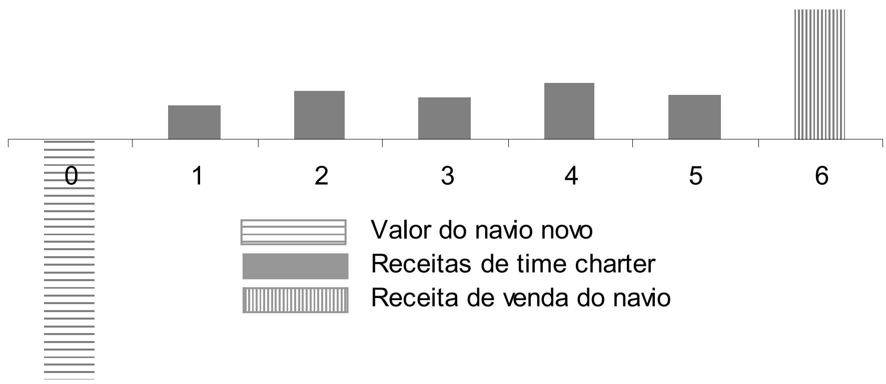
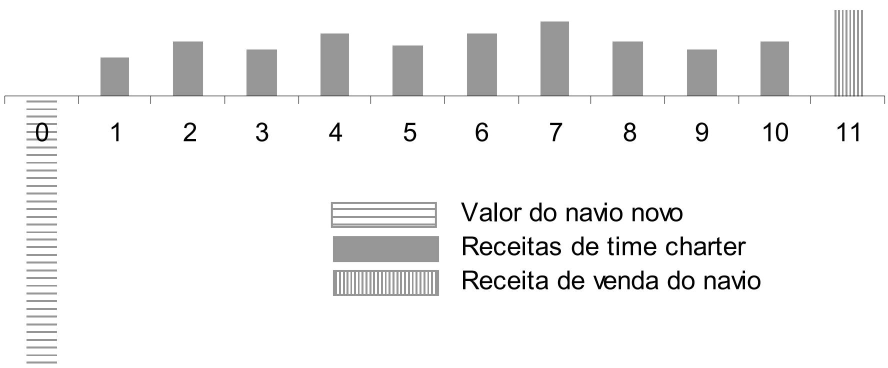
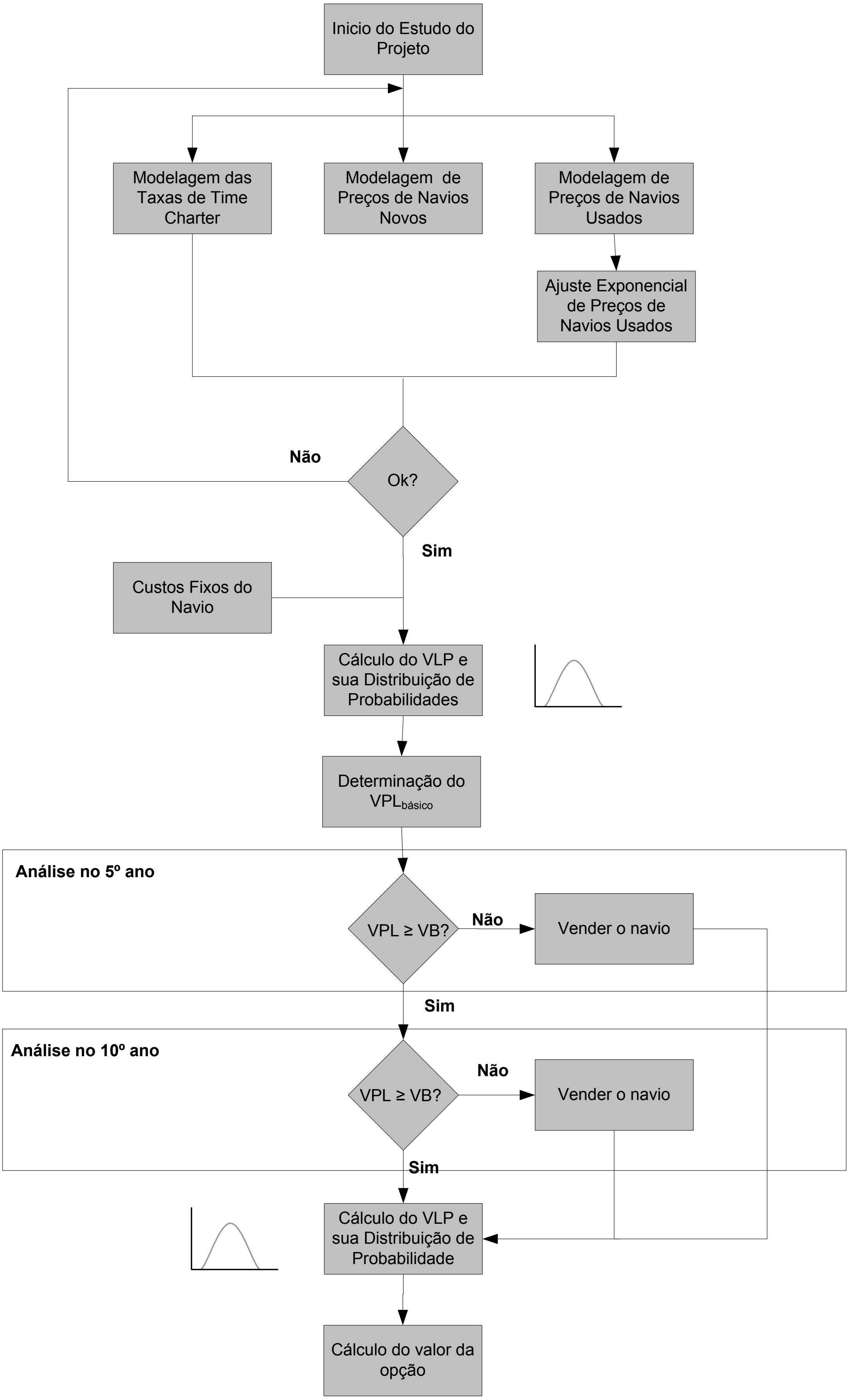


Figura 7 - Fluxo de Caixa com Opção de Abandono no Ano 10



A Figura 8 a seguir apresenta o fluxo a ser adotado na análise do projeto:

Figura 8 – Fluxo do Projeto com Opções Reais

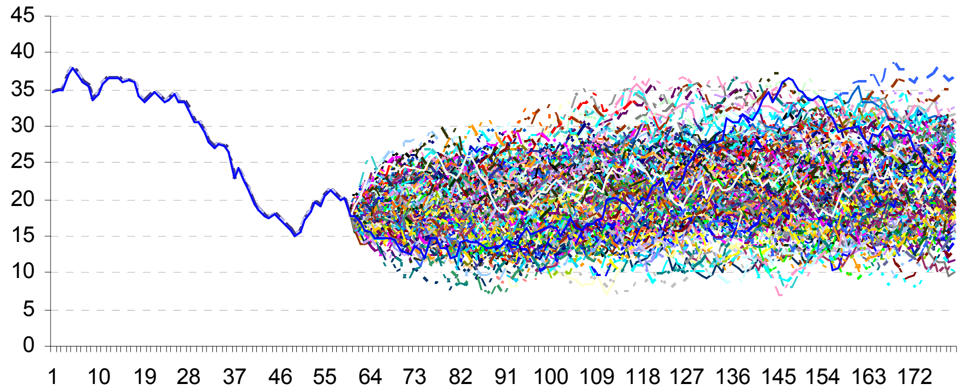


Portanto, para a análise no 5º ano, para cada simulação realizada no ano 0 foram realizadas novas 1150 simulações e adotado o seguinte critério de decisão:

- Se o VPL < Valor Básico, abandonar o projeto, calculando-se então o novo VPL tendo como base as receitas do ano 0 ao 5º, mais a venda do navio de 5 anos de idade;
- Caso contrário manter o projeto ativo.

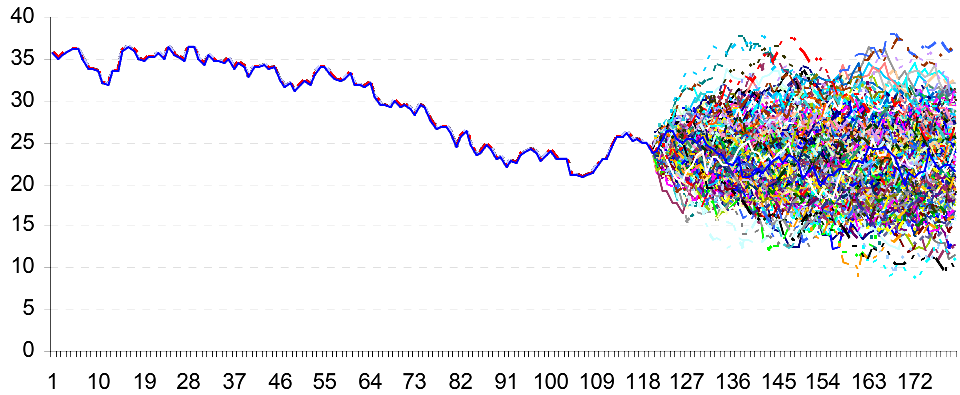
O Gráfico 34 a seguir mostra o resultado da simulação nº 911, apenas para efeito ilustrativo:

Gráfico 34 - Simulação nº 911 das Taxas de Time Charter
Ano de 2010



O mesmo procedimento foi adotado no 10º ano, mas somente serão analisados os caminhos em que a opção foi de continuidade do projeto, onde o Gráfico 35 apresenta a simulação do caminho nº 259 também apenas para efeito ilustrativo.

Gráfico 35 - Simulação nº 259 das Taxas de Time Charter
Ano de 2015



Os projetos de transporte marítimo de granéis líquidos envolvem geralmente dois tipos de riscos. Riscos associados às expectativas futuras do preço das taxas de time charter, aos custos operacionais e dos investimentos, à avaliação acurada dos volumes a serem transportados (demanda do mercado) e à realização de seu fluxo de caixa previsto, e riscos associados à capacidade de investimentos do investidor, as ações políticas e ambientais (vazamentos de líquidos).

No mundo real dos negócios, devemos considerar necessariamente os riscos financeiros na avaliação de projetos em que estejam envolvidas incertezas de quaisquer naturezas. Sua não consideração, só pode ser aceita em situações virtuais, ou reais extremamente excepcionais.

Se o projeto não tem risco e o tomador de decisão sabe com antecedência tudo o que vai acontecer no futuro, basta fazer uma análise econômica convencional e está tudo resolvido. No entanto, se o projeto envolve riscos, o investidor precisa de uma tecnologia que reduza seus riscos e maximize seus ganhos.

As pessoas e organizações não tomam decisões pautadas apenas na maximização do valor monetário esperado, mas sim, elas analisam se estão dispostas ou não a enfrentar a situação de risco com a qual se deparam. Dessa forma, é necessário que, de agora em diante, nos utilizemos de uma ferramenta analítica capaz de manter o determinismo matemático do critério de maximização do valor monetário esperado, mas também de considerar o posicionamento dos tomadores de decisão frente ao risco financeiro.

Ao analisarmos o valor monetário esperado para a priorização de investimentos, verificamos que é bastante útil para demonstrar e quantificar o risco ao qual uma empresa está exposta. No entanto, não é capaz de reduzir ou eliminar este risco, por não reproduzir o comportamento dos variados tipos de gerentes em situações arriscadas.

Existem diferentes tipos de tomadores de decisão, que se relacionam com o risco de formas completamente distintas. As variáveis mais relevantes na determinação do comportamento de uma pessoa física ou jurídica frente ao risco financeiro são seu patrimônio e a quantidade de dinheiro envolvida no negócio.

Normalmente, os investidores buscam oportunidades de negócio com maior retorno esperado diante de um mesmo risco ou de menor risco, quando apresentam o mesmo retorno. Portanto, este é o comportamento racional no mundo dos negócios, onde empresários sempre procuram maximizar o retorno esperado e minimizar o risco do empreendimento.

No entanto, a situação crítica é a que se tem que decidir entre um investimento de elevado retorno monetário, mas alto risco, e um de menor retorno, porém de baixo risco. Na realidade, são estes os tipos de decisões de investimento que definem o sucesso ou o fracasso da maioria dos empresários. Portanto, focaremos nossa análise no comportamento dos gerentes em situações onde eles devem ponderar suas preferências individuais e subjetivas entre o retorno e o risco dos projetos.

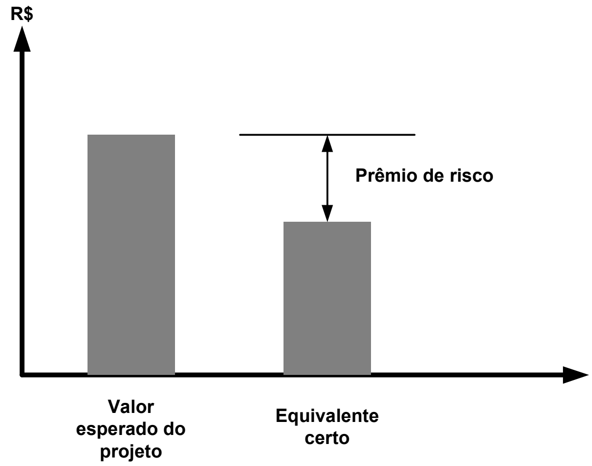
Este tipo de ponderação é bastante conhecido como "*tradeoff*" entre risco e retorno, e ocorre quando o investidor abre mão de um maior retorno para evitar maior exposição ao risco ou dá prioridade ao projeto mais atrativo financeiramente apesar de seu elevado risco. O primeiro tipo de comportamento é típico do gerente avesso ao risco, e o segundo caracteriza um indivíduo propenso ao risco, ou seja, aquele que se arrisca sem temer o fracasso, colocando tudo a perder, pois sempre acredita que alcançará o atraente resultado de sucesso. Dessa forma, este novo modelo decisório será capaz de determinar a melhor estratégia a ser tomada levando em consideração a disposição do investidor em assumir riscos.

Por fim, o último tipo de indivíduo é o indiferente ao risco, que baseia suas decisões apenas no critério de maximização do valor monetário esperado, sem considerar sua limitação de recursos.

Muitas vezes, uma opção arriscada pode ser comparada a uma opção sem risco. Os investidores poderiam perguntar: qual o menor valor em dinheiro que eu aceitaria, sem risco, como retorno pela escolha arriscada, com esse valor esperado? Esse valor é o equivalente certo da escolha arriscada (Maital, 1996).

Para quem não gosta de risco, ele é geralmente menor do que o valor esperado. A diferença entre o equivalente certo e o valor esperado é o prêmio de risco: o custo em dinheiro da incerteza, como é percebido pela pessoa disposta a tolerá-lo, conforme ilustra a Figura 9.

Figura 9 - Definição do Prêmio de Risco



O equivalente certo de um projeto de risco é o valor que o decisor está disposto a receber para desistir do projeto (jogo). Exemplo: João participava em um jogo de cara ou coroa em que ele podia ganhar R$ 0 ou R$ 1.000 e desistiu quando lhe ofereceram R$ 400. Assim, para João, o equivalente certo desse jogo é R$ 400.

Ao investidor de um projeto pode ser aplicada mesma analogia, ou seja, que valor de VPL ele realiza ou não o negócio. A este VPL chamamos de $VPL_{básico}$ ou VPL_{risco}, que representa o limite técnico do investidor em função do risco do projeto.

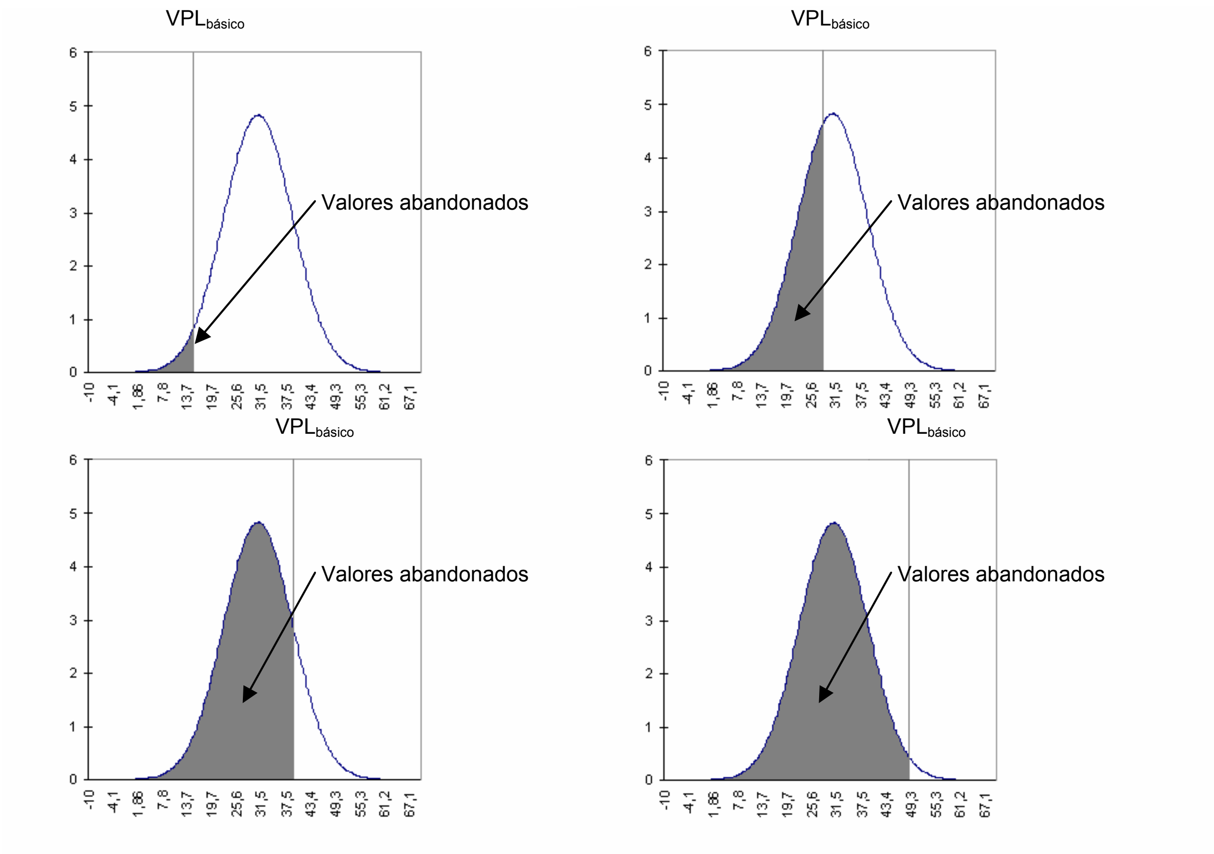
Em uma primeira análise deveriam ser excluídas as simulações que apresentem valor de VPL < 0, que demonstram a inviabilidade do projeto, entretanto, este VPL depende avaliação do investidor, que poderá excluir valores muito maiores que zero em função de sua aversão ao risco.

Nosso objetivo então é determinar qual seria então o valor de VPL que balizaria a decisão do projeto, ou seja, abaixo deste valor o projeto não será executado, uma vez que normalmente, as pessoas mostram aversão ao risco quando se aumenta o valor monetário do investimento.

Como esta decisão de aversão ao risco é subjetiva, dependendo da característica de cada pessoa responsável pela tomada da decisão, optamos por analisar o valor esperado do VPL partindo de uma faixa de variação do $VPL_{básico}$ (valor para abandono do projeto) de zero até o valor máximo da dispersão.

Podemos ser induzidos a imaginar que quanto maior for a aversão ao risco do investidor, ou seja, quanto maior for o $VPL_{básico}$ maior será o valor esperado do VPL do projeto. Entretanto, se observarmos uma curva de distribuição de probabilidades, podemos verificar que quanto maior for o valor adotado do $VPL_{básico}$, estaremos abandonando várias simulações em que o valor esperado do VPL é superior ao valor esperado do VPL considerando a venda do ativo. As figuras a seguir ilustram esta afirmação:

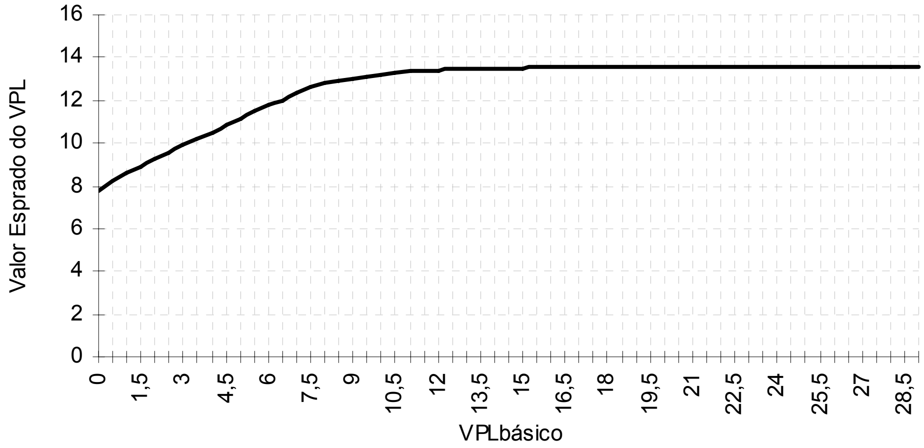
Figura 10 – Distribuição do Valor Esperado do VPL



Por exemplo, admitamos que o valor do VPL de uma simulação seja $20, e que seu VPL com a venda do ativo seja $15. Se o $VPL_{básico}$ do investidor for $25, este caminho será eliminado onde o investidor trocará $20 por $15, diminuindo então nas simulações o valor esperado do VPL.

Com os dados simulados traçamos o Gráfico 36 onde temos uma curva da função do $VPL_{básico}$ e o valor esperado do VPL.

Gráfico 36 - Valor Esperado dp VPL em Função do VPLbásico



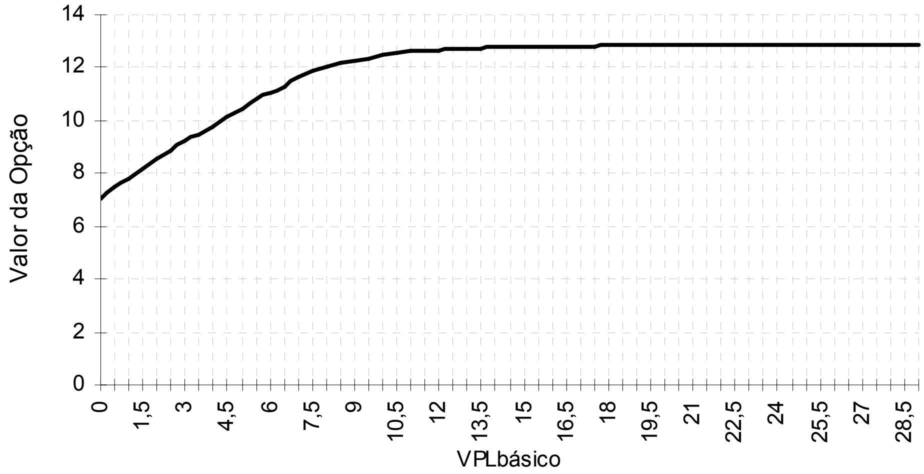
Nota-se a importância do valor esperado do VPL do projeto com a venda do ativo, ou seja, até determinado valor do $VPL_{básico}$ a curva é ascendente, portanto, a venda do ativo melhora o valor esperado do VPL, e partir de um determinado valor a curva se estabiliza.

O objetivo então é determinar o valor do $VPL_{básico}$ que maximiza o valor esperado do VPL do projeto, uma vez que no caso em estudo, para valores do $VPL_{básico}$ acima de US$ 18,5 milhões, o valor esperado do VPL será sempre igual a US$ 13,58 milhões, sendo este o limite do investidor totalmente avesso ao risco, sendo que o máximo valor esperado do VPL será obtido para o $VPL_{básico}$ igual a US$ 18,5 milhões, e o valor mínimo para US$ 0 milhão.

Podemos então em função do valor esperado do VPL calcular o valor da opção de abandono, que será então a diferença entre o valor esperado do VPL sem flexibilidade e o valor esperado do VPL com opção de abandono.

Plotando-se o valor esperado da opção de abandono em função do VPLbásico, obtemos o Gráfico 37 apresentado a seguir:

Gráfico 37 - Valor da Opção em Função do VPLbásico



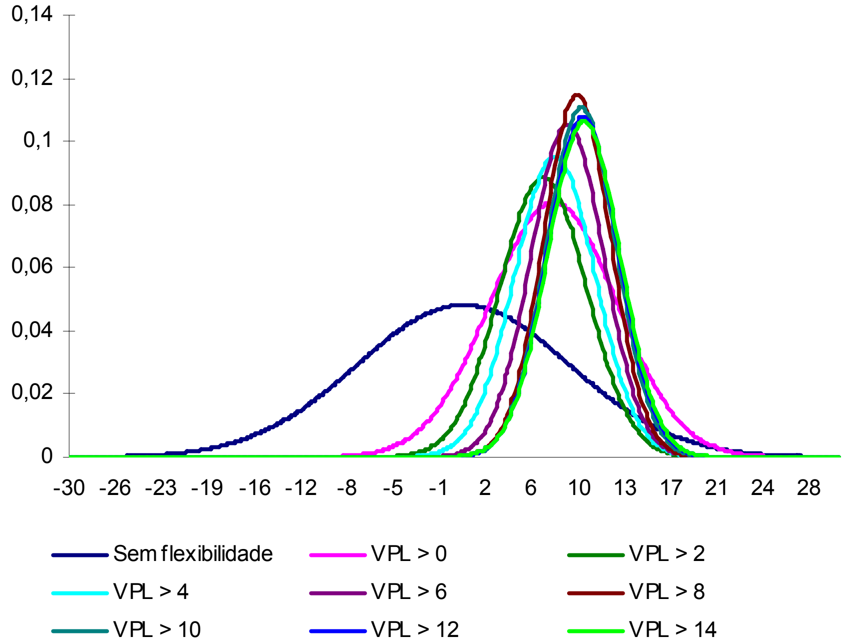
A Tabela 18 apresenta o valor da opção de abandono do projeto em função do valor adotado do $VPL_{básico}$.

Tabela 18 - Valor da Opção de Abandono

$VPL_{básico}$	VPL	**Opção**
0	7,752	7,014
2	9,270	8,532
4	10,490	9,752
6	11,780	11,042
8	12,780	12,042
10	13,220	12,482
12	13,400	12,662
14	13,500	12,762
16	13,550	12,812
18	13,570	12,832
20	13,580	12,842
22	13,580	12,842
24	13,580	12,842
26	13,580	12,842
28	13,580	12,842

Pode-se então plotar um gráfico, que apresente o valor esperado do VPL sem flexibilidade e os valores esperados do VPL com a opção de abandono, com vários referenciais de $VPL_{básico}$. O Gráfico 38 a seguir apresenta este comparativo entre as distribuições dos valores esperados do VPL em função do $VPL_{básico}$.

Gráfico 38 - Comparativo dos Valores Esperados do VPL



5. Conclusão

Durante a última década, as técnicas do VPL e da TIR, tradicionalmente usadas na análise de projetos, foram submetidas a importantes questionamentos (Dixit e Pindyck (1994)). Provavelmente, o principal problema desses métodos é que eles ignoram características importantes da decisão de investir, como a irreversibilidade e a possibilidade de adiamento, e por isso podem induzir a decisões equivocadas.

Uma nova abordagem, baseada na analogia entre oportunidades de investimento e opções financeiras, foi então proposta como alternativa aos métodos tradicionais. Este trabalho reviu conceitos importantes da abordagem de opções, apresentou os principais determinantes da opção de investir e descreveu os resultados.

As regras de investimento da abordagem de opções reconhecem a existência de uma cunha entre o valor do projeto e o custo do investimento. Na presença de incerteza, empresas com uma oportunidade de investimento irreversível, só tem incentivo a investir quando o valor de seu projeto é suficientemente maior que o custo do investimento ou, equivalentemente, quando a TIR é suficientemente superior à taxa de desconto.

Um projeto de investimento pode ser visto como um conjunto de opções reais. A teoria de opções reais complementa o método do VPL, considera analiticamente as opções de crescimento e adiamento de investimento em uma empresa e possibilita uma maior flexibilidade de gestão.

A teoria de opções reais é amplamente utilizada na área de recursos naturais, uma vez que os preços dos ativos correlacionados com os projetos de investimento são encontrados no mercado financeiro.

O método tradicional do VPL não considera o valor da ação gerencial. Já a teoria de opções reais permite ao gerente maximizar os ganhos em situações favoráveis e minimizar as perdas em situações desfavoráveis.

Ao avaliar um investimento por meio da teoria de opções reais não se abandona a análise tradicional do VPL. Ao contrário, a avaliação por meio de opções reais inicia-se a partir do próprio VPL. Nesse sentido, a nova abordagem complementa e refina a regra do VPL tradicional de avaliação de investimento.

Ao considerar o valor de um mesmo projeto em diferentes datas e condições de mercado, a teoria de opções reais permite à empresa identificar o melhor momento para investir, de tal modo que o investimento seja consistente com a situação de mercado do produto.

Um desdobramento do presente trabalho para a análise de compra ou afretamento de navios graneleiros, seria o estudo de outras opções que não foram analisadas, que podem apresentar uma abordagem interessante:

- Opção de abandono: ao invés de fixar a análise a cada 5 anos, realizá-la anualmente;
- Opção de adiar: ou seja, caso no tempo 0 não seja interessante em função de vários fatores (incerteza dos preços, incerteza nas taxas de juros) analisar a opção de adiar por um ano o investimento e então voltar a estudá-lo;
- Opção de esperar (*lay-up*): se durante a execução do projeto, os valores de rentabilidade planejadas não atendam às necessidades mínimas pactuadas, estudar a opção de parar o projeto e reiniciá-lo quando o momento for mais favorável;
- Opção de expandir: se o projeto estiver apresentando uma rentabilidade acima das expectativas iniciais, estudar a opção de expandí-lo para maximizar a rentabilidade;
- Análise de projetos já em andamento, agregando aos mesmos a teoria das opções como um novo fator decisório.

Para tanto, seria interessante elaborar uma rotina de programação (C++, Delphi, etc) acoplada a um banco de dados (SQL Server, Oracle, MySQL, etc), de modo a tornar estas análises mais dinâmicas e com menor esforço computacional.

6. Referências Bibliográficas

ABEL, Andrew B., 1990, *Consumption and investment*. In: FRIEDMAN, Benjamin, HAHN, Frank (eds.). Handbook of monetary economics. New York: North-Holland.

AVELLANEDA, M., 1977, *Trinomial Trees and Finite-Difference Schemes*. Endereço eletrônico: http://math.nyu.edu/faculty/avellane/risk.html

BLACK, F., SCHOLES, M., 1973, *The pricing of options and corporate liabilities.* Journal of political economy. v. 81.

BLANCHARD, O., FISCHER, S., 1989, *Lectures on macroeconomics*. MIT Press.

BLANK.SYS CONSULTORIA & SISTEMAS. 2004, *Modelo de Black & Scholes – TNLP4*. Disponível em http://www.blanksys.com.br/Eblk.asp. Acesso em 18/09/2004.

BOYLE, P.P. 1977, *Options: A Monte Carlo Approach*. Journal of Financial Economics, n.4, p. 323-338.

BOYLE, P.P., EVNINE, J., GIBBS, S., 1989, *Numerical Evaluation of Multivariate Contingent Claims*. The Review of Financial Studies, v.2, n.2, p. 241-250.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M., 1976, *Time series analysis forecasting and control*. San Francisco: Holden- Day. Edição revisada.

BREALEY, R. A., MYERS, S. C., 1992, *Principles of corporate finance*. New York: McGraw-Hill, 1992.

BRYMAN, A., 1989, *Research Methods and Organization Studies*. London: Unwin Hyman.

CARDOSO, D. 2000, *O Uso da Simulação de Monte Carlo na Elaboração do Fluxo de Caixa Empresarial: Uma Proposta Para Quantificação das Incertezas Ambientais*. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção – ENEGEP, 2000.

COPELAND, T. E.; ANTIKAROV, V., 2001, *Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos*. Rio de Janeiro, Campus.

COX, J.C., ROSS, S.A., RUBINSTEIN, M., 1979, *Option Pricing: a Simplified Approach. Journal of Financial Economics*, n.7, p. 229-263.

COZZOLINO, J. M., 1980, *Controlling risk in capital budgeting: a practical use of utility theory for measurement and control of petroleum exploration risk*. The Engineering Economist, v. 25, n. 3, p. 161-86.

DAMODARAN, A., 1999, *The Promise and Peril of Real Options*. New York. Stern School Business.

DIAS, M. A. G., 1996, *Investimento sob incerteza em exploração & produção de petróleo*. Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

DEVLIN. K., 1997, *A Nobel Formula. Devlin`s Angle, The Mathematical Association of America*. Disponível em http://www.maa.org/devlin/devlin_11_97.html. Acesso em 02/11/2004.

DIXIT, A. K., PINDYCK, R. S., 1994, *Investment under uncertainty*. New Jersey: Princeton University Press.

DUARTE JÚNIOR, A.M., 1966, *Simulação Monte Carlo para Análise de Opções*. Resenha BM&*F*, n.115, p. 52-64.

FIGLEWSKI, S., GAO, B., 1977, *The Adaptive Mesh Model: A New Approach to Efficient Option Pricing*. New York University – Salomon Center, Working Paper Series, S-97-5, mar.

GITMAN, L. J., 1987, *Princípios da Administração Financeira*. 3ª ed. São Paulo: Harba.

HAMMOND III, J. S., 1974, *Simplifying the choice between uncertain prospects where preference is nonlinear.* Management Science, v. 20, n. 7, p. 1047-72.

HULL, J., 1996, *Introdução aos Mercados Futuros e de Opções*, 2a. edição. São Paulo: Bolsa de Mercadoria & Futuros / Cultura Editores Associados.

KMENTA, J., 1978, *Elementos de Econometria.* São Paulo, Atlas.

LUEHRMAN, T. A., 1998, *Investment opportunities as real options: getting started on the numbers*. Harvard business review. jul-aug.

MACHLINE, C., MOTTA, I., SCHOEPS, W., WEIL, K. E., 1970, *Manual de Administração da Produção*, Vol. II. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas.

MADAN, D.B., MILNE, F., SHEFRIN, H., 1989, *The Multinomial Option Pricing Model and Its Brownian and Poisson Limits*. The Review of Financial Studies, v.2, n.2, p. 251-265.

MAGEE, J. F., 1964, *How to Use Decision Trees in Capital Investments,* Harvard Business Review, p. 126-28, Sep/Oct. [22] PLLANA, S. History of Monte Carlo Method, 2002. Capturado da World Wide Web: http://stud2.tuwien.ac.at/~e9527412/index.html acessado em 15/11/2004.

MAUBOUSSIN, J. M., RAPPAPORT, A., 2002, *Análise de Investimentos*. Rio de Janeiro. Campus.

MERTON, R., 1973, *The Theory of Rational Option Pricing*, Bell Journal of Economics and Management Science 4, 141-83.

MORRETIN, P. A.; TOLOI, C. M. C., 1987, *Previsão de séries temporais*. 2. ed. São Paulo: Atual Editora.

MYERS, S., MAID, S., 1990, *Abandonment Value and Project Life*, *Advances in Futures and Options Research*, Vol.4, pp: 1-21.

NEPOMUCENO, F.F., SUSLICK S.B., 2000, *Alocação de Recursos Financeiros em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo.* ERA – Revista de Administração de Empresas, v40, p. 63-75.

PARKINSON, M., 1977, *Option Pricing: The American Put*. Journal of Business, v.50, p. 21-36, jan.

PRATT, J. W., 1964, *Risk aversion in the small and in the large*. Econometrica, v. 32, n. 1, p. 122- 36.

Revista Isto É Dinheiro, 2004, n° 377 de 24/11/2004, pág. 74.

ROSS, S. A., WESTERFIELD, R. W., JORDAN, B. D., 2000, *Princípios de Administração Financeira*. 2ª ed. São Paulo: Atlas.

RUBASH, K., 2001, A Study of Option Pricing Models. Bradley University, Foster College of Business Administration, Peoria, Illinois, USA. Disponível em http://bradley.bradley.edu/~arr/bsm/model.html. Acesso em 18/12/2004.

RUBINSTEIN, M., 1994, *Implied Binomial Trees*. Journal of Finance, v.49, n.3, p. 771-818, july.

SAFFO, P., 1997, *Mirror, mirror: Paul Saffo peers into the future*. Red Herring.

SCOTTINI, A., 1988, Minidicionário Escolar da Língua Portuguesa. p.326.

TIAN, Y. A., 1993, *Modified Lattice Approach to Option Pricing*. The Journal of Futures Markets, v.13, n.5, p. 563-577.

TOBIN, J., 1969, *A general equilibrium approach to monetary theory*. *Journal of Money, Credit and Banking*, n. 1, p. 15-29.

TRIGEORGIS, L., 1996, Real Options. Cambridge: The MIT Press, 1996.

VON NEUMANN, J., MORGENSTERN, O., 1953, *Theory of games and economic behavior*. 3. ed. Princeton: Princeton University Press.

WALLS, M. R., DYER, J. S., 1992, *Risky propensity and firm performance: a study of the petroleum exploration industry.* Colorado: Colorado School of Mines. (Working Paper Series n. 92-9).

WILMOTT, P., DEWYNNE, J., HOWISON, S., 1995, *The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction*, Cambridge University Press.

ANEXO I

A Fórmula de Black-Scholes (FBS)

Num artigo clássico, publicado em 1973 no Journal of Political Economy, Fischer Black e Myrom Scholes apresentaram uma fórmula matemática para avaliar opções européias, que serviu de base para um enorme desenvolvimento da teoria das finanças, sendo amplamente utilizada por teóricos e praticantes em todo o mundo.

No desenvolvimento da FBS, Black e Scholes tomaram certas hipóteses sobre o comportamento do mercado. Elas são necessárias no desenvolvimento da fórmula, como apresentada por eles. Posteriormente, vários pesquisadores relaxaram ou simplesmente abandonaram algumas, mas obtiveram fórmulas bastante diferentes e até muito complicadas. As hipóteses necessárias para se chegar a FBS são:

1. **O preço dos ativos tem distribuição lognormal**. Esta permite a utilização da equação para descrever o comportamento do ativo objeto.
2. **A taxa de juro não tem risco e a volatilidade do ativo objeto é constante**. Com essas hipóteses a única fonte de risco da opção é o ativo objeto, que é eliminada pelo próprio ativo objeto quando construímos a carteira equivalente.
3. **Não existem custos de transação, impostos, ou margens**. A adição de qualquer um desses custos modifica a operação de arbitragem, levando a um intervalo de preço para a opção.
4. **O ativo objeto não paga dividendos** ou qualquer outro rendimento durante a vida da opção. Se o ativo objeto rende algum dinheiro, obviamente a fórmula da opção deve levar isso em conta. Isso é facilmente modificável como mostra Merton [40].
5. **Não existem oportunidades de arbitragem**. Como foi visto na segunda seção, essa condição simplesmente garante que o preço do modelo é o que está em vigor no mercado.
6. **A negociação com o ativo objeto é contínua e o ativo é divisível**. Essa hipótese permite que se use o modelo em tempo contínuo.
7. **Vendas a descoberto são permitidas e pode-se tomar emprestado ou aplicar qualquer quantia à taxa de juros corrente**. Isso permite que se faça a operação de arbitragem onde a carteira equivalente contém uma posição

vendida no ativo objeto, permitindo assim a compra da opção quando ela for barata.

Para se chegar à FBS podemos usar dois procedimentos. Um deles é calcular o valor esperado presente da opção, segundo uma medida de probabilidade neutra ao risco. O segundo é por arbitragem, onde, o preço do ativo objeto segue um processo contínuo. Esse é um procedimento que mostra como funciona a arbitragem, que é um motivo muito forte para que o preço justo (segundo a FBS) seja o praticado pelo mercado.

Com base na hipótese 2, o preço de uma opção depende apenas de duas variáveis, o preço do ativo objeto (S) e o tempo (t), pois o preço de exercício (K), taxa de juros (r) e volatilidade (σ) são tratadas como constantes. Assim, chamamos a opção de C(S,t). Aplicando o Lema de Itô a essa função e tomando as hipóteses 1 e 6, que permitem descrever o comportamento de S segundo um processo do tipo, temos:

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \mu S \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \right) dt + \sigma S \frac{\partial C}{\partial S} dz \qquad \textbf{(1)}$$

A equação (1) descreve o comportamento do preço da opção com base no tempo, no preço do ativo objeto e no choque aleatório que afeta o preço do ativo objeto. O primeiro passo para chegarmos a FBS é eliminar o termo aleatório da equação (1). Para isso, usaremos um procedimento de arbitragem, igual ao utilizado no modelo binomial de dois períodos. Criamos uma carteira (P) com uma opção, uma quantidade Δ do ativo objeto, e títulos no valor de B (que podem ser uma captação ou aplicação de dinheiro). Dado que a taxa de juros (contínua) é suposta constante, podemos descrever a evolução de B segundo:

$$dB = rBdt \qquad \textbf{(2)}$$

A carteira (P) vale a soma de cada um de seus componentes, isto é, a opção C, ΔS e B dada por:

$$P(t) = C(S,t) - \Delta S + B \qquad \textbf{(3)}$$

O comportamento dinâmico de uma opção, cuja taxa de retorno contínua tem distribuição normal, pode ser descrito pelo chamado Movimento Browniano Geométrico-(MBG), descrito pela equação abaixo:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \qquad \textbf{(4)}$$

onde: μ e σ são constantes arbitrárias.

Um conjunto particular de processos estocásticos, conhecido como processos de Itô, são dados pela equação abaixo:

$$dS = a(S,t)dt + b(S,t)dz$$

Mais rigorosamente, o processo é :

$$S_t = S_0 + \int_0^t a(S_\tau, \tau)d\tau + \int_0^t \sigma(S_\tau, \tau)dz_\tau$$

Diferenciando a equação (3) e substituindo (1), (2) e (4), temos abaixo uma equação (estocástica) para a dinâmica do valor da carteira.

$$dP = \left[\frac{\partial C}{\partial t} + uS\left(\frac{\partial C}{\partial S} - \Delta\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + rB\right]dt + \sigma S\left(\frac{\partial C}{\partial S} - \Delta\right)dz \qquad \textbf{(5)}$$

A condição de não-arbitragem obriga que a carteira valha zero no instante inicial e continue valendo zero durante a vida da opção. Se seu valor inicial fosse positivo e dP=0, então haveria uma oportunidade de lucro sem risco comprando-se a carteira, pois haveria um lucro inicial e ao longo do tempo não existiria prejuízo ou lucro extra.

Se o valor inicial é negativo pode-se vender a carteira e novamente obter-se um lucro certo e sem risco. Portanto, para não haver lucro sem risco, seu valor inicial tem que ser zero, isso implica que C(S,t) = ΔS - B (P(0)=0) no instante inicial. A condição dP=0, garante que a carteira continue valendo zero ao longo do tempo. Para cumprirmos esta condição basta eliminar o efeito do termo aleatório (dz) e do tempo (dt). Então o problema é descobrir as quantidades Δ e *B* que fazem com que os coeficientes de dz e dt sejam iguais a zero. É fácil verificar que as quantidades abaixo tornam dP igual a zero.

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} \qquad\qquad dP = \left(-\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} S^2 \sigma^2 \right) dt \qquad \textbf{(6)}$$

Determinamos uma quantidade de ações (Δ não variável com o tempo. Com essa escolha eliminamos completamente todo componente aleatório da carteira Δ e B da equação (6),determinística) do preço da opção, dada pela equação abaixo.

$$rC + rS\frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial C}{\partial t} - \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = 0 \qquad \textbf{(7)}$$

A equação (&) é uma Equação Diferencial Parcial (EDP) sem termo aleatório algum, que descreve a conhecida equação de Black-Scholes. Para solucionarmos a EDP e chegarmos ao preço da opção de compra tipo européia, as condições abaixo chamada "de contorno" permitem obter uma solução com fórmula fechada para o preço da opção.

C(S,t) = Máximo {S – K; 0}

Na equação (7) o valor esperado µ da ação não aparece, o que não ocorre com a taxa de interesse livre de risco. Para este motivo a solução dela (7) é independente da aversão ao risco. Particularmente se pode imaginar que todos os inversores são "neutros ao risco" e, o que é esperado de todos os títulos é a taxa de interesse "*risk–free*". O valor atual de um fluxo monetário é obtido descontando-o a uma taxa de interesse r, e no caso em que a ação subjacente da opção não pague dividendos, o preço de um título derivado como uma opção de *call*, pode então ser descrito como:

$$C(S,t) = e^{-r(T-t)} E_t Max\{S_T - K; 0\}$$

No caso de uma opção européia, com σ e r constantes, a solução deste tipo de opção é dada pela seguinte expressão:

$$C(S,t) = SN(d_{1,t}) - Ke^{-r(T-t)}N(d_{2,t})$$

Onde N(..) é a função de uma distribuição acumulativa pa uma variável aleatória normal padrão, a saber:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{y^2}{2}} dy$$

onde:

$$d_{1,t} = \frac{Ln\frac{S}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma(T-t)} \quad \text{e} \quad d_{2,t} = \frac{Ln\frac{S}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma(T-t)}$$

ANEXO II

Processo de Reversão para a Média

A Equação Diferencial Estocástica que define este processo, também conhecida com processo de Orntein-Uhlenbeck, é dada por:

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$$

onde: dz = é um incremento de Wiener

η = é a velocidade de reversão para a média (o nível para qual o x tende a reverter)

O processo de reversão para a média é um Processo de Markov, mas não possui incrementos independentes. Isto fica claro ao notarmos que a variação esperada em x depende da diferença entre x e $\bar{x}$. Assim, se x é maior (menor) do que $\bar{x}$, então é mais provável uma queda (subida) no próximo intervalo curto de tempo.

O cálculo da média de dx é o seguinte:

Definimos uma variável w = f(x,t) ➔ $w = (x - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}$

Calculando o incremento de dw temos: $dw = \dfrac{\partial w}{\partial x}dx + \dfrac{\partial w}{\partial t}dt + \dfrac{\partial^2 w}{2\partial x^2}dx^2 + ...$

Entretato: $\dfrac{\partial w}{\partial x} = e^{\eta(t-t_0)}$ $\dfrac{\partial w}{\partial t} = (x - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}\eta$ $\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$

Então:

$$dw = e^{\eta(t-t_0)}\left(\eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz\right) + (x - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}\eta dt$$
$$dw = e^{\eta(t-t_0)}\eta\left(\bar{x} - x\right) + e^{\eta(t-t_0)}\sigma dz + (x - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}\eta dt$$

$$dw = e^{\eta(t-t_0)}\sigma dz$$

Como o termo estocático é uma função apenas de dz, sabemos então que dw tem uma distribuição Normal, portanto:

$$dw \approx N(0, e^{\eta(t-t_0)}\sigma^2 dt)$$
$$w_t - w_0 \approx N(0, \sigma^2 dt)$$
$$w_t \approx N(w_0, e^{\eta(t-t_0)}\sigma^2 dt)$$

$$E(dw) = 0$$
$$E(w_t) = w_0 = (x_0 - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}$$
$$E(w_t) = (x_0 - \bar{x})$$

Para calcularmos $E(x_t)$ precisamos achar a relação entre x_t e w_t.

$$w_t = (x_t - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}$$
$$\ln w_t = \ln\left[(x_t - \bar{x})e^{\eta(t-t_0)}\right]$$
$$\ln w_t = \ln(x_t - \bar{x}) + \ln(e^{\eta(t-t_0)})$$
$$\ln w_t = \ln(x_t - \bar{x}) + \eta(t - t_0)$$
$$\ln(x_t - \bar{x}) = \ln w_t - \eta(t - t_0)$$
$$x_t - \bar{x} = e^{\ln w_t - \eta(t-t_0)}$$

$$x_t = \bar{x} - w_t e^{\eta(t-t_0)}$$

Calculando agora E(x) temos:

$$E(x_t) = E\left[\bar{x} - w_t e^{-\eta(t-t_0)}\right]$$
$$E(x_t) = \bar{x} - E\left[w_t\right]e^{-\eta(t-t_0)}$$
$$E(x_t) = \bar{x} - w_0 e^{-\eta(t-t_0)}$$

$$E(x_t) = \bar{x} - (x_0 - \bar{x})e^{-\eta(t-t_0)}$$

Quando $T \to \infty$ o valor esperado tende para:

$$\lim_{T\to\infty} E(x_T) = \lim_{T\to\infty}\left[\bar{x} - (x_0 - \bar{x})e^{-\eta T}\right] = \bar{x} - (x_0 - \bar{x})\lim_{T\to\infty}(e^{-\eta T})$$

Quando $T \to \infty$, $e^{-\eta T} \to \infty$ e $\bar{x} - (x_0 - \bar{x})e^{-\eta T} \to 0$. Assim teremos:

$$\lim_{T\to\infty} E(x_T) = \bar{x}$$

Quando $\eta \to \infty$ encontraremos:

$$\lim_{\eta\to\infty} E(x_T) = \lim_{\eta\to\infty}\left[\bar{x} - (x_0 - \bar{x})e^{-\eta T}\right] = \bar{x} - \underbrace{(x_0 - \bar{x})\lim_{\eta\to\infty}(e^{-\eta T})}_{0}$$

$$\lim_{\eta\to\infty} E(x_T) = \bar{x}$$

Para a determinação da variância temos:

$$Var(w_t) = Var(w_t - w_0)$$
$$Var(w_t) = Var(w_t - w_{t-\Delta t} + w_{t-\Delta t} - w_{t-2\Delta t} + ... + w_{t-(N-1)\Delta t} - w_0)$$
$$Var(w_t) = Var(w_t - w_{t-\Delta t}) + Var(w_{t-\Delta t} - w_{t-2\Delta t}) + ... + Var(w_{t-(N-1)\Delta t}) - w_0)$$

$$Var(w_t) = \sum_1^N Var(\Delta w_t) = \int_0^t Var(dw_t)$$

Como
$$Var(dw) = Var(e^{\eta(t-t_0)}\sigma dz = e^{2\eta(t-t_0)}\sigma^2 \underbrace{Var(dz)}_{dt}$$
$$Var(dw) = e^{2\eta(t-t_0)}\sigma^2 dt$$

Substituindo
$$Var(w_t) = \int_{t_0}^{t} e^{2\eta(t-t_0)}\sigma^2 dt = \left.\frac{\sigma^2 e^{2\eta(t-t_0)}}{2\eta}\right|_{t_o}^{t}$$
$$Var(w_t) = \left.\frac{\sigma^2(e^{2\eta(t-t_0)} - 1)}{2\eta}\right|$$

Como queremos $Var(x_t)$ temos:

$$Var(x_t) = Var(\bar{x} - w_t e^{-\eta(t-t_0)})$$
$$Var(x_t) = e^{-\eta(t-t_0)} Var(w_t)$$

Substituindo $Var(w_t)$ temos:

$$Var(x_t) = e^{-2\eta(t-t_0)}\frac{\sigma^2(e^{2\eta(t-t_0)} - 1)}{2\eta}$$
$$Var(x_t) = \frac{\sigma^2 e^{-2\eta(t-t_0)}(e^{2\eta(t-t_0)} - 1)}{2\eta}$$

$$Var(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-t_0)})$$

Quando $T \to \infty$ o valor esperado tende para:

$$\lim_{T\to\infty} Var(x_t) = \lim_{T\to\infty}\left[\frac{\sigma^2}{2\eta}(1-e^{-2\eta T})\right]$$
$$\lim_{T\to\infty} Var(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta}\lim_{T\to\infty}\left[(1-e^{-2\eta T})\right]$$

$$\lim_{T\to\infty} Var(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta}$$

Quando $\eta \to \infty$ encontraremos:

$$\lim_{\eta\to\infty} Var(x_t) = \lim_{\eta\to\infty}\left[\frac{\sigma^2}{2\eta}(1-e^{-2\eta T})\right] = \lim_{\eta\to\infty}\left(\frac{\sigma^2}{2\eta}\right)\lim_{\eta\to\infty}(1-e^{-2\eta T})$$

$$\lim_{\eta\to\infty} Var(x_t) = 0.(1-0) = 0$$

Estes valores indicam que, mesmo momentaneamente, x não pode se desviar de $\bar{x}$. Vamos então analisar como a variância se comporta quando $\eta \to 0$.

$$\lim_{\eta\to\infty} Var(x_t) = \lim_{\eta\to\infty}\left[\frac{\sigma^2}{2\eta}(1-e^{-2\eta T})\right]$$

Analisando primeiro a parcela do exponencial e lembrando que:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

Como $x \to 0$, então as potências de x acima de 1 terão impacto insignificante no valor final da expressão. Assim podemos simplificar para: $e^x = 1 + x$.

Como estamos considerando $x = -2\eta T$, então:

$$e^{-2\eta T} = 1 - 2\eta T$$
$$2\eta T = 1 - e^{-2\eta T}$$

Substituindo esses valores na equação de $Var(x_T)$, teremos então:

$$\lim_{\eta \to \infty} Var(x_t) = \lim_{\eta \to \infty} \left[\frac{\sigma^2}{2\eta} (2\eta T) \right]$$

$$\lim_{\eta \to \infty} Var(x_t) = \lim_{\eta \to \infty} \left[\sigma^2 (T) \right]$$

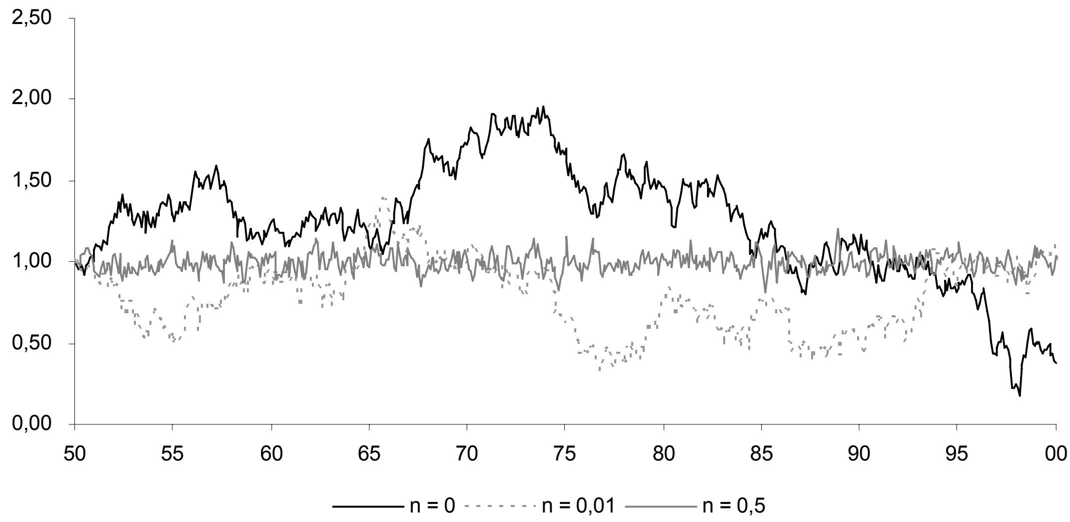
$$\lim_{\eta \to \infty} Var(x_t) = \sigma^2 T$$

Assim, podemos concluir que quando $\eta \to 0$, o Processo de Reversão à Média tende para o Movimento Browniano Simples. Uma outra maneira de verificar esta conclusão é substituir η por zero na equação do Processo de Reversão para a Média, com isso teremos a equação do Movimento Browniano.

Uma outra característica interessante do processo de reversão para a média é o parâmetro η. Este parâmetro indica a velocidade com que o processo tende a voltar para o valor médio. Normalmente, o processo de reversão para a média pode tomar um caminho que se desvie da média de longo prazo, entretanto, este desvio tende a ser revertido em determinado momento, e o processo volta para a sua média de longo prazo. Esta volta pode ser demorada ou mais rápida dependendo de η. Quanto menor η mais demorada será o caminho de volta.

Esta característica torna-se clara ao analisarmos o Gráfico 39. Neste gráfico, plotamos 3 curvas que representam o processos de reversão para a média com três valores de η diferentes, 0, 0.01 e 0.5. Foram usados os valores de σ = 0,05 a.m., x =1 e x_0 = 1.

Gráfico 39 - Processo de Reversão à Média



Para criar o modelo de previsão, utilizamos a equação para o valor esperado de *x*(*t*) demonstrada anteriormente, considerando um η = 0,02:

$$E(x_t) = \bar{x} - (x_0 - \bar{x})e^{-\eta T}$$
$$E(x_{1+T}) = \bar{x} - (x_1 - \bar{x})e^{-\eta T}$$

Como η é um parâmetro mensal, assim como T, nenhum ajuste mais é necessário. Dado que $\bar{x} = 1$, e η = 0,02, ficamos com:

$$E(x_{1+T}) = 1 - (x_1 - \bar{x})e^{-0,02T}$$

Para calcularmos um intervalo de confiança de 66%, o limite superior e inferior do intervalo de confiança será dado por: $E(x_{1+T}) \pm z_{66\%}\sigma$. Assim:

$$1 + (x_1 - 1)e^{-0.02T} \pm z_{66\%}\sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-0,04T}}{2\eta}}$$

Substituindo os valores de z = 0,9557, σ = 0,05 e η = 0,02, encontramos os limites inferiores e superiores:

$$1 + (x_1 - 1)e^{-0.02T} \pm 0,04779\sqrt{\frac{1 - e^{-0,04T}}{0,04}}$$

O Gráfico 40 apresenta a previsão e o correspondente intervalo de confiança.

Gráfico 40 - Previsão com Reversão para a Média