

ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE FLAMBAGEM VERTICAL DE
DUTOS SUBMETIDOS A CARREGAMENTO TÉRMICO

Lourenço Barbosa Keuper

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA OCEÂNICA.

Aprovada por:

Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph.D.

Prof. Julio Cesar Ramalho Cyrino, D.Sc.

Dr. Rafael Familiar Solano, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO DE 2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

KEUPER, LOURENÇO BARBOSA

Análise Teórica e Experimental de Flambagem Vertical de Dutos Submetidos a Carregamento Térmico [Rio de Janeiro] 2006

XIII, 92 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Oceânica, 2006)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Flambagem Térmica
2. Flambagem Vertical
3. Dutos Aquecidos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e amigo, professor Murilo A. Vaz pelo incentivo e apoio intenso dado durante todo o desenvolvimento deste trabalho e por acreditar em mim.

Ao colega Rafael Familiar Solano, pela troca de conhecimentos, apoio e incentivo.

Aos funcionários do NEO: Roberto Lima, Hebert, Paulo e Sueli Ferreira, pelo grande apoio técnico, pela amizade e sem os quais este trabalho não teria sido realizado.

Aos funcionários do programa de Engenharia Oceânica, em especial à Suely Klajman pelo apoio dado.

A todos os colegas e companheiros do Mestrado da Engenharia Oceânica e do NEO, Marcio Souto, Xavier Castello, Marcelo Caire, Noël Hubert, Rory Sanchez, Fabio Lima, Felipe Castelpoggi, Jeferson Lacerda, Bruno Kiepper, Bernardo de Oliveira, pelos momentos de descontração e companheirismo.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pelo incentivo financeiro fornecido.

A todos os meus familiares pela compreensão e apoio para que este trabalho se concretizasse.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE FLAMBAGEM VERTICAL DE DUTOS SUBMETIDOS A CARREGAMENTO TÉRMICO

Lourenço Barbosa Keuper

Setembro/2006

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Programa: Engenharia Oceânica

Freqüentemente dutos que se encontram enterrados no solo ou no leito marinho para o escoamento de fluidos que estão aquecidos, a uma temperatura superior à temperatura ambiente, podem desenvolver um comportamento de flambagem vertical devido a esse carregamento térmico. Tal comportamento, se não avaliado adequadamente durante a fase de projeto, pode levar a acidentes operacionais graves, bem como o comprometimento ambiental. Este trabalho consiste em desenvolver um modelo experimental que represente este fenômeno de flambagem vertical de dutos aquecidos, analisando parâmetros de interesse como: deslocamentos verticais, cargas críticas compressivas de flambagem e imperfeições iniciais submetidas ao duto durante seu assentamento, entre outros. Os resultados deste modelo experimental são comparados a clássicos modelos analíticos existentes, de forma a validá-los e permitir uma previsão do comportamento do duto quanto à flambagem térmica.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Máster of Science (M.Sc.)

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF PIPELINES UPHEAVAL
BUCKLING DUE TO THERMAL LOADING

Lourenço Barbosa Keuper

September/2006

Advisor: Murilo Augusto Vaz

Department: Ocean Engineering

Commonly, buried pipelines used for hot fluid can develop an upheaval buckling behavior due to the thermal loading. Such behavior, if not appropriately evaluated may lead to serious operational and environment accidents. This work consists in developing an experimental model that simulates the upheaval buckling phenomenon of heated pipelines, and analyzes interesting parameters such as: vertical displacement, compressive critical loading and initial imperfections due to the pipeline laying system. The results of this experimental model are compared to existing analytical models, in order to acknowledge and allow a forecast behavior of the pipeline during upheaval buckling.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3	MODELOS ANALÍTICOS	9
3.1	Modelos de Base Rígida	9
3.1.1	Modelo para trilhos de Kerr	9
3.1.2	Modelo para Dutos de Hobbs	17
3.2	Modelo de Base Elástica	18
3.2.1	Modelo para trilhos de Kerr	18
3.2.2	Modelo de Tvergaard e Needleman	20
4	ANÁLISE DIMENSIONAL E SEMELHANÇA DE MODELOS	24
4.1	Introdução	24
4.2	Matriz Dimensional	24
4.3	Semelhança de Modelos	25
4.4	Definição do Modelo	26
5	ANÁLISE TEÓRICA SIMULADA	33
5.1	Pré - flambagem	34
5.2	Modelo de Base Rígida de Kerr	36
5.3	Modelo de Base Rígida de Hobbs	37
5.4	Modelo de Base Elástica de Tvergaard e Needleman	41
5.5	Comparação entre os Modelos	43
6	ANÁLISE EXPERIMENTAL	45
6.1	Descrição do Experimento	45
6.2	Descrição da Construção dos Equipamentos	48
6.3	Ensaio Realizados	51
6.3.1	Teste de dilatação térmica axial	51
6.3.2	Relação entre a altura H x comprimento de duto suspenso L na Pré-Flambagem	53
7	CONCLUSÃO	68
7.1	Principais Dificuldades Encontradas	70
7.2	Trabalhos Futuros	71
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72

ANEXO A	Demonstração da equação (3.1):	75
ANEXO B:	Demonstração da equação (3.2):	76
ANEXO C	Demonstração da equação (3.8).....	77
ANEXO D	Demonstração da equação (3.19).....	78
ANEXO E	Modelagem do Solo.....	79
ANEXO F	Dados utilizados nas figuras do Capítulo 3	85
ANEXO G	Dados dos resultados experimentais.....	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1 - Carregamentos aplicados à viga e abaixo o diagrama do carregamento axial ao longo da mesma.	10
Figura 3.2 -- Esforços presentes num elemento infinitesimal da viga.	10
Figura 3.3 - Comportamento de P_{cr} em função de H para $W = 10,32 \text{ N/m}$ e $EI = 624,23 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$	12
Figura 3.4 - Comportamento de P_{cr} em função de L para $W = 10,32 \text{ N/m}$ e $EI = 624,23 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$	13
Figura 3.5 - Comparação entre N_0 e P_{cr} , para $W = 6,04 \text{ N/m}$, $EI = 624,23 \text{ Nm}^2$, $EA = 8,31 \cdot 10^6 \text{ N}$ e H [mm].	15
Figura 3.6 - Carregamentos considerando o efeito do atrito axial (deslizamento) e diagrama da distribuição ao longo da viga.	16
Figura 3.7 - Carga de flambagem na forma de variação de temperatura.	16
Figura 3.8 - Diagrama esquemático de uma viga apoiada sobre o solo modelado como uma base elástica.	19
Figura 3.9 - Comportamento da carga axial de flambagem N_0 utilizando $W(V-V_0) = 10,32 \text{ N/m}$ e $L = 7 \text{ m}$	22
Figura 4.1 – Matriz dimensional.	27
Figura 5.1 – Configuração de pré-flambagem.	34
Figura 5.2 – Comportamento de L versus V_0 durante a pré-flambagem.	35
Figura 5.3 – Comportamento da variação de temperatura em função da altura de flambagem.	36
Figura 5.4 - Comportamento da variação de temperatura em função do comprimento de viga suspensa.	37
Figura 5.5 – Comparação entre as equações (5.7) e (5.9).	38
Figura 5.6 - Tensões axiais na região central.	39
Figura 5.7 – Comportamento da flambagem pelo modelo de Tvergaard e Needlema.	43
Figura 6.1 - Esboço do funcionamento do experimento.	47
Figura 6.2 – Estrutura da base e conexão por anilhas.	48
Figura 6.3 – Duto de cobre e isolante térmico.	49
Figura 6.4 – Vigas laterais e sargentos de fixação trilho-cavalete.	49

Figura 6.5 – (A): válvula reguladora de pressão, sensor de temperatura e manômetro, (B): programa de leitura das temperaturas de entrada e saída da seção experimental.	50
Figura 6.6 – (A): bomba, entrada de água na bomba e saída do reservatório.....	51
Figura 6.7 – Gráfico do teste de dilatação.	52
Figura 6.8 – Gráfico do ensaio de pré-flambagem.	54
Figura 6.9 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 20 mm.....	56
Figura 6.10 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 40 mm.....	57
Figura 6.11 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 60 mm.....	58
Figura 6.12 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 80 mm.....	59
Figura 6.13 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 100 mm.....	60
Figura 6.14 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma imperfeição inicial de 120 mm.....	61
Figura 6.15 – Gráfico geral para o efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H para todas as imperfeições.	62
Figura 6.16 – Gráfico geral para o efeito da variação de temperatura sobre o comprimento de duto suspenso L para todas as imperfeições.	63
Figura 6.17– Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L, respectivamente, para uma situação de flambagem instável.....	65
Figura 6.18 – Esquema da evolução teórica do processo de flambagem instável em termos do comprimento de onda L e da altura de flambagem H.	66

Figura 6.19 - Esquema da evolução experimental observada do processo de flambagem instável.....	67
Figura E.1 - Comparação entre os modelos bi-linear e exponencial para areia.....	84

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dados do duto utilizado nos gráficos das formulações teóricas.	12
Tabela 4.1 – Dados dos materiais e relação dos parâmetros adimensionais.....	31
Tabela 5.1 – Características do tubo de cobre.	33
Tabela 5.2 – Comparação entre os modelos de Kerr e Tvergaard & Needlema. ...	43
Tabela E.1 – Dados para a reação vertical máxima e limite proporcional para um enterramento de 1 m.	83
Tabela F.1 – Dados do duto utilizado nos gráficos das formulações teóricas.....	85
Tabela G.1 – Dados do ensaio de dilatação com pressão de 30 psi.....	86
Tabela G.2 – Dados do ensaio de dilatação com pressão de 200 psi.....	86
Tabela G.3 – Dados de H x L do ensaio de pré-flambagem.....	87
Tabela G.4 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 20 mm.....	87
Tabela G.5 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 40 mm.....	88
Tabela G.6 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 60 mm.....	88
Tabela G.7 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 80 mm.....	89
Tabela G.8 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 100 mm.....	89
Tabela G.9 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 120 mm.....	90
Tabela G.10 – Tabela dos valores médios de H e L dos ensaios obtidos para cada imperfeição e sua comparação com os valores teóricos pelo modelo de base rígida de Kerr.....	91
Tabela G.11 – Dados experimentais sem imperfeição.....	92

NOMENCLATURA

- A – Área da seção transversal da viga ou duto.
- D – Diâmetro médio do duto.
- D_e – Diâmetro externo do duto.
- D_i – Diâmetro interno do duto.
- dx, dy – Elemento infinitesimal de viga nas direções x e y , respectivamente.
- E – Módulo de Elasticidade.
- EI – Rigidez à flexão.
- EA – Rigidez axial.
- F – Força de atrito por unidade de comprimento da viga/duto.
- g – Aceleração da gravidade.
- H – Altura de deflexão / flambagem ($H=2V$).
- H_0 – Altura inicial de deflexão / flambagem ($H_0=2V_0$)
- I – Momento de inércia transversal.
- i – Índice que indica o i -ésimo parâmetro.
- K – Rigidez elástica da base de apoio.
- k – Relação de escala.
- L – Comprimento de duto suspenso da flambagem.
- L_{cr} – Comprimento de duto suspenso crítico (mínimo) da flambagem.
- L_e – Comprimento de escorregamento da viga/duto.
- L_0 – Comprimento inicial do duto.
- M – Momento fletor.
- N_0 – Carga axial compressiva na extremidade da viga/duto
- n – Número que corresponde à $(P/EI)^{1/2}$.
- P – Carga axial constante ao longo da região de flambagem.
- P_{cr} – Carga axial crítica de flambagem.
- p – Diferença entre a pressão interna e a pressão externa ao duto.
- R, RI – Reação vertical de apoio do duto.
- r – Raio médio do duto.
- S – Esforço cortante na viga/duto.
- S – Comprimento do arco de flambagem.
- t – Espessura de parede do duto.

V – Amplitude de deflexão ($V=H/2$).
 V_0 – Amplitude inicial de deflexão($V_0=H_0/2$).
 W - Peso distribuído por unidade de comprimento da viga/duto.
 x – direção horizontal.
 y – direção vertical.
 $y(x)$ – Altura de deflexão em função da posição x .
 y_0 – Amplitude inicial da viga/duto (amplitude da imperfeição).
 α – Coeficiente linear de expansão térmica.
 ΔL - Dilatação do duto.
 ΔN – Variação da carga axial correspondente ao encurtamento geométrico.
 ΔT - Variação de temperatura.
 ΔT_0 – Variação de temperatura correspondente a N_0 .
 ΔT_{eff} – Variação de temperatura efetiva.
 θ – Dimensional de temperatura.
 λ - Relação de escala.
 μ – Coeficiente de atrito entre a viga/duto e sua base de apoio.
 Π – Parâmetro adimensional de semelhança de modelos.
 ρ – Massa específica.
 σ_c – Tensão axial compressiva.
 σ_e – Tensão de escoamento.
 σ_F – Tensão de flexão.
 σ_p – Tensão axial devido à pressão.
 σ_T – Tensão devido à temperatura.
 σ_θ – Tensão circunferencial.
 ν – Coeficiente de Poisson.
 ω – Coeficiente do sistema de equações algébricas da matriz dimensional.

1 INTRODUÇÃO

A utilização de dutos como meio alternativo de transporte de fluidos tem sido uma prática amplamente difundida em todo o mundo desde os tempos mais primórdios, seja na indústria petroquímica, alimentícia, siderúrgica, termelétrica, hidrelétrica, e principalmente no ambiente *offshore* e *onshore* da indústria do petróleo, seja para escoamento de óleo cru, seus derivados e, sobretudo gás, que no Brasil, ultimamente tem tido grande repercussão, devido à atual política de mudança na matriz energética e a descoberta de enormes campos de gás. Algumas vezes, a escolha pela construção de dutos para escoamento de tais produtos da produção de petróleo e abastecimento de terminais, refinarias, portos, indústrias, cidades, consumo veicular e pessoal, se faz importante de forma a garantir a viabilidade técnica e econômica para a comercialização de tais insumos.

O correto estudo e projeto da instalação e operação de tais tubulações devem considerar efeitos de corrosão, incrustações, intemperismos, condições urbanas, resistência mecânica aos carregamentos que estarão submetidos bem como as condições de projeto, que são fundamentais para garantir a integridade estrutural, a segurança e a preservação do meio ambiente. Em relação aos efeitos de carregamento mecânico, a flambagem devido a cargas axiais compressivas geradas por carregamentos térmicos pode parecer, a princípio, irrelevante ou de menor importância, porém, tal consideração se torna fundamental na medida em que as consequências pela sua não observância podem gerar efeitos catastróficos. Problemas como corrosão, ovalização, tipo de solo e condições do terreno, bem como características da forma de assentamento ou enterramento do duto são fundamentais na consideração do projeto de instalação e operação de dutos. Tais fatores podem se tornar agravantes no comportamento de flambagem vertical de dutos.

Uma atenção especial deve ser dada nos casos em que se tratam de dutos submarinos, enterrados ou não no leito marinho. Tais parâmetros como a forma de assentamento, condições do relevo submarino, movimentação do solo e sedimentos, bem como as condições ambientais em que o duto se encontra são mais difíceis de serem controladas e o monitoramento periódico do duto torna-se extremamente importante. Diversos desastres ambientais já aconteceram envolvendo dutos submarinos e por se tratar de um ambiente de difícil acesso e trabalho operacional, o meio ambiente marinho é mais gravemente afetado quando tais acidentes acontecem.

Alguns acidentes merecem destaque, como o ocorrido em 1997 onde o rompimento de um duto instalado há muitos anos causou um grande derramamento na Baía de Guanabara. Sucessivos ciclos de operação geraram imperfeições geométricas que causaram o seu levantamento (conhecido como *upheaval buckling*) e conseqüente agravamento da corrosão devido à perda da proteção catódica. Em janeiro de 2000, também na Baía de Guanabara, no Rio de Janeiro, um outro rompimento de um duto submarino causou o derramamento de 1300 m³ na baía. Tal fato ocorreu devido à flambagem lateral (*snaking*) do duto que repousava sobre o solo marinho, agravado por problemas de corrosão.

O comportamento de flambagem vertical de dutos aquecidos acontece pelo escoamento de um fluido a uma temperatura superior à do ambiente externo em que o duto encontra-se exposto. Este carregamento térmico induzido ao duto tende a provocar sua expansão, porém, pelo fato do duto encontrar-se restringido em suas extremidades e da interação solo-duto (resistência ao movimento devido ao atrito), tal expansão pode não ocorrer e a combinação destes efeitos gera uma carga axial compressiva. Esta carga axial compressiva quando atinge um determinado valor leva o duto a uma condição de instabilidade geométrica, e qualquer tipo de perturbação leva o duto a uma configuração defletida estável, chamada flambagem, liberando a “energia” antes aprisionada. Caso o duto encontre-se enterrado, as restrições laterais do solo impedirão seu movimento neste sentido, e conseqüentemente, o sentido de menor resistência ao movimento do duto será o vertical para cima. Daí o fenômeno de flambagem vertical. Se o duto estiver apenas apoiado sobre o solo e o atrito entre estes for suficientemente pequeno, a flambagem assumirá uma configuração lateral, pois é a direção de menor resistência ao movimento do duto. Tal configuração também é conhecida na literatura como *snaking*.

De uma forma geral, os programas comerciais que avaliam as condições de projeto de dutos sujeitos à flambagem são baseados na teoria de elementos finitos. Analiticamente, os estudos de flambagem de dutos são baseados na teoria de vigas esbeltas sujeitas ao carregamento compressivo. Assim, uma maneira de confrontar os dados gerados por tais análises com o que realmente acontece na prática é fazendo um modelo experimental reduzido, baseado na teoria de semelhanças, que é o propósito deste trabalho.

Atualmente, existem poucos trabalhos na literatura sobre testes experimentais de flambagem térmica de dutos aquecidos. Daí, a importância de se fazer um trabalho experimental e compará-lo com os diversos modelos analíticos existentes, de forma a

validá-los, é o principal objetivo deste trabalho. Tais resultados experimentais, juntamente com os modelos analíticos e numéricos possibilitam um melhor conhecimento do mecanismo de flambagem, dando maior segurança na elaboração de projetos de instalação de dutos submetidos a carregamento térmico, e definindo a melhor ferramenta analítica e numérica, com as devidas condições de contorno, a ser utilizada. Conhecendo-se as condições a que um projeto de instalação de dutos está submetido e analisando-se os resultados experimentais a que ele melhor se aplica, é possível escolher a melhor ferramenta analítica que fornecerá, a priori, a ordem de grandeza dos parâmetros de projeto mais importantes a serem controlados e analisados. Um refinamento maior e análise de detalhes são conseguidos por meio de ferramentas numéricas que fornecem resultados mais realistas.

Inicialmente, é feita uma revisão bibliográfica (capítulo 2) descrevendo os primeiros modelos de flambagem de vigas, baseado em observações reais de deflexão de trilhos de trem. Adicionalmente, também são apresentados modelos de flambagem que levam em consideração o tipo de solo sobre o qual o duto e/ou viga é apoiado, de forma a analisar o tipo de resposta que o solo imprime ao duto, quando este é submetido a um carregamento compressivo e qual o efeito disso sobre o duto.

Nos capítulos 3 e 5, é feita uma descrição dos modelos de flambagem que serão utilizados para se fazer uma comparação com o modelo experimental desenvolvido. Assim, espera-se que um desses modelos se ajuste melhor ao que foi proposto experimentalmente de forma a permitir uma comparação entre os dados obtidos analiticamente e os dados experimentais.

Para se fazer um modelo reduzido que represente adequadamente um modelo real, é feita uma análise de semelhança, baseada na teoria de semelhança dos números adimensionais Π , que leva em consideração a semelhança geométrica física entre modelos. Tal teoria será apresentada no capítulo 4, descrevendo os principais parâmetros adimensionais que serão utilizados para comparação e confecção do modelo reduzido experimental.

Em seguida, são apresentados no capítulo 6 os dados utilizados na fabricação do modelo reduzido, os principais parâmetros do modelo experimental, tais como: dimensões do duto utilizado, carga térmica aplicada, pressão interna do duto, bem como os principais equipamentos e acessórios que foram utilizados no experimento. Também é descrito neste capítulo, o mecanismo de funcionamento do aparato experimental confeccionado e as diferentes condições iniciais a que o duto estará submetido. Ainda

neste capítulo, os resultados experimentais são apresentados e confrontados com os obtidos analiticamente, considerando neste último as mesmas características do duto e de carregamento utilizadas no experimento. Tal comparação servirá para inferir qual modelo analítico mais se aproxima do que foi observado experimentalmente.

Por fim, são apresentadas conclusões e sugestões sobre o trabalho, descrevendo as principais dificuldades encontradas, o que pode ser melhorado, o que poderia ser mudado e o que ainda pode ser feito para aprimorar o estudo da flambagem vertical de dutos, sobretudo no âmbito experimental.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Conforme foi dito no capítulo anterior, os acidentes ocorridos recentemente devido à flambagem térmica de dutos submarinos levaram diversas empresas e instituições de ensino e pesquisa a desenvolverem metodologias e ferramentas que promovessem um melhor entendimento da ocorrência de tal fenômeno, sobretudo no que diz respeito à sua prevenção. Assim, diversas ferramentas numéricas envolvendo a teoria de elementos finitos têm sido amplamente utilizadas quando do projeto de instalação e operação de dutos submarinos.

Mais recentemente, Massa [1] faz uma descrição das formas de instalação de dutos submarinos juntamente com um estudo do comportamento dos diversos tipos de solo em que o duto pode se apoiado ou enterrado e, a partir disto, desenvolve uma ferramenta numérica para o estudo do fenômeno da flambagem vertical, comparando seus resultados com diversas outras ferramentas numéricas existentes no mercado, mostrando que a mesma é capaz de fornecer resultados tão bons ou melhores que às existentes além de sua facilidade de utilização.

Outro trabalho de grande relevância é feito por Belmont [2] onde é proposta uma metodologia de estudo e análise dos fenômenos de flambagem vertical e lateral de dutos submarinos por meio da construção de um modelo numérico via elementos finitos e comparando os resultados com as formulações analíticas existentes. Tal procedimento permitiu investigar os diversos parâmetros que influenciam no processo de flambagem de dutos como atrito solo-duto, altura de imperfeições, carregamento vertical distribuído, aquecimento do duto e mostrou-se em boa concordância com os modelos analíticos existentes.

Cunha e Benjamin [3] apresentaram um estudo comparativo entre um modelo numérico desenvolvido e os principais modelos analíticos existentes na literatura e muito usados em casos reais, para um duto reto, enterrado, aquecido e com uma imperfeição na região central. Os resultados da análise indicam que tanto do ponto de vista qualitativo quanto quantitativo as diferenças são muito pequenas e que os modelos analíticos analisados representam bem o fenômeno físico estudado.

Palmer e Turner [4] também desenvolveram um modelo numérico para investigar os efeitos de corrosão e flambagem cíclica na redução da vida à fadiga de dutos submarinos.

Também foram contempladas metodologias de análise de risco de flambagem de dutos submarinos que trabalham a altas pressões e temperaturas baseadas em critérios de projeto, avaliação de cenários e incertezas associadas à operação e instalação a que estes dutos estão submetidos. Para isto, Mørk *et al* [5] fazem uso de modelos analíticos.

Diferentemente, Hunt e Blackmore [6] bem como Taylor e Tran [7] fazem um estudo analítico da flambagem vertical de dutos submetidos a diferentes formas de imperfeições geométricas quando do assentamento sobre o leito marinho. Hunt e Blackmore ressaltam ainda a importância da presença e do efeito de imperfeições assimétricas na resposta do duto ao fenômeno da flambagem vertical, visto que estas representam a maioria dos casos reais observados.

Outro trabalho bastante refinado é realizado por Cardoso [8] onde é avaliado o comportamento estrutural de dutos submarinos aquecidos sujeitos ao fenômeno de flambagem termomecânica quando apoiados sobre o solo marinho, dimensionando-os através de estados limites que considerem deformações acima do limite de escoamento do material. Neste trabalho são tratadas as não-linearidades físico-geométricas envolvidas no fenômeno bem como os efeitos da interação solo-duto por meio de modelos numéricos que são comparados com modelos analíticos. Também são avaliados os estados limites de flambagem local e fadiga devido aos ciclos de operação desenvolvidos durante a vida operacional dos dutos.

Solano [9] propôs uma importante metodologia analítica baseada na flambagem térmica de um sistema de dutos *pipe-in-pipe* contendo água circulando pelo anular e avaliando os desempenhos térmico e estrutural deste sistema. A transferência de esforços entre o duto interno e externo é analisada e potenciais modos de falha de fratura, fadiga e flambagens locais também são comentados. Posteriormente, Solano [10] desenvolveu um modelo numérico para simular a flambagem termomecânica de dutos submarinos enterrados, permitindo analisar detalhadamente a influência de imperfeições iniciais no duto de forma que se pudesse estabelecer uma altura de enterramento segura que minimize os deslocamentos do duto e preserve sua integridade estrutural. Soluções analíticas, um estudo paramétrico e análise de sensibilidade também estão contemplados neste trabalho.

Atualmente, são poucos os trabalhos experimentais envolvendo a flambagem vertical de dutos enterrados. Bransby *et al* [11] tentaram reproduzir o efeito de levantamento de um duto enterrado inserindo um modelo reduzido em uma caixa. Esta, por sua vez, sofria um movimento de rotação onde a força centrífuga era a principal

responsável pelo movimento vertical do duto no sentido de desenterrá-lo. Neste trabalho, o duto não sofria qualquer carregamento axial e o principal objetivo era investigar a resistência do solo ao movimento vertical do solo. De forma diferente, Maltby e Calladine [12] fizeram um trabalho experimental onde um duto em escala reduzida era enterrado e comprimido em uma de suas extremidades por um pistão hidráulico, promovendo um carregamento axial compressivo. Os resultados experimentais foram comparados com os modelos analíticos existentes e se mostraram satisfatórios. Também, Maschner e Wood [13] promoveram um estudo experimental em escala reduzida de um duto aquecido submetido a diferentes imperfeições geométricas e assentado sobre diferentes tipos de solo. Os resultados indicaram que solos como areia não coesiva e pequenas imperfeições geram maior instabilidade na flambagem vertical do duto, levando a maiores incertezas e dificuldades na fase de projeto.

Inúmeras são as formulações analíticas existentes desenvolvidas para o estudo do fenômeno de flambagem vertical de dutos, também conhecido como *upheaval buckling*. A fonte deste fenômeno acontece de uma interação entre a força compressiva axial e amplitudes de imperfeições ao longo do duto. Basicamente, pode-se dizer que os modelos de flambagem existentes baseiam-se em dois tipos descritos na literatura:

- Modelo de base rígida
- Modelo de base elástica

O modelo de base rígida foi utilizado para análise de flambagem de trilhos de trem e dutos, Kerr [14] e Hobbs [15], respectivamente. O modelo tem como princípio, que o duto já se encontra numa configuração defletida e, em função disso, permite calcular uma variação de temperatura segura, aplicada ao duto, abaixo da qual, supostamente, a flambagem não ocorrerá. Essa variação de temperatura calculada é assumida como sendo independente do tamanho das imperfeições iniciais, mas altamente dependente do atrito axial entre o solo e o duto. Essa análise é muito útil na discussão da configuração do duto na pós-flambagem, mas ela não diz nada sobre os mecanismos ou condições que levam ao processo de flambagem em si (como por exemplo, a presença de imperfeições).

Um modelo mais satisfatório é o modelo de base elástica modificado, proposto por Tvergaard e Needleman [16]. Este modelo analisa sob que condições a flambagem ocorre, calcula uma variação de temperatura segura, que é dependente do tamanho das

imperfeições. Neste modelo, considera-se que o duto apresenta uma imperfeição inicial quando assentado em uma base elástica.

Outro fato importante é o efeito das variações no comprimento de duto suspenso com as imperfeições iniciais. Geralmente, a relação entre o comprimento de duto suspenso e a amplitude das imperfeições ao longo do duto são aleatórias. Porém, segundo Maltby e Calladine [12], existe uma relação preferencial entre essas duas variáveis em que a flambagem ocorre. Essa relação preferencial é usada para calcular a amplitude da imperfeição, dado um certo comprimento de duto suspenso.

Estes modelos descritos acima serão melhor analisados no capítulo seguinte.

Um modelo diferente é proposto por Palmer *et al* [17] para calcular a carga vertical máxima necessária para manter o perfil de um duto enterrado, sujeito a imperfeições durante o assentamento, em equilíbrio e compará-la com a força de resistência do solo (peso). Segundo os autores, a estabilidade do duto em sua posição inicial depende de sua rigidez à flexão e se o peso do solo sobre o duto é suficiente ou não para deixá-lo em sua posição inicial quando submetido a uma força axial compressiva. Assim, Palmer *et al* [17] apresentam os resultados num gráfico na forma adimensional que representa uma relação entre a carga vertical adimensional necessária para manter a estabilidade do duto e sua configuração geométrica em termos de um comprimento de duto suspenso adimensional.

3 MODELOS ANALÍTICOS

Neste capítulo serão descritos os principais modelos analíticos existentes na literatura para melhor compreensão do fenômeno da flambagem vertical. As análises gráficas que serão apresentadas por meio de figuras permitirão uma avaliação qualitativa dos parâmetros envolvidos no fenômeno de flambagem.

3.1 Modelos de Base Rígida

3.1.1 Modelo para trilhos de Kerr

O primeiro modelo proposto para o fenômeno de *upheaval buckling* foi baseado no modelo de base-rígida para trilhos de trem desenvolvido primeiramente por Martinet [6]. Esse modelo descreve que a carga térmica segura calculada independe do tamanho e presença das imperfeições iniciais, mas depende do valor do atrito axial entre o solo e o duto.

No modelo de base-rígida descrito por Kerr [14], um trilho de trem é modelado como uma viga contínua de rigidez flexional EI , comprimida por uma carga axial P e com peso próprio distribuído e constante W por unidade de comprimento. A viga, inicialmente reta, sem imperfeição inicial, é apoiada no solo, modelado como uma base rígida. Porém, para se proceder à análise, assume-se que a viga já se encontra numa configuração defletida, de maneira que esta apresente uma altura de deflexão H e um comprimento de duto suspenso da flambagem L , como mostrado na Figura 3.1. Dessa forma, a seção flambada possui dois pontos de apoio, que suportam todo o peso desta seção, cada um com uma reação vertical igual à $WL/2$.

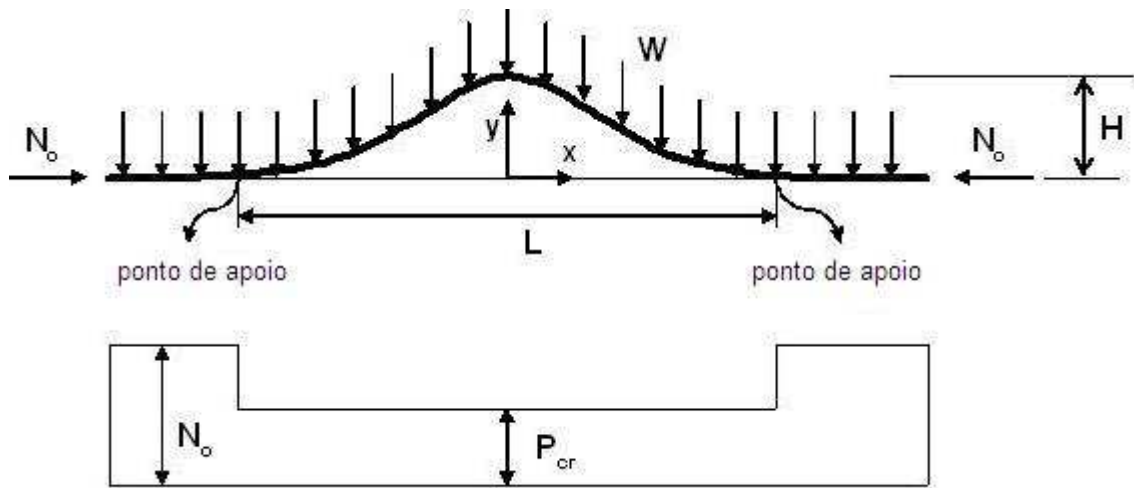


Figura 3.1 - Carregamentos aplicados à viga e abaixo o diagrama do carregamento axial ao longo da mesma.

Para um comprimento infinitesimal \$dx\$ da viga, as forças e momentos fletores estão esquematizados na Figura 3.2.

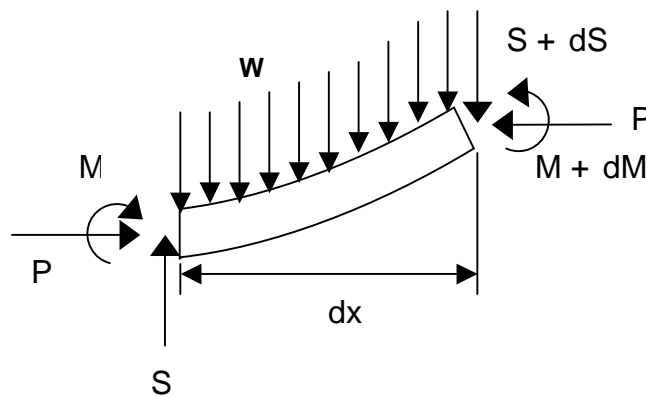


Figura 3.2 -- Esforços presentes num elemento infinitesimal da viga.

Onde \$P\$ corresponde à carga axial constante ao longo da região de flambagem e \$S\$ e \$M\$ ao esforço cortante e ao momento fletor, respectivamente.

Para pequenas deflexões, tem-se a seguinte equação da linha elástica:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} + W = 0 \quad (3.1)$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$y''''(0) = y'(0) = 0 \quad e \quad y(\pm L/2) = y'(\pm L/2) = y''(\pm L/2) = 0$$

(esforço cortante e inclinação nulos em $x=0$; deflexão, inclinação e momento fletor nulos em $x=\pm L/2$). A demonstração da equação (3.1) pode ser vista no Anexo A.

Portanto a solução da equação (3.1) proposta por Kerr com as condições de contorno mostradas acima (cuja demonstração pode ser vista no Anexo B) é:

$$y(x) = \frac{WEI}{P^2} \left(-\frac{\cos(nx)}{\cos\left(\frac{nL}{2}\right)} - \frac{n^2 x^2}{2} + \frac{n^2 L^2}{8} + 1 \right) \quad (3.2)$$

em que $n^2 = P/EI$. A equação (3.2) satisfaz todas as equações de contorno, exceto $y' = 0$ em $x = \pm L/2$, a qual resulta em $\tan(nL/2) = nL/2$, e que fornece uma série de soluções: $nL = 8,9868; 15,4504; 21,8082; \dots$. Sendo assim, o menor valor para a carga axial necessário para que ocorra a flambagem é obtido a partir do menor valor de $nL = 8,9868$ e é dado pela seguinte expressão:

$$P_{cr} = \frac{80,76 EI}{L^2} \quad (3.3)$$

Rearranjando as equações (3.2) e (3.3), tem-se o valor de P_{cr} e L em função da altura de flambagem H :

$$P_{cr} = 3,962 \sqrt{\frac{WEI}{H}} \quad (3.4)$$

$$L = 4,514 \sqrt[4]{\frac{HEI}{W}} \quad (3.5)$$

O comportamento da carga crítica de flambagem P_{cr} pode ser visualizado nas Figuras 3.3 e 3.4, onde quanto maior for a altura (H) ou o comprimento de duto suspenso (L), pois ambos estão relacionados entre si (equação (3.5)), menor é a carga axial necessária para flambar o duto e quanto menor for L ou H , ou seja, quanto mais retilínea estiver a viga, maior será essa carga. Esta carga crítica de flambagem é assumida como sendo constante ao longo do trecho defletido, para um dado

comprimento L , como ilustra a parte inferior da Figura 3.1. Os dados utilizados no gráfico desta figura e nas demais deste capítulo estão na Tabela 3.1. Estes dados representam os parâmetros do duto utilizado no experimento, conforme será visto no Capítulo 4.

Tabela 3.1 – Dados do duto utilizado nos gráficos das formulações teóricas.

Dados	Símbolo	Valor
<i>Diâmetro Externo [mm]</i>	D	25,4
<i>Espessura [mm]</i>	t	0,9
<i>Módulo de Elasticidade [GPa]</i>	E	120
<i>Momento de Inércia [mm⁴]</i>	I	5201,95
<i>Área Transversal [mm²]</i>	A	69,24
<i>Rigidez Flexional [Nm²]</i>	EI	624,23
<i>Rigidez Axial [N]</i>	EA	$8,3 \times 10^6$
<i>Peso Distribuído [N/m]</i>	W	10,32
<i>Coefficiente de Expansão Térmica [°C⁻¹]</i>	α	$1,77 \times 10^{-5}$
<i>Pressão Interna [MPa]</i>	P_{int}	1,4
<i>Coefficiente de Poisson</i>	ν	0,33
<i>Limite de Escoamento [MPa]</i>	σ_e	274,4

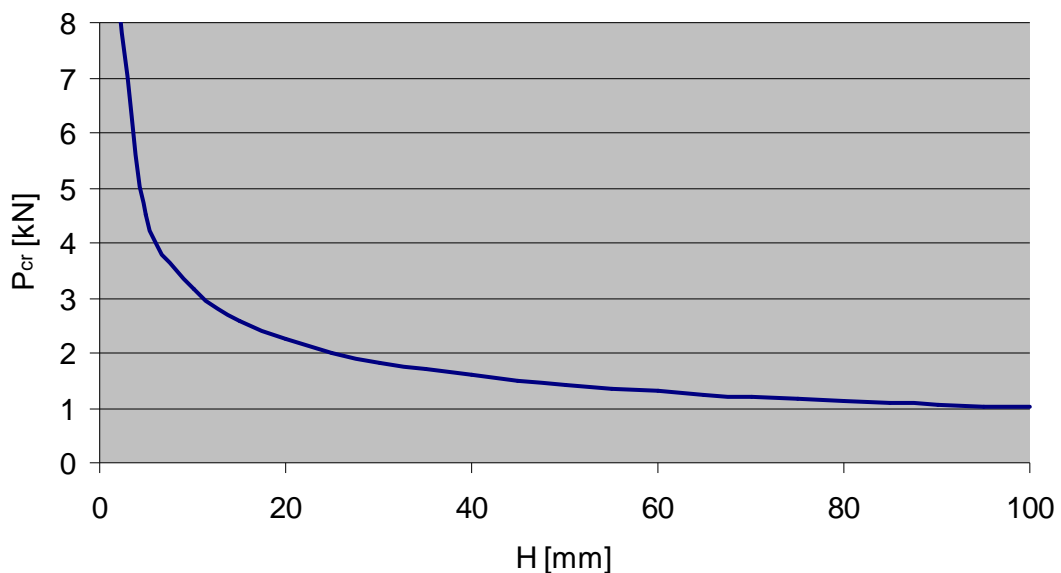


Figura 3.3 - Comportamento de P_{cr} em função de H para $W = 10,32$ N/m e $EI = 624,23 \times 10^6$ Nm².

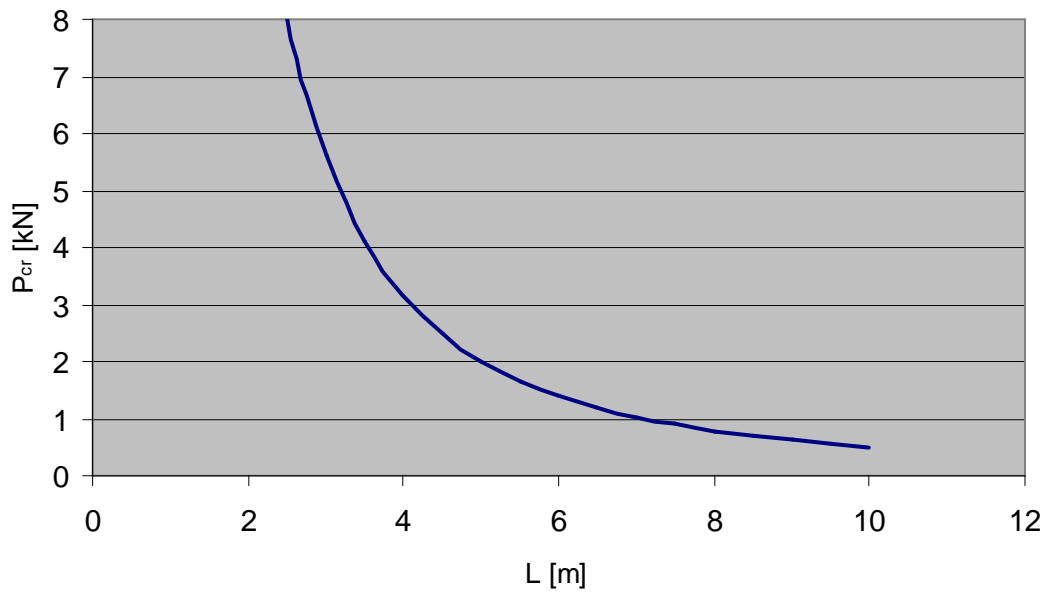


Figura 3.4 - Comportamento de P_{cr} em função de L para $W = 10,32 \text{ N/m}$ e $EI = 624,23 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$.

Porém, para a ocorrência da flambagem, a carga axial ao longo da viga é induzida por uma carga térmica que pode ser expressa pela seguinte equação:

$$N_0 = EA\alpha\Delta T \quad (3.6)$$

onde:

- EA = rigidez axial;
- ΔT = variação de temperatura;
- α = coeficiente de expansão térmica.

Essa carga térmica atua na viga que se encontra restringida nas extremidades. Quando ocorre a flambagem, a expansão térmica restringida é liberada, provocando uma redução do carregamento axial na região defletida. Essa diminuição da carga axial representada pela diferença entre N_0 e P_{cr} pode ser descrita pela seguinte equação:

$$\Delta N = (S - L) \frac{EA}{L} \quad (3.7)$$

onde o termo $(S-L)/L$ é uma deformação elástica da viga que representa a diferença entre o arco de flambagem e o comprimento de duto suspenso (horizontal) do mesmo. Essa

deformação, também denominada de “encurtamento geométrico”, é calculada pela equação (3.8), cuja demonstração encontra-se no Anexo C:

$$S - L = \int_0^{L/2} \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (3.8)$$

Sendo assim, $N_0 = P_{cr} + \Delta N$ e apresenta um diagrama de distribuição ao longo da viga de acordo com a Figura 3.1. Nota-se que de acordo com esse equacionamento, a carga axial apresenta valor de P_{cr} para a região de flambagem e o valor de N_0 para a região da viga que está em contato com o solo. Resolvendo esta expressão de N_0 para os termos de ΔN e P_{cr} ela apresenta a seguinte forma:

$$N_0 = \frac{80,76EI}{L^2} + 1,567 \times 10^{-5} \frac{W^2 EAL^6}{(EI)^2} \quad (3.9)$$

que expressa em função da altura H , fica da seguinte forma:

$$N_0 = 3,962 \sqrt{\frac{WEI}{H}} + 0,1347 H^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{W}{EI}} EA \quad (3.10)$$

Uma comparação entre N_0 e P_{cr} em função de H pode ser visto na Figura 3.5. A figura mostra duas curvas onde a diferença entre elas na ordenada representa o segundo termo da expressão acima, o "encurtamento geométrico", que para pequenas amplitudes é praticamente nulo.

A curva de N_0 passa por um mínimo que corresponde à carga mínima de flambagem e sua correspondente altura. A flambagem não irá ocorrer até que N_0 exceda essa carga mínima.

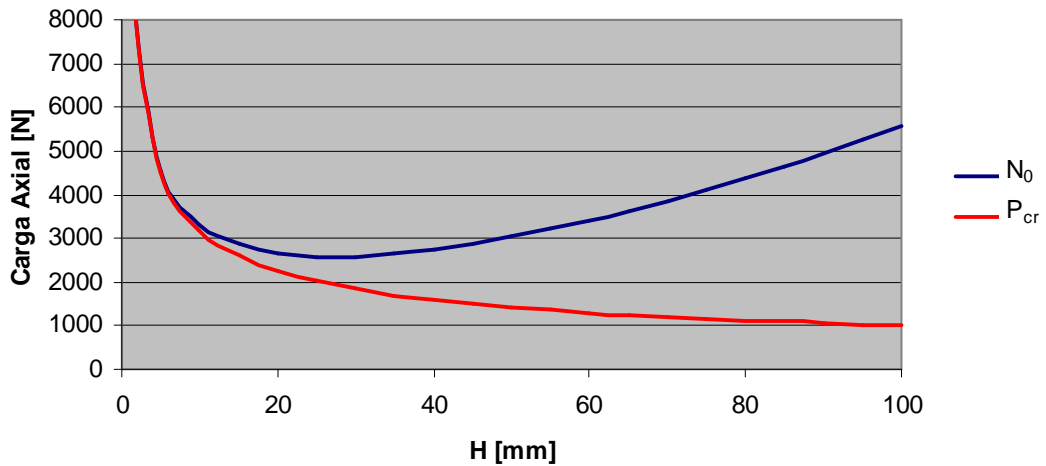


Figura 3.5 - Comparação entre N_0 e P_{cr} para $W = 6,04 \text{ N/m}$, $EI = 624,23 \text{ Nm}^2$, $EA = 8,31 \cdot 10^6 \text{ N}$ e H [mm].

Porém, esta expressão não representa o caso real a partir do momento em que apresenta uma mudança abrupta do carregamento axial no ponto de contato com o solo. Na verdade, essa mudança da carga axial ocorre de maneira suave devido ao atrito entre a viga e o solo e, além disso, sempre existe certo escorregamento da viga com o solo pelo fato do atrito não ser tão grande a ponto de evitar o movimento axial da viga no ponto de contato. Dessa maneira, considerando-se o efeito do atrito no carregamento axial, a expressão deste se torna:

$$N_0 = \frac{80,76EI}{L^2} + \sqrt{\frac{16,0 \times 10^{-6} W^2 L^7 FEA}{(EI)^2} - \frac{F^2 L^2}{4}} \quad (3.11)$$

onde:

- $F = \mu W$: representa a força de atrito por unidade de comprimento da viga;
- μ : é o coeficiente de atrito entre a viga e o solo.

A distribuição da carga axial ao longo da viga considerando o efeito de atrito pode ser representada pela Figura 3.6:

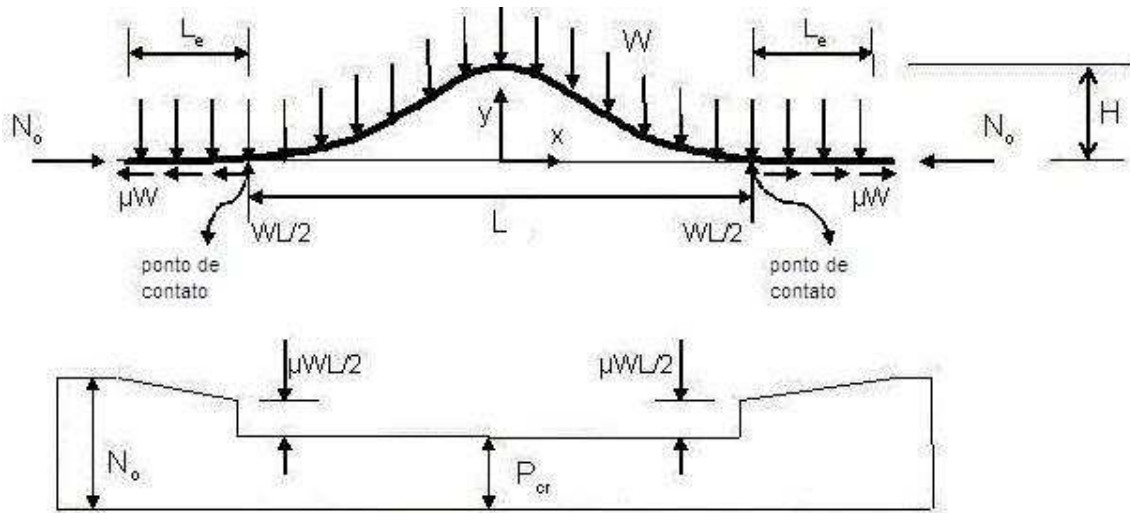


Figura 3.6 - Carregamentos considerando o efeito do atrito axial (deslizamento) e diagrama da distribuição ao longo da viga.

Dividindo-se a expressão de N_0 (equação (3.11)) por $EA\alpha$ tem-se o carregamento axial representado pela variação de temperatura aplicada à viga.

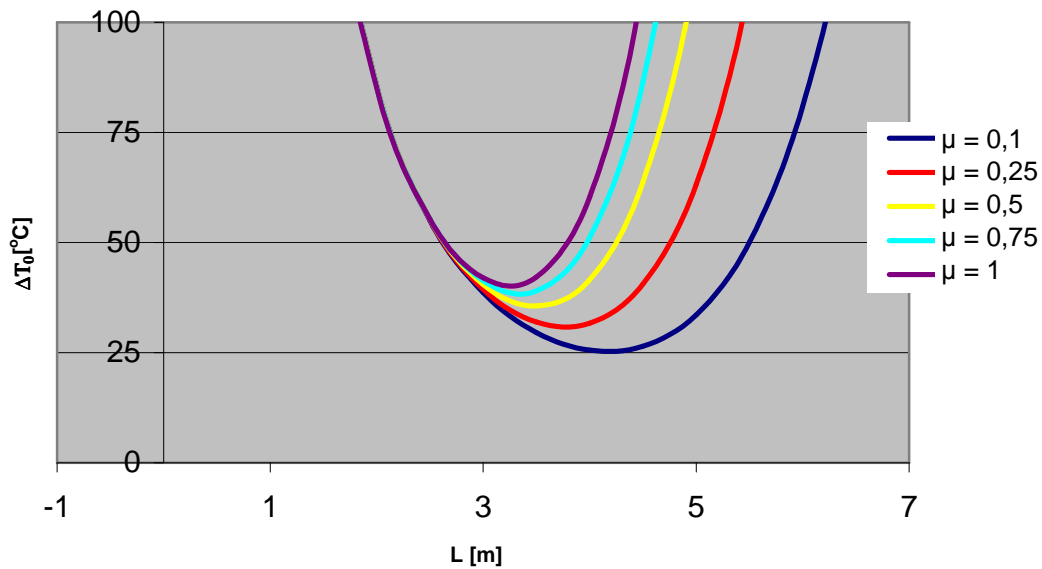


Figura 3.7 - Carga de flambagem na forma de variação de temperatura.

A Figura 3.7 mostra o comportamento da carga térmica em função do comprimento de duto suspenso para diferentes valores do coeficiente de atrito utilizando

os mesmos dados dos gráficos anteriores. Nota-se que o ponto mínimo depende do valor do coeficiente de atrito. Quanto menor for μ , menor será ΔT_{min} e maior será L_{min} .

Para pequenos coeficientes de atrito, o comprimento que apresenta escorregamento L_e (Figura 3.6) é muito maior que o comprimento de flambagem da viga ($L_e \gg L$), e N_0 pode ser aproximado por:

$$N_0 = \frac{80,76EI}{L^2} + 3,996 \times 10^{-3} \frac{W}{EI} \sqrt{FEAL^7} \quad (3.12)$$

3.1.2 Modelo para Dutos de Hobbs

Hobbs [15] descreveu um modelo de base-rígida modificado para dutos, que é similar ao de Kerr. As diferenças mais importantes entre os dois modelos estão descritas a seguir:

- 1) A carga térmica induzida no duto (N_0) é um resultado tanto da variação de temperatura quanto da diferença de pressão interna e externa. Assim, a expressão de N_0 modificada é:

$$N_0 = EA\alpha\Delta T + \frac{\pi D^2 p}{4}(1 - 2\nu) \quad (3.13)$$

onde:

- p : é a diferença entre a pressão interna e a pressão externa ao duto;
- D : é o diâmetro médio do duto;
- ν : é o coeficiente de Poisson.

A variação de temperatura ΔT é medida em relação à temperatura na qual a carga axial é zero, com pressão interna zero. Essa expressão para a carga axial também pode ser representada em termos de uma variação de temperatura efetiva ΔT_{eff} , que leva em consideração a contribuição do termo de pressão, que em geral é muito menor que a contribuição da carga térmica:

$$\Delta T_{eff} = \Delta T + \frac{pD}{4tE\alpha}(1-2\nu) \quad (3.14)$$

- 2) A carga vertical sobre o duto é resultado tanto do peso molhado (duto + fluido interno) do próprio duto quanto da coluna de solo acima dele, quando enterrado. Em geral, a carga vertical é função do deslocamento do duto, mas para análise de Hobbs é considerada constante.
- 3) Os dutos geralmente apresentam imperfeições iniciais ou curvaturas residuais, normalmente caracterizadas por um comprimento L e altura H , que podem ser de dois tipos: imperfeição de fundação ou imperfeição geométrica. A primeira acontece quando o solo no qual o duto repousa apresenta certa irregularidade e a segunda quando o duto apresenta uma curvatura residual proveniente do processo de lançamento. O pior caso é quando as duas ocorrem juntas e o duto é deformado plasticamente no formato da imperfeição do solo.

Segundo Hobbs, pequenas imperfeições não têm efeito na carga térmica crítica de flambagem. Além disso, se a imperfeição inicial exceder um certo valor crítico, a flambagem repentina (*snap through buckling*) não ocorre. Ao invés disso, ela cresce de maneira estável conforme a temperatura aumenta.

3.2 Modelo de Base Elástica

3.2.1 Modelo para trilhos de Kerr

Kerr propôs o modelo de base elástica para o trilho de trem em que o trilho modelado como uma viga é apoiado numa base elástica, linear, modelada como uma mola, como mostrado na Figura 3.8. Neste modelo, a base possui uma rigidez elástica K [N/m^2] e exerce uma força vertical sobre a viga proporcional ao deslocamento e na direção oposta ao mesmo. A viga é suposta inicialmente reta e permanece em total contato com a base.

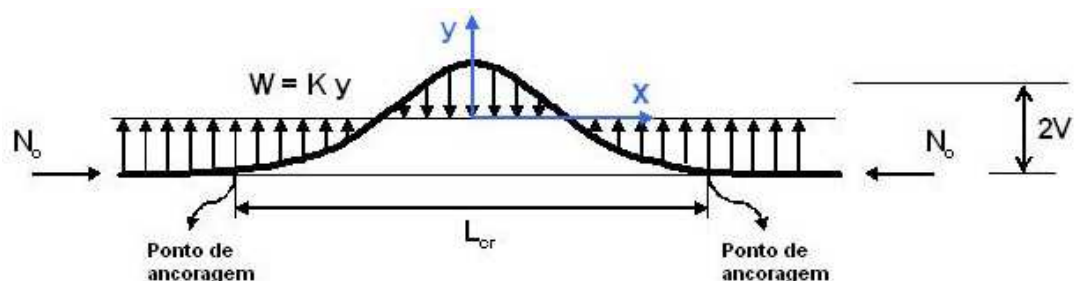


Figura 3.8 - Diagrama esquemático de uma viga apoiada sobre o solo modelado como uma base elástica.

Da teoria de viga para pequenas deflexões, a equação de governo é:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} + Ky = 0 \quad (3.15)$$

As condições de contorno são as mesmas utilizadas anteriormente para o modelo de base rígida:

$$y'''(0) = y'(0) = 0 \quad e \quad y(\pm L/2) = y'(\pm L/2) = y''(\pm L/2) = 0$$

A diferença entre a equação (3.15) e a equação (3.1) é que a força vertical para baixo atuante na viga é proporcional ao deslocamento vertical e não é mais constante e igual ao próprio peso.

Assumindo que o modelo possa ser representado por uma configuração da forma de uma função cossenoidal para a deflexão:

$$y = V \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \quad (3.16)$$

A equação (3.16) representa um modo de flambagem contínuo com amplitude V ($V=H/2$) e comprimento de duto suspenso L .

Substituindo a equação (3.16) na equação (3.15), tem-se a seguinte expressão para a carga de flambagem em função do comprimento de duto suspenso L :

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(L/2)^2} + \frac{K(L/2)^2}{\pi^2} \quad (3.17)$$

A menor carga de flambagem P_{cr} ocorre quando L é dado por:

$$L_{cr} = 2\pi\sqrt[4]{\frac{EI}{K}} \quad (3.18)$$

E a carga mínima assume a seguinte expressão:

$$P_{cr} = 2\sqrt{KEI} \quad (3.19)$$

Essa análise considera a viga inicialmente reta e esta permanece assim até que se alcance a carga crítica P_{cr} e a viga comece a flambar, com a amplitude V sendo indeterminada. Uma vez que L_{cr} e P_{cr} são constantes e, EI e $P = EA\alpha\Delta T$ são conhecidos, pode-se usar a equação (3.19) para calcular a rigidez mínima da base para a prevenção da flambagem. Kerr também comenta que o peso da viga não influi no resultado da análise porque a resposta da base elástica é linear.

Infelizmente, este modelo não é representativo do que ocorre na prática pelos seguintes motivos: o trilho real não permanece em total contato com a base, tendo sempre imperfeições iniciais que são difíceis de serem eliminadas; a resposta do solo real é linear apenas para pequenos deslocamentos e, para grandes, ela se comporta de maneira não-linear. Além disso, a flambagem vertical tende a ocorrer no modo mais simples e não no modo contínuo de forma periódica.

3.2.2 Modelo de Tvergaard e Needleman

O modelo de Tvergaard e Needleman [16] é o mais usual na medida em que considera uma viga (ou duto) com rigidez EI , comprimida por uma carga axial P na região de flambagem, apresentando uma imperfeição inicial cossenoidal de amplitude V_0 e comprimento L e com resposta de carregamento vertical do solo sobre e/ou sob o duto sendo não-linear, aproximando-se mais dos casos reais. Em suas análises utilizam dados empíricos de resposta do solo. Observa-se também que as cargas de flambagem são independentes do valor da força de atrito axial entre a viga e o solo.

Para pequenas deflexões, a teoria de vigas fornece a seguinte equação, cuja demonstração pode ser vista no Anexo D:

$$EI \left(\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d^4 y}{dx^4} \Big|_{y_0} \right) + P \frac{d^2 y}{dx^2} + W_{(y-y_0)} = 0 \quad (3.20)$$

Onde $\frac{d^4 y}{dx^4} \Big|_{y_0}$ é a quarta derivada do perfil inicial de y com relação à x . A carga vertical $W_{(y-y_0)}$ é uma função arbitrária do deslocamento $\Delta y = y - y_0$ e representa a resposta de carregamento vertical do solo ao movimento ascendente da viga. Utilizando as mesmas condições de contorno descritas anteriormente para o modelo de base elástica de Kerr, e, assumindo-se que a solução para representação da deflexão da viga apresente uma forma cossenoidal, tem-se:

$$y(x) = V \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \quad (3.21)$$

Considerando que a distribuição da carga vertical ao longo do comprimento do duto suspenso também assume um perfil cossenoidal, a equação (3.20) é reescrita como:

$$\left[EI \left(\frac{2\pi}{L} \right)^4 (V - V_0) - P \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 V + W_{(v-v_0)} \right] \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) = 0 \quad (3.22)$$

Rearranjando a equação acima para o valor de P , tem-se:

$$P = \frac{W_{(v-v_0)}}{V} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 + EI \frac{(V - V_0)}{V} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \quad (3.23)$$

Incluindo o termo de “encurtamento geométrico”, N_0 pode ser expresso por:

$$N_0 = \frac{W_{(v-v_0)}}{V} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 + E \left(I \frac{(V - V_0)}{V} + A(V^2 - V_0^2) \right) \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \quad (3.24)$$

Sendo assim, o comportamento da flambagem pelo modelo de base elástica segundo Tvergaard e Needleman pode ser visto na Figura 3.9 para efeito qualitativo. Os

gráficos dessa figura são plotados a partir da equação (3.24) variando-se apenas o tamanho da imperfeição inicial V_0 e mantendo-se o mesmo comprimento de duto suspenso L . O valor de $W_{(V-V_0)}$ utilizado nos gráficos da Figura 3.9 corresponde a um valor constante, cujo motivo é apresentado no Capítulo 5, item 5.4. Porém, os autores utilizam uma modelagem de solos para estimar a resposta do carregamento vertical $W_{(V-V_0)}$ do mesmo, pois em suas análises consideram enterramento e apoio sobre o solo. Uma breve descrição teórica desta modelagem de solos pode ser vista no Anexo E. Neste anexo, é apresentada uma modelagem do solo segundo a ASCE [18], por ser um dos modelos mais recomendados para projetos, que considera curvas de comportamento do solo bi-lineares.

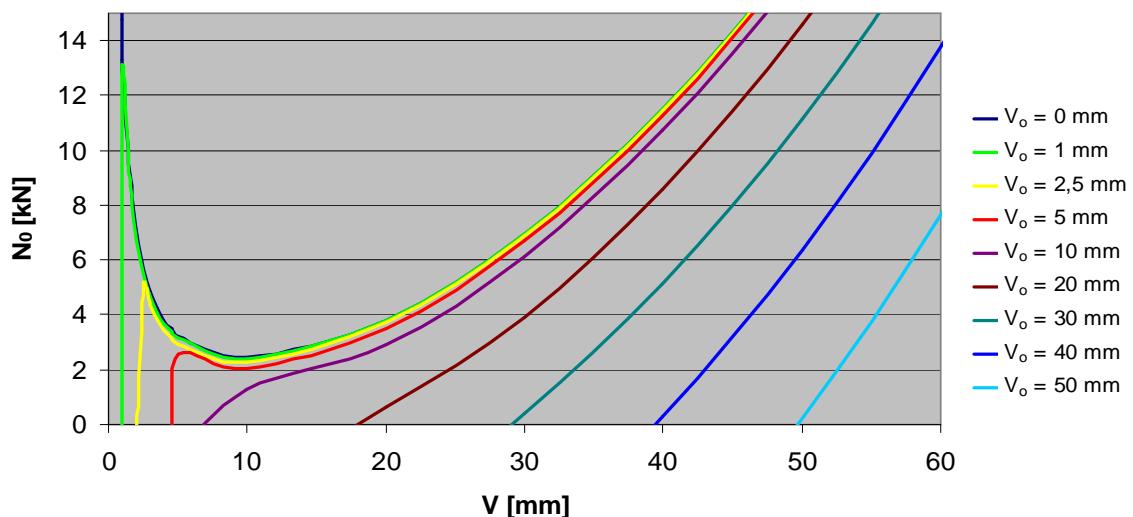


Figura 3.9 - Comportamento da carga axial de flambagem N_0 utilizando $W_{(V-V_0)} = 10,32 \text{ N/m}$ e $L = 7 \text{ m}$.

Nestes gráficos, para valores pequenos de V_0 nota-se a presença de um pico, ao passo que para valores maiores este pico vai se tornando inexistente e o comportamento da flambagem se torna mais suave.

Na verdade, o que acontece é uma variação da relação V_0/L , em que quanto menor esta relação, mais "bruscamente" se dá o processo de flambagem, com grandes chances de ocorrência do efeito de "salto de instabilidade" (*snap through buckling*), onde a flambagem ocorre de maneira repentina devido a uma condição de instabilidade do duto, porém maior é a capacidade do duto de resistir à flambagem, gerando apenas

pequenos deslocamentos para grandes carregamentos. Por outro lado, quanto maior for a relação V_0/L mais suave será o processo de flambagem, não havendo chance de ocorrência do comportamento anterior, porém o duto apresenta maiores deslocamentos para pequenos carregamentos, ou seja, o duto irá fletir mais facilmente.

É de se esperar que para grandes deslocamentos, o efeito da amplitude inicial torna-se menos significante e todas as curvas tendem a coincidir.

4 ANÁLISE DIMENSIONAL E SEMELHANÇA DE MODELOS

4.1 Introdução

“O princípio da homogeneidade dimensional decorre da condição de que toda equação, ou de um modo mais geral, toda relação funcional que represente matematicamente uma lei ou processo físico, deve ser o mesmo qualquer que seja o sistema de unidades adotado” (Carneiro [19]).

Em um sistema coerente de unidades de medida as unidades de um pequeno número de grandezas são independentes e adotadas como unidades fundamentais ou de base. As unidades das demais grandezas, chamadas unidades derivadas, são dependentes dessas unidades fundamentais, de acordo com as leis físicas ou fórmulas de definição. Essa dependência é expressa sob a forma de produtos dessas unidades fundamentais elevadas a expoentes de dimensão. Dessa maneira, toda equação que exprima uma lei ou processo físico deve ser homogênea, ou seja, todos os termos devem ter a mesma grandeza. Assim, a equação continuará válida se forem mudadas as magnitudes das unidades fundamentais. Nesta, além das grandezas de base e derivadas, também podem aparecer constantes físicas específicas e/ou universais.

Como consequência desse princípio, mostra-se que uma equação que contenha n parâmetros pode ser reduzida a uma equação de $n - r$ grupos adimensionais, onde r é o número de unidades básicas necessárias para descrever o fenômeno. Esses grupos adimensionais são monômios, isto é, produtos de potências dos parâmetros do problema, e são chamados “números Π 's”; r é o posto da matriz dimensional. Esse teorema é conhecido como “teorema de Π ” ou de Vaschy-Buckingham.

Assim, a relação funcional matemática que descreve um problema físico envolverá, no caso mais geral, produtos de potências designados como “números Π 's”.

4.2 Matriz Dimensional

O conjunto de todos os parâmetros pode ser apresentado em um quadro, no formato de uma matriz, chamado matriz dimensional. As linhas dessa matriz correspondem às grandezas fundamentais relacionadas com o problema e cada coluna

corresponde a um dos parâmetros. Os elementos da matriz são as dimensões (ou expoentes de dimensão) dos parâmetros, relativamente a cada grandeza fundamental.

4.3 Semelhança de Modelos

Se dois processos físicos são semelhantes, é possível prever o comportamento de um deles quando o outro é conhecido. Na experimentação por meio de modelos, os dois processos físicos são o protótipo e modelo. Utiliza-se o modelo por ser mais fácil de usá-lo em laboratório, pois em geral são em escala reduzida, apesar de existirem casos em que o modelo é maior.

A primeira condição para a semelhança física é a semelhança geométrica, mas esta não é suficiente. As dimensões correspondentes relacionam-se pela escala geométrica e os parâmetros envolvidos são os mesmos.

Para que haja completa semelhança física entre um protótipo e seu modelo é preciso que todos os números Π 's tenham os mesmos valores em ambos. Isto pode ser apresentado da seguinte maneira, conforme a equação (4.1):

$$\prod_{i,m} = \prod_{i,p}, \quad i = 1 \text{ a } (n - r) \quad [4.1]$$

$$(\text{Fatores de Forma})_m = (\text{Fatores de Forma})_p$$

$$(\text{Funções de Forma})_m = (\text{Funções de Forma})_p$$

Onde os índices m e p referem-se ao modelo e ao protótipo, respectivamente.

Chama-se fator de escala a relação entre a magnitude de uma grandeza no modelo e a magnitude correspondente no protótipo. Por exemplo, o fator de escala geométrico é a relação entre uma dimensão do modelo e a dimensão correspondente do protótipo. Em geral, a escala é apresentada como fração tendo a unidade como numerador e designada com o símbolo k ou λ , como mostra a equação (4.2):

$$k_x = \lambda_x = \frac{x_m}{x_p} = \frac{1}{x_p / x_m} = 1 : (x_p / x_m) \quad (4.2)$$

Além disso, os fatores de escala de um grupo de parâmetros que poderiam ser adotados como grandezas de base são livres, ou seja, podem ser escolhidos arbitrariamente, desde que positivos. Porém, é necessário examinar qual grupo torna livres os fatores de escala mais convenientes, do ponto de vista da experimentação em laboratório.

Uma vez satisfeitas essas condições, as relações funcionais adimensionais do modelo e do protótipo coincidirão, possibilitando a previsão da magnitude da variável dependente (incógnita do problema), uma vez determinada sua magnitude no modelo.

4.4 Definição do Modelo

A seguir, é apresentada a definição do modelo experimental a ser realizado sobre o fenômeno de *upheaval buckling*. O problema em estudo procura simular o comportamento da flambagem vertical de um duto real aquecido em escala reduzida. Para isto, uma análise de semelhança de modelos torna-se necessária de forma a dimensionar fisicamente os parâmetros de um duto real que devem ser representados em um modelo em escalas menores. Assim, primeiramente, listam-se as grandezas envolvidas no problema, dividindo-as entre grandezas de base e grandezas determinantes:

Grandezas de Base:

- E : Módulo de Elasticidade do Duto (N/m^2);
- D_e : Diâmetro Externo do Duto (m);
- ΔT : Carga Térmica ($^{\circ}\text{C}$).

Grandezas Determinantes:

- H : Altura da Imperfeição (*prop*) (m);
- L : Comprimento Horizontal do Duto Suspenso (m);
- t : Espessura de Parede do Duto (m);
- W : Resistência do Solo ao Movimento Vertical do Duto (N/m);
- p : Diferença entre a Pressão Interna e externa ao Duto (N/m^2);

- γ : Coeficiente de Expansão Térmica Linear do Duto ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Em seguida, define-se os parâmetros dimensionais, que irão definir as dimensões das grandezas envolvidas no problema.

Parâmetros Dimensionais:

- F : Dimensional de Força (N);
- L : Dimensional de Comprimento (m);
- θ : Dimensional de Temperatura ($^{\circ}\text{C}$).

As grandezas de base são as que aparecerão em todos os números Π 's como produtos de potência. As grandezas determinantes figurarão uma só vez para cada número Π 's individualmente. Os parâmetros dimensionais indicam as unidades de medida de cada grandeza que aparece nos números Π 's e também serão responsáveis pelos valores dos expoentes que aparecerão em cada grandeza de um determinado número Π 's. Portanto, devem ser definidas de maneira tal que simplifiquem a análise dos números Π 's.

Desta maneira, constrói-se a seguinte matriz dimensional, ilustrada na Figura 4.1, relacionando os diversos parâmetros listados acima:

	E	D_e	ΔT	H	L	t	W	p	α
F	1	0	0	0	0	0	1	1	0
L	-2	1	0	1	1	1	-1	-2	0
θ	0	0	1	0	0	0	0	0	-1
	$\omega 1$	$\omega 2$	$\omega 3$	$\omega 4$	$\omega 5$	$\omega 6$	$\omega 7$	$\omega 8$	$\omega 9$

Figura 4.1 – Matriz dimensional.

No problema em estudo, tem-se as três grandezas de base ($E, D_e, \Delta T$) formando o posto da matriz, $r = 3$, e $n = 9$ parâmetros, formando $n - r = 6$ números Π (grupos adimensionais) independentes entre si. Os coeficientes ω servirão apenas para a

formulação de um sistema de equações algébricas que irão determinar os expoentes (ou potências) dos parâmetros que irão aparecer nos números Π . Isto será melhor compreendido a seguir:

Equações de Compatibilidade:

Para cada linha da matriz, multiplica-se os coeficientes ω pelo correspondente valor da dimensão:

$$\omega_1 + \omega_7 + \omega_8 = 0 \tag{4.3}$$

$$-2\omega_1 + \omega_2 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 - \omega_7 - 2\omega_8 = 0 \tag{4.4}$$

$$\omega_3 - \omega_9 = 0 \tag{4.5}$$

Forma-se então, um sistema de 3 equações independentes.

Resolvendo agora os números Π 's:

Para encontrar os números Π 's, resolve-se o sistema de equações acima para cada uma das grandezas determinantes separadamente, como a seguir:

Para H:

Atribui-se o valor 1 para o parâmetro ω associado (ω da mesma coluna que a grandeza em questão, no caso, ω_4 está associado a H) e 0 para os demais parâmetros associados às demais grandezas determinantes. Assim:

$$\omega_4 = 1 \text{ e } \omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = \omega_9 = 0$$

Resolvendo a primeira equação do sistema:

$$\omega_7 = \omega_8 = 0 \text{ então } \omega_1 = 0$$

Resolvendo a segunda equação do sistema:

$$\omega_2 + \omega_4 = 0 \quad \text{então} \quad \omega_2 = -1$$

Resolvendo a terceira equação do sistema:

$$\omega_3 = \omega_9 = 0$$

Tem-se então, o seguinte número Π : $\Pi_1 = H^{\omega_4} D_e^{\omega_2}$ e $\Pi_1 = \frac{H}{D_e}$

Seguindo-se a mesma rotina para as demais grandezas determinantes, tem-se:

Para L: $\omega_5 = 1$ e $\omega_4 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = \omega_9 = 0$

$\omega_1 = \omega_3 = 0$ (primeira e terceira equações)

$\omega_2 = -1$ (segunda equação)

$$\Pi_2 = \frac{L}{D_e}$$

Para t: $\omega_6 = 1$ e $\omega_4 = \omega_5 = \omega_7 = \omega_8 = \omega_9 = 0$

$\omega_1 = \omega_3 = 0$ (primeira e terceira equações)

$\omega_2 = -1$ (segunda equação)

$$\Pi_3 = \frac{t}{D_e}$$

Para W: $\omega_7 = 1$ e $\omega_4 = \omega_5 = \omega_6 = \omega_8 = \omega_9 = 0$

$\omega_1 = -1$ (primeira equação)

$\omega_2 = -1$ (segunda equação)

$\omega_3 = 0$ (terceira equação)

$$\Pi_4 = \frac{W}{E \cdot D_e}$$

Para p: $\omega_8 = 1$ e $\omega_4 = \omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_9 = 0$

$\omega_1 = -1$ (primeira equação)

$\omega_2 = \omega_3 = 0$ (segunda e terceira equações)

$$\Pi_5 = \frac{p}{E}$$

Para α : $\omega_9 = 1$ e $\omega_4 = \omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = 0$

$\omega_1 = \omega_2 = 0$ (primeira e segunda equações)

$\omega_3 = 1$ (terceira equação)

$$\Pi_6 = \alpha \Delta T$$

Assim, tem-se o seguinte conjunto de parâmetros adimensionais:

$$\Pi_1 = \frac{H}{D_e} \quad \Pi_2 = \frac{L}{D_e} \quad \Pi_3 = \frac{t}{D_e} \quad \Pi_4 = \frac{W}{E \cdot D_e} \quad \Pi_5 = \frac{P}{E} \quad \Pi_6 = \alpha \Delta T$$

Para que haja completa semelhança dimensional, cada parâmetro adimensional (número Π) do protótipo deve ser igual ao correspondente do modelo: $\Pi_{1p} = \Pi_{1m}$, $\Pi_{2p} = \Pi_{2m}, \dots$. A partir daí, define-se um fator de escala como sendo a razão entre cada grandeza do modelo e do protótipo, que será utilizado para a construção do modelo reduzido.

Os valores dos parâmetros do protótipo listados na Tabela 4.1 correspondem aos dados de um duto de aço real, normalmente utilizado na indústria em projetos de escoamento de fluidos como petróleo ou gás, para transferência entre terminais oceânicos ou plataformas fixas *offshore* e refinarias de petróleo ou terminais de estocagem em terra (*onshore*). Com isso, o objetivo desta análise dimensional consiste em definir um modelo do duto real (protótipo) de forma que seus parâmetros possam ser representados em escala reduzida, e o seu comportamento devido aos carregamentos simulados através de uma análise experimental.

Sendo assim, uma análise foi conduzida de forma a se estabelecer os seguintes valores para os vários parâmetros do protótipo e do modelo, como mostra a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Dados dos materiais e relação dos parâmetros adimensionais.

Parâmetros	Protótipo	Modelo
<i>Espessura - t (mm)</i>	14,27	0,9
<i>Diâmetro externo - D_e (mm)</i>	406,4	25,4
<i>Altura da imperfeição - H (mm)</i>	1000	62,5
<i>Comprimento de duto suspenso - L (mm)</i>	10 ⁵	6250
<i>Módulo de elasticidade - E (N/m²)</i>	2,1*10 ¹¹	1,2*10 ¹¹
<i>Peso distribuído necessário - W (N/m)</i>	2425,75	86,6
<i>Massa específica - ρ (Kg/m³)</i>	7850	8900
<i>Coefficiente expansão térmica - α (°C⁻¹)</i>	12*10 ⁻⁶	17,6*10 ⁻⁶
<i>Diferença de Pressão - p (Kg/cm²)</i>	25	14,3
<i>Variação de temperatura - ΔT (°C)</i>	54,6	37,2
Parâmetros Adimensionais		
<i>π₁</i>	2,46	2,46
<i>π₂</i>	246,06	246,06
<i>π₃</i>	0,035	0,035
<i>π₄</i>	2,84*10 ⁻¹¹	2,84*10 ⁻¹¹
<i>π₅</i>	1,19*10 ⁻¹⁰	1,19*10 ⁻¹⁰
<i>π₆</i>	6,55*10 ⁻⁴	6,55*10 ⁻⁴

- ✓ Os itens marcados de azul foram obtidos a partir dos dados de um duto real e das referências [20] e [21].
- ✓ Os itens em amarelos foram calculados a partir dos parâmetros adimensionais (Π's) do protótipo e dos parâmetros marcados em azul para o respectivo modelo.
- ✓ O item em verde foi arbitrado.
- ✓ O peso distribuído por unidade de comprimento referente ao protótipo corresponde ao peso do duto + peso do líquido interno ao duto.
- ✓ O material do duto do protótipo é o aço enquanto do modelo é o cobre.

Um fato importante que deve ser observado é que o valor do peso distribuído W calculado a partir do parâmetro adimensional Π_4 na Tabela 4.1 para o modelo não é o mesmo que o valor do peso distribuído calculado através das equações (4.6), (4.7) e (4.8):

$$W_{tubo} = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) \rho g \quad (4.6)$$

$$W_{\acute{a}gua} = \frac{\pi}{4} D_i^2 \rho g \quad (4.7)$$

onde o peso total distribuído é:

$$W_T = W_{tubo} + W_{\acute{a}gua} \quad (4.8)$$

Obs: Nesta análise experimental o fluido de trabalho é a água.

O peso total distribuído calculado pelas equações (4.6), (4.7) e (4.8) fornece o seguinte valor para o modelo:

$$W_{Tcobre} = 10,32 \text{ N/m}$$

Sendo assim, nota-se que o peso total distribuído calculado pelas equações (4.6), (4.7) e (4.8) é muito menor que o peso distribuído necessário às condições de semelhança, calculado na Tabela 4.1 para o modelo, e, pesos distribuídos adicionais teriam de ser dispostos ao longo do modelo experimental para que seja respeitada a análise de similaridade. Contudo, por razões técnicas e práticas que serão vistas no Capítulo 6, não foi possível dispor tais pesos adicionais ao longo do duto e o peso distribuído que passa a ser considerado nas análises de agora em diante corresponde ao peso próprio do duto mais o peso da água no seu interior ($W=10,32 \text{ N/m}$).

O modelo de um duto de cobre foi escolhido por fornecer menor peso distribuído adicional (cerca de 40% menos do que se o modelo fosse de aço) que deve ser colocado ao longo de sua seção experimental e menor temperatura de trabalho com água capaz de fornecer uma mesma deflexão que o tubo de aço, tornando o manuseio do experimento um pouco mais seguro e mais viável, pois se o modelo fosse de aço, a temperatura da água chegaria próxima a 100°C .

5 ANÁLISE TEÓRICA SIMULADA

Os dados que serão extraídos do experimento, como altura H , temperatura de flambagem e comprimento de duto L , servirão para uma análise comparativa com os principais modelos analíticos, descritos e analisados no Capítulo 2 (modelos de base rígida de Kerr [14] e Hobbs [15] e de base elástica de Tvergaard e Needleman [16]), de forma a validar e correlacionar estes modelos com o experimento.

Neste capítulo são analisadas as condições em que o duto experimental é disposto, utilizando e modificando alguns modelos analíticos descritos anteriormente, de forma a adaptá-los às condições do projeto. Ao final, são feitas algumas comparações entre os modelos.

As análises descritas a seguir foram feitas para o tubo de cobre que é utilizado no experimento e possui as seguintes características apresentadas na Tabela 5.1:

Tabela 5.1 – Características do tubo de cobre.

Dados	Símbolo	Valor
<i>Diâmetro Externo [mm]</i>	<i>D</i>	25,4
<i>Espessura [mm]</i>	<i>t</i>	0,9
<i>Módulo de Elasticidade [GPa]</i>	<i>E</i>	120
<i>Momento de Inércia [mm⁴]</i>	<i>I</i>	5201,95
<i>Área Transversal [mm²]</i>	<i>A</i>	69,24
<i>Rigidez Flexional [Nm²]</i>	<i>EI</i>	624,23
<i>Rigidez Axial [N]</i>	<i>EA</i>	8,3x10 ⁶
<i>Peso Distribuído [N/m]</i>	<i>W</i>	10,32
<i>Coefficiente de Expansão Térmica [°C⁻¹]</i>	<i>α</i>	1,77x10 ⁻⁵
<i>Pressão Interna [MPa]</i>	<i>P_{int}</i>	1,4
<i>Coefficiente de Poisson</i>	<i>ν</i>	0,33
<i>Limite de Escoamento [MPa]</i>	<i>σ_e</i>	274,4

Na verdade a modelagem a que o tubo de cobre é submetido durante a análise experimental é uma mistura dos três modelos mencionados anteriormente. Trata-se de um tubo apoiado sobre uma base rígida, submetido a uma imperfeição inicial V_0 e um comprimento de duto suspenso inicial L_0 , submetido a um carregamento vertical distribuído correspondente ao seu próprio peso + água interna ao duto e a um

carregamento axial compressivo, dado pela variação de temperatura da passagem de água aquecida e a sua pressão no interior do duto. O duto ainda encontra-se engastado nas extremidades e não é considerado o peso do solo sobre o duto, ou mesmo a sua reação elástica sobre o duto proporcional ao deslocamento do mesmo, ou seja, não há enterramento.

Desta maneira, os itens seguintes descrevem a aplicação de cada modelo mencionado anteriormente à análise experimental para o duto de cobre.

5.1 Pré - flambagem

Neste instante, o duto apresenta uma configuração inicial semelhante à Figura Esquemática 5.1 e são admitidas as seguintes hipóteses:

- ✓ Duto assentado sobre uma imperfeição;
- ✓ Ausência inicial de carga axial;
- ✓ Peso vertical (duto seco) distribuído homogeneamente;
- ✓ Duto apoiado sobre uma base rígida.

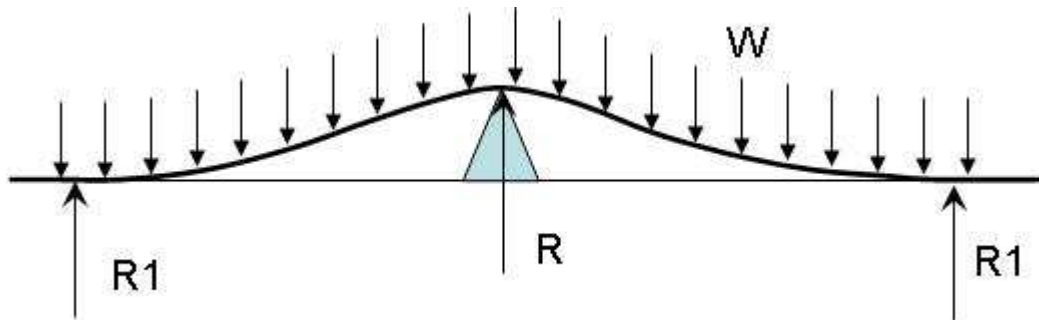


Figura 5.1 – Configuração de pré-flambagem

onde R e $R1$ são as reações de apoio na imperfeição e nas extremidades, respectivamente.

Assim, a equação da linha da linha elástica é expressa por:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{W}{2} \left(\frac{L}{2} + x \right)^2 - R1 \left(\frac{L}{2} + x \right) = 0 \quad (5.1)$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$y(\pm L/2) = y'(\pm L/2) = y''(\pm L/2) = 0$$

$$y(0) = V_0 \quad y'(0) = 0$$

Fornece as seguintes soluções:

$$R = \frac{WL}{3} \quad (5.2)$$

$$R1 = \frac{WL}{6} \quad (5.3)$$

$$L = 5,82594 \sqrt{\frac{V_0 EI}{W}} \quad (5.4)$$

$$y(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{Wx^4}{48} - \frac{WLx^3}{18} - \frac{WL^2x^2}{48} \right] + V_0 \quad (5.5)$$

Assim, o comportamento do comprimento de duto suspenso L quando submetido a diferentes valores de imperfeições iniciais V_0 é representado pelo gráfico da Figura 5.2.

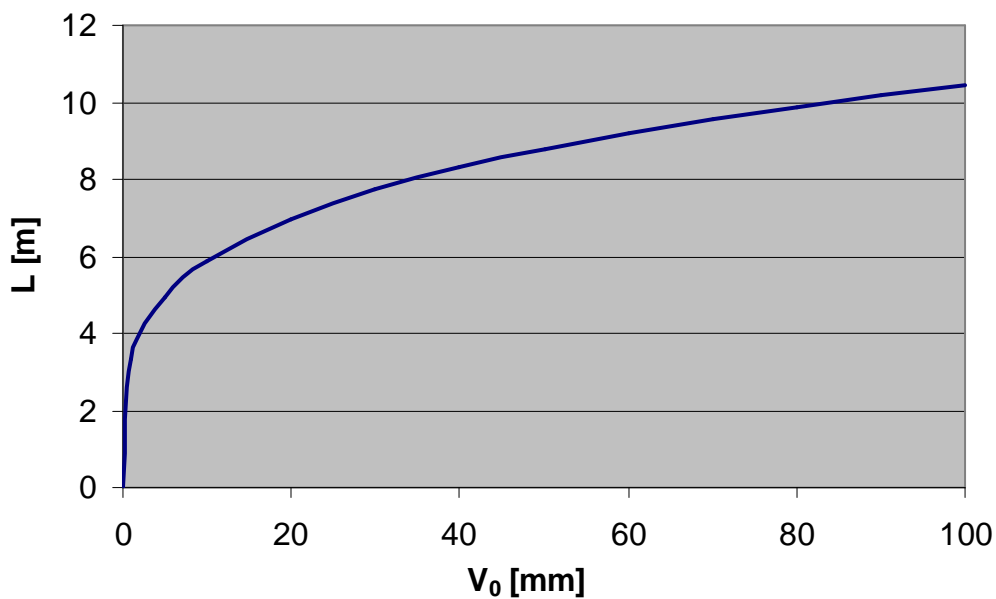


Figura 5.2 – Comportamento de L versus V_0 durante a pré-flambagem.

Os dados utilizados nesta figura são os da Tabela 5.1, à exceção do valor do peso distribuído que é considerado como sendo do duto seco ($W=6,04$ N/m).

5.2 Modelo de Base Rígida de Kerr

Conforme descrito anteriormente, a equação encontrada por Kerr para descrever o fenômeno de flambagem em termos da variação de temperatura ΔT_0 em função do comprimento de viga suspensa L é expressa pela equação (5.6):

$$\Delta T_0 = \frac{1}{EA\alpha} \left(\frac{80,76EI}{L^2} + 1,567 \times 10^{-5} \frac{W^2 EAL^6}{(EI)^2} \right) \quad (5.6)$$

Representando também a variação de temperatura ΔT_0 em função da altura de flambagem H através da equação (5.7):

$$\Delta T_0 = \frac{1}{EA\alpha} \left(3,692 \sqrt{\frac{1000WEI}{H}} + 0,1347 \sqrt{\frac{W H^3}{EI}} EA \right) \quad (5.7)$$

Substituindo-se os valores apresentados na Tabela 5.1 para o tubo de cobre em cada um dos parâmetros da equação, nota-se o seguinte comportamento entre a carga térmica ΔT_0 induzida e a altura de flambagem H , representado pela Figura 5.3 e em função do comprimento de viga suspensa L , representado pela Figura 5.4.

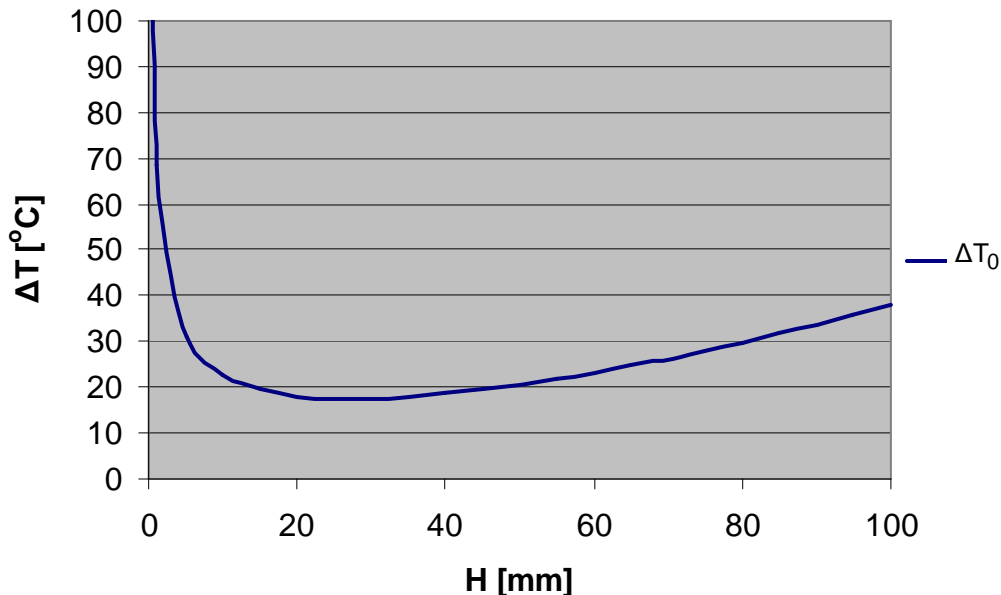


Figura 5.3 – Comportamento da variação de temperatura em função da altura de flambagem.

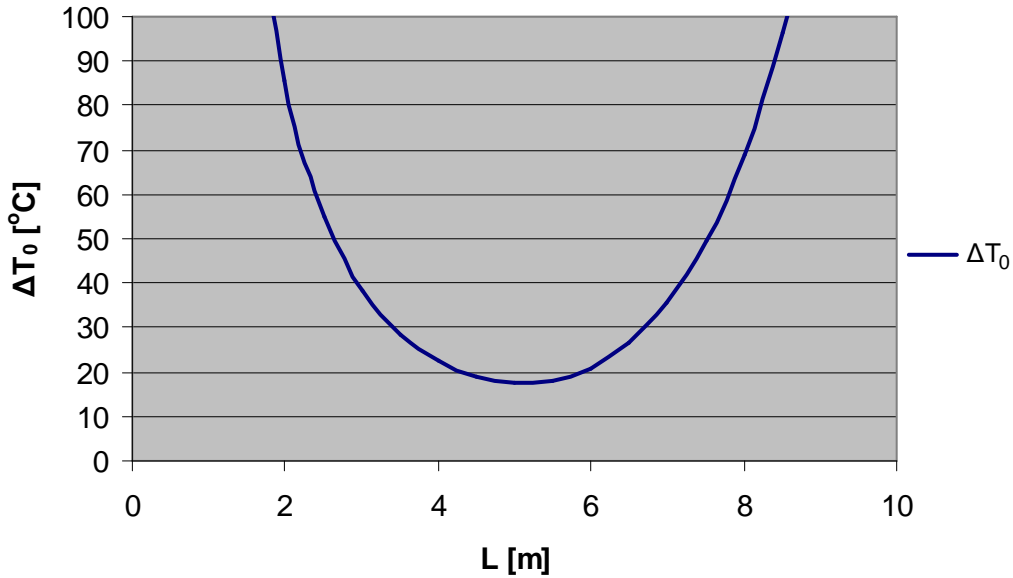


Figura 5.4 - Comportamento da variação de temperatura em função do comprimento de viga suspensa.

Nas Figuras 5.3 e 5.4 a curva do gráfico passa por um mínimo, significando a menor variação de temperatura para que a flambagem ocorra. Assim, é possível ver que essa variação mínima está em torno de 18 °C. Calculando-se a derivada de ΔT_0 em relação a H e igualando-a a zero ($\partial \Delta T_0 / \partial H = 0$) encontra-se um valor mínimo para a altura, segundo estes dados, de 27,1 mm (o que é confirmado visualmente pela Figura 5.3) e seu correspondente comprimento L de 5,11 m (Figura 5.4). Também é possível observar que, para alturas e comprimentos de viga suspensa maiores que o valor mínimo, necessita-se de uma variação de temperatura maior.

5.3 Modelo de Base Rígida de Hobbs

Na formulação apresentada por Hobbs, semelhante à de Kerr para o Modelo de Base Rígida, é acrescentado um termo a mais na equação (5.8) de maneira a levar em consideração o efeito de tensão axial devido à diferença de pressão p , expressa da seguinte forma:

$$N_0 = EA\alpha\Delta T + \frac{\pi D^2 p}{4}(1 - 2\nu) \quad (5.8)$$

onde: A – área transversal do duto;
 p – diferença entre as pressões interna e externa ao duto;
 D – diâmetro médio do duto;
 EA – rigidez axial do duto;
 α – coeficiente de expansão térmica linear;
 ν – coeficiente de Poisson.

Se a equação (5.8) for dividida por $EA\alpha$, esta poderá ser expressa em termos de uma temperatura efetiva, expressa pela equação (5.9). Assim, o termo devido à pressão representa uma contribuição na forma de temperatura à equação (5.7):

$$\Delta T_{eff} = \Delta T_0 + \frac{Dp}{4tE\alpha}(1-2\nu) \quad (5.9)$$

Plotando-se a equação (5.9) na da Figura 5.5 com os dados da Tabela 5.1 e comparando-a com o gráfico da Figura 5.3:

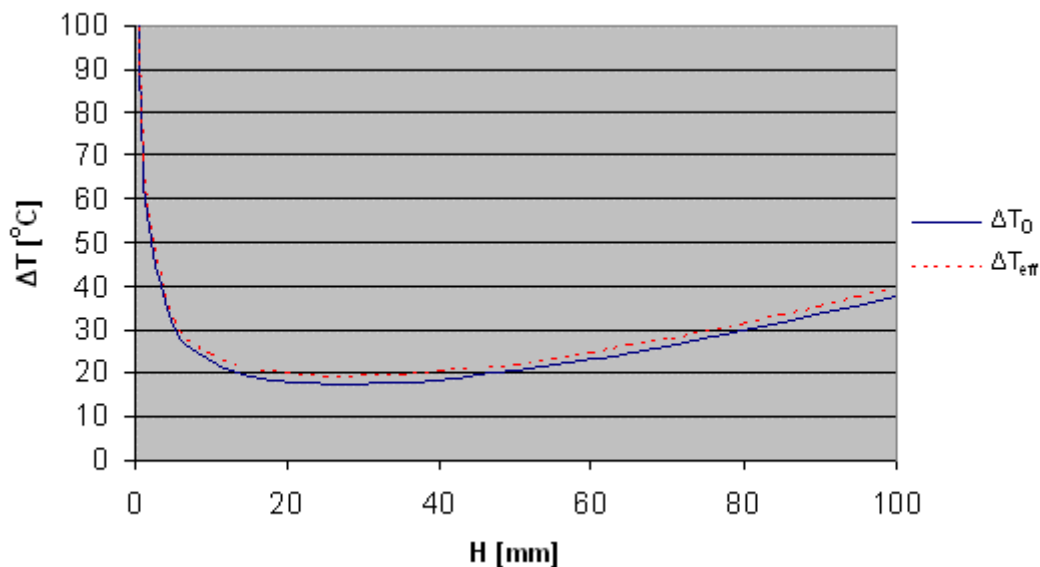


Figura 5.5 – Comparação entre as equações (5.7) e (5.9).

É possível verificar que a contribuição máxima do termo de pressão em termos de variação de temperatura aplicada ao duto de cobre, neste caso, representa um aumento de 2 °C, aproximadamente.

Outro fator importante refere-se à altura máxima a que o protótipo de cobre pode chegar, sem que o tubo plastifique, ou seja, qual o limite máximo para a altura de flambagem de forma que o tubo trabalhe no regime elástico?

Para proceder essa análise, faz-se uma análise de tensões na região central do duto, pois é a que apresenta maior curvatura e, conseqüentemente, momento fletor máximo. A Figura 5.6 mostra as tensões axiais atuantes na seção central do tubo de cobre.

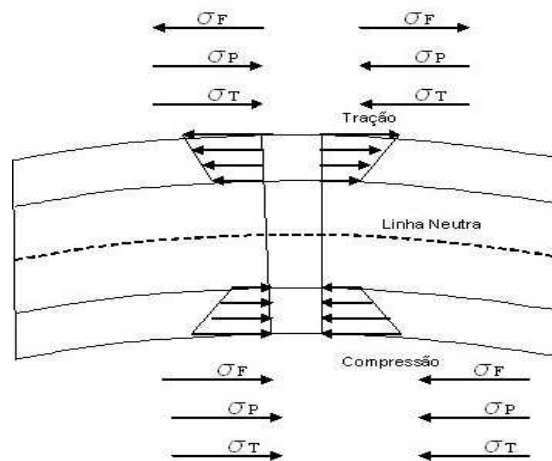


Figura 5.6 - Tensões axiais na região central.

A região inferior é onde se localiza o maior tensionamento, pois todas as tensões estão orientadas no mesmo sentido, comprimindo o duto. Sendo assim, a tensão total compressiva (σ_c) é dada pela soma das três tensões atuantes:

$$\sigma_c = \sigma_F + \sigma_P + \sigma_T \quad (5.10)$$

onde: σ_F – tensão de flexão;

σ_P – tensão axial devido à pressão;

σ_T – tensão devido à carga térmica;

Cada uma dessas tensões apresentam as seguintes formulações:

$$\sigma_P = \frac{Pr}{2t} \quad (5.11)$$

$$\sigma_T = E\alpha\Delta T \quad (5.12)$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I} \quad (5.13)$$

A expressão para o momento fletor máximo M (na região central do tubo, $x = 0$) em função do comprimento de duto suspenso é dada pela equação (5.14), a partir do modelo de flambagem de Kerr:

$$M = 0,06938 W L^2 \quad (5.14)$$

que em função da altura de flambagem, é expressa pela equação (5.15):

$$M = 1,414 \sqrt{WHEI} \quad (5.15)$$

Substituindo a equação (5.15) para o momento fletor na equação (5.13) da tensão de flexão, chega-se à:

$$\sigma_F = 1,414 y \sqrt{\frac{WHE}{I}} \quad (5.16)$$

onde: W – peso distribuído por unidade de comprimento;

H – altura de flambagem;

E – módulo de elasticidade;

I – momento de inércia axial;

y – distância da linha neutra à superfície de máxima tensão.

Assim, a tensão axial compressiva, que é uma das tensões principais, toma a seguinte forma:

$$\sigma_C = \frac{P r}{2t} + E\alpha\Delta T + 1,414 y \sqrt{\frac{WHE}{I}} \quad (5.17)$$

Outra tensão principal é a tensão circunferencial devido à pressão interna do duto. Ela é expressa por:

$$\sigma_{\theta} = \frac{Pr}{t} \quad (5.18)$$

Uma vez conhecidas as tensões principais, aplica-se o critério de máxima energia de distorção, conhecido como critério de Von Mises, que é apresentado abaixo em termos das tensões principais:

$$2\sigma_e^2 \geq (\sigma_c - \sigma_{\theta})^2 + (\sigma_3 - \sigma_{\theta})^2 + (\sigma_3 - \sigma_c)^2 \quad (5.19)$$

Como a análise é bi-dimensional, σ_3 é nulo.

Utilizando-se um valor para a variação de temperatura de 55 °C e substituindo-se os valores da Tabela 5.1 nas equações (5.17) e (5.18), a equação (5.19) é usada para calcular a altura de flambagem, e conclui-se que para $H > 85$ mm, teoricamente, o tubo irá plastificar.

5.4 Modelo de Base Elástica de Tvergaard e Needleman

No modelo de Tvergaard e Needleman, o fenômeno de flambagem também é analisado com a viga apresentando uma imperfeição inicial de altura V_0 e de forma que a configuração da viga durante todo o processo de flambagem apresente uma forma cossenoidal. O duto encontra-se ainda engastado nos pontos de apoio com o solo. Sendo assim, a equação (5.20) descreve o processo de flambagem relacionando os diversos parâmetros como: amplitude inicial da imperfeição (V_0), rigidez à flexão (EI), rigidez axial (EA), amplitude de flambagem (V), comprimento de duto suspenso (L) e a carga vertical distribuída sobre o duto (W). Como a reação do solo não será considerada, pois o duto não se encontra enterrado e/ou apoiado numa base elástica, a carga vertical distribuída ao longo do duto W será igual ao seu peso distribuído.

$$N_0 = \frac{W_{(V-V_0)}}{V} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 + E \left(I \frac{(V-V_0)}{V} + A(V^2 - V_0^2) \right) \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \quad (5.20)$$

Observação:

Mesmo se fosse considerado o enterramento, esta aproximação para um peso distribuído constante é bastante razoável tendo em vista que no modelo bi-linear de reação do solo (Anexo E) a fase elástica de reação do mesmo é bem pequena se for considerado grandes deslocamentos, ainda mais se o solo utilizado for areia, que representa o pior caso para evitar o movimento ascendente do duto.

Aplicando-se os valores da Tabela 5.1 aos parâmetros da equação (5.20) e atribuindo valores para as imperfeições iniciais V_0 que vão de 0 até 50 mm, sendo que em todas elas o comprimento de duto suspenso L foi de 7 m, o comportamento do fenômeno de flambagem pode ser observado através da Figura 5.7. É importante observar neste modelo que os valores de V e L são independentes entre si, não apresentam uma relação mútua, ao contrário do modelo de Kerr.

Pelo gráfico da Figura 5.7 nota-se que para pequenos valores de imperfeições iniciais, como por exemplo V_0 em torno de 0 e 5 mm, ocorre a presença de um pico no gráfico, esperando-se que o duto no experimento esteja mais propenso a uma flambagem instável (“*snap through buckling*”). Para estes valores de imperfeições iniciais o duto resiste mais ao processo de flambagem. Conforme as imperfeições vão crescendo, os picos nos gráficos vão diminuindo até desaparecerem, ou seja, o processo de flambagem ocorre mais suave e facilmente, e a uma variação de temperatura cada vez menor.

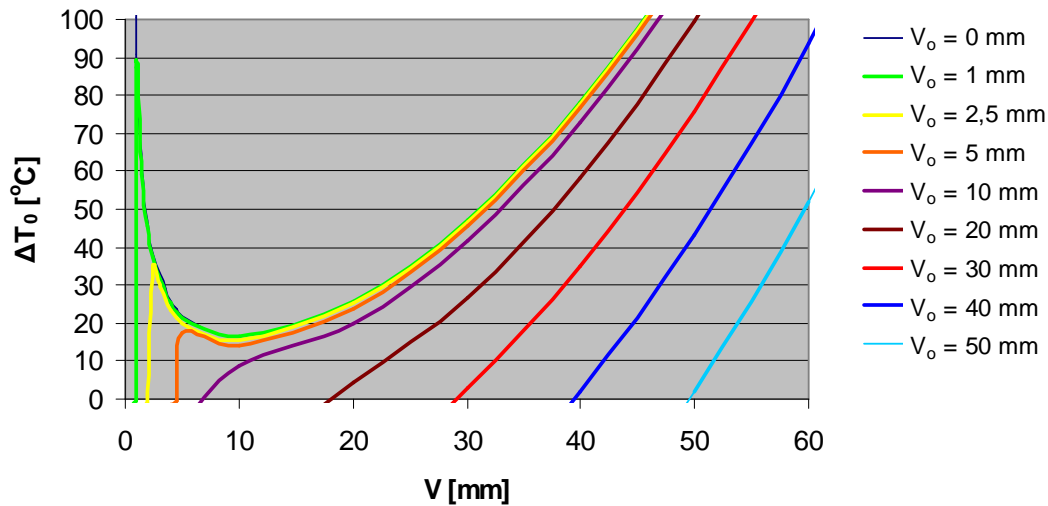


Figura 5.7 – Comportamento da flambagem pelo modelo de Tvergaard e Needleman.

5.5 Comparação entre os Modelos

Na comparação entre os modelos, os modelos de base rígida de Kerr e Hobbs são muito semelhantes, diferindo apenas em relação ao termo da variação de pressão, o que provoca um aumento de no máximo 2°C em relação ao modelo de Kerr, para uma mesma altura de flambagem H . Isto ocorre para os dados seleccionados neste estudo de casos.

Por outro lado, utilizando-se os dados da Tabela 5.1, uma comparação entre o modelo de Kerr e o modelo de Tvergaard e Needleman pode ser vista na Tabela 5.3. Neste caso, foi utilizado um comprimento de duto suspenso $L=7$ m para o modelo de Tvergaard e Needleman.

Tabela 5.2 – Comparação entre os modelos de Kerr e Tvergaard & Needleman.

Modelo de Kerr		Modelo de Tvergaard e Needleman		
H (mm)	ΔT_0 (°C)	H_0 (mm)	H (mm)	ΔT_0 (°C)
10	23	0	10	17
30	18	10	30	41
60	23	20	60	149
90	34	50	90	257
100	38	60	100	293

Pode-se observar que existe uma grande divergência entre os valores esperados para modelos de Kerr e Tvergaard e Needleman. Os valores esperados do modelo de Tvergaard e Needleman estão longe de serem representados na prática por este experimento, pois atinge variações de temperaturas muito altas para alguns valores de altura de flambagem. Já os valores segundo o modelo de Kerr parecem ser mais razoáveis de se conseguir, pois estão dentro da faixa operacional de variação de temperatura que será contemplada no experimento.

Outro fato interessante é saber até que ponto esta comparação é válida, pois apesar de ambos os modelos tratarem do fenômeno de flambagem vertical, suas formulações e considerações são diferentes. O modelo de Kerr não considera a presença de imperfeições iniciais, que são consideradas no modelo de Tvergaard e Needleman. Além disso, no modelo de Kerr, sua análise e formulação leva a uma relação fixa entre H e L , ou seja, dado um determinado H , conhece-se o L , e vice-versa. Este tipo de relação não é obtido no modelo de Tvergaard e Needleman, que analisa o efeito de vários valores de alturas de imperfeições iniciais H_0 para um mesmo comprimento L , e vice versa, além de assumir um perfil cossenoidal para a deflexão da viga. Mesmo assim, nos resultados experimentais serão medidos os valores de H e de L obtidos para cada variação de temperatura ΔT_0 que serão comparados desta mesma maneira com os modelos analíticos descritos.

6 ANÁLISE EXPERIMENTAL

6.1 Descrição do Experimento

Com o modelo do duto em escala reduzida definido no capítulo 4 é feito, a seguir, uma descrição do funcionamento experimental que simula o fenômeno da flambagem vertical.

O experimento projetado possui como fluido água aquecida, que circula em um circuito fechado. Esta água é aquecida dentro de um tanque por meio de uma resistência elétrica e a temperatura é regulada através de um termostato. A água previamente aquecida sai do tanque, passa por uma mangueira, chega a uma bomba e escoar até a seção experimental, que consiste de um tubo de cobre longo (12 metros de comprimento), de parede fina, com uma imperfeição inicial no centro (por meio de um suporte de madeira) e engastado nas extremidades. A passagem da água quente é tende a dilatar o duto de cobre, que por se encontrar restringido em suas extremidades, induz ao aparecimento de uma carga axial compressiva ao longo do duto na seção experimental. O tubo da seção experimental está apoiado sobre uma base rígida e possui apoios laterais ao longo do seu comprimento que têm como função garantir a retilineidade lateral do duto de maneira que ele não possa se movimentar lateralmente, forçando-o ao movimento vertical ascendente quando existir uma carga axial compressiva. O efeito do atrito entre o duto e a base rígida bem como nos apoios laterais foi minimizado pela presença de graxa nestes pontos de contato. Na entrada e saída da seção experimental existem sensores de temperatura e manômetros para leitura da temperatura e pressão da água que escoar. Na saída da seção experimental existe, ainda, uma válvula reguladora de pressão do fluido, permitindo ajustar o valor de pressão, de maneira a respeitar a análise de semelhança de modelos. Após sair da seção experimental, a água passa novamente por uma mangueira até retornar novamente ao tanque para aquecimento. Estes detalhes descritos estão esboçados na Figura 6.1.

Toda a tubulação de cobre por onde a água aquecida escoar é revestida externamente por uma camada de borracha esponjosa, garantindo certo isolamento térmico com relação ao ambiente. Este isolamento se mostrou suficiente para desprezar as perdas de calor para o meio externo, garantindo uma uniformidade na distribuição da temperatura ao longo do duto.

Na seção experimental, não é usado nenhum tipo de solo. O duto ficará exposto ao ar livre.

Tendo feito a análise de semelhança de modelos físicos, foi constatado que somente o peso do duto mais o da água na seção experimental, por si só, não era suficiente para atender às condições de semelhança entre o protótipo e o modelo real. Assim, seria necessário colocar “pesos” adicionais, pendurados e distribuídos ao longo do duto na seção experimental, atendendo desta forma as condições de similaridade. Contudo, a base rígida sobre a qual o duto se apóia dificulta tal disposição destes pesos adicionais, não assegurando a distribuição homogênea e vertical do carregamento desejado, podendo prejudicar o resultado final da análise experimental. Por isso, a colocação destes pesos adicionais não pôde ser realizada.

A leitura da deflexão é feita na região central do duto experimental, onde se localiza a imperfeição, através de uma régua milimetrada. O valor do comprimento de duto suspenso horizontal (L) e do comprimento total de toda a extensão (L_{total}) do duto é obtido pela leitura de uma trena fixada à base rígida de apoio do mesmo.

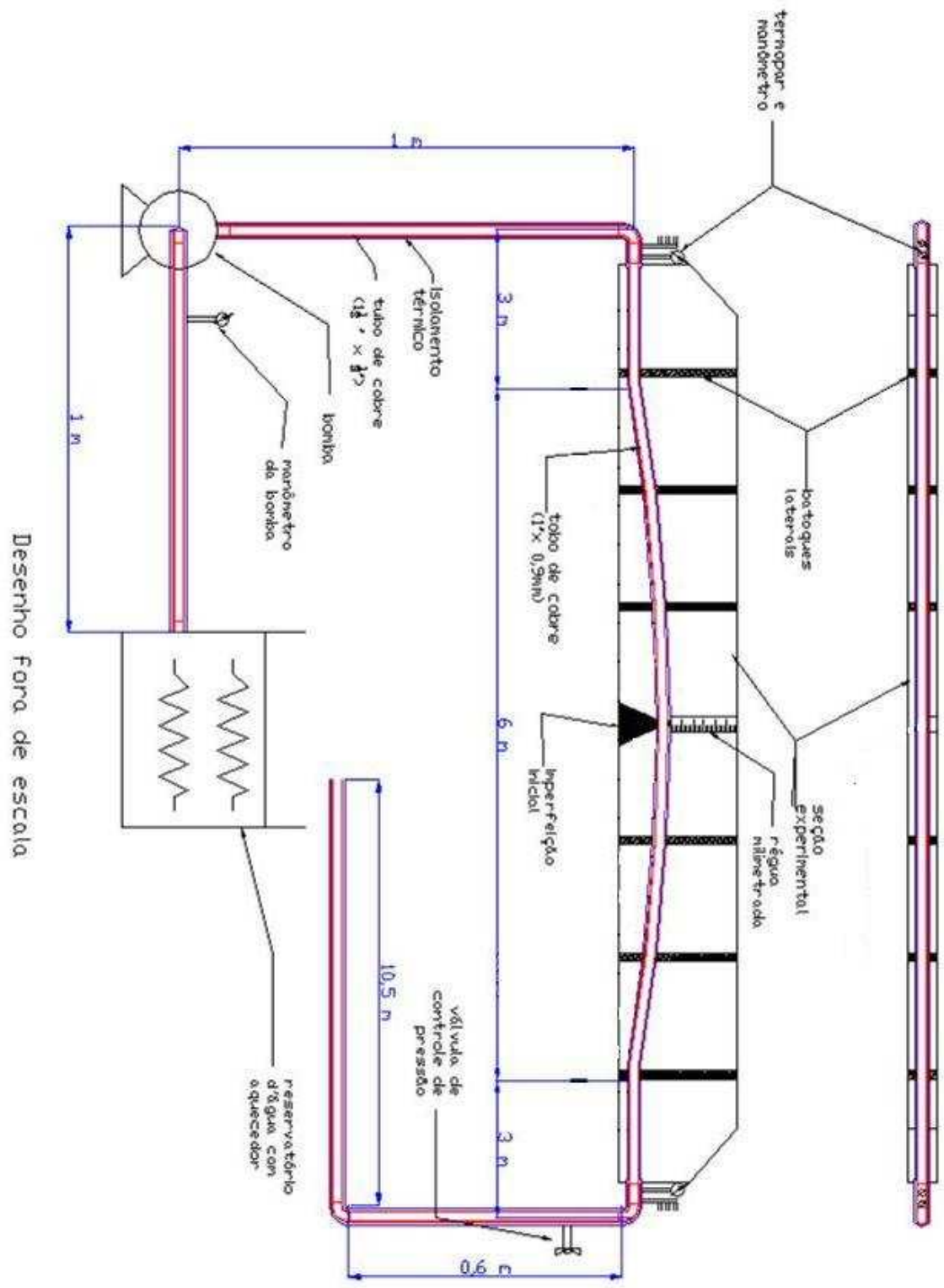


Figura 6.1 - Esboço do funcionamento do experimento

6.2 Descrição da Construção dos Equipamentos

A estrutura de suporte do duto compreende a parte principal do aparato experimental, onde o duto fica apoiado. Possui aproximadamente 12m de comprimento e consiste basicamente de uma viga de aço em I, especificação ASME A36, apoiada em quatro cavaletes de aço equidistantes um do outro ao longo da viga (Figura 6.2). A viga é presa aos cavaletes por meio de “sargentos”.

Os dutos de cobre possuem em média 5 m de comprimento. O diâmetro externo é de 25,4 mm com 0,9 mm de espessura de parede. Estes valores descritos foram medidos três vezes em cada tubo. Para que se fizesse uma seção experimental de 12 m, foi necessário unir três tramos de dutos, totalizando 15 m. Destes 15 m, apenas 12 m foram aproveitados. Estes tramos foram dispostos de modo que um tramo inteiro ficou posicionado na região central e os outros dois ligando-se a cada uma das extremidades do tubo central por meio de conexões com anilhas. Desta forma, os efeitos das imperfeições geradas por estas conexões ficam dispostos de maneira simétrica em relação à região central da seção experimental (Figura 6.2).



Figura 6.2 – Estrutura da base e conexão por anilhas.

Os dutos de cobre foram duplamente revestidos com uma borracha esponjosa adesiva de aproximadamente 2,5 mm de espessura. Este revestimento externo de borracha tem por objetivo o isolamento térmico do duto em relação ao meio externo, de forma a minimizar as perdas de calor (Figura 6.3) e homogeneizar a temperatura ao

longo do duto. Isto pode ser constatado pela leitura idêntica de valores dos dois sensores de temperatura localizados nas extremidades.

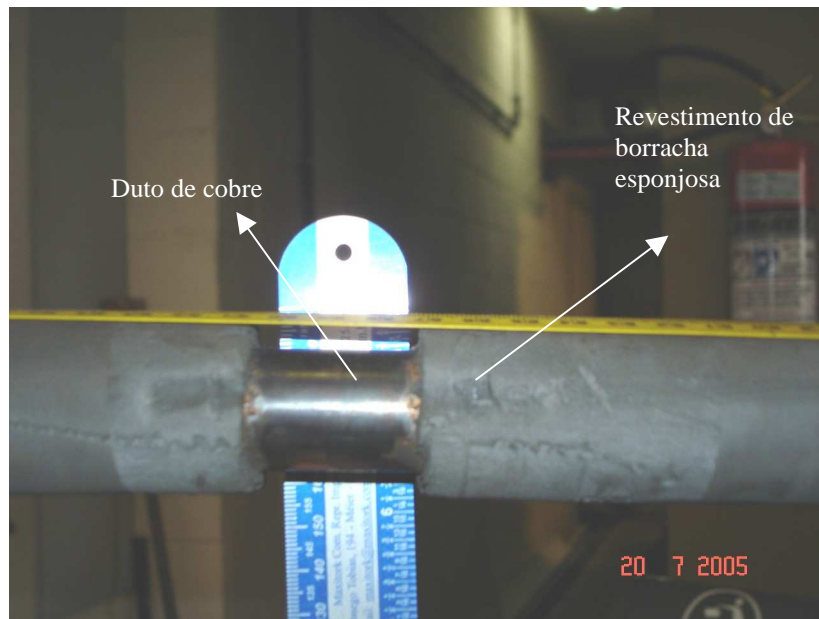


Figura 6.3 – Duto de cobre e isolante térmico.

Na seção experimental, ao longo do trilho, estão fixados pequenos apoios presos por meio de porcas. Estão equidistantes um do outro de 1,5 m e servem para evitar a flambagem lateral do duto (Figura 6.4). O atrito entre o duto e estes apoios laterais foi minimizado pela aplicação de graxa no local.



Figura 6.4 – Vigas laterais e sargentos de fixação trilho-cavalete.

Em cada uma das extremidades da seção experimental estão dispostos um manômetro e um sensor de temperatura do tipo PT100. O manômetro pode ler até 300 psi com precisão de ± 5 psi. Possui silicone no interior de seu relógio para amortecer impactos de pressão e evitar sua descalibragem. O sensor PT100 é capaz de ler temperaturas de -20 a 120 °C com precisão de $\pm 0,1$ °C (Figura 6.5A). A visualização das temperaturas medidas é feita por um computador através de programa especializado (Figura 6.5B).

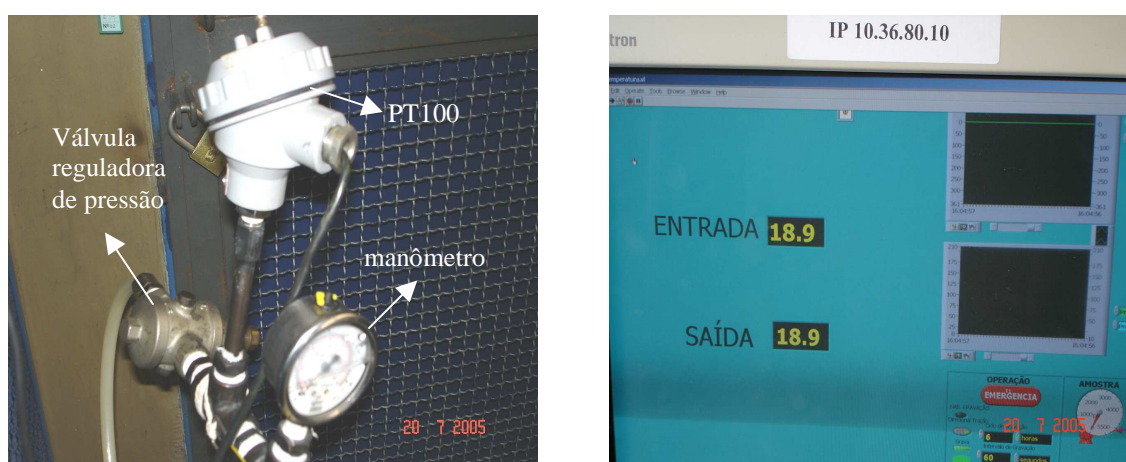


Figura 6.5 – (A): válvula reguladora de pressão, sensor de temperatura e manômetro, (B): programa de leitura das temperaturas de entrada e saída da seção experimental.

A válvula reguladora de pressão está posicionada na extremidade de saída do fluxo d'água da seção experimental, e é especificada para suportar temperaturas de até 100 °C e regular até 300 psi (Figura 6.5A).

O reservatório de armazenamento e aquecimento d'água é feito de acrílico com capacidade de aproximadamente 40 litros. Possui furos para entrada vinda do duto e saída de água para a bomba. Dentro dele encontra-se uma resistência elétrica de ligação trifásica (220 - 380 V) e 9 KW de potência. Tal potência permite o aquecimento de 25 litros d'água até 80°C em aproximadamente 10 minutos, o que otimiza o tempo de teste.

Um termostato calibrado para regular a temperatura de 0 a 120°C , ligação trifásica, também se encontra preso ao reservatório pelo lado de fora, com seu bulbo inserido na água e está ligado à resistência elétrica, de forma a desarmá-la quando a água atingir a temperatura pré-estabelecida (Figura 6.6B).

A bomba d'água é do tipo *buster*, de ligação trifásica (220 – 380 V), 1.5 CV de potência e altura manométrica máxima de 225 MCA, e desloca a água do reservatório para a entrada da seção experimental do duto de cobre (Figura 6.6A).

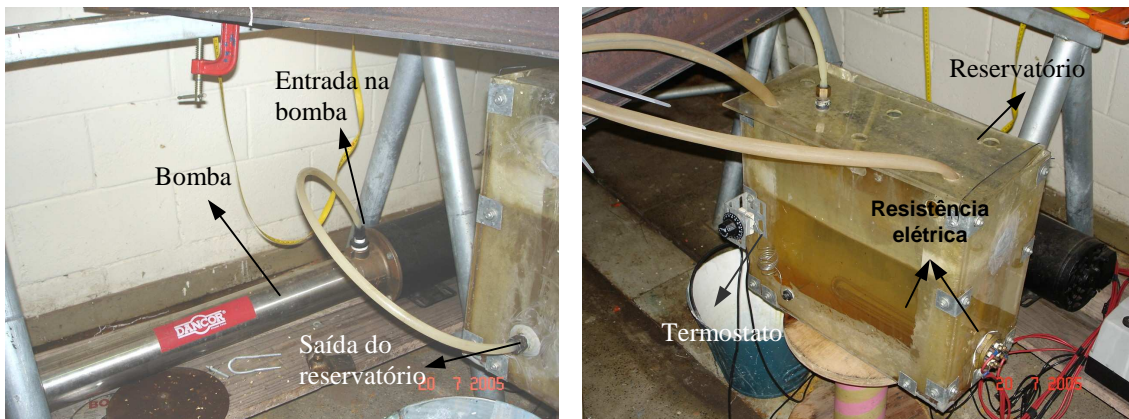


Figura 6.6 – (A): bomba, entrada de água na bomba e saída do reservatório (B): termostato, resistência elétrica e reservatório de água.

6.3 Ensaios Realizados

Com este aparato foram realizados quatro tipos de teste necessários à análise do processo de pré-flambagem, flambagem e à validação de características físicas do duto de cobre. As características e resultados obtidos em cada um destes testes são descritos a seguir.

6.3.1 Teste de dilatação térmica axial

Este tipo de teste tem por objetivos:

- ✓ Verificar o efeito inicial da presença e ausência da pressão na dilatação axial do duto;
- ✓ Validar a relação $\alpha_{\text{teórico}}$ em relação ao α_{real} observado experimentalmente.

Para isto, este teste foi realizado com a pressão de trabalho que será usada nos testes de flambagem e calculada pelas leis de similaridade: 200 psi, e com a menor pressão de trabalho possível: 30 psi.

O teste de dilatação térmica consistiu um teste de simples realização. O duto estava livre em uma das extremidades e engastado na outra. A água circulava dentro do duto e era aquecida de 15 em 15 °C até chegar a aproximadamente 80 °C. Um relógio comparador ajustado na extremidade livre foi usado para medir a dilatação. Este teste

foi realizado 3 vezes com o duto a uma pressão de 200 psi e 3 vezes com uma pressão de 30 psi. A temperatura ambiente medida era de aproximadamente 25 °C. Os dados obtidos estão representados nas Tabelas G.1 e G.2 do Anexo G.

Tomando-se a média dos dados dos ensaios para a pressão de 30 psi e para a pressão de 200 psi (Tabelas 6.2 e 6.3, respectivamente), e comparando-os com a previsão teórica, expressa pela equação (6.1), tem-se o seguinte gráfico comparativo:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T + \frac{L_0}{E} \left(\frac{pr}{2t} - \nu \frac{pr}{t} \right) \quad (6.1)$$

onde:

L_0 – comprimento inicial do duto ($L_0 = 11770$ mm);

ΔL – dilatação do duto ($L_{medido} - L_0$);

ΔT – variação de temperatura ($T_{medida} - T_{ambiente}$);

E – módulo de elasticidade do cobre;

ν – coeficiente de Poisson;

r – raio médio do duto;

t – espessura de parede do duto;

p – diferença de pressão no duto.

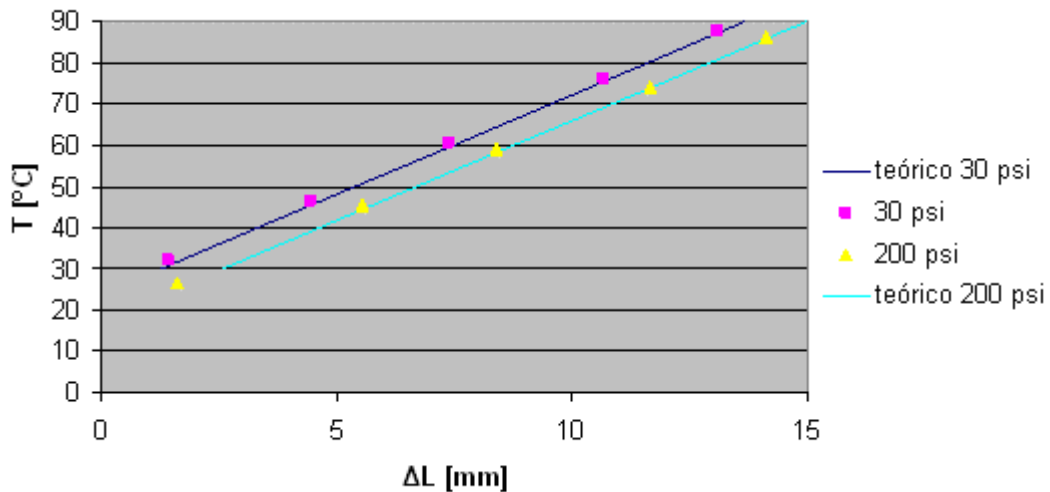


Figura 6.7 – Gráfico do teste de dilatação.

Pela análise do gráfico da Figura 6.7, nota-se que tanto a dilatação com o duto a pressão de 30 psi quanto a 200 psi ficam coerentes com a reta de dilatação teórica e de maneira bem acurada. Além disso, a contribuição do efeito da pressão para o

alongamento longitudinal do duto é desprezível nestas condições, pois uma mudança de 30 psi para 200 psi representa um aumento na elongação de aproximadamente 1 mm

Outro fato que se pode notar é que o coeficiente de dilatação do cobre observado experimentalmente pode ser considerado igual ao teórico (Tabela 5.1).

6.3.2 Relação entre a altura H x comprimento de duto suspenso L na Pré-Flambagem

Este tipo de teste tem por objetivo:

- ✓ Investigar a relação entre a altura H de imperfeição inicial e o comprimento de duto suspenso na Pré-Flambagem.

O estado de pré-flambagem é caracterizado pelo fato do duto assumir uma configuração inicial segundo as condições de assentamento, ou seja, esta configuração depende da presença ou não de imperfeições na base sobre a qual ele é assentado. Neste momento o duto não possui carga axial compressiva, não há fluido dentro dele e apresenta suas extremidades livres.

Neste teste, o duto fica com as extremidades livres e não é necessário circular água e, conseqüentemente, o duto encontra-se despressurizado e na temperatura ambiente. O duto é colocado em sua região central sobre apoios de diferentes alturas, simulando imperfeições e a partir daí, mede-se a relação entre H (altura da imperfeição) e L (comprimento de duto suspenso).

Pelo fato dos dutos utilizados nos demais testes apresentarem conexões para unirem dois outros tramos de tubos, estas conexões apresentam um peso de cerca de 350 g cada uma. Cada tubo apresenta um peso em média de 2,6 kgf. Portanto, estas conexões podem representar uma carga concentrada em alguma região da seção experimental e mascarar o resultado do teste, além de apresentar um diâmetro externo maior que o duto, o que faz com que ela toque a base de apoio antes do duto. Também, a presença do isolante térmico dificulta a visualização e estimativa do ponto de tangência do duto sobre a base (trilho). Assim, foram utilizados três outros tramos de tubo, que estavam de reserva, e não apresentavam isolante térmico nem conexões. Os

tubos foram unidos internamente por um cabo de madeira, leve, de igual diâmetro e comprimento de cerca de 60 mm. Os dados obtidos representam uma situação de pré-flambagem do duto, o que pode ser expresso de forma teórica pela seguinte equação (conforme definido no Capítulo 5, equação (5.4)) que representa uma relação entre H e L :

$$L = 5,8259 \sqrt[4]{\frac{HEI}{W}} \quad (6.2)$$

onde: EI = rigidez à flexão do duto (Nm^2);
 H = altura da imperfeição (m);
 W = peso do duto seco ($W_{seco} = 6,04 \text{ N/m}$).

Ao todo, foram realizadas 3 leituras do comprimento de duto suspenso L para cada valor de imperfeição. Os dados obtidos são representados pela Tabela 6.3 do Anexo G.

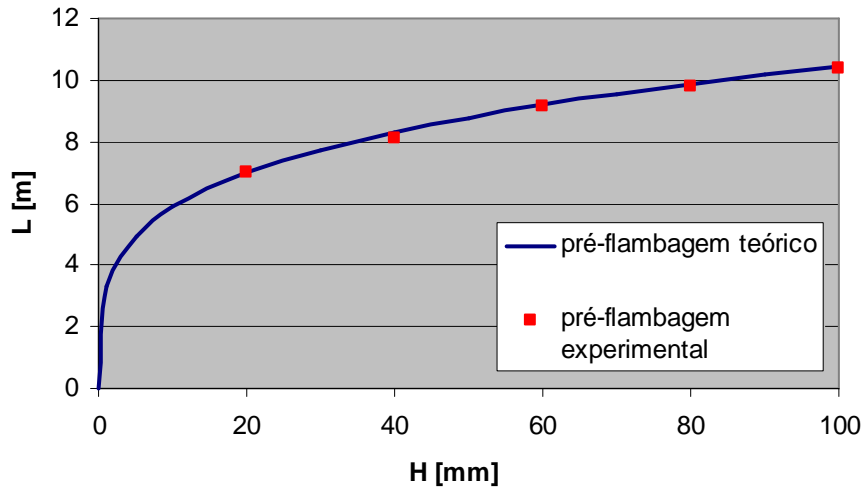


Figura 6.8 – Gráfico do ensaio de pré-flambagem.

A Tabela 6.3 do Anexo G e a Figura 6.8 indicam que os dados obtidos apresentam-se bastante próximos do esperado e bem acurados. O comportamento experimental confirma a previsão teórica.

6.3.3 - Flambagem do duto com imperfeição inicial (apoio)

Este tipo de teste tem por objetivo:

- ✓ Verificar o fenômeno de flambagem vertical na presença de uma imperfeição inicial devido à presença de um carregamento térmico.

Neste tipo de teste, a imperfeição inicial foi simulada colocando-se o duto sob apoios de madeira, previamente cortados em diversas medidas. Este teste foi realizado somente com a pressão de trabalho de 200 psi. Utilizou-se uma célula de carga em uma das extremidades do duto de forma a medir a força axial em kgf a que o duto estava submetido. Todos estes ensaios foram realizados no mesmo dia e a temperatura ambiente era em torno de 26 °C.

Foram realizados 3 ensaios para cada valor de imperfeição. Os dados obtidos foram comparados com os valores teóricos representados pelo modelo de base rígida de Kerr, pois além de representar o processo de flambagem, foi o modelo que mais se aproximou da análise experimental realizada, e é expresso pela seguinte expressão que relaciona a variação de temperatura ΔT_0 com a altura de flambagem H :

$$\Delta T_0 = \frac{1}{EA\alpha} \left[3,962 \sqrt{\frac{WEI}{H}} + 0,1347 H^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{W}{EI}} EA \right] \quad (6.3)$$

onde: E = módulo de elasticidade do cobre (N/m²);

A = área da seção transversal do tubo (m²);

W = peso distribuído do tubo molhado (N/m);

I = momento de inércia transversal (m⁴);

α = coeficiente de dilatação térmica do cobre (°C⁻¹);

H = altura de flambagem (m).

Nestes testes, foram medidos os valores da altura de flambagem H , comprimento de duto suspenso L , comprimento total do duto L_{total} e a carga axial na extremidade do duto N_0 . No caso da altura H , ela foi medida em relação à parte inferior do duto. As análises obtidas estão separadas, a seguir, pelas alturas das imperfeições iniciais a que o

duto foi submetido. Os dados obtidos em cada análise estão nas Tabelas G.4 à G.9 do Anexo G.

✓ Imperfeição de 20 mm:

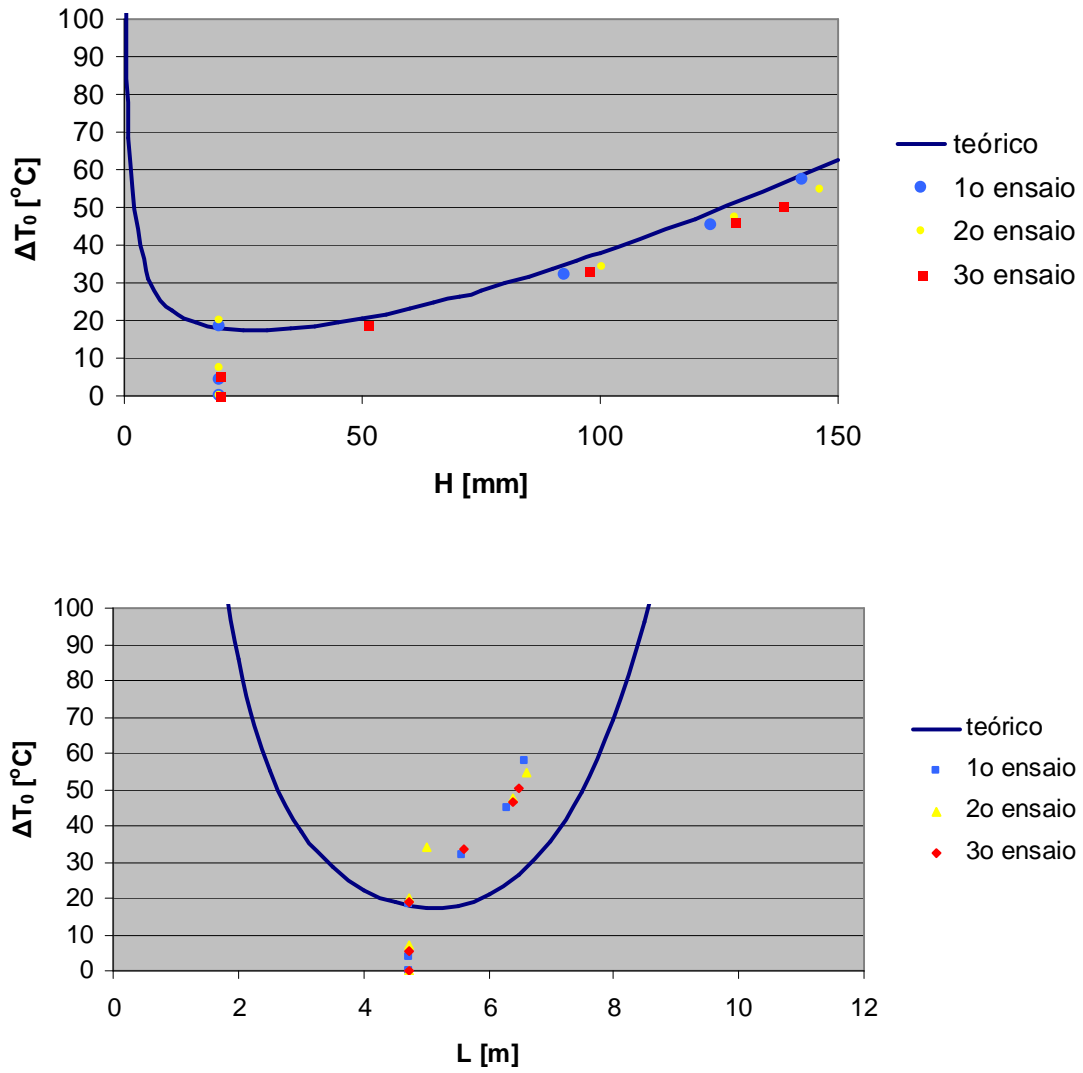


Figura 6.9 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 20 mm.

✓ Imperfeição de 40 mm:

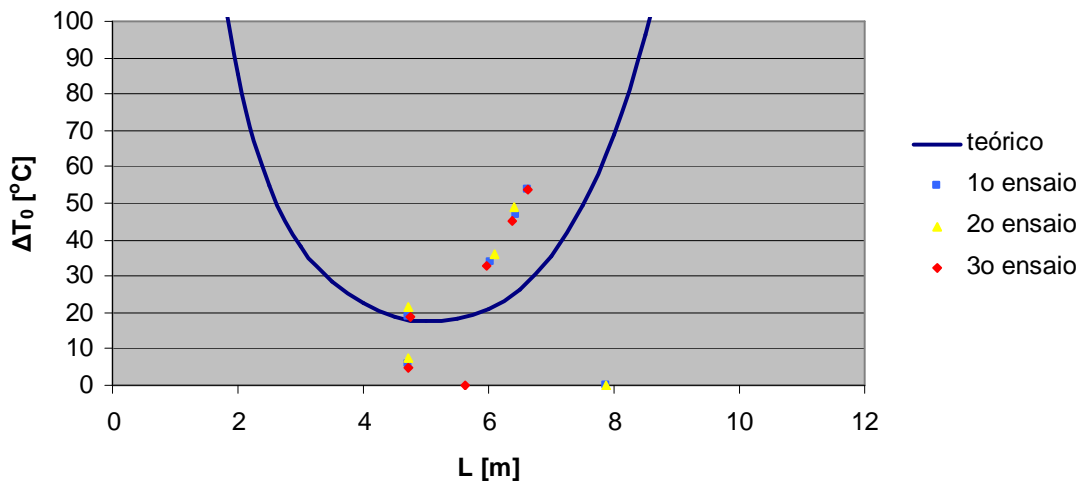
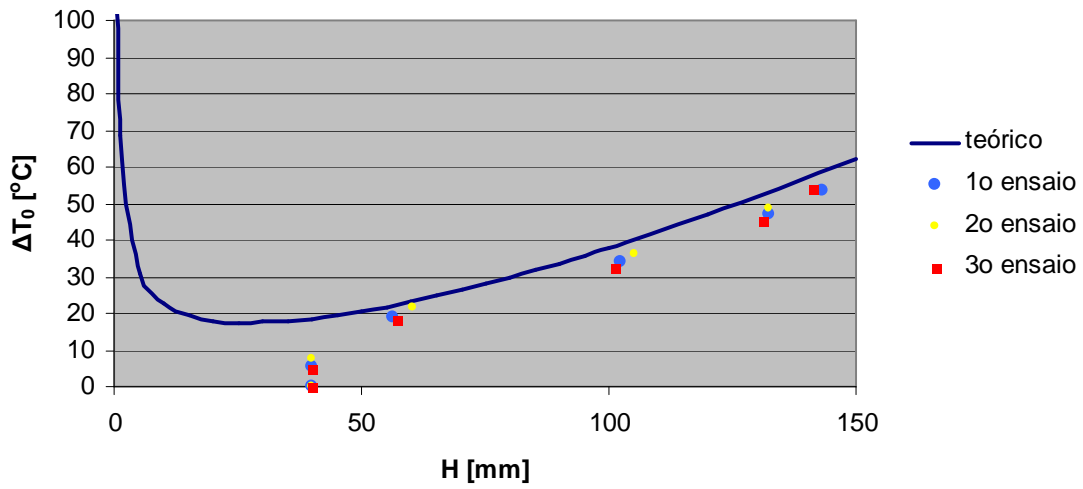


Figura 6.10 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 40 mm.

✓ Imperfeição de 60 mm:

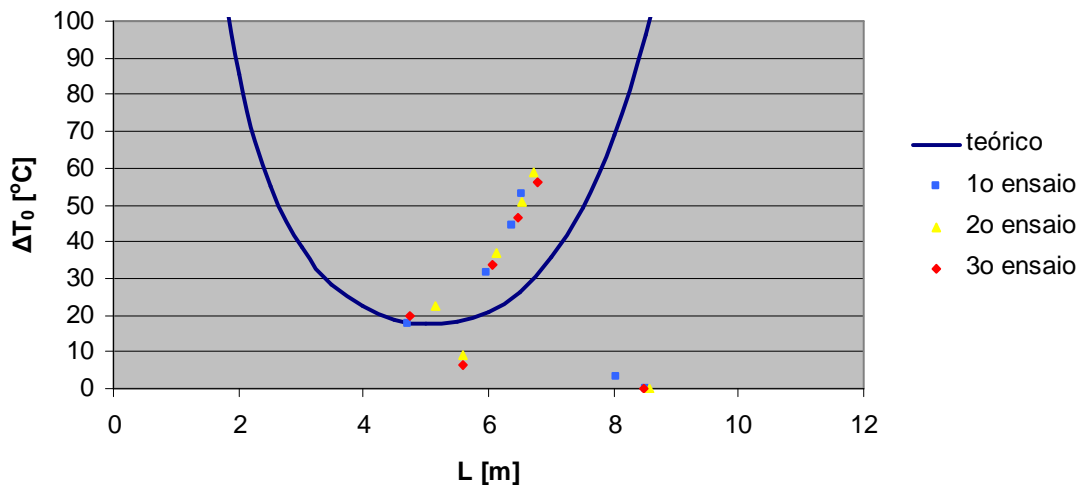
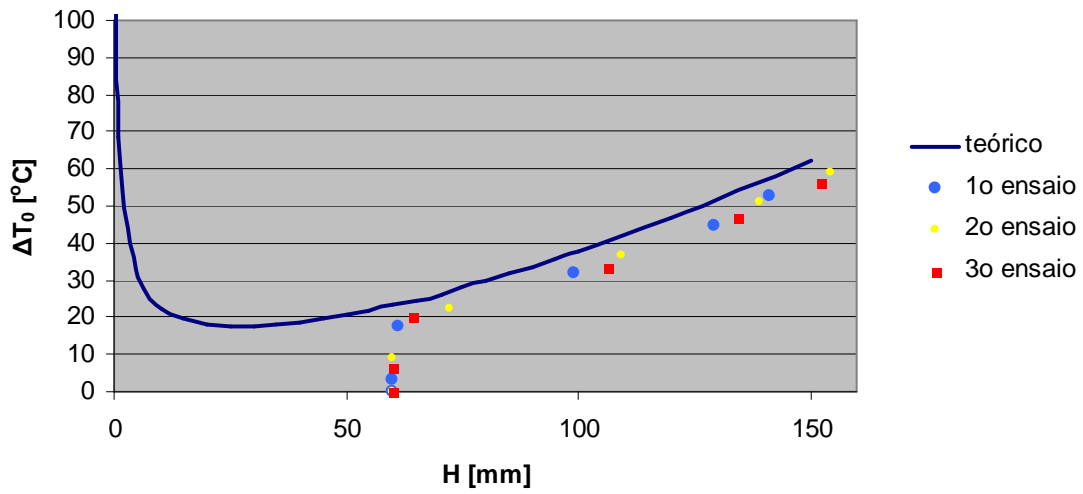


Figura 6.11 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 60 mm.

✓ Imperfeição de 80 mm:

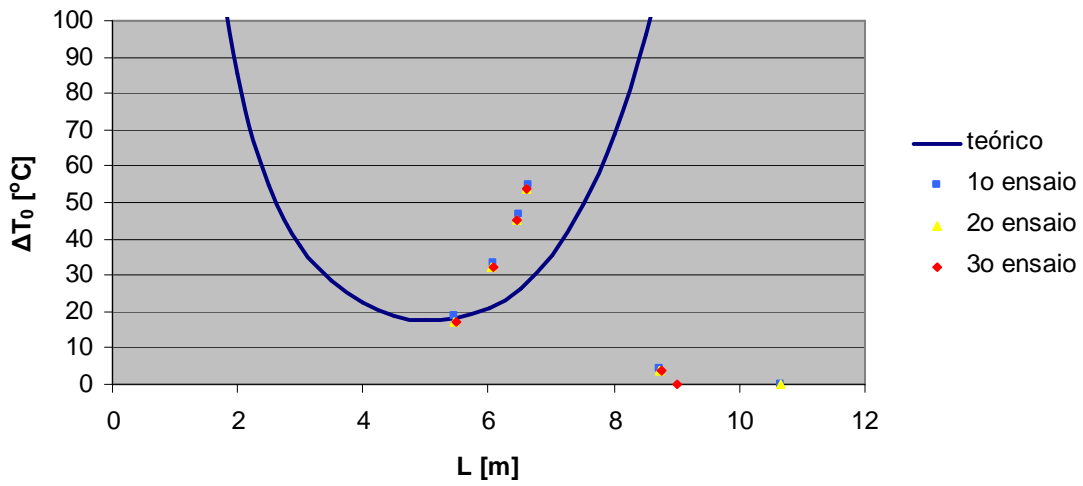
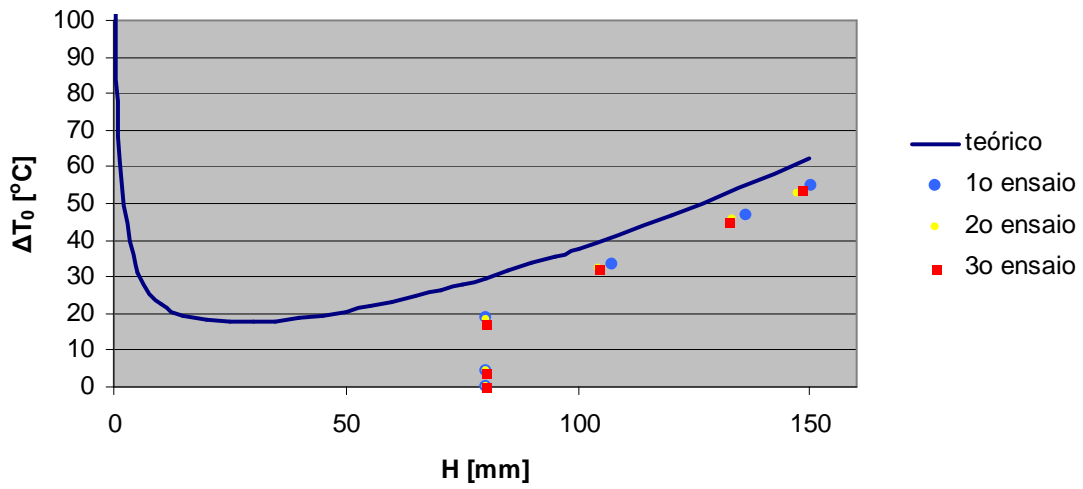


Figura 6.12 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 80 mm.

✓ Imperfeição de 100 mm:

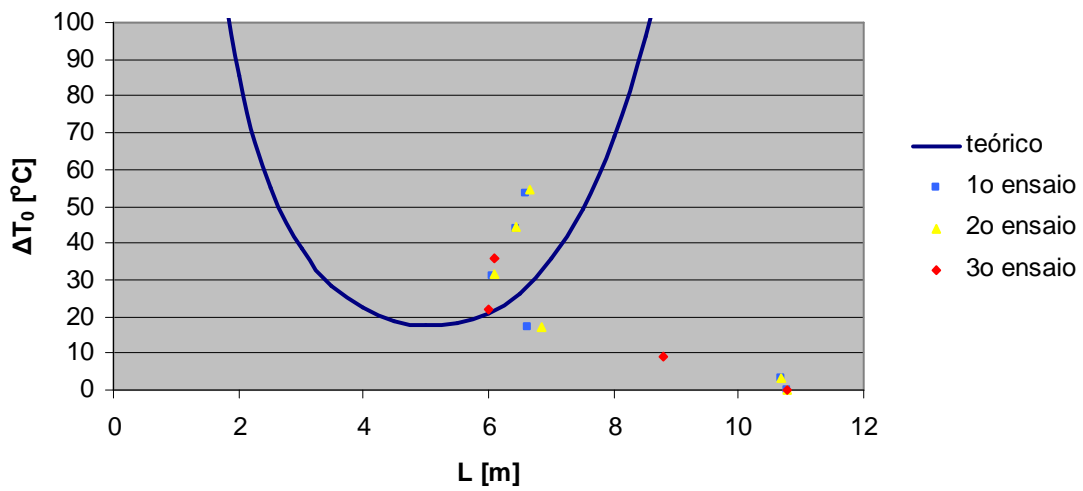
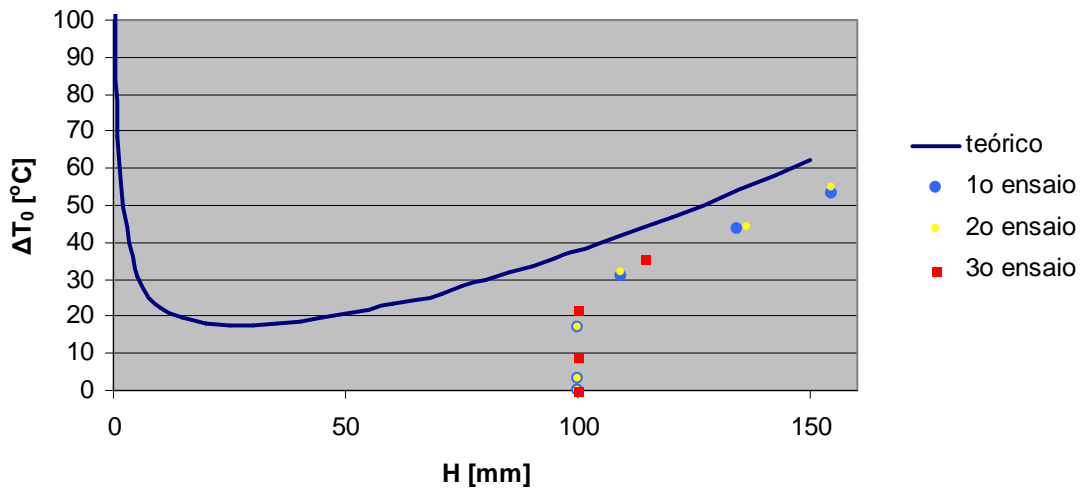


Figura 6.13 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 100 mm.

✓ Imperfeição de 120 mm:

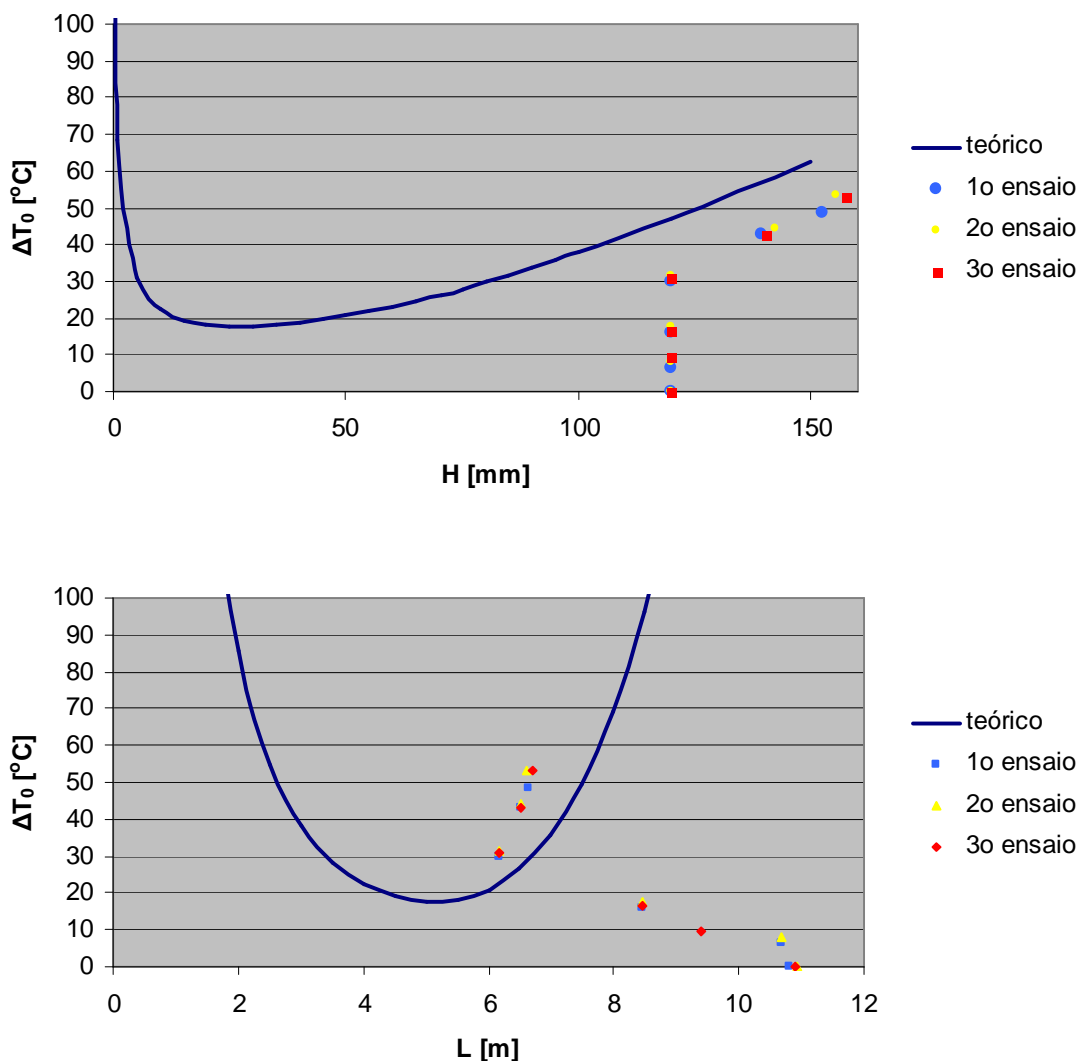


Figura 6.14 – Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma imperfeição inicial de 120 mm.

Pelos gráficos obtidos acima (Figuras 6.9 a 6.14) a partir dos dados experimentais, nota-se em relação ao comportamento da altura de flambagem H com a variação de temperatura ΔT_0 , que apesar dos dados obtidos não apresentarem uma boa acurácia com a previsão teórica, seu comportamento ao longo do processo de flambagem foi bastante parecido, o mesmo valendo para o comportamento do comprimento de duto suspenso L . O comportamento da altura de flambagem ainda apresentou uma melhor aproximação da previsão teórica do que o comprimento de duto suspenso. Isso se deve à maior dificuldade de se medir com precisão o parâmetro L , pois o ponto de tangência é muito suave e o isolamento térmico dificulta essa medição.

Outro comportamento importante notado nos gráficos ΔT_0 versus L é que no início da flambagem o comprimento de duto suspenso (ou comprimento de flambagem) diminui nos estágios iniciais e posteriormente volta a crescer. Este efeito deve-se ao fato de que o duto se apóia numa imperfeição onde não há um preenchimento abaixo dele. Por conta disto, inicialmente, pelo efeito do carregamento axial, o duto tende a preencher este espaço vazio e posteriormente, conforme o carregamento axial cresce, este efeito cessa e o duto passa a apresentar um efeito de flambagem seguindo a previsão teórica, aumentando L e H .

De qualquer maneira, o mais importante é que os dados obtidos estão de certa forma próximos, ou na mesma ordem de grandeza que os resultados teóricos gerados para este duto de cobre e, seu comportamento ao longo do processo de flambagem é bem próximo do previsto.

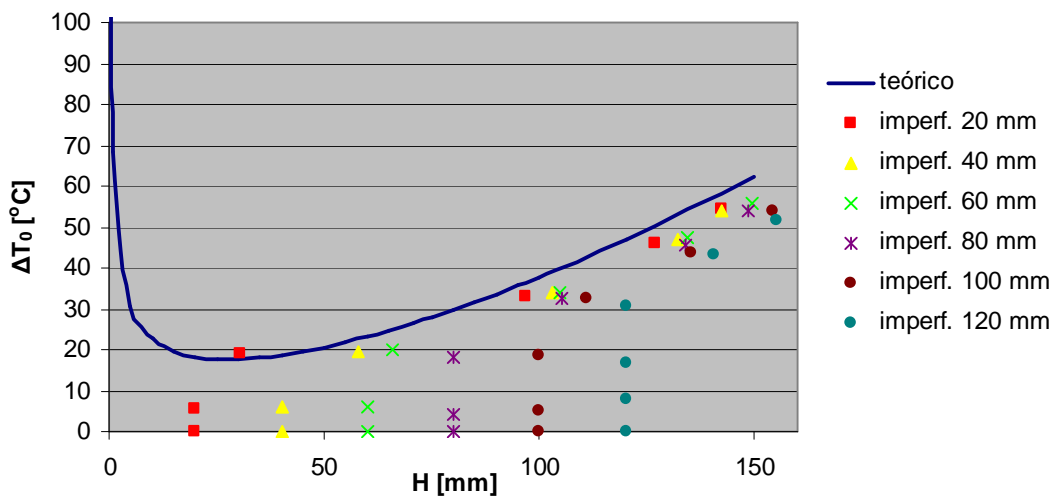


Figura 6.15 – Gráfico geral para o efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H para todas as imperfeições.

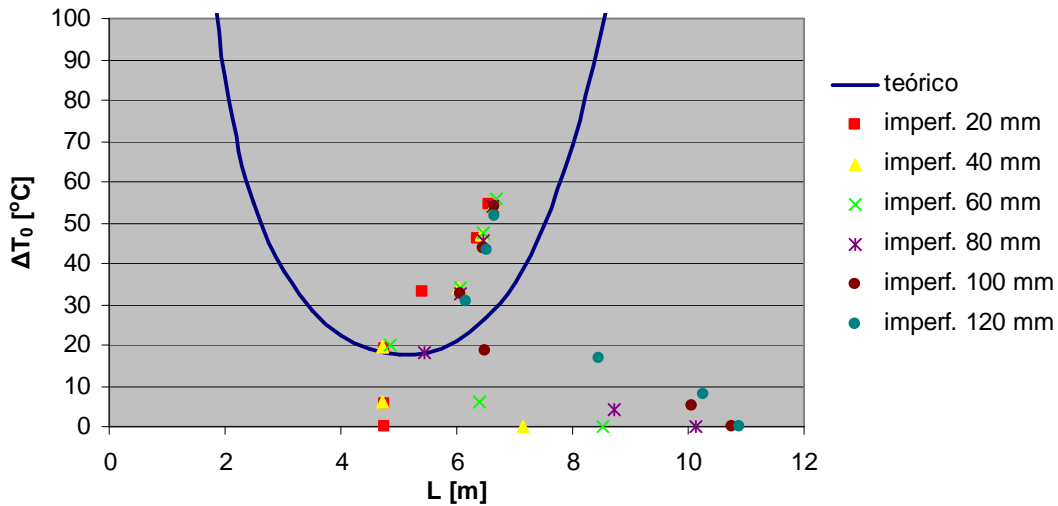


Figura 6.16 – Gráfico geral para o efeito da variação de temperatura sobre o comprimento de duto suspenso L para todas as imperfeições.

As Figuras 6.15 e 6.16 mostram, num mesmo gráfico, o comportamento da altura de flambagem H e do comprimento de duto suspenso L , respectivamente, com a variação de temperatura ΔT_0 considerando a média dos três ensaios para cada uma das imperfeições em pontos próximos de temperatura medida. Nota-se que para diferentes tipos de imperfeições, a tendência do comportamento do duto, seja em relação a H ou a L , durante o processo de flambagem é próxima da previsão teórica, convergindo para uma mesma curva.

Além disso, quanto maior forem as imperfeições, maior é a variação de temperatura necessária para que ocorra a flambagem ou elevação do duto. Os dutos submetidos a imperfeições maiores demoram mais para saírem de sua posição vertical inicial do que os submetidos a pequenas imperfeições (Figura 6.15). Isto se deve ao fato que os dutos submetidos a imperfeições maiores apresentam vão livres maiores e tem mais espaço e facilidade para encurtarem seu comprimento de duto suspenso antes que ocorra a flambagem (Figura 6.16). Nos dutos submetidos a imperfeições menores, estes vão livres são pequenos e, portanto, não apresentam tanta facilidade de encurtamento do comprimento de duto suspenso antes que o processo de flambagem ocorra.

Foi observada uma pequena curvatura residual no duto experimental, indicando um efeito de plastificação, porém, este parece não ter influenciado de forma significativa no comportamento previsto para o efeito de flambagem.

6.3.4 - Flambagem do duto sem imperfeição inicial

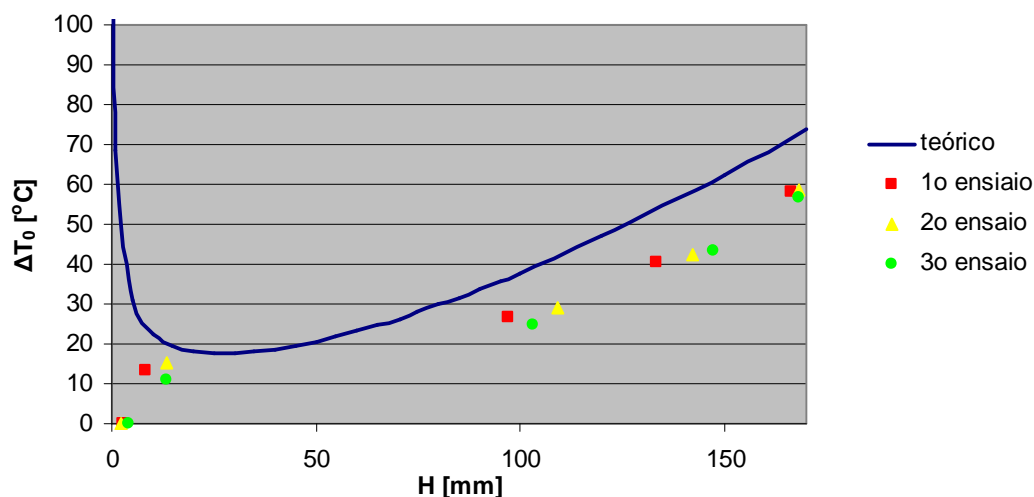
Este tipo de teste tem por objetivo:

- ✓ Verificar o comportamento do duto quando submetido a um carregamento térmico na ausência de imperfeições centrais significativas.

Este teste foi realizado somente com pressão de trabalho de 200 psi. Não existe apoio na região central do duto para simular o efeito da imperfeição. O duto foi deixado “reto” sobre o trilho e observou-se seu comportamento conforme o carregamento térmico foi aplicado. A temperatura ambiente estava em torno de 26 °C.

Foram realizados 3 ensaios e comparados com os valores teóricos representados pela equação de Kerr (6.3).

Apesar de não induzir propositalmente uma imperfeição no duto, uma imperfeição inicial localizada pôde ser constatada ao longo do duto. Tal imperfeição se deve à presença das conexões entre os tramos dos dutos. Estas conexões possuem um diâmetro ligeiramente maior que o diâmetro do duto. Assim, a Tabela G.11 do Anexo G também apresenta a posição observada desta imperfeição e sua evolução ao longo da seção experimental do duto durante o processo de flambagem.



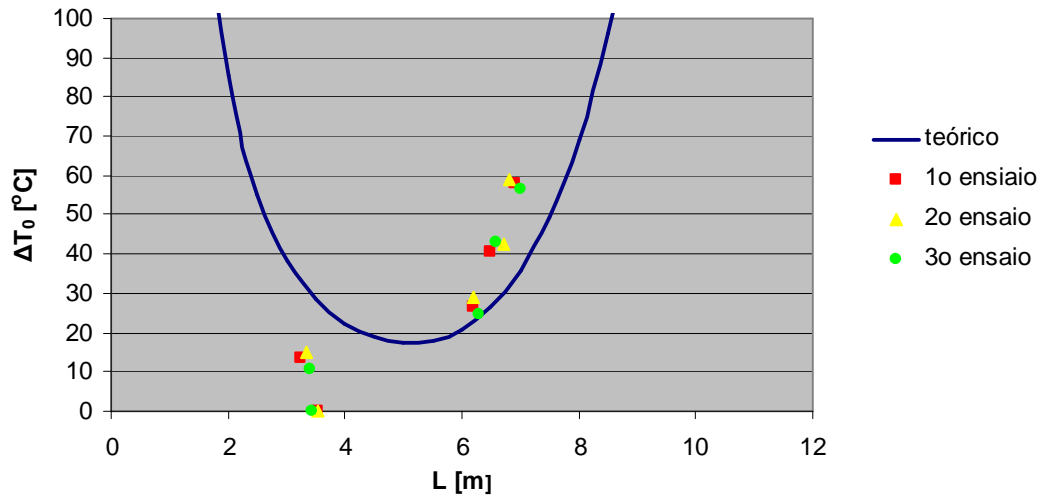


Figura 6.17– Efeito da variação de temperatura sobre a altura de flambagem H e o comprimento de duto suspenso L , respectivamente, para uma situação de flambagem instável.

De acordo com os gráficos da Figura 6.17, para o caso do comportamento da altura de flambagem conforme a variação de temperatura, os dados obtidos não apresentam muita acurácia com a curva teórica, mas seu comportamento segue esta previsão. Já o comportamento do comprimento de duto suspenso L , apresenta uma melhor acurácia com a previsão.

Analisando-se a seção experimental fisicamente, existem duas posições correspondentes às proximidades das duas conexões (cada uma próxima a uma das extremidades) que acabam gerando uma imperfeição inicial, ainda que o duto pareça praticamente reto. Porém, é em apenas uma dessas posições, no caso a registrada na Tabela G.11 do Anexo G, que induz a flambagem do duto.

O que foi observado na verdade durante este teste, é que conforme a variação térmica no duto aumenta, esta altura de imperfeição inicial também aumenta, mas não muito, e desloca sua posição de altura máxima ao longo da seção experimental. A partir de uma determinada carga térmica, ocorre um súbito aumento da altura de flambagem juntamente com a repentina mudança de posição desta altura, que migra para o ponto médio do duto. Este é o efeito conhecido na literatura como “*snap through buckling*”. A imperfeição inicial está próxima de uma das extremidades da seção experimental, porém, sua altura não é grande o suficiente para que a flambagem ocorra de maneira suave. Assim, conforme o duto vai sendo aquecido, a altura desta imperfeição cresce um pouco, mas em determinado ponto, ela se desloca para sua posição de equilíbrio, migrando para o centro da seção experimental e aumentando bastante sua altura de flambagem. No caso da imperfeição com apoio de 20 mm, esta está localizada no centro

da seção experimental e possui altura suficiente de tal modo que este aumento na altura de flambagem ocorre de maneira suave, e não repentina. O fenômeno observado neste teste representa o efeito de instabilidade da flambagem de dutos. As Figuras 6.18 e 19 representam esquematicamente este efeito.

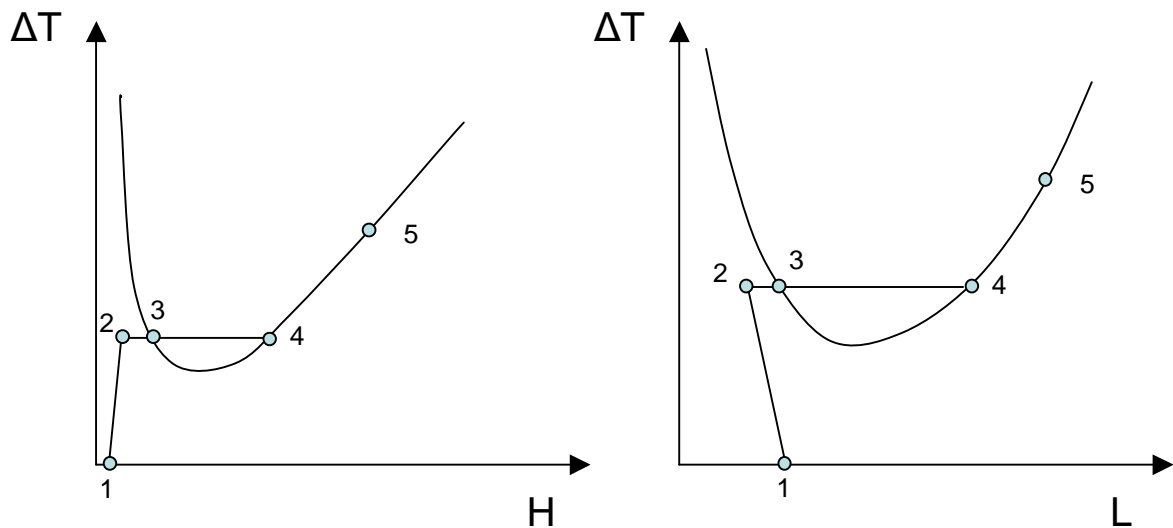


Figura 6.18 – Esquema da evolução teórica do processo de flambagem instável em termos do comprimento de onda L e da altura de flambagem H .

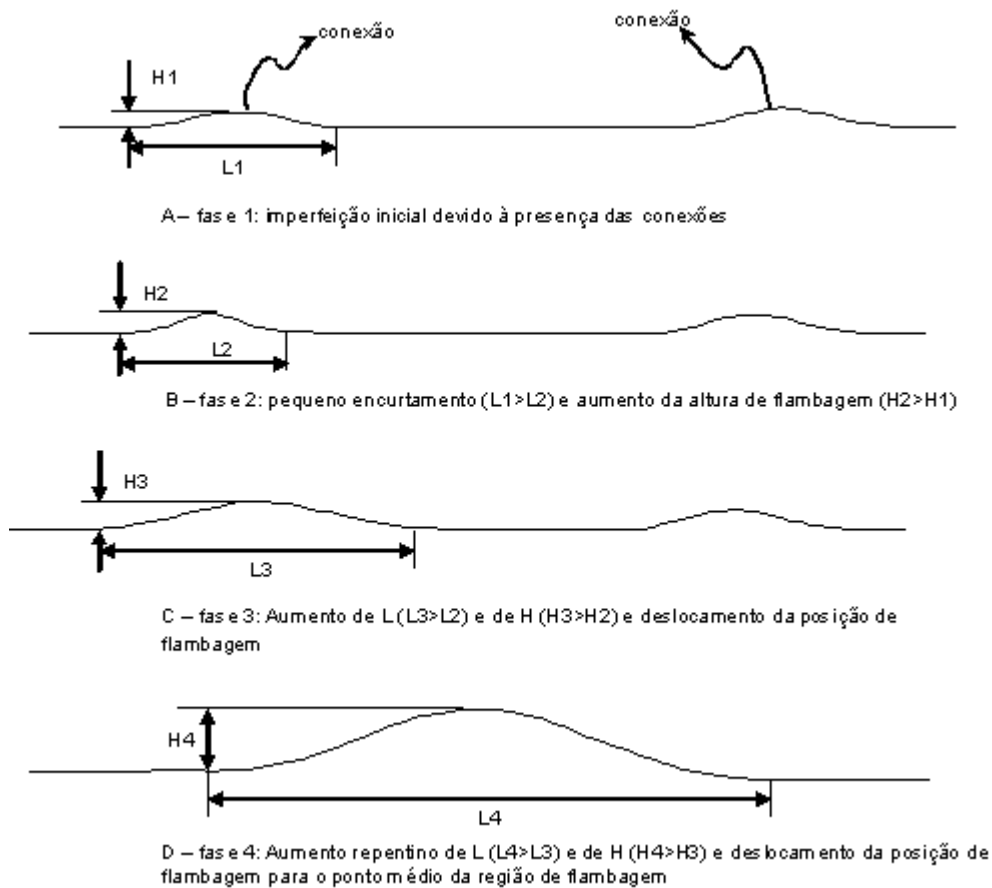


Figura 6.19 - Esquema da evolução experimental observada do processo de flambagem instável.

Na Figura 6.18, cada ponto do gráfico corresponde a uma respectiva fase representada na Figura 6.19. A partir do ponto 3 ocorre a flambagem repentina para o ponto médio da seção experimental. Até este ponto, o duto apresenta uma configuração instável e passa para uma configuração estável e de equilíbrio ao atingir o ponto 4. A partir daí, sua tendência é acompanhar o comportamento da curva teórica (ponto 5).

De certa forma, pode ser também que os pontos 2 e 3 sejam coincidentes.

7 CONCLUSÃO

O escoamento de fluidos aquecidos por meio de dutos requer uma atenção especial no que diz respeito ao processo de flambagem vertical. Em geral, tais dutos dependendo das condições a que são submetidos podem ser levados a desenvolver este comportamento que se não controlado pode comprometer sua integridade estrutural, causando acidentes.

Fatores como a presença de imperfeições no solo durante a instalação do duto, o peso distribuído sobre o duto (se enterrado ou não), a carga axial compressiva a que está submetido, rigidez à flexão e condições de contorno são os principais fatores que contemplam o estudo da flambagem vertical. Em situações reais, a existência de uma imperfeição inicial durante o assentamento de um duto é um parâmetro difícil de ser controlado, e sendo assim, o controle dos outros fatores passa a ser fundamental.

Dessa forma, uma análise de sensibilidade pode ser conduzida por meio de um estudo experimental, de forma a se ter uma idéia da contribuição de cada fator no fenômeno da flambagem vertical. Assim, este estudo experimental procurou simular tal fenômeno, variando-se algumas condições como imperfeições iniciais, carregamento compressivo e contribuição da pressão, e dessa maneira, comparar os resultados com soluções analíticas existentes na literatura, permitindo obter uma previsão do comportamento do duto sob o comportamento de flambagem vertical.

Os dados experimentais obtidos se mostraram favoráveis em relação à previsão teórica, pelo menos no que diz respeito ao comportamento do processo de flambagem. Além disso, a ordem de grandeza destes dados medidos está de acordo com a previsão do modelo de Kerr. Os dados da altura de flambagem H mostraram-se mais acurados ou próximos ao teórico do que os de comprimento de duto suspenso L . Isto se deve às dificuldades de medição mencionadas anteriormente.

O teste de flambagem sem imperfeição (flambagem instável), permite concluir que não se tem como prever quando e onde a flambagem irá ocorrer, mas que a presença de uma imperfeição qualquer, por menor que ela seja, poderá desencadear um processo de flambagem. No experimento realizado, havia duas regiões que apresentavam estas pequenas imperfeições (representadas pelas anilhas), onde em uma delas o processo de flambagem se iniciou. Posteriormente, esta região inicial de flambagem se deslocou para a região central da seção experimental, de forma repentina, e daí em diante o processo de deslocamento vertical prosseguiu de forma suave e

estável. Geralmente, isto ocorre quanto mais o duto estiver numa configuração retilínea, ou seja, para H muito pequeno, ou, $H \ll L$.

Dentre os modelos analíticos descritos, o Modelo de Base Rígida de Kerr foi o que mais se enquadrou aos resultados da análise experimental e não se mostrou conservativo, isto é, para uma determinada altura de flambagem o modelo de Kerr prevê que esta ocorrerá a uma temperatura maior que a determinada experimentalmente. Os demais modelos não forneceram bons resultados, e por isso, não foram apresentados em comparação com os resultados experimentais.

Muitas vezes, em situações reais os dutos podem apresentar grandes extensões, com seu comprimento real medido em escala de quilômetros. Por conta disso, é normal haver uma variação na pressão interna do duto devido à perda de carga durante o escoamento do fluido. Assim, espera-se que a pressão do fluido interno ao duto nos trechos iniciais seja razoavelmente grande em relação aos trechos finais e apresente uma magnitude tal que possa ser relevante quando se considera a flambagem vertical, contribuindo para sua indução na media em que promove uma elongação no duto.

Os dados da análise experimental mostraram que o efeito da pressão no duto não teve grande influência sobre o processo de flambagem, se comparado ao efeito de aquecimento, sobretudo porque a pressão foi pequena. Como efeito comparativo, a contribuição da pressão utilizada no modelo real da Tabela 4.1 corresponde a um incremento de temperatura de 2,5 °C. Para 500 psi, este incremento seria de 3,5 °C. Porém, vale ressaltar que nos casos onde a diferença entre a pressão interna e externa ao duto é muito elevada, esta contribuição pode ser significativa.

Portanto, o Modelo de Base Rígida de Kerr pode ser utilizado como ferramenta para análise preliminar do fenômeno de flambagem de dutos aquecidos. Pelo menos para se ter uma noção da ordem de grandeza e estimativa dos principais parâmetros que influenciam positivamente e negativamente neste processo, de forma que se possa estabelecer condições seguras de operação.

As dificuldades mencionadas anteriormente também não permitiram a extrapolação dos resultados para simulação de um caso real, pois a condição de semelhança para o carregamento vertical sobre o duto não pôde ser representada. Contudo, pode-se afirmar que quanto maior o peso distribuído sobre o duto e/ou sua rigidez à flexão, mais difícil é a ocorrência da flambagem vertical.

A continuidade deste trabalho no âmbito experimental e as lições aprendidas durante a fase de construção, operação e coleta de dados permitirão um aprimoramento dos resultados em trabalhos futuros.

7.1 Principais Dificuldades Encontradas

- ✓ Um parâmetro que se mostrou difícil de ser medido foi o comprimento de duto suspenso L . O isolante térmico externo ao duto dificultava a visualização do ponto de tangência na base de apoio, mascarado ainda mais com a presença de duas conexões dispostas simetricamente entre as extremidades de cada tramo de duto, fornecendo uma carga vertical concentrada ao longo da seção experimental.
- ✓ O uso das conexões nas extremidades de cada tramo se fez necessária porque o emprego de solda no tubo de cobre reduz substancialmente suas propriedades originais de resistência mecânica, rigidez, ductilidade, dentre outras. Foi feito um teste com dois pedaços de tubo de cobre e constatou-se que na região termicamente afetada pela solda, o duto teve sua resistência mecânica diminuída, e ficou muito dútil e pouco rígido. Desta forma, esta solução foi abandonada.
- ✓ Outro procedimento que apresentou dificuldades foi a colocação de medidores de deformação (*strain-gages*), pois danificavam-se facilmente durante sua instalação e manuseio. Com isso, a medição dos níveis de deformação/tensão no duto ficou prejudicada.

7.2 Trabalhos Futuros

Os seguintes tópicos poderão ser desenvolvidos:

- ✓ Análise experimental para simulação em escala reduzida de um duto real com peso na condição correta de semelhança. Instrumentação em tempo real (contínua), ensaio com maior controle e plastificação da seção poderão ser incluídos;
- ✓ Desenvolvimento de ferramentas analíticas mais completas para investigação do comportamento de pré-flambagem à pós-flambagem, incluindo não-linearidade geométrica e física. Flambagem com pequena imperfeição geométrica e flambagem com pressão interna apenas;
- ✓ Simulação numérica via programa comercial de elementos finitos (Abaqus, por exemplo) dos ensaios;
- ✓ Flambagem tridimensional.
- ✓ Flambagem lateral.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MASSA, A. L. L., *Contribuição ao Estudo de Flambagem em Dutos Rígidos Submarinos Conduzindo Fluidos Aquecidos*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [2] BELMONT, G. M., *Uma Metodologia para o Estudo da Flambagem de Dutos Aquecidos*. Tese de M.Sc., UFPE, Recife, PE, Brasil, 2006.
- [3] CUNHA, D. J. S., BENJAMIN, A.C., “Flambagem Vertical de Dutos Aquecidos: Comparação de Análises por Elementos Finitos e Métodos Analíticos”. In: *Proceedings of the XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, v. 01, pp 558-578, Belém, Set. 2006.
- [4] PALMER-JONES, R., TURNER, T. E., “ Pipeline buckling, corrosion and low cycle fatigue”, *17th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 98-0905, Lisbon, Portugal, February 1998.
- [5] MØRK, K. J., COLLBERG, L., LEVOLD, E., et al., “Hotpipe project: design guideline for high temperature / high pressure pipelines”, *9th International Offshore and Polar Engineering Conference*, 1098-6189, Brest, France, May 1999.
- [6] HUNT, G. W., BLACKMORE, A., “Homoclinic and heteroclinic solutions of upheaval buckling”, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, pp 2185-2195, London, UK, March 1997.
- [7] TAYLOR, N., TRAN, V., “Experimental and theoretical studies in subsea pipeline buckling”, *Marine Structures*, v. 9, pp. 211-257, 1996.
- [8] CARDOSO, C. O., *Metodologia para Análise e Projeto de Dutos Submarinos Submetidos a Altas Pressões e Temperaturas via Aplicação do Método dos*

Elementos Finitos. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.

- [9] SOLANO, R. F., *Flambagem Térmica de Um Sistema Pipe-in-Pipe Dual em Águas Profundas*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2001.
- [10] SOLANO, R. F., *Análise Termomecânica de Dutos Submarinos Enterrados*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [11] BRANSBY, M. F., NEWSON, T. A., DAVIES, M. C. R., et al., “Physical Modelling of the upheaval resistance of buried offshore pipelines”. In: *Proceedings of International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, pp 102-111, Rio de Janeiro, June 2001.
- [12] MALTBY, T. C., CALLADINE, C.R., “An investigation into upheaval buckling of buried pipelines – 1 & 2. Theory and analysis of experimental observations”, *International Journal of Mechanical Sciences*, n. 9, pp 965-983, 1995.
- [13] MASCHNER, E. A., WOOD, L. A., “Influence of variable foundation and cover response on vertical buckling of pipelines”, *9th International Offshore and Polar Engineering Conference*, 1645-1779, Brest, France, May 1999.
- [14] KERR, A. D., “On the stability of the railroad track in vertical plane”, *Rail International*, n. 5, pp 131-142, 1974.
- [15] HOBBS, R. E., “In-service buckling of heated pipelines”, *Journal of Transportation Engineering*, v. 110, n. 2, pp 175-89, 1984.
- [16] TVERGAARD, V., NEEDLEMAN, A., “On localized thermal track buckling”, *International Journal of Mechanical Sciences*, n. 23, pp 577-587, 1981.
- [17] PALMER, A. C., ELLINAS, C.P., RICHARDS, D.M., GUIJT, J., “Design of submarine pipelines against upheaval buckling”, *Offshore Technology Conference*, OTC 6335, 1990.

- [18] ASCE – American Society of Civil Engineers, “Guidelines for the design of buried steel pipe”, 2001, pg 68-76.
- [19] CARNEIRO, F. L., *Análise dimensional e teoria da semelhança e dos modelos físicos*, 2ª edição, Rio de Janeiro, Editora UFRJ, 1996.
- [20] KREITH, F., BOHN, M. S., *Princípios de transferência de calor*, 6ª edição, São Paulo, Thomson, 2003.
- [21] TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M., *Mechanics of materials*, 4th edition, New York, PWS, 1997.
- [22] MARTINET, M. A., “Flambement des voies sans joints sur ballast et rails de grand longueur”, *Revue Générale des Chemins de Fer*, v. 55, n. 2, pp 212-230, 1936.

ANEXO A *Demonstração da equação (3.1):*

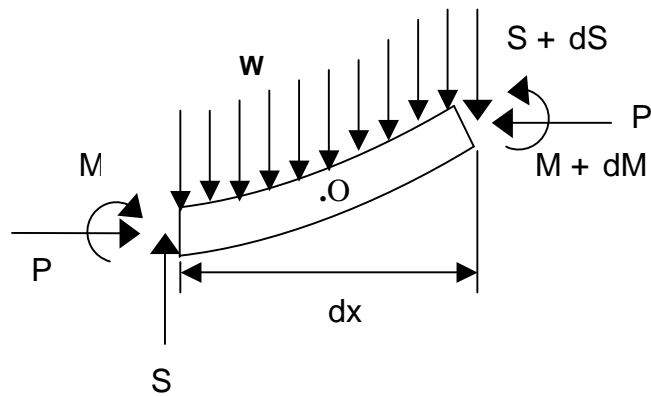


Figura A.1 – Diagrama de esforços no elemento de viga

Equilíbrio: $\Sigma F = 0$ e $\Sigma M = 0$

$$\underline{\Sigma F_x = 0} \quad P - P = 0$$

$$\underline{\Sigma F_y = 0} \quad S - (S + dS) - Wdx = 0$$

$$\frac{dS}{dx} = -W \tag{A1}$$

$$\underline{\Sigma M^o = 0} \quad -M + (M + dM) - (S + dS)dx - Pdy - Wdx \frac{dx}{2} = 0$$

$$\frac{dM}{dx} - S + P \frac{dy}{dx} = 0 \tag{A2}$$

Derivando (A2) em relação a x e substituindo (A1) em (A2), tem-se:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = -W \tag{A3}$$

$$e \text{ como } \frac{d^2 M}{dx^2} = EI \frac{d^4 y}{dx^2} \tag{A4}$$

tem-se:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^2} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = -W \tag{A5}$$

ANEXO B: Demonstração da equação (3.2):

Integrando duas vezes a equação (A5), tem-se:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + P y = -W \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

Aplicando as seguintes condições de contorno:

$$y'''(0) = y'(0) = 0 \quad e \quad y(\pm L/2) = y''(\pm L/2) = 0$$

Encontra-se os seguintes valores para as constantes C_1 e C_2 :

$$C_1 = 0 \quad e \quad C_2 = \frac{WL^2}{8}$$

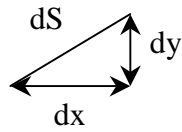
A equação diferencial final fica da seguinte forma:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + P y = -W \frac{x^2}{2} + W \frac{L^2}{8} \quad (\text{B1})$$

Resolvendo a equação (B1) e aplicando as condições de contorno: $y(L/2) = y'(0) = 0$ chega-se à seguinte solução:

$$y(x) = \frac{WEI}{P^2} \left(-\frac{\cos(nx)}{\cos\left(\frac{nL}{2}\right)} - \frac{n^2 x^2}{2} + \frac{n^2 L^2}{8} + 1 \right) \quad \text{onde} \quad n = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

ANEXO C *Demonstração da equação (3.8)*



Elemento infinitesimal da viga defletida

Para pequenas deflexões:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2$$

$$\frac{dS^2}{dx^2} - 1 = \frac{dy^2}{dx^2} \quad (C1)$$

$$\varepsilon = \frac{dS - dx}{dx}$$

$$\varepsilon + 1 = \frac{dS}{dx}$$

$$(\varepsilon + 1)^2 = \left(\frac{dS}{dx}\right)^2$$

$$2\varepsilon = \left(\frac{dS}{dx}\right)^2 - 1 \quad (C2)$$

Substituindo (C1) em (C2), tem-se: $\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{dS^2}{dx^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \frac{dy^2}{dx^2}$

$$dS - dx = \varepsilon dx$$

$$\int_0^S dS - \int_0^L dx = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{dy^2}{dx^2} dx$$

$$S - L = \frac{1}{2} \int_0^{L/2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

ANEXO D *Demonstração da equação (3.19)*

A equação (3.19) trata da flambagem, considerando que a viga já apresenta uma imperfeição inicial. Portanto, para uma configuração já defletida, sem carregamento axial inicial, a equação diferencial da viga elástica tem a seguinte forma:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^2} \Big|_{y_0} = -W \Big|_{y_0} \quad (D1)$$

Ou seja, esta equação representa uma situação inicial em que existe uma imperfeição inicial y_0 . Para uma configuração de flambagem, já considerando que a viga está sob carregamento inicial, e apresenta uma deflexão y qualquer, a equação diferencial da viga elástica toma a mesma forma da equação (1) para base rígida:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^2} \Big|_y + P \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_y = -W \Big|_y \quad (D2)$$

Fazendo a diferença entre a equação (D2) e a equação (D1), tem-se a equação diferencial da viga elástica considerando a presença de uma imperfeição inicial (equação (3.19)):

$$EI \left(\frac{d^4 y}{dx^2} - \frac{d^4 y}{dx^2} \Big|_{y_0} \right) + P \frac{d^2 y}{dx^2} + W_{(y-y_0)} = 0$$

ANEXO E *Modelagem do Solo*

A resposta do solo ao movimento de ascensão do duto durante o processo de flambagem pode ser modelada de várias maneiras, porém, as principais são as que consideram os modelos de resposta: bi-linear e exponencial.

O carregamento vertical máximo que é sentido sobre o duto é modelado de duas maneiras: segundo uma carga máxima constante do solo sobre o duto (W_0) e aquele em que o solo é modelado como uma mola. A modelagem segundo a carga máxima é apresentada a seguir segundo manual da ASCE [1] e de Palmer et al [10]. Já a modelagem como mola é apresentada somente segundo o manual da ASCE [1].

- Modelagem da Carga Máxima W_0 segundo manual ASCE

A modelagem segundo a carga máxima (W_0) considera o peso da coluna de solo que está acima do duto. Assim, a ASCE apresenta a seguinte formulação:

$$W_0 = (\gamma_w h_w + R_w \gamma_d C) D_e \quad (\text{E1})$$

onde:

γ_w - peso específico da água [N/m^3].

h_w - altura de coluna d'água [m].

γ_d - peso específico seco do solo de preenchimento [N/m^3].

C - altura do enterramento em relação ao topo da imperfeição [m].

R_w - fator de flutuabilidade.

D_e - diâmetro externo do duto [m].

$$e \quad R_w = 1 - 0,33 \left(\frac{h_w}{C} \right) \quad (\text{E2})$$

Nota-se desta maneira, que a equação (E2) vale para qualquer tipo de solo, não sendo mencionado nenhuma restrição.

- Modelagem da Carga Máxima W_0 segundo Palmer et al

Palmer et al também fazem uma modelagem do solo (recomendada para projetos) segundo uma carga máxima constante de resistência do solo correspondente à altura da coluna de solo sobre o duto, e também leva em consideração o peso próprio do duto. Diferentemente da ASCE, Palmer et al apresentam uma formulação para cada tipo de solo, classificando-os em *coesivo* (*denso* e *fofo*) e *não coesivo*.

Para areia, lodo e cascalho *não coesivo* a carga vertical W_0 pode ser dada por:

$$W_0 = W_d + \rho g C (D_e + f C) \quad (E3)$$

onde:

- W_d : é o peso do duto [N/m].
- ρg : é o peso específico do solo [N/m³].
- C : é a profundidade de enterramento em relação à parte superior do duto [m].
- D_e : é o diâmetro externo do duto [m].
- f : é um coeficiente de ascensão, determinado experimentalmente cujos valores são 0,5 para solos densos e 0,1 para solos fofos.

Para solos *coesivos*, W_0 é dado por:

$$W_0 = W_d + c D_e \min[3, C / D_e] \quad (E4)$$

onde:

- c : é a tensão de cisalhamento do solo [N/m²].

O último termo é multiplicado pelo menor parâmetro entre 3 e a razão de enterramento (C/D_e).

- Modelagem do Solo por Molas Segundo ASCE

Nesta modelagem por molas, o solo não apresenta apenas uma carga vertical máxima constante. A carga sobre o duto passa a ser proporcional ao seu deslocamento vertical, ou seja, conforme o deslocamento vertical aumenta, a carga vertical sobre o duto também aumenta até chegar a um valor máximo W_0 que corresponde a um

deslocamento máximo V_L definido como limite proporcional do solo. A partir daí, qualquer deslocamento adicional que o duto venha a ter, a carga sentida sobre ele é a mesma, constante, e igual a W_0 . Assim, segundo a ASCE, o solo é modelado com um comportamento carga *versus* deslocamento bi-linear, definido por duas regiões: uma região de proporcionalidade e outra de carga constante. O modelo bi-linear será apresentado mais adiante.

Vale lembrar que este modelo apresentado pela ASCE não menciona nada sobre o efeito de descarregamento do solo, a plastificação do mesmo e/ou o efeito histerético quando submetido a um carregamento cíclico.

A ASCE apresenta a seguinte modelagem do valor máximo W_0 de acordo com os tipos de solo:

- Areia:

$$W_0 = N_{qv} \gamma C D_e \quad (\text{E5})$$

$$\text{onde } N_{qv} = \left(\frac{\phi C}{44 D_e} \right) \text{ se } < N_q = \exp[\pi \tan(\phi)] \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\text{densa} \rightarrow V_L = \begin{cases} 0,01C & \text{se } 0,01C < 0,1D_e \\ 0,1D_e & \text{se } 0,01C > 0,1D_e \end{cases} \quad (\text{E6})$$

$$\text{fofa} \rightarrow V_L = \begin{cases} 0,02C & \text{se } 0,02C < 0,1D_e \\ 0,1D_e & \text{se } 0,02C > 0,1D_e \end{cases}$$

- Argila:

$$W_0 = N_{cv} c D_e \quad (\text{E7})$$

$$\text{onde } N_{cv} = 2 \left(\frac{C}{D_e} \right) \text{ se } < 10$$

$$pesada \rightarrow V_L = \begin{cases} 0,1C & se \ 0,1C < 0,2D_e \\ 0,2D_e & se \ 0,1C > 0,2D_e \end{cases} \quad (E8)$$

$$leve \rightarrow V_L = \begin{cases} 0,2C & se \ 0,2C < 0,2D_e \\ 0,2D_e & se \ 0,2C > 0,2D_e \end{cases}$$

onde:

- N_{cv} : fator de ascensão vertical para argila (0 para $c = 0$);
- N_{qv} : fator de ascensão vertical para areia (0 para $\phi = 0^\circ$);
- ϕ : ângulo de atrito interno do solo [graus];
- c - coesão do solo da porção de preenchimento [Pa];
- D_e - diâmetro externo do duto [m];
- C - profundidade de enterramento [m];
- γ : peso específico total do solo [N/m^3];
- V_L : limite proporcional do solo [m];

Para se utilizar os parâmetros W_0 das modelagens descritas acima, em geral, representa-se o comportamento do solo de duas maneiras, ambas utilizadas por Tvergaard e Needleman e que apresentaram boa correlação com dados empíricos obtidos experimentalmente por estes autores.

Modelo Bi-linear: como descrito anteriormente, o comportamento do solo apresenta uma região de proporcionalidade entre a carga vertical e o deslocamento vertical do duto (fase elástica) e outra região de carga vertical indiferente com o deslocamento. O modelo bi-linear pode ser expresso da seguinte maneira em termos do carregamento vertical sobre o duto:

$$W_{V-V_0} = \begin{cases} \frac{W_0}{V_L} (V - V_0) & se \ (V - V_0) < V_L \\ W_0 & se \ (V - V_0) > V_L \end{cases} \quad (E8)$$

Modelo Exponencial: este modelo considera uma reação exponencial do solo, sugerida por Tvergaard e Needleman, que se aproxima do modelo bi-linear. Este modelo pode ser expresso da seguinte forma:

$$W_{V-V_0} = W_0 \left(1 - \exp \left[\frac{-(V - V_0)}{V_L} \right] \right) \quad (\text{E9})$$

Ambos os modelos (exponencial e bi-linear) utilizam o mesmo limite proporcional do solo V_L . Vale lembrar que o modelo para carga máxima W_0 de Palmer et al não apresenta uma formulação para o cálculo de V_L , mas Tvergaard e Needleman utilizam o modelo de Palmer et al e calculam V_L experimentalmente num modelo reduzido e num modelo real, ambos apresentando uma boa correlação.

Além disso, Tvergaard e Needleman consideram que a flambagem acontece a partir do momento em que a carga do solo sobre o duto alcança o valor máximo W_0 .

Um exemplo pode ser visto para os dois modelos (exponencial e bi-linear) na Figura E.1 em que se utilizam dados reais descritos na Tabela E.1 para areia densa, segundo a modelagem por molas da ASCE.

Tabela E.1 – Dados para a reação vertical máxima e limite proporcional para um enterramento de 1 m.

Solo	Tipo	W_0 [kN/m]	V_L [mm]
Areia	densa	12,27	10,00
	fofa	12,27	20,00
Argila	pesada	24,0	81,28
	leve	24,0	81,28

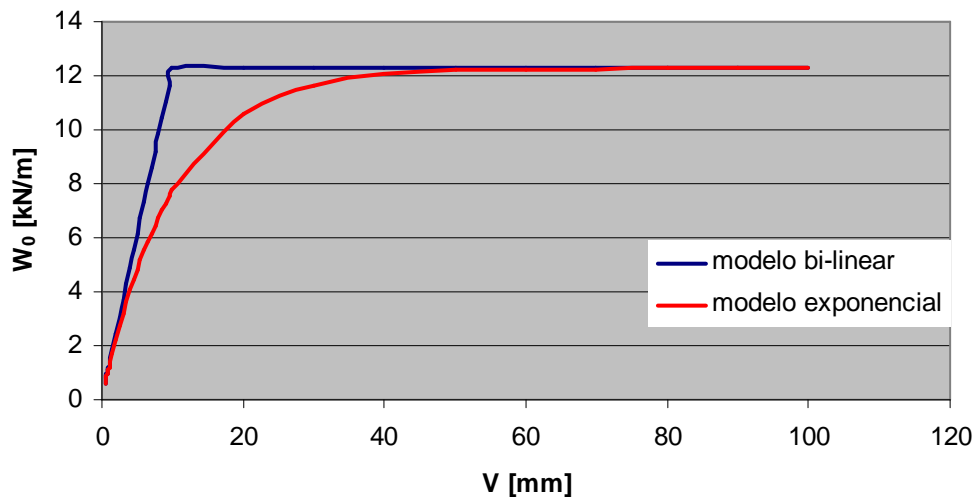


Figura E.1 - Comparação entre os modelos bi-linear e exponencial para areia.

De acordo com a Figura E.1, conforme o duto flamba sua amplitude aumenta e a carga vertical do solo sobre o duto também aumenta até atingir um valor máximo W_0 . Nota-se também que o modelo exponencial é mais conservativo que o bi-linear, pois para um mesmo valor de deflexão a resistência do solo é menor.

Pela modelagem do solo por molas segundo a ASCE, o solo que apresentar menor deslocamento durante a fase elástica (menor V_L) (ver gráfico bi-linear da Figura E.1) e menor carga máxima W_0 , será o de menor resistência ao movimento do duto, mostrando ser o pior caso.

ANEXO F Dados utilizados nas figuras do Capítulo 3

Tabela F.1 – Dados do duto utilizado nos gráficos das formulações teóricas

Dados	Símbolo	Valor
<i>Diâmetro Externo [mm]</i>	<i>D</i>	25,4
<i>Espessura [mm]</i>	<i>t</i>	0,9
<i>Módulo de Elasticidade [GPa]</i>	<i>E</i>	120
<i>Momento de Inércia [mm⁴]</i>	<i>I</i>	5201,95
<i>Área Transversal [mm²]</i>	<i>A</i>	69,24
<i>Rigidez Flexional [Nm²]</i>	<i>EI</i>	624,23
<i>Rigidez Axial [N]</i>	<i>EA</i>	8,3x10 ⁶
<i>Peso Distribuído [N/m]</i>	<i>W</i>	10,32
<i>Coefficiente de Expansão Térmica [°C⁻¹]</i>	<i>α</i>	1,77x10 ⁻⁵
<i>Pressão Interna [MPa]</i>	<i>P_{int}</i>	1,4
<i>Coefficiente de Poisson</i>	<i>ν</i>	0,33
<i>Limite de Escoamento [MPa]</i>	<i>σ_e</i>	274,4

ANEXO G *Dados dos resultados experimentais*

- Teste de dilatação térmica axial

Pressão = 30 psi

Tabela G.1 – Dados do ensaio de dilatação com pressão de 30 psi

1º ensaio	Temperatura Média (°C)	32,2	46,8	60,5	77,4	88,4
	Relógio Comparador (mm)	1,23	4,23	7,09	10,61	13,01
2º ensaio	Temperatura Média (°C)	32,4	46,8	61,0	75,6	85,9
	Relógio Comparador (mm)	1,91	4,94	7,87	10,85	12,77
3º ensaio	Temperatura Média (°C)	31,2	45,6	59,8	75,6	87,9
	Relógio Comparador (mm)	1,16	4,22	7,22	10,6	13,48
Média dos Ensaio	Temperatura Média (°C)	31,9	46,4	60,4	76,2	87,4
	Relógio Comparador (mm)	1,43	4,46	7,39	10,69	13,09

Pressão = 200 psi

Tabela G.2 – Dados do ensaio de dilatação com pressão de 200 psi

1º ensaio	Temperatura Média (°C)	26,7	46,2	59,5	77,2	88,8
	Relógio Comparador (mm)	1,65	5,7	8,52	12,24	14,53
2º ensaio	Temperatura Média (°C)	27,0	44,8	58,3	71,8	85,0
	Relógio Comparador (mm)	1,65	5,38	8,29	11,15	14,07
3º ensaio	Temperatura Média (°C)	26,5	45,9	58,8	73,3	84,8
	Relógio Comparador (mm)	1,55	5,6	8,35	11,52	13,79
Média dos Ensaio	Temperatura Média (°C)	26,7	45,6	58,8	74,1	86,2
	Relógio Comparador (mm)	1,62	5,56	8,39	11,64	14,13

- Relação entre a altura H x comprimento de duto suspenso L na Pré-Flambagem

Tabela G.3 – Dados de H x L do ensaio de pré-flambagem

H (m)	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12
Lteórico (m)	6,985	8,307	9,193	9,879	10,446	10,933
L 1º ensaio (m)	6,9	8	8,9	9,7	10,4	11,0
L 2º ensaio (m)	7	8,13	9,25	9,85	10,425	10,81
L 3º ensaio (m)	7,03	8,11	9,2	9,8	10,4	10,8
Lexp médio (m)	6,98	8,08	9,12	9,78	10,41	10,87

- Flambagem do duto com imperfeição inicial (apoio)

✓ Imperfeição de 20 mm:

Tabela G.4 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 20 mm

1º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	4,05	18,35	32,1	45,05	57,6
	Altura H (mm)	20	20	20	92,3	123,3	142,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,764	11,765	11,767	11,767	11,770
	Comp. Duto Suspenso L (m)	4,745	4,745	4,745	5,570	6,302	6,565
2º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	7,15	20,25	34,15	47,4	54,85
	Altura H (mm)	20	20	20	100,3	128,3	146,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,765	11,767	11,768	11,769	11,771
	Comp. Duto Suspenso L (m)	4,745	4,745	4,745	5,018	6,392	6,623
3º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	5,5	19,15	33,35	46,35	50,45
	Altura H (mm)	20	20	51,3	97,3	128,3	138,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,765	11,766	11,768	11,771	11,772
	Comp. Duto Suspenso L (m)	4,745	4,745	4,745	5,615	6,385	6,490

Tabela G.5 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 40 mm

1º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	5,65	19	33,9	46,8	53,7
	Altura H (mm)	40	40	56,3	102,3	132,3	143,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,765	11,766	11,768	11,772	11,774
	Comp. Duto Suspenso L (m)	7,885	4,727	4,727	6,025	6,447	6,616
2º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	7,75	21,45	36	48,8	
	Altura H (mm)	40	40	60,3	105,3	132,3	
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,765	11,766	11,768	11,771	
	Comp. Duto Suspenso L (m)	7,885	4,725	4,725	6,095	6,403	
3º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	4,65	18,6	32,6	45,4	53,8
	Altura H (mm)	40	40	57,3	101,3	131,3	141,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,765	11,766	11,769	11,772	11,774
	Comp. Duto Suspenso L (m)	5,639	4,733	4,750	5,975	6,385	6,614

Tabela G.6 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 60 mm

1º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	3,15	17,75	31,7	44,65	52,75
	Altura H (mm)	60	60	61,3	99,3	129,3	141,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,766	11,767	11,769	11,771	11,774
	Comp. Duto Suspenso L (m)	8,500	8,033	4,726	5,960	6,384	6,545
2º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	8,9	22,55	36,85	50,85	59,05
	Altura H (mm)	60	60	72,3	109,3	139,3	154,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,766	11,768	11,770	11,773	11,776
	Comp. Duto Suspenso L (m)	8,572	5,594	5,138	6,117	6,533	6,717
3º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	6,2	20	33,7	46,7	56,25
	Altura H (mm)	60	60	64,3	106,3	134,3	152,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,766	11,767	11,768	11,771	11,773	11,775
	Comp. Duto Suspenso L (m)	8,490	5,589	4,738	6,076	6,468	6,783

Tabela G.7 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 80 mm

1º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	4,25	18,8	33,1	46,65	54,85
	Altura H (mm)	80	80	80	107,3	136,3	150,3
	Comprimento Total L_{total} (mm)	11767	11768	11769	11772	11774	11776
	Comp. Duto Suspenso L (mm)	10,675	8,73	5,445	6,079	6,48	6,635
2º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	4,5	18,5	32,2	45,45	52,95
	Altura H (mm)	80	80	80	104,3	133,3	147,3
	Comprimento Total L_{total} (mm)	11767	11768	11770	11772	11774	11777
	Comp. Duto Suspenso L (mm)	10,675	8,712	5,441	6,044	6,449	6,608
3º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	3,95	17,45	32	44,9	53,65
	Altura H (mm)	80	80	80	104,3	132,3	148,3
	Comprimento Total L_{total} (mm)	11765	11766	11767	11769	11771	11775
	Comp. Duto Suspenso L (mm)	9,007	8,755	5,473	6,068	6,455	6,61

Tabela G.8 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 100 mm

1º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	4,25	18,8	33,1	46,65	54,85
	Altura H (mm)	80	80	80	107,3	136,3	150,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,767	11,768	11,769	11,772	11,774	11,776
	Comp. Duto Suspenso L (m)	10,675	8,730	5,445	6,079	6,480	6,635
2º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	4,5	18,5	32,2	45,45	52,95
	Altura H (mm)	80	80	80	104,3	133,3	147,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,767	11,768	11,770	11,772	11,774	11,777
	Comp. Duto Suspenso L (m)	10,675	8,712	5,441	6,044	6,449	6,608
3º ensaio	Varição de Temperatura (°C)	0	3,95	17,45	32	44,9	53,65
	Altura H (mm)	80	80	80	104,3	132,3	148,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,765	11,766	11,767	11,769	11,771	11,775
	Comp. Duto Suspenso L (m)	9,007	8,755	5,473	6,068	6,455	6,610

Tabela G.9 – Dados experimentais com imperfeição inicial de 120 mm

1º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	6,4	15,9	29,85	42,9	48,6
	Altura H (mm)	120	120	120	120	139,3	152,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,768	11,768	11,769	11,772	11,775	11,776
	Comp. Duto Suspenso L (m)	10,812	10,697	8,465	6,173	6,520	6,628
2º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	8,1	17,55	31,35	44,15	53,45
	Altura H (mm)	120	120	120	120	142,3	155,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,767	11,767	11,768	11,770	11,773	11,776
	Comp. Duto Suspenso L (m)	10,920	10,687	8,458	6,164	6,519	6,625
3º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	9,8	16,75	31	42,9	52,95
	Altura H (mm)	120	120	120	120	140,3	157,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,766	11,767	11,769	11,771	11,774	11,777
	Comp. Duto Suspenso L (m)	10,895	9,404	8,450	6,175	6,524	6,707

Tabela G.10 – Tabela dos valores médios de H e L dos ensaios obtidos para cada imperfeição e sua comparação com os valores teóricos pelo modelo de base rígida de Kerr.

Imperfeição inicial	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		5,6		19,3		33,2		46,3		54,3	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
20 mm													
	H (mm)	20,0	20,0	20,0	20,0	41,0	30,4	90,0	96,6	123,0	126,6	139,0	142,3
	L (m)	4,734	4,745	4,734	4,745	5,665	4,745	6,895	5,401	7,455	6,360	7,687	6,559
40 mm	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		6,0		19,7		34,2		47,0		53,8	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
	H (mm)	40,0	40,0	40,0	40,0	46,0	58,0	93,0	103,0	124,0	132,0	138,0	142,3
	L (m)	5,630	7,136	5,630	4,728	5,830	4,734	6,952	6,032	7,470	6,412	7,673	6,615
60 mm	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		6,1		20,1		34,1		47,4		56,0	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
	H (mm)	60,0	60,0	60,0	60,0	52,0	66,0	92,0	105,0	124,0	134,3	142,0	149,3
	L (m)	6,230	8,521	6,230	6,405	6,011	4,867	6,933	6,051	7,470	6,462	7,728	6,682
80 mm	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		4,2		18,3		32,4		45,7		53,8	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
	H (mm)	80,0	80,0	80,0	80,0	40,0	80,0	87,0	105,3	122,0	134,0	138,0	148,6
	L (m)	6,695	10,119	6,695	8,732	5,630	5,453	6,837	6,064	7,440	6,461	7,673	6,618
100 mm	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		5,3		18,8		32,8		43,9		53,9	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
	H (mm)	100,0	100,0	100,0	100,0	41,0	100,0	88,0	111,0	120,0	135,3	138,0	154,3
	L (m)	7,079	10,769	7,079	10,054	5,665	6,491	6,856	6,082	7,409	6,447	7,673	6,642
120 mm	$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	0,0		8,1		16,7		30,7		43,3		51,7	
		teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado	teórico	observado
	H (mm)	120,0	120,0	120,0	120,0	120,0	120,0	81,0	120,0	119,0	140,6	136,0	155,0
	L (m)	7,409	10,876	7,409	10,263	7,409	8,458	6,716	6,171	7,394	6,521	7,645	6,653

- Flambagem do duto sem imperfeição inicial

Tabela G.11 – Dados experimentais sem imperfeição

1º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	13,55	26,75	40,65	58,05
	Altura H (mm)	3	8,3	97,3	133,3	166,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,765	11,770	11,773	11,776
	Comp. Duto Suspenso L (m)	3,554	3,253	6,210	6,505	6,902
	Posição da Imperfeição de Flambagem (m)*	2,8	2,6	6	6	6,1
2º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	15,05	28,85	42,4	58,8
	Altura H (mm)	2,3	13,3	109,3	142,3	168,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,765	11,773	11,775	11,777
	Comp. Duto Suspenso L (m)	3,555	3,355	6,222	6,710	6,800
	Posição da Imperfeição de Flambagem (m)*	2,8	2,5	6	6,11	6,11
3º ensaio	Variação de Temperatura (°C)	0	10,8	24,85	43,15	56,5
	Altura H (mm)	4,3	13,3	103,3	147,3	168,3
	Comprimento Total L_{total} (m)	11,764	11,765	11,773	11,773	11,777
	Comp. Duto Suspenso L (m)	3,454	3,400	6,320	6,625	7,010
	Posição da Imperfeição de Flambagem (m)*	3	2,4	6,12	6,12	6,12

* Este parâmetro se refere à posição da altura máxima de flambagem ao longo da seção experimental tendo como referência uma das extremidades engastadas

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)