

**ANEZIO ALVES DE OLIVEIRA JÚNIOR**

**MODELAGEM DE UMA PERNA DE ROBÔ COM  
BASE NO MECANISMO DE BENNETT**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2006**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**ANEZIO ALVES DE OLIVEIRA JÚNIOR**

**MODELAGEM DE UMA PERNA DE ROBÔ COM BASE NO  
MECANISMO DE BENNETT**

**Dissertação** apresentada ao programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Área de Concentração:** Mecânica dos Sólidos e Vibrações

**Orientador:** Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho

**UBERLÂNDIA – MG**

**2006**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

O48m      Oliveira Júnior, Anezio Alves de, 1980-  
              Modelagem de uma perna de robô com base no mecanismo de Bennett /  
              Anezio Alves de Oliveira Júnior. - 2006.  
              162f. : il.  
              Orientador: João Carlos Mendes Carvalho.  
              Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
              Inclui bibliografia.  
              1. Robótica - Teses. I. Carvalho, João Carlos Mendes. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 681.3 : 007.52

Este trabalho é dedicado a meus pais,  
Anésio e Marta,  
que me ajudaram a me tornar o que hoje sou  
e também à mulher que Deus me deu por fiel companheira  
minha amada e querida esposa,  
Cristiane

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pela perseverança e força que me deu para concluir esse trabalho. Também agradeço a Ele por ter me ajudado a enfrentar as adversidades que se levantaram contra mim durante essa fase de minha vida.

Agradeço à Cristiane L. S. de Oliveira, minha querida e amada esposa, que sempre me incentivou e me ajudou a encontrar forças e motivação para levar essa jornada até o fim.

Agradeço a toda minha família que sempre me incentivou em meus estudos. Em especial agradeço a meus pais, Anésio A. Oliveira e Marta M. Oliveira, pois sem o seu apoio, este trabalho não teria sido começado por mim e menos ainda teria sido concluído.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. João Carlos Mendes Carvalho, que sempre foi um grande amigo e companheiro nas horas difíceis de minha vida. Agradeço pela paciência que teve comigo durante minha orientação, que vem desde os tempos de iniciação científica.

Eu também não poderia deixar de agradecer ao Prof. Dr. Ricardo Fortes de Miranda, pelo seu apoio e incentivo nessa jornada e também a meus amigos e colegas de laboratório, que sempre se dispuseram a me ajudar quando tive necessidade.

Agradeço à CAPES (Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de estudos que me foi concedida, e também à FEMEC – UFU, pela estrutura física que me foi disponibilizada para o desenvolvimento desse trabalho.

“Assim diz o Senhor: Não se glorie o sábio na sua sabedoria, nem se glorie o forte na sua força; não se glorie o rico nas suas riquezas, mas o que se gloriar glorie-se nisto: em Me conhecer e saber que Eu sou o Senhor, que faço beneficência, juízo e justiça na terra; porque destas cousas me agrado, diz o Senhor”.

Jeremias 9: 23, 24

## Sumário

<b>RESUMO</b>	<b>ix</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>x</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xviii</b>
<b>CAPÍTULO 1 – Introdução</b>	<b>001</b>
<b>CAPÍTULO 2 – Robótica</b>	<b>005</b>
2.1 – Introdução	005
2.2 – Robôs móveis	011
2.3 – Robôs com pernas	016
<b>CAPÍTULO 3 – Mecanismos</b>	<b>037</b>
3.1 – Introdução	037
3.2 – Componentes de um mecanismo	041
3.3 – Tipos de mecanismo	047
3.4 – Número de graus de liberdade de um mecanismo	048
3.5 – Mecanismos de quatro barras do tipo 4R	051
3.5.1 – <i>Mecanismo plano de quatro barras</i>	<i>053</i>
3.5.2 – <i>Mecanismo esférico de quatro barras</i>	<i>054</i>
3.5.3 – <i>Mecanismo espacial de quatro barras</i>	<i>054</i>
3.6 – Mecanismo de Bennett	056

<b>CAPÍTULO 4 – Modelagem do mecanismo de Bennett como perna de um robô móvel</b>	<b>061</b>
4.1 – Introdução	061
4.2 – Modelagem cinemática	062
4.3 – Método de análise e seleção da trajetória do pé	073
4.4 – Famílias de curvas	077
4.5 – Conclusão	099
<b>CAPÍTULO 5 – Transposição de obstáculos</b>	<b>101</b>
5.1 – Introdução	101
5.2 – Procedimentos para a transposição de obstáculos	102
5.3 – Procedimentos de transposição de obstáculos pela variação do parâmetro $m$	112
5.4 – Procedimento de transposição de obstáculos pelo reposicionamento da perna	119
5.5 – Transposição de obstáculos pela combinação do reposicionamento da perna e da variação do parâmetro $m$	121
5.6 – Conclusão	122
<b>CAPÍTULO 6 – Projeto e simulação de um protótipo</b>	<b>125</b>
6.1 – Introdução	125
6.2 – Protótipo modelado	126
6.3 – Simulações gráficas	131
6.4 – Conclusão	135
<b>CAPÍTULO 7 – Conclusão e trabalhos futuros</b>	<b>137</b>
7.1 – Conclusão	137
7.2 – Trabalhos futuros	138
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>139</b>
<b>ANEXOS</b>	
A – Modelo Geométrico Direto do mecanismo de Bennett	147
B – Programa de geração de trajetórias do pé	149

C – Função para a plotagem das linhas de ação do mecanismo	154
D – Cálculo da Regressão Linear Múltipla	156
E – Programa de geração da família de trajetórias da variável $m$	159

OLIVEIRA JR, A. A. **Modelagem de uma perna de robô com base no mecanismo de Bennett**. 2006. 162 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

## RESUMO

O objetivo desse trabalho é apresentar o desenvolvimento de uma perna robótica, modelada com base em um mecanismo espacial de quatro barras do tipo 4R, denominado mecanismo de Bennett. Sabe-se que com uma configuração adequada desse mecanismo é possível descrever uma trajetória espacial, com perfil similar ao perfil de um passo, utilizando apenas um grau de liberdade. Em função disso, a perna modelada é bem mais simples do que a grande maioria das pernas que são utilizadas atualmente nos robôs móveis. Em função da necessidade de se transpor obstáculos, foram adicionados à perna dois graus de liberdade, dando a ela uma maior mobilidade. Esses graus de liberdade adicionais não comprometem o desempenho da estrutura, pois são utilizados apenas durante a transposição de obstáculos, que é uma situação na qual o robô normalmente se movimenta a velocidades mais baixas. A perna modelada, apesar de não ter tido sua configuração otimizada, apresentou resultados satisfatórios, sendo capaz de transpor obstáculos de dimensões comparativas às dimensões da perna. As simulações gráficas confirmam que as dimensões físicas da estrutura exercem grande influência sobre as dimensões de obstáculos que a perna pode transpor.

*Palavras chave: perna robótica, mecanismo de Bennett, robô móvel, robótica.*

OLIVEIRA JR, A. A. **Modeling of a robotic leg based on the Bennett's linkage.** 2006. 162 f. M. Sc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

## **ABSTRACT**

The purpose of this work is to present the development of a robotic leg, based on a four-bar 4R spatial mechanism, named as Bennett's mechanism. Using an adequate configuration of this mechanism, it is possible to describe a spatial curve, which is similar to the profile of a gait, using only one degree of freedom. Due to its simplicity, the modeled leg is simpler than the legs which are currently used on the mobile robots. To make easy the obstacles transposition, another two degrees of freedom had been added to the leg, allowing it a higher mobility. These additional degrees of freedom don't compromise the performance of the structure because they are used just during the crossing of the obstacle, where the robot normally moves at lower speeds. The modeled leg, although not to have its configuration optimized, it has presented good results, being capable of crossing obstacles of considerable dimensions, comparing to its own dimensions. Graphical simulations have shown that the physical dimensions of the structure influence the dimensions of the obstacle that the leg can transpose.

*Keywords: robotic leg, Bennett's mechanism, mobile robots, robotics*

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO II

<b>2.1:</b> Criança autômata que desenha e escreve( <a href="http://www.automates-anciens.com/versao_%20portuguesa/quadros/quadro_portugues.htm">http://www.automates-anciens.com/versao_%20portuguesa/quadros/quadro_portugues.htm</a> )	006
<b>2.2:</b> Robô serial Kuka – KR 500-2 (KUKA ROBOT GROUP)	009
<b>2.3:</b> Robô paralelo produzido pela ABB – IRB 340 FlexPicker (ABB Brasil)	011
<b>2.4:</b> Shrimp III (BLUEBOTICS CORP, 2006)	013
<b>2.5:</b> MRUV-100 (HDE MANUFACTURING INC.)	013
<b>2.6:</b> Robô dotado de pernas com controle manual (RAIBERT, 1986)	014
<b>2.7:</b> Robô Asimo, construído pela Honda	015
<b>2.8:</b> Representação esquemática do EP-WAR2 (FIGLIOLINI; CECCARELLI, 2001)	016
<b>2.9:</b> Robô Hexápode RHex (MOORE, 2002)	018
<b>2.10:</b> Robô monópode (RAIBERT, 1986)	020
<b>2.11:</b> LAURON II	021
<b>2.12:</b> Configuração das pernas de um robô nas formas de (a) mamífero e (b) inseto	022
<b>2.13:</b> Esquema representativo de uma perna do ASV (SONG et al. 1984)	023
<b>2.14:</b> ASV – Adaptive Suspension Vehicle ( <a href="http://www.ece.osu.edu/~klein/robotics/walker.jpg">www.ece.osu.edu/~klein/robotics/walker.jpg</a> )	023
<b>2.15:</b> Robô AMBLER (KROTKOV; SIMMONS; WHITTAKER, 1992)	024
<b>2.16:</b> Montagem de uma perna do TUM (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995)	025
<b>2.17:</b> Estrutura da perna do TUM (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995)	026
<b>2.18:</b> Visualização esquemática do robô TUM – Technical University	

in Munich (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995)	026
<b>2.19:</b> CARL ( <a href="http://www.cim.mcgill.ca/research/94-95AnualReport/node92.htm">www.cim.mcgill.ca/research/94-95AnualReport/node92.htm</a> )	028
<b>2.20:</b> R-III (NELSON et al., 1997)	030
<b>2.21:</b> Perna com arquitetura do tipo SCARA (GRIECO et al., 1998)	032
<b>2.22:</b> Hexápode com pernas do tipo SCARA (GRIECO et al., 1998)	032
<b>2.23:</b> Hexápode pneumático (DELCOMYN; NELSON, 2000)	033
<b>2.24:</b> Hexápode inseto/mamífero (ZIELINSKA; HENG, 2002)	034

### CAPÍTULO III

<b>3.1 –</b> Desenho esquemático de um odômetro romano (HARTENBERG; DENAVITT, 1964)	038
<b>3.2:</b> Mecanismo de Watt	039
<b>3.3:</b> Mecanismo plano de quatro barras com uma barra ternária	042
<b>3.4:</b> Fechamento por força	043
<b>3.5:</b> Articulações de primeira e segunda ordem	044
<b>3.6:</b> Tipos de articulações (pares inferiores): (a) de rotação, (b) prismática, (c) do tipo parafuso, (d) cilíndrica, (e) esférica e (f) planar (HARTENBERG; DENAVIT, 1964)	046
<b>3.7:</b> Mecanismo de Stephenson	048
<b>3.8:</b> Mecanismo sem restrição	049
<b>3.9:</b> Inversões do mecanismo plano de quatro barras. Menor barra: 4; Maior barra: 3. (a) manivela balancim, (b) manivela dupla, (c) manivela balancim e (d) balancim duplo	053
<b>3.10:</b> Mecanismo de Whitworth	054
<b>3.11:</b> Mecanismo esférico de quatro barras (AL-WIDYAN; ANGELES, 2003)	055
<b>3.12:</b> Mecanismo espacial de quatro barras – Mecanismo de Bennett (HO, 1977)	055

## CAPÍTULO IV

- 4.1:** Mecanismo de Bennett com os parâmetros utilizados para sua análise 063
- 4.2:** Referenciais utilizados na modelagem cinemática do mecanismo de Bennett 064
- 4.3:** Esquema geral da perna com parâmetros utilizados na modelagem Cinemática 067
- 4.4:** Esquema geral da perna com o prolongamento segundo uma reta 067
- 4.5:** Trajetória plotada para a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  
 $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$ ; e  $n = 1,8r$  069
- 4.6 –** Sistema referencial utilizado para a geração da trajetória do passo 070
- 4.7:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a curva plotada  
 com a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  
 $m = 50mm$  e  $n = 1,8r$  075
- 4.8:** Trajetória plotada para a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  
 $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -5,12^\circ$ ;  $\beta = 6,88^\circ$   
 e  $\gamma = -32,20^\circ$  077
- 4.9:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a curva com  
 configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$ ;  
 $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -5,12^\circ$ ;  $\beta = 6,88^\circ$  e  $\gamma = -32,20^\circ$  078
- 4.10:** Curvas para o ângulo  $\theta_2$  variando de  $-75^\circ$  até  $75^\circ$ , em intervalos de  $10^\circ$ .  
 Plotagem para  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = r$ ;  $m = 20mm$  e  $n = 1,5r$  079
- 4.11:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da  
 variação de  $\theta_2$ . Configuração plotada:  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  
 $L = r$ ;  $m = 20mm$  e  $n = 1,5r$  080
- 4.12:** Curvas para o ângulo  $\theta_9$  variando de  $-180^\circ$  até  $180^\circ$ , em intervalos de  $20^\circ$ .  
 Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = r$ ;  $m = 20mm$  e  $n = 1,5r$  082
- 4.13:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da  
 variação de  $\theta_9$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  
 $L = r$ ;  $m = 20mm$  e  $n = 1,5r$  083
- 4.14:** Curvas para o prolongamento  $L$  variando de  $-2,5r$  até  $2,5r$ , em intervalos  
 de  $0,25r$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $m = 20mm$

- e  $n = 1,5r$  084
- 4.15:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $L$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $m = 20mm$  e  $n = 1,5r$  085
- 4.16:** Curvas para o prolongamento  $m$  variando de  $-90mm$  até  $90mm$ , em intervalos de  $15mm$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$  e  $n = 1,5r$  086
- 4.17:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $m$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$  e  $n = 1,5r$  087
- 4.18:** Curvas para o prolongamento  $n$  variando de  $n = -3r$  até  $n = 2,5r$ , em intervalos de  $0,25r$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$  e  $m = -30mm$  088
- 4.19:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $n$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$  e  $m = -30mm$  089
- 4.20:** Trajetórias plotadas com  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30mm$  e (a)  $n = 1r$  e (b)  $n = 3r$  090
- 4.21:** Representação gráfica de  $\Delta H$  091
- 4.22:** Curvas para a relação  $r_a$  variando de 1,2 até 5,2, em intervalos de 0,4. Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r = 74,07mm$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 148,15mm$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 148,15mm$  092
- 4.23:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $r_a$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r = 74,07mm$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 148,15mm$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 148,15mm$  093
- 4.24:** Trajetória plotada para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 2r$ ;  $r_a = 1,8$ ;  $\alpha = -78,02^\circ$ ;  $\beta = 11,43^\circ$  e  $\gamma = 13,83^\circ$  094
- 4.25:** Curvas do comprimento R de  $135mm$  até  $300mm$ , em intervalos de  $15mm$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 148,15mm$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 148,15mm$  096

- 4.26:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $R$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 2r$  097
- 4.27:** Trajetória escolhida com a configuração final:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -85,33^\circ$ ;  $\beta = -22,24^\circ$  e  $\gamma = -109,35^\circ$  099
- 4.28:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a trajetória escolhida, plotada com a configuração final:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  100

## CAPÍTULO V

- 5.1:** Trajetória descrita pelo pé do robô com a definição do passo. Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  103
- 5.2:** Representação de três ciclos de movimento consecutivos com identificação do espaço livre entre eles ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$ ) 104
- 5.3:** Posições relativas do prolongamento da perna em relação à trajetória em um ciclo de movimento ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$ ) 105
- 5.4:** Trajetórias traçadas para  $\theta_9 = 0^\circ$ ,  $\theta_9 = -30^\circ$ ,  $\theta_9 = -45^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  106
- 5.5:** Recuo da trajetória após a rotação do pé. Trajetórias plotadas para  $\theta_9 = 0^\circ$ ,  $\theta_9 = -15^\circ$ ,  $\theta_9 = -30^\circ$ ,  $\theta_9 = -45^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  107
- 5.6:** Trajetórias traçadas para  $L = 2,1r$ ,  $L = 2,5r$ ,  $L = 3r$ ,  $L = 3,5r$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;

- $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  108
- 5.7:** Trajetórias traçadas para  $n = 1,8r$ ,  $n = 2r$ ,  $n = 2,5r$ ,  $n = 3r$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  
 $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $m = -30mm$  109
- 5.8:** Trajetórias traçadas para  $m = -30mm$ ,  $m = 30mm$ ,  $m = 90mm$ ,  $m = 150mm$   
e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  110
- 5.9:** Comportamento da trajetória com a variação de  $m$ :  $m = -130mm$ ,  
 $m = -80mm$ ,  $m = -30mm$ ,  $m = 30mm$ ,  $m = 80mm$ ,  $m = 130mm$   
e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  111
- 5.10:** Trajetórias limite para evitar colisões no início e no final da trajetória:  
 $m = -105mm$ ,  $m = -30mm$ ,  $m = 6mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  
 $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  113
- 5.11:** Obstáculos que podem ser transpostos com a supressão de um passo.  
( $m = -30mm$ ,  $m = 100mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  
 $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ ) 114
- 5.12:** Superação de obstáculo colocado no início do passo:  $m = -30mm$ ,  $m = 6mm$   
e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  116
- 5.13:** Superação de obstáculo colocado no final do passo:  $m = -105mm$ ,  $m = -30mm$   
e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  117
- 5.14:** Superação de obstáculos colocados no início e no final do passo:  
 $m = -105mm$ ,  $m = -30mm$ ,  $m = 6mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  
 $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$  118
- 5.15:** Trajetórias plotadas para a perna rotacionada  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $30^\circ$  ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  
 $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$ ) 120
- 5.16:** Trajetórias plotadas para a perna rotacionada de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $30^\circ$ . Maiores  
obstáculos transponíveis para a rotação de  $30^\circ$  para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  
 $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$  121
- 5.17:** Maior obstáculo que a perna pode transpor. Efeito combinado pela variação  
de  $m$  e do reposicionamento da perna ( $m = -30mm$ ;  $m = 6mm$ ; e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  
 $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ ) 122

## CAPÍTULO VI

<b>6.1:</b> Proximidade entre a biela móvel e a biela fixa do mecanismo de Bennett durante seu movimento	125
<b>6.2:</b> Representação 3D do protótipo da perna	127
<b>6.3:</b> Posição de operação da perna: (a) vista lateral e (b) vista frontal	128
<b>6.4:</b> Posição inicial do prolongamento da perna na biela móvel do mecanismo de Bennett	130
<b>6.5:</b> Obstáculo mais alto transponível com a perna reposicionada por uma rotação de $30^\circ$ e $m = 46mm$	131
<b>6.6:</b> Vista superior da transposição de um obstáculo por dois pés diferentes	133
<b>6.7:</b> Transposição de um obstáculo pelo reposicionamento da perna	134

## LISTA DE SÍMBOLOS

### CAPÍTULO II

$\alpha$  – ângulo de rotação da perna do robô TUM

$\beta$  – ângulo entre o primeiro e o segundo segmento das pernas do robô TUM

$\gamma$  – ângulo entre o segundo e o terceiro segmento das pernas do robô TUM

$\varphi$  – ângulo de posicionamento em relação à longitudinal do corpo do robô TUM

$\psi$  – ângulo de posicionamento em relação à vertical do corpo do robô TUM

### CAPÍTULO III

$a_i$  – comprimentos das barras de um mecanismo genérico

$a, b, c$  e  $d$  – comprimentos das barras de um mecanismo genérico

$f$  – máximo número de variáveis independentes de um corpo rígido

$g$  – número total de articulações de um mecanismo

$n_i$  e  $i = 1, 2$  e  $3$  – Barras de um mecanismo

$n$  – número de barras de um mecanismo

$u$  – número de movimentos restritos por uma articulação

$A, A^*, B, B^*$  – articulações de rotação genéricas de um mecanismo esférico

$C$  – articulação cilíndrica

$E$  – articulação planar

$F_i$  e  $i = 1$  e  $2$  – Forças simbólicas

$H$  – articulação do tipo parafuso

$J_i$  – número de articulações com  $i$  graus de liberdade

$M$  – mobilidade de um mecanismo

$P$  – articulação prismática

$R$  – articulação de rotação

$R_i$  e  $i = 1, 2, 3$  e  $4$  – articulações de rotação de um mecanismo genérico

$S$  – articulação esférica

$\alpha$  – ângulo entre as articulações do mecanismo de Bennett

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , – ângulos auxiliares

$\beta$  – ângulo entre as articulações do mecanismo de Bennett

$\theta$  – ângulo de entrada do mecanismo de Bennett

$\varphi$  e  $\psi$  – ângulos de entrada e saída de um mecanismo esférico

$\phi$  – ângulo de saída do mecanismo de Bennett

## **CAPÍTULOS IV, V E VI**

$a_i$  – comprimentos das barras do mecanismo de Bennett

$\cos_{dir}$  – cosenos diretores

$d$  – comprimento característico do pé

$m$  – prolongamento da perna segundo a direção  $x$

$n$  – prolongamento da perna segundo a direção  $z$

$q1$  – acionamento da perna

$q2$  – reposicionamento da perna

$q3$  – variação da variável  $m$

$r$  – menor barra do mecanismo de Bennett

$r_a$  – relação entre o comprimento das barras do mecanismo de Bennett

$sse$  – soma dos quadrados dos desvios

$A$  – Obstáculo genérico

$A1, A2$  – variáveis auxiliares

$B$  – Obstáculo genérico

$B1, B2$  – variáveis auxiliares

$C1, C2$  – variáveis auxiliares

$E_i$  e  $i = 1$  até  $4$  – eixos do mecanismo de Bennett

$I$  – matriz identidade

$L$  – prolongamento da perna segundo a direção  $y$

$P$  – extremidade do prolongamento da perna

$R_i$  e  $i = 1$  até  $8$  – referenciais do modelo cinemático do mecanismo de Bennett

$R'_i$  e  $i = 1, 3, 5$  e  $7$  – referenciais auxiliares do modelo cinemático do mecanismo de Bennett

$R$  – maior barra do mecanismo de Bennett

$T_{ij}$  – matrizes homogêneas de transformação de coordenadas

$\alpha$  – ângulo de rotação sucessiva em torno de  $z$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4,$  – ângulos entre articulações do mecanismo de Bennett

$\beta$  – ângulo de rotação sucessiva em torno de  $x$

$\gamma$  – ângulo de rotação sucessiva em torno de  $y$

$\theta_1$  – ângulo de entrada do mecanismo de Bennett

$\theta_2$  e  $\theta_3$  – ângulos entre as articulações do mecanismo de Bennett

$\theta_4$  – ângulo de saída do mecanismo de Bennett

$\theta_9$  – ângulo de posicionamento do pé

$\sigma$  – desvio padrão

$\sigma^2$  – variância

$\Delta H$  – desnível do passo

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Desde o início do desenvolvimento dos robôs industriais foram sendo estudados também os robôs móveis. Inicialmente, apenas com rodas e/ou esteiras e mais tarde com pernas. A idéia principal que motivou o desenvolvimento de um robô móvel era possibilitar que o robô se locomovesse no chão de fábrica e aplicasse suas habilidades onde houvesse maior necessidade. Uma outra razão que impulsionou o desenvolvimento dessas estruturas foi a idéia de se substituir o ser humano em suas tarefas em ambientes muito insalubres. A idéia inicial era levar o robô até sua estação/ambiente de trabalho.

No entanto, após inúmeras pesquisas, percebeu-se que essa não é uma tarefa tão simples assim como apresentam os diretores de cinema e escritores de ficção científica, sobretudo para os robôs com pernas, que são parte do objeto de interesse desse trabalho. Na verdade, fazer com que um robô se locomova sobre pernas ainda é uma tarefa muito complexa de forma que, mesmo com toda a tecnologia que se dispõe atualmente, os robôs móveis dotados de pernas são muito limitados, principalmente no que diz respeito à sua velocidade de operação.

A principal razão para os robôs com pernas se locomoverem a baixas velocidades, diz respeito à arquitetura utilizada na confecção de suas pernas. Essas pernas são baseadas em uma estrutura serial, também denominada de estrutura antropomórfica. A principal razão disso é que esse tipo de arquitetura robótica foi a primeira a ser desenvolvida, sendo baseada no corpo humano. Assim, os robôs móveis com pernas, baseadas nesse tipo de estrutura, apresentam os mesmos problemas/limitações apresentados pelas estruturas seriais, mas com

um agravante: o elevado número de pernas multiplica o número de graus de liberdade do robô. Apesar da estrutura serial das pernas de um robô ser simplificada, possuindo de dois a três graus de liberdade por perna, o número final de graus de liberdade a serem controlados é muito grande, limitando a velocidade de operação dessas estruturas, sobretudo em ambientes muito acidentados.

Com o passar do tempo, os robôs móveis vêm sendo cada vez mais utilizados nas mais diversas aplicações, desde a exploração espacial até tarefas mais corriqueiras, como a limpeza de edifícios.

Neste trabalho é apresentada uma nova arquitetura para a utilização como pernas de robôs móveis. A estrutura da perna é baseada no mecanismo espacial de quatro barras, denominado mecanismo de Bennett. Sabe-se que, com uma configuração adequada dos parâmetros desse mecanismo é possível descrever uma curva espacial com um perfil similar ao perfil de um passo, utilizando para isso, apenas um grau de liberdade. Utilizar uma perna com um número de graus de liberdade reduzido permite que o controle do robô móvel seja feito em tempo real, mesmo quando ele se move a grandes velocidades. Na verdade, esse é o maior objetivo deste trabalho: modelar uma perna robótica para ser utilizada em robôs móveis, que possibilite o controle ser feito em tempo real quando esse robô se move a grandes velocidades.

A perna proposta possui três graus de liberdade, apesar de poder executar seu movimento com apenas um. A razão desses dois graus de liberdade extras é a necessidade de se transpor eventuais obstáculos durante o caminhar do robô.

De forma a organizar e descrever as atividades desenvolvidas, este trabalho foi dividido em sete capítulos, incluindo este capítulo introdutório.

No segundo capítulo é apresentado um breve histórico sobre a robótica, passando pela robótica industrial e pela robótica móvel, dando um enfoque maior para a robótica móvel sobre pernas, assunto principal deste trabalho. Neste mesmo capítulo também é apresentada uma revisão bibliográfica sobre robôs com pernas.

No terceiro capítulo, já entrando no contexto de mecanismos, é apresentado um histórico da evolução dos mecanismos, culminando no surgimento da cinemática, definida por Ampère como sendo uma “ciência que estuda os mecanismos e os métodos de criá-los”. Neste capítulo são apresentados os principais componentes dos mecanismos, como também os tipos de mecanismo de quatro barras do tipo 4R.

No quarto capítulo é apresentado o modelo cinemático da perna robótica baseada no mecanismo de Bennett. Também são apresentadas famílias de trajetórias geradas para diversas configurações da estrutura. Essas famílias de trajetórias são utilizadas para auxiliar a determinação da configuração final do mecanismo para a perna robótica.

Uma vez determinada essa configuração do mecanismo, torna-se necessário a definição de uma forma de se transpor e/ou evitar obstáculos. Isto é apresentado no quinto capítulo, onde são apresentadas duas formas principais de se modificar a trajetória do pé do robô, de forma a permitir que o mesmo possa superar/evitar obstáculos.

No sexto capítulo são apresentadas características e particularidades da estrutura, algumas comprovadas pela simulação do modelo computacional da perna proposta. Neste capítulo fica evidente a importância de se fazer simulações gráficas de modelos antes de se construir os protótipos.

No sétimo e último capítulo são apresentadas as conclusões finais do trabalho. Logo após esse capítulo estão a bibliografia e os anexos, onde estão anexados os programas em MatLab<sup>®</sup>, utilizados nesse trabalho.



# CAPÍTULO II

## ROBÓTICA

### 2.1 – Introdução

O ser humano sempre buscou desenvolver dispositivos que facilitassem suas tarefas, sempre procurando imaginar e construir mecanismos e/ou dispositivos capazes de imitar, em certo grau, alguma capacidade humana. Leonardo da Vinci, nos séculos XV e XVI, foi um dos que muito estudou a anatomia humana e animal. Como ele também era engenheiro, acabou construindo e/ou projetando uma série de mecanismos com movimentos similares aos do ser humano, mesmo que ainda muito primitivos (PAZOS, 2002). Essa curiosidade é uma característica inerente ao ser humano, de forma que já nasce com ele.

O homem, desde a antiguidade, sempre foi fascinado por seres extraordinários, como os seres totalmente mecânicos, ou até mesmo os próprios deuses que eram cultuados na época. Havia pessoas que se dedicavam quase que exclusivamente à criação de dispositivos autômatos ou semi-autômatos. Como exemplos desse fascínio, pode-se citar a construção de brinquedos bem elaborados, como os relatos de um cachorro mecânico construído no Egito, e a animação de estátuas com energia hidráulica. No Egito, esse tipo de animação era, muitas vezes, feito sob orientação dos sacerdotes, que acabavam atribuindo o movimento de uma estátua ao poder de determinada divindade, cativando as pessoas por sua falta de conhecimento e pelo seu fascínio a respeito desse assunto, tornando-as vítimas de sua própria ignorância (PAZOS, 2002).

Pelos relatos, a energia hidráulica foi uma das primeiras formas de energia utilizada para animar, ou mesmo automatizar, mecanismos. Heron de Alexandria foi um dos destaques

no estudo de dispositivos movidos através de energia hidráulica e de vapor. Desde então, a energia hidráulica tornou-se cada vez mais presente na vida da população, sendo utilizada como força motriz para muitas tarefas cotidianas, bem como na construção de dispositivos mais trabalhosos, como é o caso dos relógios hidráulicos construídos por povos como, por exemplo, os gregos (ALBUS, 1981, PAZOS, 2002 e HARTENBERG; DENAVIT, 1964).

Com o passar dos anos esses dispositivos foram sendo cada vez mais aprimorados, principalmente em função de diversos estudos e pesquisas feitas na área de mecanismos, ocasionando o surgimento de dispositivos relativamente complexos, e que despertavam ainda mais a imaginação do ser humano. Dentre essas novas invenções surgiram tocadores de flauta, tocadores de órgão, e até mesmo, em Londres, uma boneca que escrevia e desenhava com razoável precisão, Fig. 2.1. Essas bonecas automatizadas, que foram construídas por volta de 1770 por Pierre Jaquet-Droz, ainda existem e encontram-se expostas no “Musée d’Art et d’Histoire” em Neuchâtel, na Suíça, e até hoje funcionam e são operadas ocasionalmente. Esses dispositivos consistiam, em sua maioria, em máquinas cujos movimentos eram controlados por sistemas de cames e molas (ALBUS, 1981).



**Figura 2.1:** Criança autômata que desenha e escreve ([http://www.automates-anciens.com/versao\\_%20portuguesa/quadros/quadro\\_portugues.htm](http://www.automates-anciens.com/versao_%20portuguesa/quadros/quadro_portugues.htm)).

Nessa época o cenário industrial já era praticamente outro, pois a máquina a vapor estava modificando todo o sistema de produção. As grandes oficinas de artesanato (onde, parte delas, já havia entrado em vigor a divisão sistematizada do trabalho) estavam entrando cada vez mais em decadência, principalmente em função da maior capacidade de produção (não necessariamente maior produtividade) alcançada pela utilização de máquinas (HUBERMAN, 1986). Essas máquinas eram operadas manualmente, sendo que foram se tornando automatizadas de maneira gradativa, com o decorrer do tempo, em função dos avanços tecnológicos alcançados.

Esse avanço tecnológico contínuo sofrido pelo cenário industrial, juntamente com o desejo do ser humano de facilitar a realização de trabalhos que são repetitivos, desgastantes física ou mentalmente e/ou que às vezes são até mesmo nocivos à saúde, acabou por gerar uma série de máquinas e equipamentos cada vez mais complexos e, dentro de certos limites, autônomos. Essas novas máquinas fizeram com que novamente despertasse no ser humano o desejo de se construir uma máquina com habilidade igual ou superior à do ser humano, começando a surgir daí a idéia de robô.

A palavra robô vem da palavra checa *robota*, que quer dizer trabalhador que exerce um *serviço escravo*. Essa palavra foi cunhada pela primeira vez por um escritor checo, Karel Capek que, em 1921, escreveu uma peça de teatro intitulada “Rossum’s Universal Robots”, onde um cientista cria seres humanóides perfeitos para realizarem todo trabalho físico feito pelos homens. Mais tarde, esses humanóides se rebelam e destroem toda a raça humana. Ainda outro escritor de ficção científica, Isaac Asimov, é considerado como sendo o primeiro a ter usado a palavra robótica, como sendo a ciência que estuda os robôs (ALBUS, 1981 e PAZOS, 2002).

Foi Isaac Asimov que estabeleceu as três leis éticas fundamentais da robótica, que são:

- 1 – Um robô não deve nunca prejudicar um ser humano nem através da ação direta, nem através da inação.*
- 2 – Um robô deve sempre obedecer aos seres humanos, a menos que isso entre em conflito com a primeira lei.*
- 3 – Um robô deve sempre se proteger de danos, a menos que isso entre em conflito com a primeira ou com a segunda lei.*

Apesar de termos atualmente alguns exemplos de extrapolações feitas inicialmente pela literatura, principalmente a respeito da tecnologia do futuro, que se tornaram realidade e estão presentes em nossa atualidade, como a invenção do submarino descrito por Julio Verne em

seu livro “Vinte mil léguas submarinas”, a robótica ainda está muito longe de chegar ao que foi previsto por esses escritores. Uma das razões para isso é que, após muita pesquisa científica a respeito da idéia de se construir robôs andróides, percebeu-se que um sistema do nível de um andróide seria de uma complexidade enorme.

Em função disso, diversas simplificações dos modelos idealizados de um robô foram feitas. Inicialmente, considerou-se que não havia a necessidade de que o robô se locomovesse para que realizasse suas tarefas e assim, o robô passou a ser fixo. Essa simplificação certamente não comprometeria o desempenho do robô já que, nessa época, a produção em série, implantada inicialmente por Henry Ford, já estava presente nas grandes plantas industriais e, nesse modo de produção, o ser humano fica praticamente estático em frente a uma esteira enquanto as peças caminham. Pensando dessa forma, concluiu-se ainda que não seria necessário que houvesse nada além de braços e mãos mecânicos, tão ágeis o quanto possível, ao longo da linha de produção para que as tarefas fossem realizadas com êxito.

Assim, a intenção de se construir um sistema que seja capaz de realizar as mesmas tarefas realizadas pelo homem, com destreza igual ou até mesmo superior, motivou o desenvolvimento inicial de uma estrutura robótica baseada no braço humano, de onde se origina o nome estrutura serial ou antropomórfica. Os robôs com esse tipo de estrutura são também denominados de robôs manipuladores. Essa estrutura é composta por um conjunto de segmentos ligados uns aos outros, seqüencialmente, por articulações, sendo que um desses segmentos é preso a uma base fixa. Nesse tipo de estrutura cada articulação é associada a um acionador. Na Fig. 2.2 é apresentado um exemplo de um robô serial industrial da marca Kuka. Esse robô pesa aproximadamente 2350 Kg.

No entanto, após inúmeras pesquisas, notou-se que essa configuração de estrutura robótica possui limitações importantes, principalmente no que diz respeito à velocidade de operação, apesar de apresentarem um volume de trabalho muito grande quando comparado com o volume utilizado pelo robô. Essas limitações das estruturas seriais são devidas, principalmente, a dois tipos de problemas: um problema estrutural e outro relativo ao controle. Quanto a esses problemas destacam-se:

- *A elevada robustez dos segmentos e articulações:* como a estrutura é montada de forma seqüencial, os segmentos e os acionadores mais próximos à base devem sempre suportar seus próprios pesos, mais o peso de toda a cadeia cinemática que está à sua frente. Isso faz com que seja necessário que os acionadores tenham mais potência.

Desta forma, de maneira a garantir uma deformação mínima dos segmentos da estrutura bem como uma precisão aceitável da mesma para a tarefa robotizada, a robustez dos segmentos e das articulações deve aumentar à medida que se aproxima da base do robô, o que eleva em muito o peso total do robô.

- *Erros cumulativos*: nesse tipo de estrutura robótica, em função do tipo da montagem serial das articulações e segmentos, os erros existentes em cada articulação e segmento são somados ao longo da cadeia cinemática, comprometendo a precisão do robô.



**Figura 2.2:** Robô serial Kuka – KR 500-2 (KUKA ROBOT GROUP).

- *Modelo cinemático inverso complicado*: o modelo cinemático desse tipo de estrutura constitui-se basicamente de equações trigonométricas altamente acopladas, pois se trata da transformação de movimentos de rotação dos atuadores, em um movimento de translação e rotação do elemento terminal do robô, descritos geralmente em coordenadas cartesianas. Assim, grande parte dos sistemas de comando, faz o controle do robô pelo método ponto-a-ponto, discretizando a trajetória do elemento terminal do robô. Considerando uma trajetória contínua para o elemento terminal, a resolução das equações do movimento não poderia ser feita em tempo real.

- *Baixas velocidades de operação:* em função dos problemas supramencionados, principalmente a alta inércia e a dificuldade de resolução do modelo cinemático, as velocidades de operação das estruturas seriais são relativamente baixas.

Em face das limitações apresentadas pelas estruturas seriais, tornou-se necessária a busca de uma solução para essas limitações. Uma outra alternativa de solução que tem sido estudada é o desenvolvimento de um novo tipo de estrutura robótica em substituição às estruturas seriais, denominadas de estruturas robóticas paralelas.

As estruturas paralelas têm esse nome devido ao aparente paralelismo que apresentam entre os segmentos e em oposição às estruturas seriais. Elas consistem basicamente em uma cadeia cinemática onde a base e o elemento terminal, também denominado de plataforma móvel, são interligados por segmentos articulados, também denominados de pernas. Esse tipo de estrutura pode ser mais vantajoso que as estruturas seriais, principalmente porque, na maioria das vezes, os acionadores podem estar fixados na base do robô, o que diminui consideravelmente a inércia das partes móveis, possibilitando a operação a grandes velocidades. Outra vantagem das estruturas paralelas diz respeito a seu modelo cinemático inverso, que é relativamente fácil de se resolver. Além disso, em função de serem estruturas hiperestáticas, possuem grande capacidade de carga e os erros de cada articulação/segmento deixam de ser aditivos. No entanto, uma desvantagem das estruturas paralelas, frente as estruturas seriais, é que, geralmente, a relação entre o volume de trabalho e o volume ocupado pela estrutura é bem menor.

Essa nova arquitetura robótica vem sendo muito estudada atualmente, e a cada dia novas estruturas têm surgido, como as estruturas apresentadas por Stewart (1965) e por Ceccarelli (1997). Para exemplificação, um robô de arquitetura paralela é apresentado na Fig. 2.3. Trata-se de um robô ABB, o IRB 340 FlexPicker, que possui aproximadamente 130 Kg. Essa estrutura possui quatro graus de liberdade, sendo três graus de liberdade de translação e um de rotação.

Apesar das vantagens significativas que as estruturas paralelas tem sobre as seriais, as estruturas seriais ainda são as estruturas robóticas mais utilizadas pela indústria. No entanto, as aplicações envolvendo a utilização de estruturas paralelas vêm crescendo de forma cada vez mais expressiva, sendo aplicadas em manipuladores, simuladores de movimento, punhos, brinquedos, entre outros.



**Figura 2.3:** Robô paralelo produzido pela ABB – IRB 340 FlexPicker (ABB Brasil).

## 2.2 – Robôs móveis

Os primeiros robôs industriais sempre eram fixados ao longo da linha de produção. No entanto, paralelamente ao desenvolvimento desses robôs, foram surgindo e sendo desenvolvidos os robôs móveis. Uma das idéias principais para o desenvolvimento dos robôs móveis, entre outras, era a idéia de se ter um equipamento que tivesse a possibilidade de se locomover no chão de fábrica e aplicar suas habilidades onde houvesse maior necessidade, ou ainda que pudessem explorar ambientes inóspitos e/ou insalubres para o ser humano, podendo até mesmo haver a possibilidade de exploração de ambientes ainda não atingidos pelo homem, como o espaço.

Segundo o IFToMM, The International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, um robô móvel pode ser formalmente definido como sendo um “robô que é montado em uma plataforma que move sob controle automático”. Entretanto, segundo Kelly (1996), pode-se definir um robô móvel, de uma forma mais ampla e geral, como sendo simplesmente um robô que tem uma mobilidade em relação ao ambiente no qual ele está inserido. Graças a essa mobilidade apresentada pelo robô, o equilíbrio passa a ser um dos principais problemas para a robótica móvel. O equilíbrio pode ser dividido em dois tipos: *equilíbrio estático* e *equilíbrio dinâmico*, sendo que o equilíbrio estático relaciona-se à

habilidade do robô em manter uma configuração somente a partir de forças de reação, enquanto que o equilíbrio dinâmico consiste na habilidade do robô manter uma configuração a partir de forças de reação e forças de inércia. (ANGELES, 2003 e RAIBERT, 1986).

Segundo Kelly (1996), os robôs móveis podem ser classificados quanto: à *habilidade de locomoção no ambiente* (para ambientes internos ou externos); *ao tipo de locomoção* (com rodas, pernas ou esteiras); *ao tipo de direcionamento* (síncrono, tipo Ackerman, etc...); à *flexibilidade do corpo* (corpo único, multi-corpos flexíveis ou rígidos); à *finalidade de uso* (para ensino, pesquisa, indústria, robôs de serviço, etc...); à *forma* (antropomórfico, tipo inseto, etc...); *ao ambiente em que está inserido* (espacial, submarino, etc...); *ao nível de autonomia* (teleoperado, totalmente autônomo, etc...).

Quanto ao tipo de locomoção, os robôs móveis podem se locomover sobre pernas, sobre rodas ou ainda sobre esteiras. Uma característica dos robôs com rodas e/ou esteiras, é que eles se movem deixando um rastro contínuo ao longo do caminho que percorrem, enquanto que robôs com pernas deixam apenas suas pegadas, o que é um fator ecológico muito positivo para os robôs com pernas (BÜHRLE; CORDES, 1996), principalmente quando se trata de robôs de grandes dimensões, como é o caso do robô estudado por Lee e Orin (1988). Apesar disso, os robôs com rodas ou esteiras são mais vantajosos frente aos robôs com pernas no que diz respeito ao equilíbrio, tanto estático quanto dinâmico, pois, geralmente, em situações normais de operação, a projeção do centro de massa está naturalmente localizada dentro do polígono formado pelos pontos de apoio do robô no chão. Para o projeto de robôs com pernas essa é uma condição que sempre deve ser levada em conta quando se deseja que o robô esteja equilibrado estaticamente.

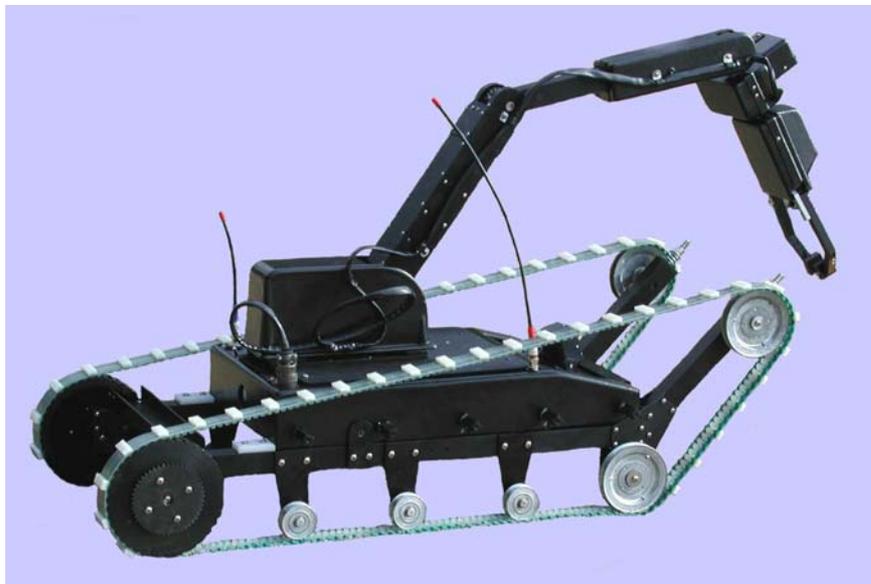
Os robôs com rodas ou esteiras não conseguem se locomover com muita destreza em terrenos muito acidentados, sem contar que geralmente eles não conseguem transpor obstáculos com muita facilidade. Robôs com rodas ou esteiras são excelentes para se movimentarem apenas em superfícies planas e pouco acidentadas (RAIBERT, 1986). A Fig. 2.4 apresenta um exemplo de robô com rodas, denominado Shrimp III, e na Fig. 2.5, um robô com esteiras, denominado MRUV-100.

No início do surgimento dos robôs móveis, o controle muitas vezes era feito de forma manual ou seja, o robô era operado por um agente especialmente treinado para isso. A Fig. 2.6 apresenta um exemplo de um robô móvel operado manualmente. Essa estrutura foi construída pela General Electric em 1968, sob o comando de Ralph Mosher (RAIBERT, 1986), e só se

movimentava em linha reta (MAHAJAN; FIGUEROA, 1997). Foi uma das primeiras estruturas robóticas a se movimentar sobre pernas.



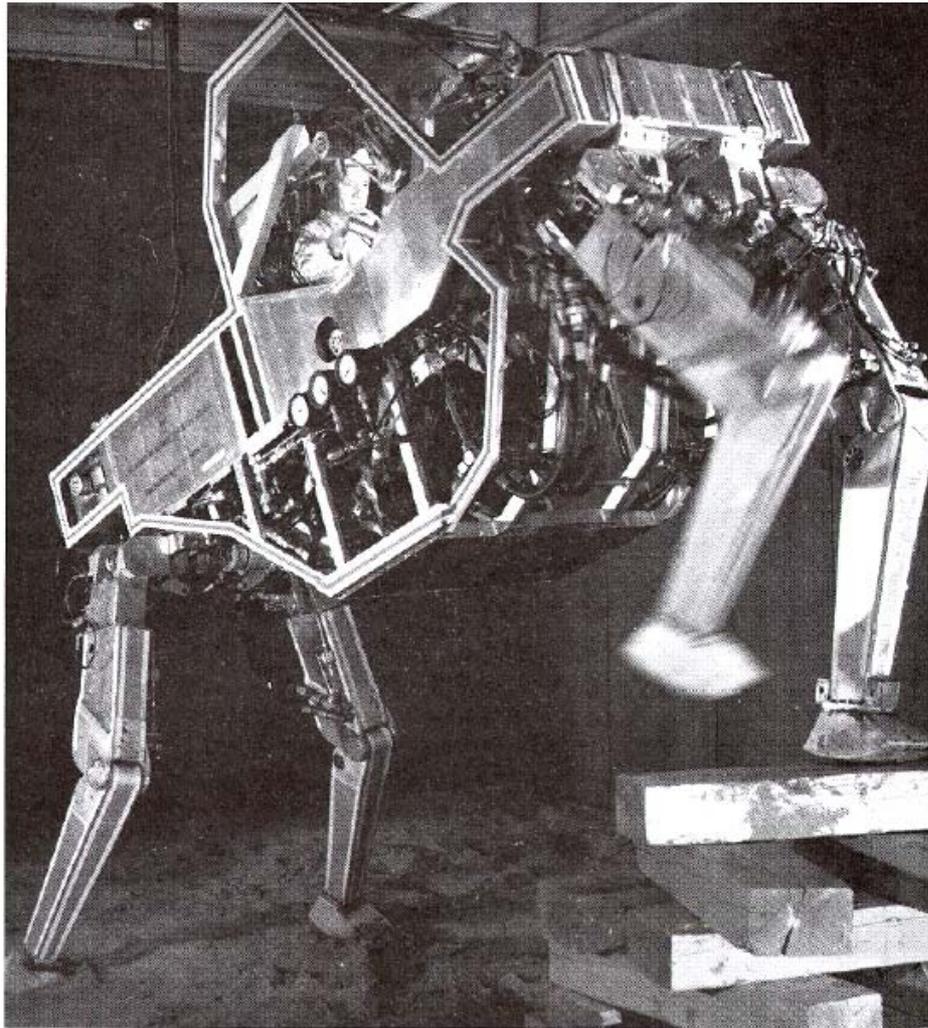
**Figura 2.4:** Shrimp III (BLUEBOTICS CORP, 2006).



**Figura 2.5:** MRUV-100 (HDE MANUFACTURING INC.).

Com a evolução dos robôs móveis, que são sistemas eletromecânicos relativamente complexos, o controle foi gradativamente deixando de ser puramente manual, passando a ser cada vez mais automatizado, de forma que, hoje em dia, sempre se procura fornecer ao robô o maior grau de autonomia possível, fazendo com que o próprio robô tome algumas decisões

durante seu movimento, geralmente sobre situações inicialmente previstas. Nessa área, têm sido realizados vários estudos teóricos e experimentais com o objetivo de desenvolver equipamentos autônomos, com o menor nível possível de intervenção humana, para a inspeção, manutenção e o transporte, permitindo não só aumentar a eficiência do processo, mas também reduzir o risco de acidentes devido a falhas e operações inadequadas.



**Figura 2.6:** Robô dotado de pernas com controle manual (RAIBERT, 1986).

Toda essa evolução tecnológica fez com que os robôs móveis se tornassem cada vez mais presentes em nosso dia a dia, sendo que, atualmente, já existem robôs que interagem constantemente com os seres humanos, como os robôs que executam pequenas tarefas tais como o transporte de pequenos objetos e também os robôs que fazem limpeza. Até mesmo a construção de robôs humanóides têm evoluído bastante, sendo que grande parte desse processo evolutivo deve-se aos esforços dos japoneses nessa área. Surgiram até mesmo robôs

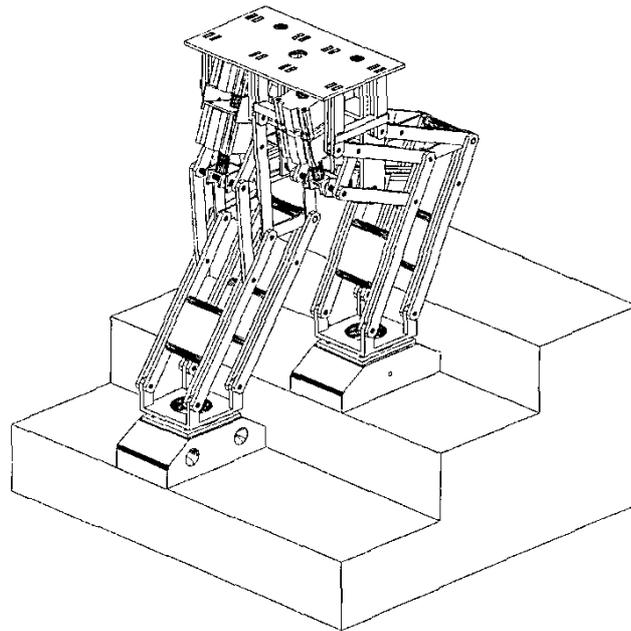
que se tornaram bastante conhecidos, tanto no meio científico quanto entre os apaixonados por robótica. Um exemplo clássico de um humanóide bastante evoluído é o Asimo, Fig. 2.7, desenvolvido e construído pela Honda. Geralmente, os robôs modernos, principalmente os que interagem com os seres humanos, são providos de câmeras de vídeo, sonares, giroscópios, dispositivos de segurança, entre outros, sempre fazendo uso da mais alta tecnologia disponível (SIEGWART; NOURBAKHS, 2004).



**Figura 2.7:** Robô Asimo, construído pela Honda.

No entanto, apesar de toda essa evolução, os robôs humanóides ainda possuem muitas limitações. Geralmente conseguem apenas caminhar em superfícies planas, ou quando muito transpor obstáculos simples. Um dos motivos dessa limitação, tanto em relação à habilidade quanto à velocidade de operação, diz respeito à necessidade de um sistema de controle muito complexo para que a velocidade de navegação do robô seja pelo menos razoável e, mesmo assim, essa velocidade ainda é muito baixa. Além disso, também apresentam limitações

quanto a seu equilíbrio estático, que será discutido mais à frente. Logicamente, toda essa limitação que os bípedes apresentam tem motivado o desenvolvimento de várias pesquisas nessa área. Figliolini e Ceccarelli (2001) desenvolveram na Universidade de Cassino um sistema bípede, o EP-WAR2, que consegue subir escadas, mesmo que a uma velocidade relativamente baixa, Fig. 2.8.



**Figura 2.8:** Representação esquemática do EP-WAR2 (FIGLIOLINI; CECCARELLI, 2001).

### 2.3 – Robôs com pernas

Segundo RAIBERT (1986), o estudo científico da locomoção fazendo o uso de pernas iniciou-se apenas no final do século XIX, com um estudo a respeito da forma de como acontece o trotar do cavalo, a pedido de um governador da Califórnia. Após o estudo do movimento do cavalo, estudou-se também a movimentação de uma série de outros mamíferos, inclusive do ser humano. No entanto, os robôs com pernas só começariam a surgir depois da primeira metade do século seguinte, por volta da metade da década de 60.

Os robôs com pernas são robôs que possuem controle relativamente complexo, mas que apresentam uma mobilidade muito maior que os robôs providos de rodas ou de esteiras, podendo alcançar ambientes que robôs com rodas não podem, o que acaba lhes dando um potencial de utilidade muito grande, justificando os esforços extras requeridos para controlar seu movimento pois, geralmente, para locomover-se utilizando pernas há a necessidade de um sistema bastante complexo de locomoção. Essa complexidade faz com que mesmo os mais

ágeis robôs dotados de pernas, sejam facilmente superados por seus animais e/ou insetos inspiradores em terrenos irregulares (BÜHRLE; CORDES, 1996 e DELCOMYN; NELSON, 2000). Essa facilidade com que os animais e/ou insetos superam os robôs mais desenvolvidos tecnologicamente, dá motivos de sobra para que os engenheiros e os demais pesquisadores da área da robótica móvel trabalhem mais e desenvolvam cada vez mais interesse no estudo dos movimentos desses seres, bem como nos mecanismos de controle de seus sistemas biológicos sempre para tornar possível melhorar a performance dos robôs com pernas (DELCOMYN; NELSON, 2000 e RAIBERT, 1986). Essa motivação fez com que se estudasse os movimentos de inúmeros tipos de seres vivos, desde sua forma de caminhar até a forma de correr, com o intuito de construir robôs com o máximo de agilidade possível, mesmo em terrenos muito irregulares.

Através das pesquisas desenvolvidas, sendo a maioria baseada na observação de insetos tais como baratas, grilos e louva-deuses, foi possível chegar à conclusão de que o ciclo de movimento das pernas desses insetos observados, durante o ato de caminhar, se dá em função de reflexos, de forma que o perfil do passo muda quando também muda o tipo do movimento. Isto significa que o perfil do passo é um quando o inseto caminha, e outro quando ele está correndo. Isso demonstra que o ciclo de movimento independe das pernas. Essa conclusão é muito importante porque, geralmente é em função de características particulares de insetos e outros animais que grande parte dos robôs móveis são construídos, já que muitos pesquisadores procuram se referenciar em características biológicas previamente conhecidas (SONG et al., 1984, FERREL, 1995, VENKATARAMAN, 1997). Desta forma, o perfil de passo que geralmente é utilizado para o robô caminhar é diferente para cada tipo de movimento (caminhar, galopar, trotar e correr).

Em função disso, foram desenvolvidas algumas tentativas de solução para a locomoção sobre pernas em terrenos acidentados, sendo que uma dessas tentativas de solução, muito comum para esses tipos de terrenos, é permitir que cada perna seja posicionada remotamente, ou seja, à medida que o robô caminha, um operador vai controlando seus passos em função dos obstáculos presentes na trajetória. Uma outra alternativa é fazer uso de um pré-planejamento extensivo, baseado no conhecimento prévio do terreno onde o robô se deslocará. Mesmo assim, a utilização dessas soluções ainda faz com que a grande maioria dos robôs com pernas caminhem lentamente, principalmente em terrenos irregulares, tornando-os praticamente não-autônomos. Além disso, eles não conseguem se adaptar, de forma rápida, às

mudanças bruscas no ambiente, exatamente o contrário dos animais e insetos nos quais foram inspirados (ESPENSCHIED et al., 1996).

Apesar da maior destreza apresentada pelos robôs móveis com pernas frente aos demais, as velocidades que eles conseguem desenvolver ainda são muito baixas. A principal causa para essa baixa velocidade de deslocamento consiste no tipo de estrutura utilizada na confecção de suas pernas. Na sua grande maioria, elas são constituídas por estruturas seriais contendo de três a cinco graus de liberdade (SONG et al., 1984, KROTKOV; SIMMONS; WHITTAKER, 1992, PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995, BÜHRLE; CORDES, 1996, ESPENSCHIED et al., 1996, MENNITTO; BUEHLER, 1996, NELSON et al., 1997, GRIECO et al., 1998, DELCOMYN; NELSON, 2000, ZIELINSKA; HENG, 2002). No entanto, há robôs móveis que apresentam pernas com um menor número de graus de liberdade por perna, às vezes associando graus de liberdade ativos com passivos, como é o caso do hexápode RHex apresentado por Moore (2002), Fig. 2.9. O modelo de perna utilizado no RHex possui apenas um grau de liberdade ativo e outro passivo. Esse é um robô que não salta obstáculos, pelo contrário, ele vai caminhando e muitas vezes trombando no obstáculo para que, a partir daí, o robô escale o obstáculo até a sua transposição. É um robô que se adapta tanto a ambientes secos como também ao meio aquático, bastando para isso que se utilize o modelo mais adequado de pernas em função do ambiente no qual ele está inserido.



**Figura 2.9:** Robô Hexápode RHex (MOORE, 2002)

Segundo Zielinska e Heng (2002), para que um robô móvel tenha uma maior capacidade de se adaptar às variações do terreno no qual ele se locomove, cada perna deve ter ao menos três graus de liberdade. No entanto, isso não é um consenso no meio científico, já

que há robôs que, com um número menor de graus de liberdade por perna, conseguem se locomover com razoável destreza em ambientes bastante acidentados (RAIBERT, 1986, MAHAJAN; FIGUEROA, 1997, MOORE, 2002). O problema que a estrutura pode apresentar por possuir um maior número de graus de liberdade é a dificuldade para se fazer seu controle em tempo real, sobretudo em situações de transposição de obstáculos, onde se exige uma maior mobilidade das pernas do robô. Segundo esses autores, a maior quantidade de graus de liberdade torna-se um problema ainda mais crítico quando há a necessidade de o robô ser totalmente autônomo pois, nesses casos, os componentes dos controladores devem ser miniaturizados.

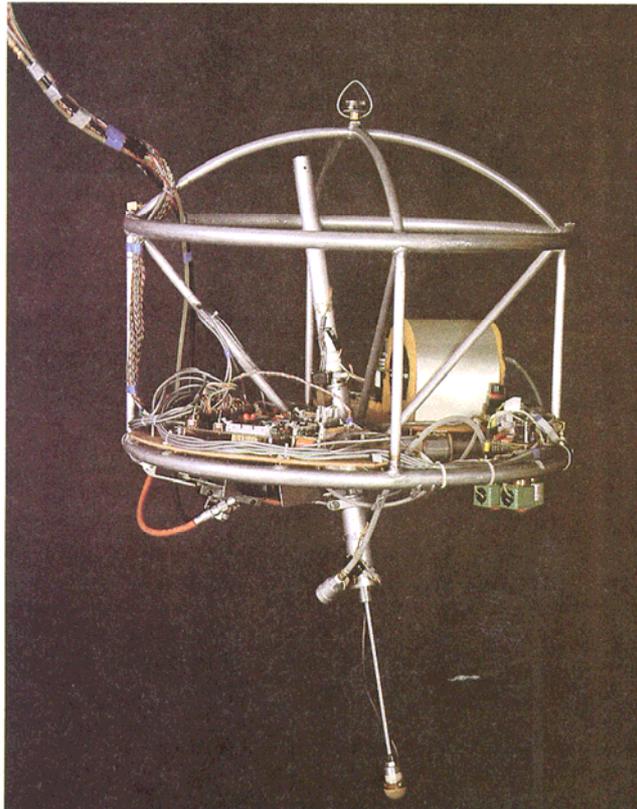
A maior dificuldade que se tem para o controle da estrutura surge devido ao número de pernas que a grande maioria dos robôs móveis possuem pois, em geral, esses robôs são quadrúpedes ou hexápodes.

Para que um robô provido de pernas esteja equilibrado estaticamente, durante a movimentação em um plano horizontal, o seu centro de massa deve estar situado dentro do polígono formado pela união dos pontos de apoio do robô no chão. Assim, para que essa situação aconteça, o robô deve manter ao menos três pés em contato com o chão. Conseqüentemente, um robô móvel equilibrado estaticamente deve ter ao menos quatro pernas, para que três delas permaneçam no chão durante o seu caminhar. Isso demonstra que quanto maior o número de pernas do robô, dependendo do perfil de seu passo, o mesmo apresenta boas características de estabilidade estática e dinâmica (BÜHRLE; CORDES, 1996). Outra conclusão importante que pode ser tirada disso é que robôs com menos de quatro pernas não podem ser normalmente equilibrados estaticamente, mas deve, durante sua locomoção, ser equilibrado dinamicamente.

Estudando o equilíbrio dinâmico, Raibert (1986) e sua equipe desenvolveram um robô monópode que, saltitando, consegue desenvolver velocidades da ordem de 4,8 milhas por hora, Fig. 2.10. A perna desse monópode, estudada por Raibert, mais tarde veio a servir com base para a construção de um sistema bípede, que também saltitava. Esse novo sistema chegou a desenvolver velocidades de aproximadamente 9,5 milhas por hora.

Existe uma nítida preferência pela modelagem de robôs móveis com pernas simétricos sendo que, dentre esses, os robôs hexápodes estão entre os robôs com pernas mais estudados atualmente. Isto se deve principalmente à sua maior mobilidade frente aos robôs de quatro pernas, bem como pela maior simplicidade durante o caminhar, pois é possível deixar três pés sempre em contato com o chão enquanto os outros três executam o movimento de avanço ou

recuo do robô, garantindo que o robô esteja sempre equilibrado (ANGELES, 2003). Na Fig. 2.11 é apresentado o robô hexápode LAURON II, desenvolvido em 1995 na Universidade de Karlsruhe – Alemanha. Esse robô é caracterizado, segundo sua forma, como sendo um robô do tipo inseto.

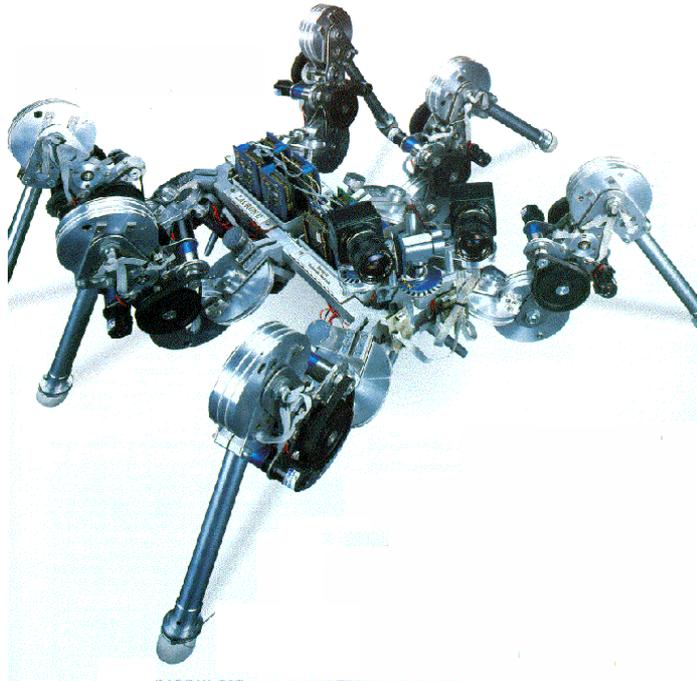


**Figura 2.10:** Robô monópode (RAIBERT, 1986).

Em função da necessidade de um grande número de pernas para os robôs móveis, e de modo a facilitar seu controle, estudos têm sido desenvolvidos utilizando-se cadeias cinemáticas fechadas com reduzido número de graus de liberdade, para a confecção de pernas robóticas. Por exemplo, pode-se citar as pernas desenvolvidas a partir de mecanismos planos, como os pantógrafos, que podem se mover com apenas um grau de liberdade. Um exemplo de utilização de pernas pantográficas é apresentado por Song et al (1984).

Diversas configurações cinemáticas de pernas robóticas são encontradas na literatura, tais como em Song et al. (1984), Pfeiffer; Eltze; Weidemann (1995), Mennitto e Buehler (1996), Nelson et al. (1997), Delcomyn e Nelson (2000), entre outros. No entanto, nem sempre os autores justificam a utilização de determinada cadeia cinemática. Todavia, o perfil do passo é quase sempre semi-elíptico ou algo similar, seja ele plano ou espacial, composto

por um trecho linear, que representa o contato do pé com o chão, e um trecho curvo, que representa o translado do pé ao longo do espaço. Formalmente, Mahajan e Figueroa (1997) definem passo como sendo o movimento de elevação da perna no final de seu ciclo efetivo de movimento, e seu reposicionamento para iniciar outro ciclo.

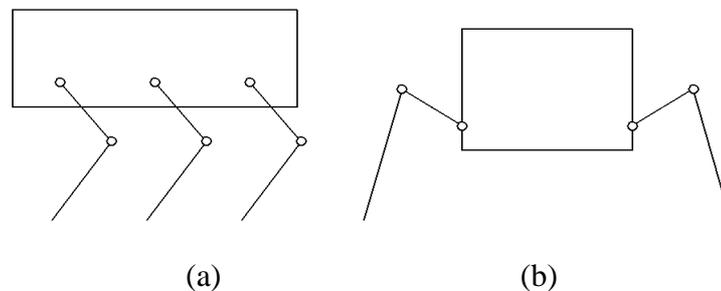


**Figura 2.11:** LAURON II.

Em função da evolução tecnológica, os robôs com pernas têm se tornado cada vez mais parecidos com os animais e/ou insetos nos quais foram inspirados, de forma que membros complexos, até mesmo com graus de liberdade redundantes em suas configurações, começam a fazer parte da configuração dessas estruturas, como é o caso de muitos seres vivos. Desta forma, desde que começaram a surgir os robôs dotados de pernas, percebeu-se que a arquitetura das pernas é um dos parâmetros mais importantes para a construção de um robô móvel. Isso é devido ao fato de ser necessário adotar uma estrutura/configuração de pernas para a qual seja possível se obter um passo com um perfil aproximadamente semi-elíptico, seja através de uma trajetória plana, seja através de uma trajetória espacial. No entanto, é ideal que as pernas dos robôs possuam uma estrutura de geometria tão simples o quanto for possível e ainda, segundo Song et al. (1984), quando o corpo do robô move-se em uma linha reta horizontal, somente um atuador deveria estar ativo, de forma a conseguir uma boa eficiência energética da estrutura construída. Há várias variáveis no projeto e estudo de um

robô com pernas, sendo que as arquiteturas de pernas robóticas e a forma de se fazer o controle da estrutura, são algumas das questões mais estudadas na atualidade. Trabalhos interessantes também foram desenvolvidos estudando o escorregamento do pé do robô à medida que ele caminha, como o apresentado por Xu e Song (1996).

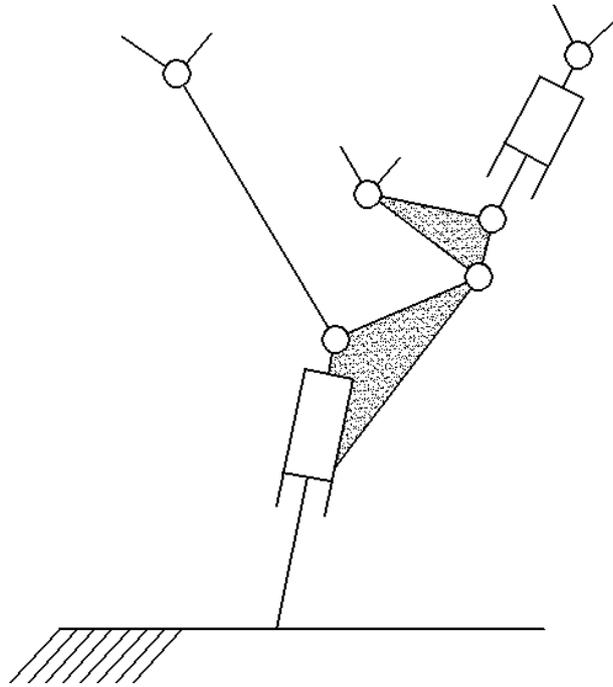
Os robôs projetados na forma de mamíferos, Fig. 2.12(a), estiveram entre os primeiros robôs com pernas desenvolvidos (RAIBERT, 1986). Essa configuração de pernas permite mais facilmente a utilização de mecanismos planos, que podem ser relativamente mais simples para se controlar, bem como para se conseguir uma trajetória aceitável para o pé do robô. Isso certamente é um fator importante, e provavelmente é uma das razões para esse tipo de robô estar entre os mais comuns na atualidade.



**Figura 2.12:** Configuração das pernas de um robô nas formas de (a) mamífero e (b) inseto

Um mecanismo plano muito utilizado para a confecção de pernas robóticas, em contrapartida às pernas formadas por cadeias abertas, é o pantógrafo, com o qual pode-se traçar uma linha reta com uma configuração adequada das barras do mecanismo. O projeto de uma perna de um hexápode que utiliza pernas pantográficas, de grandes dimensões, foi apresentado por Song et al. (1984), tendo sido aperfeiçoado no ano seguinte, sofrendo uma ligeira evolução (SONG; WALDRON; KINZEL, 1985). A perna proposta teve suas dimensões e geometria definidas com auxílio computacional, fazendo tentativas e modificações, até que se encontrasse uma trajetória com um trecho linear satisfatório. Procedendo desta maneira, os autores relatam terem encontrado várias configurações que atendiam às necessidades do projeto. No entanto, não deixam claro o porque da configuração final adotada. A perna construída tem três graus de liberdade, sendo que um grau de liberdade é de rotação e os outros dois são de translação. Um deles está na ligação da perna com o corpo do robô, enquanto o outro está localizado na extremidade do pé do robô, para permitir a possibilidade de um ajuste vertical durante o caminhar. Uma figura esquemática dessa perna, baseada na figura apresentada por Song et al. (1984), é apresentada na Fig. 2.13. O hexápode

construído é denominado ASV (Adaptive Suspension Vehicle), e está apresentado na Fig. 2.14. Como pode ser visto na figura, trata-se de um robô de grandes dimensões.

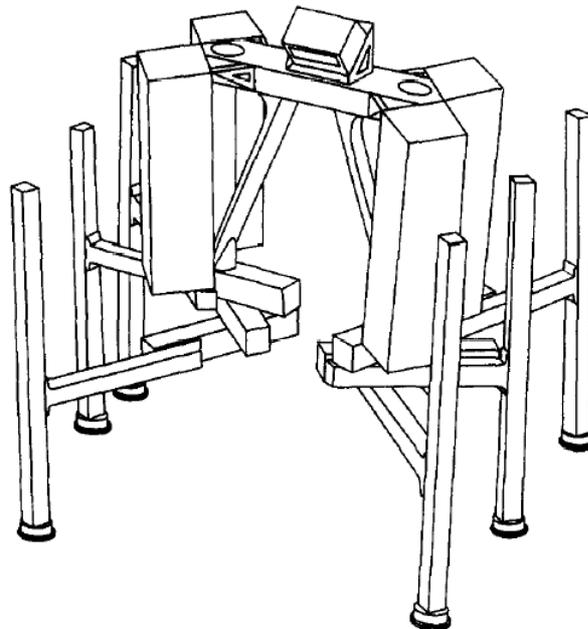


**Figura 2.13:** Esquema representativo de uma perna do ASV (SONG et al. 1984).



**Figura 2.14:** ASV – Adaptive Suspension Vehicle ([www.ece.osu.edu/~klein/robotics/walker.jpg](http://www.ece.osu.edu/~klein/robotics/walker.jpg)).

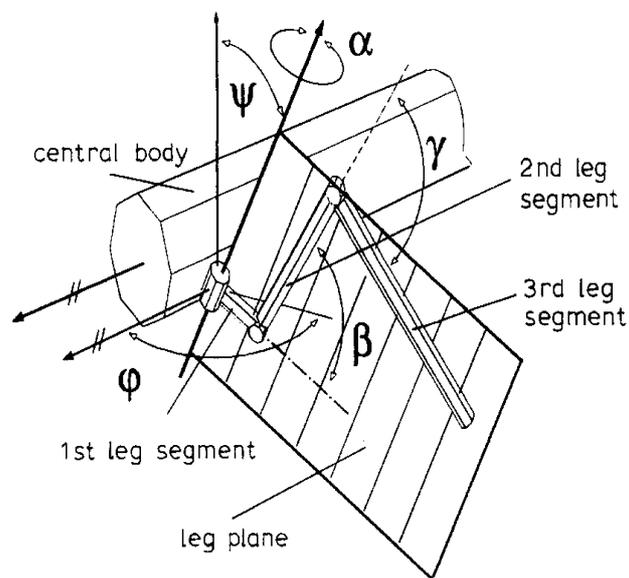
Em se tratando de robôs de grandes dimensões, também há o hexápode desenvolvido para missões espaciais, denominado AMBLER (KROTKOV; SIMMONS; WHITTAKER, 1992). Trata-se de um robô teleoperado, que carrega equipamentos científicos bem como ferramentas para agarrar e escavar. Suas pernas possuem três graus de liberdade cada uma, que são consistidos em uma articulação de rotação e uma articulação prismática, que se movem no plano horizontal, e uma outra articulação prismática, para o movimento do pé na direção vertical, perpendicular ao plano de rotação da perna. É um robô que pesa aproximadamente 2500 Kg e se move com um consumo moderado de energia a velocidades de até um metro por minuto. Um desenho esquemático do robô é apresentado na Fig. 2.15.



**Figura 2.15:** Robô AMBLER (KROTKOV; SIMMONS; WHITTAKER, 1992)

No entanto, a situação mais comum é encontrar robôs móveis cujas pernas são movidas apenas por atuadores rotativos, principalmente devido à maior facilidade de montagem e simplicidade apresentada por esse tipo de atuador, bem como por geralmente serem mais compactos. Pfeiffer; Eltze; Weidemann (1995) desenvolveram um robô hexápode, do tipo inseto, cujas pernas são constituídas por três segmentos conectados por articulações de rotação. Esse robô foi construído nitidamente com inspiração na natureza, baseado na morfologia do *Carausius morosus*, ou como é popularmente conhecido, o louva-deus. Suas pernas foram construídas sobre dois principais critérios que são: menor energia para elevar e descer a perna e menores forças de interação com o chão.

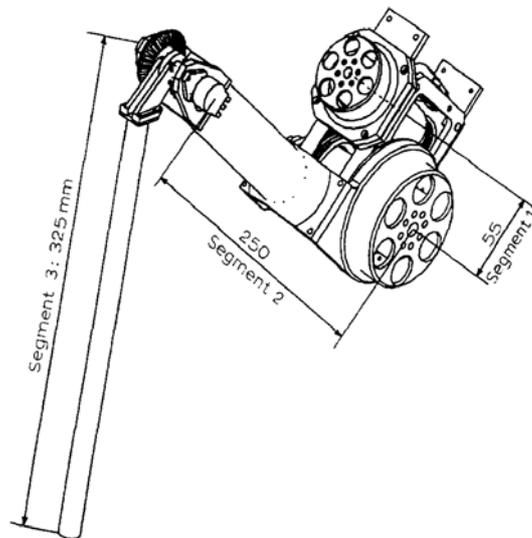
No robô apresentado, intitulado TUM (Technical University in Munich), como em seu inseto inspirador, os três segmentos das pernas estão situados em um plano e são conectados por três articulações de rotação, resultando em um total de três graus de liberdade por perna do robô. Essas pernas são montadas no corpo de robô de forma inclinada, sendo posicionadas por dois ângulos de rotação: um ângulo  $\Psi$  com a vertical e um ângulo  $\varphi$  com a direção longitudinal do corpo do robô. Na Fig. 2.16 é apresentado esquematicamente o posicionamento de cada uma das pernas do robô em relação ao corpo do mesmo.



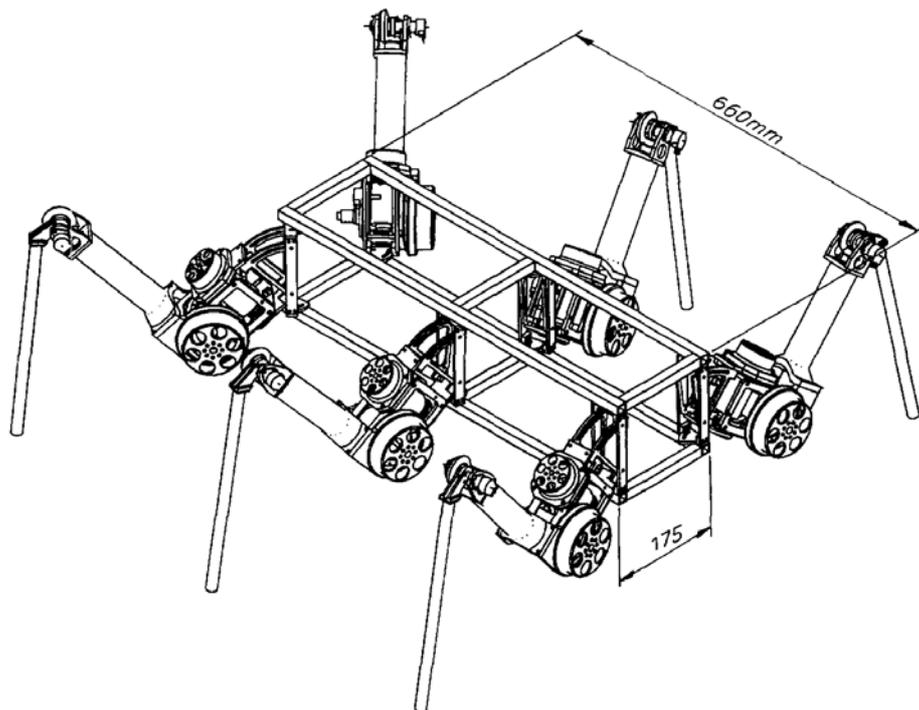
**Figura 2.16:** Montagem de uma perna do TUM (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995).

Segundo os autores, é essa orientação espacial do eixo de rotação da perna juntamente com a geometria não retangular da mesma, que permite que tanto os insetos como seu modelo se movam de forma suave, com um passo harmônico. A inclinação desse eixo de rotação, para o inseto, é diferente em cada tipo de ambiente no qual ele se move. Assim, o corpo do robô TUM também apresenta mais seis graus de liberdade de forma que se pode controlar o ângulo de posicionamento das pernas. Isso faz com que toda a estrutura tenha 24 graus de liberdade que precisam ser controlados à medida que o robô caminha.

A estrutura da perna do robô é apresentada na Fig. 2.17 e, com essa configuração, a perna tem massa de aproximadamente 2,9 Kg, tendo uma capacidade de carga de aproximadamente 18 Kg, ou seja, seis vezes o seu peso próprio. Na Fig. 2.18 é apresentada uma visão geral do robô TUM.



**Figura 2.17:** Estrutura da perna do TUM (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995).



**Figura 2.18:** Visualização esquemática do robô TUM – Technical University in Munich (PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995).

Outro robô inseto já há muito conhecido é o LAURON. Bührle e Cordes (1995) desenvolveram esse robô e sua segunda versão, o LAURON II, já apresentado na Fig. 2.11. Similarmente ao TUM, o LAURON também apresenta um total de 24 graus de liberdade. Cada perna também é formada pela união de três segmentos por articulações rotativas e estas pernas também estão ligadas ao corpo do robô por atuadores rotativos. Cada perna possui três

graus de liberdade. Em virtude da necessidade de baixo peso, o LAURON é quase todo feito em alumínio.

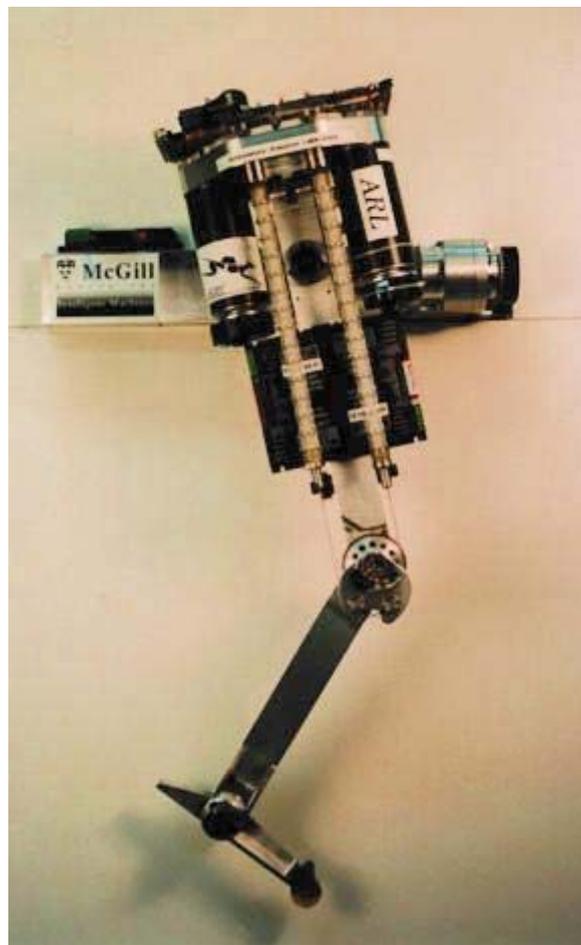
Os autores relatam que na modelagem da estrutura o chão não foi considerado como uma restrição cinemática, que é uma vantagem, pois desta forma o número de graus de liberdade da estrutura permanece sempre constante. Outra vantagem dessa consideração é que, desta forma, pode-se estudar o escorregamento dos pés do robô. Como já mencionado, Xu e Song (1996) fizeram um estudo desse gênero para outro hexápode, o ASV. Outra vantagem disso, segundo os autores, é que não é possível simular um chão perfeitamente rígido, principalmente em função de problemas numéricos, o que acarretaria na obtenção apenas de soluções aproximadas. Isso acaba por fazer com que as simulações computacionais apresentem resultados mais próximos de uma eventual situação real.

Espenschied et al. (1996) desenvolveram um robô, também hexápode, baseado na *Locusta migratoria*, uma das muitas espécies de gafanhoto. Os autores relatam que a mecânica do robô é de fundamental importância para a implementação de algum mecanismo biológico de controle, de forma que essa consideração acaba ditando muitas decisões para o projeto do robô. O robô tem um centro de massa muito baixo, o que lhe garante mais estabilidade. No entanto, em função de seu centro de massa ser baixo, há a desvantagem de que o robô não consegue transpor obstáculos muito grandes. Cada perna tem quatro graus de liberdade, sendo três deles ativos, de rotação, e um grau de liberdade passivo, que é constituído por uma mola linear. Esse grau de liberdade passivo tem a função de auxiliar o robô a manter sua postura em terrenos irregulares, já que, nesse tipo de solo, é mais vantajoso se o robô puder se adaptar. Cada perna também possui sensores angulares nos atuadores rotativos, bem como um sensor de força no sistema de molas do grau de liberdade passivo. Em função dos graus de liberdade das pernas da *Locusta migratoria* não serem acoplados, os graus de liberdade das pernas do robô também não são. Segundo os autores, essa característica do gafanhoto foi decisiva na decisão de não se utilizar pernas com aproximações de pantógrafos ou qualquer outro sistema que acople os graus de liberdade para simplificação do controle.

De forma a facilitar ainda mais a conformação do robô a superfícies irregulares, além do sistema de molas presente nas pernas, fez-se o controle das mesmas de forma tal a permitir que elas exibissem um comportamento típico de um músculo. Esse tipo de controle foi feito em função de duas principais vantagens apresentadas pelo sistema, que são: a possibilidade de se controlar a rigidez da articulação, prevenindo danos à mesma quando há a presença de

carregamentos pesados e também melhorar a distribuição do carregamento vertical entre as pernas do robô. Esse tipo de controle traz ainda outras vantagens que não serão mencionadas nesse texto e estão detalhadas no artigo dos autores (ESPENSCHIED et al., 1996).

Uma perna robótica também foi desenvolvida por Mennitto e Buehler (1996). Esta perna, intitulada CARL (Compliant Articulates Robot Leg) por seus idealizadores, foi desenvolvida com o intuito principal de ser utilizada na construção de um robô quadrúpede. Ela foi desenvolvida considerando-se a movimentação dinâmica do robô, permitindo que o mesmo caminhe ou até mesmo o trote, possibilitando uma combinação de diferentes tipos de passos. Segundo os autores, essa perna permite desenvolver velocidades de até 3 metros por segundo. Cada perna possui três membros e quatro graus de liberdade de rotação, Fig. 2.19.



**Figura 2.19:** CARL ([www.cim.mcgill.ca/research/94-95AnualReport/node92.htm](http://www.cim.mcgill.ca/research/94-95AnualReport/node92.htm)).

Neste trabalho, os autores relatam algumas vantagens de se utilizar apenas articulações rotativas que, segundo eles, são mais vantajosas frente às prismáticas, principalmente devido a características como baixo atrito, maior simplicidade e ainda maior mobilidade. Os atuadores

são elétricos e a fonte de energia é composta por baterias. O problema da potência necessária foi resolvido utilizando um sistema de conversão de potência do motor para altos torques nas articulações, denominado de LADD. Cada perna tem aproximadamente 12 Kg, mas pode ser diminuída para até aproximadamente 9 Kg (cada motor tem massa entre 0,5 e 1,3Kg).

Nelson et al. (1997) relatam que em Case Western Reserve University também foram desenvolvidos dois hexápodes, o R-I e o R-II. O primeiro deles, o R-I, foi desenvolvido para testar um controlador de locomoção. Cada perna do R-I possui dois graus de liberdade e o robô consegue caminhar, com passos de inseto, de forma contínua em uma superfície plana. O R-II foi mecanicamente projetado tendo como base o louva-Deus. Esse robô apresenta seis pernas com três graus de liberdade rotativos em cada uma delas, acionados por motores elétricos de corrente contínua. Esse robô tem a capacidade de caminhar de forma contínua, girar, mergulhar sem se mover, andar para frente, para trás e de lado e ainda consegue caminhar em superfícies acidentadas ou descontínuas. Utiliza um controlador distribuído baseado em insetos.

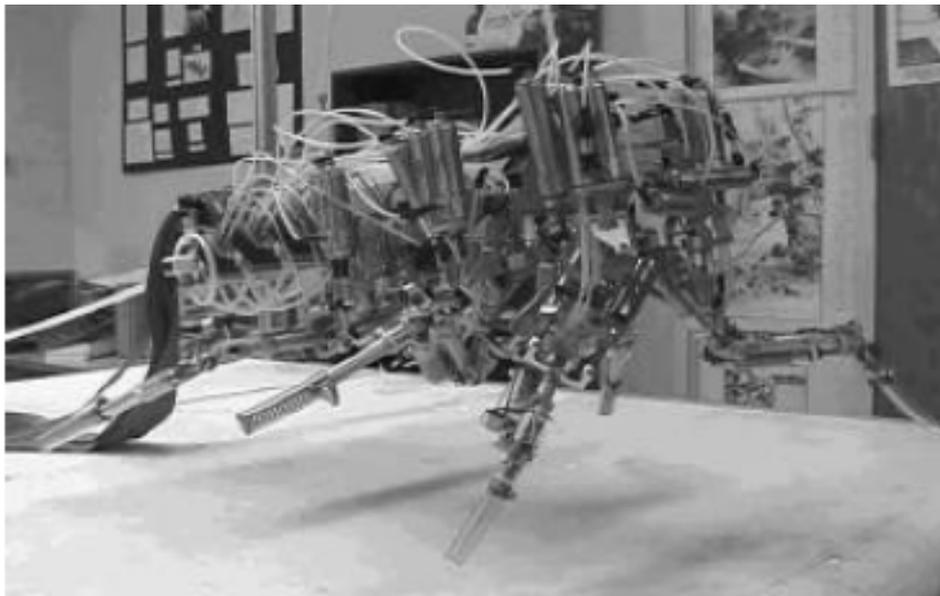
Uma nova evolução da robótica móvel em Case Western também é apresentada por esses autores. Essa evolução consiste na simulação de outro hexápode, o R-III, baseado em uma barata, a *Blaberus discoidalis*. Esse robô foi projetado e construído para testar princípios de controle observados na barata. A *Blaberus discoidalis* foi escolhida porque tem grande capacidade de correr e subir em objetos como também porque sua biomecânica já é bem conhecida através de trabalhos científicos publicados. Outra motivação é que, como se sabe, a performance de um robô pode ser significativamente melhorada quando são levados em conta alguns princípios da biologia quando se está fazendo o projeto mecânico (FERREL, 1995, ESPENSCHIED et al., 1996).

Contrariamente à “regra geral”, involuntariamente instituída entre os trabalhos sobre robótica móvel, de se utilizar robôs com pernas iguais, principalmente por uma questão de maior simplicidade de projeto, o novo protótipo apresentado por Nelson et al. (1997), o R-III, é simétrico apenas em relação a um plano longitudinal ao corpo robô, pois o mesmo possui três tipos diferentes de pernas, que são iguais aos pares. Quanto ao número de graus de liberdade das pernas, estes estão distribuídos da seguinte forma: cinco graus de liberdade nas pernas dianteiras, quatro graus de liberdade nas pernas centrais e três graus de liberdade nas pernas traseiras.

Isso faz com que o robô, considerando apenas suas pernas, possua 24 graus de liberdade, todos ativos. Segundo os autores, isso é feito porque essa disposição dos graus de

liberdade permite a imitação das diferentes funções de cada perna. As articulações são acionadas por cilindros pneumáticos e, nessas articulações, também existem potenciômetros devidamente instalados. Os segmentos individuais das pernas lembram um esqueleto animal: minimizados no meio, mas reforçados nos extremos, de forma a suportar os carregamentos aplicados e a ação de concentração de tensões. Um estudo a respeito da postura do R-III foi apresentado por Nelson e Quinn (1998), onde relatam as funções de cada par de pernas, que são: dar propulsão, levantar e girar o corpo e funções sensoriais.

Mesmo com esse elevado número de graus de liberdade que a estrutura apresenta, os autores afirmam que há situações nas quais é possível fazer o controle de uma perna, com até cinco graus de liberdade, em tempo real. Uma fotografia do R-III é apresentada na Fig. 2.20. Esse robô tem capacidade de levantar aproximadamente 13 Kg.



**Figura 2.20:** R-III (NELSON et al., 1997).

Mahajan e Figueroa (1997) desenvolveram um robô quadrúpede, o Flimar. Esse robô possui dimensões relativamente pequenas, possuindo aproximadamente 40cm de comprimento, 20cm de altura e 20cm de profundidade. Ele se move deixando sempre três pés em contato com o solo, de forma a garantir que o centro de massa do robô sempre esteja dentro do polígono formado, geometricamente, pela união dos três pés em contato com o solo, o que garante os equilíbrios estático e dinâmico. As pernas do Flimar possuem três graus de liberdade rotativos cada uma, sendo dois deles no plano vertical e o outro no plano horizontal, de forma que cada perna aja como um manipulador de duas barras no plano vertical. Isso

resulta em um total de doze graus de liberdade para todo robô, sendo que cada grau de liberdade é acionado por um servo-motor.

A função da rotação no plano horizontal, que une a terceira barra da perna ao corpo do robô, é fazer com que essa barra funcione como um quadril, permitindo com que o robô faça curvas. Assim, quando o robô caminha em linha reta, esse grau de liberdade não é utilizado, de forma que o robô pode se mover com apenas oito graus de liberdade, ou seja, utilizando apenas dois graus de liberdade por perna.

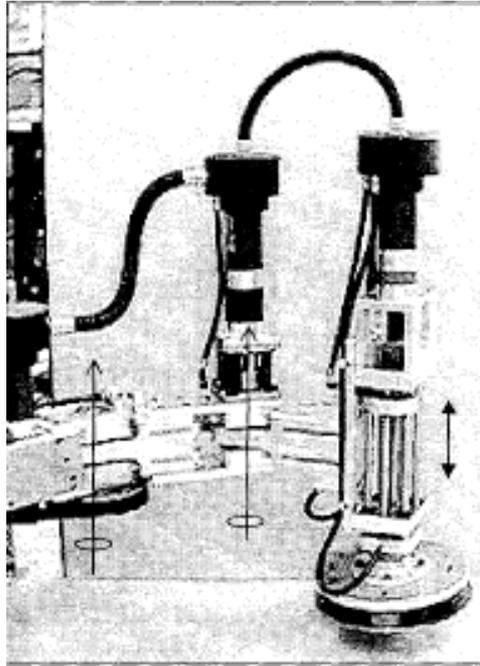
Uma outra categoria de robôs com pernas são os que podem caminhar na posição vertical. Procurando desenvolver um robô para essa função em particular, que se enquadra em uma categoria de robôs ainda não muito estudada, Grieco et al. (1998) apresentaram um hexápode que, carregando uma alta quantidade de peso, consegue subir em paredes ferromagnéticas. Esse tipo de robô pode ser largamente empregado em atividades relacionadas à inspeção e manutenção de equipamentos industriais.

O robô apresentado consegue carregar mais de 100Kg e transpor alguns obstáculos mais simples. É um robô que possui um comportamento semi-autônomo. Seu corpo é de alumínio e as dimensões do corpo são aproximadamente: 1100 (comprimento) x 90 (altura) x 600 (profundidade) [mm]. Note que a altura do robô é mais de doze vezes menor que o comprimento e mais de seis vezes menor que a profundidade. Isso é feito para que se minimize o esforço atuante nos pés do robô, que é tanto menor quanto menor for a distância do corpo do robô à parede (pois reduz o momento provocado pelo peso da estrutura). O aumento desse esforço tende a aumentar a força necessária para fixação do robô na parede, que é feita por ímãs.

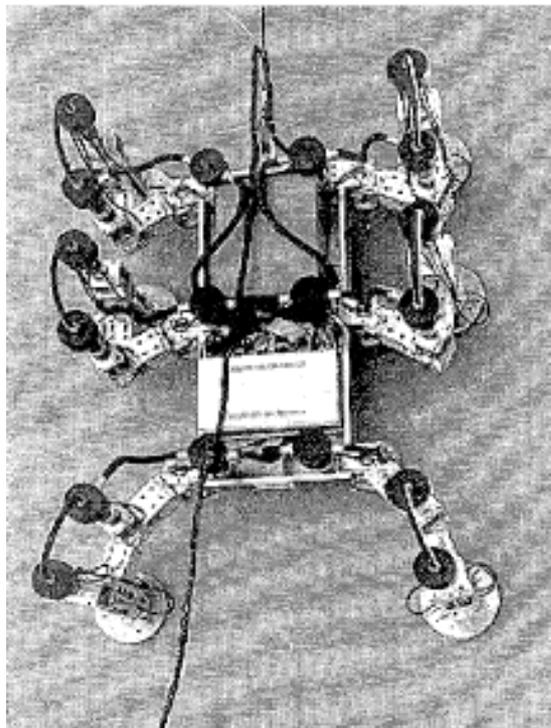
Esse hexápode não utiliza nem pernas pantográficas nem pernas do tipo inseto, mas pernas do tipo SCARA, Fig. 2.21, que possui dois graus de liberdade de rotação e um de translação. Segundo os autores, apesar de uma perna SCARA não ter um volume de trabalho tão bom quanto uma perna do tipo inseto, a estrutura SCARA apresenta vantagens como maior manipulabilidade, com forças e velocidades de operação altamente independentes e, para o caso de subir por paredes, a perna SCARA apresenta mais compatibilidade com essa tarefa, sendo também mais estável.

Além dos três graus de liberdade ativos de cada uma das pernas, o pé do robô apresenta um grau de liberdade passivo, sendo acoplado à perna por uma associação entre uma articulação esférica e molas, de forma a permitir que o pé do robô se adapte naturalmente à superfícies com inclinações de até 30°. Esse tipo de mecanismo de auto-ajuste é muito comum

tanto para compensar possíveis inclinações da superfície na qual o robô caminha, bem como para poder compensar alguma imperfeição do passo adotado para o robô. Na Fig. 2.22 é apresentada uma fotografia do robô construído.



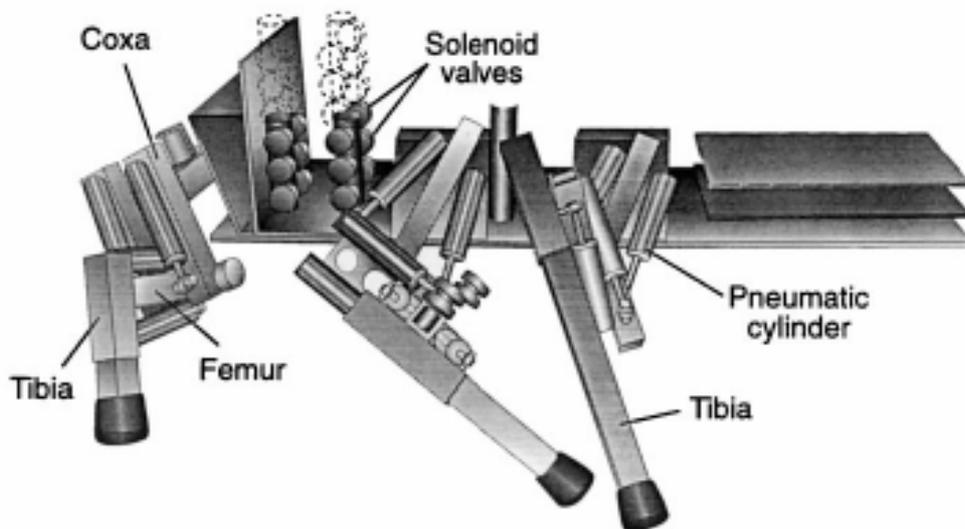
**Figura 2.21:** Perna com arquitetura do tipo SCARA (GRIECO et al., 1998).



**Figura 2.22:** Hexápode com pernas do tipo SCARA (GRIECO et al., 1998).

Delcomyn e Nelson (2000), como em Nelson et al. (1997), também desenvolveram um robô hexápode movido a ar comprimido. Esse robô também foi construído tendo como base uma barata. No entanto, a barata que serviu como base para essa nova estrutura é diferente da utilizada na confecção do R-III, apresentado em Nelson et al. (1997). Trata-se da *Periplaneta americana* ao invés da *Blaberus discoidalis*. Com base na estrutura física desses insetos, Delcomyn e Nelson (2000) construíram um robô que possui três tamanhos de perna diferentes, no entanto, iguais aos pares. Cada perna é constituída por três segmentos (coxa, fêmur e tíbia) e possui três graus de liberdade cada uma delas. Segundo os autores, o ciclo de movimento de cada perna dura de dois a quatro segundos.

Os atuadores pneumáticos do robô utilizam um mecanismo de válvula única para imitar características musculares, de forma que, segundo os autores, é possível conseguir melhores resultados de força e aceleração quando comparados com muitos sistemas motorizados. Na Fig. 2.23 é apresentado um esquema do robô construído.

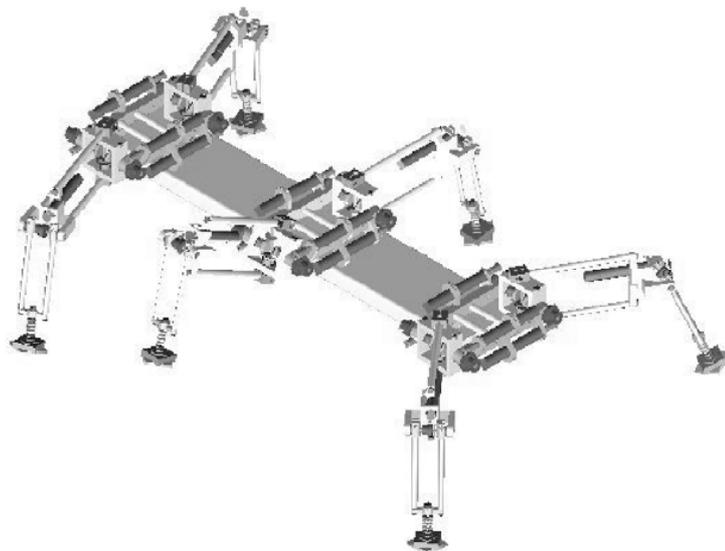


**Figura 2.23:** Hexápode pneumático (DELCOMYN; NELSON, 2000).

Zielinska e Heng (2002) também desenvolveram um hexápode cujas pernas possuem três graus de liberdade cada uma. Essas pernas são bastante flexíveis, permitindo que o robô tenha as pernas configuradas tanto como um robô inseto quanto como um robô mamífero, bastando para isso, segundo os autores, apenas um ajuste na estrutura. Outra opção possível para esse robô é a possibilidade de configuração do mesmo como sendo um hexápode omnidirecional. Os autores ressaltam a importância da necessidade de haver uma solução

geral para o projeto de pernas de robôs móveis, mas como ainda não há nenhuma solução desse tipo, afirmam que parte da dificuldade em se encontrar uma solução para esse problema relaciona-se aos acionadores (que geralmente são grandes e pesados) e à dificuldade de controle (devido ao número de graus de liberdade), confirmando o que já foi constatado por vários outros pesquisadores dessa área.

As pernas são montadas de tal forma que permitem melhorias significativas quanto ao volume de trabalho e quanto ao modelo cinemático. A perna se comporta de forma simétrica, o que permite a inversão do robô (característica essencial quando se opera em extremidades, como na proximidade de obstáculos). Outra vantagem do robô proposto é que o mesmo pode realizar tarefas, como pick-and-place, por exemplo, utilizando para isso suas duas patas dianteiras. Na Fig. 2.24 está representado o robô hexápode em sua configuração de inseto.



**Figura 2.24:** Hexápode inseto/mamífero (ZIELINSKA; HENG, 2002).

## 2.4 – Conclusão

Os robôs móveis modernos que se locomovem sobre pernas, apesar geralmente fazerem uso de tecnologia de ponta, ainda são muito ineficientes, movendo-se a velocidades relativamente baixas e superando obstáculos com dificuldade. Dentre essas estruturas, há algumas que se locomovem em velocidades mais altas, no entanto geralmente são controlados apenas de forma parcial.

A maior parte desses robôs utiliza pernas baseadas em estruturas seriais. Esse tipo de perna, por apresentar um alto número de graus de liberdade, é o fator que mais compromete o

desempenho da estrutura, principalmente quando são utilizadas em robôs quadrúpedes ou hexápodes.

Buscando uma solução para esse problema, alguns avanços tecnológicos têm sido apresentados. Esses avanços têm se concentrado no controle desses robôs e no desenvolvimento de pernas com base em diferentes arquiteturas, sobretudo mecanismos de cadeia fechada que, geralmente, permitem o uso de um sistema de controle mais simples.



# CAPÍTULO III

## MECANISMOS

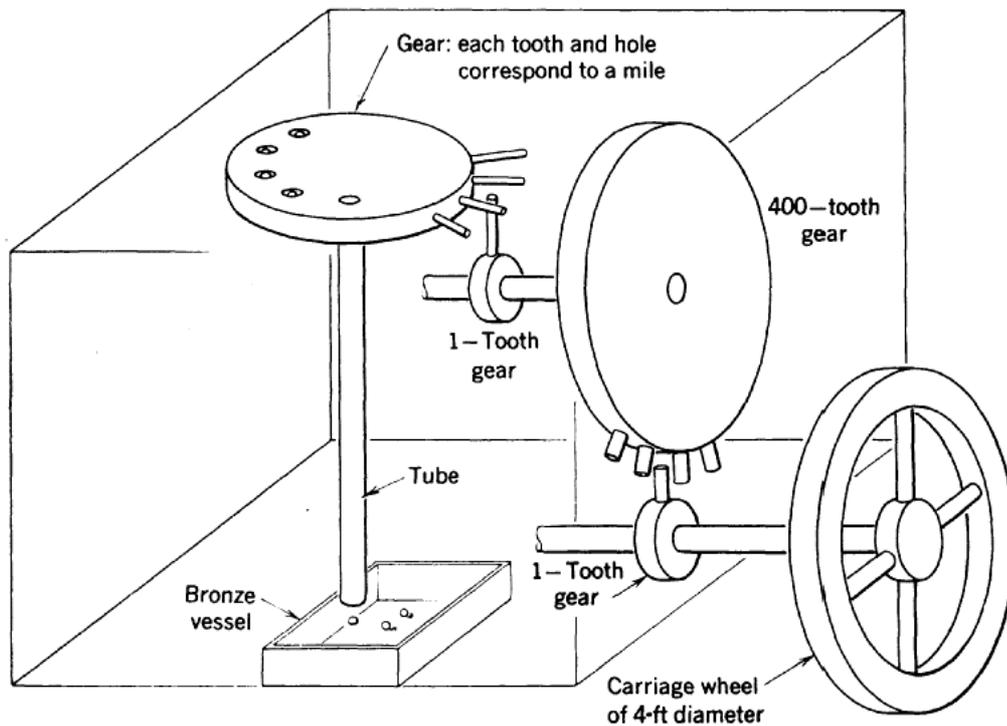
### 3.1 – Introdução

O homem é um ser que, desde o início de sua existência, vem sempre procurando facilitar suas tarefas cotidianas, seja na vida doméstica seja em seu trabalho. Em virtude disso, no decorrer da história a tecnologia veio se desenvolvendo, ora de forma mais acelerada ora de forma mais lenta, mas sempre procurando atender às necessidades do homem.

Pode-se dizer que o que mais motivou o ser humano a se desenvolver tecnologicamente, foram suas necessidades e/ou desejos mais intrínsecos à sua natureza, como sua ambição em se expandir e conquistar, bem como sua segurança, sua carência de força para mover grandes pesos e sua subsistência. Exemplos clássicos deste desenvolvimento são os moinhos de trigo e outros cereais movidos pelas forças da natureza ou mesmo por animais. Há também exemplos de dispositivos mais engenhosos como uma espécie de odômetro (HARTENBERG; DENAVITT, 1964), desenvolvido e utilizado pelos romanos para medir suas estradas e para medir a distância navegada por seus navios, Fig. 3.1. Os egípcios também utilizavam mecanismos primitivos para a construção de seus monumentos, muitos deles famosos ainda hoje, como as pirâmides (NORTON, 1992).

Dentre as razões para o progresso do ser humano, pode-se afirmar que desde os tempos mais antigos de nossa história, foram as guerras que trouxeram, e ainda trazem, um desenvolvimento tecnológico mais significativo. A indústria armamentista sempre se destacou dentre as demais por sempre ter financiado pesquisas para o desenvolvimento de novos armamentos, promovendo também o desenvolvimento de outras áreas. Para citar um exemplo

de pesquisa feita sob o financiamento dessa indústria, pode-se relatar as pesquisas voltadas para o desenvolvimento de máquinas que arremessavam projéteis de vários tipos. Na literatura técnica da época, essas máquinas eram denominadas de *“throwing engines”*. Exemplos dessas máquinas são as catapultas (HARTENBERG; DENAVITT, 1964, NORTON, 1992).



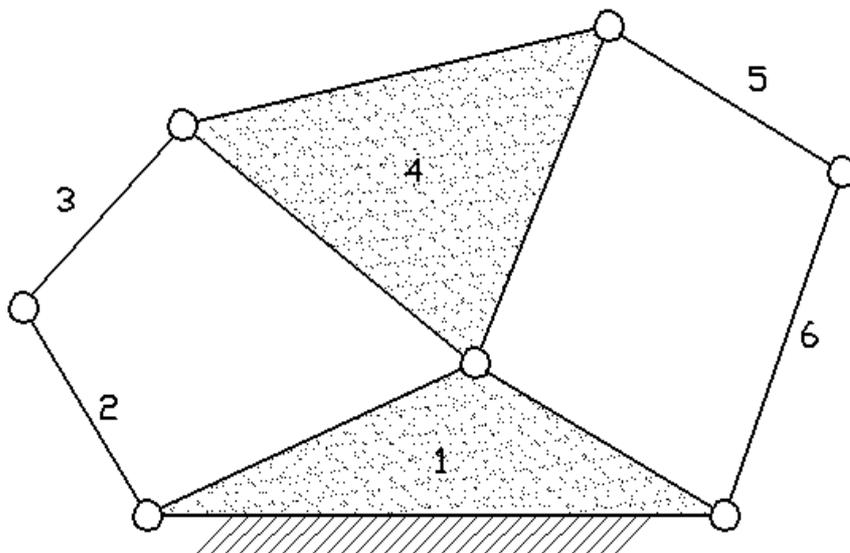
**Figura 3.1** – Desenho esquemático de um odômetro romano (HARTENBERG; DENAVITT, 1964).

Como a maior parte da ciência, nota-se que o desenvolvimento tecnológico do homem, no que diz respeito aos mecanismos, também se deu de forma bem gradativa, começando com a utilização de mecanismos bem simples, como a alavanca, até os mecanismos mais elaborados utilizados atualmente. No início, os mecanismos, bem como as máquinas, eram produzidos, na maioria das vezes, de forma puramente experimental, por observações, visando, quase sempre, satisfazer alguma necessidade vigente. Logicamente, equipamentos construídos desta forma nem sempre eram bem sucedidos (HARTENBERG; DENAVITT, 1964).

O significado dos termos mecanismo e máquina são muito similares, sendo que, entre os pesquisadores, é praticamente um consenso que um mecanismo é um dispositivo que se movimenta lentamente e no qual as forças envolvidas são muito pequenas, enquanto que em

uma máquina, que geralmente se constitui da associação de vários mecanismos, as velocidades de operação e potências transmitidas são significativamente maiores (HARTENBERG; DENAVITT, 1964, HUNT, 1978, NORTON, 1992). Por outro lado, há quem defina mecanismo como sendo dispositivos que transmitem movimento e/ou força de uma entrada para uma saída, como é o caso de Erdman e Sandor (1990).

À medida que os estudos sobre os mecanismos foram evoluindo, eles foram recebendo contribuições dos mais diversos engenheiros e pesquisadores da área, dentre os quais pode-se citar o engenheiro Leonardo da Vinci (cujas obras só se tornaram públicas no século XVIII), o matemático Leonard Euler (que, segundo Lagrange, foi quem publicou “o primeiro grande trabalho no qual a análise é aplicada à ciência do movimento”), o engenheiro James Watt (que preocupou-se com o movimento, projetando e construindo um mecanismo que descrevesse uma trajetória linear, apresentado na Fig. 3.2), entre outros. Também foram surgindo livros de desenhos de mecanismos e até mesmo algum algebrismo para a geração de curvas, de forma a complementar o que já era denominado por muitos de “arte de criar mecanismos”.



**Figura 3.2:** Mecanismo de Watt.

Segundo Leonard Euler, o estudo do movimento de um corpo rígido deveria ser convenientemente separado em duas partes, uma geométrica e outra mecânica, sendo que na primeira parte a transferência do corpo de uma posição para outra deveria ser estudada sem considerar as causas do movimento. Isso mostrou que era necessário, ou até mesmo de certa forma inevitável, o surgimento de uma nova ciência que estudasse bem esses mecanismos.

Assim, veio a surgir o que o físico e professor André Marie Ampère denominou de *cinématique*, ou cinemática, que vem da palavra grega *κινῆματα*, que quer dizer movimento. Ampère definiu a cinemática como sendo “o estudo do movimento de mecanismos e dos métodos de criá-los” (HARTENBERG; DENAVITT, 1964, HUNT, 1978, NORTON, 1992, ERDMAN; SANDOR, 1990). Alguns dos primeiros mecanismos estudados por essa nova ciência, foram os mecanismos que faziam a transformação de um movimento circular contínuo em um movimento linear alternado.

À medida que se intensificavam os estudos da cinemática, ou mesmo a dinâmica de mecanismos, notou-se que quase sempre se fazia necessária a utilização de desenhos, de maneira a facilitar a visualização do mecanismo e de seus movimentos característicos. No entanto, em mecanismos mais complexos, essa representação gráfica pode ser muito trabalhosa, demandando muito tempo. Desta forma, de maneira a simplificar a representação gráfica, tanto dos mecanismos mais complexos como também dos mais simples, foi criada uma forma de representação simbólica das barras e das articulações através de suas linhas de ação. Essa representação simbólica foi primeiramente desenvolvida e proposta por Franz Reuleaux, e vem sendo aperfeiçoada a cada dia (HARTENBERG; DENAVITT, 1964).

Atualmente, a cinemática dos mecanismos é dividida em duas grandes áreas que estão intimamente inter-relacionadas. A primeira e mais simples delas é a *análise*, que trata do estudo dos mecanismos em si, ou seja, dado um mecanismo, o movimento característico de seus componentes e as demais propriedades cinemáticas serão determinadas por sua análise. Os parâmetros da análise contêm todas as dimensões principais do mecanismo, as conexões entre suas barras e ainda a especificação da entrada de movimento ou método de atuação. Os objetivos principais de uma análise cinemática são: a determinação dos deslocamentos, das velocidades, acelerações, possíveis choques, jerk, e até mesmo das acelerações de ordem superior que eventualmente possam existir no mecanismo. Por uma análise cinemática também é possível descrever, por meio de equações, o caminho percorrido por um ponto definido em uma das barras do mecanismo durante a evolução de seu movimento. Em suma, com uma análise cinemática pode-se determinar a performance do movimento de um determinado mecanismo (ERDMAN; SANDOR, 1990).

A segunda grande área da cinemática dos mecanismos é a *síntese*. Na síntese, o problema é resolvido de forma inversa, ou seja, sendo conhecido o movimento, procura-se o mecanismo que realiza este tipo de movimento. Trata-se, basicamente, do estudo para se criar um mecanismo para uma dada aplicação. Um engenheiro do século XIX, Robert Willis, autor

de *Princípios dos Mecanismos*, trabalho que, segundo Hartenberg e Denavit (1964), veio a contribuir de forma muito substancial para a síntese de mecanismos, tinha a idéia de que deveria haver uma aproximação sistemática para o projeto de mecanismos para um dado propósito.

A síntese pode ser vista de duas maneiras:

*a – O estudo dos métodos de criar um determinado movimento em termos do tipo de mecanismo*

*b – O estudo dos métodos de criar mecanismos partindo-se de movimentos dados*

No primeiro caso, *caso (a)*, para uma dada performance, deve-se determinar qual o melhor tipo de mecanismo para a aplicação. Por exemplo, deve-se determinar, para uma dada aplicação, se é mais viável utilizar um mecanismo plano ao invés de um mecanismo espacial. Esse tipo de síntese é denominado de *síntese de tipo*. Uma vez determinado o tipo de mecanismo a ser utilizado, passa-se a perguntar quantas barras terá esse mecanismo, ou seja, se será utilizado um mecanismo de quatro, cinco, ou mais barras, e assim sucessivamente. Esse tipo de síntese também é denominado de *síntese de número*.

Já no segundo caso, *caso (b)*, também denominado de *síntese dimensional*, o principal fator a se determinar são as dimensões do mecanismo a se utilizar (como os comprimentos das barras, diâmetros de engrenagens, etc), bem como a posição inicial do mecanismo para a partida, geralmente dada por uma posição angular da barra motora (ERDMAN; SANDOR, 1990).

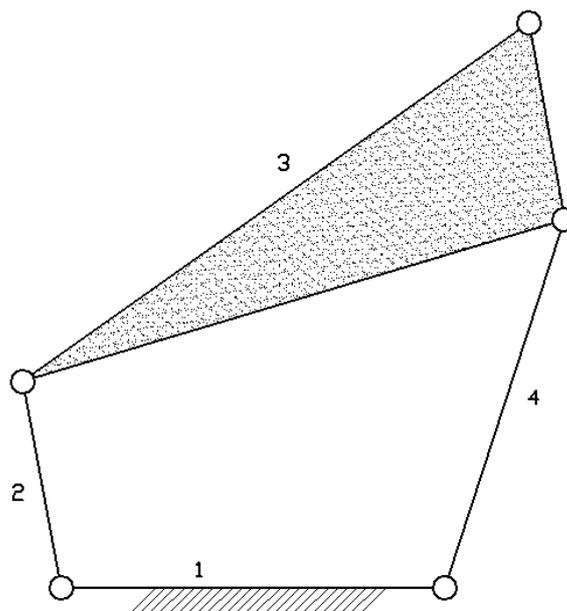
### **3.2 – Componentes de um mecanismo**

Um mecanismo é composto basicamente por suas barras, consideradas corpos rígidos, e por suas articulações, ou pares cinemáticos. Geralmente, também há uma fonte motora que é a responsável pela movimentação do mecanismo. O estudo de forças, torques, energia e inércia, são objeto de estudo da dinâmica. Desta forma, ao se fazer a modelagem cinemática de um mecanismo, o efeito destas variáveis não são levados em conta.

Por definição, um corpo rígido é um corpo que não pode se alongar, torcer, ou sofrer qualquer outro tipo de deformação, ou seja, tomando como referência um sistema inercial, a distância entre dois pontos quaisquer pertinentes a uma barra rígida do mecanismo permanece inalterada durante todo seu movimento (BEER, JOHNSTON JR, 1994). No entanto, um corpo nessas condições ideais não existe fisicamente, pois sempre há alguma deformação, plástica ou elástica, em virtude dos esforços presentes, por menores que eles sejam. Assim, para que

se obtenha um resultado experimental mais próximo do que se espera, ao se fazer uma análise cinemática, geralmente utilizam-se corpos reais que são dinamicamente superdimensionados, ou seja, utilizam-se barras nas quais as deformações por elas sofridas podem ser desprezadas quando em comparação com a magnitude do movimento por elas realizado em um ciclo de movimento. Já existem trabalhos científicos onde são estudados mecanismos formados com barras flexíveis, como pode ser visto em (WANG; MILLS, 2006).

Os corpos rígidos podem ser classificados quanto ao número de nós que apresentam, e segundo esse critério, as barras podem ser divididas em binárias, ternárias, e assim sucessivamente (NORTON, 1992). A Fig. 3.3 apresenta, em uma representação esquemática de um mecanismo plano de quatro barras que possui três barras binárias (barras um, dois e quatro) e uma barra ternária (barra três).



**Figura 3.3:** Mecanismo plano de quatro barras com uma barra ternária.

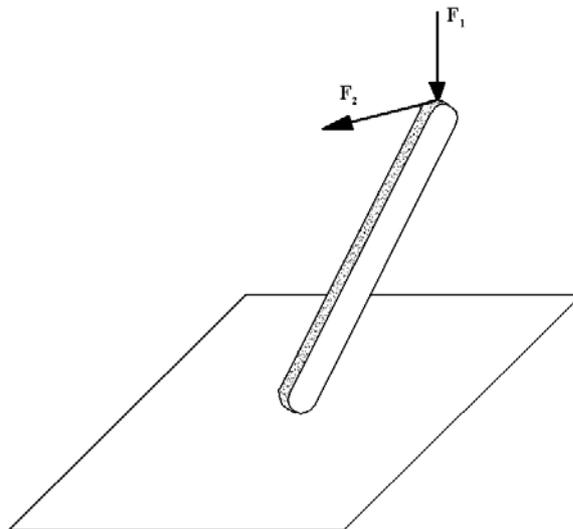
O segundo componente de um mecanismo são suas articulações, também denominadas de juntas ou ainda pares cinemáticos. É o elemento de união entre as barras. A forma mais elementar de uma união entre dois corpos é o seu contato em um ponto comum aos dois, de forma que esse ponto de contato seja mantido continuamente durante o movimento relativo entre os corpos. No entanto, apesar de haver aplicações onde o ideal é que esse contato entre os corpos se dê por apenas um ponto, freqüentemente prefere-se que o contato se dê por

vários pontos, distribuindo o carregamento entre eles. O tipo de movimento relativo entre os corpos unidos é característico do tipo de articulação utilizada na união entre os mesmos.

As articulações podem ser classificadas conforme o *número de graus de liberdade* que possuem; em função do *tipo de fechamento físico*; segundo o *número de corpos unidos*, ou ainda conforme o tipo de *contato entre os corpos que compõe a articulação* (NORTON, 1992).

*Quanto ao número de graus de liberdade*: um corpo livre no espaço possui seis graus de liberdade (três deles relativos à posição do corpo no espaço e os outros três relativos à sua orientação). No entanto, pode-se articular esse corpo de forma a restringir parte desses graus de liberdade, chegando a um limite de até cinco restrições de movimento, ou seja, utilizando-se articulações que permitem apenas um tipo de movimento. De maneira análoga pode-se utilizar articulações que restringem menos tipos de movimento, podendo possuir dois, três ou mais graus de liberdade. Entretanto deve-se atentar ao fato de que quanto maior o número de graus de liberdade das articulações, maior será a mobilidade do corpo no espaço, e conseqüentemente, o número de parâmetros a se controlar também será maior.

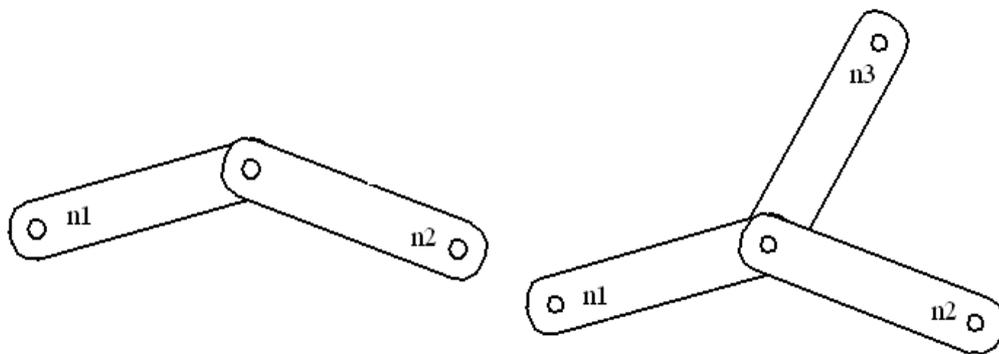
*Quanto ao tipo de fechamento físico*: a articulação pode ser com fechamento do tipo ligação por força, quando o que mantém os corpos unidos é a presença de uma força no sentido de aproximá-los, ou ligação por forma, como no caso de uma articulação esférica. Um exemplo de fechamento por força é apresentado na Fig. 3.4.



**Figura 3.4:** Fechamento por força.

*Quanto ao número de corpos unidos:* as articulações podem fazer a união de apenas dois corpos rígidos, que é o caso mais comum, mas também podem fazer a união de mais corpos, Fig. 3.5. Uma propriedade que vem dessa forma de classificação é a ordem de junta, que é determinada pela Eq. (3.1), onde  $O_{junta}$  representa a ordem da junta, e  $n$  representa o número de barras unidas pela articulação.

$$O_{junta} = n - 1 \quad (3.1)$$



**Figura 3.5:** Articulações de primeira e segunda ordem.

*Quanto ao tipo de contato entre os corpos que compõem a articulação:* é o tipo de classificação mais importante. As articulações, ou pares cinemáticos, podem ser divididas em dois grandes grupos: os pares inferiores (*lower pairs*) e os pares superiores (*higher pairs*). Segundo Hartenberg e Denavit (1964), essa divisão foi inicialmente proposta por Franz Reuleaux em sua obra *Theoretische kinematik*, de 1875. Nos pares superiores o contato entre os corpos rígidos se dá por apenas um ponto ou ao longo de uma curva (engrenagens, contato das esferas de um rolamento com a pista, came e seguidor, entre outros). Na verdade, como os corpos reais sempre se deformam, o contato dos pares superiores se dá por uma região de contato. No entanto, as dimensões dessa região de contato são muito reduzidas. Nos pares inferiores, o contato entre os corpos rígidos se dá em uma região da superfície de dimensões bastante significativas em relação às dimensões das articulações (articulações esféricas, articulações rotativas, parafuso sem fim, entre outros). O fato dessa região de contato ser maior nos pares inferiores é uma vantagem pois, em função disso, esse tipo de articulação pode suportar carregamentos maiores que os pares superiores, já que as pressões existentes nessas articulações são, em geral, menores. Outra vantagem dos pares inferiores, diz respeito

à sua fabricação, que é mais simples, já que, com exceção da articulação do tipo parafuso, todas as demais articulações derivam de círculos ou de linhas retas, que são formas que se consegue fabricar com muita precisão. Em função dessas vantagens, nota-se que os pares inferiores são mais importantes que os pares superiores, como também são os mais comuns de forma que, sempre que possível, é preferível substituir um par superior por um par inferior. A seguir são citados os seis tipos de movimento permitidos por esse tipo de articulação:

*1 – articulação de rotação (R):* é uma articulação que permite apenas uma rotação em torno de seu próprio eixo, possuindo um grau de liberdade. É o tipo mais comum de articulação. Fig. 3.6a.

*2 – articulação prismática (P):* é o tipo de articulação que permite apenas um movimento de translação, possuindo apenas um grau de liberdade, Fig. 3.6b. Exemplo: guias lineares.

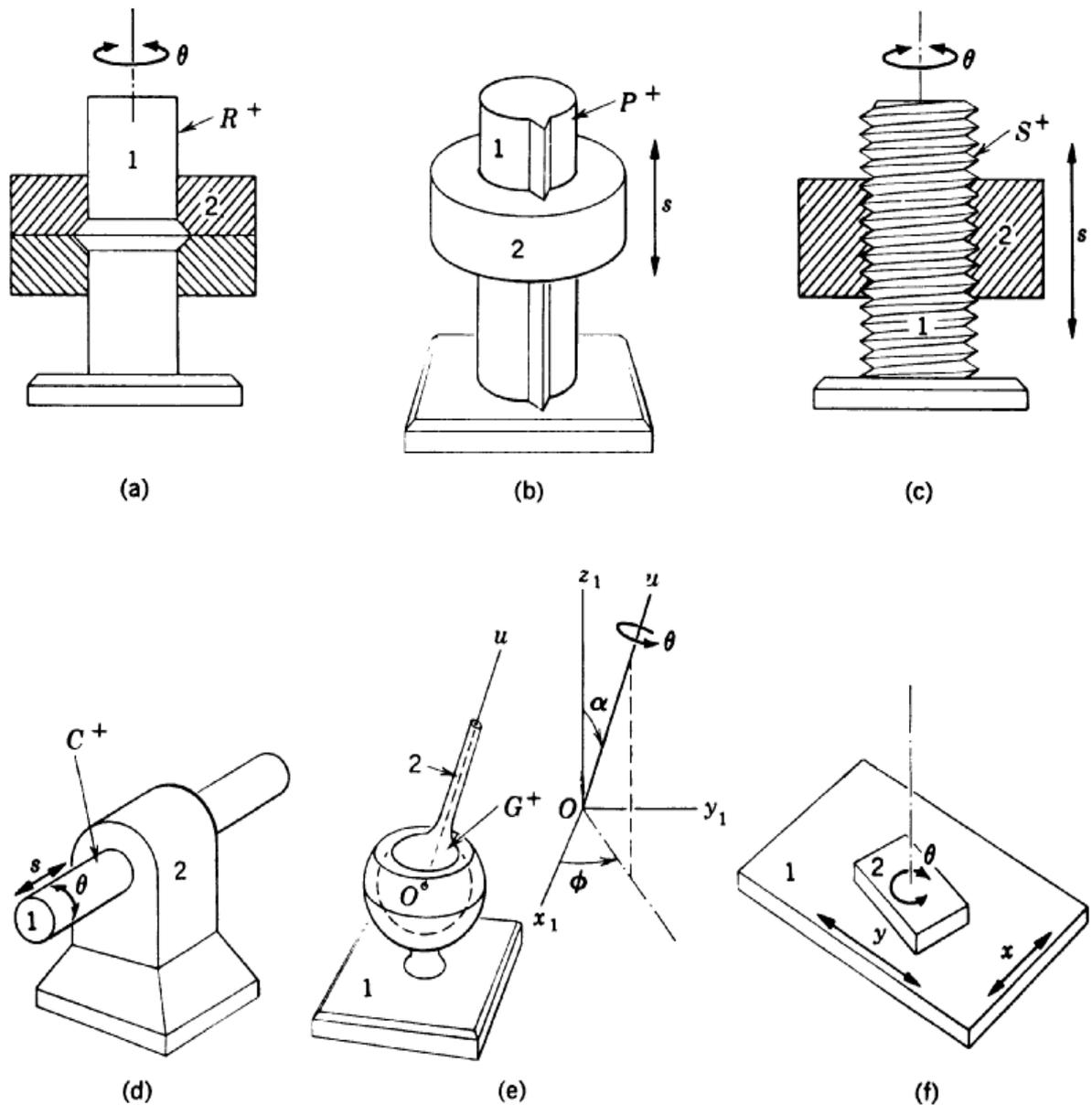
*3 – articulação do tipo parafuso (H):* apesar de, nesse tipo de articulação, haver dois tipos de movimento relativo (rotação e translação), ainda assim é uma articulação com apenas um grau de liberdade. Isto ocorre pois o movimento de translação está associado ao movimento de rotação, Fig. 3.6c.

*4 – articulação cilíndrica (C):* são articulações com dois graus de liberdade, pois permitem dois tipos de movimento, gerando duas variáveis independentes necessárias para a descrição completa do movimento: uma relativa à rotação e a outra à translação ao longo do eixo de rotação. É formada pela montagem de um eixo cilíndrico em um mancal também cilíndrico, sendo que esse mancal não restringe o movimento axial do eixo, Fig. 3.6d.

*5 – articulação esférica (S):* é a articulação formada pelo acoplamento de uma esfera em uma calota esférica, sendo que ambas possuem raios geométricos com valores muito próximos. Esse tipo de articulação possui três graus de liberdade, todos de rotação, sendo que um deles refere-se à rotação em torno de seu próprio eixo, Fig. 3.6e.

*6 – articulação planar (E):* é um tipo de articulação com três graus de liberdade. Hunt (1990) classifica esse tipo de articulação como sendo um caso especial de uma articulação esférica, considerando que os dois planos em contato são porções de superfícies esféricas de

raio infinito. Hartenberg e Denavitt (1964) dizem que as variáveis desse tipo de articulação são duas translações e uma rotação (perfazendo os três graus de liberdade da articulação). Por outro lado, Hunt (1990) diz que o movimento planar não deve ser considerado como sempre sendo composto de duas translações e uma rotação e faz a observação que, de acordo com o tipo de coordenadas que se utiliza, pode-se ter duas rotações e apenas uma translação, no caso de coordenadas polares, Fig. 3.6f.



**Figura 3.6:** Tipos de articulações (pares inferiores): (a) de rotação, (b) prismática, (c) do tipo parafuso, (d) cilíndrica, (e) esférica e (f) planar (HARTENBERG; DENAVIT, 1964).

### 3.3 – Tipos de mecanismo

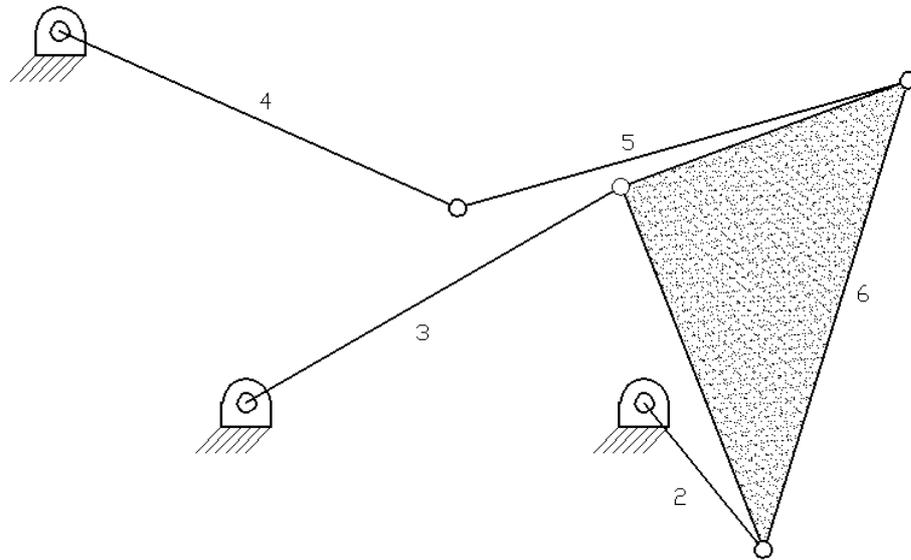
Há inúmeras formas de se classificar os mecanismos. A classificação tem por objetivo agrupá-los em função de características comuns, de forma que o modelo de classificação adotado seja capaz de auxiliar o projetista a escolher determinada forma de mecanismo, tendo em vista a aplicação desejada. Segundo Hartenberg e Denavit (1964), dois importantes grupos de classificação dos mecanismos são os denominados *funcionais* e os *estruturais*. Os funcionais levam em conta apenas a tarefa proposta, ou seja, o tipo de movimento gerado pelo mecanismo. Por outro lado, a classificação estrutural considera o movimento relativo de cada barra do mecanismo. Outras formas de classificação têm sido utilizadas tais como a classificação quanto ao seu número de barras (de quatro barras, de cinco barras, etc.), quanto ao espaço de trabalho (planos ou espaciais), ou ainda quanto à transformação de movimento que promovem.

Um mecanismo pode transformar o movimento de entrada de duas maneiras distintas. Considerando-se que a entrada de movimento é uniforme, a saída de movimento pode ser:

*a – uniforme*: quando o movimento de entrada é igual ao movimento de saída, como é o caso de quando se faz uso de engrenagens circulares, da transmissão por elementos flexíveis (correias e correntes) ou ainda de mecanismos do tipo paralelogramo.

*b – não-uniforme*: quando o movimento de entrada é diferente do movimento de saída, como no caso da transmissão de movimento por cames, engrenagens não circulares, entre outros.

Quanto ao número de barras, pode-se ter mecanismos com as mais diversas configurações, sejam eles planos ou espaciais. A título de ilustração, na Fig. 3.7 está apresentado um mecanismo plano de seis barras, denominado de mecanismo de Stephenson, onde a barra um é a barra fixa. Outro mecanismo de seis barras também muito conhecido é o mecanismo de Watt, apresentado anteriormente na Fig. 3.2. Nos dois casos, os mecanismos possuem apenas articulações de rotação. Um exemplo de um mecanismo espacial é o mecanismo do tipo RRSC, onde a seqüência de articulações é: duas articulações de rotação, seguidas por uma articulação esférica e uma articulação cilíndrica. Ao menos em teoria, de acordo com as necessidades do projetista, ou até mesmo de acordo com suas preferências, sempre respeitando certos limites, pode-se construir um mecanismo para atendê-las.



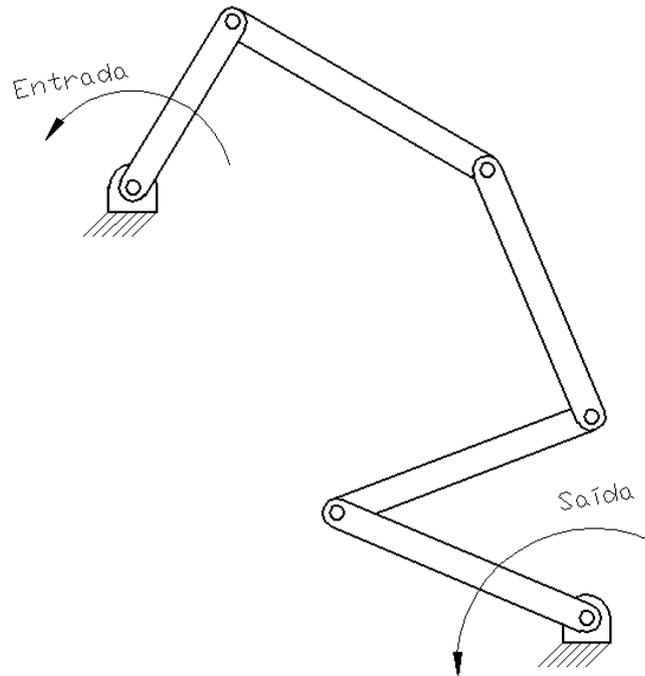
**Figura 3.7:** Mecanismo de Stephenson.

### 3.4 – Número de graus de liberdade de um mecanismo

O número de graus de liberdade de uma cadeia cinemática pode ser definido como sendo um número inteiro que corresponde ao número mínimo de coordenadas independentes (coordenadas generalizadas) necessárias para especificar, geometricamente, a configuração da cadeia cinemática (ANGELES, 1978). É uma variável muito importante, principalmente quando se deseja relacionar as variáveis de entrada no mecanismo com as variáveis de saída. Uma situação possível é que, dependendo da configuração da estrutura, não exista uma correspondência direta entre apenas uma variável de entrada e a variável de saída como, por exemplo, no caso do mecanismo apresentado na Fig. 3.8. Nesse caso não é suficiente que o mecanismo tenha apenas uma variável de entrada, ou seja, apenas um grau de liberdade. Isso ocorre devido ao número elevado de barras binárias que há separando a entrada da saída de movimento.

O número máximo de graus de liberdade que um par cinemático pode possuir depende do tipo de articulação utilizada no mecanismo. Um par superior pode ter no máximo cinco graus de liberdade, sendo dois de translação e três de rotação. Isso ocorre para um par superior que tem apenas um ponto de contato entre os corpos rígidos. Já os pares inferiores, nos quais o contato se dá em porções significativas da área da superfície de contato, podem ter três graus de liberdade ou menos. Assim, fica evidente a necessidade de se conhecer os diferentes tipos de articulações presentes na estrutura, quando se deseja descrever o

movimento de um dado corpo do mecanismo, em relação a um referencial fixo, mesmo que o corpo em estudo não seja adjacente à barra fixa.



**Figura 3.8:** Mecanismo sem restrição.

Um conceito importante na análise dos mecanismos consiste na mobilidade. Esse conceito pode ser definido como sendo o número de variáveis de entrada que podem ser controladas, a fim de se levar o sistema mecânico a uma posição particular. Há quem denomine mobilidade como sendo o número de graus de liberdade de um mecanismo. A princípio, a mobilidade de qualquer sistema mecânico pode ser prevista.

Sabe-se que para se posicionar um corpo rígido livre no espaço, há a necessidade de se conhecer seis coordenadas independentes do mesmo, sendo que a natureza dessas coordenadas depende do referencial adotado. Comumente adotam-se três translações e três rotações. Desta forma, para  $n$  corpos livres no espaço, tem-se uma quantidade de graus de liberdade igual a  $6n$ . Se os  $n$  elementos forem acoplados, de forma que o início de uma barra seja preso no final de outra, o número total de graus de liberdade da estrutura é reduzido em função do tipo de articulação utilizada. Essa redução do número de graus de liberdade acontece porque o deslocamento de cada elemento deixa de ser independente. Fixando o primeiro elemento, de forma a definir a barra fixa, sempre presente em um mecanismo, acontece uma redução do número total de graus de liberdade da cadeia cinemática. Nesse

caso, há uma redução de seis graus de liberdade, já que a barra não está mais livre no espaço. Assim, pode-se calcular a mobilidade do mecanismo através da seguinte equação (HUNT, 1990):

$$M = 6(n-1) - \sum_{i=1}^g u_i \quad (3.2)$$

Onde  $n$  representa o número de corpos rígidos do mecanismo,  $u$  representa o número de movimentos restritos por cada articulação que une os corpos, e  $g$  representa o número total de articulações do mecanismo.

O número de restrições impostas pelas articulações,  $u$ , somado ao número de graus de liberdade da articulação,  $f$ , é igual ao máximo número de variáveis independentes que o corpo rígido pode ter, ou seja:

$$u + f = 6 \quad (3.3)$$

Desta forma, inserindo-se a Eq. (3.3) na Eq. (3.2), tem-se:

$$M = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (3.4)$$

Eliminando-se o somatório da Eq. (3.4), e considerando a presença de articulações com um, dois, ou ainda três graus de liberdade, a Eq. (3.4) pode ser reescrita na forma:

$$M = 6(n - 1) - 5J_1 - 4J_2 - 3J_3 \quad (3.5)$$

Onde  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  representam o número de articulações do mecanismo que possuem um, dois e três graus de liberdade, respectivamente. Para o caso de mecanismos planos, o multiplicador seis das Eq. (3.4) e (3.5) torna-se três, pois um corpo livre em um plano tem apenas três graus de liberdade de forma que, para o caso plano, a Eq. (3.4) torna-se:

$$M = 3(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (3.6)$$

No caso de mecanismos planos de quatro barras, como cada articulação permite apenas um grau de liberdade, a Eq. (3.6) pode ser escrita como:

$$M = 3(n - 1) - 2g \quad (3.7)$$

A Eq. (3.7), como apresentada acima, é uma variante da denominada equação de Grübler para mecanismos com articulações de rotação. Essa equação é idêntica à equação proposta por Silvestre, e foi uma das equações mais utilizadas para se estudar a mobilidade de mecanismos. No entanto, como sempre houve uma grande quantidade de mecanismos para os quais essa equação não era satisfeita, sempre foram surgindo evoluções de equações anteriores, sendo que uma das mais significativas foi dada por Hochman. Uma das evoluções da equação de Grübler foi desenvolvida por Kutzbach, que consiste em uma particularização da equação de Hochman (GOGU, 2005). Essa contribuição acabou dando origem à equação de Grübler-Kutzbach, apresentada na Eq. (3.4). A equação de Grübler-Kutzbach é uma equação geral, e representa o *critério geral da mobilidade* (HUNT, 1978). Uma revisão detalhada do número de graus de liberdade em mecanismos articulados é apresentada por Gogu (2005).

É importante observar que, quando se calcula a mobilidade de um mecanismo, o valor resultante deve ser um número inteiro qualquer, podendo assumir desde o valor nulo, a valores positivos e até mesmo valores negativos. Ora, quando a equação de mobilidade retorna um valor positivo, esse valor representa, como já foi mencionado, o número de variáveis de entrada que devem ser controladas para que se tenha um mecanismo que também possa ser controlado. Se a equação resulta em zero, quer dizer que há a possibilidade de que a estrutura em análise não seja um mecanismo, mas sim uma estrutura estaticamente definida, ou seja, sem movimento relativo entre suas barras. Por outro lado, quando se obtiver um valor negativo para a mobilidade, implica que novamente se trata de uma estrutura e não um mecanismo. Só que, nesse caso, a estrutura é hiperestática. Essa análise deve ser feita com muito cuidado pois há mecanismos nos quais essas equações não podem ser aplicadas, como será mostrado mais adiante.

### 3.5 – Mecanismos de quatro barras do tipo 4R

Os mecanismos de quatro barras têm sido muito estudados, como também são usados nas mais diversas aplicações, como em limpadores de pára-brisas, na plaina limadora para

usinagem (na forma de um mecanismo de retorno rápido), nos motores de combustão interna, na suspensão do automóvel, em retroescavadeiras, no trem de pouso de aviões, entre inúmeras outras aplicações. São temas de diversos trabalhos científicos, sendo usados até mesmo como base para a modelagem de pernas robóticas, como apresentado em Song et al (1984), que descreve a utilização de um mecanismo pantográfico para a aplicação em um robô móvel.

Os mecanismos de quatro barras podem ser projetados nas mais diferentes formas e tamanhos. São relativamente simples, baratos e fáceis de se manter. Podem trabalhar tanto a altas como a baixas velocidades bem como podem transmitir pouca ou muita potência e ainda podem operar em todos os tipos de ambiente. Isso demonstra que são mecanismos muito versáteis apesar de serem relativamente simples (MABIE, 1980, GROSJEAN, 1991).

Um mecanismo de quatro barras do tipo 4R consiste basicamente em quatro barras, geralmente consideradas rígidas, ligadas por articulações de rotação, sendo que em uma dessas articulações é instalada uma fonte motora para o acionamento do mecanismo. Uma das quatro barras do mecanismo é fixa em relação às demais.

O mecanismo de quatro barras pode ser facilmente invertido liberando-se a peça fixa e fixando-se uma peça que era inicialmente móvel. Esse procedimento logicamente resulta em quatro possíveis configurações para o mecanismo de quatro barras. Estudando as inversões do mecanismo plano, Grashof (1983) desenvolveu uma metodologia que permite que se conheça previamente como se comportará o mecanismo, considerando-se apenas as dimensões das barras do mesmo. Um exemplo dessas quatro possíveis configurações para um mecanismo plano de quatro barras, em função de suas inversões, é apresentado na Fig. 3.9.

Denotando o comprimento da menor barra por  $a$ , e o comprimento da maior barra por  $b$ , e o das outras duas por  $c$  e  $d$  respectivamente, segundo o critério de Grashof, tem-se que: se a soma dos comprimentos da maior e da menor barra for menor ou igual do que a soma dos comprimentos das outras duas, ou seja, se  $a + b \leq c + d$  o mecanismo formará:

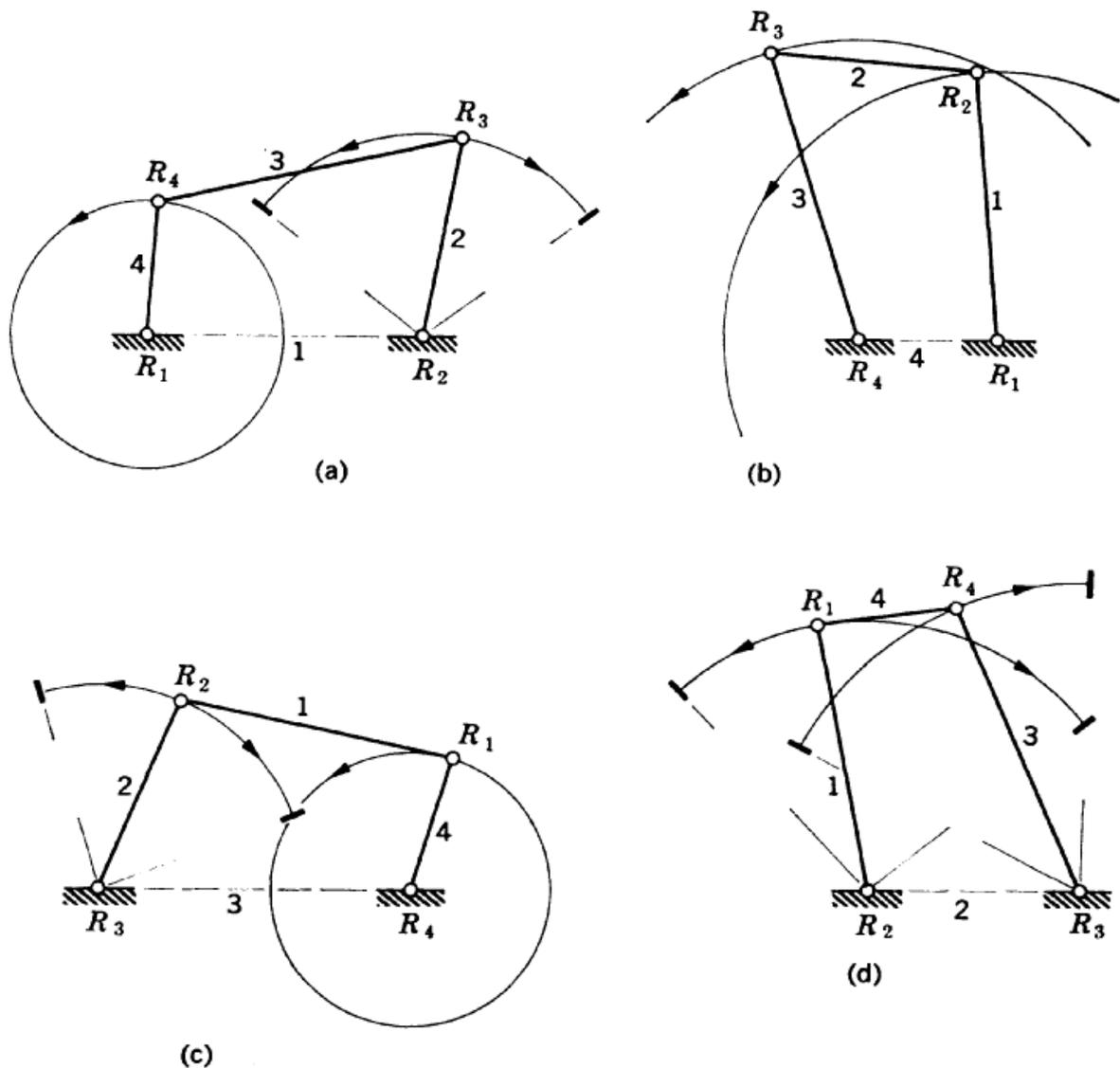
*a* – dois mecanismos do tipo manivela balancim, diferentes, quando a menor peça for a manivela e qualquer das peças adjacentes for a peça fixa, Fig. 3.9a e Fig. 3.9c.

*b* – um mecanismo manivela dupla quando a menor peça for a fixa, Fig. 3.9b.

*c* – um mecanismo balancim duplo quando a peça oposta à menor for a peça fixa, Fig. 3.9d.

Os mecanismos de quatro barras conectados por articulações de rotação podem ser classificados em três grandes grupos: os mecanismos planos de quatro barras, os mecanismos

esféricos de quatro barras, e por último os mecanismos espaciais de quatro barras, cada um com suas particularidades que serão tratadas a seguir.

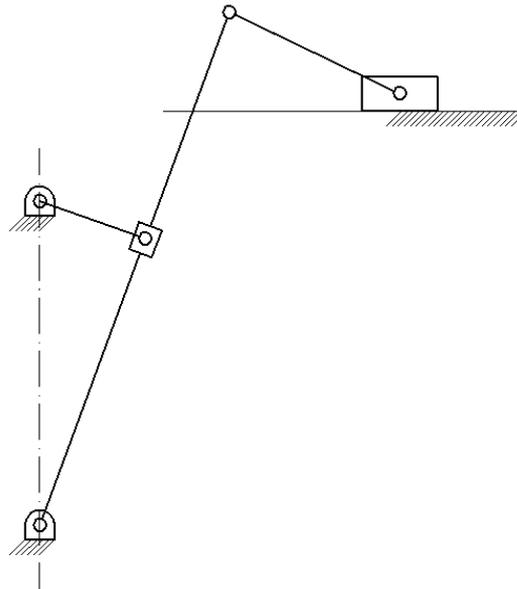


**Figura 3.9:** Inversões do mecanismo plano de quatro barras. Menor barra: 4; Maior barra: 3. (a) manivela balancim, (b) manivela dupla, (c) manivela balancim e (d) balancim duplo.

### 3.5.1 – Mecanismo plano de quatro barras

A principal particularidade de um mecanismo plano de quatro barras é que os eixos de rotação das articulações permanecem sempre paralelos durante toda movimentação do mecanismo. Por essa razão também são denominados de mecanismos de quatro barras cilíndricos. Os mecanismos planos são os mais estudados, sendo que diversos trabalhos foram, e ainda são, publicados fazendo referência ao uso desse tipo de mecanismo nas mais

diversas aplicações. A Fig. 3.10 ilustra o desenho esquemático de um mecanismo plano de quatro barras, denominado de mecanismo de Whitworth. Este mecanismo também é classificado como sendo um mecanismo de retorno rápido. Essa denominação dá-se em função dos ângulos da manivela relativos ao avanço e ao retorno do cursor. É um mecanismo que está presente na plaina limadora.



**Figura 3.10:** Mecanismo de Whitworth.

### 3.5.2 – Mecanismo esférico de quatro barras

No mecanismo esférico de quatro barras, os quatro eixos das articulações são concorrentes em um só ponto, de forma que o movimento do mecanismo tem como sua principal característica de movimento esférico a invariabilidade do triângulo formado pela união entre dois vértices e o ponto de concorrência dos eixos de rotação, ou o centro da esfera, durante todo o movimento. Um exemplo prático desse tipo de mecanismo é a articulação de Hooke. Há diversos trabalhos que enfocam esse tipo de mecanismo como, por exemplo, os apresentados por Al-Widyan e Angeles (2003), por Lu e Hwang (1996), e ainda por Alizade e Kilit (2005). A Fig. 3.11 ilustra esse mecanismo.

### 3.5.3 – Mecanismo espacial de quatro barras

No mecanismo espacial de quatro barras os eixos de rotação nem são todos paralelos, nem são todos concorrentes em um só ponto. Nesse caso, há a necessidade de que relações geométricas sejam satisfeitas para que o mecanismo possa se mover com um grau de liberdade. Essa categoria de mecanismo de quatro barras com articulações de rotação é



### 3.6 – Mecanismo de Bennett

Até 1903, quando G. T. Bennett, um matemático britânico, apresentou formalmente sua descoberta (BENNETT, 1903), existiam apenas dois tipos de mecanismos de quatro barras, que eram os mecanismos planos, ou cilíndricos e os mecanismos esféricos. Essa nova descoberta culminou no surgimento de uma nova categoria de mecanismos do tipo 4R, que são os mecanismos espaciais de quatro barras do tipo 4R, nos quais, como mencionado anteriormente, os eixos das articulações não são nem concorrentes em um só ponto, nem paralelos. Nesse caso, a existência do mecanismo está condicionada apenas a relações geométricas de sua estrutura física.

A montagem de um mecanismo de quatro barras do tipo 4R, feita de uma maneira diferente das duas formas anteriormente conhecidas, não produzia nenhum mecanismo, mas sim uma estrutura completamente rígida. No entanto, Bennett (1903) descobriu que há uma configuração diferente das demais, na qual um mecanismo plano 4R é torcido, de forma que, seguidos alguns requisitos básicos, a estrutura passa a se mover com apenas um grau de liberdade. Segundo Bennett (1903), há duas características geométricas essenciais para a existência desse mecanismo, que se baseiam no ângulo de torção entre os eixos de rotação e no tamanho da menor distância, ou da perpendicular comum, entre os eixos de rotação. Para que esse mecanismo exista essas duas variáveis devem obedecer às seguintes condições:

*a – duas barras alternadas devem possuir o mesmo comprimento  $a$  e o mesmo ângulo de torção  $\alpha$  entre suas articulações;*

*b – as outras duas barras alternadas também devem possuir o mesmo comprimento  $b$  e o mesmo ângulo de torção  $\beta$  entre suas articulações;*

*c – os comprimentos e torções são tais que satisfaçam a relação:*

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{a} = \frac{\text{sen}(\beta)}{b} \quad (3.7)$$

Bennett descobriu que se fossem satisfeitas simultaneamente essas três condições, a estrutura proposta se moveria com um grau de liberdade. Na Fig. 3.12 foi apresentado o mecanismo de Bennett com seus parâmetros. Nessa figura também podem ser observados os ângulos de torção entre as articulações do mecanismo, os comprimentos das barras do mesmo e seus ângulos de entrada e saída,  $\theta$  e  $\phi$ . À medida que os ângulos entre as articulações vão

diminuindo, tendendo a zero, o mecanismo de Bennett tende a se tornar um mecanismo do tipo 4R plano. Nesse caso, tende a tornar-se um paralelogramo, já que as barras são iguais duas a duas. Esse é um caso limite do mecanismo de Bennett. Um outro caso limite acontece à medida que o maior ângulo de torção tende a se igualar a  $180^\circ$ , enquanto o menor ângulo tende a zero, formando um outro tipo de mecanismo plano, que consiste em uma forma de um paralelogramo cruzado, também denominado de antiparalelogramo.

É importante mencionar que, mesmo o mecanismo sendo composto por quatro barras iguais duas a duas, como no caso de um paralelogramo 4R, os ângulos de entrada  $\theta$  e saída  $\phi$  não são iguais. No entanto, quanto menores forem os ângulos de torção entre as articulações, mais próximos serão os ângulos  $\theta$  e  $\phi$ , já que, no caso limite ( $\alpha$  e  $\beta$  iguais a zero), o mecanismo é equivalente a um paralelogramo. A relação entre os ângulos de entrada e saída também foi definida inicialmente por Bennett (1903) e, mais tarde, também foi deduzida por Baker (1979), que também estudou extensivamente as equações de fechamento do mecanismo. Essa equação de fechamento, apresentada por Baker é dada por:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)} \quad (3.8)$$

Ainda segundo Baker (1979), o mecanismo de Bennett pode ser descrito por três equações independentes e, a partir destas três equações é que se obtém a Eq. (3.8).

Há quem classifique o Mecanismo de Bennett como sendo uma estrutura paralela, e há também quem o classifique como sendo um mecanismo de cadeia fechada. Mas conforme definição do IFToMM (The International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science), que define um manipulador paralelo como sendo um “manipulador que controla o movimento de seu órgão terminal por pelo menos duas cadeias cinemáticas do órgão terminal até a base”, o mecanismo de Bennett enquadra-se como uma cadeia cinemática fechada.

No que diz respeito à mobilidade, quando se utiliza a equação de Grübler-Kutzbach, Eqs. (3.3) e (3.4), para mecanismos do tipo 4R em três dimensões, sejam eles esféricos ou espaciais, obtém-se um valor negativo para a mobilidade. Por exemplo, da Eq. (3.3) tem-se:

$$M = 6(4 - 4 - 1) + \sum_{i=1}^4 f_i = -6 + (1 + 1 + 1 + 1) = -2$$

Esse resultado implica que o mecanismo assim montado não tem mobilidade alguma, pois é caracterizado como sendo uma estrutura hiperestática. Logicamente isso não é verdade, pois há muito é sabido que é perfeitamente possível se construir um mecanismo esférico e/ou espacial do tipo 4R que se move com apenas um grau de liberdade. Nesse caso, para que se encontre o verdadeiro valor da mobilidade desses mecanismos do tipo 4R, deve-se utilizar o critério geral da mobilidade para o caso de mecanismos planos, onde o número seis da equação (número mínimo de coordenadas necessárias para se posicionar um corpo no espaço) é alterado para três (número mínimo de coordenadas independentes necessárias para se posicionar um corpo no plano), ou seja:

$$M = 3(4 - 4 - 1) + \sum_{i=1}^4 f_i = -3 + (1 + 1 + 1 + 1) = 1$$

Este resultado demonstra que o estudo da mobilidade de mecanismos, sejam eles planos ou espaciais, é um assunto que ainda requer mais estudos para que possa apresentar resultados com uma confiabilidade razoável.

Apesar de o mecanismo de Bennett ser um mecanismo descoberto há mais de um século, ainda não existem muitos trabalhos científicos a seu respeito. No entanto, há trabalhos que estudam algumas de suas características particulares. Baker (2001) relata que o ser humano tem um ligamento no joelho que se comporta de maneira muito similar a um mecanismo de Bennett. Esse ligamento, apesar de não ser constituído inteiramente de elementos rígidos, possui um movimento muito similar ao do mecanismo de Bennett, e isso logicamente acaba por garantir um enorme potencial para o melhoramento das próteses utilizadas no joelho. Ho (1977) estudou a condição de existência do mecanismo de Bennett, Eq. (3.7), provando a veracidade da mesma, fazendo uso de uma análise tensorial. Perez e McCarthy (2000) apresentam uma síntese dimensional desse mecanismo que, segundo eles, consiste em um procedimento para se projetar o mecanismo de Bennett utilizando as equações de Veldkamp. Esses autores relatam que as duas soluções das equações de síntese de uma cadeia cinemática RR formam um mecanismo de Bennett. Segundo Perez e McCarthy (2000), Veldkamp resolveu essas equações para três posições simultâneas e mostrou que as duas

soluções formam um mecanismo de Bennett. Relatam ainda que Suh (1969) também resolveu essas equações de forma numérica e usando a geometria de 'screw', mostrando que nas duas situações a solução forma um mecanismo de Bennett. Em contrapartida, Tsai e Roth (1973) resolveram algebricamente as equações e também comprovaram que sempre há duas soluções que formam um mecanismo de Bennett (PEREZ; MCCARTHY, 2000).

Entretanto, apesar dos esforços feitos procurando compreender esse mecanismo, sua aplicação prática ainda é muito limitada. Uma das poucas citações consiste no manipulador construído tendo como base o mecanismo de Bennett, proposto por Wang (1989).



# CAPÍTULO IV

## MODELAGEM DO MECANISMO DE BENNETT COMO PERNA DE UM ROBÔ MÓVEL

### 4.1 – Introdução

De acordo com Zielinska e Heng (2002), para que um robô dotado de pernas possa se adaptar melhor a superfícies irregulares e transpor obstáculos com mais facilidade, cada perna deve ter pelo menos três graus de liberdade. Com essa idéia foram desenvolvidas e construídas diversas pernas robóticas, em sua grande maioria com base em uma cadeia cinemática serial, conforme descrito no capítulo II. No entanto, em função dos problemas e limitações apresentados pelas estruturas seriais, pode ser mais vantajoso construir uma perna robótica com outro tipo de cadeia cinemática, preferencialmente de controle mais simples e não necessariamente com esse número de graus de liberdade.

Uma situação ideal consiste em um robô móvel que seja capaz de se adaptar a um terreno acidentado à medida que se locomove, que seja passível de ser totalmente controlado, de transpor obstáculos com alguma facilidade, que consiga desenvolver uma boa velocidade de deslocamento e, se possível, que seja capaz de correr.

De forma a construir um robô que possua essa desenvoltura, diversos tipos de estruturas estão sendo estudadas e aplicadas na confecção de pernas robóticas. Uma delas consiste nas estruturas paralelas, em virtude de suas boas características no que diz respeito à maior facilidade para o controle (modelo cinemático inverso relativamente simples), à alta rigidez e à alta capacidade de carga. Outras estruturas que também são muito utilizadas na confecção de pernas robóticas são os mecanismos planos de quatro barras, do tipo 4R.

Neste trabalho está sendo proposta a confecção de uma perna robótica baseada em um mecanismo de quatro barras do tipo 4R do tipo espacial, denominado mecanismo de Bennett, e que já foi apresentado no capítulo anterior. O intuito desse projeto é desenvolver uma perna robótica de controle relativamente mais simples, que seja capaz de transpor obstáculos e ainda que possa se deslocar a velocidades relativamente mais altas do que as velocidades conseguidas pelos robôs atuais.

Estudando-se as curvas geradas por pontos da biela móvel do mecanismo de Bennett, pode-se observar que quando ela é prolongada, a sua extremidade descreve uma trajetória espacial de perfil semi-elíptico, semelhante ao perfil de um passo. Isso permite vislumbrar a possibilidade de fazer com que um mecanismo espacial do tipo 4R, desde que com parâmetros devidamente dimensionados, descreva uma trajetória similar a um passo, utilizando para isso apenas um grau de liberdade.

As principais vantagens pela aplicação do Mecanismo de Bennett como perna de robô móvel são:

- *Trata-se de uma inovação tecnológica no que diz respeito às arquiteturas atualmente utilizadas como pernas de robôs móveis, já que este mecanismo nunca foi utilizado em uma aplicação similar a esta;*
- *É um mecanismo de apenas um grau de liberdade que utiliza apenas articulações de rotação, o que simplifica e facilita a montagem da estrutura.*
- *Selecionando de forma adequada os parâmetros da estrutura, pode-se obter uma curva espacial que tem um perfil similar ao descrito por um pé durante um passo que, geralmente, é definido por um trecho aproximadamente linear associado a uma curva de translação do pé.*

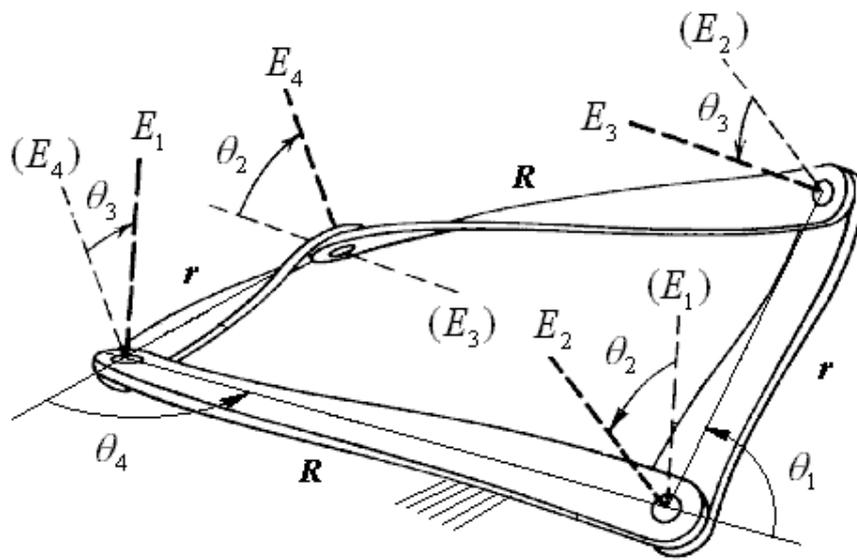
Com o objetivo de permitir uma maior flexibilidade na seleção dos parâmetros dimensionais da perna robótica e também simplificar uma sistematização para um processo de busca de uma configuração adequada, optou-se por fazer um prolongamento da biela segundo as três direções de um eixo cartesiano preso à mesma. O pé é representado pela extremidade desse prolongamento.

#### **4.2 – Modelagem cinemática**

Na Fig. 4.1 é apresentado o esquema do mecanismo de Bennett com a definição dos parâmetros utilizados para a sua análise. Assim, as barras menores são denominadas de  $r$  e as

maiores de  $R$ . O ângulo de entrada de movimento é definido por  $\theta_1$  e o de saída por  $\theta_4$ . Os ângulos de torção são  $\theta_2$  e  $\theta_3$ . Desta forma, a condição de existência do mecanismo de Bennett, Eq. (2.7), pode ser reescrita como:

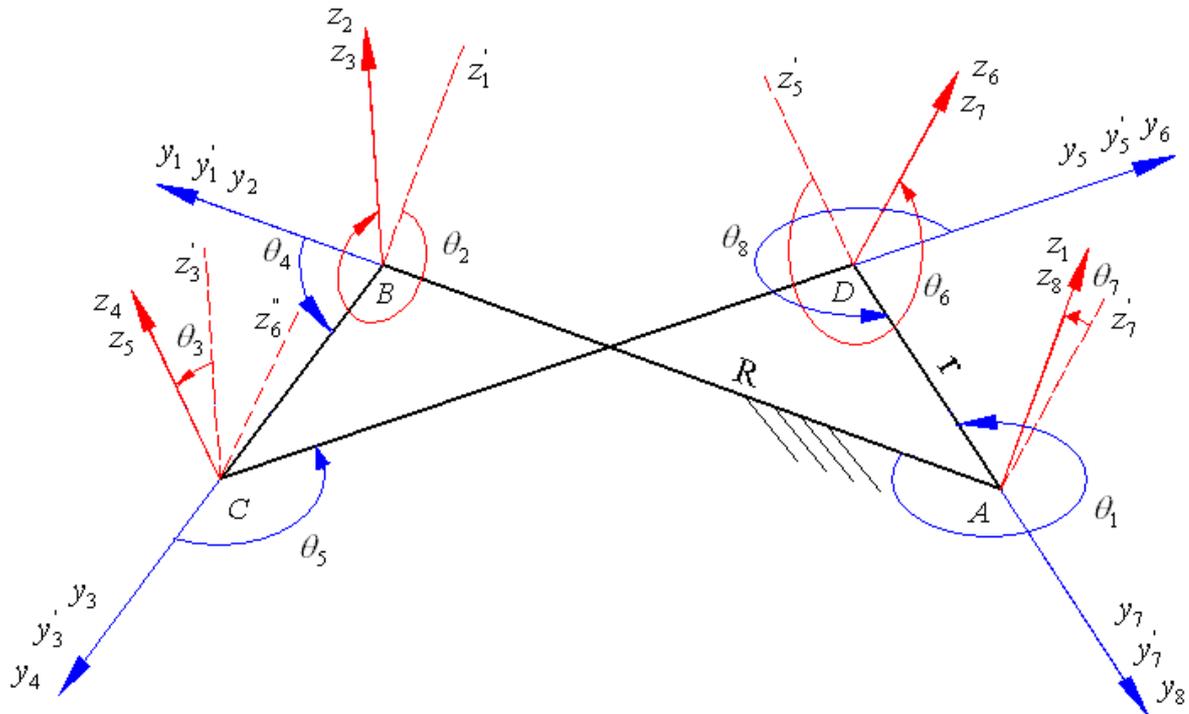
$$r_a = \frac{R}{r} = \frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_3} \quad (4.1)$$



**Figura 4.1:** Mecanismo de Bennett com os parâmetros utilizados para sua análise.

Para escrever a equação de fechamento do mecanismo de Bennett, permitindo relacionar o ângulo de entrada do mecanismo,  $\theta_1$ , ao ângulo de saída,  $\theta_4$ , utilizou-se um procedimento similar ao apresentado por Wang (1989). Foram definidos oito referenciais, de tal forma que dois referenciais consecutivos sempre tem um eixo em comum. Os outros dois eixos são obtidos pela rotação em torno deste eixo comum, como também pelas regras de formação dos eixos de um sistema cartesiano. Estes eixos comuns são definidos como:  $y_i = y_{i+1}$  e  $z_{i+1} = z_{i+2}$  ( $i = 1, 3, 5, 7$ ). Cada um dos pares de referenciais  $R_2$  e  $R_3$ ,  $R_4$  e  $R_5$ ,  $R_6$  e  $R_7$ ,  $R_8$  e  $R_1$  possuem a mesma origem. Os eixos  $y_i$  e  $y_{i+1}$  são sempre posicionados ao longo das barras do mecanismo. De maneira a facilitar a visualização dos referenciais, também foram utilizados referenciais auxiliares  $R'_i$  ( $i = 1, 3, 5, 7$ ), correspondentes a translações ao longo dos eixo  $y_i$  ( $i = 1, 3, 5, 7$ ). Assim, os eixos  $y'_i$  também estão posicionados sobre as

barras do mecanismo. Na Fig. 4.2 estão representados os referenciais utilizados para obtenção da equação de fechamento do mecanismo de Bennett.



**Figura 4.2:** Referenciais utilizados na modelagem cinemática do mecanismo de Bennett.

Assim, pode-se escrever oito matrizes de transformação de coordenadas. A equação de fechamento é dada pelo produto dessas oito matrizes. Para sua obtenção foi utilizado o caminho ABCDA, sempre na seguinte seqüência: uma translação ao longo de  $y_i$ , uma rotação em torno desse novo eixo, eixo  $y_i'$  e, finalmente, outra rotação em torno do último eixo  $z$ , nesse caso o eixo  $z_{i+1}$ , ou seja:

$$R_i \xrightarrow{\text{Trans.}(y_i)} R_i' \xrightarrow{\text{Rot.}(y_i')} R_{i+1} \xrightarrow{\text{Rot.}(z_{i+1})} R_{i+2}$$

Então, a equação de fechamento pode ser escrita como:

$$I = T_{12} \cdot T_{23} \cdot T_{34} \cdot T_{45} \cdot T_{56} \cdot T_{67} \cdot T_{78} \cdot T_{81} \quad (4.2)$$

Onde  $I$  representa a matriz identidade, no formato 4 x 4, e  $T_{ij}$  representam matrizes de transformação homogênea entre os referenciais  $i$  e  $j$ . A partir dos referenciais definidos na Fig. 4.2 pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
 T_{12} &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ -s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_{23} &= \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_{34} &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & s\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & r \\ -s\theta_3 & 0 & c\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_{45} &= \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_{56} &= \begin{bmatrix} c\theta_6 & 0 & s\theta_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ -s\theta_6 & 0 & c\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_{67} &= \begin{bmatrix} c\theta_8 & -s\theta_8 & 0 & 0 \\ s\theta_8 & c\theta_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_{78} &= \begin{bmatrix} c\theta_7 & 0 & s\theta_7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & r \\ -s\theta_7 & 0 & c\theta_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_{81} &= \begin{bmatrix} c\theta_1' & -s\theta_1' & 0 & 0 \\ s\theta_1' & c\theta_1' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

sendo:  $s\theta_i = \text{sen } \theta_i$  e  $c\theta_i = \text{cos } \theta_i$

Pela simetria do mecanismo sabe-se que:

$$\begin{aligned}
 \theta_1' &= \pi - \theta_1 \\
 \theta_2 &= \theta_6 \\
 \theta_3 &= \theta_7 \\
 \theta_4 &= -\theta_8
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Resolvendo-se a Eq. (4.2) para o ângulo de saída  $\theta_4$  tem-se:

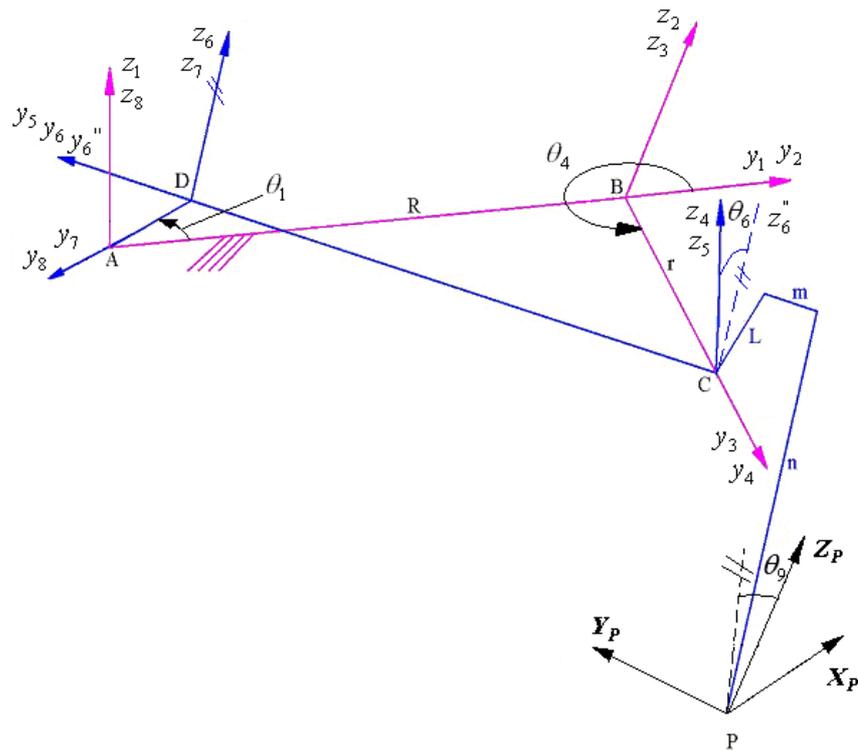
$$\begin{aligned}\sin \theta_4 = s\theta_4 &= \frac{s\theta_1 \cdot c\theta_2 - s\theta_1 \cdot c\theta_3}{1 - c\theta_2 \cdot c\theta_3 - c\theta_1 \cdot s\theta_2 \cdot s\theta_3} \\ \cos \theta_4 = c\theta_4 &= \frac{c\theta_1 - c\theta_1 \cdot c\theta_2 \cdot c\theta_3 - s\theta_2 \cdot s\theta_3}{1 - c\theta_2 \cdot c\theta_3 - c\theta_1 \cdot s\theta_2 \cdot s\theta_3}\end{aligned}\tag{4.5}$$

Duas figuras esquemáticas do mecanismo de Bennett com o prolongamento são apresentadas nas Figs. 4.3 e 4.4. Nestas figuras, os pontos A, B, C e D representam cada uma das quatro articulações de rotação. Essas duas figuras representam dois modelos distintos para o prolongamento da perna que, a princípio, pode ser feito por qualquer caminho unindo a biela móvel ao ponto P. Na Fig. 4.3 é apresentado o prolongamento da biela móvel nas direções dos eixos coordenados, conforme utilizado na análise cinemática da perna. Neste caso, tem-se o comprimento  $m$  na direção da biela móvel, definido por  $y_6''$ ; o comprimento  $n$  na direção do eixo  $z_6''$  e o comprimento  $L$  na direção  $x_6''$ , definido pelo produto vetorial positivo. Na Fig. 4.4 o prolongamento é representado de forma simplificada, unindo a articulação C diretamente à posição do pé, P. Essa característica é importante, pois permite que se confeccione o pé do robô da forma mais cômoda possível, levando em conta parâmetros como o custo, facilidade de fabricação, bem como com um perfil que permita evitar colisões com obstáculos.

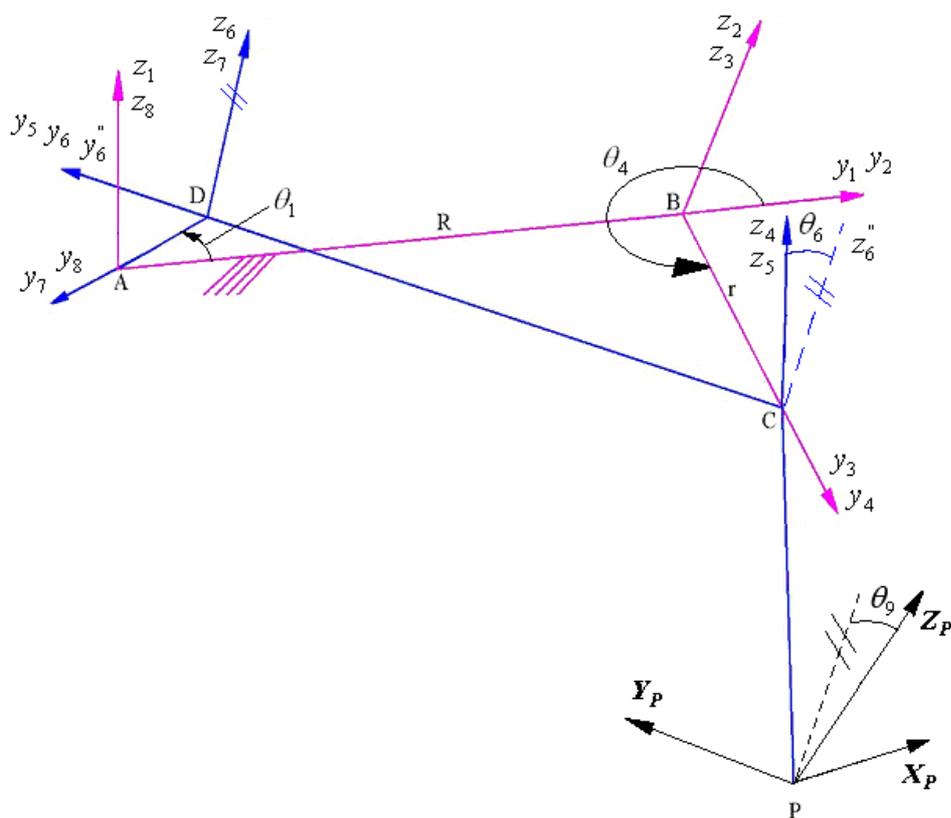
Para obter as coordenadas do ponto P, que representa a posição do pé no espaço, pode-se utilizar a transformação de coordenadas entre o referencial inercial  $R_1$  e o referencial  $R_P$ , fixo no pé do robô. Utilizou-se para isso o caminho ADCP, conforme representado na Fig. 4.4. O referencial  $R_P$ , fixo no pé do robô, sofre uma rotação de  $\theta_9$  em torno do eixo  $y_6''$  e uma translação de  $L$ ,  $m$  e  $n$  nas direções dos eixos  $x_6''$ ,  $y_6''$  e  $z_6''$  respectivamente, Fig. 4.4. Assim, pode-se escrever o seguinte produto de matrizes da passagem homogêneas:

$$T_{1P} = T_{18} \cdot T_{87} \cdot T_{76''} \cdot T_{6''P}\tag{4.6}$$

onde o referencial  $R_6''$  é um referencial auxiliar que tem sua origem coincidente com a origem do referencial  $R_5$ , porém está rotacionado de um ângulo  $\theta_6$  em torno do eixo  $y_6$ , ou seja, é um referencial paralelo ao referencial  $R_6$ .



**Figura 4.3:** Esquema geral da perna com parâmetros utilizados na modelagem Cinemática.



**Figura 4.4:** Esquema geral da perna com o prolongamento segundo uma reta.

As matrizes homogêneas da Eq. (4.6) são dadas por:

$$T_{18} = \begin{bmatrix} -c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & 0 \\ -s\theta_1 & -c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{87} = \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & -s\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -r \\ s\theta_3 & 0 & c\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$T_{76''} = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R \\ s\theta_4 & 0 & c\theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{6''P} = \begin{bmatrix} c\theta_9 & 0 & s\theta_9 & L \\ 0 & 1 & 0 & -m \\ -s\theta_9 & 0 & c\theta_9 & -n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz homogênea  $T_{1P}$ , dada pela Eq. (4.6), define a orientação e a posição do referencial fixo no pé, ponto P. Nessa matriz,  $\theta_9$  representa a rotação do referencial  $R_P$  em torno de  $y_{6''}$ . Neste trabalho está sendo estudada apenas a trajetória do pé. Então, apenas a última coluna da matriz  $T_{1P}$  tem interesse. Os termos da matriz  $T_{1P}$ , Eq. (4.6), são dados por:

$$\begin{aligned} T_{1P}(1,1) &= A_1 \cdot c\theta_9 - A_2 \cdot s\theta_9 & T_{1P}(1,2) &= s\theta_1 \\ T_{1P}(2,1) &= B_1 \cdot c\theta_9 - B_2 \cdot s\theta_9 & T_{1P}(2,2) &= -c\theta_1 \\ T_{1P}(3,1) &= C_1 \cdot c\theta_9 - C_2 \cdot s\theta_9 & T_{1P}(3,2) &= 0 \\ T_{1P}(4,1) &= 0 & T_{1P}(4,2) &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} T_{1P}(1,3) &= A_1 \cdot s\theta_9 + A_2 \cdot c\theta_9 & T_{1P}(1,4) &= A_1 \cdot L - s\theta_1 \cdot m - A_2 \cdot n - s\theta_1 \cdot (R+r) \\ T_{1P}(2,3) &= B_1 \cdot s\theta_9 + B_2 \cdot c\theta_9 & T_{1P}(2,4) &= B_1 \cdot L + c\theta_1 \cdot m - B_2 \cdot n + c\theta_1 \cdot (R+r) \\ T_{1P}(3,3) &= C_1 \cdot s\theta_9 + C_2 \cdot c\theta_9 & T_{1P}(3,4) &= C_1 \cdot L - C_2 \cdot n \\ T_{1P}(4,3) &= 0 & T_{1P}(4,4) &= 1 \end{aligned}$$

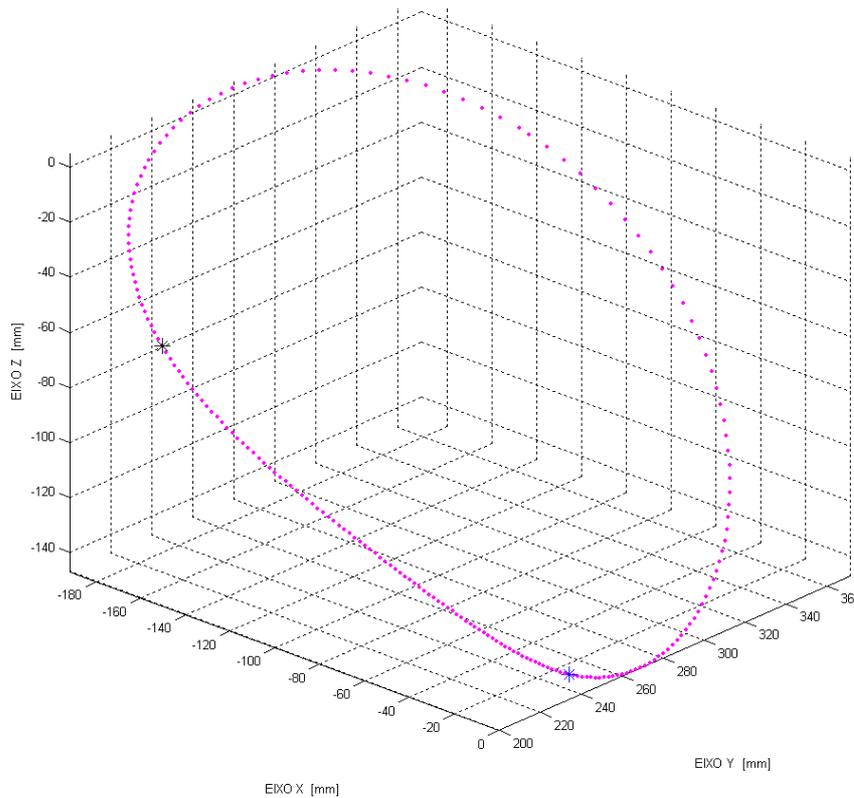
Sendo:

$$\begin{aligned} A_1 &= -c\theta_1 \cdot c\theta_3 \cdot c\theta_4 + c\theta_1 \cdot s\theta_3 \cdot s\theta_4 & A_2 &= c\theta_1 \cdot c\theta_3 \cdot s\theta_4 + c\theta_1 \cdot s\theta_3 \cdot c\theta_4 \\ B_1 &= -s\theta_1 \cdot c\theta_3 \cdot c\theta_4 + s\theta_1 \cdot s\theta_3 \cdot s\theta_4 & B_2 &= s\theta_1 \cdot c\theta_3 \cdot s\theta_4 + s\theta_1 \cdot s\theta_3 \cdot c\theta_4 \\ C_1 &= s\theta_3 \cdot c\theta_4 + c\theta_3 \cdot s\theta_4 & C_2 &= -s\theta_3 \cdot s\theta_4 + c\theta_3 \cdot c\theta_4 \end{aligned}$$

O movimento do pé, ponto P, nas direções dos eixos  $x_1$ ,  $y_1$  e  $z_1$  é definido pelas seguintes relações:

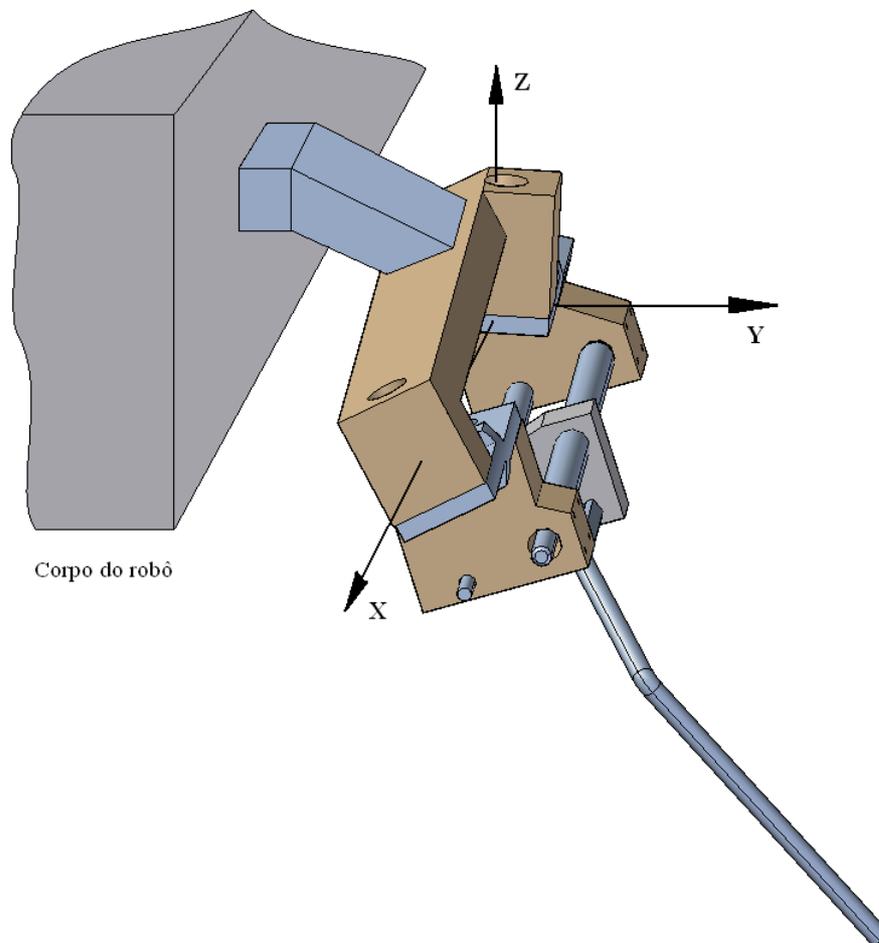
$$\begin{aligned}x_1 &= T_{1P}(1,4) = A_1 \cdot L - s\theta_1 \cdot m - A_2 \cdot n - s\theta_1 \cdot (R + r) \\y_1 &= T_{1P}(2,4) = B_1 \cdot L + c\theta_1 \cdot m - B_2 \cdot n + c\theta_1 \cdot (R + r) \\z_1 &= T_{1P}(3,4) = C_1 \cdot L - C_2 \cdot n\end{aligned}\quad (4.9)$$

A solução destas equações permite obter a trajetória espacial do pé do robô. Entretanto, como pode ser observado no exemplo apresentado na Fig. 4.5, ela não pode ser aplicada diretamente para o deslocamento do robô, porque o trecho linear da trajetória deve estar no plano de apoio do pé. No entanto, utilizando-se de três rotações sucessivas é possível posicionar o trecho linear no plano de apoio do robô, na direção de seu eixo longitudinal, que deve ser paralelo ao eixo do movimento, como também a trajetória deve ser descrita em um plano o mais próximo o possível da vertical. Esta última condição permite que o robô supere obstáculos de maiores dimensões.



**Figura 4.5:** Trajetória plotada para a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210\text{mm}$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50\text{mm}$ ; e  $n = 1,8r$ .

Pela análise de diversas trajetórias, verificou-se que a adoção das rotações sucessivas  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  em torno de Z, X e Y, respectivamente, seriam mais adequadas para o interesse deste trabalho. Assim, foi definido um referencial R preso ao corpo do robô, com origem coincidente com a origem do referencial  $R_1$  da modelagem cinemática. Segundo esse referencial, o eixo Z está posicionado na direção vertical, o eixo X na direção longitudinal, que é a direção de movimentação do robô, enquanto que o eixo Y resulta do produto vetorial positivo entre os dois outros eixos, conforme esquematizado na Fig. 4.6. Nesse caso, a barra fixa do mecanismo de Bennett, definida pelo eixo  $y_1$ , fica solidária ao corpo do robô.



**Fig. 4.6** – Sistema referencial utilizado para a geração da trajetória do passo.

Desta forma, introduzindo as três novas matrizes homogêneas de transformação de coordenadas na Eq. (4.6) obtém-se:

$$T_P = T_\alpha \cdot T_\beta \cdot T_\gamma \cdot T_{18} \cdot T_{87} \cdot T_{76''} \cdot T_{6''P} \quad (4.10)$$

Sendo  $T_\alpha$ ,  $T_\beta$  e  $T_\gamma$  dados por:

$$\begin{aligned}
 T_\alpha &= \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_\beta &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\beta & -s\beta & 0 \\ 0 & s\beta & c\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_\gamma &= \begin{bmatrix} c\gamma & 0 & c\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\gamma & 0 & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

O produto dessas três matrizes permite obter a orientação da barra fixa da perna em relação ao referencial R, preso ao corpo do robô, ou seja:

$$T_\alpha \cdot T_\beta \cdot T_\gamma = T_{\alpha\beta\gamma} = \begin{bmatrix} c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma & -s\alpha \cdot c\beta & c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma & 0 \\ s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma & c\alpha \cdot c\beta & s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma & 0 \\ -c\beta \cdot s\gamma & s\beta & c\beta \cdot c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Resolvendo a Eq. (4.10), obtém-se uma matriz quadrada de ordem quatro, na qual os três primeiros elementos da quarta coluna representam as coordenadas de translação do ponto P, medidas ao longo de X, Y e Z. Essas três equações paramétricas são:

$$\begin{aligned}
 X_P &= D_1 \cdot F_1 - s\alpha \cdot c\beta \cdot F_2 + D_2 \cdot (C_1 \cdot L - C_2 \cdot n) \\
 Y_P &= E_1 \cdot F_1 + c\alpha \cdot c\beta \cdot F_2 + E_2 \cdot (C_1 \cdot L - C_2 \cdot n) \\
 Z_P &= -c\beta \cdot s\gamma \cdot F_1 + s\beta \cdot F_2 + c\beta \cdot c\gamma \cdot (C_1 \cdot L - C_2 \cdot n)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

onde:

$$D_1 = c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma$$

$$D_2 = c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma$$

$$E_1 = s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma$$

$$E_2 = s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma$$

$$F_1 = A_1 \cdot L - s\theta_1 \cdot m - A_2 \cdot n - s\theta_1 \cdot (R + r)$$

$$F_2 = B_1 \cdot L + c\theta_1 \cdot m - B_2 \cdot n + c\theta_1 \cdot (R + r)$$

Para determinar os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , foi adotado o seguinte procedimento: inicialmente obtém-se a equação da reta que representa o trecho linear da trajetória do pé e, conseqüentemente, seus cosenos diretores. Esta reta é obtida através de uma regressão linear, conforme será exemplificado no item 4.3.

Da igualdade entre a matriz dos cosenos diretores da reta obtida pela regressão linear e a matriz que define a orientação da barra fixa da perna, em relação ao corpo do robô,  $T_{\alpha\beta\gamma}$ , dada pela Eq. (4.12), é possível obter os respectivos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , ou seja:

$$T_{\alpha\beta\gamma} = \cos_{dir} \quad (4.14a)$$

$$\begin{bmatrix} c\alpha \cdot c\gamma - s\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma & -s\alpha \cdot c\beta & c\alpha \cdot s\gamma + s\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma \\ s\alpha \cdot c\gamma + c\alpha \cdot s\beta \cdot s\gamma & c\alpha \cdot c\beta & s\alpha \cdot s\gamma - c\alpha \cdot s\beta \cdot c\gamma \\ -c\beta \cdot s\gamma & s\beta & c\beta \cdot c\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_{xx} & c\theta_{xy} & c\theta_{xz} \\ c\theta_{yx} & c\theta_{yy} & c\theta_{yz} \\ c\theta_{zx} & c\theta_{zy} & c\theta_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.14b)$$

Manipulando os termos da segunda coluna e da terceira linha, obtém-se:

$$\begin{aligned} s\beta &= c\theta_{zy} & \therefore & \beta = \arcsen(c\theta_{zy}) \\ \tan(\gamma) &= -\frac{c\theta_{zx}}{c\theta_{zz}} & \therefore & \gamma = \arctan\left(-\frac{c\theta_{zx}}{c\theta_{zz}}\right) \\ \tan(\alpha) &= -\frac{c\theta_{xy}}{c\theta_{yy}} & \therefore & \alpha = \arctan\left(-\frac{c\theta_{xy}}{c\theta_{yy}}\right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Os cosenos diretores da reta de regressão, formada a partir dos pontos da região linear da curva, foram calculados utilizando o software MatLab<sup>®</sup>. O programa implementado para a determinação dessa matriz, bem como dos ângulos de rotações sucessivas é apresentado no Anexo D.

Ao se utilizar essa metodologia para reposicionar a curva, deve-se estar atento à inclinação da curva reposicionada. O que ocorre é que, ao se utilizar a metodologia de se fazer apenas a regressão linear, a curva reposicionada pode estar com qualquer inclinação. Desta forma, para que o mecanismo tenha uma posição adequada para a aplicação proposta, geralmente é necessário que se faça uma rotação, de todo o mecanismo, em torno da reta de regressão. Esta rotação permite, por exemplo, que a perna fique em um nível mais alto, ou mesmo para que a trajetória do passo esteja situada o mais próximo do plano vertical.

Uma alternativa para verificar e modificar a inclinação da trajetória seria adotar um ponto da trajetória, preferencialmente oposto ao trecho linear, e construir um plano que contenha a reta de regressão e esse ponto. Nesse trabalho, foi realizada a análise direta da inclinação do mecanismo e de sua trajetória, em função da aplicação prevista.

#### **4.3 – Método de análise e seleção da trajetória do pé**

A seleção da trajetória e, conseqüentemente, dos parâmetros do mecanismo de Bennett, usado como perna de robô, foi feita utilizando o método da análise visual das famílias de curvas (HRONES; NELSON, 1951, HAIN, 1972). Este procedimento, apesar de não fornecer um conjunto de parâmetros ótimos, em função de uma característica considerada mais importante, permite selecionar com boa precisão uma trajetória adequada para a aplicação proposta. A síntese otimizada da perna não é uma tarefa simples, pois devem ser definidos sete parâmetros distintos ( $r_a$ ,  $R$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $L$ ,  $m$  e  $n$ ). Mesmo para a síntese é necessário definir os valores iniciais adequados, para que se obtenha resultados satisfatórios.

Neste trabalho não foi utilizado um método de síntese dimensional do mecanismo de Bennett em função das dificuldades que o método apresenta quando a trajetória é definida por diversos pontos (PEREZ; MCCARTHY, 2002). Uma pouca quantidade de pontos não define, de forma satisfatória, a trajetória desejada.

Para a obtenção das famílias de curvas optou-se, após várias análises, por fazer variar a cada vez apenas um parâmetro do mecanismo. Em cada família obtida foi selecionado um intervalo de valores para o parâmetro em análise, de forma a se adotar um valor para esse parâmetro. A seqüência de análise foi: variação de  $\theta_2$ ; variação de  $\theta_3$ ; variação de  $L$ ; variação de  $m$ ; variação de  $n$ ; variação de  $r_a$  e a variação de  $R$ . O ângulo  $\theta_3$  não foi variado diretamente, já que uma variação em  $\theta_2$ , em função da condição de existência do mecanismo de Bennett, por si só provoca a variação de  $\theta_3$ .

Para verificar se o valor selecionado para o parâmetro era adequado, foram analisadas: a representação tridimensional da família, suas projeções nos três planos coordenados e a representação da variação das coordenadas cartesianas para um ciclo de movimento. A trajetória é considerada adequada se apresenta um bom trecho linear, equivalendo ao deslocamento do robô, que possa ser posicionado sobre o chão e cuja trajetória esteja contida em um plano o mais próximo da vertical quanto possível, evitando que a perna se choque contra o chão durante seu movimento.

O principal objetivo de se fazer a representação da variação das coordenadas, plotadas de forma independente umas das outras, em função do ângulo de entrada  $\theta_1$  são:

- *Evita-se a falsa impressão que uma curva espacial pode apresentar, principalmente quando vista em diferentes ângulos. Dependendo do ponto de vista utilizado, qualquer curva pode ser confundida como uma reta;*
- *Uma curva linear sempre se comportará linearmente, independente da forma como é plotada. Assim, quando as três curvas tiverem um comportamento linear simultâneo, é de se esperar que a curva espacial também tenha esse comportamento para o intervalo analisado.*
- *Há uma maior facilidade para se determinar os limites do trecho linear da curva, o que não é verdade quando se analisa a curva em sua forma espacial. Isso melhora a precisão do processo utilizado para a seleção de diferentes curvas.*

Na Fig. 4.7 é apresentado um exemplo de plotagem simultânea das três coordenadas,  $X_P$ ,  $Y_P$  e  $Z_P$ , da trajetória espacial apresentada na Fig. 4.5. Essa curva foi traçada para dois ciclos de movimento. O intuito principal de se plotar exatamente dois ciclos de movimento, deve-se à possibilidade de que o melhor/maior trecho linear pode estar localizado justamente na região entre esses dois ciclos. Nota-se nitidamente a existência de um trecho, comum às três curvas, no qual elas possuem um comportamento aproximadamente linear. Analisando esse trecho, pode-se concluir que o melhor trecho linear que a curva apresenta, determinado apenas de forma visual, certamente está em uma região entre os pontos de número 65 e 150 da curva gerada pelo modelo cinemático, calculado com o software MatLab<sup>®</sup>. Esses pontos correspondem aos ângulos  $\theta_1 = 114,88^\circ$  e  $\theta_1 = 267,45^\circ$  respectivamente. Essas duas posições do mecanismo estão destacadas na Fig. 4.5 com asterisco, '\*’.

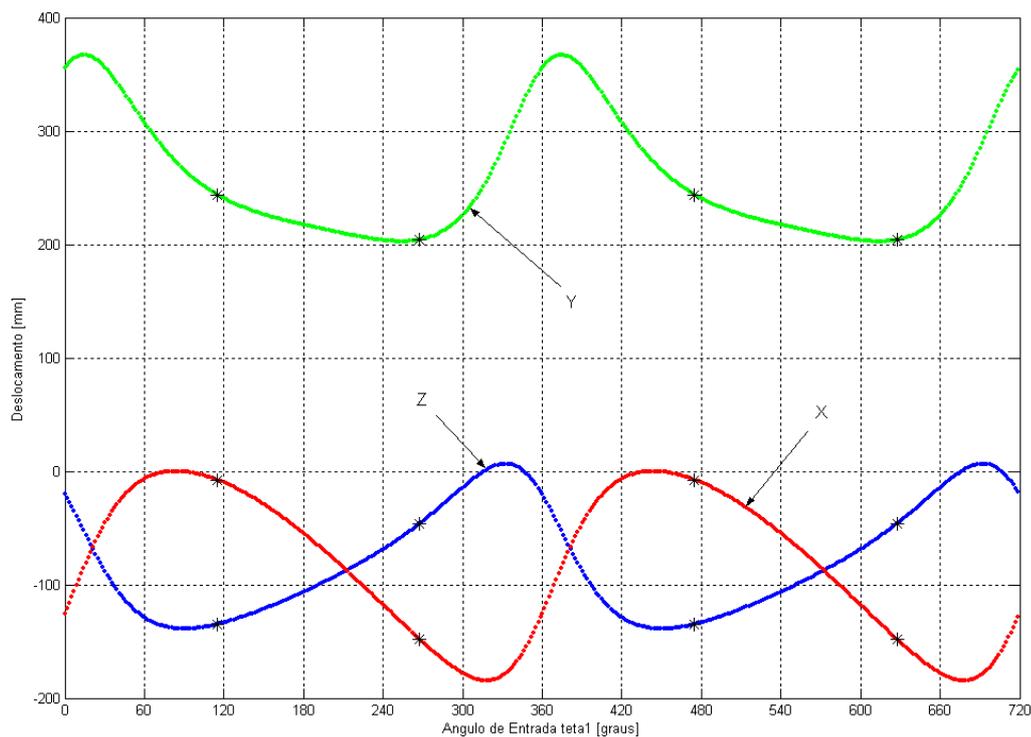
Após identificar o trecho mais adequado da trajetória, deve-se obter a reta que corresponde ao trecho linear do passo do robô. Esta reta é obtida a partir dos dados da

trajetória. Duas ferramentas são utilizadas para analisar as condições da reta de regressão e verificar o quanto ela se enquadra nas condições desejadas, permitindo decidir se a mesma é ou não é aceitável para a aplicação proposta neste trabalho. São elas: a *soma dos quadrados dos desvios (sse)*, ou variância ( $\sigma^2$ ), como é mais comumente denominada e o desvio padrão ( $\sigma$ ). O cálculo é feito utilizando o software MatLab<sup>®</sup>. Para a trajetória apresentada pelas Fig. 4.5 e 4.7, a reta de regressão apresentou os seguintes resultados:

$$\cos_{dir} = \begin{bmatrix} 0,833 & 0,087 & -0,546 \\ -0,126 & 0,991 & -0,035 \\ 0,538 & 0,098 & 0,837 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = -5,01^\circ; \quad \beta = 5,61^\circ; \quad \gamma = -32,75^\circ;$$

$$sse = \sigma^2 = 37,83mm^2 \quad e \quad \sigma = 6,15mm$$



**Figura 4.7:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a curva plotada com a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_0 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$  e  $n = 1,8r$ .

A análise da variância tem o inconveniente de se trabalhar com grandezas quadráticas. Por esta razão, neste trabalho optou-se por utilizar apenas o desvio padrão, facilitando a interpretação física dos resultados. Pode-se observar que o valor do desvio padrão encontrado

é relativamente grande, da ordem de  $6mm$ . Ao se analisar o desvio dos pontos da amostra, percebe-se que os pontos dos extremos do intervalo são os principais responsáveis por esse alto desvio padrão. Desta forma, foram eliminados da amostra os seis primeiros e os seis últimos pontos da regressão anterior, originando uma nova reta de regressão linear, novos cosenos diretores e também novos ângulos de rotação do mecanismo. Os resultados obtidos para os novos valores são:

$$\cos_{dir} = \begin{bmatrix} 0,837 & 0,089 & -0,540 \\ -0,139 & 0,989 & -0,053 \\ 0,529 & 0,120 & 0,840 \end{bmatrix}$$

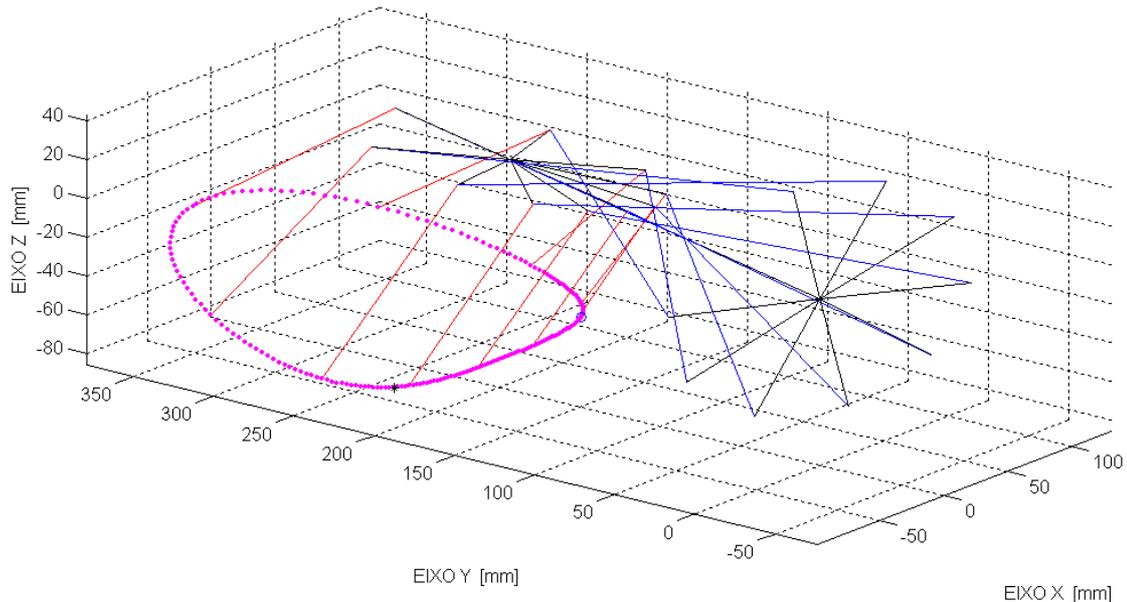
$$\alpha = -5,12^\circ; \quad \beta = 6,87^\circ; \quad \gamma = -32,20^\circ \quad e \quad \sigma = 3,71mm$$

O primeiro desvio padrão calculado é  $65,9\%$  maior que o segundo. Isso demonstra que, no segundo caso, os dados estão mais próximos da média, ou seja, a curva de distribuição normal dos pontos é mais estreita.

Em função desse último resultado, pode-se novamente plotar a trajetória descrita pelo pé para uma melhor visualização. Para facilitar a visualização da perna como um todo, foram plotadas as linhas de ação das quatro barras do mecanismo de Bennett, como também a linha de ação do prolongamento. As linhas de ação nada mais são do que linhas que unem os vértices da estrutura em estudo. Para o caso do mecanismo, as linhas de ação são as retas que unem os pontos A, B, C e D, e para o prolongamento, a linha de ação é representada pela reta que une os pontos C e P, Fig. 4.8. Os dois novos pontos de início e fim da regressão linear, agora representados pelos pontos 71 e 144 da curva plotada com o software MatLab<sup>®</sup>, correspondem aos ângulos  $\theta_1 = 125,65^\circ$  e  $\theta_1 = 256,68^\circ$  da manivela de entrada de movimento. Estes pontos estão representados de forma diferenciada na figura. Pode-se observar que a curva apresenta um bom trecho linear, e sua visualização é facilitada pela presença das linhas de grade da figura. Entretanto, uma forma mais confiável e segura de se verificar a porção linear é analisar a plotagem individual das coordenadas X, Y e Z, Fig. 4.9.

No entanto, apesar de ser uma curva “bem comportada”, com um trecho reto com proporções significativas frente às demais dimensões da estrutura, nota-se que esta curva é muito “deitada”, possuindo uma inclinação média de aproximadamente  $24,98^\circ$ . Para essa trajetória, praticamente não há possibilidade de se fazer a rotação de todo mecanismo em torno da reta de regressão para posicionar a curva em um plano mais próximo da vertical, pois

com a inclinação apresentada, ao se rotacionar o mecanismo, uma de suas manivelas, quando no ponto mais baixo de sua trajetória, colidirá com a superfície de apoio do pé. Assim, como não é possível fazer o giro de todo mecanismo, fica inviável a utilização de uma perna com estes parâmetros.



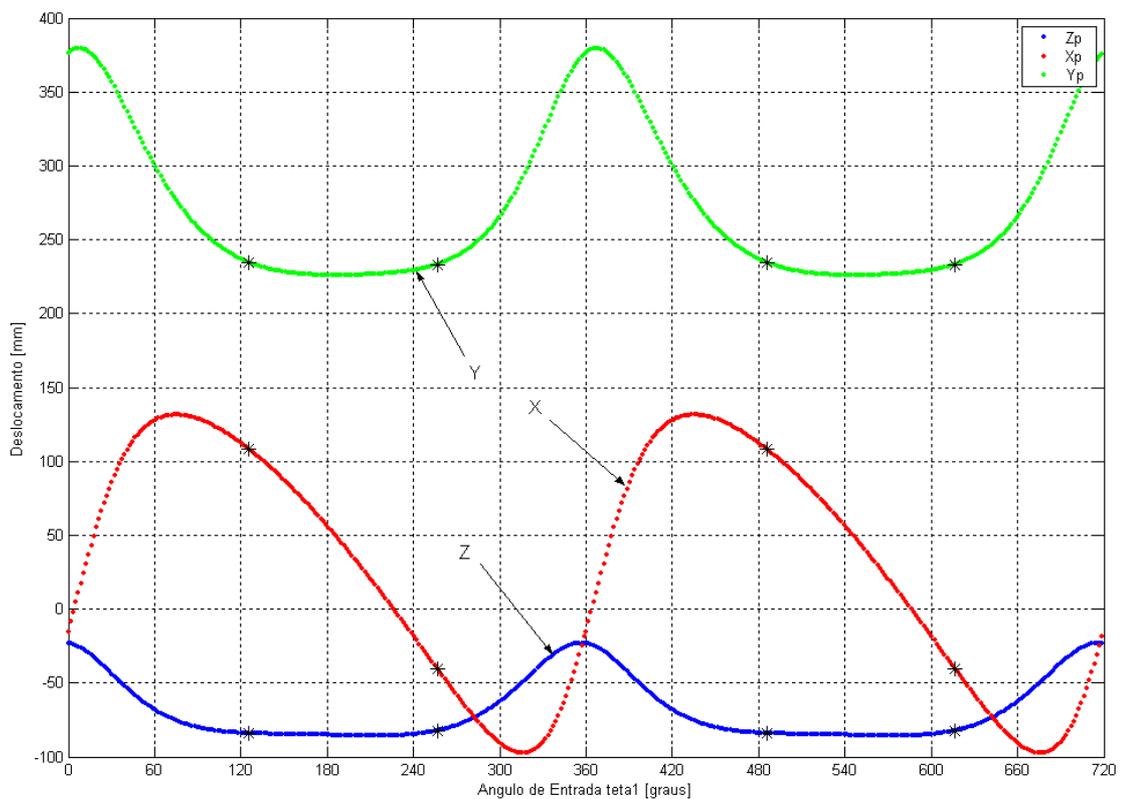
**Figura 4.8:** Trajetória plotada para a configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -5,12^\circ$ ;  $\beta = 6,88^\circ$  e  $\gamma = -32,20^\circ$ .

Pelo exemplo apresentado, verifica-se que a análise das famílias de curvas permite obter os parâmetros da perna. A cada etapa da análise da família de curvas, em função da variação de um parâmetro, é necessário verificar se é possível construir a perna robótica, fazendo-se a análise apresentada.

#### 4.4 – Famílias de curvas

As famílias de curvas são obtidas a partir das equações do modelo cinemático, descrito no item 4.2 e são obtidas pela variação dos parâmetros do mecanismo. A partir da análise das curvas, em função do tipo de trajetória desejada, é feita uma varredura com pequenas variações nos parâmetros, até se obter a trajetória mais adequada ao problema. É claro que a eficiência deste método depende da capacidade de observação de quem faz a análise. Como já foi mencionado, as famílias de curvas foram traçadas variando-se sistematicamente, de forma individual, cada um dos principais parâmetros construtivos da estrutura. Esse procedimento facilita a percepção da influência de cada um desses parâmetros na trajetória gerada. A

configuração inicial da qual se partiu para a análise foi:  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = r$ ;  $m = 20mm$ ;  $n = 1,5r$  sendo  $\theta_2$  o primeiro parâmetro variado. Partiu-se desta configuração por ser uma configuração que proporciona um robô de dimensões razoáveis, nem tão grande e nem tão pequeno, com custo adequado para se construir um protótipo da perna e, posteriormente, do robô. Segundo Wang (1989), para valores de  $r_a$  muito diferentes do intervalo de 1,5 a 4 a montagem física do mecanismo de Bennett torna-se complicada. Por esta razão partiu-se de  $r_a = 2,7$  por se tratar de um valor intermediário entre esses valores.



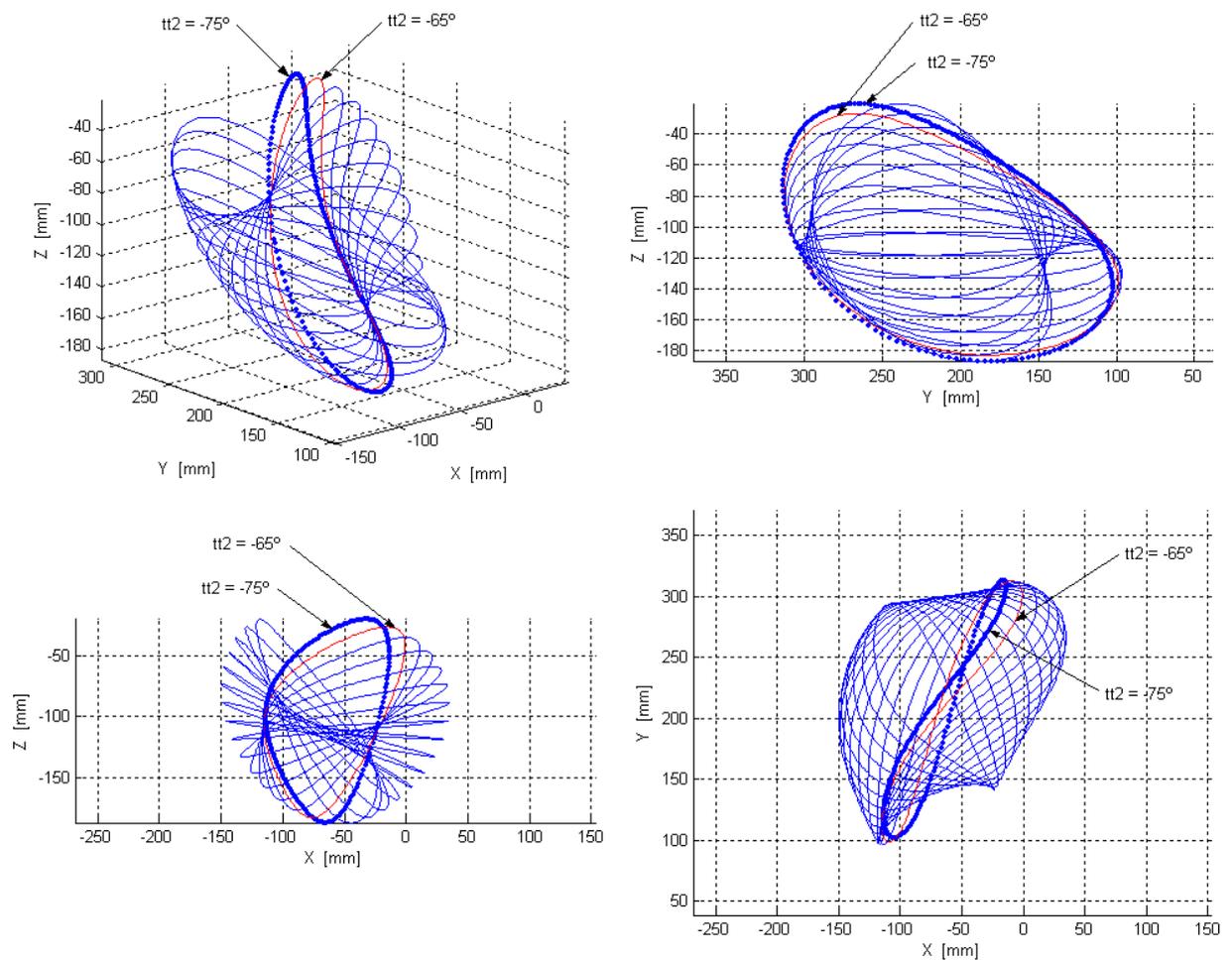
**Figura 4.9:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a curva com configuração:  $\theta_2 = 43,5^\circ$ ;  $\theta_9 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 210mm$ ;  $L = 1,2r$ ;  $m = 50mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -5,12^\circ$ ;  $\beta = 6,88^\circ$  e  $\gamma = -32,20^\circ$ .

As principais variáveis da perna proposta a serem trabalhadas são:

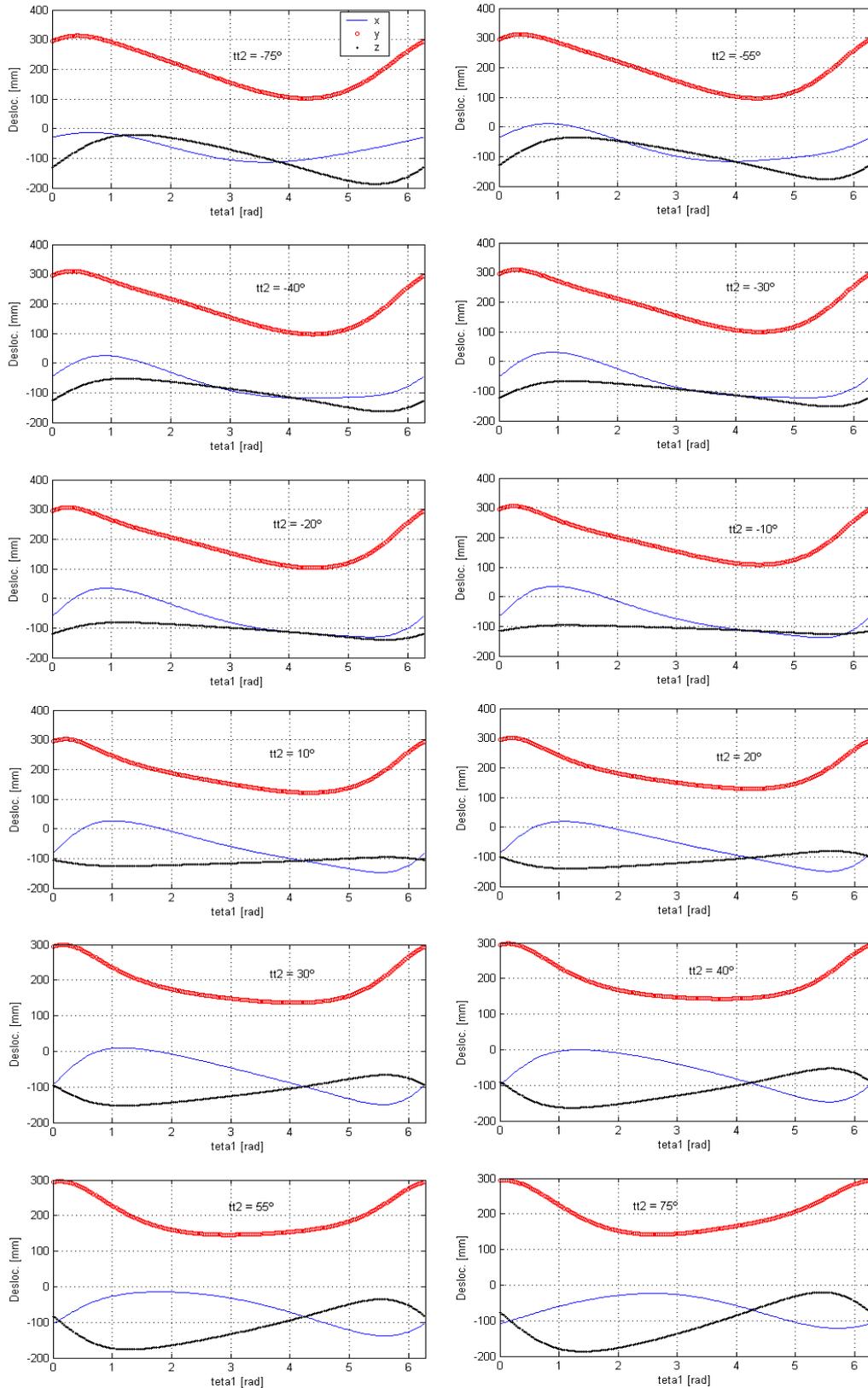
- os ângulos entre as articulações,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ ;
- o comprimento das barras do mecanismo,  $R$  e  $r$ ;
- a relação entre os comprimentos das barras do mecanismo,  $r_a$ ;
- as três dimensões coordenadas do pé,  $L$ ,  $m$  e  $n$ ;
- o ângulo de posicionamento do pé,  $\theta_9$ .

Para manter uma certa proporcionalidade entre as dimensões do mecanismo, os prolongamentos  $L$  e  $n$  da perna foram definidos em função do comprimento da barra menor,  $r$ . Nas figuras a seguir, a simbologia ‘ $tt_i$ ’ representa um ângulo  $\theta_i$ . Assim, ‘ $tt_2$ ’ representa o ângulo  $\theta_2$ . As dimensões lineares estão em milímetros [mm].

Nas Figs. 4.10 e 4.11 é apresentada a família de curvas para o ângulo  $\theta_2$ , variando no intervalo  $-75^\circ \leq \theta_2 \leq 75^\circ$ , com variação de  $10^\circ$  entre cada curva. Aparentemente, todas as curvas possuem trechos de razoável linearidade. Porém, após uma análise mais cuidadosa e, plotando as coordenadas de cada curva separadamente, Fig. 4.11, nota-se que as trajetórias que melhor satisfazem as necessidades para aplicação na construção da perna robótica, estão compreendidas no intervalo  $-40^\circ \leq \theta_2 \leq 40^\circ$ .



**Figura 4.10:** Curvas para o ângulo  $\theta_2$  variando de  $-75^\circ$  até  $75^\circ$ , em intervalos de  $10^\circ$ . Plotagem para  $\theta_0 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = r$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .



**Figura 4.11:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $\theta_2$ . Configuração plotada:  $\theta_0 = 0$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = r$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .

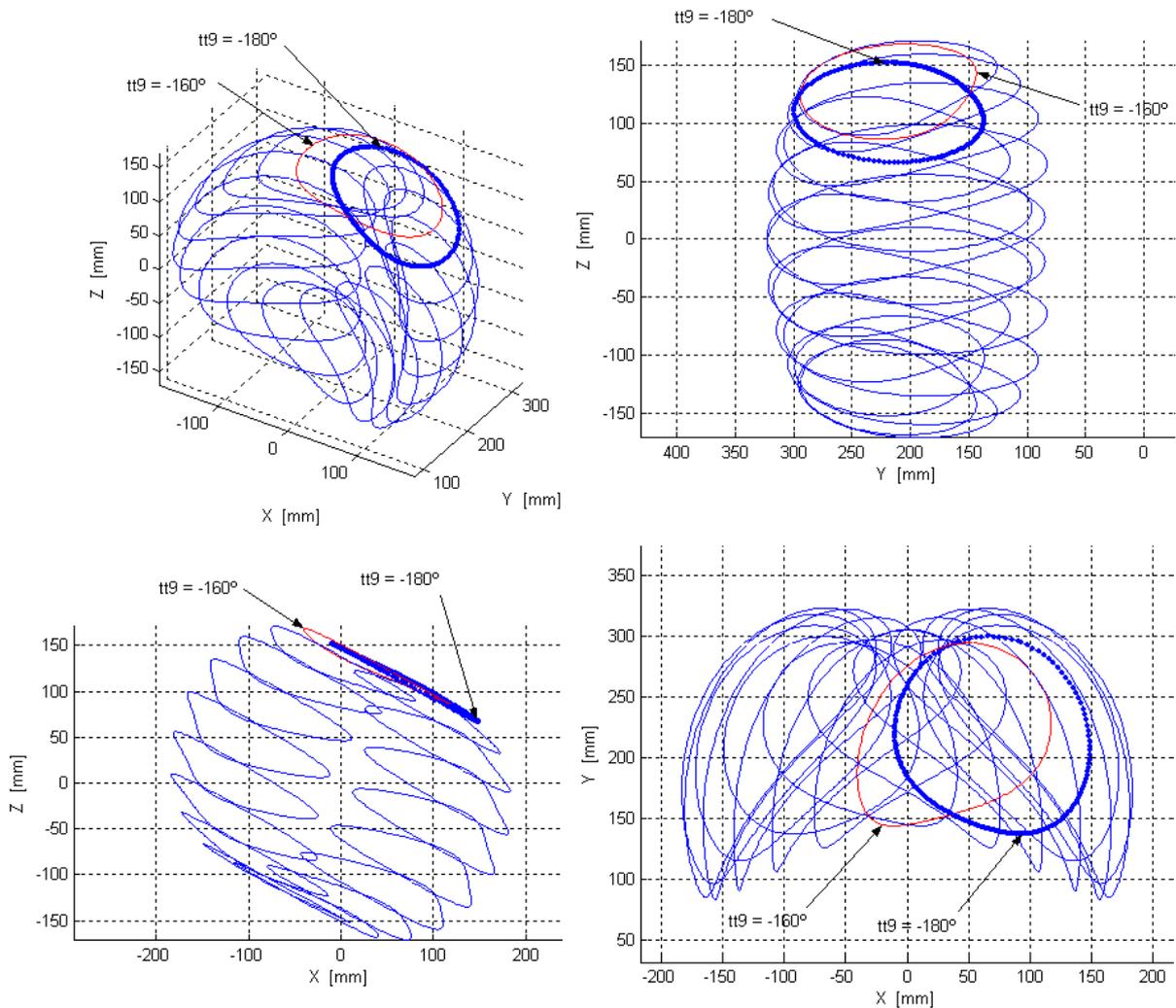
Em função da análise da família das curvas de  $\theta_2$ , Fig. 4.10, da representação e análise individual de cada curva, Fig. 4.11, o ângulo de  $30^\circ$  para  $\theta_2$  aparentou ser o mais apropriado para a aplicação prevista nesse trabalho. Assim, os demais testes serão feitos para  $\theta_2 = 30^\circ$ . No entanto, é importante ressaltar que, apesar de ter sido adotado esse valor para  $\theta_2$ , não significa que este seja o valor ótimo para o projeto da perna.

A segunda família de trajetórias foi traçada variando-se os valores da segunda variável angular,  $\theta_9$ , de  $-180^\circ$  até  $180^\circ$ , com variação de  $20^\circ$  entre cada curva. Analisando as curvas obtidas, nota-se que há pelo menos três intervalos para os quais as trajetórias têm um comportamento como o esperado, ou seja, com um trecho reto de dimensões razoáveis. Analisando esses intervalos, pode-se verificar que nas regiões mais próximas ao centro de cada um deles, os trechos retos das curvas são mais bem comportados. Os intervalos determinados foram:

$$\begin{aligned} -180^\circ \leq \theta_9 \leq -150^\circ \\ -30^\circ \leq \theta_9 \leq 30^\circ \\ 150^\circ \leq \theta_9 \leq 180^\circ \end{aligned} \tag{4.16}$$

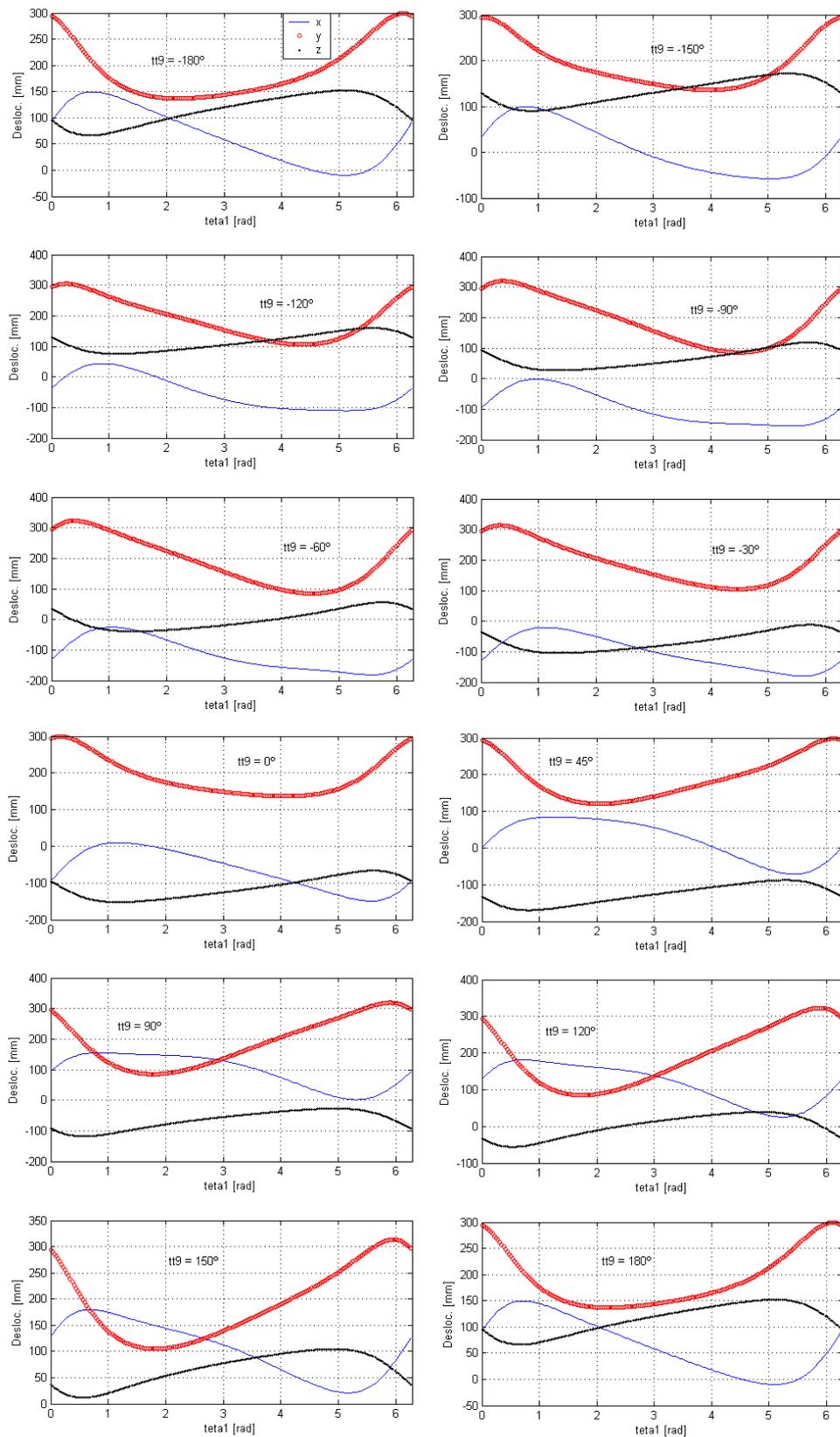
A escolha de um determinado valor para  $\theta_9$  depende ainda de outras variáveis de projeto, tal como a possibilidade de interferência do pé com o restante do mecanismo. Desta forma, como o segundo intervalo também apresenta trajetórias bem comportadas para valores próximos do centro do intervalo, por questões de simplicidade será utilizado  $\theta_9 = 0$ . A simplificação ocasionada no modelo cinemático da estrutura quando  $\theta_9$  é igual a zero facilita o controle do robô, já que passa-se a trabalhar com equações menores e mais simples, pois é como se essa variável não existisse mais. Outra razão para a adoção deste valor para  $\theta_9$  é evitar a interferência entre o pé e a barra fixa do mecanismo. Caso essa colisão ocorresse, a perna ficaria impossibilitada de executar um ciclo completo do movimento. Essa interferência poderá ser mais bem visualizada ao se analisar o modelo do protótipo proposto.

A família de curvas para diversos valores de  $\theta_9$  é apresentada na Fig. 4.12, com suas quatro vistas. Na Fig. 4.13 são apresentados os comportamentos das coordenadas X, Y e Z, em função do ângulo de entrada  $\theta_1$ , para vários valores de  $\theta_9$ .



**Figura 4.12:** Curvas para o ângulo  $\theta_9$ , variando de  $-180^\circ$  até  $180^\circ$ , em intervalos de  $20^\circ$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = r$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .

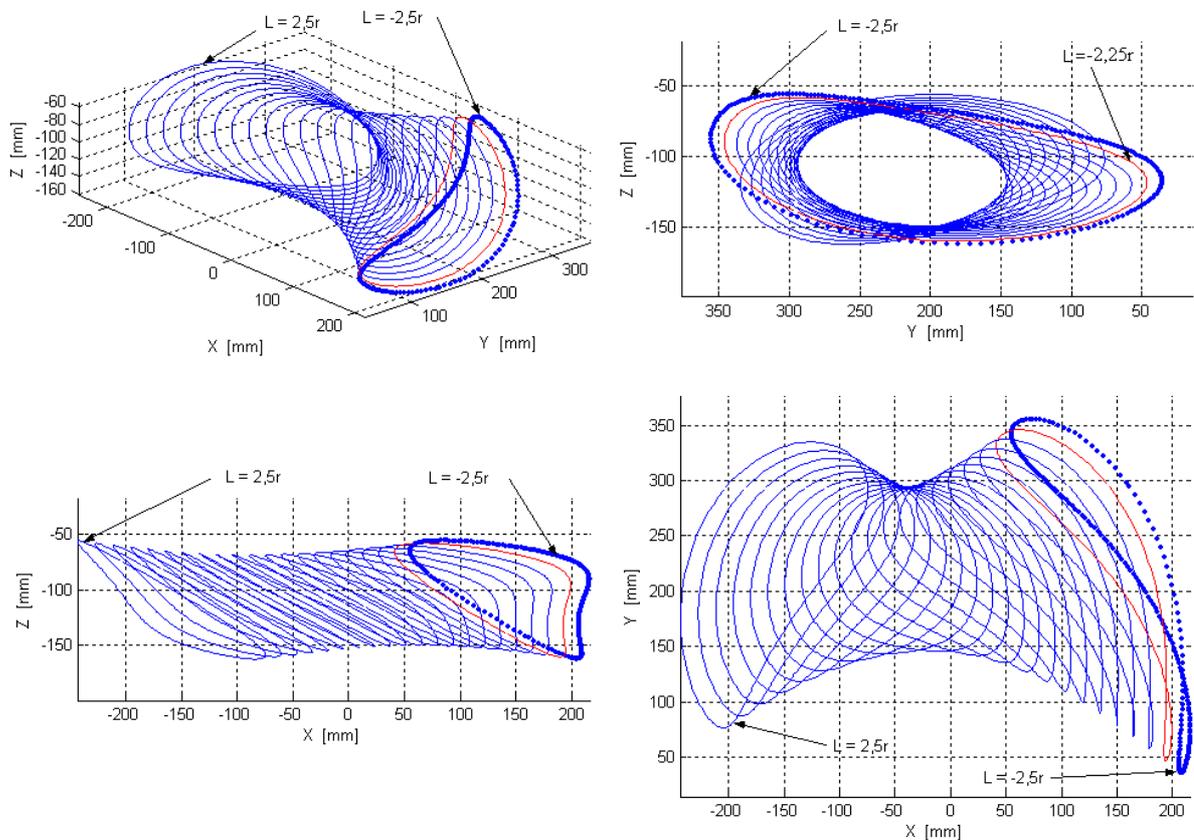
A próxima variável analisada é o comprimento  $L$ . A seleção das variáveis  $L$ ,  $m$  e  $n$  deve ser feita a partir de uma análise cuidadosa, pois o prolongamento para posicionar o pé não pode ser demasiadamente pequeno, nem tampouco demasiadamente grande, mas deve ter uma dimensão razoável quando comparada com as demais dimensões da estrutura modelada. Se o prolongamento tiver dimensões muito reduzidas, pode ocorrer interferência entre o mecanismo e o chão, ou pode ser que a altura útil do robô seja muito pequena, o que acabaria por limitar a utilização do robô a ambientes de solos mais regulares. Por outro lado, se o prolongamento for muito grande, pode ser que a estrutura apresente uma flexibilidade excessiva, comprometendo o comportamento do caminhar do robô.



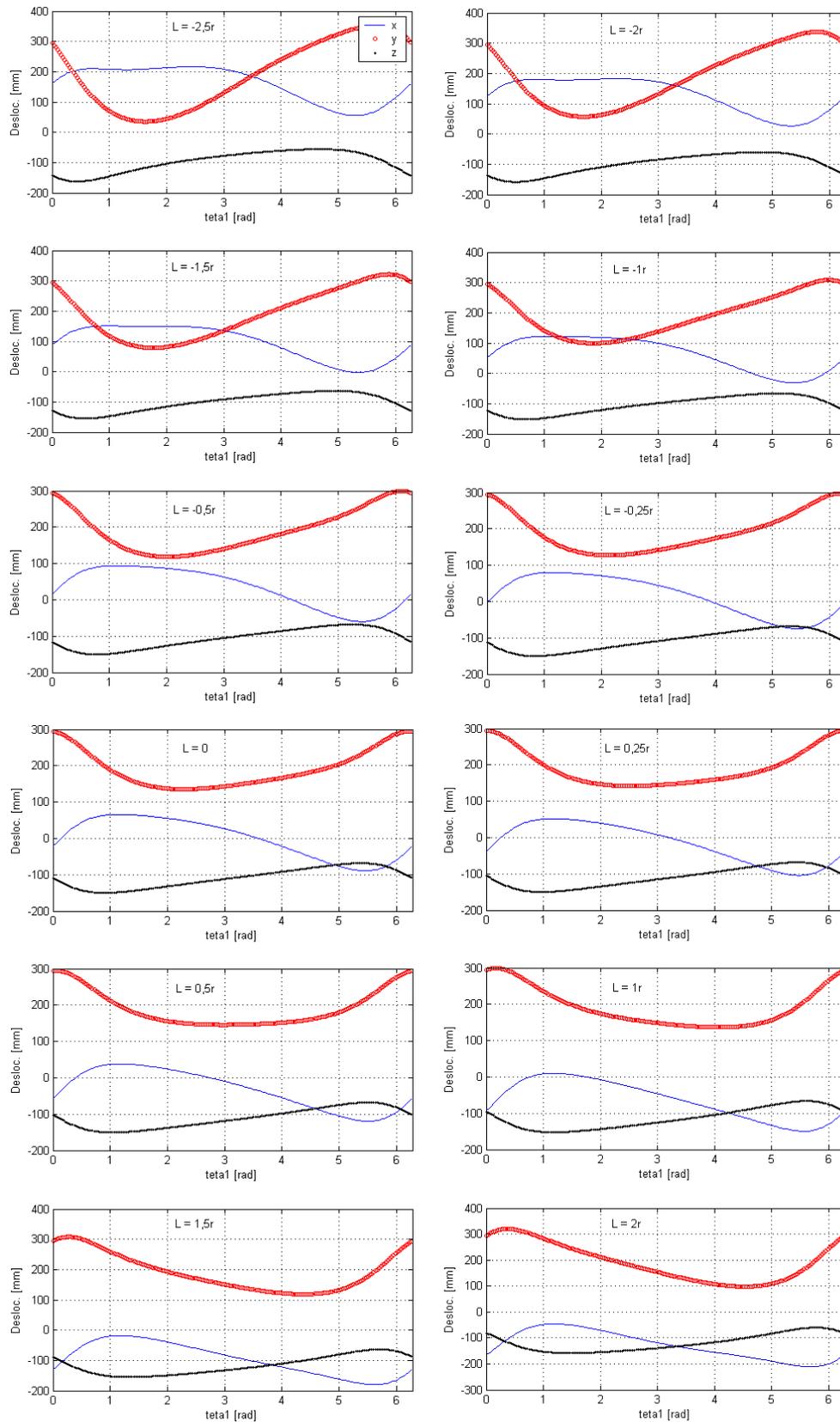
**Figura 4.13:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $\theta_0$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = r$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .

Para a aplicação estudada neste trabalho, verificou-se que um bom tamanho para o pé do robô pode ser dado pela expressão  $d = \sqrt{L^2 + m^2 + n^2}$ , com  $d$  tendo a mesma ordem de grandeza da maior barra do mecanismo,  $R$ . O comprimento  $d$  representa a distância entre a origem do referencial  $R_6''$  e o ponto P, Figs. 4.3 e 4.4.

As figuras que representam a família de curvas para diversos valores de  $L$  são apresentadas nas Fig. 4.14 e 4.15. Nota-se que, aparentemente, há uma grande variedade de curvas que possuem um trecho reto com dimensões significativas. No entanto, ao se analisar a plotagem individual das coordenadas de cada curva, Fig. 4.15, pode-se verificar que as curvas com  $L \leq -1,5r$  não são boas para serem utilizadas na perna robótica. No entanto, percebe-se que, à medida que o valor de  $L$  aumenta, o trecho linear também aumenta. Pode-se ainda verificar pelas Figs. 4.14 e 4.15 que as curvas da ordem de  $L = 2r$  apresentam um trecho linear considerável. Em função disso, adotou-se esse valor para ser utilizado nas simulações das próximas famílias de curvas.

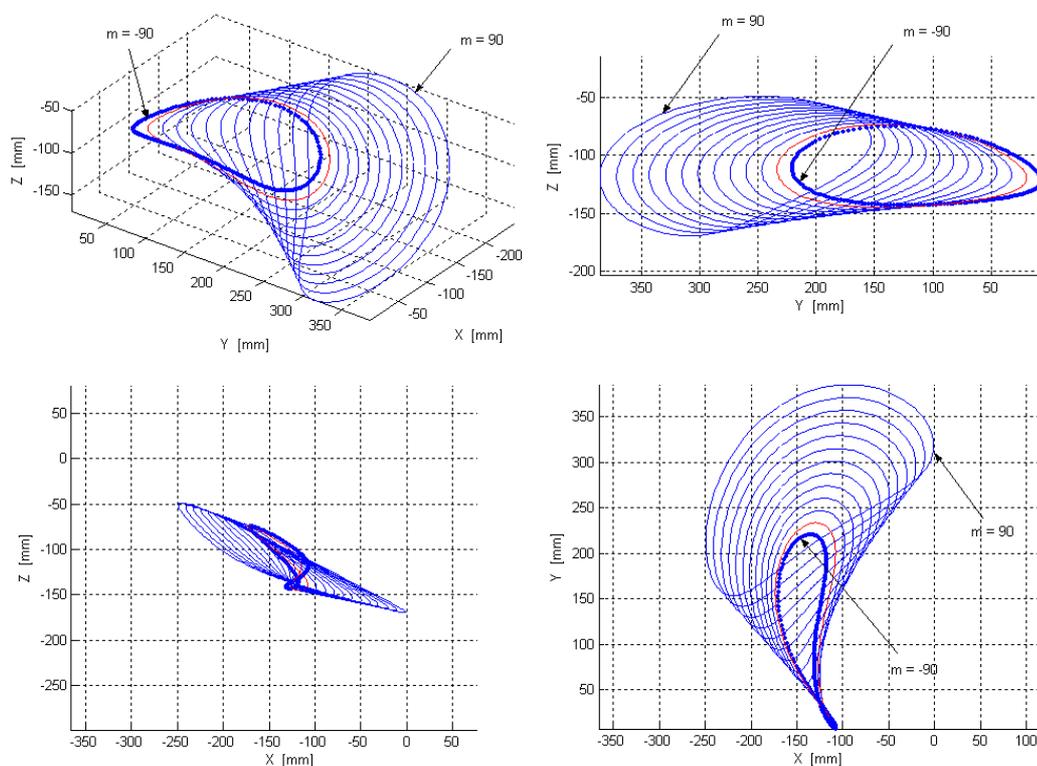


**Figura 4.14:** Curvas para o prolongamento  $L$  variando de  $-2,5r$  até  $2,5r$ , em intervalos de  $0,25r$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .

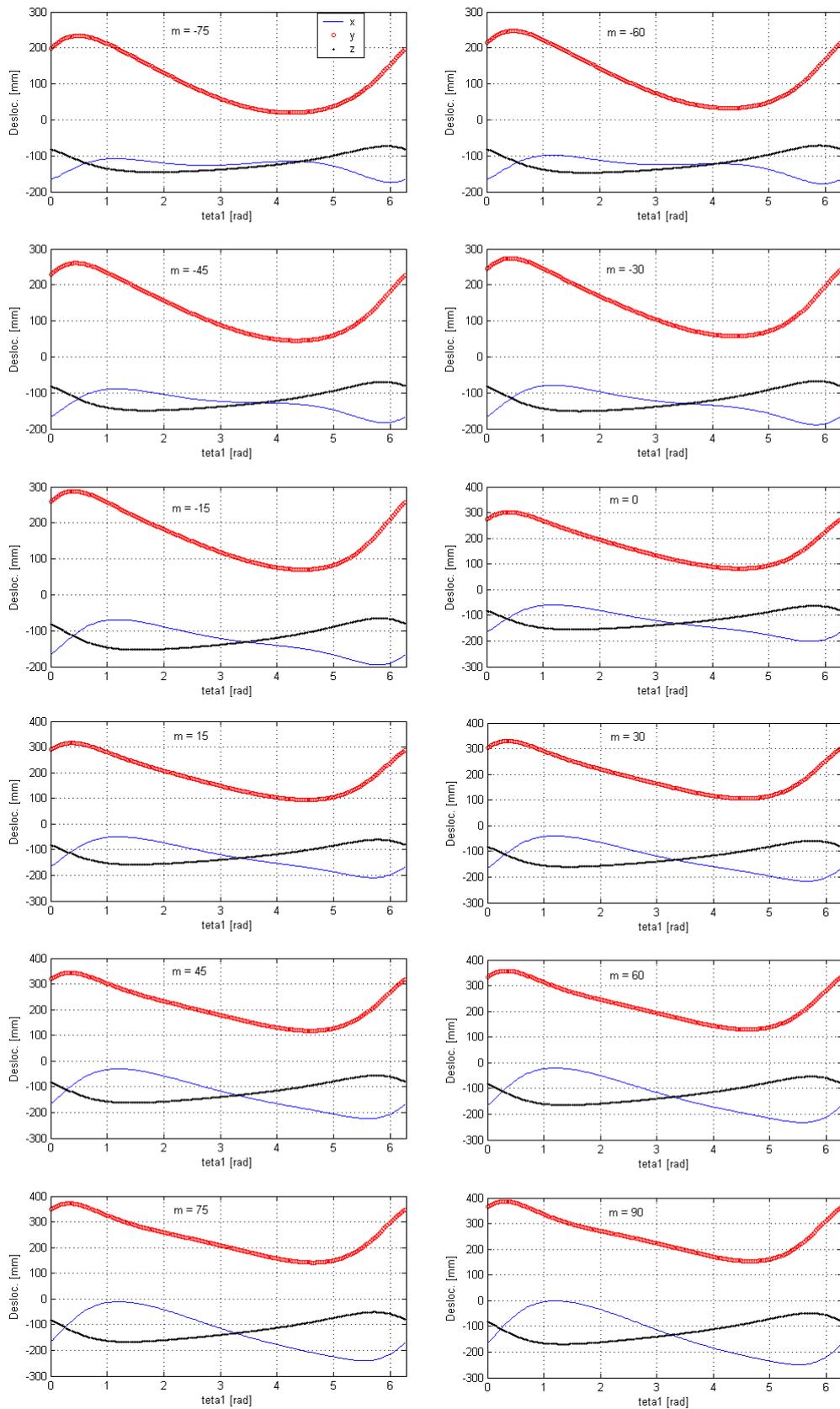


**Figura 4.15:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $L$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $m = 20\text{mm}$  e  $n = 1,5r$ .

A próxima análise consiste na variação do comprimento  $m$ , sendo a respectiva família de curvas apresentada nas Figs. 4.16 e 4.17. Nota-se que para as curvas dessa família, a variação existente no trecho linear das mesmas, apesar de ser significativa, aparentemente não causa grandes efeitos sobre a linearidade simultânea das três coordenadas da trajetória, Fig. 4.17. Isso ocorre porque, mesmo que o trecho linear da trajetória do pé vá aumentando, as dimensões do passo aumentam quando  $m$  aumenta, de forma que a proporção entre a dimensão do trecho reto e o comprimento total da trajetória do pé tende a se manter constante. Apesar disso, nota-se que a coordenada que sofre mais variação é  $X$  que, para valores de  $m \leq -75\text{mm}$ , apresenta uma ‘barriga’ crescente. Essa barriga diminui à medida que a variável  $m$  aumenta. A variável  $m$  sendo medida ao longo da biela móvel e, por questões de fixação do pé nesta biela, bem como pela necessidade de se transpor obstáculos, não é bom que assumam valores muito grandes, sejam esses valores positivos ou negativos. Nota-se ainda que, em função das características construtivas adotadas, é mais vantajoso que se utilize pequenos valores negativos para  $m$ , principalmente em função da necessidade de transposição de obstáculos, que será discutido posteriormente. Desta forma, utilizou-se  $m = -30$ , que é um valor que apresentou resultados satisfatórios para a aplicação proposta.

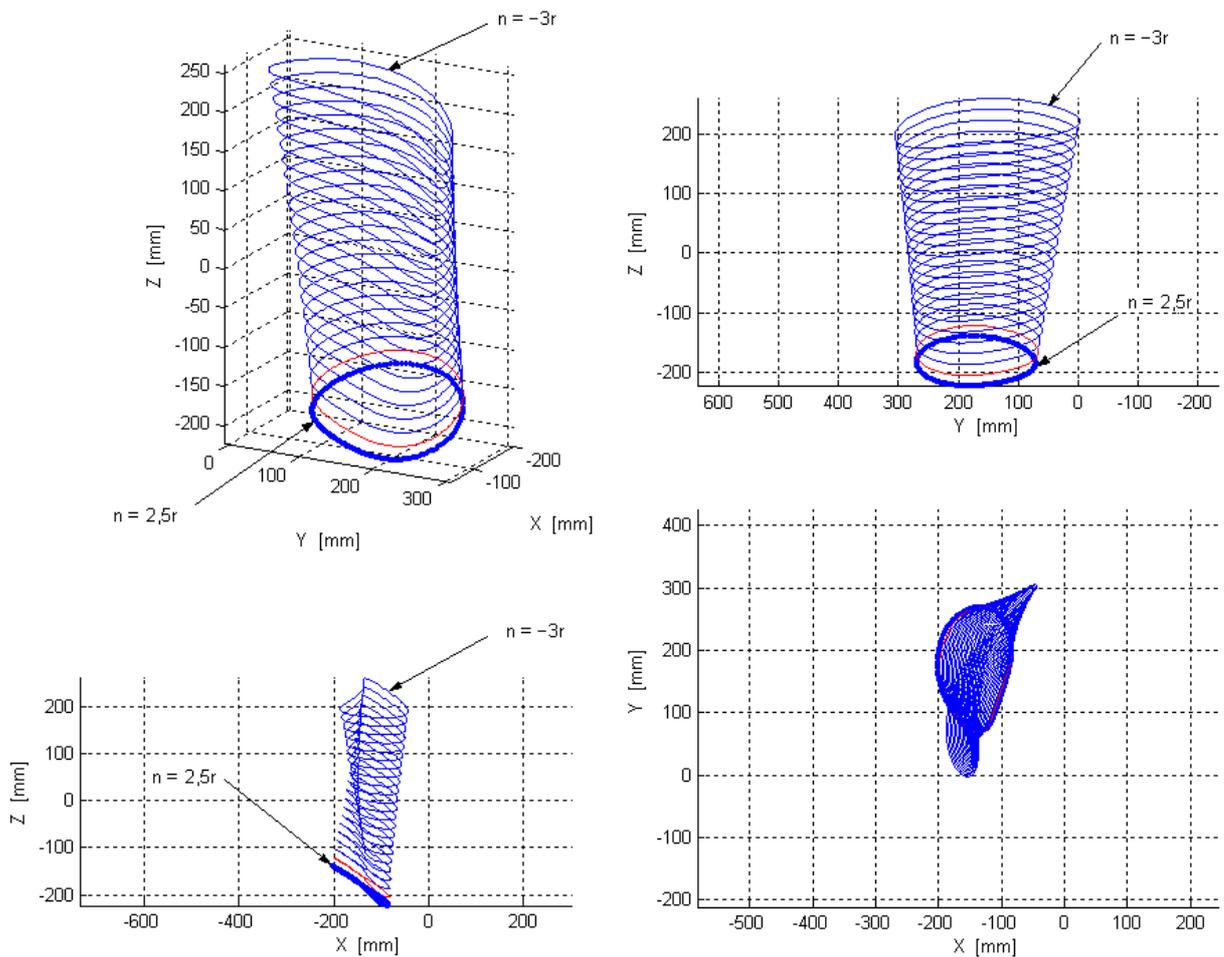


**Figura 4.16:** Curvas para o prolongamento  $m$  variando de  $-90\text{mm}$  até  $90\text{mm}$ , em intervalos de  $15\text{mm}$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$  e  $n = 1,5r$ .

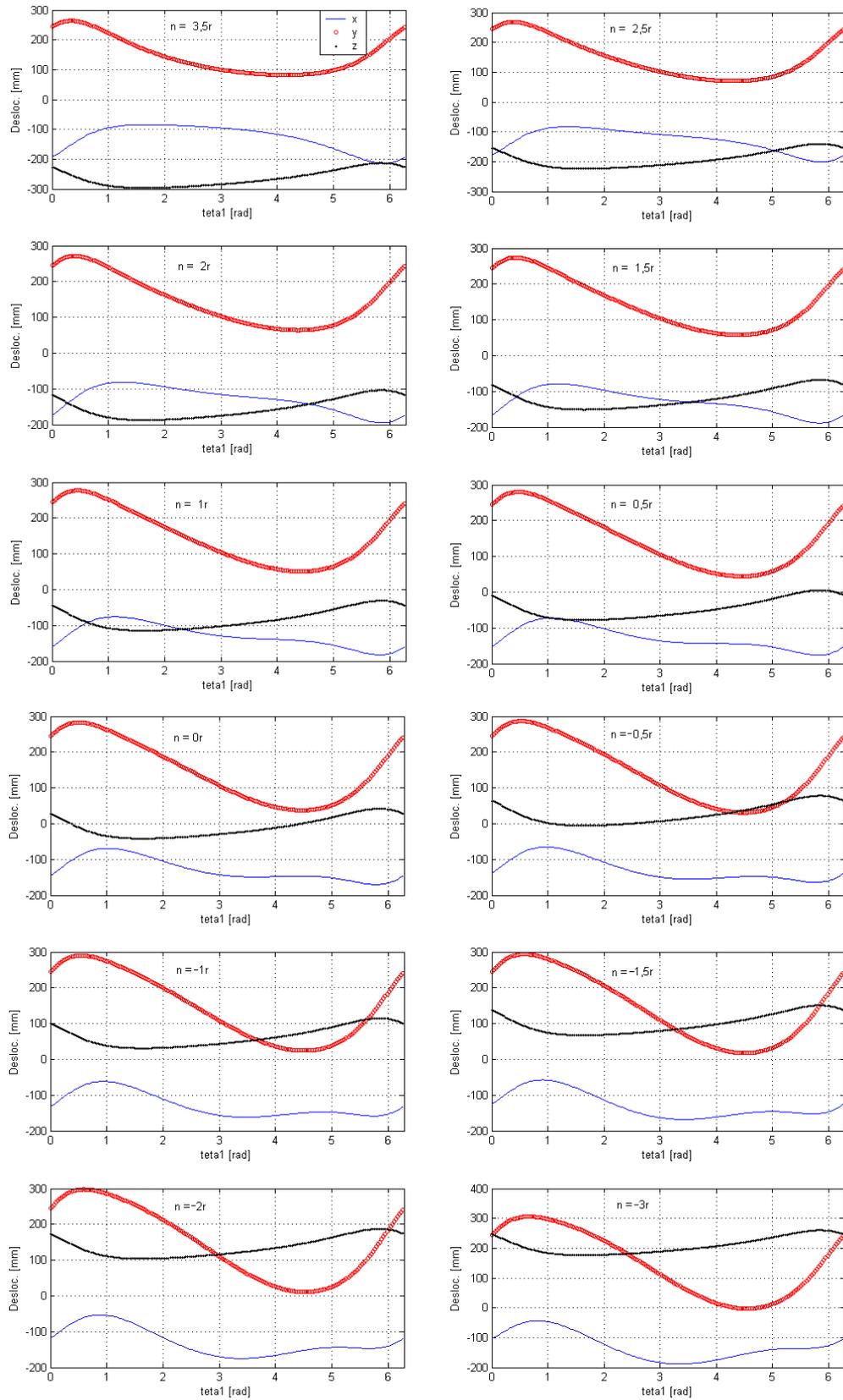


**Figura 4.17:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $m$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$  e  $n = 1,5r$ .

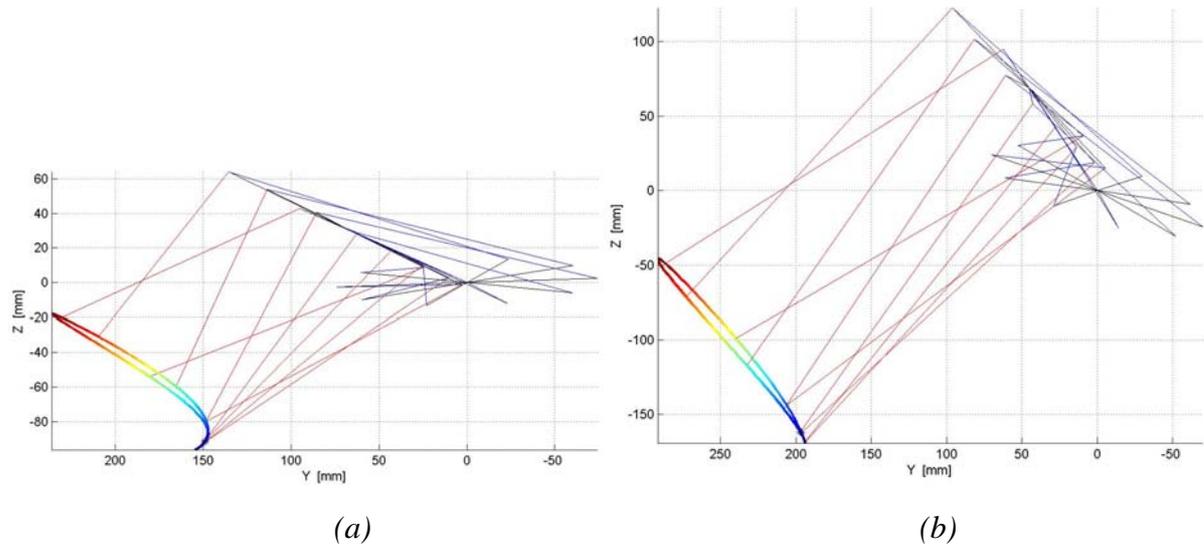
A próxima família de curvas a ser estudada é a família correspondente à variação do comprimento  $n$ . Analisando a família de curvas dessa variável, apresentadas nas Figs. 4.18 e 4.19, nota-se que os valores de  $n$  para que a trajetória possua um bom trecho ‘quase’ linear estão no intervalo  $1r \leq n \leq 3r$ . O resultado desta análise só é possível a partir da representação do comportamento das coordenadas X, Y e Z, conforme a Fig. 4.19. Pela análise individual de curvas geradas para diferentes valores de  $n$ , pode-se verificar também que a inclinação da trajetória no espaço é fortemente afetada por esta variável. Nas Figs. 4.20a e 4.20b é exemplificado esse comportamento em função de  $n$ . Nota-se que, para valores dentro do intervalo  $1r \leq n \leq 3r$ , quanto maior o módulo de  $n$ , maior é a inclinação da curva.



**Figura 4.18:** Curvas para o prolongamento  $n$  variando de  $n = -3r$  até  $n = 2,5r$ , em intervalos de  $0,25r$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$  e  $m = -30\text{mm}$ .



**Figura 4.19:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $n$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$  e  $m = -30\text{mm}$ .

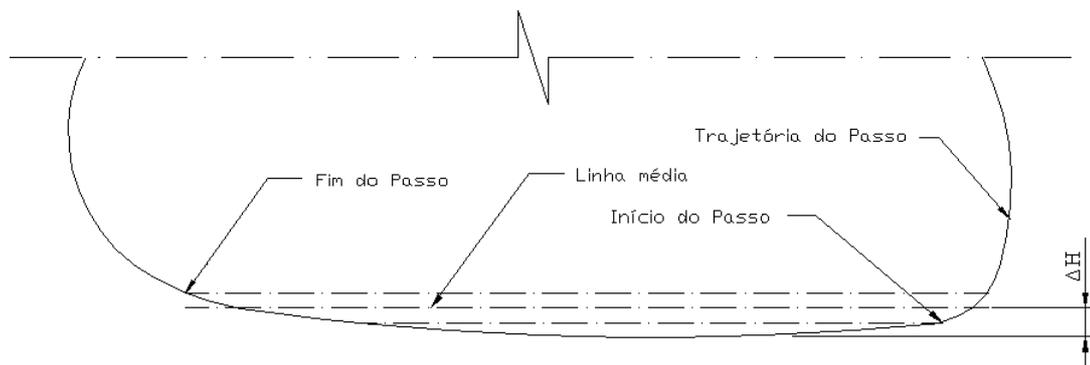


**Figura 4.20:** Trajetórias plotadas com  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e (a)  $n = 1r$  e (b)  $n = 3r$ .

Em contrapartida, à medida que  $n$  diminui, vai surgindo um recuo na base da curva, sendo que esse recuo é tanto maior quanto menor for o módulo de  $n$ , Fig. 4.20a e 4.20b. Esse recuo da trajetória pode fazer com que o pé se arraste demasiadamente no chão, fazendo com que seja necessário que a inclinação da curva seja diminuída ainda mais através de uma rotação do mecanismo em torno da reta de regressão. Isso muitas vezes torna a trajetória não recomendável para a aplicação proposta, já que o pé do robô não deve escorregar durante seu caminhar. Desta forma, pode ser necessário que se utilize maiores valores para  $n$ . Alguns pontos negativos em se utilizar valores muito grandes para o módulo de  $n$ , são discutidos a seguir. No entanto, para que esses fatores negativos sejam discutidos e a análise da influência de  $n$  na trajetória do pé possa ser continuada, uma nova variável deve ser definida. Esta nova variável, que será denominada de  $\Delta H$ , representa o desnível entre a altura média dos pontos de início e fim do passo e o ponto mais baixo atingido pela trajetória do pé do robô. Uma representação gráfica de  $\Delta H$  é apresentada na Fig. 4.21, que representa uma trajetória hipotética de um passo.

Uma vez definido esse novo parâmetro, pode-se seguir com a análise de  $n$ . Nota-se que apesar de, para grandes módulos de  $n$ , o deslocamento lateral da curva ser cada vez menor, não é viável que essa imperfeição seja totalmente eliminada pois, após observações, notou-se que para altos valores de  $n$ , mesmo valores dentro do intervalo em análise, o tamanho efetivo do passo fica bastante diminuído, tanto pela menor distância entre os pontos de início e fim do

passo, quanto pelo alto valor de  $\Delta H$ . Esse aumento de  $\Delta H$  ocorre devido à tendência que o trecho linear apresenta de se tornar cada vez mais abaulado à medida que  $n$  aumenta. Logicamente, quanto maior for esse abaulamento, mais instável tende a ser o caminhar do robô, pois fica mais difícil fazer a compensação de  $\Delta H$ , de forma a manter o pé do robô sempre em contato com a superfície de apoio. Outro problema é que grandes valores de  $n$  podem fazer com que o prolongamento da perna torne-se muito flexível, prejudicando o comportamento da estrutura durante o caminhar, como já foi mencionado.



**Figura 4.21:** Representação gráfica de  $\Delta H$

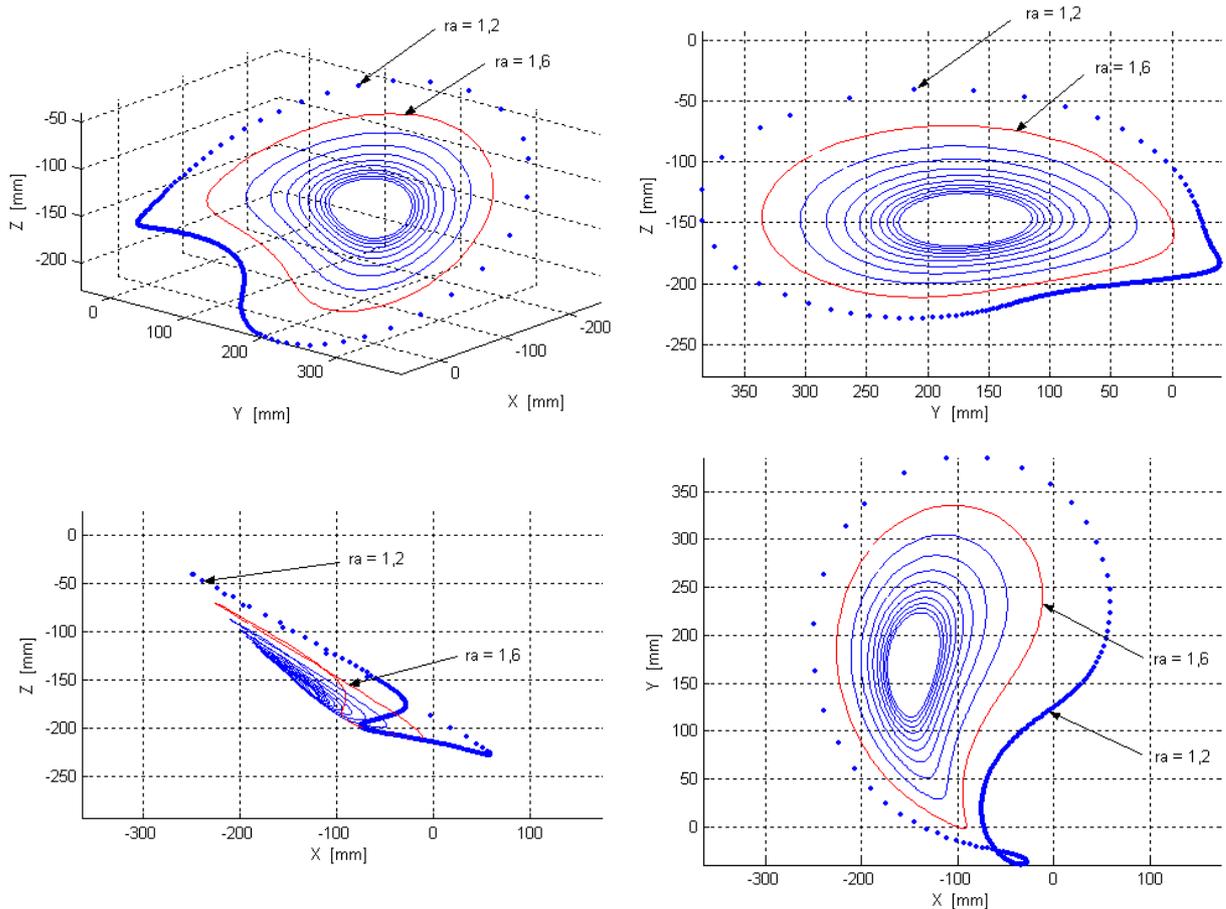
Desta forma, a maior vantagem de se utilizar comprimentos de  $n$  próximos do limite superior do intervalo diz respeito à inclinação da curva, que passa a ter uma inclinação maior do que normalmente possui para menores valores de  $n$ , podendo chegar a inclinações da ordem de  $50^\circ$  quando  $n = 3r$ . Outra vantagem ainda é que à medida que  $n$  aumenta, a trajetória tende a se comportar como uma curva ‘quase’ plana, sem contar que todo mecanismo fica mais elevado em relação ao chão, aumentando a altura útil do robô. Essas características podem ser observadas na Fig. 4.20b.

Assim, após analisar as curvas geradas e se considerar as vantagens e desvantagens dos dois extremos do intervalo, optou-se por adotar o valor de  $n$  no ponto médio desse intervalo, ou seja:  $n = 2r$ . Esse valor tem por objetivo minimizar os efeitos de se ter o módulo de  $n$  muito grande ou muito pequeno, pois se trata de uma situação intermediária bastante satisfatória para a aplicação proposta nesse trabalho.

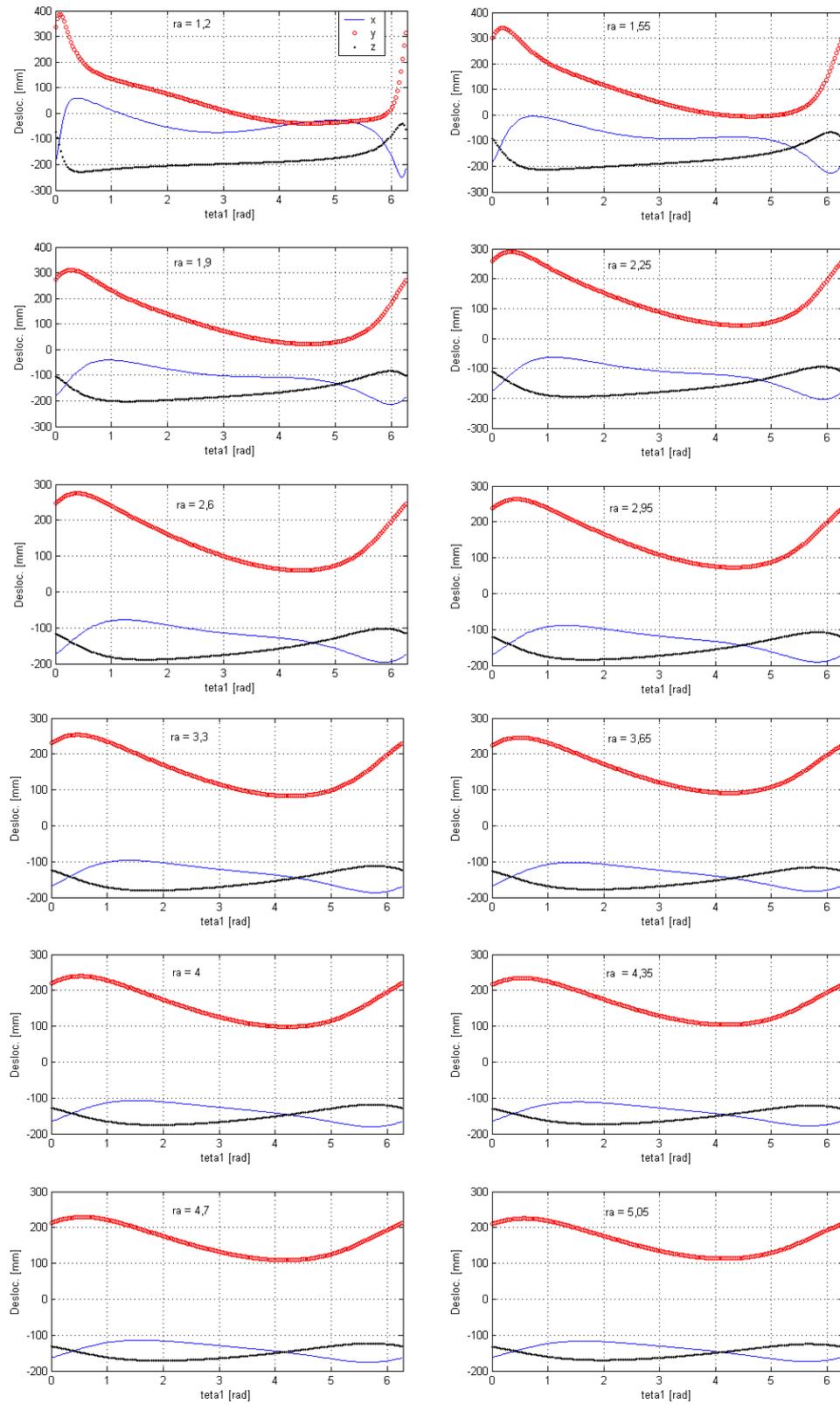
O próximo parâmetro a ser analisado é a relação entre os comprimentos das barras do mecanismo de Bennett,  $r_a = R/r$ , definido pela Eq. (4.1). Em função de se manter uma certa proporcionalidade entre as dimensões  $L$  e  $n$  do prolongamento da perna, como já foi mencionado, o tamanho da menor barra,  $r$ , passou a influenciar diretamente esses dois

parâmetros, que foram definidos em função de  $r$ . Assim, para que se varie apenas  $r_a$ , e se conheça apenas sua influência nas trajetórias descritas pelo pé do robô, as famílias de curvas de  $r_a$  foram traçadas utilizando os valores definidos na análise da última família de curvas analisada, onde foram traçadas curvas para diversos valores de  $n$ . Nesta família foram utilizados os seguintes valores para estas três variáveis:  $r = 74,07\text{mm}$ ;  $L = 148,15\text{mm}$  e  $n = 148,15\text{mm}$ , a partir das relações:  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,7$ ;  $L = 2r$  e  $n = 2r$ .

Desta forma, considerando essas relações, foram traçadas as curvas que representam a família de curvas para diferentes valores de  $r_a$ , que estão representadas nas Figs. 4.22 e 4.23. Nota-se que para esse parâmetro é fácil de se identificar que quanto maior o valor de  $r_a$ , maior é a tendência que a curva apresenta de se tornar cada vez mais oval, Fig. 4.22. A curva vai se achatando na medida em que  $r_a$  diminui, de forma que o trecho reto aumenta. Entretanto, para valores muito baixos de  $r_a$ , o trecho reto da curva torna-se muito irregular.



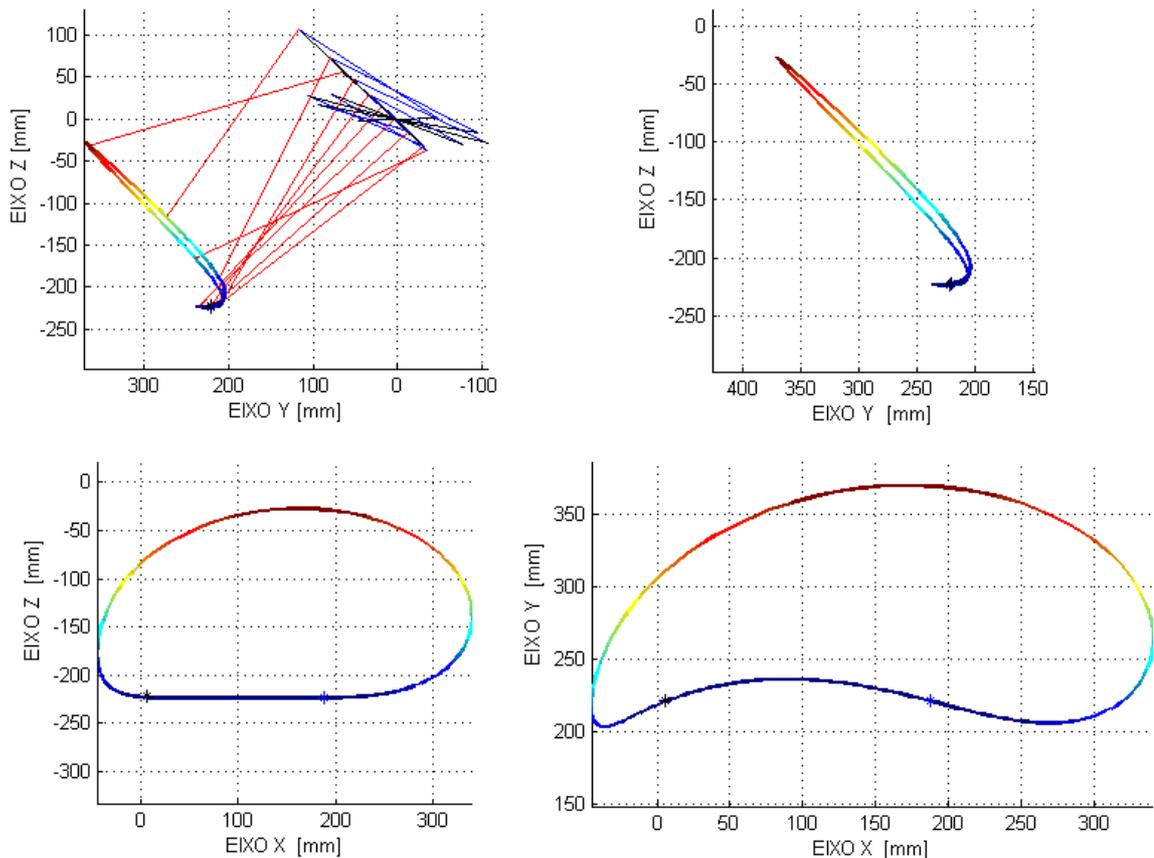
**Figura 4.22:** Curvas para a relação  $r_a$  variando de 1,2 até 5,2, em intervalos de 0,4. Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r = 74,07\text{mm}$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 148,15\text{mm}$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 148,15\text{mm}$ .



**Figura 4.23:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $r_a$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $r = 74,07mm$ ;  $R = 200mm$ ;  $L = 148,15mm$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 148,15mm$ .

Estudando o mecanismo de Bennett, e mais precisamente essa mesma variável, Wang (1989) chegou à conclusão de que esse parâmetro deve estar contido no intervalo  $1,5 \leq r_a \leq 4$ , o que comprova a não viabilidade de se utilizar valores nem muito grandes e nem muito pequenos para  $r_a$ .

Entretanto, esse intervalo para  $r_a$  estabelecido por Wang (1989) é muito grande para a aplicação aqui proposta, pois valores próximos desses dois extremos não geram trajetórias com trechos satisfatoriamente lineares. Para se comprovar isso, a Fig. 4.24 apresenta uma curva plotada para  $r_a = 1,8$ , que é um valor próximo do limite inferior do intervalo. Para uma melhor visualização, essa trajetória foi reorientada segundo três rotações sucessivas. Na primeira vista também são plotadas as linhas de ação da perna. Nota-se que a curva apresenta uma inflexão muito grande em sua base, sem contar que o trecho que deveria ser linear é demasiadamente curvo. Isso certamente compromete o desempenho da estrutura, principalmente quando se trabalha a altas velocidades, pois essas mudanças bruscas na direção de deslocamento do pé podem provocar sérios problemas de vibração.



**Figura 4.24:** Trajetória plotada para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30\text{mm}$ ;  $n = 2r$ ;  $r_a = 1,8$ ;  $\alpha = -78,02^\circ$ ;  $\beta = 11,43^\circ$  e  $\gamma = 13,83^\circ$ .

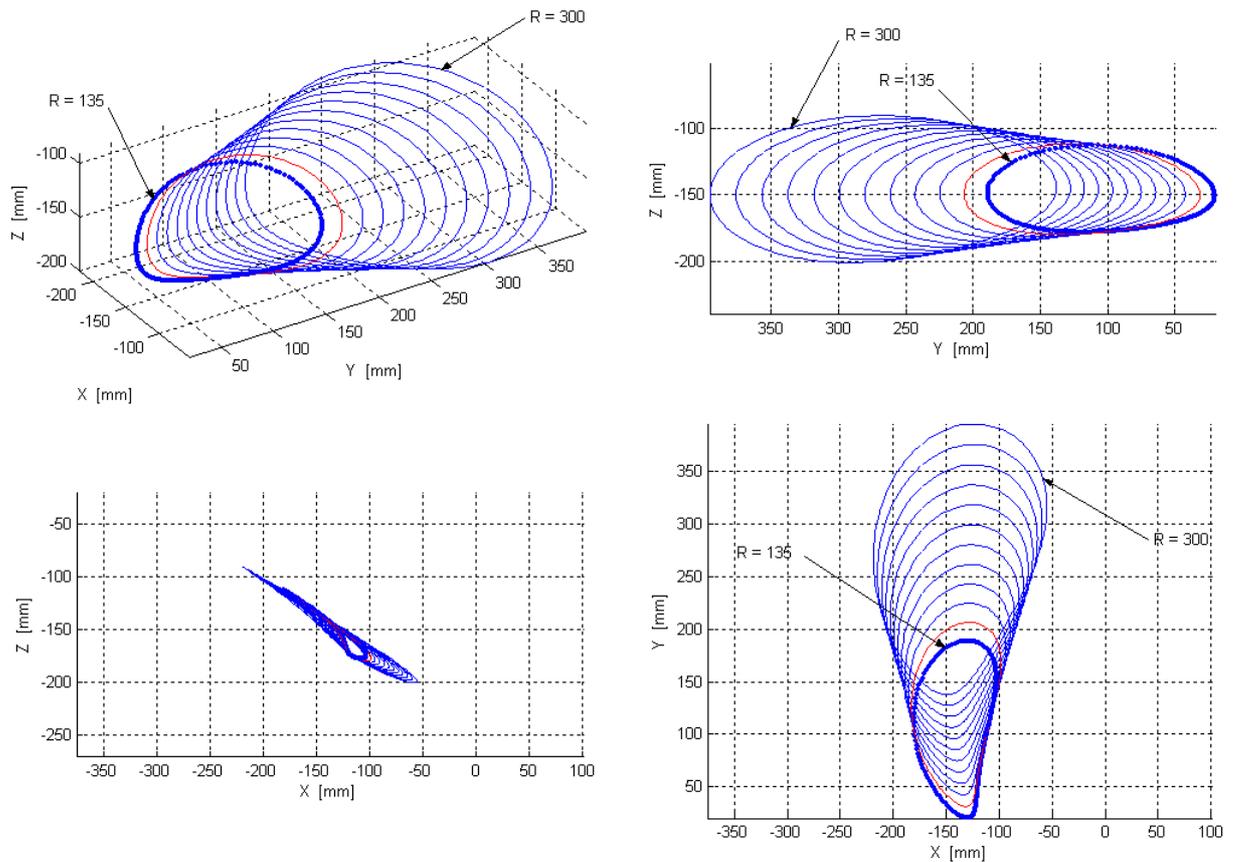
No entanto, apesar dessas irregularidades, nota-se que a inclinação da curva é muito boa, da ordem de  $49^\circ$ . Essas irregularidades nas trajetórias vão decrescendo à medida que  $r_a$  aumenta. Apesar de se conseguir melhorar o desempenho do pé aumentando o valor de  $r_a$ , tem-se a desvantagem de que o trecho linear da curva diminui muito quando essa variável assume valores demasiadamente altos.

Desta forma, torna-se necessário que se determine um valor adequado para  $r_a$ , que nem seja tão pequeno, de forma que possa comprometer o desempenho de toda estrutura pela curvatura lateral apresentada pela mesma, e nem que seja tão grande a ponto de diminuir de forma significativa o tamanho efetivo do passo do robô. Após análise de várias trajetórias verificou-se que o valor de  $r_a = 2,8$  possui uma curva mais comportada, apresentando uma pequena inflexão, mas garantindo um bom passo útil ao robô.

O último parâmetro a ser analisado é o comprimento da maior barra do mecanismo,  $R$ . Como esse comprimento é utilizado para o cálculo de  $r$ , em função de  $r_a$ , procedeu-se de forma semelhante ao caso anterior para a determinação da família de  $r_a$ : considerando-se os dois parâmetros  $L$  e  $n$  como sendo valores fixos e não mais dependentes de  $R$ . No entanto, a variável  $r$  continua variando de acordo com  $R$ , de forma a garantir que a condição de existência do mecanismo continue sendo mantida, Eq. (4.1). Desta forma, foram adotados os mesmos valores, lineares e angulares, utilizados para o traçado da última família de curvas, que são:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $L = 148,15 \text{ mm}$ ;  $m = -30 \text{ mm}$ ;  $n = 148,15 \text{ mm}$  e  $r_a = 2,8$ .

Analisando-se as curvas da família de trajetórias geradas para diversos valores de  $R$ , Figs. 4.25 e 4.26, nota-se que o trecho reto da curva permanece praticamente no mesmo intervalo de pontos, mudando apenas sua magnitude à medida que  $R$  aumenta.

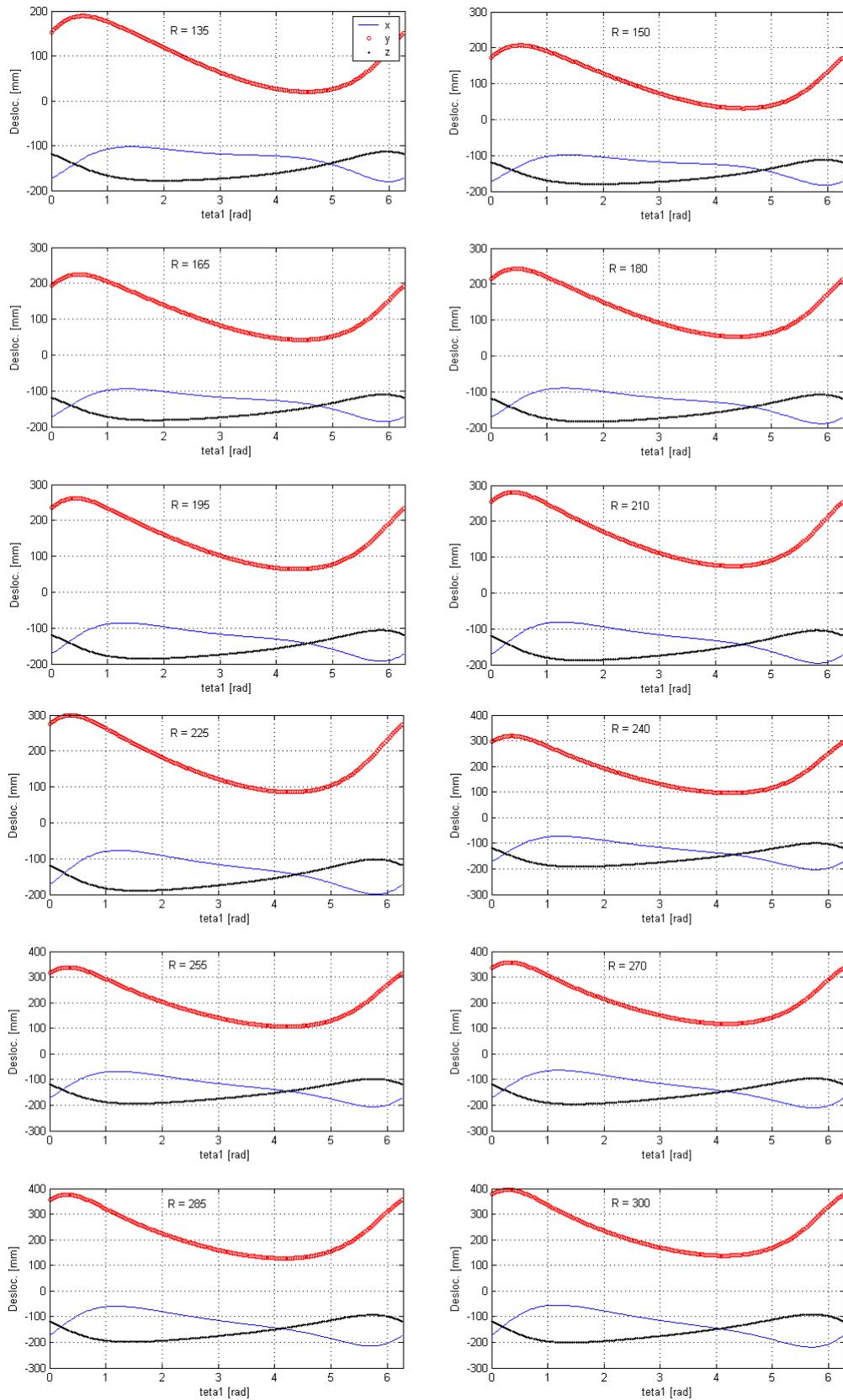
Após uma análise minuciosa das trajetórias geradas, plotadas juntamente com as linhas de ação do mecanismo e após o reposicionamento da curva segundo as três rotações sucessivas, observou-se que quanto menores os valores de  $R$ , mais próximo do chão estará o ponto D da manivela, ou seja, mais baixo está o pé, devido à conseqüente diminuição da altura útil da perna. Por outro lado, quando se está utilizando baixos valores para  $R$ , há a vantagem de que a trajetória é mais comportada. O valor de  $\Delta H$  aumenta de forma praticamente proporcional ao aumento de  $R$ , sendo que para  $R = 150 \text{ mm}$  tem-se um  $\Delta H$  da ordem de quatro milímetros, enquanto que para  $R = 300 \text{ mm}$ , tem-se um  $\Delta H$  da ordem de oito milímetros.



**Figura 4.25:** Curvas do comprimento  $R$  de  $135\text{mm}$  até  $300\text{mm}$ , em intervalos de  $15\text{mm}$ . Plotagem para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 148,15\text{mm}$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 148,15\text{mm}$ .

Desta forma, há a necessidade de se ponderar as vantagens e desvantagens que há na escolha das dimensões de  $R$ , sempre procurando escolher valores que apresentem resultados aceitáveis para a aplicação aqui proposta. Em função disso, no projeto proposto continuará sendo utilizado  $R = 200\text{mm}$ , que é um valor para o qual foi possível obter uma configuração de mecanismo bastante satisfatória, não permitindo que a perna permanecesse demasiadamente baixa, nem provocando um  $\Delta H$  muito grande.

Como foi dito, um valor menor para  $R$  produziria um  $\Delta H$  proporcionalmente menor. No entanto, uma desvantagem importante que se tem ao se construir uma perna robótica muito pequena, é a necessidade de que as articulações e acionadores também sejam demasiadamente pequenos, o que pode vir a limitar a capacidade de torque e/ou velocidade de rotação, podendo até fazer com que seja necessário que se utilize redutores de velocidades, sem contar o elevando custo que os acionadores de dimensões muito reduzidas possuem (ZIELINSKA; HENG, 2002).



**Figura 4.26:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P em função da variação de  $R$ . Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 2r$ .

Em função das características apresentadas para cada uma das variáveis da perna proposta, definiu-se uma configuração, não otimizada, para construção de uma perna robótica baseada no mecanismo de Bennett.

Após a análise das famílias de curvas traçadas, em função dos diversos parâmetros da perna, obteve-se, em uma primeira aproximação, os seguintes valores:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 2r$ .

A trajetória gerada com esses parâmetros apresenta as seguintes características:

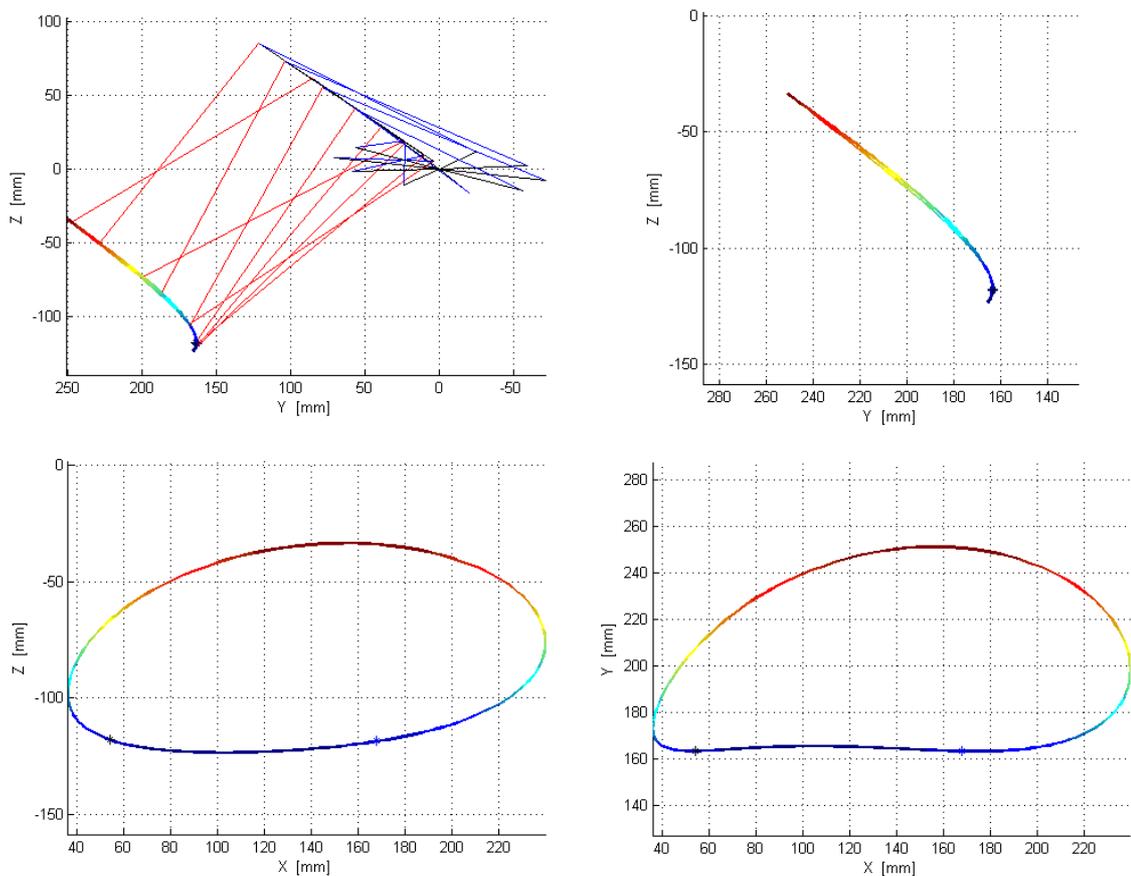
- desvio de altura:  $\Delta H = 5,31mm$ ;
- altura mínima do mecanismo ao chão:  $111,33mm$ ;
- passo:  $104,20mm$ .

Procurando melhorar ainda mais a trajetória definida, pode-se fazer um ‘ajuste fino’ nessa configuração, variando-se cada um dos parâmetros da estrutura em torno dos valores selecionados. As duas variáveis que influenciam a trajetória de forma mais significativa são  $n$  e  $L$ . A variável  $n$ , quando reduzida em 10% de seu valor, apresenta um trecho linear ligeiramente maior, que é uma boa vantagem, sem contar que uma pequena redução no tamanho do pé não provoca mudanças significativas na estrutura, principalmente no que diz respeito à rigidez da mesma. Quanto a  $L$ , nota-se que se esse comprimento for aumentado de 5%, ter-se-á um passo 9,1% mais longo, sem contar que o tamanho da diagonal do pé terá uma dimensão praticamente igual ao comprimento da maior barra,  $R$ . Outra característica importante é que também há uma redução de 4,7% em  $\Delta H$ , o que é um fator positivo para um melhor desempenho da estrutura. Em função dessas modificações, a nova configuração da estrutura passa a ser  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 1,8r$ , e as novas características da curva são:

- desvio de altura:  $\Delta H = 5,07mm$ ;
- altura mínima do mecanismo ao chão:  $107,03mm$ ;
- passo:  $113,72mm$ .

Apesar de haver um abaixamento do mecanismo de aproximadamente 4% em relação à configuração anterior do mecanismo, tem-se um aumento significativo do passo, bem como um  $\Delta H$  menor. A trajetória para os parâmetros selecionados é apresentada na Fig. 4.27 e a plotagem independente de suas coordenadas é apresentada na Fig. 4.28. Pode-se observar que

na projeção da trajetória nos planos XY e YZ, Fig. 4.27, o passo da perna, compreendido entre os dois asteriscos da curva, apresenta uma pequena variação lateral. Essa variação pode ser reduzida, bastando para isso que se reoriente a curva, girando-a em torno da reta de regressão, fazendo com que  $\Delta H$  seja ligeiramente maior. No entanto essa pequena diferença, em aplicações práticas, pode ser compensada. Esta variação, conforme representado na figura, está em torno de  $5,07mm$ .



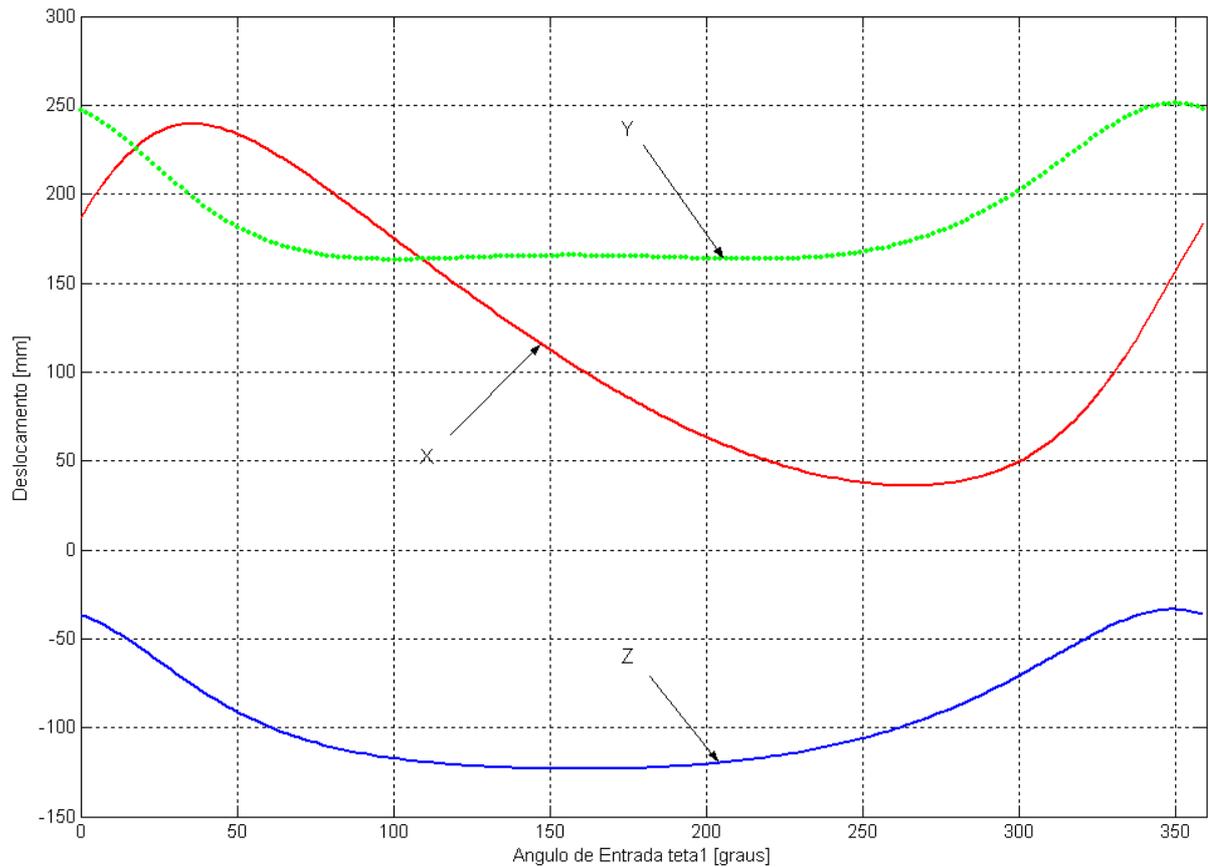
**Figura 4.27:** Trajetória escolhida com a configuração final:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_3 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -85,33^\circ$ ;  $\beta = -22,24^\circ$  e  $\gamma = -109,35^\circ$ .

#### 4.5 – Conclusão:

Em função do que foi apresentado nesse capítulo pode-se concluir que é possível determinar um conjunto de parâmetros que viabilize a utilização do mecanismo de Bennett como perna de um robô móvel e cuja trajetória descrita possui perfil similar ao perfil de um passo. Também fica muito clara a importância de que a análise das trajetórias geradas seja

bem feita, pois a metodologia utilizada, apesar de apresentar boa precisão, acaba carregando muita subjetividade do pesquisador.

Nota-se que, para a configuração final, além das três rotações sucessivas, o mecanismo deve ser rotacionado  $114,5^\circ$  em torno da reta de regressão linear para que a trajetória possua uma inclinação maior e apresente as características apresentadas acima.



**Figura 4.28:** Comportamento das coordenadas X, Y e Z do ponto P para a trajetória escolhida, plotada com a configuração final:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$  e  $n = 1,8r$ .

# CAPÍTULO V

## TRANSPOSIÇÃO DE OBSTÁCULOS

### 5.1 – Introdução

Quando se estuda a construção de uma perna robótica, um dos pontos críticos consiste na definição de seus parâmetros para permitir que esta perna supere diversas formas de obstáculos que porventura estejam em seu caminho. Quanto maior a capacidade que o robô tem para transpor obstáculos, maior será sua mobilidade em relação ao meio em que ele está inserido. Essa maior mobilidade é um dos principais objetivos de se construir robôs que se locomovem sobre pernas. Em razão disso, é crucial que ao se projetar uma perna robótica sejam estudados e adotados alguns procedimentos de transposição de obstáculos pelo robô.

Neste trabalho, todos os obstáculos são considerados como sendo paralelepípedos de seção retangular. A importância da profundidade e do posicionamento dos obstáculos também será considerada.

Os três procedimentos utilizados pelos robôs com pernas para a transposição de obstáculos são: pular o obstáculo; escalar o obstáculo ou ainda caminhar por cima dele. Há diversas referências de robôs com pernas que utilizam algumas destas formas de transposição, ou até mesmo uma combinação de duas ou mais delas (KROTKOV; SIMMONS; WHITTAKER, 1992, PFEIFFER; ELTZE; WEIDEMANN, 1995, ESPENSCHIED et al., 1996, GRIECO et al., 1998, ZIELINSKA; HENG, 2002). Neste trabalho são propostos dois procedimentos para a transposição de obstáculos, que são detalhados a seguir.

## 5.2 – Procedimentos para a transposição de obstáculos

O primeiro procedimento consiste em fazer variar um ou mais parâmetros da perna ( $\theta_2$ ,  $\theta_9$ ,  $R$ ,  $r_a$ ,  $L$ ,  $m$  e  $n$ ) quando esta encontrar algum obstáculo em seu caminho. Para isto é necessário realizar uma análise criteriosa para definir qual parâmetro da estrutura deve ser variado, seja pela influência que ele causa na trajetória do pé, seja pela facilidade/exequibilidade de executar essa variação, considerando-se as limitações de espaço, interferências entre barras do mecanismo e levando-se em conta as dificuldades que podem ser encontradas em se modificar a estrutura. Em virtude de sempre se garantir a condição de existência do mecanismo de Bennett, Eq. (4.1), neste trabalho, optou-se por não variar nenhum parâmetro do mecanismo. Assim, apenas as variáveis que dizem respeito à adaptação feita no mecanismo, através do prolongamento para o posicionamento do pé do robô, poderão ser modificadas, ou seja, apenas as variáveis  $\theta_9$ ,  $L$ ,  $m$  ou  $n$ . A variação destas variáveis permite reorientar o pé no espaço, distanciá-lo ou aproximá-lo do corpo do robô, ou ainda fazer as duas coisas simultaneamente.

O segundo procedimento proposto para reposicionar adequadamente o pé do robô, consiste na reorientação de toda perna, girando-a em torno de um eixo paralelo à trajetória do corpo robô. Isso eleva o trecho reto da trajetória, fazendo com que o pé caminhe sobre o obstáculo a ser superado. Para que cada perna seja reorientada, é adicionado a cada uma delas, um grau de liberdade de rotação. Esse procedimento é exequível de implementar na estrutura do robô e a trajetória não sofre nenhuma variação em sua forma, apenas em sua orientação no espaço, o que é uma vantagem considerável.

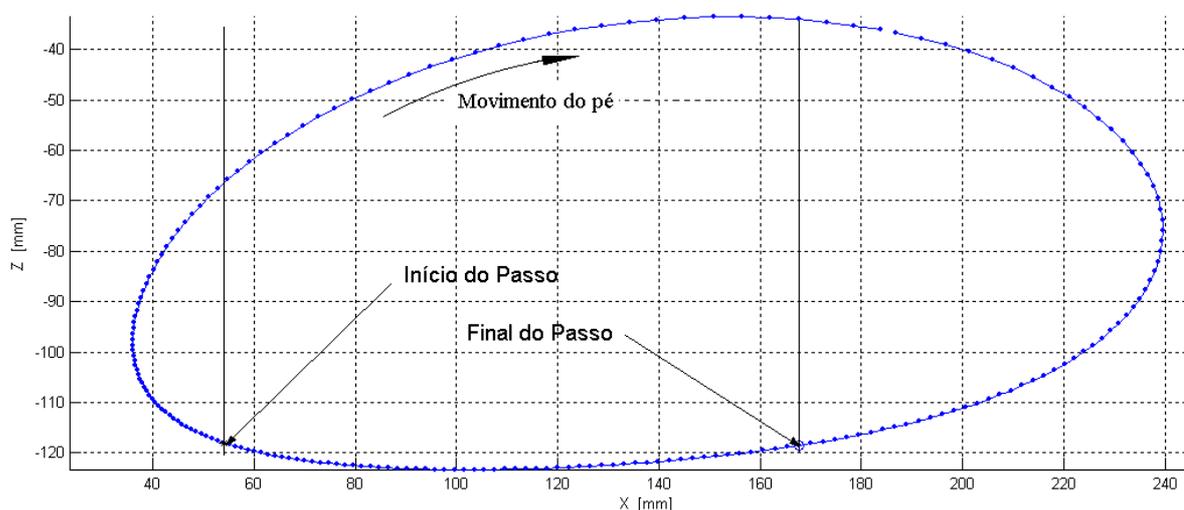
Cada um desses procedimentos possui vantagens e desvantagens que devem ser consideradas quando se vai optar por um deles. Algumas características desses procedimentos são tratadas adiante. Neste trabalho, optou-se por utilizar uma combinação desses dois procedimentos de transposição, sendo que o segundo deles, a rotação de toda perna, será o principal mecanismo utilizado na transposição. Uma das razões para isso deve-se à maior simplicidade de se fazer essa variação e sua implementação. O primeiro procedimento, que consiste na variação de um parâmetro dimensional da estrutura, será responsável por prover a perna de uma capacidade de transpor obstáculos de maiores dimensões, ou seja, complementando o principal procedimento de transposição.

A seleção do melhor parâmetro da estrutura a ser variado deve tomar como base aquele que proporcione liberdade/mobilidade suficiente à estrutura construída para permitir a

transposição de obstáculos com uma maior facilidade. Assim, para que se tenha êxito na escolha desse parâmetro, deve ser realizada uma análise criteriosa da influência que cada um deles causa nas trajetórias geradas pela estrutura proposta.

A análise é realizada a partir da configuração definida no capítulo anterior, que é dada por:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ , sendo que o mecanismo foi reorientado no espaço segundo três rotações sucessivas  $\alpha = -85,33^\circ$ ;  $\beta = -22,24^\circ$  e  $\gamma = -109,35^\circ$  em torno de Z, X e Y respectivamente.

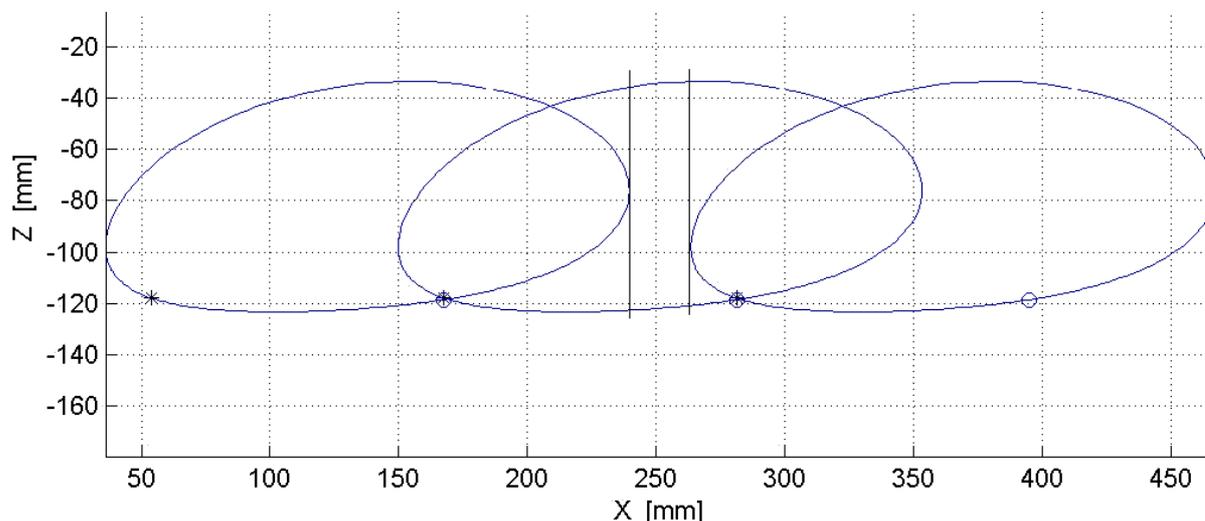
A análise da trajetória gerada com essa configuração, permite verificar que o pé do robô, no início do movimento, sofre um recuo de aproximadamente  $17\text{mm}$ , Fig. 5.1. Da mesma forma, na região final do passo, o pé sofre um avanço desnecessário, por se tratar de um translado para uma posição além do ponto final do passo, de aproximadamente  $71\text{mm}$ . Assim, é necessário que se determine uma forma de modificar essa trajetória, prevendo uma situação em que exista algum obstáculo em uma dessas duas regiões, o que impediria a execução do ciclo de movimento do pé durante o caminhar do robô. Essas duas regiões estão delimitadas na figura pelas linhas verticais, sendo que a distância entre estas linhas corresponde ao tamanho do passo do robô.



**Figura 5.1:** Trajetória descrita pelo pé do robô com a definição do passo. Configuração plotada:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ .

Os movimentos de avanço e recuo do pé reduzem em muito o espaço disponível entre os ciclos de movimento, conforme apresentado na Fig. 5.2, onde estão representados três ciclos de movimento consecutivos. Essa característica é um fator limitante das dimensões do

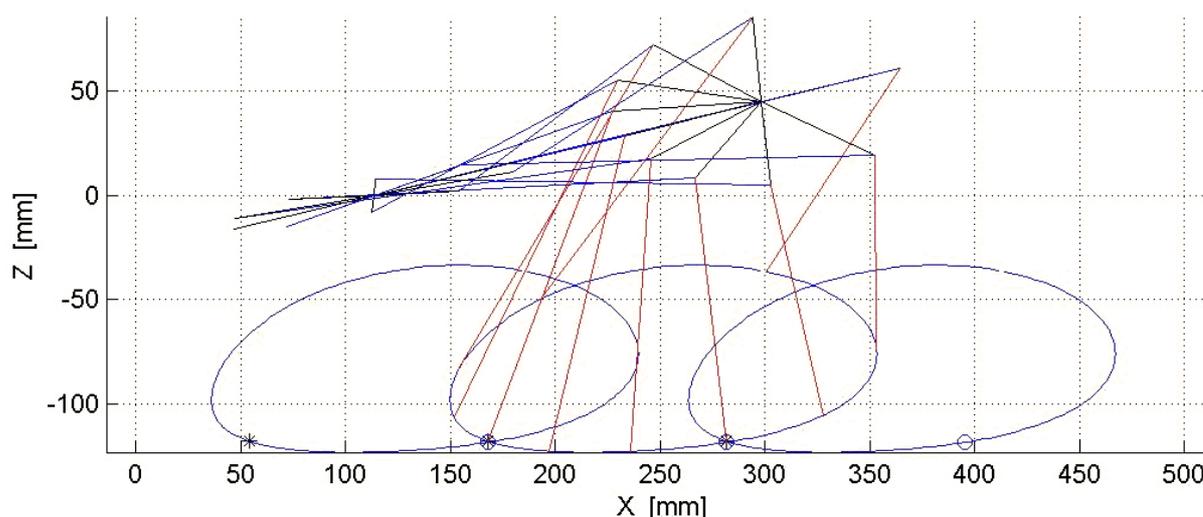
obstáculo que o robô consegue transpor sem notar a sua presença, constituindo uma característica negativa para a trajetória adotada. Na Fig. 5.2, a dimensão do espaço vazio entre dois ciclos de movimento, o primeiro e o terceiro, delimitado pelas duas linhas verticais, foi determinada com o auxílio do software MatLab<sup>®</sup>, resultando em uma distância de  $23,96\text{mm}$  entre as duas linhas verticais. Essa distância, que equivale à distância entre os pontos extremos desses dois ciclos de movimento, é considerada pequena quando comparada com o tamanho efetivo do passo, que é de  $113,7\text{mm}$ , que também foi determinado numericamente. É importante lembrar que as dimensões físicas do pé não estão sendo consideradas, de forma que, quando forem levadas em consideração, esse espaço vazio pode acabar se reduzindo ainda mais. Nesse mesmo espaço, a altura máxima de um objeto que pode ser transposto, sem a utilização de nenhum artifício de modificação da perna, é de pouco mais de  $85\text{mm}$ . Assim nota-se que, apesar da largura do obstáculo ser relativamente pequena em comparação com o passo, sua altura é considerável. Uma análise da possível influência que as dimensões físicas da perna podem exercer sobre essas dimensões é apresentada em seguida.



**Figura 5.2:** Representação de três ciclos de movimento consecutivos com identificação do espaço livre entre eles ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ ).

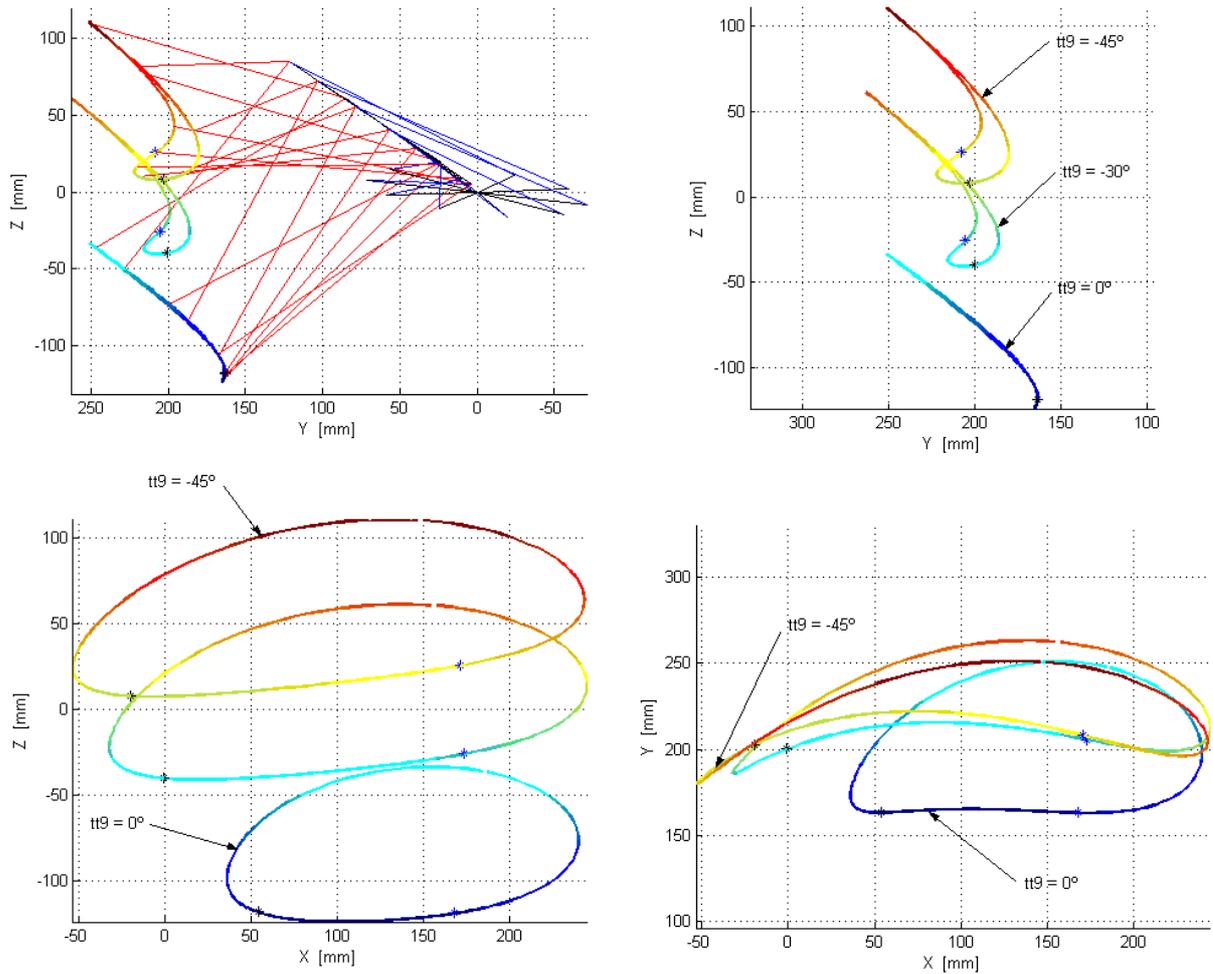
Pela Fig. 5.3 pode-se observar que o prolongamento da perna do robô não causa grandes modificações nas dimensões dos obstáculos que podem ser transpostos. Isso ocorre porque na parte traseira da trajetória, o prolongamento da perna está posicionado do seu lado

côncavo, enquanto que na parte anterior da trajetória, o prolongamento da perna move-se de forma quase vertical, ou seja, praticamente será a espessura do prolongamento que causará influencia nas dimensões do obstáculo a ser transposto. Na parte superior do obstáculo as dimensões do prolongamento da perna também não causam grandes influências, já que a linha de ação do pé descreve a trajetória estando sempre posicionada fora dela.



**Figura 5.3:** Posições relativas do prolongamento da perna em relação à trajetória em um ciclo de movimento ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ ).

Pela análise do primeiro procedimento de transposição de obstáculos, pode-se observar que fazendo a variação de  $\theta_9$  até cerca de  $-45^\circ$ , é possível transpor obstáculos de dimensões consideráveis, comparativamente às demais dimensões da perna. No entanto, há o inconveniente de que o trecho, que inicialmente era linear, tornar-se muito curvo, tornando-se inadequado para apoiar o pé em alguma superfície de contato, conforme pode ser visto na Fig. 5.4. Além disso, há um aumento considerável na curvatura lateral da trajetória, prejudicando o desempenho da perna para altas rotações, principalmente devido a problemas de vibração. Entretanto, considerando-se que essa nova configuração,  $\theta_9 = -45^\circ$ , só existirá na situação de transposição de obstáculos, que é realizada a baixa velocidade, os problemas dinâmicos da estrutura ficam reduzidos. Na Fig. 5.4 são apresentadas quatro vistas nos três planos coordenados, sendo que em uma delas, plano YZ, estão plotadas também as linhas de ação do mecanismo para  $\theta_9 = 0^\circ$  e  $\theta_9 = -45^\circ$ . A curva intermediária é a curva plotada com  $\theta_9 = -30^\circ$ .

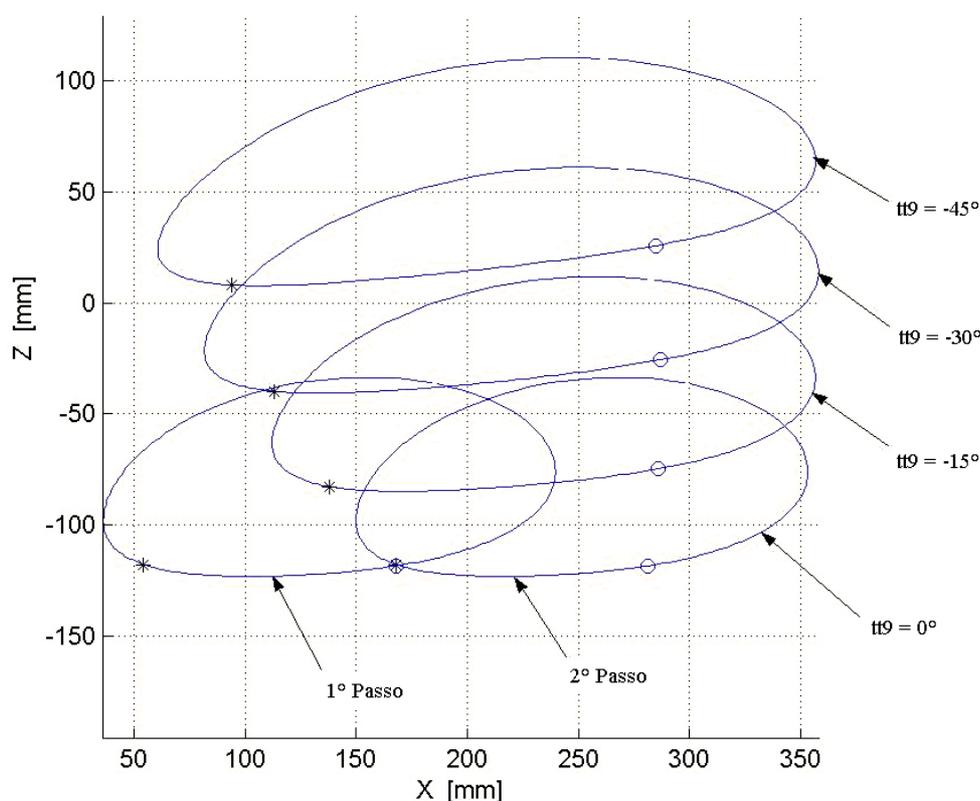


**Figura 5.4:** Trajetórias traçadas para  $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $\theta_0 = -30^\circ$ ,  $\theta_0 = -45^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ .

Outra característica que pode ser observada nas curvas, à medida que  $\theta_0$  diminui, é que a trajetória sofre um recuo (o movimento do robô se dá da esquerda para a direita), que é tanto maior quanto menor for o valor de  $\theta_0$ . Além disso, o trecho reto da curva, além de se inclinar um pouco, passa a ser muito abaulado, como pode ser observado nos gráficos XY e YZ da Fig. 5.4. Pode-se verificar também que o avanço do pé além do final do passo continua praticamente o mesmo enquanto que a magnitude do recuo apresentado pela trajetória modificada aumenta significativamente.

Essas características fazem com que a modificação de  $\theta_0$  não seja uma boa alternativa para modificar a trajetória do pé durante a transposição de obstáculos pois, além de não ser possível apoiar o pé sobre o obstáculo, devido ao abaulamento do trecho linear, faz-se

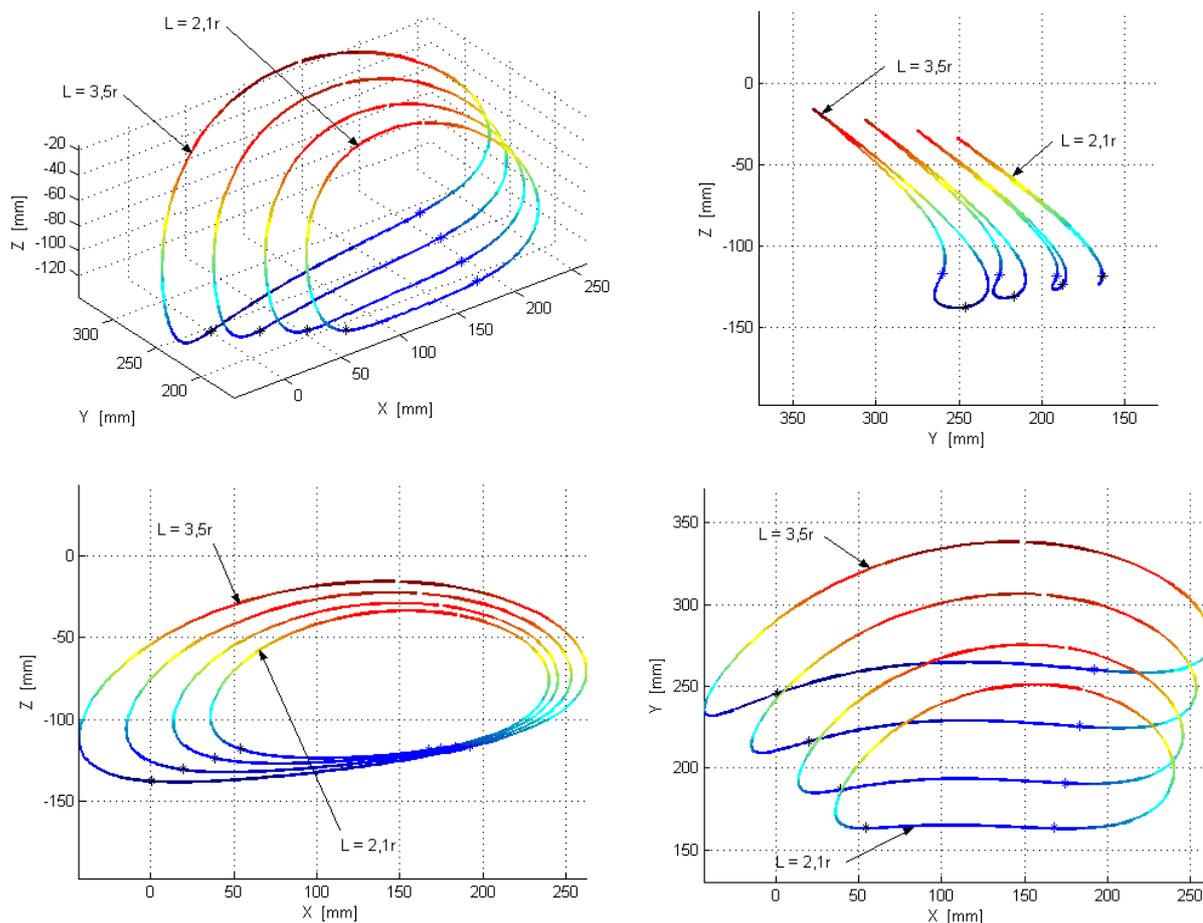
necessário a utilização de outro artifício para evitar que o pé fique preso na presença de obstáculos nas regiões de avanço e recuo da trajetória do mesmo. De forma a evidenciar o recuo sofrido pelo prolongamento da perna, na Fig. 5.5 são apresentados dois ciclos de movimento do pé com  $\theta_0 = 0^\circ$ , como também outras três curvas, para as quais tem-se a primeira plotada com  $\theta_0 = -15^\circ$ , a segunda com  $\theta_0 = -30^\circ$  e a terceira curva plotada com  $\theta_0 = -45^\circ$ . Nota-se nesta figura que o recuo da trajetória do pé é de aproximadamente meio passo.



**Figura 5.5:** Recuo da trajetória após a rotação do pé. Trajetórias plotadas para  $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $\theta_0 = -15^\circ$ ,  $\theta_0 = -30^\circ$ ,  $\theta_0 = -45^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ .

O próximo parâmetro a ser analisado é a variável  $L$ . Na análise das famílias de curvas foi verificado que quanto menor o valor de  $L$  tanto menor será o tamanho do passo. Com esse raciocínio, é interessante que se aumente o valor de  $L$ , pois assim, em princípio, em função do aumento natural do passo, pode-se transpor obstáculos de maiores dimensões. Desta forma, conhecendo a influência desta variável sobre as curvas, foram traçadas outras trajetórias aumentando-se o valor de  $L$  a partir do valor inicial, que é  $L = 2,1r$ . Na Fig. 5.6 são

apresentadas algumas dessas curvas e, a partir delas, foi feita uma análise a respeito do comportamento e/ou da tendência apresentada pelas mesmas em função do aumento de  $L$ .

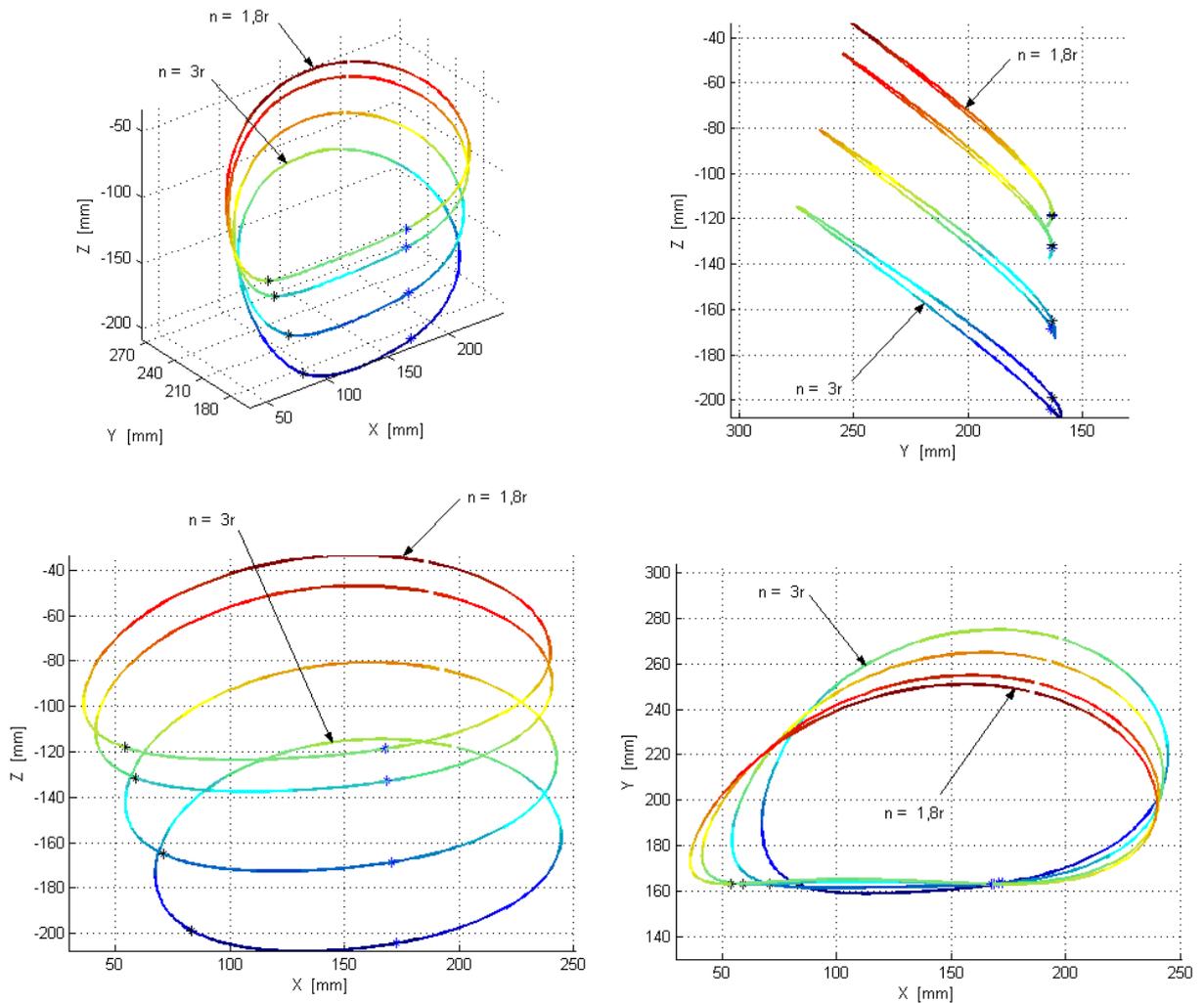


**Figura 5.6:** Trajetórias traçadas para  $L = 2,1r$ ,  $L = 2,5r$ ,  $L = 3r$ ,  $L = 3,5r$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ .

Analisando os efeitos do aumento desta variável sobre as trajetórias do pé, nota-se que o aumento do tamanho útil do passo não é muito expressivo, sem contar que as novas trajetórias geradas acabam sendo deslocadas lateralmente. Outra característica é que o trecho inicialmente linear do passo acaba sendo muito afetado, de forma que esse trecho acaba tornando-se curvo e inclinado para cima e para a esquerda à medida que  $L$  aumenta. Em função disso, com o aumento do valor de  $L$ , torna-se inviável o apoio do pé sobre o chão. Outra desvantagem é o recuo do prolongamento da perna que, conforme pode ser observado nas projeções dos planos XZ e XY da Fig. 5.6, aumenta com o aumento de  $L$ . Assim, de forma semelhante ao que ocorre com a variação de  $\theta_0$ , a variação somente do parâmetro  $L$

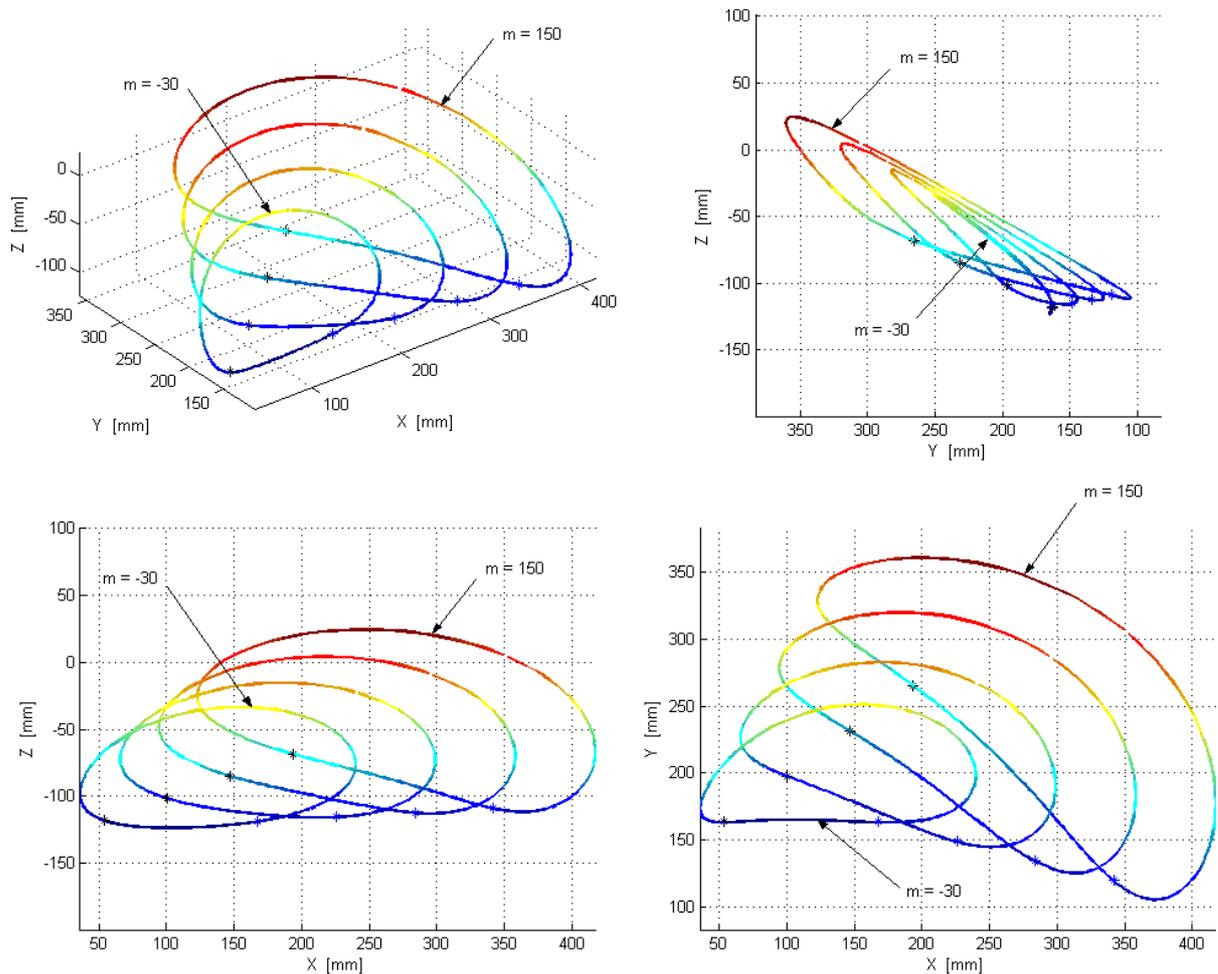
pode levar à colisão do pé com um obstáculo posicionado no recuo/avanço da trajetória do mesmo.

Quanto à variável  $n$ , nota-se que à medida que ela cresce, o trecho linear da trajetória vai se tornando cada vez mais abaulado, diminuindo o tamanho efetivo do passo do robô, Fig. 5.7. Outra característica que pode ser notada nesta figura é que, quando  $n$  aumenta, a curva tende a se comportar cada vez mais como uma curva plana, que é um fator positivo. Nota-se também que, à medida que o módulo de  $n$  aumenta, a trajetória do pé é abaixada, que é exatamente o contrário do que se deseja para transpor obstáculos. Outro problema que ainda persiste é o que diz respeito ao recuo/avanço do pé no início/final de cada passo, pois modificando apenas essa variável ainda não é possível solucionar esse problema.



**Figura 5.7:** Trajetórias traçadas para  $n = 1,8r$ ,  $n = 2r$ ,  $n = 2,5r$ ,  $n = 3r$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $m = -30\text{mm}$ .

A última variável a ser analisada é  $m$ . No capítulo anterior, quando foi traçada a família de curvas para diversos valores de  $m$  foi observado que, apesar da grande variação sofrida por esta variável, o trecho linear não sofreu grandes variações, nas proporções da trajetória, para as configurações testadas. Verificou-se que para valores de  $m$  até por volta de  $250\text{mm}$  a trajetória descrita pelo pé é ‘bem comportada’, sendo que, a partir desse valor ela começa a se comportar de forma insatisfatória. Desta forma, a partir da configuração inicial fez-se o aumento de  $m$  para verificar seu comportamento sobre as curvas, devido à variação desse parâmetro. Algumas curvas plotadas para diversos valores de  $m$  são apresentadas na Fig. 5.8.

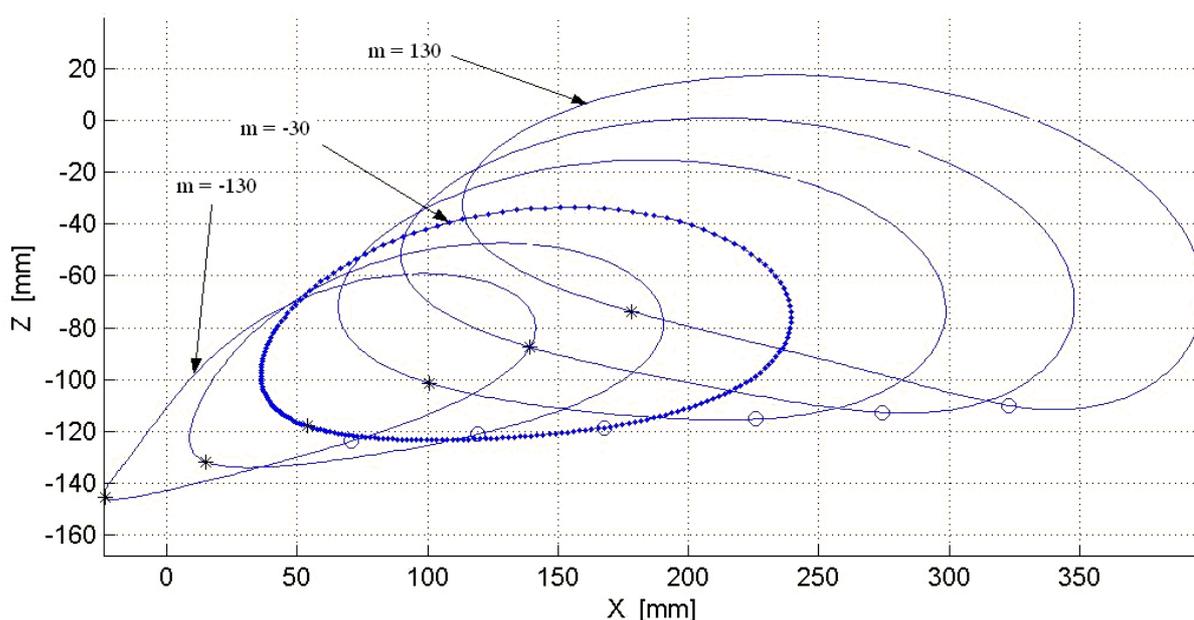


**Figura 5.8:** Trajetórias traçadas para  $m = -30\text{mm}$ ,  $m = 30\text{mm}$ ,  $m = 90\text{mm}$ ,  $m = 150\text{mm}$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

Analisando as trajetórias da Fig. 5.8 nota-se que a dimensão do trecho linear, delimitado pelos asteriscos, aumenta com o aumento de  $m$ , mantendo-se bem comportado. Não foram traçadas curvas para  $m$  próximo de seu limite superior, de  $250\text{mm}$ , por que esse

valor é muito alto para as proporções do robô. Nota-se também que, ao se aumentar o valor de  $m$ , a inclinação da trajetória diminui ligeiramente, aproximando a perna da superfície de apoio. Essa característica limita essa variável a valores relativamente baixos para a movimentação normal do robô. No entanto, considerando que a trajetória com o valor de  $m$  aumentado será descrita somente durante a transposição do obstáculo, ela poderá ser utilizada porque, com a variação de  $m$ , a trajetória do pé se desloca na direção do movimento do robô, que é interessante para as necessidades do projeto.

Pelas projeções nos planos XY e XZ da Fig. 5.8, nota-se que o problema de colisão do pé do robô no início do movimento pode ser evitado aumentando-se o valor de  $m$ . Para uma melhor visualização e permitir uma melhor análise, foram plotadas outras curvas para valores de  $m$  menores que o valor inicial, que é  $-30\text{mm}$ . Essas curvas estão representadas na Fig. 5.9. Por esta figura pode-se observar que, em função da variação de  $m$ , pode-se fazer com que o pé do robô evite obstáculos posicionados tanto no início como no final do passo. Isto se deve porque com o aumento de  $m$  a trajetória avança e, com a sua redução, a trajetória recua.



**Figura 5.9:** Comportamento da trajetória com a variação de  $m$ :  $m = -130\text{mm}$ ,  $m = -80\text{mm}$ ,  $m = -30\text{mm}$ ,  $m = 30\text{mm}$ ,  $m = 80\text{mm}$ ,  $m = 130\text{mm}$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

Desta forma, como foi definido um valor base de  $m = -30\text{mm}$ , pode-se determinar dois valores limite para os quais o pé não colida nem no início e nem no final do passo, permitindo

que o pé execute seu ciclo completo de movimento, independente da presença de obstáculos nestas regiões da trajetória.

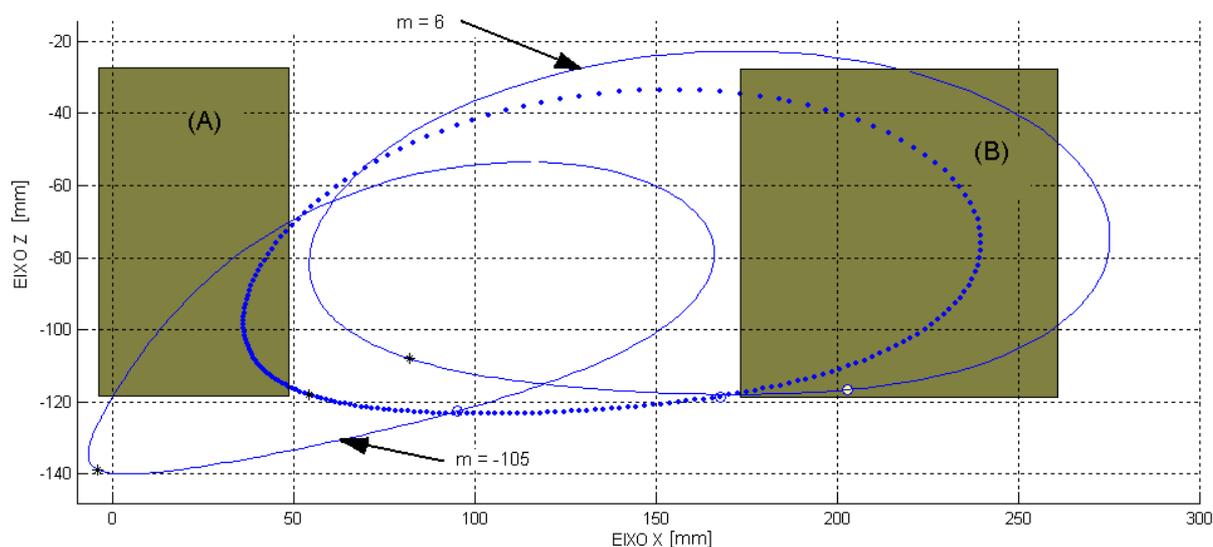
Após simulações numéricas é possível determinar os valores mínimos e máximos do parâmetro  $m$  para que não ocorram colisões com obstáculos posicionados na região de recuo e avanço do pé durante um passo. Para evitar a colisão no início do passo obteve-se o valor de  $m = 6mm$ . Neste caso,  $m$  deve sofrer um alongamento de  $36mm$ . Para que não ocorra colisão no final do passo, obteve-se  $m = -105mm$ . Isto significa que o parâmetro  $m$  deve sofrer uma variação, em módulo, de  $75mm$ . Assim, para que não existam colisões com obstáculos existentes no início e/ou no final do passo, o parâmetro  $m$  deve variar no intervalo de  $-105mm \leq m \leq 6mm$ , para um comprimento base de  $-30mm$ . Assim, nota-se que a estrutura deve ser modelada de forma a permitir que o prolongamento tenha a liberdade de se movimentar em um espaço de pelo menos  $111mm$ . Essas dimensões foram determinadas com o software MatLab<sup>®</sup>.

Na Fig. 5.10 são apresentadas essas duas situações limite. A curva traçada por pontos representa a trajetória base do passo e as áreas hachuradas representam obstáculos colocados no início (obstáculo A) e no fim do passo (obstáculo B). No caso do obstáculo (A), no início do passo, é necessário que se aumente  $m$ , ao menos até que o ponto de menor coordenada X da nova trajetória esteja posicionado à frente do ponto de início do passo, para que, desta forma, a trajetória seja adiantada e não haja colisão. Na segunda situação, no final do passo, deve-se diminuir  $m$ , ao menos até que o ponto de maior coordenada X da nova trajetória esteja posicionado antes do ponto de final do passo, de forma a evitar a colisão com o obstáculo (B).

Desta forma, como essa modificação é a que dá mais mobilidade à estrutura proposta, sendo também relativamente simples de ser implementada, optou-se por variar apenas esse parâmetro linear. Em função do aumento de  $m$ , torna-se possível fazer a transposição de alguns obstáculos através da variação de apenas essa variável, conforme descrito a seguir.

### 5.3 – Procedimentos de transposição de obstáculos pela variação do parâmetro $m$

Antes de descrever o procedimento de transposição de obstáculos pela variação do parâmetro  $m$ , deve-se salientar que este parâmetro é definido ao longo do eixo  $y_6$ , conforme representado na Fig. 4.3. Assim, o sinal negativo do valor de  $m$  significa um acréscimo no comprimento da biela móvel CD, no sentido de D para C.

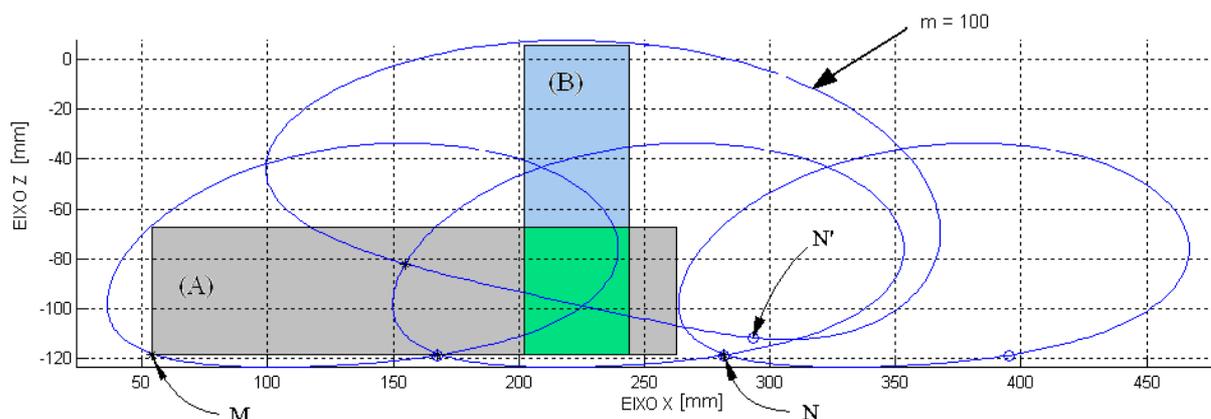


**Figura 5.10:** Trajetórias limite para evitar colisões no início e no final da trajetória:  $m = -105\text{mm}$ ,  $m = -30\text{mm}$ ,  $m = 6\text{mm}$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

Há duas formas de se evitar e/ou transpor obstáculos fazendo apenas a modificação da variável  $m$ . A primeira delas é feita sem a supressão de passos, enquanto que na segunda forma a perna deixa de dar um passo.

Para análise da transposição de obstáculo com a supressão de um passo são utilizadas trajetórias do pé para a perna com as seguintes características:  $m = -30\text{mm}$ ;  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ . Como trata-se de um exemplo dessa forma de transposição, supõe-se que seja possível fazer  $m = 100\text{mm}$  pois, quando aumenta-se essa variável para valores dessa ordem de grandeza é possível transpor obstáculos suprimindo um passo. Para maior clareza, as trajetórias e obstáculos estão representados na Fig. 5.11. Nesta figura pode-se observar três passos consecutivos para  $m = -30\text{mm}$ . O procedimento ocorre da seguinte forma: após o início do primeiro do primeiro passo (ponto M), com  $m = -30\text{mm}$  e a identificação de um obstáculo, o comprimento  $m$  é alterado, por exemplo, para  $100\text{mm}$ , alterando conseqüentemente a trajetória do pé. Após a transposição do obstáculo, o pé deve se apoiar no ponto de início do terceiro passo (ponto N). Neste caso, a perna deve ficar estacionária enquanto as demais executam o passo que foi saltado, dificultando o controle do movimento do robô. Além disso, como pode ser observado na Fig.

5.11, o término do passo com  $m = 100mm$ , ponto N', não coincide com o início do terceiro passo, ponto N. Para solucionar este problema são vislumbradas duas alternativas. A primeira consiste em fazer a correção do comprimento  $m$  para seu valor original (no exemplo  $m = -30mm$ ) após a transposição do obstáculo. Neste caso, o final da trajetória possuirá um trecho de concordância entre as trajetórias com  $m = 100mm$  e  $m = -30mm$ . A segunda alternativa consiste em manter o valor alterado de  $m$  ( $m = 100mm$  no exemplo) e fazer a correção de seu valor para o passo seguinte. No entanto, como os pontos N e N' não coincidem sobre o piso, o robô “manca”, pois o ponto N' deve “cair” sobre a superfície de apoio do pé. Além disso, no início do terceiro passo, vai ocorrer um “arraste” do pé, pois na direção do movimento do robô (eixo X) as coordenadas não são coincidentes.



**Figura 5.11:** Obstáculos que podem ser transpostos com a supressão de um passo. ( $m = -30mm$ ,  $m = 100mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ ).

Outra dificuldade dessa metodologia de transposição, e provavelmente a mais importante, é que, caso o obstáculo a ser transposto estivesse sobre o ponto de início do terceiro passo, a perna do robô só conseguiria transpô-lo caso ela pudesse se alongar o suficiente para saltar dois passos.

Na Fig. 5.11 estão representados os dois maiores obstáculos que podem ser inscritos dentro desses passos. Nesse caso, as dimensões de um obstáculo são limitadas pelo primeiro e pelo terceiro ciclo de movimento (obstáculo A). Ele é o obstáculo mais longo, começando após o início do primeiro passo e indo até quase tocar a trajetória do terceiro passo. Sua altura é limitada pela curva do primeiro passo. O obstáculo (B), o mais alto, é definido pela altura que se pode inscrever na trajetória modificada (para  $m = 100mm$ ). No exemplo, a altura máxima desse obstáculo foi definida como sendo a altura máxima atingida por essa curva,

menos dois milímetros. A largura do obstáculo foi definida pelas intersecções laterais com a mesma curva, menos um milímetro. É importante mencionar que essa folga estabelecida serve apenas como um valor de referência para a determinação das dimensões aproximadas dos obstáculos que podem ser transpostos pela estrutura. As dimensões desses obstáculos foram calculadas com o software MatLab<sup>®</sup>, através do modelo cinemático da perna, e são (comprimento x altura): obstáculo (A) 209,5mm x 66 mm; obstáculo (B) 58mm x 123,8mm.

Deve-se salientar que na região de variação de  $m$ , existe uma curva de concordância entre as trajetórias do pé e que tem forma dependente da função escolhida para a transição, não estando representada na Fig. 5.11.

A dificuldade de controle e previsão do comportamento do robô no caso de supressão de passos justifica a não utilização deste procedimento.

Transpor/evitar obstáculos sem suprimir passos é uma tarefa relativamente mais simples de se fazer, simplificando o número de parâmetros e características do modelo que devem ser analisadas como, por exemplo, a possibilidade de choque entre pernas do robô, que é um problema com uma maior tendência de ocorrer quando se suprime passos durante o caminhar.

O procedimento sem a supressão de passos pode ser subdividido em quatro casos distintos, que são analisados a seguir.

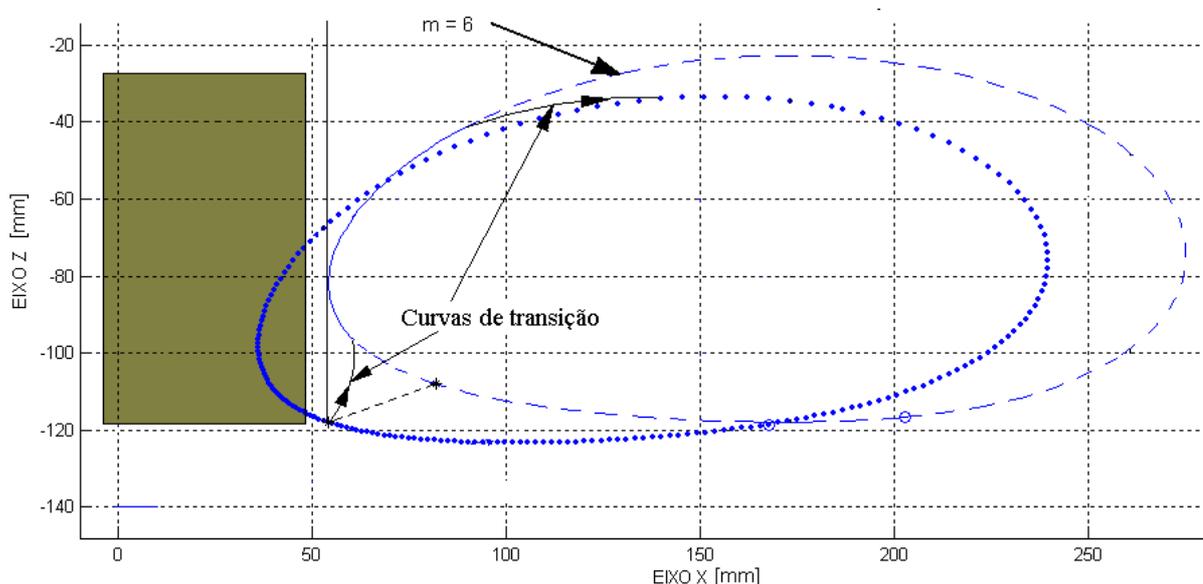
- *Caso I: o pé colide com obstáculo no início do passo*

Em função do recuo sofrido pelo pé no início do passo é possível que o mesmo colida com um obstáculo que esteja posicionado nessa região da trajetória do pé. Entretanto sabe-se que, como já foi mencionado, ao se aumentar o valor de  $m$  a trajetória avança na direção do movimento do robô. Desta forma, para evitar essa colisão deve-se aumentar o valor de  $m$  até um limite no qual o pé do robô não colida mais com o obstáculo.

Por questões de simplicidade, o aumento de  $m$  para evitar colisão não é feito em função da posição do obstáculo na trajetória do pé, pois isso faria com que fosse necessário ao sistema de controle responder a duas perguntas: uma relativa ao posicionamento do obstáculo no espaço percorrido pela trajetória do pé e outra relativa a quanto seria necessário que  $m$  fosse aumentado. Como o recuo do pé é de aproximadamente 17mm, optou-se por se utilizar um valor padronizado para o aumento de  $m$ , que é o valor limite para o qual o ponto mais recuado da nova trajetória avance ao menos 17mm, ou seja, que este ponto esteja alinhado com a posição do pé no início do passo. Isso simplifica o problema, pois agora o sistema de

controle deve saber responder a apenas uma pergunta, que diz respeito apenas à presença ou não de obstáculos no início da trajetória. Assim, quando a resposta a essa pergunta for afirmativa, o sistema aumenta  $m$  até um valor pré-estabelecido, que já foi determinado anteriormente e equivale a  $m = 6mm$ .

Na Fig. 5.12 é representada a situação de presença de obstáculo no início do passo, como também a forma utilizada para se evitar esse obstáculo. Note que há uma curva de transição entre as duas trajetórias, a trajetória base e a trajetória modificada. Neste caso é necessário sincronizar o movimento do pé com o movimento de aumento de  $m$  de forma que o pé não ultrapasse o valor limite, marcado na figura pela reta vertical.



**Figura 5.12:** Superação de obstáculo colocado no início do passo:  $m = -30mm$ ,  $m = 6mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

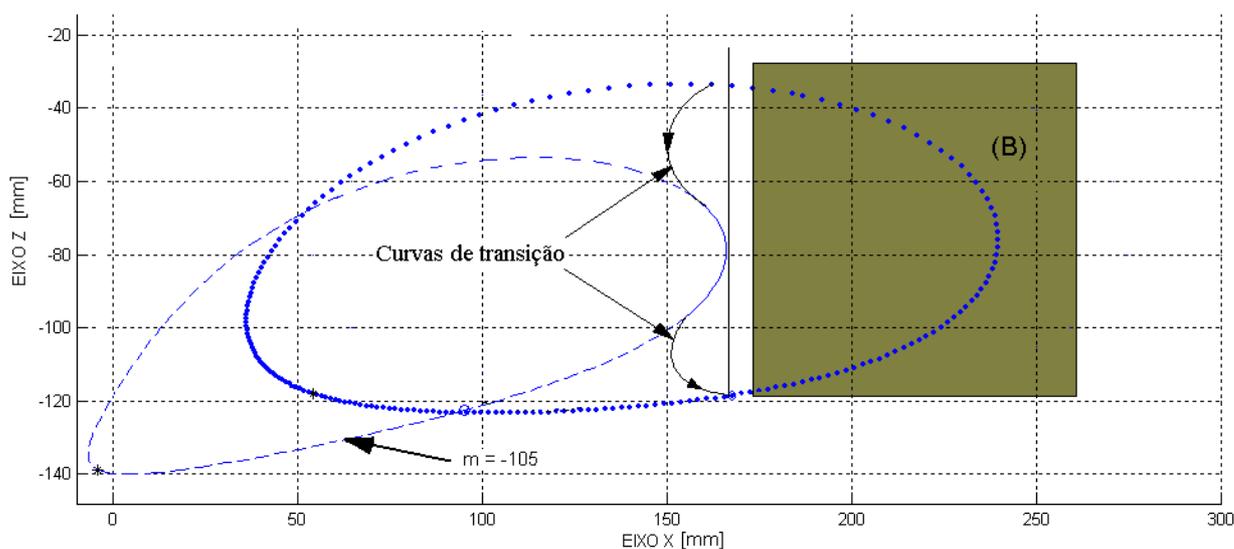
Após o pé passar por seu ponto mais recuado, o valor de  $m$  pode, gradativamente, ir voltando a seu valor original, ou seja, o pé descreve apenas o trecho da trajetória modificada que interessa ao robô para evitar o obstáculo.

- *Caso II: o pé colide com obstáculo no final do passo*

Na fase final da trajetória o pé avança além do necessário, de forma que torna-se possível a colisão do pé com algum obstáculo dentro dessa região. O avanço sofrido pelo pé no presente estudo apresenta dimensões significativas, por volta de  $71mm$ . Apesar disso, para

uma maior simplicidade do projeto, o recuo do pé é feito como no caso anterior, ou seja, fazendo-se a modificação de  $m$  de um valor pré-estabelecido. Nesse caso, a modificação a se fazer trata-se de uma diminuição do valor nominal dessa variável, e como já foi apresentado,  $m$  deve ser reduzido  $75mm$ . Assim, o obstáculo a ser evitado pode estar localizado em qualquer parte dentro da região de avanço do pé do robô, no término do passo.

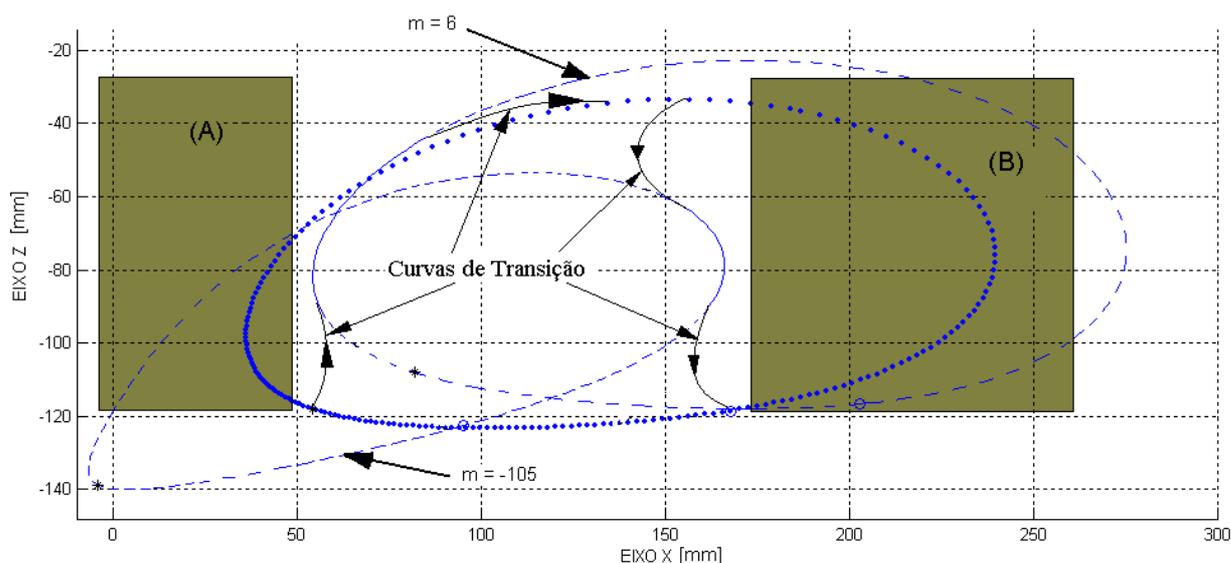
Na Fig. 5.13 é apresentada a situação de presença de obstáculo na fase final do passo. Neste caso, antes do pé atingir a sua posição de apoio no chão, o valor de  $m$  é reduzido até atingir o valor pré-determinado, que neste trabalho corresponde a  $m = -105mm$ . Esta variação de  $m$  é sincronizada com o movimento do pé de tal forma que ele nunca ultrapasse o valor limite da coordenada X, representada pela linha contínua vertical. Após o pé ter atingido a maior coordenada X, a variável  $m$  pode começar a voltar para seu valor original, contudo sem permitir que o pé ultrapasse o valor limite do final do passo, marcado na figura pela linha vertical contínua. Na figura também são representadas duas curvas hipotéticas de transição entre as trajetórias.



**Figura 5.13:** Superação de obstáculo colocado no final do passo:  $m = -105mm$ ,  $m = -30mm$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

- *Caso III: existe obstáculo no início e no final do passo*

Outra situação que pode acontecer é a existência de obstáculos tanto no início como no final do passo. É a situação onde os casos I e II ocorrem simultaneamente. Nesse caso, o pé deve ser avançado e recuado, de acordo com a necessidade. Na Fig. 5.14 é representada essa situação, juntamente com as curvas de transição do pé para as novas trajetórias e vice-versa.



**Figura 5.14:** Superação de obstáculos colocados no início e no final do passo:  $m = -105\text{mm}$ ,  $m = -30\text{mm}$ ,  $m = 6\text{mm}$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ .

- *Caso IV: obstáculo ocupa a posição de apoio do pé*

Nos três casos anteriores, foi considerado que o obstáculo está posicionado apenas nas regiões de avanço e recuo do pé, sempre deixando livre os pontos de apoio do pé sobre o chão, tanto no início como no final do passo. Entretanto, uma situação diferente dessa pode acontecer, ou seja, pode haver obstáculos sobre os pontos de apoio dos pés do robô. Quando essa condição ocorre o robô não consegue se apoiar sobre o ponto previsto, fazendo com que o sincronismo do movimento entre suas pernas acabe sendo perdido, não permitindo prever o comportamento do movimento do robô. Se uma situação como esta não for prevista, a estrutura pode enfrentar graves problemas durante seu deslocamento, tais como: o robô pode capotar; as pernas podem estar sujeitas a grandes esforços devido a colisões; a trajetória do robô pode ser arbitrariamente modificada em função dos obstáculos encontrados no caminho, entre outros.

Desta forma, torna-se necessário que se desenvolva outro mecanismo para transpor e/ou evitar obstáculos posicionados sobre os pontos de apoio do robô, evitando problemas como esses. A forma encontrada para evitar esse tipo de problema foi fazer a rotação de toda perna em torno de um eixo paralelo à direção de deslocamento do robô. Esse procedimento de transposição de obstáculos tem a vantagem de não modificar a forma da trajetória, apenas sua orientação no espaço. A metodologia de se transpor obstáculo utilizando essa reorientação da perna é discutida a seguir.

#### 5.4 – Procedimento de transposição de obstáculos pelo reposicionamento da perna

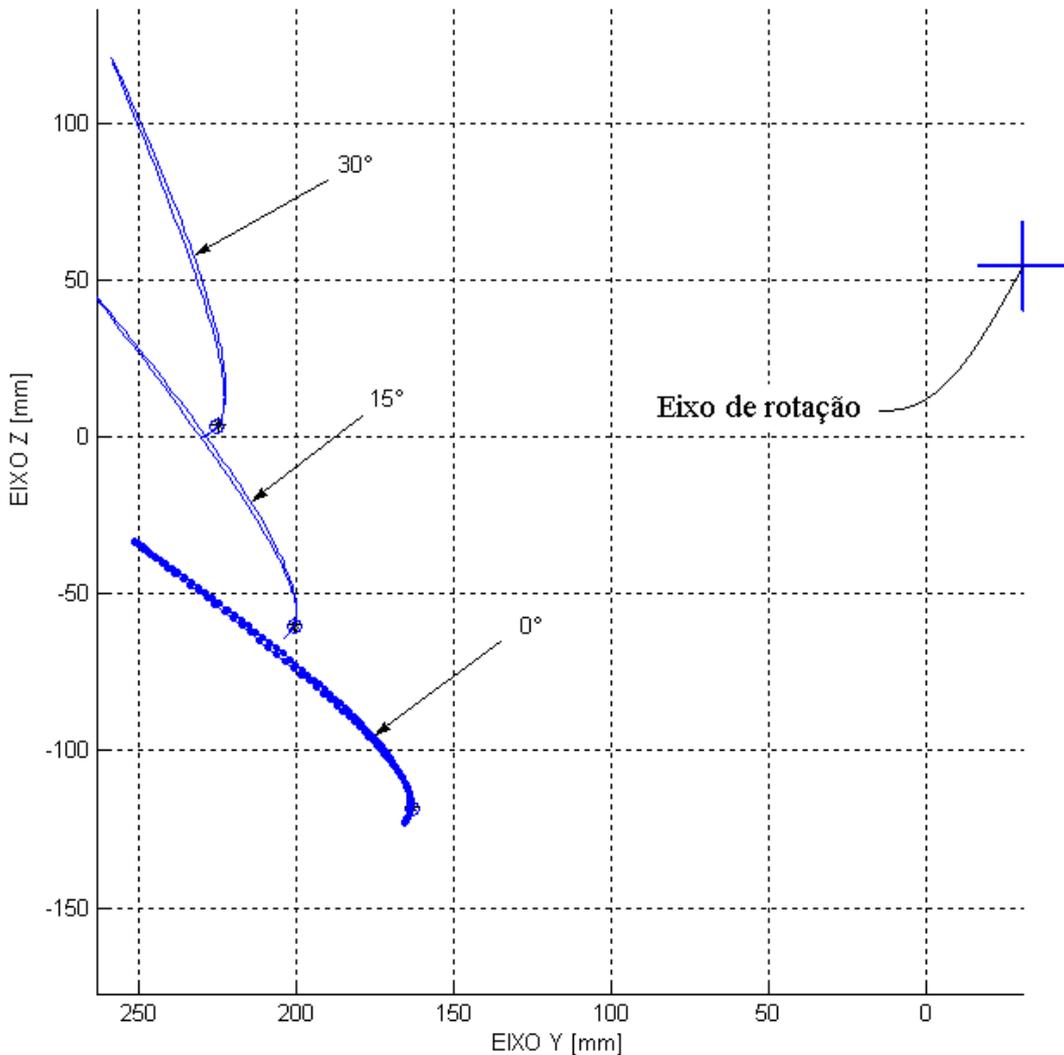
O outro procedimento de transposição de obstáculos, utilizado neste trabalho, consiste em caminhar sobre eles ao invés de saltá-los. Para isto, o pé é levantado e apoiado sobre o obstáculo para que seja executado outro ciclo de movimento, até que não haja mais obstáculo a ser transposto. Após isso, não havendo mais obstáculo o pé volta para sua posição normal. Este procedimento é possível pela rotação da perna em torno de um eixo paralelo à direção de movimento do robô, fazendo com que o trecho linear da trajetória sempre permaneça horizontal. Uma vantagem de se utilizar deste procedimento de transposição é que a trajetória não sofre modificação alguma em sua forma, apenas em sua orientação, ficando, em geral, mais vertical, o que é vantajoso, pois diminui o espaço lateral necessário para a movimentação dos pés do robô. Em função das características do projeto, essa metodologia de transposição é relativamente mais simples que a anterior. Na Fig. 5.15 são apresentadas três trajetórias: a curva plotada com pontos é a trajetória original, enquanto que as outras duas são plotadas com a perna rotacionada de  $15^\circ$  e  $30^\circ$  respectivamente. Pode-se observar que a trajetória com a perna rotacionada de  $30^\circ$  tem uma inclinação consideravelmente maior que a trajetória base.

Outra vantagem desse tipo de transposição é a possibilidade de se transpor obstáculos relativamente grandes. Por exemplo, inclinando a perna em  $30^\circ$  pode-se transpor obstáculos com altura de até  $225mm$ , ou seja, a perna pode chegar a transpor um obstáculo cuja altura é até mesmo maior que o comprimento da maior barra do mecanismo,  $R$ . Além disso, ao rotacionar a perna, o robô pode caminhar sobre obstáculos de alturas diferentes, dentro de seus limites físicos. Nesse trabalho, a rotação máxima da perna é limitada a  $30^\circ$ , o que possibilita que se caminhe sobre obstáculos com até  $121mm$  de altura, que é a altura do trecho reto da curva reposicionada. Assim, torna-se necessário que a estrutura salte apenas os obstáculos que possuam altura superior a essa.

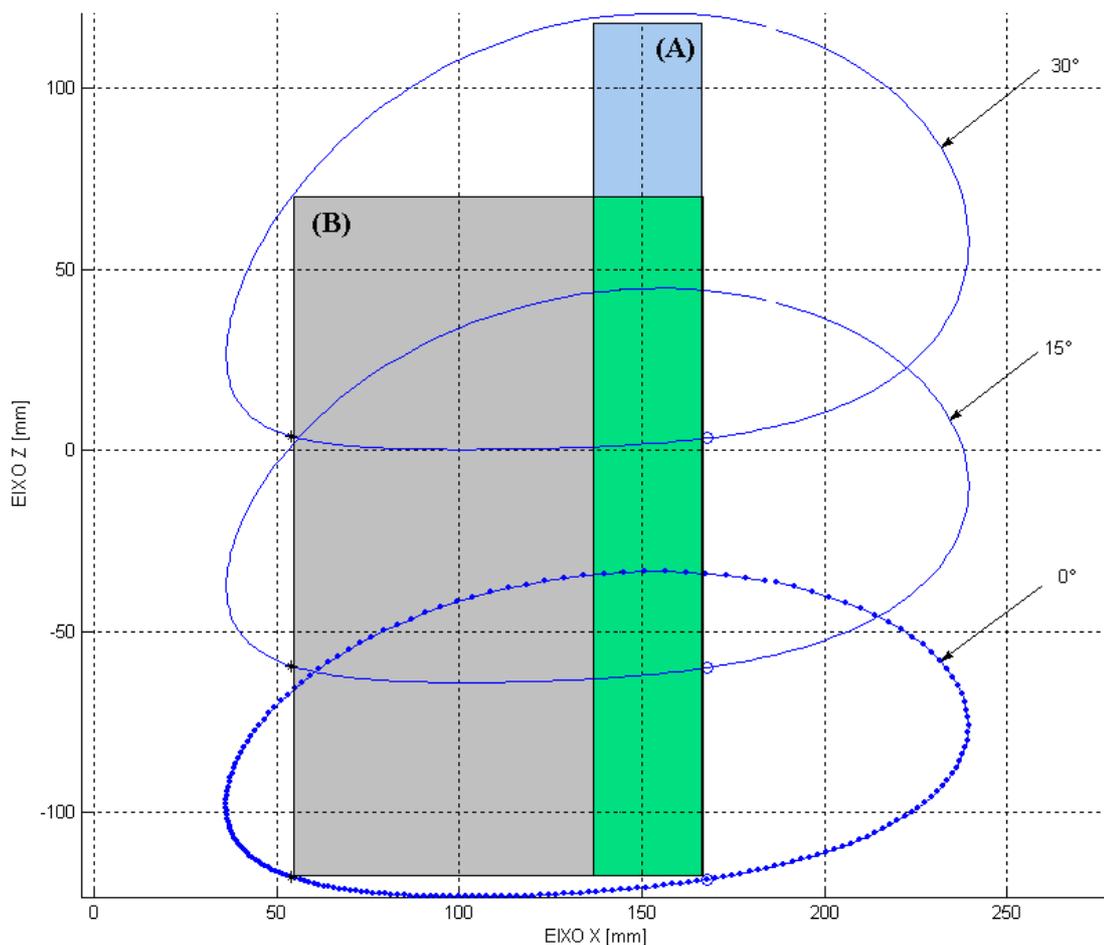
Como, através dessa metodologia, o robô pode transpor obstáculos de grandes dimensões e/ou caminhar sobre eles, essa metodologia não prevê que o robô pule nenhum passo durante seu caminhar. Assim sendo, o robô não pode superar obstáculos mais altos que  $121mm$  que estejam posicionados sobre os pontos de apoio de seus pés pois, a princípio, salvo por algum possível escorregamento durante o caminhar, o pé do robô não se apóia em um lugar diferente do previsto.

Na Fig. 5.16 é apresentada uma outra vista das trajetórias da Fig. 5.15, onde estão sendo representados os maiores obstáculos que a perna pode transpor modificando apenas sua

orientação, tanto o mais alto (obstáculo A) como o mais longo (obstáculo B). As dimensões desses obstáculos novamente foram determinadas sem considerar as dimensões físicas do pé. Desta forma, para o obstáculo (A), sua altura é determinada considerando a altura máxima atingida pela trajetória do pé, subtraída dois milímetros. A largura deste obstáculo é dada pela intersecção de uma horizontal com a trajetória subtraída um milímetro de cada lado. Quanto ao obstáculo (B), o mesmo tem seu comprimento determinado pela dimensão do passo subtraído um milímetro de cada lado, enquanto que sua altura é delimitada pela intersecção do obstáculo com o a trajetória do pé menos dois milímetros. As dimensões desses obstáculos foram calculadas com o software MatLab<sup>®</sup>, e são aproximadamente (comprimento x altura): obstáculo (A) 31mm x 225mm; obstáculo (B) 111mm x 176mm.



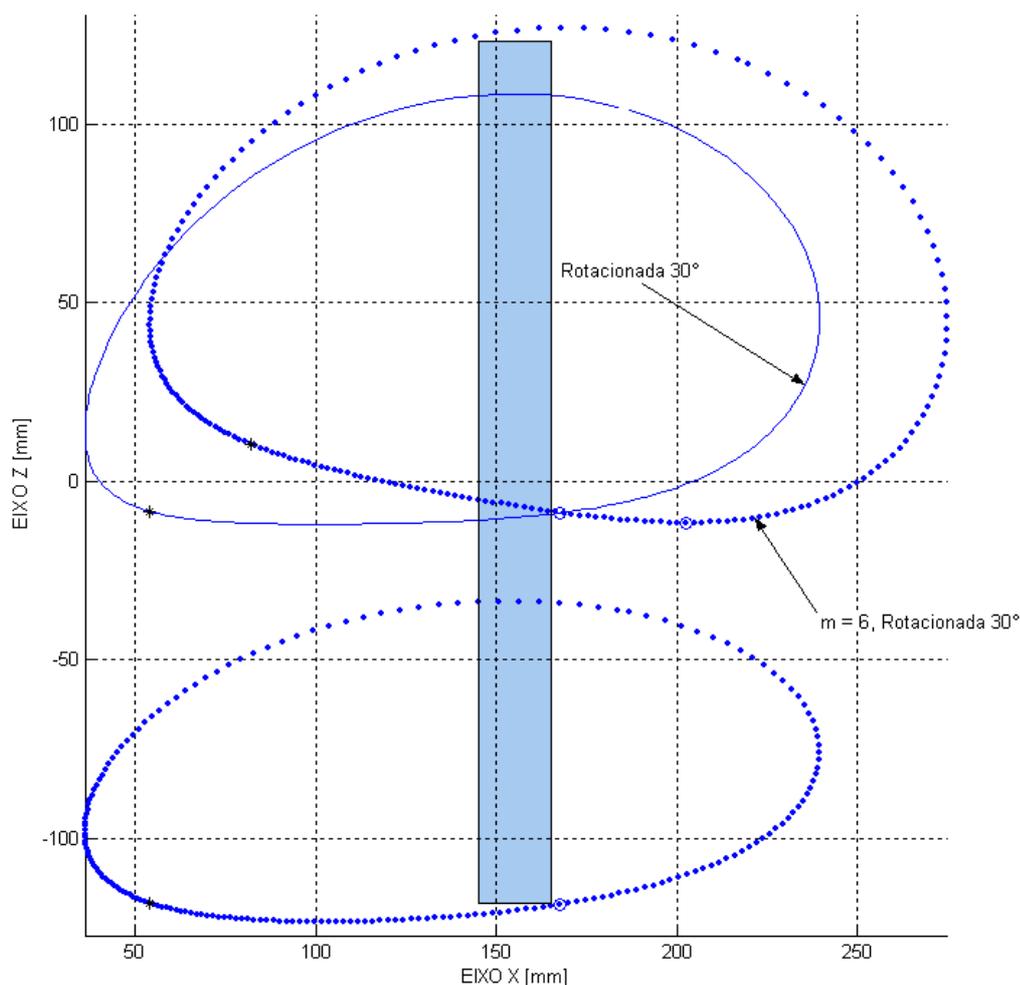
**Figura 5.15:** Trajetórias plotadas para a perna rotacionada 0°, 15° e 30° ( $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ ).



**Figura 5.16:** Trajetórias plotadas para a perna rotacionada de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $30^\circ$ . Maiores obstáculos transponíveis para a rotação de  $30^\circ$  para  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30\text{mm}$  e  $n = 1,8r$ .

### 5.5 – Procedimento de transposição de obstáculo pela combinação do reposicionamento da perna e da variação do parâmetro $m$

A associação da rotação da perna com a variação do parâmetro  $m$  permite que sejam transpostos obstáculos de maiores dimensões do que quando se utiliza apenas um desses procedimentos isolados. Por exemplo, na Fig. 5.17 são apresentadas a trajetória normal do passo, a trajetória após a perna ser rotacionada  $30^\circ$ , e ainda uma terceira trajetória, que representa a trajetória do pé para a mesma rotação de  $30^\circ$  associada a um valor de  $m$  igual a  $6\text{mm}$ . Na figura está representado o obstáculo mais alto que pode ser transposto para estas condições. A altura desse obstáculo é de aproximadamente  $240\text{mm}$ , podendo ser até mesmo ligeiramente aumentada, como pode ser visto na figura, desde que a largura desse obstáculo também seja reduzida.



**Figura 5.17:** Maior obstáculo que a perna pode transpor. Efeito combinado pela variação de  $m$  e do reposicionamento da perna ( $m = -30\text{mm}$ ;  $m = 6\text{mm}$ ; e  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_9 = 0^\circ$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $R = 200\text{mm}$ ;  $L = 2,1r$  e  $n = 1,8r$ ).

## 5.6 – Conclusões

Pelas análises e simulações numéricas realizadas verificou-se que a variação dos parâmetros  $\theta_9$ ,  $L$  e  $n$ , apesar de modificarem a trajetória do pé, não apresentam um comportamento satisfatório para a utilização na transposição de obstáculos. No entanto, observou-se que modificando a variável  $m$  é possível fazer com que a perna supere obstáculos com relativa facilidade. Nas análises realizadas constatou-se que quando  $m$  é variado, seja aumentando seja diminuindo, os extremos da curva variam de forma proporcional. Nas simulações realizadas, notou-se que a trajetória se desloca, na direção X, de forma proporcional à variação sofrida pela variável  $m$ . Foi notado que o limite superior da trajetória sofre uma variação da mesma ordem de grandeza da variação sofrida por  $m$ , enquanto que o

limite inferior da mesma sofre uma variação de aproximadamente a metade da variação sofrida por  $m$ . Por exemplo: se  $m$  aumenta  $10mm$ , o limite superior da curva também sofrerá um aumento da ordem de  $10mm$ , enquanto que o limite inferior sofrerá um aumento de aproximadamente  $5mm$ .

Outra possibilidade de transposição de obstáculos consiste na rotação da perna em torno de um eixo paralelo ao eixo longitudinal de movimentação do robô. Neste caso, é possível transpor obstáculos de dimensões relativamente grandes quando comparado com as dimensões do mecanismo de Bennett.

Em função disso, pode-se concluir que é possível utilizar dois graus de liberdade extras para dar uma maior mobilidade à perna, permitindo que ela possa transpor um obstáculo sem, no entanto, comprometer o desempenho da mesma. Estes dois graus de liberdade adicionais correspondem a uma variação angular, utilizada para reorientação da perna, e outro associado ao prolongamento do apoio do pé. A utilização de um reduzido número de graus de liberdade, mesmo que somente durante a transposição do obstáculo, simplifica bastante a unidade de controle do robô.

O primeiro grau de liberdade adicional, o de rotação, é utilizado quando a perna vai caminhar sobre o obstáculo ou quando vai saltá-lo. No entanto, o segundo grau de liberdade é utilizado para evitar obstáculos no início e/ou no final do passo, ou ainda complementando o procedimento anterior quando há a necessidade de transpor um obstáculo muito alto. Assim, em função das dimensões da estrutura proposta, pode-se concluir também que a capacidade de transposição de obstáculos da perna é muito boa, pois a partir da configuração definida é possível transpor obstáculos de altura até mesmo superior à dimensão da maior barra do mecanismo,  $R$ .

Pela análise apresentada nota-se que, mesmo o robô se movendo em um ambiente muito acidentado, a maior parte dos obstáculos poderá ser superada fazendo apenas a reorientação da perna, de forma que cada perna do robô terá, na maior parte do tempo, apenas dois graus de liberdade ativos para serem controlados em tempo real, que são o acionamento do mecanismo e o reposicionamento da perna, simplificando ainda mais o sistema de controle da estrutura. Isso torna possível o controle de um robô móvel com seis, ou até mesmo com oito pernas, em tempo real, mesmo para maiores velocidades de operação.



# CAPÍTULO VI

## PROJETO E SIMULAÇÃO DE UM PROTÓTIPO

### 6.1 – Introdução

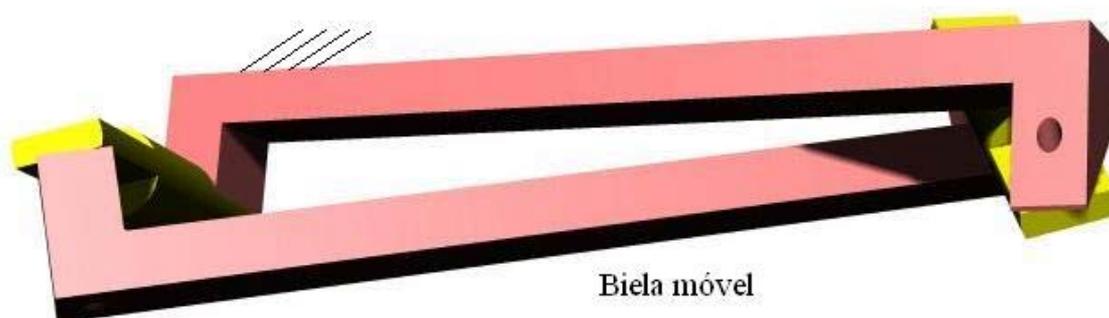
Atualmente, com o acesso mais fácil a computadores de alta capacidade de processamento, é cada vez mais comum a realização de simulações gráficas de projetos mecânicos antes da construção de seus protótipos. Neste projeto é utilizado o software MSC.visualNastran 4D<sup>®</sup> para a realização de simulações gráficas de transposição de obstáculos com a perna desenvolvida.

As vantagens de simular graficamente um modelo antes de sua construção são várias, dentre as quais pode-se citar:

- redução de custos quando comparado ao que seria necessário para a construção de um modelo real;
- possibilidade de se comparar os resultados gráficos obtidos com os resultados numéricos esperados;
- maior agilidade e facilidade para se fazer modificações na estrutura, sem elevar o custo do projeto;
- disponibilidade de ferramentas gráficas avançadas para detecção de colisões na estrutura;
- possibilidade de integração com outros programas para análise dimensional, por exemplo, com uso do método de elementos finitos e,
- possibilidade de transferência de dados para a fabricação dos componentes em máquinas de comando numérico.

## 6.2 – Protótipo modelado

Todas as simulações computacionais feitas até agora foram calculadas, utilizando o software MatLab<sup>®</sup>, considerando o mecanismo em sua forma unifilar, ou seja, apenas as linhas de ação da estrutura, de forma que as dimensões físicas da mesma ainda não foram consideradas. Uma vez que o projeto apresentado baseia-se em um mecanismo com construção mecânica relativamente complexa, a simulação de uma estrutura possível de ser construída torna-se muito importante, até mesmo porque o mecanismo de Bennett, devido às características do movimento de suas barras e também da configuração de seus parâmetros, pode apresentar interferência entre essas barras. Na Fig. 6.1 é apresentado um mecanismo de Bennett, com uma configuração hipotética, construído com o software MicroStation 95<sup>®</sup> e simulado graficamente com o software MSC.visualNastran 4D<sup>®</sup>. Pode-se observar nessa figura que a biela móvel do mecanismo passa muito perto da barra fixa, chegando a pouco menos de  $6mm$  da mesma. A variável que mais influencia essa característica são os ângulos entre as articulações das barras do mecanismo,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ . Quanto menores forem esses ângulos menor será a tendência de haver interferência entre essas duas barras. Isso evidencia ainda mais a importância de se fazer simulações gráficas para estudar o comportamento do mecanismo antes de se construir um protótipo.

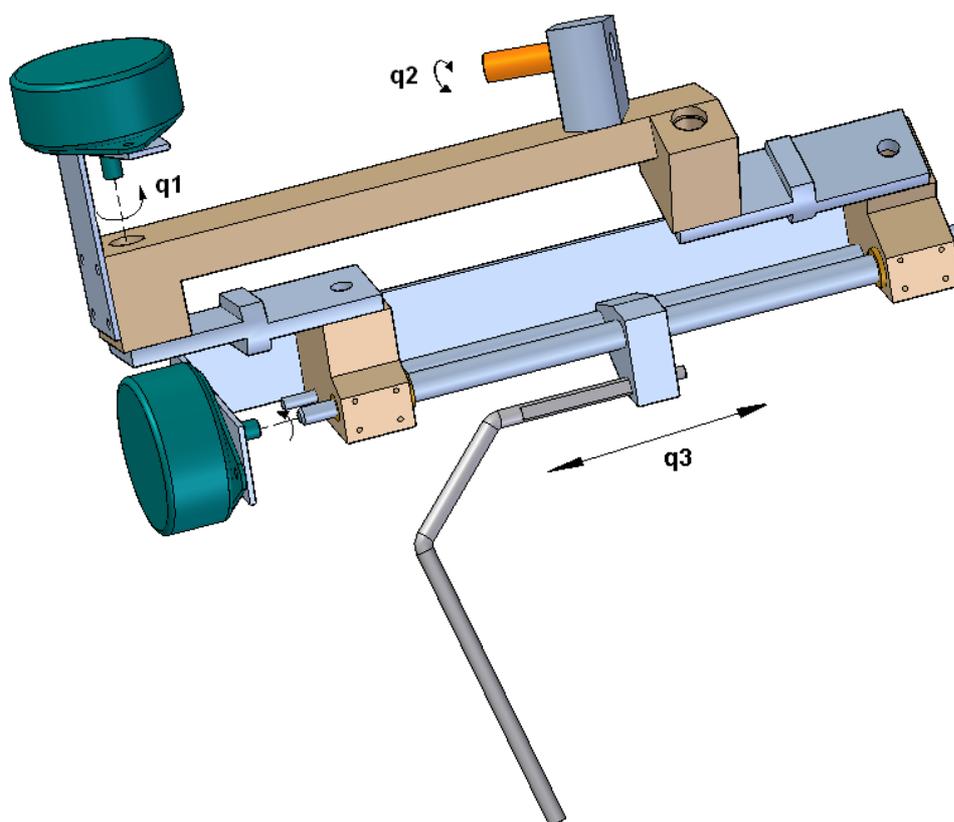


**Figura 6.1:** Proximidade entre a biela móvel e a biela fixa do mecanismo de Bennett durante seu movimento.

Em função da análise apresentada nos capítulos anteriores foi definida a configuração para a perna robótica proposta, que é:  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_3 = 0^\circ$ ;  $R = 200mm$ ;  $r_a = 2,8$ ;  $L = 2,1r$ ;  $m = -30mm$ ;  $n = 1,8r$ ;  $\alpha = -85,33^\circ$ ;  $\beta = -22,24^\circ$  e  $\gamma = -109,35^\circ$ . Assim, para verificar a exequibilidade da perna, foram elaborados seu projeto mecânico e sua simulação gráfica

tridimensional, de forma a analisar o comportamento cinemático da estrutura. Notou-se que, em função das características do modelo computacional construído, não houve interferência entre a biela móvel e a barra fixa do mecanismo, sobretudo devido às dimensões das caixas de mancais dessas duas barras.

O modelo tridimensional da perna foi construído utilizando o software MicroStation 95<sup>®</sup>, com um procedimento similar ao utilizado na modelagem cinemática da estrutura, ou seja, partiu-se de uma origem fixa, fazendo rotações e translações em torno dos eixos adequados a partir das linhas de ação das quatro barras, verificando o fechamento do mecanismo. A partir dessas linhas de ação foram modeladas as barras sólidas da estrutura. Na Fig. 6.2 está a representação tridimensional da perna modelada.

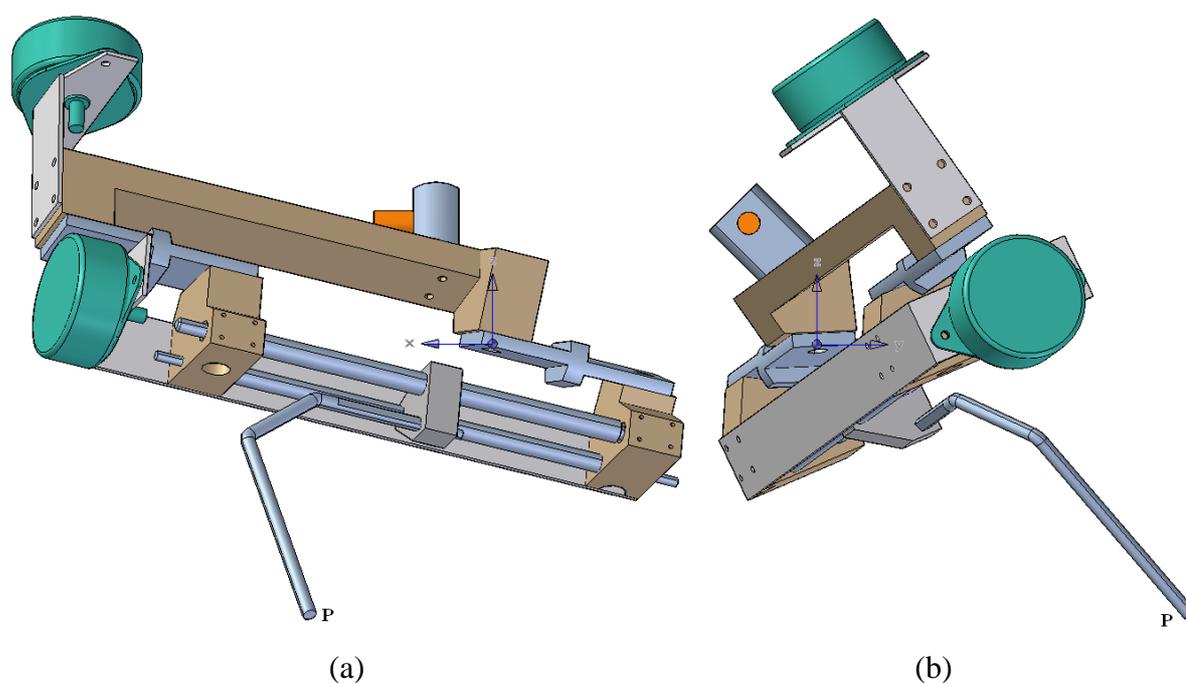


**Figura 6.2:** Representação 3D do protótipo da perna.

As variáveis  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  indicadas na figura representam, respectivamente, o acionamento da perna, definido pelo ângulo de entrada  $\theta_1$ ; o reposicionamento da perna, definida pela rotação em torno de um eixo paralelo à direção de translação do robô e a variação do parâmetro  $m$ . Para a concepção da perna foi considerado que a variação do

parâmetro  $m$  é realizada por meio de um fuso. Desta forma, todas as variáveis  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  são acionadas por atuadores rotativos que podem ser, por exemplo, motores passo. Para efeito de montagem mecânica e permitir a análise de colisões, os atuadores foram selecionados de catálogos comerciais de motores passo. Assim, os motores responsáveis pela movimentação de  $q_1$  e  $q_3$  são fixados na estrutura da perna, enquanto que o motor de acionamento de  $q_2$  é fixado no corpo do robô.

Uma vez construído o modelo gráfico da estrutura, faz-se as três rotações sucessivas da perna de forma a deixá-la em sua posição de operação. As três rotações são:  $\alpha = -85,33^\circ$ ,  $\beta = -22,24^\circ$  e  $\gamma = -109,35^\circ$ . Fazendo isso, nota-se que, em sua posição final, o mecanismo fica muito inclinado para cima, de forma que a posição de montagem dos motores de acionamento passa a ser uma variável importante. Por exemplo, a montagem do motor de acionamento da variável  $q_3$  na parte inferior da biela móvel do mecanismo, compromete o desempenho da estrutura em função das dimensões físicas do motor. Na Fig. 6.3 pode-se notar que se esse motor estiver montado na extremidade inferior, a altura mínima atingida pelo mesmo não será muito superior à altura mínima atingida pelo ponto P. Assim, de forma a evitar esse problema, os motores referentes a  $q_1$  e  $q_3$  foram montados na extremidade mais elevada do mecanismo.



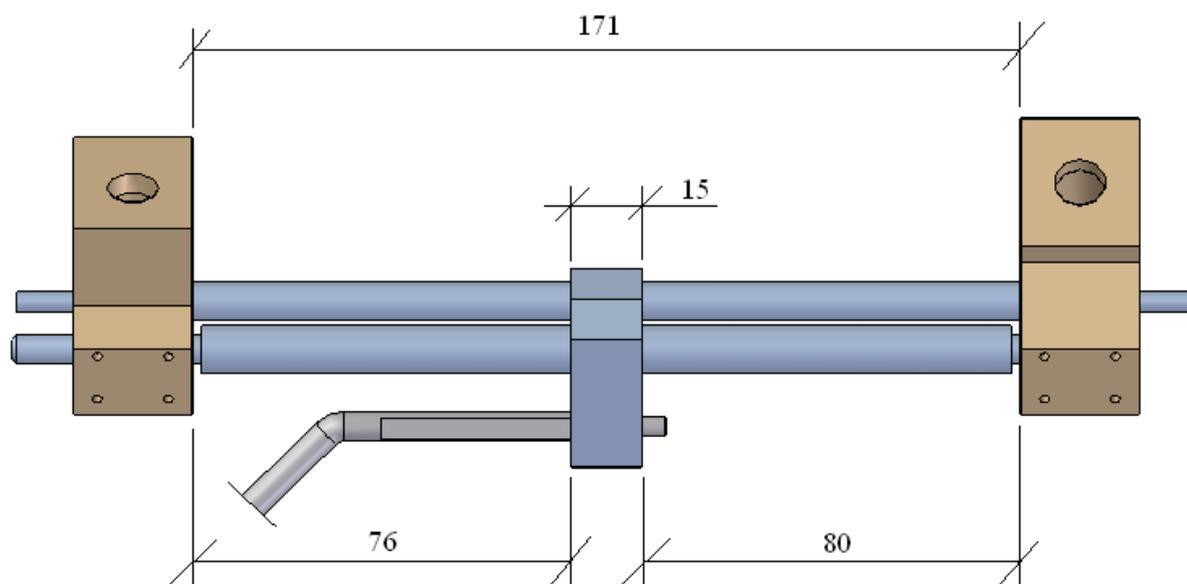
**Figura 6.3:** Posição de operação da perna: (a) vista lateral e (b) vista frontal.

Para a construção da perna será utilizado o alumínio como material base, exceto para os eixos, fuso e manivelas, que são feitos de aço.

Nota-se que a biela móvel do mecanismo, em função da necessidade de se modificar a variável  $m$ , é construída de forma diferente da barra fixa, sendo formada pela montagem de dois suportes, um eixo guia e um fuso. Esses dois suportes da biela móvel são usinados de forma a fazer com que exista um ângulo entre os eixos de seus mancais igual a  $\theta_2$ , como no caso da barra fixa. Na região intermediária da biela móvel está posicionado o prolongamento para fixação do pé do robô. O prolongamento é modelado como sendo uma barra cilíndrica dobrada em dois pontos. Para facilitar a montagem do prolongamento da perna na estrutura foi construída uma superfície de referência em sua extremidade de fixação no suporte.

Desta forma, em função do modelo construtivo da biela móvel e do suporte de fixação do prolongamento da perna, verifica-se que há disponível entre as extremidades desta biela  $171mm$  para a movimentação desse prolongamento. A espessura desse suporte para a fixação do prolongamento no mecanismo de Bennett é de  $15mm$ , resultando em um deslocamento possível de  $156mm$ . Como foi definido no capítulo anterior, é necessário que o prolongamento da perna possa se transladar, na direção da biela móvel, em um espaço de pelo menos  $111mm$  ( $75mm$  para o recuo e  $36mm$  para o avanço do prolongamento). Esse deslocamento do prolongamento é um requisito, em função da configuração definida, para que a perna não fique presa em virtude de obstáculos posicionados nas regiões de avanço e recuo da trajetória descrita pelo pé. Assim, como o espaço disponível para deslocamento do prolongamento é maior que o necessário, esse prolongamento pode ser montado de forma a se trabalhar com alguma folga nas distâncias de recuo e avanço do prolongamento. Nesse caso, optou-se por montar o prolongamento de forma a permitir um recuo de até  $80mm$ , ou seja,  $5mm$  mais que o necessário. Em função desse recuo, o avanço do prolongamento pode ser feito em um espaço maior, de  $76mm$ , ou seja,  $40mm$  a mais do que é necessário ao projeto. Essas distâncias estão ilustradas em um desenho esquemático apresentado na Fig. 6.4.

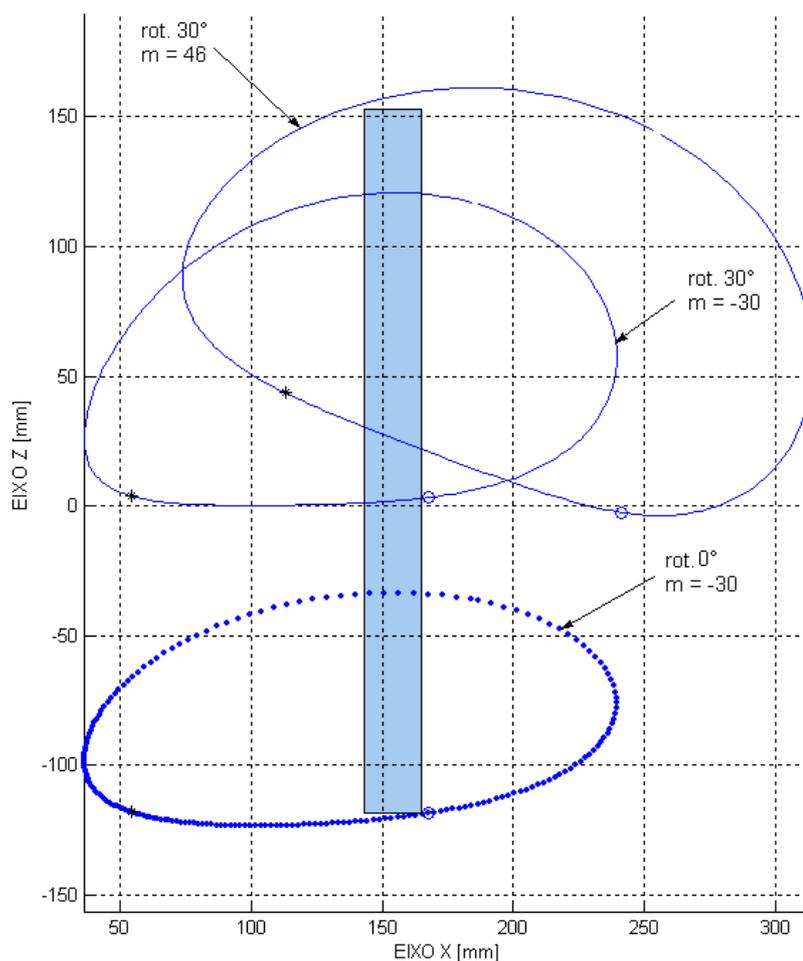
Essa folga apresentada pela biela móvel, permite que a perna do robô não trabalhe sempre no limite, além de também permitir que, em função do avanço adicional de  $40mm$  do prolongamento da perna, obstáculos de maiores dimensões possam ser transpostos pela combinação das duas metodologias de transposição utilizadas, que são o reposicionamento da perna, através de sua reorientação no espaço, e a variação do parâmetro  $m$ . Nesse caso, como parte-se de  $m = -30mm$ , os limites dessa variável são: limite superior:  $m = -30 + 76 = 46mm$  e o limite inferior:  $m = -30 - 80 = -110mm$ , ambos medidos no referencial  $R_6$ .



**Figura 6.4:** Posição inicial do prolongamento da perna na biela móvel do mecanismo de Bennett.

Esse aumento adicional de  $40\text{mm}$  ao prolongamento  $m$  provoca um aumento significativo à dimensão do obstáculo passível de ser transposto pela perna em análise. Fazendo esse aumento, pode-se transpor obstáculos pouco maiores que  $270\text{mm}$ , que é um obstáculo cerca de 13% maior que o obstáculo possível de ser transposto quando  $m = 6\text{mm}$  e a perna estando reorientada em um ângulo de  $30^\circ$ . Logicamente, a dimensão desse obstáculo pode ser ligeiramente aumentada se a largura do obstáculo for diminuída. Desta forma, nota-se que a complementação que o aumento de  $m$  permite durante a transposição de obstáculos torna-se bem mais significativa quando essa variável assume esse novo valor. Uma figura ilustrativa do obstáculo que pode ser transposto pela combinação desses dois procedimentos de transposição é apresentada na Fig. 6.5.

Entretanto, apesar do pé descrever uma trajetória que permita a transposição de obstáculos dessas proporções, quando as dimensões físicas da estrutura são levadas em consideração, as dimensões dos obstáculos que a perna pode transpor acabam sendo bastante reduzidas. Por outro lado, mesmo considerando as dimensões da estrutura pode-se transpor obstáculos de grandes dimensões, desde que estes obstáculos estejam adequadamente posicionados no espaço, como será descrito no próximo item.



**Figura 6.5:** Obstáculo mais alto transponível com a perna reposicionada por uma rotação de  $30^\circ$  e  $m = 46\text{mm}$ .

### 6.3 – Simulações gráficas

Uma vez que o modelo da perna foi construído graficamente com o software MicroStation 95<sup>®</sup> de acordo com os parâmetros de projeto, e foi reorientado no espaço segundo suas três rotações sucessivas, chega-se a um mecanismo que, a partir da origem definida na modelagem cinemática, é muito inclinado para cima, como já foi mostrado na Fig. 6.3. Essa característica de posicionamento reduz a dimensão do obstáculo que pode ser transposto pela perna (a altura mínima atingida pela extremidade inferior da biela móvel é menor).

Foram feitas simulações gráficas desse modelo construído utilizando o software MSC.visualNastran 4D<sup>®</sup> a fim de se determinar e/ou verificar algumas características apresentadas pela estrutura proposta. Uma característica notada no modelo em questão diz respeito às dimensões físicas da estrutura que, quando consideradas, é o fator que mais limita

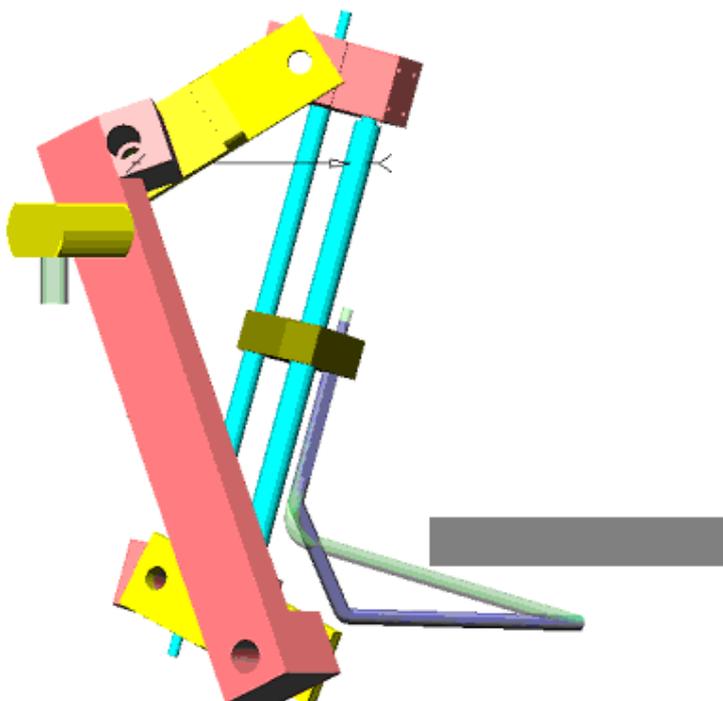
as dimensões dos obstáculos possíveis de ser transpostos pela perna do robô. Algumas das razões para essa limitação são características do projeto como, por exemplo, as dimensões das duas extremidades da biela móvel, onde são alojados dois mancais de rolamento. A razão disso é que, para que a estrutura tenha uma resistência mecânica satisfatória e também seja de mais fácil fabricação não devem ser utilizados componentes muito reduzidos, pois isso torna o projeto inviável em função da dificuldade para se conseguir componentes miniaturizados de alta resistência mecânica.

Nas simulações computacionais foi notado que a parte inferior da biela móvel chega a atingir alturas de apenas  $50mm$  do solo, ou seja, para que o robô possa transpor um obstáculo com uma altura superior a essa, esse obstáculo deve estar adequadamente posicionado fora do limite atingido por esta parte da biela móvel do mecanismo. Caso isso não ocorra, o robô pode não conseguir transpor o obstáculo.

No modelo simulado foram determinados os limites de movimento da extremidade inferior da biela móvel. Nesse caso, a direção que interessa é a direção Y, que é a direção transversal ao movimento do robô. Assim, de acordo com os dados coletados através do software MSC.visualNastran 4D, o intervalo de movimentação do extremo inferior da biela móvel é:  $-75mm < Y < 119mm$ . Esse intervalo representa uma distância de  $194mm$ , que é uma região considerável no espaço. No entanto, deve-se ressaltar que a altura mínima do extremo inferior da biela móvel, por volta de  $50mm$  da superfície de apoio, não acontece exatamente nesses pontos extremos do intervalo, mas em valores intermediários. Nota-se também na simulação computacional que, mesmo fazendo o reposicionamento do mecanismo no espaço, modificando o valor de  $q_2$ , a altura mínima atingida pela biela móvel não aumenta. Na verdade, acontece o contrário disso, já que a altura mínima atingida pela biela móvel chega a diminuir por volta de  $3mm$  quando a perna é rotacionada  $15^\circ$ . Fato semelhante a esse também foi verificado para inclinações maiores que esta.

No entanto, não são apenas as dimensões físicas da estrutura e sua posição de operação que limitam as dimensões e o posicionamento dos obstáculos no espaço. Através das simulações gráficas também pôde ser notada a influência que o formato construtivo do prolongamento da perna exerce sobre as características de posicionamento do obstáculo no espaço. Na verdade, dependendo do formato construtivo desse componente, a influência do prolongamento pode ser até mesmo maior que a influencia das dimensões físicas do mecanismo. Um caso em que isso acontece é quando o prolongamento da perna é composto por apenas um segmento de reta. Um exemplo da influência que o formado do prolongamento

exerce sobre a posição do obstáculo no espaço é apresentado na Fig. 6.6, onde é representada, em uma só figura, uma vista superior de uma transposição de obstáculo por uma perna que possui dois prolongamentos superpostos, sendo que ambos são de formatos diferentes. Note que um dos prolongamentos é formado basicamente por dois segmentos, enquanto que o outro é formado por três.



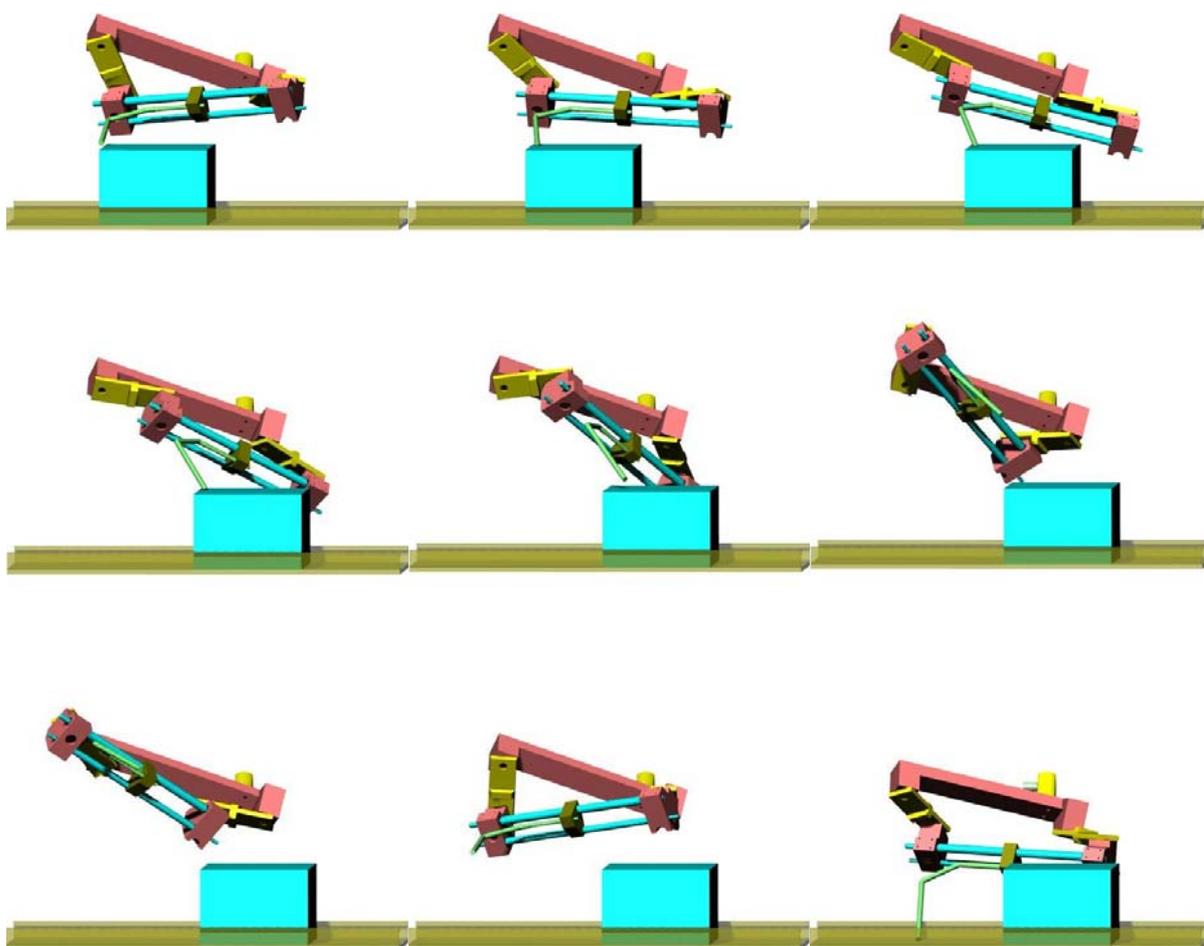
**Figura 6.6:** Vista superior da transposição de um obstáculo por dois pés diferentes.

Ambos prolongamentos possuem o primeiro segmento paralelo à biela móvel, sendo que quanto maior for esse segmento, tanto mais próximo da estrutura o obstáculo poderá estar. No entanto, em função do motor que é instalado na extremidade superior da biela móvel, responsável por variar o comprimento  $m$ , Figs. 6.2 e 6.3, a dimensão desse segmento fica limitada a aproximadamente  $78mm$ , tendo sido determinado graficamente. De forma a aumentar a dimensão do primeiro segmento do prolongamento foi proposta uma nova configuração, composta por três segmentos, de forma que entre o primeiro e o último trecho linear exista um trecho diagonal. Esta forma construtiva faz com que o tamanho efetivo do primeiro segmento seja maior e que o terceiro segmento tenha a tendência de ser paralelo à parede do obstáculo, contudo sem haver choque da estrutura com o motor à sua frente.

Nota-se na Fig. 6.6 que os dois prolongamentos conseguiram superar o obstáculo encontrado pela perna com êxito. Entretanto, o prolongamento formado por dois segmentos

encontra-se muito mais próximo do obstáculo que o outro, limitando a distância entre o obstáculo a ser superado e o robô. Por outro lado, o prolongamento formado por três segmentos consegue transpor o mesmo obstáculo de maneira mais eficiente, encontrando-se muito mais afastado do obstáculo após a transposição do mesmo, o que permitiria que esse obstáculo estivesse posicionado bem mais próximo da perna. Isso evidencia a importância do formato do prolongamento para o melhor desempenho da perna modelada. Em função disso, o pé formado por três segmentos será utilizado no projeto.

No entanto, apesar dessas limitações apresentadas pela estrutura proposta quanto às dimensões e ao posicionamento dos obstáculos, uma vez que ela não sofreu nenhum processo de otimização, o resultado obtido é considerado satisfatório, sendo que é possível transpor obstáculos, obedecidas as restrições já mencionadas, com relativa facilidade. Na Fig. 6.7 são apresentadas seis posições da perna durante seu caminhar sobre um determinado obstáculo.



**Figura 6.7:** Transposição de um obstáculo pelo reposicionamento da perna

#### **6.4 – Conclusão**

Em função das simulações gráficas realizadas pôde-se determinar características importantes apresentadas pelo modelo da perna robótica em análise. Os resultados apresentados pelas simulações gráficas foram confrontados com resultados esperados pelo modelo cinemático da estrutura, calculado com o software MatLab<sup>®</sup>. Os resultados obtidos foram praticamente idênticos, o que dá credibilidade ao protótipo modelado. A simulação gráfica do modelo da perna também se mostrou como sendo de fundamental importância para a determinação dos limites de dimensões dos obstáculos e de seu posicionamento na trajetória do robô; para a análise do comportamento da perna em simulações de transposição de alguns obstáculos e também para a definição do tipo de prolongamento a ser utilizado no projeto.



# CAPÍTULO VII

## CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 – Conclusão

O uso cada vez mais intenso de robôs móveis, principalmente os dotados de pernas, tem contribuído muito para o desenvolvimento de novas tecnologias e avanços nessa área. Muitos desses avanços são relativos à estrutura física dos robôs bem como às novas técnicas de controle.

Neste trabalho foi apresentada uma inovação tecnológica que consiste na aplicação do mecanismo de Bennett para a construção de uma perna robótica. Para isto foi feito um prolongamento na biela móvel, em cuja extremidade foi posicionado o pé do robô. Não há registro de nenhuma aplicação similar a esta para o mecanismo de Bennett.

Em função dos resultados apresentados nos capítulos anteriores, pode-se concluir que é possível e viável, a construção de uma perna robótica para um robô móvel com base no mecanismo de Bennett. A grande vantagem é que com esse mecanismo é possível descrever uma trajetória espacial, similar a um passo, utilizando apenas um grau de liberdade. Caso não existam obstáculos, o robô poderá se movimentar a grandes velocidades, pois cada perna só tem um grau de liberdade a ser controlado.

De forma a permitir a transposição de obstáculos foram adicionados mais dois graus de liberdade à perna, lhe garantindo uma maior mobilidade. No momento de transposição de obstáculos, o robô deve se mover mais lentamente, não comprometendo seu controle em tempo real, apesar de haver mais dois graus de liberdade na perna.

Um dos graus de liberdade só é utilizado quando o obstáculo está posicionado na região da trajetória do pé, tanto no início como no final do passo. Assim, na maioria dos casos de transposição de obstáculos, são utilizados somente dois graus de liberdade: um para o acionamento do mecanismo de Bennett e outro para a elevação da perna, facilitando o seu controle.

O projeto mecânico da perna deve ser realizado com o auxílio de simulações gráficas, pois pela própria arquitetura do mecanismo de Bennett, existe a possibilidade de colisões entre os segmentos da perna e entre a perna e o piso.

A elaboração de um modelo tridimensional de uma perna e a realização de simulações gráficas permitiu a confirmação dos resultados do estudo numérico, como também permitiu que se demonstrasse a viabilidade da aplicação proposta.

De forma a melhorar as características da estrutura pode-se fazer uma otimização do modelo proposto. No entanto, ao se tentar otimizar esse modelo, deve-se considerar todos aspectos relevantes à estrutura. Isso quer dizer que o modelo não pode ser otimizado tendo-se como variável de projeto (variável a ser otimizada) apenas um parâmetro, ou seja, se a trajetória gerada pela estrutura for otimizada isso não quer dizer que a estrutura também está otimizada (HUNT, 1978). Outros fatores que não podem deixar de ser considerados para a otimização da estrutura proposta são as características relativas à dinâmica do sistema, pois o principal intuito é que seja possível trabalhar em altas rotações. Além disso, a forma construtiva do mecanismo também deve ser considerada pois é um parâmetro relevante para o projeto.

## **7.2 – Trabalhos futuros**

Neste trabalho foi apresentada a modelagem de uma perna robótica para ser utilizada em um robô móvel de quatro ou de seis pernas. O modelo proposto apresenta um grande potencial para o desenvolvimento de trabalhos futuros, como, por exemplo, a modelagem dinâmica do mecanismo de Bennett, e conseqüentemente de uma perna; a modelagem cinemática e dinâmica de um robô móvel que utiliza esse tipo de perna; o desenvolvimento de um sistema de controle para esse robô; a determinação dos parâmetros mais relevantes para a otimização da estrutura, entre outros. O estudo da modelagem dinâmica de uma perna baseada no mecanismo de Bennett faz parte de um novo projeto que já está em andamento na Universidade Federal de Uberlândia – UFU.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABB Brasil **IRB 340 FlexPicker** < <http://www02.abb.com/br>> acessado em: 15/06/2006

AL-WIDYAN, K.; ANGELES, J. A Robust solution to the spherical rigid-body guidance problem, **Proceedings of the 2003 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference DETC'03/DAC-48811**, Chicago, September 2003.

ALBUS, J. S. **Brains, Behavior, and Robotics**. North Quincy: BYTE Books, 1981. 352p.

ALIZADE, R. I.; KILIT, O. Analytical synthesis of function generating spherical four-bar mechanism for the five precision points, **Mechanism and machine theory**, n.40, pp. 863 – 878, 2005

ANGELES, J. **Spatial kinematic chains: Analysis, Synthesis, Optimization**, Berlin: Springer-Verlag, 1982. 369p.

ANGELES, J. **Fundamentals of robotic mechanical systems: Theory, Methods, and Algorithms**, 2.ed., New York: Springer-Verlag, 2003. 521p.

BAKER, J. E. The Bennett, Goldberg and Myard Linkages – in perspective. **Mechanism and machine theory**, vol. 14, pp. 239 – 253, 1979

BAKER, J. E. The axodes of the Bennett Linkage. **Mechanism and machine theory**, n.36, pp. 105 – 116, 2001

BEER, F. P.; JOHNSTON JR, C. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**, 5.ed. rev., São Paulo: Makron Books, 1994. 982p.

BENNETT, G. T. A new Mechanism. **Engineering**, n.76, pp: 777 – 778, 1903.

BEZERRA, C. A. **Desenvolvimento de um robô bípede para locomoção em ambiente desestruturado**. 2002. 99 f. Tese de doutorado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas

BEZERRA, R. A. **Síntese otimizada de mecanismos de quatro barras**. 1996. 90 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia

BLUEBOTICS CORPORATION **Shrimp III** – Mobile Platform for rough terrain <<http://www.bluebotics.com/solutions/Shrimp>> acessado em 20 de maio de 2006.

BÜHRLE, P.; CORDES, S. Modeling, simulation and realization of an autonomous six legged walking machine. **The 1996 ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference**, Irvine, California, august 1996

CECCARELLI, M. A new 3 DOF Spatial Parallel Mechanism. **Mechanism and Machine Theory**, vol. 32, n. 8, pp. 895 – 902, 1997

DELCOMYN, F., NELSON, M. E. Architectures for a biomimetic hexapod robot. **Robotics and Autonomous systems** vol. 30; pp. 5 – 15, 2000

ERDMAN, A. G.; SANDOR, G. N. **Mechanism design: analysis and synthesis**, 2.ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991. Volume I, 631p.

ENGELBERGER, J. F. **Robotics in Practice**: management and applications of industrial robots. New York: amacom, 1980. 291p.

ESPENSCHIED, K. S.; QUINN, R. D.; BEER, R. D.; CHIEL, H. J. Biologically based distributed control and local reflexes improve rough terrain locomotion in a hexapod robot, **Robotics and Autonomous Systems**, n.18, pp. 59 – 64,1996

FERREL, C. A comparison of Three Insect-inspired Locomotion Controllers. **Robotics and Autonomous Systems**, n.16, pp: 135 – 159, 1995

FIGLIOLINI, G.; CECCARELLI, M. Climbing Stairs with EP-WAR2 Biped Robot, **Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation**, Seoul, May 2001.

GOGU, G. Mobility of mechanisms: a critical review, **Mechanism and Machine Theory**, n.40, pp. 1068 – 1097, 2005

GRIECO, J. C.; PRIETO, M.; ARMADA, M.; SANTOS, P. G. A six-legged Climbing robot for high payloads, **Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications**, Trieste, September 1998.

GROSJEAN, J. **Kinematics and dynamics of mechanisms**, Singapore: McGraw-Hill Book Company, 1991. 306p.

HAIN, K., **Atlas für getriebe konstruktionen**, Berlin: Vieweg, 1972

HARTENBERG, R. S.; DENAVITT, J. **Kinematic Synthesis of Linkages**, New York: McGraw-Hill Book Company, 1964. 435p.

HDE MANUFACTURING INC. **MRUV-100** <<http://www.hdemfg.com/prod01.htm>>  
acessado em: 20/05/2006.

HO, C. Y. A note on the existence of Bennett Mechanism, **Mechanism and machine theory**, vol. 13, pp. 269 – 271, August 1977

HRONES, J. A.; NELSON, G. L., **Analysis of the four bar linkage**: Its application to the synthesis of mechanism, Cambridge: The Mit Press, 1951

HUBERMAN, L. **História da Riqueza do Homem**, 21.ed. rev., Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1986. 313p.

HUNT, K. H. **Kinematics geometry of mechanisms**, Great Britain: Oxford University Press, 1978. 464p.

ILG, W.; BERNS, K. A Learning Architecture Based on Reinforcement Learning for Adaptive Control of the Walking Machine LAURON. **Robotics and Autonomous Systems**, n.15, pp: 321 – 334, 1995

KELLY, A. Introduction to Mobile Robot, **University of Carnegie Mellon, USA**, <<http://www.frc.ri.cmu.edu/~alonzo/course/intro.frm.pdf>>, 1996

KOYACHI, N.; ARAI, T.; ADACHI, H.; ASAMI, K. I.; ITOH, Y. Hexapod with Integrated Limb Mechanism of Leg and Arm, **IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Nagoya, Maio 1995

KROTKOV, E. P.; SIMMONS, R. G.; WHITTAKER, W. L. AMBLER: Performance of a six-legged planetary rover, **43<sup>rd</sup> Astronautical Congress**, Washington, September 1992

KUKA ROBOT GROUP **KR 500 – 2** <[http://www.kuka.com/en/products/industrial\\_robots/](http://www.kuka.com/en/products/industrial_robots/)> acessado em: 11/06/2006

LEE, W. H.; ORIN, D. E. The kinematics of motion planning for multi-legged vehicle over uneven terrain, **IEEE Journal of Robotics and Automation**, vol.4, n.2, pp. 204 – 212, april 1988

LU, D. M.; HUANG, W.M. Spherical four-bar linkages with symmetrical coupler-curves, **Mechanism and machine theory**, vol.31, n.1, pp. 1 – 10, 1996

MABIE, H. H.; OCVIRK, F. W. **Mecanismos**, 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980. 298p.

MAHAJAN, A.; FIGUEROA, F. Four-legged intelligent mobile autonomous robot, **Robotics & computer-integrated manufacturing**, vol.13, n.1, pp. 51 – 61, 1997

MENNITTO, G.; BUEHLER, M. CARL: A Compliant Articulated Robot Leg for dynamic locomotion, **Robotics and Autonomous Systems**, vol.18, pp. 337 – 344, august 1996

MOORE, E. Z., **Leg Design and Stair Climbing Control for the RHex Robotic Hexapod**, 2002. 80 f. Tese de Mestrado – McGill University, Montreal

NELSON, G. M.; QUINN, R. D.; BACHMANN, R. J.; FLANNIGAN, W. C.; RITZMANN, R. E.; WATSON, J.T. Design and simulation of a cockroach-like hexapod robot, **Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation**, Albuquerque, April 1997

NORTON, R. L. **Design of machinery: an introduction to the synthesis an analysis of mechanisms and machines**, Singapore: McGraw-Hill Book Company, 1992. 716p.

PAZOS, F. **Automação de sistemas & robótica**, Rio de Janeiro: Axcel Books do Brasil, 2002. 377p.

PEREZ, A.; McCARTHY, J. M. Dimensional Synthesis of Bennett Linkages. **Proceedings of the ASME 2000 Design Engineering Technical Conference – DETC'00/MECH-14069**, Baltimore, September 2000

PFEIFFER, F.; ELTZE, J.; WEIDERMANN, H. J. Six-legged technical walking considering biological principles, **Robotics and Autonomous Systems**, vol.14, pp. 223 – 232, may 1995

RAIBERT, M. H. Legged robots, **Communications of the ACM**, vol.29, n.6, pp. 499 – 514, June 1986

SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I. R. **Introduction to Autonomous Mobile Robots**, Cambridge: The MIT press, 2004. 321p.

SONG, S. M.; VOHNOUT, V. J.; WALDRON, K. J.; KINZEL, G. L. Computer-aided design of a leg for an energy efficient walking machine, **Mechanism and machine theory**, vol.19, n.1, pp. 17 – 24, 1984

SONG, S. M.; WALDRON, K. J.; KINZEL, G. L. Computer-aided geometric design of legs for a walking vehicle, **Mechanism and machine theory**, vol.20, n.6, pp. 587 – 596, 1985

STEWART, D. A Platform With Six Degrees of Freedom, **Proceedings of Institution of Mechanical Engineers** 180(15), part I, pp: 371 – 386, 1965

SUH, C. H. On the duality in the existence of R-R links for three positions. **Journal of Engineering for Industry. Transactions of the ASME**, **91(B)**, pp: 129 – 134, 1969

TSAI, L. W.; ROTH, B. A note on the design of revolute-revolute cranks. **Mechanism and Machine Theory**, n. 8, pp: 23 – 31, 1973

VENKATARAMAN, S. T. A simple Legged Locomotion Gait Model. **Robot and Autonomous Systems**, n.22, pp: 75 – 85, 1997

WANG, T. B. **Synthese et etude elasto-dynamique d'une chaine fermee de solides articules**. 1989. 125 f. Tese de Doutorado – L'Universite de Franche Comte, Besançon

WANG, X.; MILLS, J. K. Dynamic modeling of a flexible-link planar parallel platform using a substructuring approach, **Mechanism and Machine Theory**, n. 41 pp: 671 – 687, 2006

XU, P.; SONG, S. M. Adhesive performance of quadruped walking vehicle with pantograph legs, **Proceedings of The 1996 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference**, Irvine, agosto 1996.

ZIELINSKA, T.; HENG, J. Development of a walking machine: mechanical design and control problems, **Mechatronics**, n.12, pp. 737 – 754, 2002.



# ANEXO A

## Modelo Geométrico Direto do mecanismo de Bennett

% Obtencao do mgd do mecanismo de Bennett

clear all

% ângulos de rotacao dos referenciais  
syms teta1 teta3 teta4 teta9 alpha beta gama eta xp yp zp qsi

% comprimentos dos segmentos do Mecanismo de Bennett e da perna  
syms R r L m n

% Matrizes homogêneas de Transformação de coordenadas Tij entre o corpo e o inicio da perna  
% foi adotada a seguinte ordem de rotacao: z - x - y.  
% O objetivo eh obter uma melhor visualizacao da solucao da posicao o pe.

$$T01A = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0; & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T01B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0; & 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0; \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T01C = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 & \sin(\gamma) & 0; & 0 & 1 & 0 & 0; \\ -\sin(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T01 = T01A * T01B * T01C;$$

%%%

% Matrizes homogêneas de Transformação de coordenadas Tij referentes ao mecanismo de Bennett

$$T18 = \begin{bmatrix} -\cos(\text{teta1}) & \sin(\text{teta1}) & 0 & 0; & -\sin(\text{teta1}) & -\cos(\text{teta1}) & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T87L = \begin{bmatrix} \cos(\text{teta3}) & 0 & -\sin(\text{teta3}) & 0; & 0 & 1 & 0 & 0; \\ \sin(\text{teta3}) & 0 & \cos(\text{teta3}) & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T7L7 = [ 1 \ 0 \ 0 \ 0; \quad 0 \ 1 \ 0 \ -r; \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0; \quad 0 \ 0 \ 0 \ 1];$$

$$T76 = \begin{bmatrix} \cos(\text{teta4}) & -\sin(\text{teta4}) & 0 & 0; & \sin(\text{teta4}) & \cos(\text{teta4}) & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T66LL = [ 1 \ 0 \ 0 \ 0; \quad 0 \ 1 \ 0 \ -R; \quad 0 \ 0 \ 1 \ 0; \quad 0 \ 0 \ 0 \ 1];$$

$$T6LL9 = \begin{bmatrix} \cos(\text{teta9}) & 0 & \sin(\text{teta9}) & 0; & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\text{teta9}) & 0 & \cos(\text{teta9}) & 0; & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T9P = [ 1 \ 0 \ 0 \ L; \quad 0 \ 1 \ 0 \ -m; \quad 0 \ 0 \ 1 \ n; \quad 0 \ 0 \ 0 \ 1];$$

% Matriz da situacao do pe (posicao e orientacao) em relacao ao referencial R0

% T0P = T01\*T18\*T87L\*T7L7\*T76\*T66LLL\*T6LLL9\*T9LP;

T1P = T18\*T87L\*T7L7\*T76\*T66LL\*T6LL9\*T9P;

T0P = T01\*T1P;

x = T0Q(1,4)

y = T0Q(2,4)

z = T0Q(3,4)

## ANEXO B

### Programa de geração de trajetórias do pé

```

% Tracado da trajetoria do pe do robo; Uso das equacos da pagina 550
clear all
R = 200;
ra = 2.8; % ra = R/r
r = R/ra;
L = 2.1*r;
m = -30;
n = -1.80*r;

origem = [0 0 0];
constante = 0*113.7228;
teta2 = 30*pi/180;
teta9 = 00*pi/180;

rot = [-1.48931094554972 -0.38818277004427 -1.90858379943443];
% rot = [0 0 0];

alpha = rot(1); % primeira rotacao - em torno de z
beta = rot(2); % segunda rotacao - em torno de x
gama = rot(3); % terceira rotacao - em torno de y

sinteta3 = (sin(teta2))/ra;
costeta3 = sqrt(1-(sinteta3)^2);

% início da movimentação do perna
corr = 114.5*pi/180;
rotx = [ 1 0 0 0
0 cos(corr) -sin(corr) 0
0 sin(corr) cos(corr) 0
0 0 0 1 ];

corr2 = 30*pi/180;
rotx2 = [ 1 0 0 0
0 cos(corr2) -sin(corr2) 24.308043250650
0 sin(corr2) cos(corr2) 24.308043250650
0 0 0 1 ];

i = 0;
tf = 1; % tempo de execucao
inter = 0.005;
for t = 0 : inter : tf
i = i+1;
teta1 = variarg(0*pi/180, 359*pi/180, t, tf);
sinteta4 = (sin(teta1)*cos(teta2)-sin(teta1)*costeta3)/(1-cos(teta2)*costeta3-cos(teta1)*sin(teta2)*sinteta3);

```

```

costeta4 = (cos(teta1)-cos(teta1)*cos(teta2)*costeta3-sin(teta2)*sinteta3)/(1-cos(teta2)*costeta3-
cos(teta1)*sin(teta2)*sinteta3);

tet_1(i) = teta1*180/pi;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculando os vertices do Mecanismo:
% Plotando o ponto A
xa(i) = 0;
ya(i) = 0;
za(i) = 0;

NCoord1 = rotx*[xa(i); ya(i); za(i); 1];
xa(i) = NCoord1(1) + constante - origem(1);
ya(i) = NCoord1(2) - origem(2);
za(i) = NCoord1(3) - origem(3);

NCoord2 = rotx2*[xa(i); ya(i); za(i); 1];
xa2(i) = NCoord2(1);
ya2(i) = NCoord2(2);
za2(i) = NCoord2(3);

% Plotando o ponto B
xb(i) = -sin(alpha)*cos(beta)*R;
yb(i) = cos(alpha)*cos(beta)*R;
zb(i) = sin(beta)*R;

NCoord2 = rotx*[xb(i); yb(i); zb(i); 1];
xb(i) = NCoord2(1) + constante - origem(1);
yb(i) = NCoord2(2) - origem(2);
zb(i) = NCoord2(3) - origem(3);

NCoord2 = rotx2*[xb(i); yb(i); zb(i); 1];
xb2(i) = NCoord2(1);
yb2(i) = NCoord2(2);
zb2(i) = NCoord2(3);

% Plotando o ponto D
xd(i) =
-(cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*sin(teta1)*r-sin(alpha)*cos(beta)*cos(teta1)*r;
yd(i) =
-(sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*sin(teta1)*r+cos(alpha)*cos(beta)*cos(teta1)*r;
zd(i) = cos(beta)*sin(gama)*sin(teta1)*r+sin(beta)*cos(teta1)*r;

NCoord3 = rotx*[xd(i); yd(i); zd(i); 1];
xd(i) = NCoord3(1) + constante - origem(1);
yd(i) = NCoord3(2) - origem(2);
zd(i) = NCoord3(3) - origem(3);

NCoord2 = rotx2*[xd(i); yd(i); zd(i); 1];
xd2(i) = NCoord2(1);
yd2(i) = NCoord2(2);
zd2(i) = NCoord2(3);

% Plotando o ponto C
xc(i) =
(cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4 + sin(teta1)*
costeta4)*R-sin(teta1)*r)-sin(alpha)*cos(beta)*(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+
cos(teta1)*r)+(cos(alpha)*sin(gama)+sin(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*sinteta3*sinteta4*R;

```

```

yc(i) =
(sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*
costeta4)*R-sin(teta1)*r)+cos(alpha)*cos(beta)*(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4- cos(teta1)*costeta4)*R
+cos(teta1)*r)+(sin(alpha)*sin(gama)-cos(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*sinteta3*sinteta4*R;

```

```

zc(i) =
-cos(beta)*sin(gama)*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+sin(beta)*
(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+cos(beta)*cos(gama)*sinteta3*
sinteta4*R;

```

```

NCoord4 = rotx*[xc(i); yc(i); zc(i); 1];
xc(i) = NCoord4(1) + constante - origem(1);
yc(i) = NCoord4(2) - origem(2);
zc(i) = NCoord4(3) - origem(3);

```

```

NCoord2 = rotx2*[xc(i); yc(i); zc(i); 1];
xc2(i) = NCoord2(1);
yc2(i) = NCoord2(2);
zc2(i) = NCoord2(3);

```

% Calculando o ponto P:

```

xp(i) = (cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(((cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)
*sinteta4)*cos(teta9)-cos(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)
*m+((-cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n
-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)-sin(alpha)*cos(beta)*(((sin(teta1)
*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(sin(teta1)*costeta3
*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*m+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+sin(teta1)
*sinteta3*cos(teta9))*n-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+(cos(alpha)
*sin(gama)+sin(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*((sinteta3*costeta4*cos(teta9)-costeta3*sin(teta9))*L
+sinteta3*sinteta4*m+(sinteta3*costeta4*sin(teta9)+costeta3*cos(teta9))*n+sinteta3*sinteta4*R);

```

```

yp(i) = (sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(((cos(teta1)*costeta3*costeta4
+sin(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-cos(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)
*costeta4)*m+((-cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)*sinteta3
*cos(teta9))*n-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+cos(alpha)*cos(beta)
*(((sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-
(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*m+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)
*sin(teta9)+sin(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R
+cos(teta1)*r)+(sin(alpha)*sin(gama)-cos(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*((sinteta3*costeta4*cos(teta9)-
costeta3*sin(teta9))*L+sinteta3*sinteta4*m+(sinteta3*costeta4*sin(teta9)+costeta3*cos(teta9))*n
+sinteta3*sinteta4*R);

```

```

zp(i) = -cos(beta)*sin(gama)*(((cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-cos(teta1)
*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*m+((-cos(teta1)*costeta3
*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4
+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+sin(beta)*(((sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)
*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*m
+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+sin(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n
-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+cos(beta)*cos(gama)*((sinteta3
*costeta4*cos(teta9)-costeta3*sin(teta9))*L+sinteta3*sinteta4*m+(sinteta3*costeta4*sin(teta9)+costeta3
*cos(teta9))*n+sinteta3*sinteta4*R);

```

```

NCoordp = rotx*[xp(i); yp(i); zp(i); 1];
xp(i) = NCoordp(1) + constante - origem(1);
yp(i) = NCoordp(2) - origem(2);
zp(i) = NCoordp(3) - origem(3);

```

```

NCoord2 = rotx2*[xp(i); yp(i); zp(i); 1];
xp2(i) = NCoord2(1);
yp2(i) = NCoord2(2);

```

```

zp2(i) = NCoord2(3);

tt(i) = [teta1];

end
inicio = 60;
fim = 120;

ref = [(xp(fim)-xp(inicio)) (yp(fim)-yp(inicio)) (zp(fim)-zp(inicio))];
med = [(xp(fim)+xp(inicio))/2 (yp(fim)+yp(inicio))/2 (zp(fim)+zp(inicio))/2];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PLOTAGEM DA CURVA REPOSICIONADA
M = [xp' yp' zp'];
M2 = [xp2' yp2' zp2'];

hold on
figure(1)
plot3(xp,yp,zp,'blue', M(inicio,1),M(inicio,2),M(inicio,3),'o',M(fim,1),M(fim,2),M(fim,3),'*k');
plot3(xp2,yp2,zp2,'.blue',M2(inicio,1),M2(inicio,2),M2(inicio,3),'o',M2(fim,1),M2(fim,2),M2(fim,3),'*k')

xlabel('EIXO X [mm]'); ylabel('EIXO Y [mm]'); zlabel('EIXO Z [mm]');
% title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' R = ',num2str(R), ' ra = ',num2str(ra), '
L = ',num2str(L/r),'*r', ' m = ',num2str(m), ' n = ',num2str(n/r),'*r']);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Plotagem do Mecanismo
plotamecanismo(xa, ya, za, xb, yb, zb, xc, yc, zc, xd, yd, zd, xp, yp, zp)
% plotamecanismo2(xa2, ya2, za2, xb2, yb2, zb2, xc2, yc2, zc2, xd2, yd2, zd2, xp2, yp2, zp2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

grid on;

% set(gca,'xtick',[-150:10:350])
% set(gca,'ytick',[-400:10:-100])
% set(gca,'ztick',[-150:12.5:0])

axis equal
hold on;
% view([360 0])
view([270 0])

figure(2)
plot(tt*180/pi, zp,'.'), hold on
plot(tt*180/pi, xp,'.r'), hold on
plot(tt*180/pi, yp,'.g'), grid on
xlim([0 360])
xlabel('Angulo de Entrada teta1 [graus]')
ylabel('Deslocamento [mm]')
legend('Zp','Xp','Yp');

xn = [xp' xp'];          yn = [yp' yp'];          zn = [zp' zp'];

figure(3)
subplot(2,2,1)
% gr1 = plot3(xp,yp,zp,'om','LineWidth',3,'MarkerEdgeColor','r','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',6);
% gr1 = plot3(xp,yp,zp,'.r', xp(inicio), yp(inicio), zp(inicio),'*', xp(fim), yp(fim), zp(fim),'*k');
surface(xn, yn, zn, 'FaceColor', 'none', 'EdgeColor', 'interp', 'LineWidth', 2)
hold on

```

```

plot3(xp(inicio), yp(inicio), zp(inicio),'*', xp(fim), yp(fim), zp(fim),'*k');
xlabel('Eixo X [mm]');
ylabel('Eixo Y [mm]');
zlabel('Eixo Z [mm]');
title([' tt2 = ',num2str(teta2*180/pi),' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' R = ',num2str(R), ' ra = ',num2str(ra), ' L
= ',num2str(L/r),'*r', ' n = ',num2str(n/r),'*r']);
grid on;

% set(gca,'ytick',[-250:20:200])
% set(gca,'xtick',[-100:10:280])
% set(gca,'ztick',[-350:10:80])

hold on

grid on
view(3), axis equal

subplot(2,2,2)
surface(xn, yn, zn, 'FaceColor', 'none', 'EdgeColor', 'interp', 'LineWidth', 1.5)
hold on
plot3(xp(inicio), yp(inicio), zp(inicio),'*', xp(fim), yp(fim), zp(fim),'*k');
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
grid on;
view([270 0]), axis equal

subplot(2,2,3)
surface(xn, yn, zn, 'FaceColor', 'none', 'EdgeColor', 'interp', 'LineWidth', 1.5)
hold on
plot3(xp(inicio), yp(inicio), zp(inicio),'*', xp(fim), yp(fim), zp(fim),'*k');
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
grid on;
view([360 0]), axis equal

subplot(2,2,4)
surface(xn, yn, zn, 'FaceColor', 'none', 'EdgeColor', 'interp', 'LineWidth', 1.5)
hold on
plot3(xp(inicio), yp(inicio), zp(inicio),'*', xp(fim), yp(fim), zp(fim),'*k');
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
grid on;
view(2), axis equal

```

## ANEXO C

### Função para a plotagem das linhas de ação do mecanismo

```
function plotamecanismo(xa, ya, za, xb, yb, zb, xc, yc, zc, xd, yd, zd, xp, yp, zp)

    rr = 0;
    eixo1 = [1 0 0];
    eixo2 = [-53.9696 -164.3879 116.5752];

    a1 = plot3([xa(1,1),xb(1,1)], [ya(1,1),yb(1,1)], [za(1,1),zb(1,1)]),hold on
    a2 = plot3([xa(1,1),xd(1,1)], [ya(1,1),yd(1,1)], [za(1,1),zd(1,1)],'black'); hold on,
    a3 = plot3([xa(1,20),xd(1,20)] ,[ya(1,20),yd(1,20)] ,[za(1,20),zd(1,20)] ,'black'); hold on
    a4 = plot3([xa(1,40),xd(1,40)] ,[ya(1,40),yd(1,40)] ,[za(1,40),zd(1,40)] ,'black'); hold on,
    a5 = plot3([xa(1,60),xd(1,60)] ,[ya(1,60),yd(1,60)] ,[za(1,60),zd(1,60)] ,'black'); hold on
    a6 = plot3([xa(1,80),xd(1,80)] ,[ya(1,80),yd(1,80)] ,[za(1,80),zd(1,80)] ,'black'); hold on,
    a7 = plot3([xa(1,100),xd(1,100)] ,[ya(1,100),yd(1,100)] ,[za(1,100),zd(1,100)],'black'); hold on
    a8 = plot3([xa(1,120),xd(1,120)] ,[ya(1,120),yd(1,120)] ,[za(1,120),zd(1,120)],'black'); hold on,
    a9 = plot3([xa(1,140),xd(1,140)] ,[ya(1,140),yd(1,140)] ,[za(1,140),zd(1,140)],'black'); hold on
    a10 = plot3([xa(1,160),xd(1,160)] ,[ya(1,160),yd(1,160)] ,[za(1,160),zd(1,160)],'black'); hold on,

    b1 = plot3([xd(1,1) ,xc(1,1)] ,[yd(1,1) ,yc(1,1)] ,[zd(1,1) ,zc(1,1)] ,'blue'); hold on,
    b2 = plot3([xd(1,20) ,xc(1,20)] ,[yd(1,20) ,yc(1,20)] ,[zd(1,20) ,zc(1,20)] ,'blue'); hold on
    b3 = plot3([xd(1,40) ,xc(1,40)] ,[yd(1,40) ,yc(1,40)] ,[zd(1,40) ,zc(1,40)] ,'blue'); hold on,
    b4 = plot3([xd(1,60) ,xc(1,60)] ,[yd(1,60) ,yc(1,60)] ,[zd(1,60) ,zc(1,60)] ,'blue'); hold on
    b5 = plot3([xd(1,80) ,xc(1,80)] ,[yd(1,80) ,yc(1,80)] ,[zd(1,80) ,zc(1,80)] ,'blue'); hold on,
    b6 = plot3([xd(1,100),xc(1,100)] ,[yd(1,100),yc(1,100)] ,[zd(1,100),zc(1,100)],'blue'); hold on
    b7 = plot3([xd(1,120),xc(1,120)] ,[yd(1,120),yc(1,120)] ,[zd(1,120),zc(1,120)],'blue'); hold on,
    b8 = plot3([xd(1,140),xc(1,140)] ,[yd(1,140),yc(1,140)] ,[zd(1,140),zc(1,140)],'blue'); hold on
    b9 = plot3([xd(1,160),xc(1,160)] ,[yd(1,160),yc(1,160)] ,[zd(1,160),zc(1,160)],'blue'); hold on,
    b10 = plot3([xd(1,180),xc(1,180)] ,[yd(1,180),yc(1,180)] ,[zd(1,180),zc(1,180)],'blue'); hold on

    c1 = plot3([xb(1,1) ,xc(1,1)] ,[yb(1,1) ,yc(1,1)] ,[zb(1,1) ,zc(1,1)] ,'black'); hold on,
    c2 = plot3([xb(1,20) ,xc(1,20)] ,[yb(1,20) ,yc(1,20)] ,[zb(1,20) ,zc(1,20)] ,'black'); hold on
    c3 = plot3([xb(1,40) ,xc(1,40)] ,[yb(1,40) ,yc(1,40)] ,[zb(1,40) ,zc(1,40)] ,'black'); hold on,
    c4 = plot3([xb(1,60) ,xc(1,60)] ,[yb(1,60) ,yc(1,60)] ,[zb(1,60) ,zc(1,60)] ,'black'); hold on
    c5 = plot3([xb(1,80) ,xc(1,80)] ,[yb(1,80) ,yc(1,80)] ,[zb(1,80) ,zc(1,80)] ,'black'); hold on,
    c6 = plot3([xb(1,100),xc(1,100)] ,[yb(1,100),yc(1,100)] ,[zb(1,100),zc(1,100)],'black'); hold on
    c7 = plot3([xb(1,120),xc(1,120)] ,[yb(1,120),yc(1,120)] ,[zb(1,120),zc(1,120)],'black'); hold on,
    c8 = plot3([xb(1,140),xc(1,140)] ,[yb(1,140),yc(1,140)] ,[zb(1,140),zc(1,140)],'black'); hold on
    c9 = plot3([xb(1,160),xc(1,160)] ,[yb(1,160),yc(1,160)] ,[zb(1,160),zc(1,160)],'black'); hold on,
    c10 = plot3([xb(1,180),xc(1,180)] ,[yb(1,180),yc(1,180)] ,[zb(1,180),zc(1,180)],'black'); hold on

    d1 = plot3([xc(1,1) ,xp(1,1)] ,[yc(1,1) ,yp(1,1)] ,[zc(1,1) ,zp(1,1)] ,'r'); hold on,
    d2 = plot3([xc(1,20) ,xp(1,20)] ,[yc(1,20) ,yp(1,20)] ,[zc(1,20) ,zp(1,20)] ,'r'); hold on
    d3 = plot3([xc(1,40) ,xp(1,40)] ,[yc(1,40) ,yp(1,40)] ,[zc(1,40) ,zp(1,40)] ,'r'); hold on,
    d4 = plot3([xc(1,60) ,xp(1,60)] ,[yc(1,60) ,yp(1,60)] ,[zc(1,60) ,zp(1,60)] ,'r'); hold on
```

```

d5 = plot3([xc(1,80) ,xp(1,80)] ,[yc(1,80) ,yp(1,80)] ,[zc(1,80) ,zp(1,80)] , 'r'); hold on,
d6 = plot3([xc(1,100),xp(1,100)] ,[yc(1,100),yp(1,100)] ,[zc(1,100),zp(1,100)], 'r'); hold on
d7 = plot3([xc(1,120),xp(1,120)] ,[yc(1,120),yp(1,120)] ,[zc(1,120),zp(1,120)], 'r'); hold on,
d8 = plot3([xc(1,140),xp(1,140)] ,[yc(1,140),yp(1,140)] ,[zc(1,140),zp(1,140)], 'r'); hold on
d9 = plot3([xc(1,160),xp(1,160)] ,[yc(1,160),yp(1,160)] ,[zc(1,160),zp(1,160)], 'r'); hold on,
d10 = plot3([xc(1,180),xp(1,180)] ,[yc(1,180),yp(1,180)] ,[zc(1,180),zp(1,180)], 'r'); hold on

```

```

rotate(a1, eixo1 , rr , eixo2), rotate(a2, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(a3, eixo1 , rr , eixo2), rotate(a4, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(a5, eixo1 , rr , eixo2), rotate(a6, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(a7, eixo1 , rr , eixo2), rotate(a8, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(a9, eixo1 , rr , eixo2), rotate(a10,eixo1 , rr , eixo2)

```

```

rotate(b1, eixo1 , rr , eixo2), rotate(b2, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(b3, eixo1 , rr , eixo2), rotate(b4, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(b5, eixo1 , rr , eixo2), rotate(b6, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(b7, eixo1 , rr , eixo2), rotate(b8, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(b9, eixo1 , rr , eixo2), rotate(b10,eixo1 , rr , eixo2)

```

```

rotate(c1, eixo1 , rr , eixo2), rotate(c2, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(c3, eixo1 , rr , eixo2), rotate(c4, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(c5, eixo1 , rr , eixo2), rotate(c6, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(c7, eixo1 , rr , eixo2), rotate(c8, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(c9, eixo1 , rr , eixo2), rotate(c10,eixo1 , rr , eixo2)

```

```

rotate(d1, eixo1 , rr , eixo2), rotate(d2, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(d3, eixo1 , rr , eixo2), rotate(d4, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(d5, eixo1 , rr , eixo2), rotate(d6, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(d7, eixo1 , rr , eixo2), rotate(d8, eixo1 , rr , eixo2),
rotate(d9, eixo1 , rr , eixo2), rotate(d10,eixo1 , rr , eixo2)

```

```

xlabel('EIXO X [mm]')
ylabel('EIXO Y [mm]')
zlabel('EIXO Z [mm]')

```

## ANEXO D

### Cálculo da Regressão Linear Múltipla

```

clear all
close all

X = [ ];

% X = X(size(X,1):-1:1,:);

[coeff,score] = princomp(X);
coeff(:,1:2);
normal = coeff(:,3);

[n,p] = size(X);
meanX = mean(X,1);

Xfit1 = repmat(meanX,n,1) + score(:,1)*coeff(:,1);
Xfit = repmat(meanX,n,1) + score(:,1:2)*coeff(:,1:2);
residuals = X - Xfit1;

error = abs((X - repmat(meanX,n,1))*normal);
sse = sum(error.^2)

[xgrid,ygrid] = meshgrid(linspace(min(X(:,1)),max(X(:,1)),5) , linspace(min(X(:,2)),max(X(:,2)),5));
zgrid = (1/normal(3)) .* (meanX*normal - (xgrid.*normal(1) + ygrid.*normal(2)));
h = mesh(xgrid,ygrid,zgrid,'EdgeColor',[0 0 0],'FaceAlpha',0);

% hold on
% above = (X-repmat(meanX,n,1))*normal > 0;
% below = ~above;
% nabove = sum(above);
% X1 = [X(above,1) Xfit(above,1) nan*ones(nabove,1)];
% X2 = [X(above,2) Xfit(above,2) nan*ones(nabove,1)];
% X3 = [X(above,3) Xfit(above,3) nan*ones(nabove,1)];
% plot3(X1',X2',X3','b-', X(above,1),X(above,2),X(above,3),'bo');
% nbelow = sum(below);
% X1 = [X(below,1) Xfit(below,1) nan*ones(nbelow,1)];
% X2 = [X(below,2) Xfit(below,2) nan*ones(nbelow,1)];
% X3 = [X(below,3) Xfit(below,3) nan*ones(nbelow,1)];
% plot3(X1',X2',X3','r-', X(below,1),X(below,2),X(below,3),'ro');

% hold off
% maxlim = max(abs(X(:)))*1.1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y = X(:,3);    x1= X(:,1);    x2= X(:,2);

```

```

xx= [ones(size(X(:,1))) X(:,1) X(:,2)];

%Regressao linear
be = regress(y, xx);
yn = xx*be;

hold on
% plot3(x1,x2,yn,'b',X(:,1),X(:,2),X(:,3),'l',Xfit1(:,1),Xfit1(:,2),Xfit1(:,3),'r');
plot3(x1,x2,yn,'b',Xfit1(:,1),Xfit1(:,2),Xfit1(:,3),'r');
xlabel('Eixo X')
ylabel('Eixo Y')
zlabel('Eixo Z')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Base canonica
auxiliar = size(Xfit1,1);
z_l = normal';

for i = 1:auxiliar
    vet(i,:) = Xfit1(1,:)-Xfit1(i,:);
    mod_vet(i) = sqrt(vet(i,1)^2 + vet(i,2)^2 + vet(i,3)^2);
end

mod_vet = mod_vet';
x_l(1,:) = [0 0 0];

for i = 2:auxiliar
    for j = 1:3
        x_l(i,j) = vet(i,j)/mod_vet(i,1);
    end
    y_l(i,:) = cross(z_l,x_l(i,:));
end

% vet = [Xfit1(1,1)-Xfit1(16,1) Xfit1(1,2)-Xfit1(16,2) Xfit1(1,3)-Xfit1(16,3)];
% mod_vet = sqrt(vet(1)^2 + vet(2)^2 + vet(3)^2);

% x_linha = vet/mod_vet;
% z_linha = normal';
% y_linha = cross(z_linha,x_linha);

x_linha = x_l(15,:);
y_linha = y_l(15,:);
z_linha = z_l;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Cosenos diretores
mod_xlinha = sqrt(x_linha(1)^2 + x_linha(2)^2 + x_linha(3)^2);
mod_ylinha = sqrt(y_linha(1)^2 + y_linha(2)^2 + y_linha(3)^2);
mod_zlinha = sqrt(z_linha(1)^2 + z_linha(2)^2 + z_linha(3)^2);

c_tetax_x = x_linha(1)/mod_xlinha;      c_tetax_y = x_linha(2)/mod_xlinha;
c_tetax_z = x_linha(3)/mod_xlinha;      c_tetay_x = y_linha(1)/mod_ylinha;
c_tetay_y = y_linha(2)/mod_ylinha;      c_tetay_z = y_linha(3)/mod_ylinha;
c_tetaz_x = z_linha(1)/mod_zlinha;      c_tetaz_y = z_linha(2)/mod_zlinha;
c_tetaz_z = z_linha(3)/mod_zlinha;

tetax_x = acos(x_linha(1)/mod_xlinha)*180/pi;      tetax_y = acos(x_linha(2)/mod_xlinha)*180/pi;
tetax_z = acos(x_linha(3)/mod_xlinha)*180/pi;      tetay_x = acos(y_linha(1)/mod_ylinha)*180/pi;
tetay_y = acos(y_linha(2)/mod_ylinha)*180/pi;      tetay_z = acos(y_linha(3)/mod_ylinha)*180/pi;

```

```

tetaz_x = acos(z_linha(1)/mod_zlinha)*180/pi;      tetaz_y = acos(z_linha(2)/mod_zlinha)*180/pi;
tetaz_z = acos(z_linha(3)/mod_zlinha)*180/pi;

cos_dir = [c_tetax_x  c_tetax_y  c_tetax_z
           c_tetay_x  c_tetay_y  c_tetay_z
           c_tetaz_x  c_tetaz_y  c_tetaz_z]

ang_dir = [tetax_x  tetax_y  tetax_z
           tetay_x  tetay_y  tetay_z
           tetaz_x  tetaz_y  tetaz_z];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Angulos de rotaçao alpha, beta, gamma

mat = cos_dir;

if( abs(mat(3,3))<.00001 | abs(mat(2,2))<.00001 )
    angulos=-1;
    return;
end

alpha = atan2(-mat(1,2),mat(2,2));
beta = asin(mat(3,2));
gama = atan2(-mat(3,1),mat(3,3));

angulos = [alpha,beta,gama]
ang_rot = [alpha,beta,gama]*180/pi
return

% hold on, plot3( 100*[0,cos_dir(1,1)] , 100*[0,cos_dir(1,2)] , 100*[0,cos_dir(1,3)] , 'b')
% hold on, plot3( 100*[0,cos_dir(2,1)] , 100*[0,cos_dir(2,2)] , 100*[0,cos_dir(2,3)] , 'm')
% hold on, plot3( 100*[0,cos_dir(3,1)] , 100*[0,cos_dir(3,2)] , 100*[0,cos_dir(3,3)] , 'g')

% hold on, plot3( 100*[0,1] , [0,0] , [0,0], 'r')
% hold on, plot3( [0,0] , 100*[0,1] , [0,0], 'r')
% hold on, plot3( [0,0] , [0,0] , 100*[0,1], 'r')

```

## ANEXO E

Programa de geração da família de trajetórias da variável  $m$

```
% Tracado da família de trajetorias do pe do robo para diversos valores de m

clear all, close all
R = 200;
ra = 2.7; % ra = R/r
r = R/ra;
L = 2*r;
m = [-75:15:90];
n = -1.5*r;

teta2 = 30*pi/180;
teta9 = 0*pi/180;

alpha = 0; % primeira rotacao - em torno de z
beta = 0; % segunda rotacao - em torno de x
gama = 0; % terceira rotacao - em torno de y

sinteta3 = (sin(teta2))/ra;
costeta3 = sqrt(1-(sinteta3)^2);

% Calculando o ponto A
xa = 0;
ya = 0;
za = 0;

% Calculando o ponto B
xb = -sin(alpha)*cos(beta)*R;
yb = cos(alpha)*cos(beta)*R;
zb = sin(beta)*R;

% início da movimentação do perna
for j = 1 : size(m,2)
    i = 0;
    tf = 1; % tempo de execucao
    for t = 0 : 0.005 : tf
        i = i+1;
        teta1 = variarg(0*pi/180, 359*pi/180, t, tf);
        sinteta4 = (sin(teta1)*cos(teta2)-sin(teta1)*costeta3)/(1-cos(teta2)*costeta3-
            cos(teta1)*sin(teta2)*sinteta3);
        costeta4 = (cos(teta1)-cos(teta1)*cos(teta2)*costeta3-sin(teta2)*sinteta3)/(1-cos(teta2)*costeta3-
            cos(teta1)*sin(teta2)*sinteta3);
        % Calculando o ponto C
        xc(j,i) = (cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4
            +sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)-sin(alpha)*cos(beta)*(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)
```

```
*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+(cos(alpha)*sin(gama)+sin(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*sinteta3
*sinteta4*R;
```

```
yc(j,i) = (sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4
+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+cos(alpha)*cos(beta)*(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)
*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+(sin(alpha)*sin(gama)-cos(alpha)*sin(beta)*cos(gama))*sinteta3
*sinteta4*R;
```

```
zc(j,i) = -cos(beta)*sin(gama)*(-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)
+sin(beta)*(-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+cos(beta)*cos(gama)
*sinteta3*sinteta4*R;
```

```
% Calculando o ponto D
```

```
xd(j,i) = -(cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*sin(teta1)*r-sin(alpha)*cos(beta)
*cos(teta1)*r;
```

```
yd(j,i) = -(sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*sin(teta1)*r+cos(alpha)*cos(beta)
*cos(teta1)*r;
```

```
zd(j,i) = cos(beta)*sin(gama)*sin(teta1)*r+sin(beta)*cos(teta1)*r;
```

```
% Calculando o ponto P
```

```
xp(j,i) = (cos(alpha)*cos(gama)-sin(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*((-cos(teta1)*costeta3*costeta4
+sin(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-cos(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4
+sin(teta1)*costeta4)*m(j)+((-cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)
*sinteta3*cos(teta9))*n-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)-sin(alpha)
*cos(beta)*((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3
*sin(teta9))*L-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*m(j)+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4
-cos(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+sin(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4
-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+(cos(alpha)*sin(gama)+sin(alpha)*sin(beta)*cos(gama))
*((sinteta3*costeta4*cos(teta9)-costeta3*sin(teta9))*L+sinteta3*sinteta4*m(j)+(sinteta3*costeta4
*sin(teta9)+costeta3*cos(teta9))*n+sinteta3*sinteta4*R);
```

```
yp(j,i) = (sin(alpha)*cos(gama)+cos(alpha)*sin(beta)*sin(gama))*((-cos(teta1)*costeta3*costeta4
+sin(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-cos(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4
+sin(teta1)*costeta4)*m(j)+((-cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)
*sinteta3*cos(teta9))*n-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+cos(alpha)
*cos(beta)*((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3
*sin(teta9))*L-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*m(j)+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4
-cos(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+sin(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4
-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+(sin(alpha)*sin(gama)-cos(alpha)*sin(beta)*cos(gama))
*((sinteta3*costeta4*cos(teta9)-costeta3*sin(teta9))*L+sinteta3*sinteta4*m(j)+(sinteta3*costeta4
*sin(teta9)+costeta3*cos(teta9))*n+sinteta3*sinteta4*R);
```

```
zp(j,i) = -cos(beta)*sin(gama)*((-cos(teta1)*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)
-cos(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(cos(teta1)*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*m(j)+((-cos(teta1)
*costeta3*costeta4+sin(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+cos(teta1)*sinteta3*cos(teta9))*n-(cos(teta1)
*costeta3*sinteta4+sin(teta1)*costeta4)*R-sin(teta1)*r)+sin(beta)*((-sin(teta1)*costeta3*costeta4
-cos(teta1)*sinteta4)*cos(teta9)-sin(teta1)*sinteta3*sin(teta9))*L-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4
-cos(teta1)*costeta4)*m(j)+((-sin(teta1)*costeta3*costeta4-cos(teta1)*sinteta4)*sin(teta9)+sin(teta1)
*sinteta3*cos(teta9))*n-(sin(teta1)*costeta3*sinteta4-cos(teta1)*costeta4)*R+cos(teta1)*r)+cos(beta)
*cos(gama)*((sinteta3*costeta4*cos(teta9)-costeta3*sin(teta9))*L+sinteta3*sinteta4*m(j)+(sinteta3
*costeta4*sin(teta9)+costeta3*cos(teta9))*n+sinteta3*sinteta4*R);
```

```
end
```

```
end
```

```
% xp = [xp' xp'];   yp = [yp' yp'];   zp = [zp' zp'];
```

```
% plotagem dos dados em 3D
```

```

% plot3(xp,yp,zp,'om','LineWidth',3,'MarkerEdgeColor','r','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',6);
figure(1)
const = 0;
subplot(2,2,1)
for jj = 1 : size(m,2)
    if jj == 1
    %     g1 = patch([xp(jj,:) xp(jj,end:-1:1)], [yp(jj,:) yp(jj,end:-1:1)], [zp(jj,:) zp(jj,end:-1:1)], 'k'), hold on
    %     set(g1, 'cdata', [1:length(xp) length(xp):-1:1],'edgecolor','flat','LineStyle','');
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:),'.'), hold on
    else
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:)), hold on
    %     plot3(xc(jj,:),yc(jj,:),zc(jj,:),'r','LineWidth',1.5), hold on
    %     plot3(xd(jj,:),yd(jj,:),zd(jj,:),'r','LineWidth',1.5), hold on
    %     plot3([xa, xb], [ya, yb], [za, zb],'k','LineWidth',2), hold on
        xlabel('EIXO X'); ylabel('EIXO Y'); zlabel('EIXO Z');
        title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' ra = ',num2str(ra), ' R = ',num2str(R),
' L = 1*r', ' m = [-90:15:90]', ' n = -1.5*r']);
        grid on, hold on, axis equal
    end
end

subplot(2,2,2)
for jj = 1 : size(m,2)
    if jj == 1
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:),'.'), hold on
    else
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:)), hold on
        xlabel('EIXO X'); ylabel('EIXO Y'); zlabel('EIXO Z');
    %     title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' ra = ',num2str(ra), ' R =
',num2str(R), ' L = 1*r', ' m = [-90:15:90]', ' n = -1.5*r']);
        grid on, hold on, axis equal
    end
    view([270 0])
end

subplot(2,2,3)
for jj = 1 : size(m,2)
    if jj == 1
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:),'.'), hold on
    else
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:)), hold on
        xlabel('EIXO X'); ylabel('EIXO Y'); zlabel('EIXO Z');
    %     title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' ra = ',num2str(ra), ' R =
',num2str(R), ' L = 1*r', ' m = [-90:15:90]', ' n = -1.5*r']);
        grid on, hold on, axis equal
    end
    view([360 0])
end

subplot(2,2,4)
for jj = 1 : size(m,2)
    if jj == 1
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:),'.'), hold on
    else
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:)), hold on
        xlabel('EIXO X'); ylabel('EIXO Y'); zlabel('EIXO Z');
    %     title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' ra = ',num2str(ra), ' R =
',num2str(R), ' L = 1*r', ' m = [-90:15:90]', ' n = -1.5*r']);

```

```

        grid on,      hold on,      axis equal
    end
    view(2)
end

figure(2)
for jj = 1 : size(m,2)
    if jj == 1
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:),'), hold on
    else
        plot3(xp(jj,:),yp(jj,:),zp(jj,:)), hold on
        xlabel('EIXO X'); ylabel('EIXO Y'); zlabel('EIXO Z');
        title(['tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' tt9 = ',num2str(teta9*180/pi), ' ra = ',num2str(ra), ' R = ',num2str(R),
' L = 1*r', ' m = [-90:15:90]', ' n = -1.5*r']);
        grid on,      hold on,      axis equal
    end
end

for jj = 1 : size(m,2)
    if jj <= 6
        figure(3)
        subplot(3,2,jj)
        plot(xp(jj,:), hold on
        plot(yp(jj,:), 'or', 'MarkerSize',3), hold on
        plot(zp(jj,:), '*k', 'MarkerSize',2), hold on
        title([' m = ',num2str(m(1,jj)), ' tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' R = ',num2str(R)]);
        grid
        xlim([0 201])
        if jj == 1
            legend('x', 'y', 'z')
        end
    elseif jj > 6
        figure(4)
        subplot(3,2,jj-6)
        plot(xp(jj,:), hold on
        plot(yp(jj,:), 'or', 'MarkerSize',3), hold on
        plot(zp(jj,:), '*k', 'MarkerSize',2), hold on
        title([' m = ',num2str(m(1,jj)), ' tt2 = ',num2str(teta2*180/pi), ' R = ',num2str(R)]);
    %     if jj == 7
    %         legend('x', 'y', 'z')
    %     end
        grid
        xlim([0 201])
    end
end
end

```

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)