

**DIANA MARIA CANCELLI**

**UM MODELO PARA A EVOLUÇÃO TÉRMICA DE  
LAGOS PROFUNDOS**

Curitiba

2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**DIANA MARIA CANCELLI**

**UM MODELO PARA A EVOLUÇÃO TÉRMICA DE  
LAGOS PROFUNDOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial  
para a obtenção do grau de Mestre em Ciências,  
Programa de Pós-Graduação em Métodos Nu-  
méricos em Engenharia do Setor de Tecnologia  
e Ciências Exatas da Universidade Federal do  
Paraná

Orientador: Nelson Luis da Costa Dias.

Curitiba

2006

# TERMO DE APROVAÇÃO

Dedivatória

**DIANA MARIA CANCELLI**

## UM MODELO PARA A EVOLUÇÃO TÉRMICA DE LAGOS PROFUNDOS

Dissertação aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia dos Setores de Tecnologia e Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

Nelson Luis Dias

Nelson Luis da Costa Dias, PhD.  
Departamento de Transportes, UFPR

Antônio Ocimar Manzi, Dr.  
Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, INPA

Maurício Felga Gobbi, PhD.  
Departamento de Transportes, UFPR

Curitiba, 06 de setembro de 2006

# Dedicatória

Aos meus pais,

por permitirem que eu seguisse meu caminho.

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer inicialmente ao meu orientador, Prof. Nelson Dias, o qual admiro, respeito e tenho como exemplo profissional; agradeço por ter guiado meu trabalho desde a graduação, por sempre ter sido exigente e por ter acreditado que eu teria capacidade para desenvolver este trabalho.

Agradeço ao Prof. Maurício F. Gobbi por suas aulas na graduação e na pós-graduação, pelas inúmeras vezes que ajudou a solucionar problemas e dúvidas relativas a este trabalho e por sua participação na minha banca de defesa.

Agradeço também ao Prof. Antônio O. Manzi pela gentileza de se deslocar de Manaus até Curitiba para colaborar com o meu trabalho e participar de minha banca de defesa.

Agradeço ao PPGMNE – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – e à UFPR – Universidade Federal do Paraná – por terem me dado a oportunidade de fazer esta pós-graduação e por disponibilizar professores, infraestrutura e espaço físico a mim e a todos os alunos do programa de pós-graduação.

Agradeço ao Lemma – Laboratório de Estudos em Monitoramento e Modelagem Ambiental – por ter me acolhido durante parte da minha graduação em Engenharia Ambiental e durante todo o tempo desta pós-graduação. Agradeço principalmente àqueles que de uma forma ou de outra tornaram possível o meu trabalho e que também trabalharam muito para ele pudesse ser realizado da melhor maneira possível: Sandro Sanchez, Sandro Vissotto, Nelson L. Dias, Henrique F. Duarte e em especial Leocádio Grodzki e Selma R. Maggiotto que sempre sanaram minhas dúvidas relativas aos dados e à estação micrometeorológica.

Agradeço a FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. que financiou parte deste trabalho

através do Projeto Delta-F – Estudos de Evaporação e Evapotranspiração no Reservatório de Furnas – desenvolvido pelo Lemma e também por ter cedido dados indispensáveis no desenvolvimento desta dissertação.

Agradeço a CEMIG – Centrais Elétricas de Minas Gerais – por ter gentilmente cedido parte dos dados utilizados neste trabalho.

Agradeço ao Instituto Tecnológico Simepar pelo apoio financeiro e pelo espaço físico cedido ao Lemma e conseqüentemente a mim.

Agradeço a todos os meus colegas do Lemma pela adorável e alegre convivência durante todo este tempo.

Cabe um agradecimento especial ao meu namorado, amigo e colega de trabalho Henrique F. Duarte que por tantas vezes me apoiou e me ajudou, tanto no meu trabalho como nos meus problemas pessoais.

Finalmente agradeço ao meu pai Daniel Cancelli e minha mãe Geci M. Cancelli, ao meu irmão Cristiano Cancelli, à minha tia Joene Novello, meu tio Luis Novello e minha prima Andréia Novello pois foram pessoas fundamentais para que eu chegasse até aqui e sempre me apoiaram, me entenderam e respeitaram minhas decisões.

Obrigada a todos vocês!

# Epígrafe

O mais importante é nunca deixar de acreditar que as coisas sempre podem dar certo.



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xxii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xxvii</b>
<b>Resumo</b>	<b>xxviii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentação teórica</b>	<b>7</b>
2.1 Camada limite atmosférica . . . . .	7
2.2 Temperaturas potencial e virtual . . . . .	8
2.3 Método de covariâncias turbulentas . . . . .	9
2.4 Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov e equações de transferência . . . . .	12
2.4.1 Equações de transferência de $\tau$ , $H$ e $LE$ . . . . .	15
2.5 Umidade atmosférica . . . . .	16
2.6 Radiação líquida na superfície . . . . .	18

2.7	Balço de energia .....	21
2.7.1	Razão de Bowen .....	22
2.8	Cálculo da taxa de variação de entalpia .....	23
2.9	Método Numérico – O método de diferenças finitas .....	23
2.9.1	Equações diferenciais parciais e condições de contorno .....	24
2.9.2	Método de diferenças finitas .....	27
2.9.3	Condições de contorno .....	34
2.9.4	Conservação da energia – Equação da difusão .....	36
2.9.5	Consistência, estabilidade e convergência .....	37
<b>3</b>	<b>Revisão bibliográfica</b>	<b>39</b>
3.1	Fluxos superficiais de energia .....	39
3.2	Evolução térmica em um lago .....	44
<b>4</b>	<b>Região de estudo e dados utilizados</b>	<b>55</b>
4.1	O Reservatório de Furnas .....	55
4.2	Dados utilizados .....	57
4.2.1	Estação Guapé .....	64
4.3	Tratamento dos dados .....	68
4.3.1	Rotação de coordenadas .....	69
4.3.2	Rosa dos ventos .....	71
4.3.3	Preenchimento de falhas .....	74
<b>5</b>	<b>Fluxos de energia na superfície do lago</b>	<b>82</b>

5.1	Funções de correção de estabilidade e rugosidades .....	84
5.2	Função de correção para $LE$ medido .....	87
5.3	Resultados e análise .....	88
5.3.1	Controle de qualidade dos dados .....	89
5.3.2	Fluxos superficiais com $z_{0\tau}$ constante .....	92
5.3.3	Fluxos superficiais com $\Psi \neq 0$ e $z_{0\tau}$ variável .....	97
5.3.4	Fluxos superficiais com $\Psi = 0$ e $z_{0\tau}$ variável .....	107
5.4	Conclusões .....	111
<b>6</b>	<b>Um modelo para a evolução térmica do lago</b> .....	<b>119</b>
6.1	Formulação do modelo matemático de evolução térmica .....	120
6.2	O modelo de Hostetler e Bartlein (1990) – MHB .....	123
6.3	Modelo modificado – MHB-mod .....	124
6.4	Estabilização de perfis .....	126
6.5	Discretização do modelo .....	130
6.5.1	Discretização da equação diferencial .....	131
6.5.2	Condição de contorno no fundo do lago .....	134
6.5.3	Condição de contorno na superfície do lago .....	135
6.5.4	O sistema tridiagonal de equações lineares .....	137
6.6	Simulações .....	138
6.6.1	Evolução temporal dos perfis de temperatura .....	141
6.6.2	Conservação da energia .....	144

6.6.3	Perfis medidos e calculados .....	146
6.6.4	Comportamento dos coeficientes $K(z, t)$ .....	151
6.6.5	Taxas de variação de entalpia .....	155
6.6.6	Fluxos superficiais do modelo .....	156
6.6.7	Conclusões .....	166
<b>7</b>	<b>Conclusões e recomendações</b>	<b>169</b>
<b>Apêndice A – Variáveis para o cálculo das radiações</b>		<b>174</b>
A.1	Coeficientes para o cálculo de $R_{sic}$ .....	174
A.2	Cálculo de $H_{sv}$ – Hora solar verdadeira .....	175
A.3	Cálculo de $\alpha_{sw}$ – Albedo de onda curta .....	175
<b>Apêndice B – Obtenção de <math>R_i</math> e <math>K(z, t)</math></b>		<b>177</b>
B.1	$R_i$ e $K(z, t)$ por Henderson-Sellers (1985) .....	177
B.2	$R_i$ e $K(z, t)$ por Babajimopoulos e Papadopoulos (1986) .....	178
<b>Apêndice C – Soluções numéricas para equação da difusão utilizando o MDF</b>		<b>180</b>
C.1	Teste 1 .....	182
C.2	Teste 2 .....	183
C.3	Teste 3 .....	184
C.4	Teste 4 .....	185
C.5	Teste 5 .....	186
C.6	Resultados .....	190

C.6.1	Observações .....	196
<b>Apêndice D – Funções de interpolação para hora e dados</b>		<b>197</b>
<b>Apêndice E – Rotinas para estabilização de perfil de temperatura</b>		<b>199</b>
E.1	Rotina <i>fix_profile</i> .....	199
E.2	Rotina <i>change_profile</i> .....	200
<b>Apêndice F – Testando o MHB-mod com outros valores de <math>\Delta t</math></b>		<b>202</b>
F.1	Conservação da energia .....	202
F.2	Evolução temporal dos perfis de temperatura .....	205
F.3	Perfis de temperatura .....	206
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>210</b>

# Lista de Figuras

2.1	Evolução da camada limite para tempo bom. Adaptada de Stull (1995). . . . .	8
2.2	Solução de uma equação diferencial parcial. Fonte: Fortuna (2000). . . . .	26
2.3	Malha uniforme para diferenças finitas nas variáveis $x$ e $t$ destacando um ponto P. . . . .	27
2.4	Diferentes formas de discretização de diferenças finitas. . . . .	29
2.5	Pontos de malha utilizados no método de Euler explícito. . . . .	31
2.6	Pontos de malha utilizados no método implícito de diferenças finitas. . . . .	34
2.7	Pontos fictícios no eixo $x$ . . . . .	36
2.8	Teorema de Lax. Fonte: Fortuna (2000). . . . .	38
4.1	Bacia hidrográfica de Furnas. Fonte: Kan (2005). . . . .	56
4.2	Curva cota-área do Lago de Furnas (FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A., 2005 e 2006). . . . .	58
4.3	Nível d'água do Reservatório de Furnas (FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A., 2005 e 2006). A barra vertical representa o início de operação da estação micrometeorológica Guapé (em 13/06/2003). . . . .	59
4.4	Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em agosto de 2003. . . . .	60
4.5	Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em novembro de 2003. . . . .	60
4.6	Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em junho de 2004. . . . .	61
4.7	Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em setembro de 2004. . . . .	61

4.8	Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em dezembro de 2004. . . . .	62
4.9	Localização espacial dos pontos de medição de perfis de temperatura da água (Turvo, Guapé, Fama, Barranco Alto e Porto Fernandes), da estação micrometeorológica Guapé (E.M.Guapé) e da estação Carmo. . . . .	63
4.10	Vistas a partir da torre da Estação Guapé (junho de 2003). . . . .	64
4.11	Detalhes do anemômetro sônico e da sonda capacitiva. . . . .	66
4.12	Equipamento de medição da temperatura do ar - termopar. . . . .	66
4.13	Sonda capacitiva <i>CS500</i> , anemômetro sônico <i>Young 81000</i> e termopar instalados na torre. . . . .	67
4.14	Sistema de medição da temperatura da superfície da água. . . . .	67
4.15	Posições relativas dos eixos coordenados e das direções cardeais no anemômetro <i>Young 81000</i> . O triedro $x_0, y_0, z_0$ é positivamente orientado, com $z_0$ apontando para cima (DIAS et al., 2004). . . . .	70
4.16	Posição da torre instalada dentro do Lago de Furnas e ângulos ( $\alpha_x$ ) de velocidade do vento. . . . .	72
4.17	Rosa dos ventos do ponto onde está instalada e estação Guapé. . . . .	73
4.18	Comparação entre as temperaturas do ar das estações Carmo $\theta_{ac}$ e Guapé $\theta_{ag}$ e respectiva função de ajuste $f(\theta_{ac})$ . . . . .	75
4.19	Série de temperaturas médias horárias do ar preenchida. . . . .	76
4.20	Comparação entre as umidades relativas do ar das estações Carmo $y_c$ e Guapé $y_g$ e respectiva função de ajuste $f(y_c)$ . . . . .	76
4.21	Série de médias horárias de umidades relativas do ar preenchida. . . . .	77
4.22	Comparação entre as radiações solares incidentes medidas nas estações Carmo $R_{sic}$ e Guapé $R_{sig}$ e respectiva função de ajuste $f(R_{sic})$ . . . . .	78

4.23	Série de radiação solar incidente preenchida (médias horárias). . . . .	78
4.24	Comparação entre as médias horárias de velocidade do vento medidas nas estações Carmo $u_c$ e Guapé $u_g$ e respectiva função de ajuste $f(u_c)$ . . . . .	79
4.25	Série de médias horárias de velocidade do vento com as falhas preenchidas. . . . .	80
4.26	Temperaturas da superfície da água $T_0$ medidas na estação Guapé. . . . .	81
5.1	Fluxos de calor latente medidos $LE_\gamma$ e estimados $LE_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ com $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	94
5.2	Fluxos de calor latente medidos $LE_\gamma$ e estimados $LE_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ com $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$ e $\Psi = 0$ . . . . .	95
5.3	Fluxos de calor sensível medidos $H_{med}$ e estimados $H_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ com $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	95
5.4	Fluxos de calor sensível medidos $H_{med}$ e estimados $H_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de com $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$ e $\Psi = 0$ . . . . .	96
5.5	Fluxos de calor latente medidos $LE_\gamma$ e estimados $LE_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	98
5.6	Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos $LE_\gamma$ e estimados $LE_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $50 \text{ W m}^{-2}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	98
5.7	Fluxos de calor sensível medidos $H_{med}$ e estimados $H_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	99
5.8	Fluxos de <i>momentum</i> medidos $\tau_{med}$ e estimados $\tau_{est}$ ( <i>runs</i> de 30 minutos) para $\Psi \neq 0$ . . . . .	100
5.9	Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos $H_{med}$ e estimados $H_{est}$ juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $20 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ e $\Psi \neq 0$ . . . . .	100



5.10 Médias diárias dos fluxos de <i>momentum</i> medidos $\tau_{med}$ e estimados $\tau_{est}$ para $\Psi \neq 0$ . . . . .	101
5.11 Médias de $u_{*est}$ e $LE_{est}/LE_{\gamma}$ para os <i>runs</i> de 30 minutos em intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $LE_{\gamma}$ ( $\Psi \neq 0$ ). . . . .	102
5.12 Médias de $u_{*est}$ e $H_{est}/H_{med}$ para os <i>runs</i> de 30 minutos em intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ ( $\Psi \neq 0$ ). . . . .	102
5.13 Comportamento da variável de estabilidade de Monin-Obukhov $\zeta$ ( $\Psi \neq 0$ ). . . . .	104
5.14 Comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov $L_0$ ( $\Psi \neq 0$ ). . . . .	104
5.15 Comparação entre as temperaturas do ar $\bar{\theta}_a$ e da superfície da água $T_0$ . . . . .	105
5.16 Fluxos de calor latente para valores de $\zeta > 0$ e $\zeta < 0$ ( $\Psi \neq 0$ e $z_{0\tau}$ variável). . . . .	106
5.17 Fluxos de calor sensível para valores de $\zeta > 0$ e $\zeta < 0$ ( $\Psi \neq 0$ e $z_{0\tau}$ variável). . . . .	106
5.18 Fluxos de calor latente medidos $LE_{\gamma}$ e estimados $LE_{est}$ , com $\Psi'_s = 0$ , juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ . . . . .	108
5.19 Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos $LE_{\gamma}$ e estimados $LE_{est}$ , com $\Psi'_s = 0$ , juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de $50 \text{ W m}^{-2}$ . . . . .	108
5.20 Fluxos de calor sensível medidos $H_{med}$ e estimados $H_{est}$ sobre o Lago de Furnas juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ e para $\Psi = 0$ . . . . .	109
5.21 Médias diárias dos fluxos de calor sensível $H$ juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de $20 \text{ W m}^{-2}$ considerando $\Psi = 0$ . . . . .	109
5.22 Fluxos de <i>momentum</i> $\tau$ sobre o Lago de Furnas considerando $\Psi'_s = 0$ . . . . .	110
5.23 Médias diárias dos fluxos de <i>momentum</i> $\tau$ sobre o Lago de Furnas considerando $\Psi'_s = 0$ . . . . .	110

5.24 Razões de Bowen entre os fluxos medidos ( $Bo_{med}$ ) e entre as equações de transferência ( $Bo_{est}$ ). . . . .	113
5.25 Comparação entre os fluxos de calor sensível $H_{med}$ e calor sensível virtual medido $H_v$ juntamente com as médias e desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ . . . . .	114
5.26 Comparação entre os fluxos de calor latente medido pelo LI-7500 ( $LE_{LI-7500}$ ) e calor latente medido $LE_\gamma$ em $\text{W m}^{-2}$ . . . . .	115
6.1 Volume de controle de um lago. . . . .	122
6.2 Perfil de temperatura $T$ antes da estabilização (linha contínua) e após a estabilização $T_m$ (linha pontilhada). . . . .	127
6.3 Perfil de temperatura estabilizado. . . . .	129
6.4 Evolução temporal da temperatura da água em sua camada superficial: testes com e sem estabilização de perfis. . . . .	130
6.5 Condição inicial utilizada. . . . .	140
6.6 Evolução temporal dos perfis de temperatura obtidos através do MHB. . . . .	142
6.7 Evolução temporal dos perfis de temperatura obtidos através do MHB-mod. . . . .	142
6.8 Temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB. . . . .	143
6.9 Temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod. . . . .	143
6.10 Comparação entre a variação interna de energia ( $\dot{v}_i$ ) e a entrada de energia ( $\dot{e}$ ) para o MHB. . . . .	145
6.11 Comparação entre a variação interna de energia ( $\dot{v}_i$ ) e a entrada de energia ( $\dot{e}$ ) para o MHB-mod. . . . .	145
6.12 Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Agosto de 2003. . . . .	148

6.13	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Novembro de 2003. . . . .	149
6.14	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Junho de 2004. . . . .	149
6.15	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Setembro de 2004. . . . .	150
6.16	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Novembro de 2004. . . . .	150
6.17	Perfis dos coeficientes de difusividade turbulenta referentes aos perfis de temperatura simulados pelo MHB. . . . .	153
6.18	Perfis dos coeficientes de difusividade turbulenta referentes aos perfis de temperatura simulados pelo MHB-mod. . . . .	154
6.19	Taxas de variação de entalpia estimadas a partir dos perfis simulados pelo MHB e pelo MHB-mod. . . . .	156
6.20	Radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB. . . . .	158
6.21	Médias diárias das radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB. . . . .	158
6.22	Radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB-mod. . . . .	159
6.23	Médias diárias das radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB-mod. . . . .	159
6.24	Fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $LE_{\gamma}$ . . . . .	160
6.25	Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB. . . . .	161
6.26	Fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $LE_{\gamma}$ . . . . .	162

6.27 Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod. ....	162
6.28 Fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB e respectivas médias e desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ . ....	163
6.29 Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB. ....	164
6.30 Fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de $10 \text{ W m}^{-2}$ de $H_{med}$ . ....	164
6.31 Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod. ....	165
6.32 Comparação entre os balanços de energia ou condição de contorno na superfície do lago simulados pelo MHB e MHB-mod. ....	167
C.1 Comparação entre os testes 1-A, 2-A e a respectiva solução analítica. ....	191
C.2 Comparação entre os testes 1-B, 2-B e a respectiva solução analítica. ....	191
C.3 Diferença entre os valores de $\Delta U$ e $Q$ para os testes 3-A e 4-A. ....	192
C.4 Resultados obtidos em $x_0$ para os testes 3-A e 4-A. ....	192
C.5 Diferença entre os valores de $\Delta U$ e $Q$ para os testes 3-B, 4-B e 5-B. ....	193
C.6 Resultados obtidos em $x_0$ para os testes 3-B, 4-B e 5-B. ....	193
C.7 Diferença entre os valores de $\Delta U$ e $Q$ para os testes 3-C e 4-C. ....	194
C.8 Resultados obtidos em $x_0$ para os testes 3-C, e 4-C. ....	194
C.9 Diferença entre os valores de $\Delta U$ e $Q$ para o teste 5-D. ....	195
C.10 Resultados obtidos em $x_0$ para o teste 5-D. ....	195

F.1	Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com $\Delta t = 1$ min e $\Delta z = 0,5$ m (MHB-mod). . . . .	203
F.2	Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com $\Delta t = 2$ min e $\Delta z = 0,5$ m (MHB-mod). . . . .	203
F.3	Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com $\Delta t = 5$ min e $\Delta z = 0,5$ m (MHB-mod). . . . .	204
F.4	Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com $\Delta t = 10$ min e $\Delta z = 0,5$ m (MHB-mod). . . . .	204
F.5	Comparação entre as temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod com $\Delta t = 1$ min e $\Delta z = 0,5$ m. . . . .	205
F.6	Comparação entre as temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod com $\Delta t = 2$ min e $\Delta z = 0,5$ m. . . . .	206
F.7	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e $\Delta z = 0,5$ m.	207
F.8	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e $\Delta z = 0,5$ m.	207
F.9	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e $\Delta z = 0,5$ m.	208
F.10	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e $\Delta z = 0,5$ m.	208
F.11	Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e $\Delta z = 0,5$ m.	209

## Lista de Tabelas

1.1	Maiores reservatórios de usinas hidrelétricas no Brasil: localização, área superficial e capacidade de geração de energia elétrica aproximadas. ....	2
4.1	Latitudes e longitudes aproximadas dos pontos de medição dos perfis de temperatura. ....	59
4.2	Distâncias aproximadas da estação micrometeorológica Guapé até os pontos de terra mais próximos. ....	65
4.3	Sensores, fabricantes, modelos e variáveis medidas. ....	68
4.4	Porcentagem de cada uma das direções do vento. ....	73
4.5	VIÉS e REMQ entre os dados médios horários das estações Carmo e Guapé antes do preenchimento. ....	74
5.1	Variáveis e valores desconsiderados (filtrados). -999999,0 indica falha de medição ou então que a variável não pôde ser estimada devido a essa falha. ....	89
5.2	<i>Runs</i> cuja comparação entre $LE_{\gamma}$ e $LE_{est}$ resultaram em valores muito diferentes e possíveis justificativas. ....	92
5.3	VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente $LE$ e calor sensível $H$ calculados com $z_{0\tau}$ constante. ....	94
5.4	VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente $LE$ , calor sensível $H$ e <i>momentum</i> $\tau$ medidos e estimados considerando $\Psi'_s \neq 0$ e médias de 30 minutos. ....	103
5.5	VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente $LE$ , calor sensível $H$ e <i>momentum</i> $\tau$ medidos e estimados considerando $\Psi'_s \neq 0$ e médias diárias. ....	103

5.6	VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente $LE$ , calor sensível $H$ e <i>momentum</i> $\tau$ medidos e estimados considerando $\Psi's = 0$ e as médias de 30 minutos. ....	111
5.7	VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente $LE$ , calor sensível $H$ e <i>momentum</i> $\tau$ medidos e estimados considerando $\Psi's = 0$ e médias diárias. ....	111
5.8	Evaporações diárias medidas $E_{med}$ e estimadas $\bar{E}$ em milímetros. -999999,0 indica que o valor não pôde ser calculado .....	117
6.1	Datas de medição dos perfis de temperatura da água em Turvo e em Guapé. ....	146
6.2	Intervalos considerados para o cálculo dos perfis médios simulados e respectivo número de horas utilizadas para o cálculo dos perfis médios de temperatura. ....	147
6.3	Taxas de variação de entalpia entre os perfis médios entre Turvo e Guapé. ....	155
6.4	Taxas de variação de entalpia para os perfis simulados pelo MHB e pelo MHB- mod. ....	155
6.5	Viés e REMQ entre os fluxos medidos e os calculados pelo MHB e pelo MHB- mod para as médias horárias. ....	166
6.6	Viés e REMQ entre os fluxos medidos e os calculados pelo MHB e pelo MHB- mod para as médias diárias. ....	166
6.7	Evaporações mensais obtidas a partir do fluxo de calor latente estimado pelo MHB-mod (em milímetros). ....	168
C.1	Conjuntos de $\Delta z's$ e $\Delta t's$ utilizados. ....	190
C.2	Testes realizados e conjuntos de $\Delta z$ e $\Delta t$ utilizados. ....	190
C.3	Raízes do erro médio quadrático. ....	196

## Lista de Abreviaturas e Siglas

Lemma	- Laboratório de Estudos em Monitoramento e Modelagem Ambiental
ANEEL	- Agência Nacional de Energia Elétrica
CEA	- Certificado de Energia Assegurada
CEMIG	- Companhia Energética de Minas Gerais
CLA	- Camada limite atmosférica
CRLE	- Complementary Relationship Lake Evaporation
IAPAR	- Instituto Agrônômico do Paraná
MBE	- Método do balanço de energia
MCT	- Método de Covariâncias Turbulentas
MDF	- Método de Diferenças Finitas
MHB	- Modelo de Hostetler e Bartlein
MHB-mod	- Modelo de Hostetler e Bartlein modificado
REMQ	- Raiz do erro médio quadrático
SIMEPAR	- Instituto Tecnológico Simepar
TSMO	- Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov
UFPR	- Universidade Federal do Paraná



# Lista de Símbolos

## Símbolos Romanos Minúsculos

$\frac{de_s}{d\theta}$	- derivada da pressão de saturação de vapor d'água	$\text{Pa K}^{-1}$
$\kappa$	- Constante de Von Kàrman	<i>adimensional</i>
$\bar{q}_0$	- Umidade específica do ar próximo à superfície da água	$\text{kg kg}^{-1}$
$\bar{q}_a$	- Umidade específica do ar	$\text{kg kg}^{-1}$
$\bar{u}$	- Velocidade média do vento	$\text{m s}^{-1}$
$\overline{w'\theta'_a}$	- Covariância entre a componente $w$ da velocidade do vento e a temperatura do ar $\theta_a$	$\text{m s}^{-1} \text{K}$
$\overline{w'\theta'_v}$	- Covariância entre a componente $w$ da velocidade do vento e temperatura virtual e de $\theta_v$	$\text{m K s}^{-1}$
$\overline{w'q'_a}$	- Covariância entre a componente $w$ da velocidade do vento e a umidade específica do ar $q_a$	$\text{m s}^{-1} \text{kg kg}^{-1}$
$\overline{w'u'}$	- Covariância entre as componentes $u$ e $w$ da velocidade do vento	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
$\vartheta$	- Ângulo zenital	<i>adimensional</i>
$\vec{u}$	- Vetor velocidade do vento	$\text{m s}^{-1}$
$c_p$	- Calor específico do ar à pressão constante	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$d$	- Dia do ano ou dia juliano	<i>dia</i>
$d_a$	- Número de dias do ano	<i>dia</i>
$d_p$	- Dia do ano correspondente ao perihélio	<i>dia</i>
$d_r$	- Dia do ano correspondente ao solstício de inverno	<i>dia</i>
$e$	- Excentricidade da órbita da Terra	<i>adimensional</i>
$e_0$	- Pressão de saturação de vapor d'água à temperatura da superfície	$\text{Pa}$

$e_a$	- pressão parcial de vapor d'água	$Pa$
$e_s$	- pressão de saturação de vapor d'água à temperatura $\theta$	$Pa$
$f(Ri)$	- Função de estabilidade/Função do número de Richardson	<i>adimensional</i>
$g$	- aceleração da gravidade	$ms^{-2}$
$h$	- Ângulo horário do sol	$rad$
$m_0$	- Massa de ar óptico	<i>adimensional</i>
$p$	- Pressão atmosférica local	$Pa$
$p_0$	- Pressão de referência	$Pa$
$q_{a*}$	- Escala de umidade específica do ar	$kg\,kg^{-1}$
$u$	- Componente horizontal da velocidade do vento	$ms^{-1}$
$u'$	- Flutuação da velocidade do vento	$ms^{-1}$
$u_*$	- Velocidade de fricção	$ms^{-1}$
$v$	- Componente horizontal da velocidade do vento	$ms^{-1}$
$w$	- Componente vertical da velocidade do vento	$ms^{-1}$
$w'$	- flutuação da velocidade vertical do vento	$ms^{-1}$
$w_{prec}$	- Água precipitável	$cm$
$y$	- Umidade relativa do ar	<i>adimensional</i>
$z$	- Altura de medição	$m$
$z_{0\tau}$	- Rugosidade superficial para o fluxo de <i>momentum</i>	$m$
$z_{0E}$	- Rugosidade superficial para o fluxo de calor latente ou evaporação	$m$
$z_{0H}$	- Rugosidade superficial para o fluxo de calor sensível	$m$

### Símbolos Romanos Maiúsculos

$\overline{T_a}$	- Temperatura do ar	$K$
$Bo$	- Razão de Bowen	<i>adimensional</i>
$C$	- Fator ou índice de nebulosidade	<i>adimensional</i>
$C$	- Matriz de Rotação das Covariâncias	<i>adimensional</i>

$C_\tau$	- Coeficiente de transferência de <i>momentum</i> ou coeficiente de arrasto	<i>adimensional</i>
$C_E$	- Coeficiente de transferência de vapor d'água	<i>adimensional</i>
$C_H$	- Coeficiente de transferência de calor	<i>adimensional</i>
$E_t$	- Equação do tempo	<i>s</i>
$F$	- Fator de integração	<i>adimensional</i>
$H$	- Fluxo de calor sensível	$W m^{-2}$
$H_0$	- Hora oficial local	<i>Horas</i>
$H_v$	- Fluxo de calor sensível virtual	$W m^{-2}$
$K_0$	- Difusividade turbulenta para condições neutras	$m^2 s^{-1}$
$L$	- Calor latente de vaporização	$J kg^{-1}$
$L_O$	- Comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov	<i>m</i>
$LE$	- Fluxo de calor latente	$W m^{-2}$
$R_e$	- Radiação emitida pela superfície	$W m^{-2}$
$R_l$	- Radiação líquida	$W m^{-2}$
$R_{ac}$	- Radiação atmosférica de céu claro	$W m^{-2}$
$R_{air}$	- Radiação atmosférica líquida de onda longa	$W m^{-2}$
$R_{ai}$	- Radiação atmosférica incidente	$W m^{-2}$
$R_{ar}$	- Radiação atmosférica refletida	$W m^{-2}$
$R_{s0}$	- Constante solar	$W m^{-2}$
$R_{sic}$	- Radiação solar incidente máxima ou de céu claro	$W m^{-2}$
$R_{sir}$	- Radiação solar líquida de ondas curtas	$W m^{-2}$
$R_{si}$	- Radiação solar incidente	$W m^{-2}$
$R_{sr}$	- Radiação solar refletida	$W m^{-2}$
$Ri$	- Número de Richardson	<i>adimensional</i>
$T_d$	- Temperatura do ponto de orvalho	<i>K</i>
$T_R$	- Coeficiente de transmissão para o espalhamento de Rayleigh	<i>adimensional</i>
$T_w$	- Coeficiente de transmissão para o vapor d'água	<i>adimensional</i>

$T_{aer}$	- Coeficiente de absorção e espalhamento por aerossóis	<i>adimensional</i>
$T_{pg}$	- Coeficiente de transmissão para a absorção por gases permanentes	<i>adimensional</i>
$Z$	- altitude	<i>m</i>

### Símbolos Gregos Minúsculos

$\alpha_v$	- Coeficiente de expansão volumétrica da água	$K^{-1}$
$\alpha_{lw}$	- Albedo de onda longa	<i>adimensional</i>
$\alpha_{sw}$	- Albedo de onda curta	<i>adimensional</i>
$\beta$	- Constante para o cálculo de Ri	<i>adimensional</i>
$\beta$	- Porcentagem de $R_{sir}$ absorvida na superfície	<i>adimensional</i>
$\delta$	- Declinação solar	<i>rad</i>
$\epsilon_a$	- Emissividade do ar	<i>adimensional</i>
$\epsilon_s$	- Emissividade da superfície	<i>adimensional</i>
$\epsilon_{ac}$	- Emissividade de céu claro	<i>adimensional</i>
$\eta$	- Coeficiente de extinção da luz na água	$m^{-1}$
$\eta$	- Distância Terra-Sol	<i>u.a.</i>
$\gamma$	- Constante psicrométrica	$Pa K^{-1}$
$\lambda$	- Comprimento de meio dia	<i>s</i>
$\lambda_0$	- Longitude do meridiano central do fuso horário que engloba o local	<i>graus</i>
$\lambda_r$	- Longitude oficial do local	<i>graus</i>
$\bar{\rho}$	- Densidade média do ar	$kg m^{-3}$
$\sigma$	- Constante de Stefan-Boltzmann	$W m^{-2} K^{-4}$
$\tau$	- Fluxo de <i>momentum</i>	$N m^{-2}$
$\tau_0$	- Tensor de Reynolds ou matriz de covariâncias	$m^2 s^{-1}$
$\theta$	- Temperatura	<i>K</i>
$\theta_a$	- Temperatura do ar	<i>K</i>
$\theta_{a*}$	- Escala de temperatura do ar	<i>K</i>
$\theta_{v*}$	- Escala de temperatura virtual	<i>K</i>

$\varphi$	- Latitude	<i>rad</i>
$\zeta$	- Variável de estabilidade de Monin-Obukhov	<i>adimensional</i>

### Símbolos Gregos Maiúsculos

$\Gamma$	- Ângulo diário	<i>Graus</i>
$\Phi$	- Gradiente adimensional	<i>adimensional</i>
$\Psi_E$	- Função de correção de estabilidade para a evaporação	<i>adimensional</i>
$\Psi_H$	- Função de correção de estabilidade para o fluxo de calor sensível	<i>adimensional</i>
$\Psi_\tau$	- Função de correção de estabilidade para o fluxo de <i>momentum</i>	<i>adimensional</i>

### Símbolos Gerais

$a$	- Constante	<i>adimensional</i>
-----	-------------	---------------------

# Abstract

In this work we present a model for the thermal evolution of deep lakes. The model was applied to Furnas lake, in the South of Minas Gerais State. Most data were collected at a micro-meteorological tower (Gaupé station), located over water in the lake. The station measures wind speed, air temperature and humidity, water surface temperature, net radiation, incoming and reflected solar radiation as well as the *momentum*, sensible heat and latent heat fluxes by means of the eddy covariance (EC) method. The data span the period July 2003–December 2004, a total of approximately 19 months of measurements. Besides direct measurement with the EC method, Monin-Obukhov Similarity Theory can be used to produce mass, heat and *momentum* transfer equations between the surface and the air above. Transfer equations based on Monin-Obukhov Similarity Theory and calibrated with measured surface fluxes were developed for use in the lake thermal evolution model. The transfer equations take into account both atmospheric stability and varying *momentum* roughness. There also seems to exist some advective effects from land influencing the sensible heat flux, although the station is well placed within the lake, with a minimum fetch of approximately 400 m from land. Thus, under conditions of small friction velocities, the measured sensible heat fluxes appear to be overestimated when compared to those derived from heat transfer equations. The thermal evolution model for a deep lake was derived from the one presented by Hostetler and Bartlein (1990). The modifications included surface fluxes estimated with transfer equations fully based on Monin-Obukhov Similarity Theory, and a new eddy diffusivity for heat in water based on the work by Babajimopoulos e Papadopoulos (1986): this has been found to influence significantly the water stratification and the depth of the thermocline. The simulated water profiles are usually in good agreement with measured ones, although point differences can be as large as 3°C. Qualitative agreement, however, including the depth of the thermocline, is usually fairly good.

## Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo para a evolução térmica de lagos profundos. O modelo foi aplicado ao Lago de Furnas, localizado no Sul do Estado de Minas Gerais. Foram utilizados dados medidos na estação micrometeorológica Guapé instalada dentro do Lago de Furnas. Nesta estação são realizadas medições de velocidade do vento, temperatura do ar, umidade do ar, temperatura da superfície da água, radiação líquida, radiação solar incidente e refletida além dos fluxos superficiais de *momentum*, calor sensível e latente através do Método de Covariâncias Turbulentas (MCT). No desenvolvimento desta dissertação são utilizados dados medidos entre junho de 2003 e dezembro de 2004 correspondendo a aproximadamente 19 meses de medições. Além das medições diretas com o MCT, a Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov pode ser usada para obter os fluxos de massa, calor e *momentum* através das equações de transferência. As equações de transferência baseadas na Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov e calibradas com medições de fluxos superficiais foram desenvolvidas para a utilização no modelo de evolução térmica. As equações de transferência consideram tanto a estabilidade atmosférica quanto a rugosidade superficial de *momentum* variável. Nós observamos que a estabilidade atmosférica é essencial para a obtenção de boas estimativas de fluxos com as equações de transferência. Sob condições de pequenas velocidades de fricção, as medições dos fluxos de calor sensível parecem estar subestimadas quando comparadas com os valores estimados a partir das equações de transferência. O modelo de evolução térmica para lagos profundos foi baseado em Hostetler and Bartlein (1990). As modificações realizadas incluem as estimativas dos fluxos superficiais com equações de transferência totalmente baseadas na Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov e uma nova parametrização para a difusividade turbulenta de calor na água baseada no trabalho de Babajimopoulos e Papadopoulos (1986): foi encontrada uma influência significativa na estratificação da água e na profundidade da termoclina. Os perfis de temperatura da água simulados são satisfatórios quando comparados com os perfis medidos e as diferenças de temperaturas entre eles chega a 3°C. As comparações são qualitativamente satisfatórias e os perfis simulados conseguem acompanhar a forma dos perfis medidos.

# 1 Introdução

Cerca de dois terços da superfície da Terra são cobertos por água. Destes dois terços estima-se que cerca de 97% estão nos oceanos. Dos 3% restantes cerca de 98% estão em reservatórios subterrâneos e menos de 2% estão em rios e lagos. Do total de água existente na Terra menos de 0,01% estão em lagos e reservatórios de água doce. Estes lagos podem ser naturais ou artificiais. Lagos ou reservatórios artificiais são construídos principalmente para servir como reservatórios de usinas hidrelétricas ou de abastecimento de água. Em alguns locais podem ter como função controlar cheias e até mesmo fazer com que o clima nas regiões adjacentes melhore. Um exemplo de lago criado com o objetivo de aumentar a umidade relativa das regiões próximas é o Lago Paranoá, localizado em Brasília.

Os reservatórios e lagos podem ter os mais variados tamanhos, formas, profundidades e áreas superficiais. Os maiores reservatórios de água no Brasil estão relacionados com a produção de energia elétrica. Atualmente existem cerca de 100 usinas hidrelétricas em operação no Brasil. A produção de energia elétrica dessas usinas varia de 0,7 MW na Usina Hidrelétrica Ivaí, instalada no município de Júlio de Castilhos no Paraná, até 14000 MW na Usina Hidrelétrica de Itaipu, instalada em Foz do Iguaçu na divisa entre Brasil e Paraguai. Em termos de área superficial, a Usina Hidrelétrica de Itaipu é a sétima maior do Brasil, no entanto possui a maior relação entre área inundada e capacidade de geração de energia instalada. Os sete maiores reservatórios de usinas hidrelétricas do Brasil em termos de área superficial são apresentados na tabela 1.1 juntamente com sua localização e capacidade de geração de energia. Como vemos nesta tabela, os reservatórios têm áreas superficiais muito grandes e obviamente quanto maior a área superficial maior será a quantidade/volume de água evaporada.



Usina	Localização (Estado)	Área superficial	Capacidade de geração de energia
Sobradinho	Rio São Francisco (BA)	4200 km <sup>2</sup>	1140 MW
Tucuruí	Rio Tocantins (PA)	2400 km <sup>2</sup>	4245 MW
Balbina	Rio Uatumã (AM)	2300 km <sup>2</sup>	250 MW
Porto Primavera	Rio Paraná (SP)	2250 km <sup>2</sup>	1540 MW
Serra da Mesa	Rio Tocantins (GO)	1780 km <sup>2</sup>	1275 MW
Furnas	Rio Grande (MG)	1440 km <sup>2</sup>	1216 MW
Itaipu	Rio Paraná (PR)	1350 km <sup>2</sup>	14000 MW

Tabela 1.1: Maiores reservatórios de usinas hidrelétricas no Brasil: localização, área superficial e capacidade de geração de energia elétrica aproximadas.

A crise energética ocorrida entre 2001 e 2002 serviu como alerta não só para a necessidade de se produzir mais energia elétrica mas também para a necessidade de se quantificar e estudar melhor os processos físicos relacionados ao balanço de massa dos reservatórios, principalmente quando se trata de evaporação. Sabe-se que estimativas de evaporação são essenciais para um bom planejamento e gerenciamento de recursos hídricos. Kelman et al. (2004) apresentam um método para o cálculo da energia firme em sistemas hidrelétricos. O conceito de energia firme foi inicialmente utilizado no dimensionamento de reservatórios de abastecimento de água com o objetivo de determinar a capacidade de armazenamento que asseguraria determinada vazão “firme” mesmo na ocorrência do período mais seco registrado no histórico. Conforme Kelman et al. (2004) após a última crise energética o setor elétrico criou e passou a utilizar o Certificado de Energia Assegurada (CEA) de uma usina hidrelétrica. Este certificado é uma versão probabilística da energia firme e também um parâmetro de grande impacto comercial pois determina a participação de cada usina hidrelétrica no chamado Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) utilizado pela ANEEL. Segundo Kelman et al. (2004), para que o sistema funcione adequadamente é necessário que o CEA reflita da maneira mais realista possível a capacidade efetiva de produção das usinas.

Resumidamente, a energia de um sistema firme corresponde à máxima produção contínua que pode ser obtida supondo a ocorrência do registro histórico de vazões. Kelman et al. (2004) apresentam e avaliam os fatores utilizados no cálculo da energia firme. Entre estes fatores estão irrigação, evaporação, limites de transmissão, vazões mínimas e perdas hidráulicas. Segundo os autores os efeitos de maior impacto sobre a energia firme são a transmissão e a evapora-

ção. Deste fato surge a necessidade de estimativas confiáveis de evaporação em cada um dos reservatórios para o planejamento da utilização e produção da energia elétrica.

Com o intuito de obter estimativas de evaporação mais realistas, foi instalada uma estação micrometeorológica dentro do Reservatório da Usina Hidrelétrica de Furnas, um dos maiores do país. Esta estação micrometeorológica, denominada Guapé, tem como objetivo a medição dos fluxos de massa, calor e *momentum* através do Método de Covariâncias Turbulentas (MCT). Esta estação foi instalada no município de Guapé, sul de Minas Gerais e custeada pelo Projeto Delta-F – Estudos de Evaporação e Evapotranspiração no Reservatório de Furnas (convênio entre Furnas Centrais Elétricas S.A. e o Lemma – UFPR/IAPAR/SIMEPAR). Juntamente com os fluxos são medidos velocidade do vento, temperatura do ar, umidade específica do ar, temperatura da superfície da água, radiação solar incidente e refletida, radiação líquida e precipitação.

Partindo dos dados medidos na estação micrometeorológica Guapé são estimados os fluxos superficiais de calor, *momentum* e vapor d'água utilizando respectivamente as equações de transferência de calor, *momentum* e vapor d'água. Estes fluxos estimados são comparados com as medições obtidas através do MCT. As estimativas dos fluxos superficiais são realizadas de duas formas. A primeira delas considera os efeitos da estabilidade atmosférica sobre a superfície da água e a segunda considera que a atmosfera sobre o lago é neutra. Ao considerar os efeitos da estabilidade atmosférica, funções de correção de estabilidade devem ser utilizadas no cálculo dos coeficientes de transferência. Outro fator importante para as equações de transferência é a parametrização das rugosidades superficiais para *momentum* e para os fluxos de calor latente e sensível. Boas estimativas de fluxos dependem de boas parametrizações para as rugosidades superficiais, principalmente para o *momentum*.

Outro fator importante quando se trata de reservatórios, sejam eles de usinas hidrelétricas ou para abastecimento de água, é a qualidade da água. Uma variável importante para a modelagem da qualidade da água é a temperatura em função da profundidade, ou seja, os perfis de temperatura. A temperatura da água influencia os processos químicos, físicos e biológicos que ocorrem em lagos e reservatórios. Quando ocorre descarga de matéria orgânica o reservatório

pode sofrer eutrofização; este processo pode ser influenciado pela temperatura da água e até mesmo pela temperatura do poluente.

Com séries de dados medidos de temperatura do ar, umidade relativa do ar, velocidade do vento e radiação solar incidente é possível obter perfis de temperatura da água. A obtenção destes perfis pode ser feita através de modelos de evolução térmica como o modelo utilizado por Hostetler e Bartlein (1990). Os modelos de evolução térmica em lagos podem ser acoplados a modelos de avaliação de mudanças climáticas, modelos atmosféricos de mesoescala e modelos de qualidade da água. No caso de grandes lagos a energia ou o calor armazenado pela massa de água pode influenciar as regiões vizinhas, conseqüentemente estes efeitos devem ser considerados em modelos de circulação regional. Estes perfis podem ainda ser utilizados no cálculo da entalpia da água e suas taxas de variação. As variações da temperatura da água são respostas aos fluxos de entrada e saída de energia através da superfície do lago. Essas entradas e saídas de energia correspondem ao que se chama de balanço de energia na superfície. Além de ser importante para a quantificação da evaporação, o balanço de energia pode ser a condição de contorno para a superfície no modelo de evolução térmica.

Os objetivos deste trabalho são:

- obtenção de estimativas de fluxos superficiais compatíveis com as medições utilizando uma boa parametrização para a rugosidade superficial de *momentum*; verificação da importância ou não de considerar os efeitos da estabilidade atmosférica nas estimativas de fluxos superficiais;
- implementação de um modelo para a evolução térmica em lagos profundos; mudança da parametrização para o coeficiente de difusividade turbulenta; mudança da forma de cálculo dos fluxos superficiais de calor latente e sensível; verificação da conservação de energia pelo método numérico utilizado neste modelo; obtenção das taxas de variação de entalpia no lago.

Uma descrição geral de cada capítulo desta dissertação é apresentada na seqüência.

No capítulo 2 são apresentados conceitos relacionados à camada limite atmosférica, temperaturas potencial e virtual, Método de Covariâncias Turbulentas (MCT), Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov (TSMO) e as equações de transferência de calor, massa e *momentum*. Também são apresentadas as formas de obtenção de variáveis como umidade atmosférica e radiação líquida na superfície, o método de balanço de energia e o cálculo da entalpia armazenada em um lago. Na última seção deste capítulo é apresentado o Método de Diferenças Finitas (MDF) utilizado no desenvolvimento do modelo de estratificação térmica de lagos.

A revisão bibliográfica é apresentada no capítulo 3 e está dividida em duas seções, uma relacionada aos fluxos superficiais e a outra aos modelos de estratificação térmica.

A região de estudo e os dados utilizados são descritos no capítulo 4. Este capítulo apresenta também o tratamento dos dados medidos na estação Guapé; este tratamento inclui a rotação de coordenadas e o preenchimento das falhas nas séries de dados de temperatura do ar, umidade relativa, radiação solar incidente e velocidade do vento. Estas séries de dados são utilizadas no modelo de evolução térmica do lago.

O capítulo 5 trata dos fluxos medidos e estimados sobre o Lago de Furnas. As funções de correção de estabilidade atmosférica utilizadas para a obtenção das estimativas dos fluxos superficiais são apresentadas na seção 5.1. Também são mostradas as comparações entre os valores medidos e estimados dos fluxos de *momentum*, calor latente e calor sensível para os casos de atmosfera neutra e não neutra. O comportamento de variáveis relacionadas com a estabilidade atmosférica como o comprimento e a variável de estabilidade de Monin-Obukhov também são apresentados neste capítulo.

O modelo de evolução térmica de lagos é apresentado no capítulo 6. Este capítulo inclui a formulação matemática do modelo e a descrição dos modelos de Hostetler e Bartlein (1990) e do modelo modificado (que serão respectivamente chamados de MHB e MHB-mod); também são apresentadas considerações sobre a estabilização dos perfis de temperatura da água. A discretização do modelo por meio de diferenças finitas implícitas é feita na seção 6.5. A seção 6.6 contém, para cada um dos modelos, a evolução temporal dos perfis de temperatura, comparação

entre perfis medidos e calculados, comportamento dos coeficientes de difusividade turbulenta, as taxas de variação de entalpia e as comparações entre os fluxos de calor sensível  $H$  e latente  $LE$  e as radiações líquidas  $R_l$  medidas e estimadas pelos modelos MHB e MHB-mod.

As conclusões e recomendações são apresentadas no capítulo 7.

Diversos apêndices completam esse trabalho. Esses apêndices incluem coeficientes utilizados na obtenção da radiação líquida e os conjuntos de equações utilizados no cálculo dos coeficientes de difusividade turbulenta do MHB e do MHB-mod, além de testes numéricos realizados com o MDF, algumas rotinas, em linguagem C, utilizadas no desenvolvimento deste trabalho e alguns resultados de testes realizados com o MHB-mod utilizando diferentes passos de tempo.

## 2 Fundamentação teórica

Este capítulo apresenta conceitos importantes utilizados no desenvolvimento desta dissertação. Entre estes conceitos estão o conceito de camada limite atmosférica, o método de covariâncias turbulentas, a teoria de similaridade de Monin-Obukhov e as equações de transferência, a umidade atmosférica, a radiação líquida na superfície, o balanço de energia, o cálculo da variação de entalpia e o método de diferenças finitas para solução de equações diferenciais parciais.

### 2.1 Camada limite atmosférica

A camada limite atmosférica (CLA) é a “fatia” da troposfera que “sente” os efeitos diretos da superfície da Terra. Nesta camada, durante o ciclo diurno, ocorrem fortes variações de temperatura, umidade, concentração de poluentes, intensidade de turbulência e altura. Essas variações são a resposta ao aquecimento diurno e resfriamento noturno do solo. A camada limite atmosférica, em geral, se estende até 2 km de altura e pode ser mais espessa em regiões desérticas. Na camada superficial o coeficiente de arrasto, a condução de calor e evaporação variam fortemente com a velocidade do vento, a temperatura e a umidade do ar. Apesar das variações nesta camada, que está entre 20 e 200 metros de altura, os fluxos de *momentum*, calor e massa são relativamente constantes; isto permite chamar a camada superficial de camada de fluxo constante. A estrutura da camada limite atmosférica é diferente durante o dia e a noite. Durante o dia há uma camada de mistura; à noite há uma camada limite estável sob uma camada residual neutra. Esta camada residual contém a umidade e os poluentes vindos da camada de

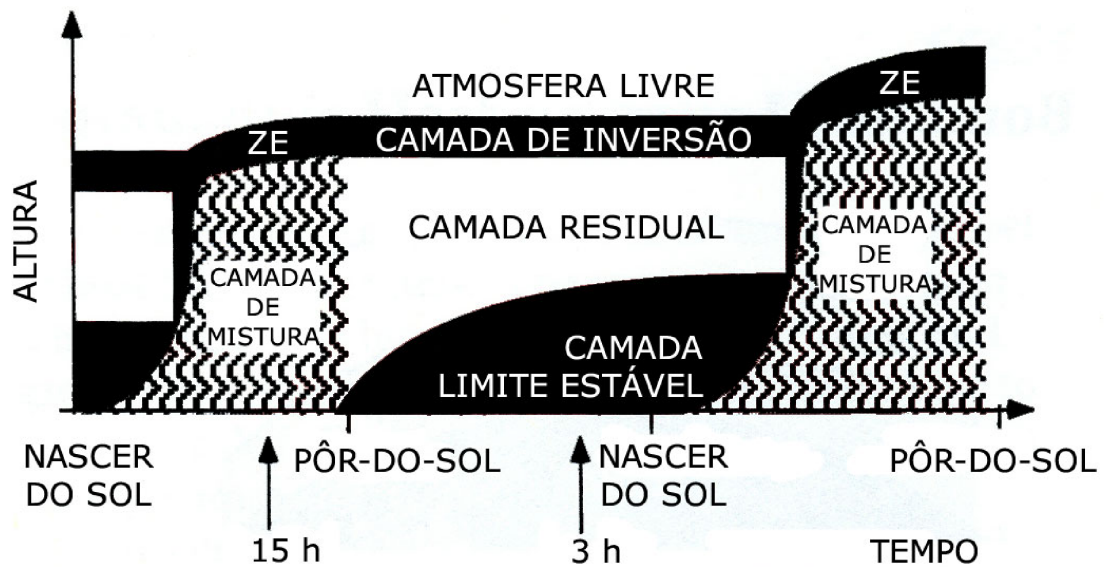


Figura 2.1: Evolução da camada limite para tempo bom. Adaptada de Stull (1995).

mistura que existia durante o dia, porém esta camada não é muito turbulenta. A troposfera sobre a camada limite é chamada de atmosfera livre pois não é influenciada pela superfície da Terra; na média esta camada é estável. Durante o dia, entre a atmosfera livre e a camada de mistura existe uma zona de entranhamento (ZE) cuja turbulência é intermitente. Durante a noite a zona de entranhamento se transforma em uma camada de inversão. A figura 2.1 mostra a evolução da camada limite para um dia de tempo bom (STULL, 1995).

## 2.2 Temperaturas potencial e virtual

A temperatura potencial  $\theta_a$  corresponde à temperatura que uma parcela de ar teria se fosse movida adiabaticamente para uma pressão de referência, em geral para a superfície. É dada por

$$\bar{\theta}_a = \bar{T}_a \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R_d/c_p} \quad (2.1)$$

onde  $R_d/c_p = 0,28571$  ( $c_p$  é o calor específico do ar à pressão constante e  $R_d$  é a constante dos gases para o ar seco),  $p_0$  é a pressão atmosférica em um nível de referência (em Pa),  $p$  é a pressão atmosférica local e  $\bar{T}_a$  é a temperatura do ar.

A temperatura potencial virtual  $\bar{\theta}_v$  é a temperatura para a qual uma parcela de ar seco deve

ser aquecida para ter a mesma densidade do volume de ar úmido (à pressão constante), ou seja, é a temperatura que uma parcela de ar seco teria à mesma pressão e densidade de uma mesma parcela de ar úmido. Stull (1995) define a temperatura potencial virtual  $\overline{\theta}_v$  como

$$\overline{\theta}_v = (1 + 0,61 \overline{q}_a) \overline{\theta}_a. \quad (2.2)$$

onde  $\overline{q}_a$  é a umidade específica do ar à temperatura  $\overline{\theta}_a$  (ar úmido).

## 2.3 Método de covariâncias turbulentas

Para escoamentos turbulentos, Reynolds (1894) *apud* Brutsaert (1982) e Garratt (1994) supõem que qualquer processo dependente do espaço e do tempo pode ser decomposto em uma média e uma flutuação. A componente horizontal  $u$  da velocidade do vento, decomposta em uma média  $\overline{u}$  e uma flutuação turbulenta  $u'$  pode ser escrita como

$$u = \overline{u} + u'. \quad (2.3)$$

Da mesma forma pode-se decompor as componentes  $v$  e  $w$ , o escalar  $q_a$  (umidade específica do ar) e os escalares  $\theta$  (temperatura potencial virtual e do ar), ou seja,

$$v = \overline{v} + v', \quad (2.4)$$

$$w = \overline{w} + w', \quad (2.5)$$

$$q_a = \overline{q}_a + q'_a, \quad (2.6)$$

$$\theta_a = \overline{\theta}_a + \theta'_a, \quad (2.7)$$

$$\theta_v = \overline{\theta}_v + \theta'_v. \quad (2.8)$$



Esta decomposição é chamada *Decomposição de Reynolds* e possui propriedades conhecidas como Postulados de Reynolds:

$$\overline{u'} = 0, \quad (2.9)$$

$$\overline{uw} = \bar{u} \bar{w} + \overline{w'u'}, \quad (2.10)$$

$$\overline{u+v} = \bar{u} + \bar{v}, \quad (2.11)$$

$$\overline{au} = a\bar{u}. \quad (2.12)$$

A variável  $a$  é uma constante,  $\overline{w'u'}$  além de ser um momento de segunda ordem é a covariância entre as componentes  $u$  e  $w$  da velocidade do vento. Esta covariância dá o fluxo de *momentum* vertical na direção da componente de velocidade  $u$ . Supõe-se que estes postulados são válidos para qualquer variável.

Os fluxos superficiais são dados pelas covariâncias turbulentas, onde uma das flutuações é a da componente vertical de velocidade do vento  $w'$ . Os fluxos de *momentum*  $\tau$ , fluxo de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e calor sensível virtual  $H_v$  são obtidos através de

$$\tau = -\bar{\rho} \overline{w'u'} \approx \bar{\rho} u_*^2 \quad (2.13)$$

$$H = \bar{\rho} c_p \overline{w'\theta'_a} \approx \bar{\rho} c_p u_* \theta_{a*} \quad (2.14)$$

$$LE = L \bar{\rho} \overline{w'q'_a} \approx L \bar{\rho} u_* q_{a*} \quad (2.15)$$

$$H_v = \bar{\rho} c_p \overline{w'\theta'_v} \approx \bar{\rho} c_p u_* \theta_{v*} \quad (2.16)$$

onde  $\bar{\rho}$  é a densidade média do ar,  $L$  é o calor latente de vaporização, cujo valor é considerado constante e igual a  $2,462 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$ ,  $c_p$  é o calor específico do ar a pressão constante ( $1005 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ).

Na equação 2.13 a covariância  $\overline{w'u'}$  dá o fluxo de *momentum*. O fluxo de calor sensível (equação 2.14) resulta de  $\overline{w'\theta'_a}$ , isto é, a covariância entre a componente  $w$  da velocidade do

vento e a temperatura do ar  $\theta_a$ . O mesmo acontece para o fluxo de calor sensível virtual (equação 2.16) porém com a temperatura virtual  $\theta_v$  no lugar de  $\theta_a$ . Em 2.15 a covariância  $\overline{w'q'_a}$  entre a componente  $w$  da velocidade do vento e a umidade específica do ar  $q_a$  dá o fluxo de calor latente ou a evaporação  $E$  se fizermos

$$E = \bar{\rho} \overline{w'q'_a} \approx \bar{\rho} u_* q_{a*}. \quad (2.17)$$

As variáveis  $u_*$ ,  $q_{a*}$ ,  $\theta_{a*}$  e  $\theta_{v*}$  são respectivamente as escalas turbulentas de velocidade (ou velocidade de fricção), de umidade específica do ar, de temperatura do ar e de temperatura virtual.

Das equações 2.13 a 2.16 as escalas de  $u_*$ ,  $q_{a*}$ ,  $\theta_{a*}$  e  $\theta_{v*}$ , em termos de covariâncias turbulentas são

$$u_* \approx \sqrt{-\overline{u'w'}}, \quad (2.18)$$

$$q_{a*} \approx \frac{\overline{w'q'_a}}{u_*}, \quad (2.19)$$

$$\theta_{a*} \approx \frac{\overline{w'\theta'_a}}{u_*}, \quad (2.20)$$

$$\theta_{v*} \approx \frac{\overline{w'\theta'_v}}{u_*}. \quad (2.21)$$

Na seção 2.4 será mostrada outra forma de obtenção das escalas turbulentas e fluxos superficiais.

Atualmente não existem muitas restrições relacionadas aos sensores utilizados nas medições de fluxos através do MCT, obviamente desde que eles estejam bem calibrados, corretamente posicionados e bem localizados. Segundo Brutsaert (1982) os períodos para os cálculos das médias devem ser longos o suficiente para que estas não sejam tendenciosas e os sensores de velocidade devem estar bem orientados e localizados de forma tal que as medições de velocidade não sejam prejudicadas. Para garantir um perfeito alinhamento do sensor de medição de velocidade do vento, em geral, é necessário fazer uma rotação de coordenadas (detalhada

na subseção 4.3.1). Foken e Wichura (1996) apresentam uma metodologia para a medição de fluxos superficiais através do MCT que pode ser aplicada às medições realizadas durante períodos longos. Esta metodologia inclui: utilização de equipamentos para pesquisa, bem calibrados e com boa precisão; instalação correta dos sensores (localização, orientação e configuração); teste de qualidade dos dados e correção de erros típicos.

Dias et al. (2003b) comentam as vantagens e desvantagens relacionadas ao MCT. A principal vantagem deste método é o fato de que ele precisa de um único conjunto de equipamentos com dois ou três sensores instalados em um volume pequeno de espaço (aproximadamente um cubo com aresta de 20 cm). Entre as desvantagens estão a necessidade de medições de alta frequência (10 Hz ou mais), o custo dos sensores, necessidade de tratamento e processamento sofisticados dos dados além do que alguns sensores não funcionam corretamente sob chuva.

Brutsaert (1982) apresenta a dedução das equações para os fluxos superficiais partindo das equações de conservação de massa, energia e *momentum*.

## **2.4 Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov e equações de transferência**

A Teoria de Similaridade de Monin e Obukhov (1954) (TSMO) para a camada limite atmosférica sob condições instáveis tem sido extensivamente estudada (Businger et al. (1971), Wyngaard et al. (1971), Kader e Yaglom (1990)) inclusive com a realização de experimentos de campo que contribuíram para o seu desenvolvimento (Businger et al. (1971), Wyngaard e Coté (1971), Brutsaert (1992)) (PAHLOW et al., 2001).

O principal objetivo da aplicação da teoria de similaridade, segundo Garratt (1994), é o correto escalonamento das características da camada limite atmosférica, principalmente do perfil logarítmico de velocidade do vento e das variâncias turbulentas, através da escolha das escalas de comprimento, velocidade, temperatura e umidade. Essas escalas são chamadas de escalas de similaridade. Existem diversas teorias que descrevem e associam as relações de transferência

de *momentum*, calor e massa com as escalas de similaridade.

Monin e Obukhov (1954) supõem, em sua teoria, que qualquer variável adimensional da turbulência pode depender somente da escala de velocidade do vento (ou de velocidade de fricção)  $u_*$ , da altura de medição das variáveis  $z$ , de  $g/\theta_v$  e de  $\overline{w'\theta_v'}$ . A relação entre estes valores resulta na variável de estabilidade de Monin-Obukhov  $\zeta$

$$\zeta = \frac{z}{L_O} = \frac{\kappa g \theta_{v*}}{u_*^2 \theta_v}; \quad (2.22)$$

$\kappa$  é a constante de von Kàrman, cujo valor é 0,4,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $L_O$  é o comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov ou escala de comprimento.

A variável  $\zeta$  indica a magnitude relativa da produção de energia cinética turbulenta por empuxo e por atrito ( $\theta_{v*}$  está no numerador e  $u_*$  no denominador). Quando  $\zeta = 0$  a estabilidade na camada superficial é neutra. Se  $\zeta > 0$  o empuxo ajuda a destruir a turbulência e a camada superficial é estável. Se  $\zeta < 0$  a camada superficial é instável e o empuxo produz turbulência. A TSMO mostra ainda que todos os momentos e flutuações turbulentas, adimensionalizados de forma correta por relações entre  $z$ ,  $u_*$ ,  $\theta_{a*}$ ,  $q_{a*}$  e  $\theta_{v*}$  são funções de uma única variável independente que é justamente a variável de estabilidade de Monin-Obukhov  $\zeta$ . Se fizermos uma rotação de coordenadas teremos  $\vec{u}(u, 0, 0)$ , isto é,  $\vec{u}$  é o vetor velocidade do vento e  $u$  agora é a velocidade média do vento, a qual passaremos a escrever como  $\bar{u}$ . Se o eixo  $x$  estiver na mesma direção do vento médio  $\bar{u}$  (isso é possível após a rotação de coordenadas), podemos escrever os gradientes adimensionais  $\Phi$  de velocidade do vento, temperatura e umidade como funções de  $\zeta$ , que são respectivamente

$$\Phi_\tau(\zeta) = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (2.23)$$

$$\Phi_H(\zeta) = \frac{\kappa z}{\theta_{a*}} \frac{\partial \bar{\theta}_a}{\partial z}, \quad (2.24)$$

$$\Phi_E(\zeta) = \frac{\kappa z}{q_{a*}} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}. \quad (2.25)$$

Quando a atmosfera é neutra, ou seja,  $\zeta = 0$  ( $\Phi(\zeta = 0) = 1$ ), as equações 2.23, 2.24 e 2.25, nesta condição, ficam

$$1 = \Phi_\tau = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad 1 = \Phi_H = \frac{\kappa z}{\theta_{a*}} \frac{\partial \bar{\theta}_a}{\partial z}, \quad 1 = \Phi_E = \frac{\kappa z}{q_{a*}} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}.$$

Integrando a primeira das três equações acima, entre um nível  $z_{0\tau}$  e o nível de medição  $z$  obtém-se o conhecido perfil logarítmico de velocidade do vento para uma camada limite não estratificada para o caso em que  $z/z_{0\tau} \gg 1$ , isto é,

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{z}{z_{0\tau}}. \quad (2.26)$$

Os  $\Phi$ 's corrigem os perfis logarítmicos para as condições não-neutras, ou seja,  $\zeta \neq 0$ . Neste caso a integração de 2.23 resultará em

$$\kappa \frac{\bar{u}}{u_*} = \ln \frac{z}{z_{0\tau}} - \Psi_\tau(\zeta) \quad (2.27)$$

onde  $\Psi_\tau(\zeta) = \int [1 - \Phi_\tau(\zeta)] d(\ln \zeta)$ . Isolando  $u_*$  de 2.27 obtém-se

$$u_* = \frac{\kappa \bar{u}}{\ln \frac{z}{z_{0\tau}} - \Psi_\tau(\zeta)} \quad (2.28)$$

que é a escala de velocidade do vento. Analogamente as escalas de temperatura e umidade são

$$\theta_{a*} = \frac{\kappa (\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a)}{\ln \frac{z}{z_{0H}} - \Psi_h(\zeta)}, \quad (2.29)$$

$$q_{a*} = \frac{\kappa (\bar{q}_0 - \bar{q}_a)}{\ln \frac{z}{z_{0E}} - \Psi_E(\zeta)}, \quad (2.30)$$

onde o índice '0' indica a superfície e 'a' indica o valor da variável medida na atmosfera. As alturas  $z_{0\tau}$ ,  $z_{0H}$  e  $z_{0E}$  representam, respectivamente, as rugosidades superficiais para *momentum*, calor sensível e vapor d'água; as variáveis  $\Psi_\tau$ ,  $\Psi_H$  e  $\Psi_E$  são, respectivamente, as funções de correção de estabilidade para os fluxos de *momentum*, temperatura e vapor d'água. Estas funções definem desvios de velocidade do vento, temperatura e umidade em relação aos perfis logarítmicos. Isto deve-se à estabilidade ( $\zeta = 0$ ) ou instabilidade atmosférica ( $\zeta \neq 0$ ).

A escala de temperatura virtual  $\theta_{v*}$ , independente do valor de  $\zeta$  é dada por

$$\theta_{v*} = (1 + 0,61 q)\theta_{a*} + 0,61 \theta_a q_{a*} \quad (2.31)$$

visto que

$$\theta_v = (1 + 0,61 q)\theta_a. \quad (2.32)$$

Diversas formulações já foram sugeridas para os  $\Phi$ 's. Conforme Garratt (1994) as formas analíticas dos gradientes adimensionais foram muito estudadas e dados experimentais foram utilizados, no entanto, somente aproximações semi-empíricas foram obtidas para diferentes intervalos de  $\zeta$  como é o caso do trabalho apresentado por Businger-Dyer *apud* Brutsaert (1992). As formas mais clássicas para os gradientes adimensionais  $\Phi$ 's são as apresentadas por Businger-Dyer *apud* Brutsaert (1982, 1992) e por Yaglom (1977) *apud* Garratt (1994). Ambas utilizam diferentes funções para diferentes intervalos de  $\zeta$ . Em geral supõe-se que  $\Phi_H \approx \Phi_E$ , o que implica em  $\Psi_H \approx \Psi_E$  e  $z_{0H} \approx z_{0E}$ . As funções  $\Phi$  utilizadas nesta dissertação serão apresentadas no capítulo 5, assim como as rugosidades  $z_{0\tau}$ ,  $z_{0E}$  e  $z_{0H}$ .

### 2.4.1 Equações de transferência de $\tau$ , $H$ e $LE$ .

Os fluxos superficiais de *momentum*  $\tau$ , calor sensível  $H$  e evaporação  $E$  (ou calor latente  $LE$ ) podem ser obtidos através de equações de transferência. Essas equações quantificam os fluxos de acordo com as diferenças de velocidade do vento, temperatura e umidade entre a superfície e um ou mais níveis de medição. Novamente o índice '0' indica a superfície e 'a' indica o nível de medição. Substituindo as equações 2.28, 2.29 e 2.30 respectivamente na primeira parte de 2.13, 2.14 e 2.15, obtém-se

$$\tau = \rho C_\tau \bar{u}^2, \quad (2.33)$$

$$H = \rho c_p C_H \bar{u} (\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a), \quad (2.34)$$

$$LE = L \rho C_E \bar{u} (\bar{q}_0 - \bar{q}_a), \quad (2.35)$$

onde  $C_\tau$  é o coeficiente de transferência de *momentum* ou coeficiente de arrasto,  $C_H$  é o coeficiente de transferência de calor e  $C_E$  é o coeficiente de transferência de vapor d'água. Estes coeficientes são

$$C_\tau = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right]^2}, \quad (2.36)$$

$$C_H = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right] \left[ \ln \frac{z}{z_{0H}} + \Psi_H(\zeta) \right]}, \quad (2.37)$$

$$C_E = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right] \left[ \ln \frac{z}{z_{0E}} + \Psi_E(\zeta) \right]}. \quad (2.38)$$

A equação 2.35 é a Lei de Dalton para evaporação multiplicada pelo calor latente de vaporização  $L$ . Esta equação é mais comumente escrita utilizando diferenças de pressão de vapor, ou seja,

$$E = \frac{0,622\bar{\rho}}{\bar{p}} C_E \bar{u} (\bar{e}_0 - \bar{e}_a). \quad (2.39)$$

## 2.5 Umidade atmosférica

A quantidade de vapor d'água no ar não é constante e pode ser quantificada por diversas variáveis. No desenvolvimento desta dissertação serão utilizados conceitos de pressão de vapor, umidade absoluta e umidade relativa. As equações que calculam e relacionam estas variáveis são descritas abaixo (conforme Stull (1995)).

A pressão de vapor no ar está associada a uma mistura de gases entre os quais está o vapor d'água. A pressão de vapor no ar também pode ser chamada de pressão parcial de vapor d'água. É simbolizada por  $e_a$  e sua unidade, no SI, é Pascal. A pressão de saturação de vapor é simbolizada por  $e_s$ . Se o ar não é saturado então  $e_a < e_s$  e se  $e_a > e_s$  o ar é supersaturado. Situações de ar supersaturado são muito raras (nuvens supersaturadas, por exemplo), por isso pode-se supor que a pressão de saturação de vapor d'água é a máxima pressão parcial admissível no ar a uma

certa temperatura (STULL, 1995).

A pressão de saturação de vapor a uma temperatura  $\theta$  é dada pela Fórmula de Tetten

$$e_s = e_s(\theta) = e_o \exp \left[ \frac{b(\theta - \theta_1)}{\theta - \theta_2} \right], \quad (2.40)$$

$\theta$  pode ser a temperatura do ar ou a temperatura da superfície da água. A derivada de  $e_s$  é (STULL, 1995)

$$\left. \frac{de_s}{d\theta} \right|_{\theta} = \Delta = \left[ \frac{b(\theta_1 - \theta_2)}{(\theta - \theta_2)^2} e_s(\theta) \right], \quad (2.41)$$

onde  $e_o = 611 \text{ Pa}$ ,  $b = 17,2694 \text{ K}^{-1}$ ,  $\theta_1 = 273,16 \text{ K}$ ,  $\theta_2 = 35,86 \text{ K}$  e  $\theta$  deve estar em Kelvin. As unidades de  $\frac{de_s}{d\theta}$  são  $\text{PaK}^{-1}$ .

A umidade relativa  $y$  é a razão entre a quantidade de vapor d'água existente e o máximo que poderia ter a uma certa temperatura, ou seja, é a razão entre a pressão parcial e a pressão de saturação do ar

$$y = \frac{e_a}{e_s(\theta_a)}; \quad (2.42)$$

$e_a$  é a pressão parcial de vapor d'água à temperatura do ar  $\theta_a$  e  $e_s(\theta_a)$  é a pressão parcial de saturação de vapor à temperatura do ar. A umidade relativa do ar  $y$  é adimensional e varia entre 0 e 1.

A umidade específica do ar  $\bar{q}_a$  é a razão entre a massa de vapor d'água e a massa total de ar presentes em um determinado volume de ar. Uma boa aproximação, conforme Stull (1995), é

$$q_a \approx 0,622 \frac{e_a}{p}. \quad (2.43)$$

A umidade específica de saturação  $q_0$  é obtida com  $e_s$  no lugar de  $e_a$  na equação 2.43.

A variável  $p$  (pressão atmosférica) em função da altitude  $Z$  pode ser aproximada por (IRI-BARNE; GODSON, 1981)

$$p = 101325 \left[ \frac{288 - 0,0065 Z}{288} \right]^{5,256}. \quad (2.44)$$



## 2.6 Radiação líquida na superfície

A radiação líquida disponível na superfície, utilizada nos processos de fotossíntese, evaporação e evapotranspiração e também para o aquecimento da atmosfera pode ser obtida através de

$$R_l = (R_{si} - R_{sr}) + (R_{ai} - R_{ar}) - R_e, \quad (2.45)$$

onde  $R_l$  representa a radiação líquida e  $R_{si}$  e  $R_{sr}$  são respectivamente as radiações solares incidente e refletida. As radiações atmosféricas incidente e refletida são representadas por  $R_{ai}$  e  $R_{ar}$ ,  $R_e$  é a radiação emitida pela superfície.

As radiações de onda longa (atmosféricas) são calculadas a partir da Lei de Stefan-Boltzmann. A radiação emitida pela superfície é dada por

$$R_e = \varepsilon_s \sigma T_0^4; \quad (2.46)$$

$\varepsilon_s$  é a emissividade da superfície e  $T_0$  é a temperatura da superfície em Kelvin. A emissividade da superfície é considerada constante e o valor comumente adotado para a água, conforme Henderson-Sellers (1986), é de 0,97. A constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$  é igual a  $5,6697 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .

A radiação atmosférica incidente de onda longa  $R_{ai}$  é

$$R_{ai} = \varepsilon_a \sigma T_a^4 \quad (2.47)$$

onde  $\varepsilon_a$  é a emissividade do ar e  $T_a$  é a temperatura do ar em Kelvin.

A emissividade do ar pode ser calculada considerando ou não o fator de nebulosidade  $C$  (descrito posteriormente). Entre estas formas estão a equação de Brutsaert (1975) e a de Raphael (1962) *apud* Henderson-Sellers (1986). Brutsaert (1975) apresenta a seguinte equação para o cálculo da emissividade de céu claro  $\varepsilon_{ac}$

$$\varepsilon_{ac} = 0,643 \left( \frac{e_a}{T_a} \right)^{1/7}. \quad (2.48)$$

Com a emissividade de céu claro é possível calcular a radiação atmosférica de céu claro  $R_{ac}$  utilizando  $\varepsilon_{ac}$  ao invés de  $\varepsilon_a$  na equação 2.47.  $R_{ac}$  é a radiação atmosférica que incidiria sobre a superfície se o fator de nebulosidade  $C$  fosse igual a 0. A radiação atmosférica incidente considerando a nebulosidade  $C$  é obtida através de (CRAWFORD; DUCHON, 1999)

$$R_{ai} = R_{ac}(1 - C) + C\sigma T_a^4, \quad (2.49)$$

e a radiação atmosférica líquida de onda longa  $R_{air}$  é

$$R_{air} = R_{ai}(1 - \alpha_{lw}), \quad (2.50)$$

onde  $\alpha_{lw}$  é o albedo de onda longa da superfície da água cujo valor é 0,03 (HENDERSON-SELLERS, 1986).

Raphael (1962) *apud* Henderson-Sellers (1986) mostra que a emissividade do ar  $\varepsilon_a$  é função da nebulosidade e da pressão parcial de vapor  $e_a$ , ou seja

$$\varepsilon_a = \left\{ \begin{array}{ll} 0,84 - [0,1 - 9,973 \times 10^{-6} e_a] (1 - C) + \\ 3,491 \times 10^{-5} e_a & (1 - C) \geq 0,4 \\ 0,87 - [0,175 - 29,92 \times 10^{-6} e_a] (1 - C) + \\ 2,693 \times 10^{-5} e_a & (1 - C) < 0,4. \end{array} \right\} \quad (2.51)$$

Conhecendo o valor de  $\varepsilon_a$  e considerando  $R_{ai}$  dado pela equação 2.49,  $R_{air}$  pode ser calculado diretamente por 2.50 ou ainda por

$$R_{air} = \varepsilon_a \varepsilon_s \sigma T_a^4. \quad (2.52)$$

O fator de nebulosidade  $C$  é definido por Crawford e Duchon (1999) e apresentado por Duarte et al. (2006) como

$$C = 1 - \frac{R_{si}}{R_{sic}} \quad (2.53)$$

onde  $R_{sic}$  é a radiação solar incidente de céu claro. A radiação solar incidente  $R_{si}$  é medida.

Crawford e Duchon (1999) sugerem a seguinte equação para obtenção de  $R_{sic}$

$$R_{sic} = \frac{R_{s0}}{\eta^2} \cos \vartheta T_r T_{pg} T_w T_{aer} \quad (2.54)$$

onde os  $T's$  são coeficientes de transmissão para o espalhamento de Rayleigh  $T_r$ , absorção por gases permanentes  $T_{pg}$ , vapor d'água  $T_w$  e absorção e espalhamento por aerossóis  $T_{aer}$ ,  $\eta$  é a distância Terra-Sol,  $\vartheta$  é o ângulo zenital e  $R_{s0}$  é a constante solar cujo valor é  $1354 \text{ W m}^{-2}$ . A distância Terra-Sol  $\eta$ , segundo Stull (1995) é dada por

$$\eta = \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \left( 2\pi \frac{d - d_p}{d_a} \right)}. \quad (2.55)$$

Nesta equação  $e = 0,0167$  é a excentricidade da órbita da Terra,  $d$  é o dia do ano (dia juliano),  $d_p$  é o dia do ano correspondente ao perihélio (3 de janeiro no hemisfério Sul), e  $d_a$  é o número de dias do ano (365 ou 366 se o ano for bissexto). A distância Terra-Sol está em unidades astronômicas.

O ângulo zenital  $\vartheta$  é obtido através de

$$\vartheta = \arccos (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h) \quad (2.56)$$

onde  $\varphi$  é a latitude do local,  $\delta$  é a declinação solar obtida através de

$$\delta = 0,409 \cos \left( 2\pi \frac{d - dr}{d_a} \right) \quad (2.57)$$

em que  $dr$  é o dia do ano correspondente ao solstício de inverno (22 de junho no hemisfério Sul).

O ângulo horário do Sol  $h$  pode ser obtido utilizando a formulação apresentada por Oliveira e Saraiva (2003). A equação 2.56 define um ângulo zenital instantâneo. Para um intervalo de tempo  $\Delta t$  (em segundos) é necessário um valor médio desse ângulo e conseqüentemente de  $\cos \vartheta$ , ou seja,

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{\int_{h_1}^{h_2} \cos \vartheta dh}{h_2 - h_1}, \quad (2.58)$$

onde  $h_1$  e  $h_2$  são os tempos inicial e final (em segundos), dados por

$$h_1 = [(H_{sv} - \Delta t) - 43200] \frac{\pi}{43200}, \quad (2.59)$$

$$h_2 = [H_{sv} - 43200] \frac{\pi}{43200}, \quad (2.60)$$

onde  $H_{sv}$  representa a hora solar verdadeira convertida em segundos. Nas equações 2.59 e 2.60 o valor 43200 é o número de segundos de meio dia. O resultado da integral 2.58 é, conforme Duarte (2004),

$$\int_{h_1}^{h_2} \cos \vartheta dh = \sin \varphi \sin \delta [h_2 - h_1] + \cos \varphi \cos \delta [\sin h_2 - \sin h_1]. \quad (2.61)$$

Ao substituir as equações 2.59, 2.60 e 2.61 em 2.58 obtém-se o ângulo zenital médio, ou seu cosseno, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Finalmente vamos calcular a radiação solar líquida de ondas curtas  $R_{sir}$  que pode ser obtida através de

$$R_{sir} = (1 - \alpha_{sw}) R_{si} \quad (2.62)$$

onde  $\alpha_{sw}$  é o albedo de ondas curtas apresentado em Henderson-Sellers (1986).

As equações para o cálculo dos coeficientes  $T_r$ ,  $T_{pg}$ ,  $T_w$  e  $T_{aer}$ , da hora solar verdadeira  $H_{sv}$  e do albedo de onda curta  $\alpha_{sw}$  são descritas no apêndice A.

Neste trabalho as radiações líquidas estimadas são valores médios para pequenos intervalos de tempo, por exemplo médias para dez segundos. As equações foram adaptadas para que pudessemos utilizá-las em intervalos de tempo desta magnitude. Como veremos posteriormente, são utilizadas médias horárias de radiação solar incidente medidas; estes valores horários são interpolados e utilizados nas estimativas das radiações líquidas. Em geral estimativas de radiação líquida funcionam bem para médias diárias mas, os resultados são satisfatórios também para pequenos intervalos de tempo.

## 2.7 Balanço de energia

O balanço de energia na superfície de um lago é dado por

$$R_l = H + LE + G + D. \quad (2.63)$$

Nesta equação  $R_l$  é a radiação líquida ou energia disponível na superfície. Esta energia disponível é dividida em um fluxo de calor sensível  $H$ , um fluxo de calor latente  $LE$ , um fluxo de calor no solo (ou para o solo)  $G$  e uma taxa de variação de entalpia  $D$ .  $H$  é responsável pelo aquecimento ou resfriamento do ar. O fluxo de calor latente  $LE$  é responsável pela evaporação ou condensação da umidade. A taxa de variação de entalpia  $D$  aquece ou resfria o volume de controle referente à superfície para a qual os fluxos estão sendo calculados.

Para superfícies de terra costuma-se desprezar a taxa de variação de entalpia  $D$  enquanto para superfícies líquidas costuma-se desprezar o fluxo de calor do solo  $G$ . Segundo Schertzer et al. (2003) diversos estudos mostram que, em geral, o fluxo de calor para o fundo do lago é menor que 2% do total nos períodos em que a superfície está livre de gelo e por esse motivo pode-se desprezar o fluxo  $G$ . O cálculo da taxa de variação de entalpia é apresentado na seção 2.8.

### 2.7.1 Razão de Bowen

A razão de Bowen  $B_o$  nada mais é que a razão entre os fluxos de calor sensível e calor latente. Partindo das equações de transferência para  $H$  e  $LE$ , considerando  $C_E = C_H$  a razão de Bowen é

$$B_o = \frac{H}{LE} = \frac{c_p \overline{T_0} - \overline{\theta_a}}{L \overline{q_0} - \overline{q_a}} \quad (2.64)$$

onde  $\overline{q_0}$  e  $\overline{q_a}$  são respectivamente a umidade específica à temperatura da água e umidade específica do ar. Brutsaert (1982) define a razão de Bowen como

$$B_o = \gamma \frac{\overline{T_0} - \overline{\theta_a}}{e_0 - e_a}, \quad (2.65)$$

onde  $e_0$  é a pressão de saturação de vapor d'água à temperatura da superfície e  $\gamma$  é a constante psicrométrica dada por

$$\gamma = \frac{c_p P}{0,622 L}. \quad (2.66)$$

## 2.8 Cálculo da taxa de variação de entalpia

Dias e Reis (1998) mostram a dedução de equações para o cálculo da taxa de variação de entalpia de um lago termicamente estratificado com e sem os efeitos de advecção. Nesta dissertação será considerado somente o caso sem advecção. Dias e Reis (1998) apresentam a seguinte formulação para o cálculo da taxa de variação de entalpia  $D$  de um lago:

$$\langle D \rangle \approx \frac{1}{\langle A_s \rangle \Delta t} \int_{z_f}^{z_{min}} [c_w \rho_w] (T_m(z)) [T(z, t + \Delta t) - T(z, t)] A(z) dz. \quad (2.67)$$

Nesta equação  $\langle A_s \rangle$  é a média entre as áreas superficiais  $A_s(t)$  e  $A_s(t + \Delta t)$ ;  $c_w$  e  $\rho_w$  são respectivamente o calor específico da água a pressão constante e a densidade da água à temperatura média  $T_m(z)$ , em geral considerados constantes;  $T(z, t)$  e  $T(z, t + \Delta t)$  são perfis de temperatura da água.  $A(z)$  é a curva cota-área do reservatório. Os limites de integração são:  $z_f$ , a cota do fundo do lago e  $z_{min} = \min(z(t), z(t + \Delta t))$ , isto é, é a menor cota da superfície entre os tempos  $t$  e  $t + \Delta t$ .

## 2.9 Método Numérico – O método de diferenças finitas

Existem muitos métodos numéricos que podem ser aplicados para resolver equações diferenciais, sejam elas parciais ou ordinárias. Entre estes está o Método de Diferenças Finitas (MDF). É um método simples de ser aplicado, geralmente de baixo custo computacional e que gera bons resultados. Nesta seção são apresentados os conceitos básicos relacionados ao Método de Diferenças Finitas (MDF), incluindo o MDF explícito, o método de MacCormack e o MDF implícito. Também são apresentadas as formas de discretização das condições de contorno, a forma de verificação da conservação da energia, conceitos de estabilidade, consistência e convergência.

### 2.9.1 Equações diferenciais parciais e condições de contorno

As equações diferenciais podem ser classificadas sob diferentes aspectos. O primeiro deles é a ordem da equação diferencial; a ordem da equação diferencial é dada pela ordem da maior derivada parcial da equação. O número de variáveis indica o número de variáveis independentes, por exemplo,  $x, y, z, t$ , etc. A dimensão da equação é dada pelo número de direções espaciais presentes nela, então, em um problema bidimensional transiente além de uma coordenada temporal também há duas coordenadas espaciais.

Vamos considerar a equação diferencial parcial de segunda ordem nas variáveis  $x$  e  $y$ ,

$$A \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + D \frac{\partial f}{\partial x} + E \frac{\partial f}{\partial y} + F f = G \quad (2.68)$$

onde os coeficientes  $A, B, C, D, E, F$  e  $G$  podem ou não ser constantes. Se todos são constantes, então a equação é linear; caso contrário a equação é não-linear; para que a equação seja não linear basta que um destes coeficientes não seja constante. A relação entre os valores de  $A, B$  e  $C$  permite definir se a equação diferencial parcial é elíptica, parabólica ou hiperbólica. Se

$$B^2 - 4AC < 0$$

a equação é elíptica; se

$$B^2 - 4AC = 0$$

a equação é parabólica, e se

$$B^2 - 4AC > 0$$

a equação é hiperbólica. A classificação das equações diferenciais parciais está relacionada às diferentes categorias de fenômenos físicos e ao tipo de método numérico que deve ser utilizado para a sua solução, pois um método que funciona para um desses tipos de equação pode não funcionar tão bem para outro. Para que uma equação diferencial possa ser resolvida numericamente ou analiticamente são necessárias condições de contorno ou de fronteira (FORTUNA, 2000). Essas condições podem ser de três tipos diferentes como será mostrado posteriormente.

As equações elípticas, em geral, são não-transientes, ou seja, a variável de interesse não se altera com o tempo. Os exemplos mais simples são as equações de Poisson e de Laplace. Estas equações estão associadas respectivamente a problemas de equilíbrio e de estado estacionário.

As equações de Laplace e de Poisson são

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \quad (2.69)$$

e

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + a = 0, \quad (2.70)$$

onde  $f$  é a variável dependente. As condições de contorno para estas equações podem envolver fluxos de calor especificados do tipo  $\frac{\partial f}{\partial x}$  ou  $\frac{\partial f}{\partial y}$  ou um valor especificado da variável dependente no contorno.

As equações hiperbólicas envolvem variações temporais de grandezas físicas e em geral representam problemas de vibração ou de convecção. Segundo Smith (1985), nesses problemas as discontinuidades persistem no tempo. Um exemplo disto é o caso das ondas de choque onde ocorrem discontinuidades de velocidade, pressão e densidade. Os problemas hiperbólicos mais simples são a equação de convecção unidimensional

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial x} \quad (2.71)$$

e a equação da onda

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}. \quad (2.72)$$

Para a solução numérica destas equações é necessário um método capaz de lidar com discontinuidades (FORTUNA, 2000).

A equação parabólica mais comum em mecânica dos fluidos é a equação da difusão de calor,

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad (2.73)$$

onde a variável dependente  $f$  é a temperatura e  $\alpha$  é a difusividade térmica. Com esta equação é possível calcular a evolução da temperatura no tempo. Esta equação é capaz de simular a evo-



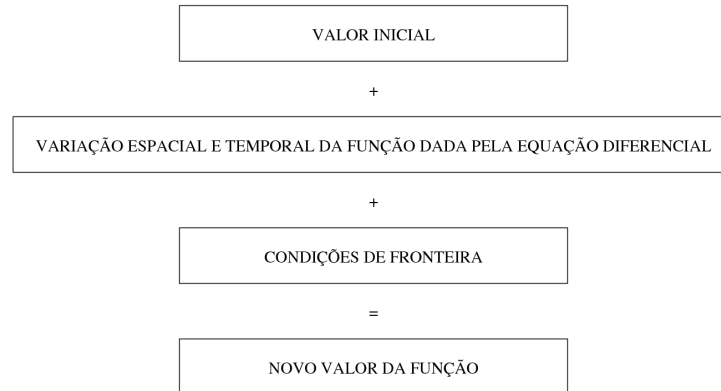


Figura 2.2: Solução de uma equação diferencial parcial. Fonte: Fortuna (2000)

lução da temperatura no tempo em uma barra de metal assim como a evolução da temperatura da água em um lago (caso unidimensional). Para tanto é necessário uma condição inicial e duas condições de contorno pois a equação do calor é uma equação diferencial parcial de segunda ordem. A condição inicial deve ser especificada para que sua evolução temporal seja estudada. Este problema é resumido na figura 2.2.

Para que um problema possa ser resolvido é necessário que ele seja bem posto. Para que um problema seja bem posto é necessário que a solução exista, seja única e dependa das condições iniciais e de contorno. É importante que essas condições sejam especificadas de forma correta para que o método numérico resulte em soluções fisicamente compatíveis com o problema.

Para problemas que envolvem equações diferenciais parciais existem três tipos de condições de contorno. São elas:

- Tipo *Dirichlet*: o valor da variável  $f$  é especificado no contorno
- Tipo *Neumann*: o gradiente ou fluxo da variável  $f$  na direção normal à superfície, isto é,  $\frac{\partial f}{\partial n} = g$  é especificado no contorno. Se  $f = 0$ , então a condição de contorno é dita *natural* ou *homogênea*
- Tipo *Robin*: a combinação entre as duas primeiras é especificada, por exemplo  $\alpha \frac{\partial f}{\partial x} + \beta f = g$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes.

Obviamente estes três tipos de condição de contorno podem ser combinados e formar uma

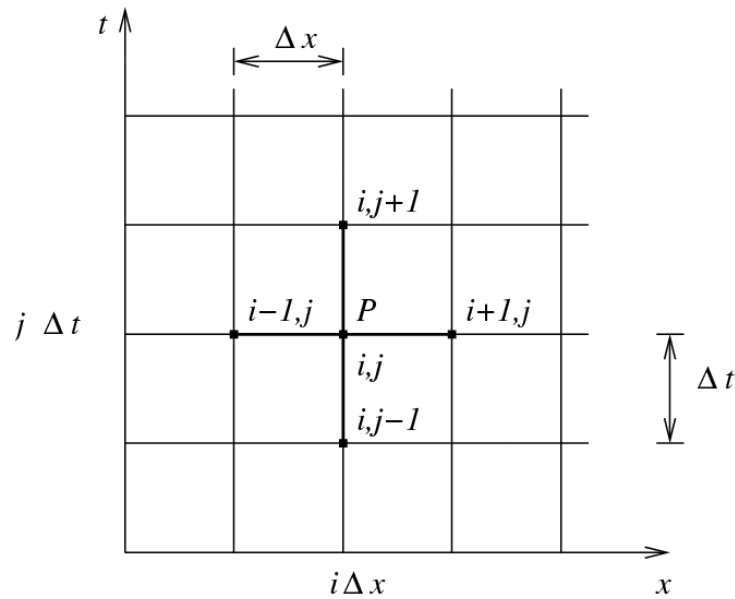


Figura 2.3: Malha uniforme para diferenças finitas nas variáveis  $x$  e  $t$  destacando um ponto  $P$ .

condição do tipo *mista*.

Um método comumente utilizado para a solução de equações diferenciais parciais é o MDF. Este método será descrito na próxima subseção.

## 2.9.2 Método de diferenças finitas

A solução analítica de uma equação diferencial parcial resulta numa solução contínua para o problema enquanto a solução numérica dá respostas somente em pontos ou nós de uma malha discretizada. Numa malha discretizada os espaçamentos podem ser uniformes ou não. Nesta dissertação será utilizada uma malha uniforme tanto no tempo quanto no espaço. A figura 2.3 mostra uma malha com espaçamentos constantes  $\Delta x$  para o espaço e  $\Delta t$  para o tempo. Os índices  $i$  e  $j$  representam, respectivamente, os passos no espaço e no tempo e também o nó para o qual o novo valor da função  $f$  será calculado. Os valores  $i\Delta x$  e  $j\Delta t$  são o espaço total e tempo total percorridos até os passos  $i$  e  $j$ .

As equações de diferenças finitas ou aproximações por diferenças finitas são escritas para cada ponto da malha e nada mais são que equações algébricas. A solução destas equações não é exata e os erros são devidos à forma de discretização, aos cálculos de arredondamento feitos

pelo computador e à aproximação numérica de condições auxiliares.

O MDF é baseado em expansões em Série de Taylor. Se  $f$  é uma função contínua e suas derivadas também são contínuas em um intervalo  $[a, b]$ , então a expansão em Série de Taylor em torno de um ponto  $x$  ( $x \in [a, b]$ ) é da forma

$$f(x) = f(x_0) + (\Delta x) \frac{df}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{d^3 f}{dx^3} + \dots \quad (2.74)$$

Se  $f(x)$  representa o valor da função no ponto  $(i, j)$  então  $f(x + \Delta x)$ , que representa o valor da função no ponto  $(i + 1, j)$ , é representada pela expansão em série de Taylor em torno do ponto  $(i, j)$  como

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) f'(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2} f''(x) + \frac{(\Delta x)^3}{6} f'''(x) + \dots \quad (2.75)$$

Expandindo  $f(x - \Delta x)$ , que representa o valor da função em  $(i - 1, j)$  em torno de  $(i, j)$

$$f(x - \Delta x) = f(x) - (\Delta x) f'(x) + \frac{(\Delta x)^2}{2} f''(x) - \frac{(\Delta x)^3}{6} f'''(x) + \dots \quad (2.76)$$

e somando as equações 2.75 e 2.76 teremos

$$f(x + \Delta x) + f(x - \Delta x) = 2f(x) + (\Delta x)^2 f''(x) + O(\Delta x^4). \quad (2.77)$$

$O(\Delta x^4)$  representa os termos de ordem superiores incluindo os de quarta ordem. Desde que  $O(\Delta x^4)$  seja desprezível pode-se dizer que

$$f''(x) \simeq \frac{1}{(\Delta x)^2} [f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)], \quad (2.78)$$

que aponta para uma acurácia ou um erro de ordem  $(\Delta x)^2$  e é a forma mais comum de discretização espacial para uma derivada de segunda ordem.

Subtraindo 2.75 e 2.76

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x f'(x) + \frac{(\Delta x)^3}{6} f'''(x) + \dots \quad (2.79)$$

e desprezando os termos de ordem  $(\Delta x)^3$  obtém-se a equação discretizada para a derivada de

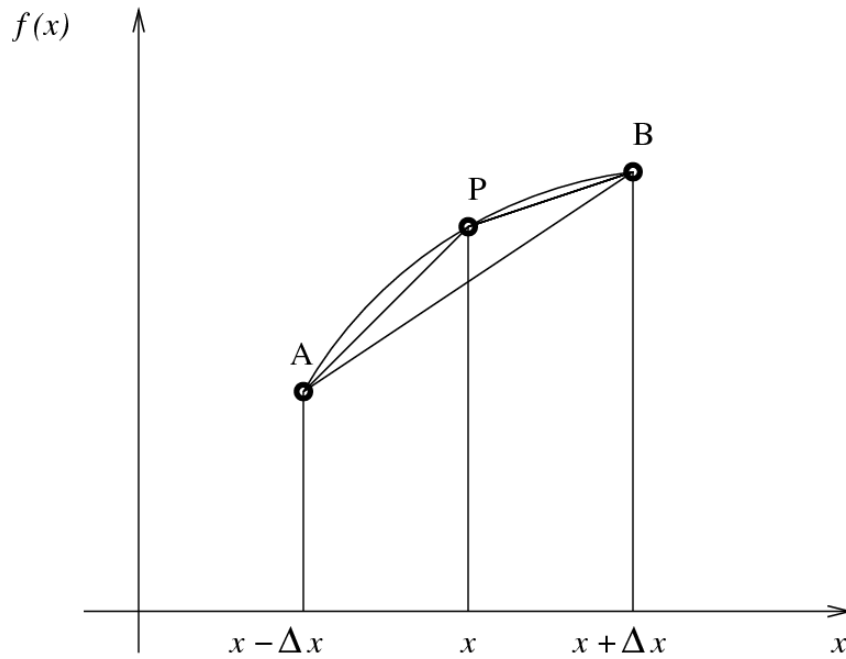


Figura 2.4: Diferentes formas de discretização de diferenças finitas.

primeira ordem

$$f'(x) \simeq \frac{1}{(2\Delta x)} [f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)] \quad (2.80)$$

que também tem um erro de ordem  $(\Delta x)^2$ .

Na figura 2.4 a declividade  $AB$  representa uma *diferença central* de primeira ordem, dada pela equação 2.80. A declividade da tangente também pode ser dada pela declividade  $PB$  que é chamada de *diferença progressiva*, cuja representação matemática é

$$f'(x) \simeq \frac{1}{(\Delta x)} [f(x + \Delta x) - f(x)], \quad (2.81)$$

ou pelo segmento  $AP$ , chamado de *diferenças atrasadas* representado por

$$f'(x) \simeq \frac{1}{(\Delta x)} [f(x) - f(x - \Delta x)]. \quad (2.82)$$

Para facilitar o entendimento utilizaremos, para um ponto de malha  $P(i\Delta x, j\Delta t)$ , a seguinte notação para o valor de  $f$

$$f_P = f(i\Delta x, j\Delta t) = f_{i,j}. \quad (2.83)$$

Assim a equação de segunda ordem utilizando diferenças centrais será

$$f''(x) \simeq \frac{1}{(\Delta x)^2} [f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}]. \quad (2.84)$$

Os problemas transientes exigem o cálculo da solução da equação diferencial parcial em intervalos sucessivos de tempo. A discretização temporal fornece relações entre valores de  $f$  em instantes sucessivos de tempo, por exemplo entre o tempo atual  $t_j$  e o futuro  $t_{j+1}$ , de forma tal que se possa calcular  $f_{j+1}$  em função de  $f_j$ . Essas relações podem ser *explícitas* ou *implícitas*.

Nesta dissertação a derivada temporal é discretizada utilizando diferenças progressivas, ou seja,

$$\frac{\partial f}{\partial t} \simeq \frac{1}{\Delta t} [f_{i,j+1} - f_{i,j}], \quad (2.85)$$

com um erro da ordem de  $\Delta t$ .

Existem diversas combinações possíveis entre as derivadas no tempo e no espaço. Entre essas combinações estão o método de Euler explícito, o método de MacCormack e o método implícito de Cranck-Nicholson. Na seqüência são apresentadas essas três formas de discretização para a equação da difusão de calor

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.86)$$

onde a difusividade  $\alpha$  é considerada constante.

### 2.9.2.1 Método de Euler Explícito

O Método de Euler é a forma mais simples de discretização por diferenças finitas e também é utilizado para a solução de equações diferenciais ordinárias. O lado esquerdo de 2.86 é discretizado conforme 2.85 e o lado direito conforme 2.84. Isolando o termo que se deseja obter, cujo valor é teoricamente desconhecido, obtém-se

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}] + O[(\Delta t), (\Delta x)^2]. \quad (2.87)$$

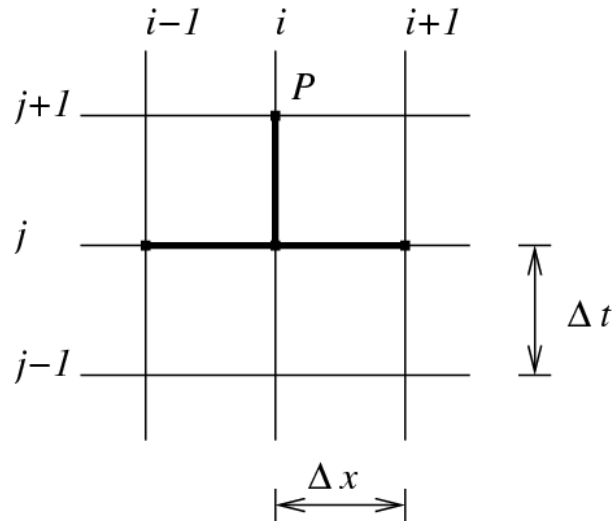


Figura 2.5: Pontos de malha utilizados no método de Euler explícito.

Esta equação fornece uma relação entre dois instantes de tempo sucessivos. Observa-se que a equação 2.87 fornece um conjunto de equações que possui solução direta e pode ser resolvido facilmente, visto que a incógnita de cada uma das equações algébricas é  $T_{j+1}$ . Esta discretização tem acurácia de ordem  $\Delta x^2$  no espaço e de ordem  $\Delta t$  no tempo. Os pontos de malha utilizados por este método são mostrados na figura 2.5.

### 2.9.2.2 Método de MacCormack

O método de MacCormack é um método preditor-corretor que utiliza diferenças progressivas em seu passo preditor (prevê o valor no tempo  $t_{j+1}$ ) e diferenças atrasadas no seu passo corretor (corrige o valor previsto para  $t_{j+1}$ ) ou vice-versa. Para equações diferenciais parciais hiperbólicas,

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (2.88)$$

os passos preditor e corretor são respectivamente

$$\bar{f}_{i,j+1} = f_{i,j} - \frac{v\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1,j} - f_{i,j}) \quad (2.89)$$

e

$$f_{i,j+1} = f_{i,j} - \frac{v\Delta t}{2\Delta x} (\bar{f}_{i+1,j+1} - \bar{f}_{i,j+1} + f_{i,j} - f_{i-1,j}). \quad (2.90)$$

As barras sobre os  $f'$ s representam os valores do passo preditor. Neste caso a discretização das derivadas espaciais utilizando diferenças atrasadas e progressivas tem separadamente acurácia de ordem  $\Delta x$ , de forma que o método de MacCormack resulta numa acurácia de segunda ordem. Este tipo de método pode ser considerado explícito ou então pseudo-implícito pois a parte implícita é aproximada de forma iterativa (com apenas uma iteração).

Este método foi utilizado inicialmente para problemas de dinâmica dos fluidos relacionados a aerodinâmica (KAZEZYILMAZ-ALHAN et al., 2005). Atualmente tem sido bastante utilizado para resolução de equações de Euler e Navier-Stokes, além de equações de ondas cinemáticas e de difusão de ondas conforme Kazezyilmaz-Alhan et al. (2005) e Hirsch (1988). Kazezyilmaz-Alhan et al. (2005) utilizaram uma discretização para a derivada espacial de segunda ordem da equação de difusão de onda. Utilizando a discretização adotada por ele para obter a discretização para a equação do calor, obtém-se respectivamente para o preditor e o corretor

$$\bar{f}_{i,j+1} = f_{i,j} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x}(f_{i-1,j} - 2f_{i,j} + f_{i+1,j}) \quad (2.91)$$

e

$$f_{i,j+1} = \frac{f_{i,j} + \bar{f}_{i,j+1}}{2} + \frac{\alpha\Delta t}{2(\Delta x)^2}(\bar{f}_{i-1,j+1} - 2\bar{f}_{i,j+1} + \bar{f}_{i+1,j+1}), \quad (2.92)$$

ou seja, em ambos os passos são utilizadas diferenças centrais de segunda ordem. Em testes realizados (apêndice C) verificou-se que para derivadas de segunda ordem o Método de MacCormack resulta nos mesmos valores que o Método de Euler explícito e os passos preditor e corretor resultam nos mesmos valores, ou seja, para uma derivada de segunda ordem não há correção.

### 2.9.2.3 Método de diferenças finitas implícitas

A discretização implícita envolve aproximações implícitas das derivadas espaciais, que em geral são discretizadas no tempo  $j + 1$  ou como uma média entre os tempos  $j$  e  $j + 1$  como é o caso do método implícito de Crank-Nicholson. Quando a discretização das derivadas espaciais é feita somente em  $j + 1$  temos o método chamado de totalmente implícito; neste caso a equação

da difusão 2.86 fica

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} [T_{i-1,j+1} - 2T_{i,j+1} + T_{i+1,j+1}]. \quad (2.93)$$

Agrupando os termos desconhecidos do lado esquerdo chega-se em

$$-\frac{\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2} T_{i-1,j+1} + \left(1 + \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2}\right) T_{i,j+1} - \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2} T_{i+1,j+1} = T_{i,j} \quad (2.94)$$

Para facilitar a notação vamos chamar

$$s = \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2}, \quad (2.95)$$

e reescrever a equação 2.94 como

$$-sT_{i-1,j+1} + (1+s)T_{i,j+1} - sT_{i+1,j+1} = T_{i,j} \quad (2.96)$$

A equação acima representa o método de Euler implícito. Cada equação tem três incógnitas,  $T_{i-1,j+1}$ ,  $T_{i,j+1}$  e  $T_{i+1,j+1}$ , formando um sistema de equações lineares tridiagonal. Isto significa que a cada  $\Delta t$  um sistema de equações de ordem  $N+1$  (número total de  $\Delta x$ ) deve ser resolvido. O erro de truncamento deste método é o mesmo do método explícito, ou seja, ordem  $\Delta x^2$  no espaço e ordem  $\Delta t$  no tempo.

A vantagem da utilização do método de Cranck-Nicholson é que ele tem um erro de truncamento no tempo que é  $O(\Delta t^2)$ , ou seja, é mais acurado que o método totalmente implícito e que o método de Euler explícito. O erro de truncamento de ordem  $O(\Delta t^2)$  deve-se ao fato de que o método de Crank-Nicholson é uma média entre os tempos  $j$  e  $j+1$ , ou seja, calculamos  $T_{i,j+1/2}$ . Desta forma a discretização da equação da difusão utilizando Cranck-Nicholson é uma média entre as equações 2.87 e 2.94, de onde obtém-se

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(2\Delta x)^2} [(T_{i-1,j+1} - 2T_{i,j+1} + T_{i+1,j+1}) + (T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j})]. \quad (2.97)$$

Separando os termos com  $j$  e  $j+1$  e utilizando 2.95 ainda pode-se obter

$$-sT_{i-1,j+1} + (2+2s)T_{i,j+1} - sT_{i+1,j+1} = sT_{i-1,j} + (2-2s)T_{i,j} + sT_{i+1,j}. \quad (2.98)$$



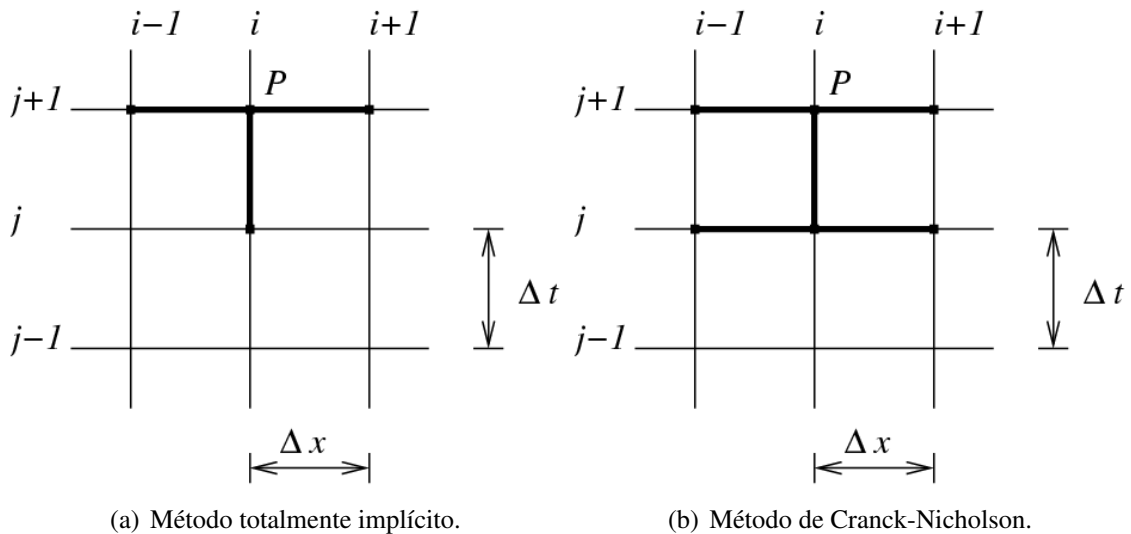


Figura 2.6: Pontos de malha utilizados no método implícito de diferenças finitas.

Este método é chamado de implícito ou semi-implícito, e assim como o totalmente implícito também forma um sistema de equações tridiagonal cujas equações precisam ser resolvidas simultaneamente.

A representação matricial para um sistema de equações do tipo 2.98 e o algoritmo para resolver esse sistema são mostrados no apêndice C.

A figura 2.6 mostra os pontos utilizados nos métodos totalmente implícito e no método de Cranck-Nicholson respectivamente.

### 2.9.3 Condições de contorno

Como foi apresentado na subseção 2.9.1 existem diversos tipos de condições de contorno. A forma da discretização das condições de contorno que envolvem derivadas determina a acurácia do método nos contornos. Em geral são utilizadas diferenças progressivas ou diferenças centrais. Diferenças progressivas têm acurácia de ordem  $\Delta x$  para uma derivada de primeira ordem enquanto diferenças centrais têm acurácia de ordem  $\Delta x^2$ ; no entanto uma condição de contorno discretizada com diferenças centrais necessita de um ponto extra ou fictício que fica além da fronteira e conseqüentemente de mais uma equação.

Para exemplificar essas formas de discretização de condições de contorno vamos tomar a

equação da difusão de calor unidimensional (equação 2.86). Discretizando esta equação com diferenças centrais no espaço e progressivas no tempo obtém-se

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}]. \quad (2.99)$$

Supondo que uma das condições de contorno seja

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = F, \quad (2.100)$$

$F$  é um fluxo de calor. Com diferenças progressivas a discretização desta condição de contorno, supondo  $i = 0$  e  $x = 0$ , fica

$$\frac{1}{(\Delta x)} [T_{1,j} - T_{0,j}] = F_{0,j},$$

ou seja,

$$T_{0,j} = T_{1,j} - \Delta x F_{0,j}, \quad (2.101)$$

que tem como resultado a temperatura  $T(x = 0)$  em qualquer tempo  $j$  e em função da temperatura  $T_{i=1}$ .

Utilizando diferenças centrais para discretizar 2.100 obtém-se

$$\frac{1}{(2\Delta x)} [T_{1,j} - T_{-1,j}] = F_{0,j}, \quad (2.102)$$

onde o ponto  $T_{-1,j}$  é uma temperatura fictícia inserida num ponto externo da malha. Para resolver este ponto é necessária outra equação. Esta outra equação pode ser 2.99 escrita para  $x = 0$  (isto é, para  $i = 0$ ), de forma tal que o ponto  $T_{-1,j}$  possa ser eliminado entre as duas (SMITH, 1985). Primeiramente vamos isolar  $T_{-1,j}$  de 2.102,

$$T_{-1,j} = T_{1,j} - 2\Delta x F_{0,j}, \quad (2.103)$$

agora vamos escrever (2.99) para  $x = 0$  ou  $i = 0$ ,

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} [T_{-1,j} - 2T_{0,j} + T_{1,j}], \quad (2.104)$$

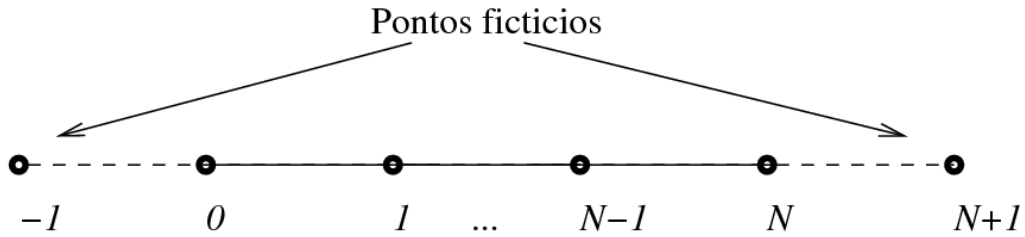


Figura 2.7: Pontos fictícios no eixo  $x$ .

substituindo 2.103 na equação acima obtém-se

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2} [T_{1,j} - T_{0,j} - \Delta x F_{0,j}], \quad (2.105)$$

que é a equação de diferenças finitas centrais para a condição de contorno 2.100, obviamente para um problema de difusão de calor.

A figura 2.7 mostra os pontos fictícios  $-1$  e  $N+1$ . Para o caso de uma condição de contorno envolvendo uma derivada no ponto  $N$  utiliza-se o mesmo procedimento e neste caso a condição de contorno envolverá a temperatura fictícia  $T_{N+1}$ .

## 2.9.4 Conservação da energia – Equação da difusão

Soluções numéricas de equações diferenciais raramente são iguais às soluções analíticas. Diversas discrepâncias podem ser responsáveis por essas diferenças. Para problemas cujas condições de contorno são fluxos de energia é possível verificar se o método numérico está ou não conservando esta energia que entra no sistema. Vamos supor que um fluxo  $F$  entra no sistema através de sua fronteira e que  $\bar{F}$  é o fluxo médio entre dois intervalos sucessivos de tempo; o sistema deve sofrer uma variação interna de energia cujo valor deve ser igual ao fluxo médio  $\bar{F}$ . A variação interna de energia, no caso do lago nada mais é que a taxa de variação de entalpia dada pela equação 2.67 considerando uma área unitária. Então os valores

$$\frac{F_{j+1} + F_j}{2} \quad \text{e} \quad \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=0}^{i=N} c_w \rho_w [T_{i,j+1} - T_{i,j}] \quad (2.106)$$

devem ser iguais ou muito próximos. Obviamente a proximidade dos valores depende da discretização utilizada para o espaço e para o tempo.

No apêndice C são apresentados alguns exemplos de soluções numéricas para a equação da difusão utilizando o que foi descrito nesta seção, incluindo as discretizações para cada um dos exemplos.

### 2.9.5 Consistência, estabilidade e convergência

Quando se aplica um método numérico para resolver uma equação diferencial deseja-se saber o quanto a solução numérica está próxima da solução real. Para isso existem os conceitos de consistência, estabilidade e convergência.

Segundo Hirsch (1988), consistência é uma condição sobre a estrutura da formulação numérica e define uma relação entre a equação diferencial e sua discretização. Para que uma discretização seja consistente com a equação diferencial é necessário que o erro tenda a zero quando  $\Delta t \rightarrow 0$  e  $\Delta x \rightarrow 0$ ; desta forma o erro de truncamento, que também define a acurácia da solução, tende a zero. Quanto menor os valores de  $\Delta t$  e  $\Delta x$  mais próxima da solução real estará a solução numérica.

A estabilidade é uma condição sobre a solução do esquema numérico e define uma relação entre a solução calculada e a solução exata das equações discretizadas (HIRSCH, 1988). Fortuna (2000) diz que um método numérico estável é aquele em que os erros ou perturbações na solução não são amplificados sem limite, ou seja, a solução não “explode”. Para evitar problemas desse tipo podem ser utilizados critérios de estabilidade, ou seja, condições que garantam que o método numérico seja estável. Para a equação da difusão de calor, por exemplo, discretizada utilizando um método de Euler explícito com diferenças centrais de segunda ordem (equação 2.87), o critério de estabilidade (deduzido e estudado em Hirsch (1988) e Fortuna (2000)) é

$$s = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}, \quad (2.107)$$

que garante que o método seja estável. Este mesmo critério é válido para o método de MacCormack, apresentado anteriormente.

Conforme Fortuna (2000), os métodos numéricos podem ser classificados em condicional-



Figura 2.8: Teorema de Lax. Fonte: Fortuna (2000).

mente estáveis, incondicionalmente estáveis e incondicionalmente instáveis. Métodos condicionalmente estáveis são aqueles que precisam atender a um determinado critério para que a solução numérica seja estável, em geral isso acontece com métodos explícitos. Métodos implícitos e alguns explícitos muito particulares são incondicionalmente estáveis, ou seja, não há necessidade de atender um critério de estabilidade para que a solução seja estável. Para casos em que o método é incondicionalmente instável não existe combinação de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  que faça com que a solução seja estável.

A convergência “conecta” a solução numérica com a solução exata da equação diferencial e é uma condição sobre a solução numérica do esquema. Esta condição diz que as diferenças entre a solução exata e a solução numérica deveriam se aproximar de zero em qualquer ponto  $x_i$  e tempo  $t_j$  quando  $\Delta x$  e  $\Delta t$  tendem a zero.

O Teorema de Lax (HIRSCH, 1988) diz que *para um problema de valor inicial bem-posto e um esquema de discretização consistente a estabilidade é condição necessária e suficiente para a convergência*. Fortuna (2000) resume este teorema na figura 2.8.

## 3 Revisão bibliográfica

Existem muitos estudos relacionados tanto ao cálculo de fluxos superficiais como à evolução térmica em lagos. Neste capítulo procura-se apresentar como alguns destes trabalhos foram realizados. Em relação aos fluxos superficiais são apresentados, na seção 3.1, comentários sobre alguns estudos recentes e relevantes. Quanto ao modelo de evolução térmica em lagos são apresentadas, na seção 3.2, as formulações mais relevantes para o coeficiente de difusividade turbulenta juntamente com comentários relacionados a trabalhos sobre a evolução térmica em lagos.

### 3.1 Fluxos superficiais de energia

Diversos estudos com o objetivo de quantificar os fluxos superficiais de energia corretamente têm sido realizados através de medições ou estimativas a partir de outras variáveis. Estes estudos estão relacionados principalmente aos fluxos de calor latente  $LE$  e sensível  $H$ . Um problema comum é o não fechamento do balanço de energia, ou seja, as parcelas  $Rl - G - D$  e  $H + LE$  da equação 2.63, não são iguais. Conforme Dias et al. (2003b), trabalhos que tratam explicitamente do fechamento do balanço de energia são raros na literatura. Um dos motivos é a tendência que as equipes experimentais têm de se especializarem em um método específico de medição, como o MCT ou então o MBE (DIAS et al., 2003b). Na sequência são comentados alguns trabalhos relativamente recentes relacionados à obtenção e medição de fluxos superficiais em lagos.

O problema do fechamento do balanço de energia foi estudado por Twine et al. (2000), que

colocaram quatro conjuntos de medição iguais, um ao lado do outro, sobre uma área de pastagem, e verificaram subestimativas similares de  $H + LE$  em relação a  $Rl - G$ . Estas medições foram realizadas com conjuntos de equipamentos compostos por um radiômetro líquido, um sensor de fluxo de calor no solo e um sistema de medição de covariâncias turbulentas. Eles perceberam a existência, quase sistemática, de uma subestimativa de 10-30% na soma  $H + LE$  em relação a  $Rl - G$  medidos. Entre as possíveis fontes do não fechamento do balanço de energia estão a cobertura não homogênea da superfície e as características do solo, dispersão ou divergência dos fluxos, não-estacionariedade dos fluxos, o não desenvolvimento de uma camada superficial turbulenta, a distorção do escoamento, separação dos sensores, topografia e erros dos próprios instrumentos de medição (TWINE et al., 2000).

Estudos de evaporação em lagos têm sido realizados com a utilização de diversos métodos para medir e estimar as taxas de evaporação, entre os quais estão o método de transferência de massa, o método das covariâncias turbulentas, o método de balanço de energia dentre outros (LENTERS et al., 2005). Os métodos de transferência de massa, de covariâncias turbulentas e de balanço de energia foram, respectivamente, apresentados na subseção 2.4.1 e seções 2.3 e 2.7 do capítulo 2.

Stannard e Rosenberry (1991) mostram que os fluxos de calor latente e sensível podem variar consideravelmente através do lago. Eles sugerem ainda que boas estimativas, em lagos rasos, dependem da acurácia das medições da radiação líquida. Os autores compararam fluxos medidos pelo MCT com fluxos estimados pelo balanço de energia-razão de Bowen e obtiveram resultados razoáveis.

Medições realizadas próximas ao Lago Kinneret, no norte de Israel, através do MCT foram comparadas com estimativas obtidas através do MBE por Assouline e Mahrer (1993). Foram realizadas medições para um período de 20 dias e um período de 44 dias, no início e no final do inverno respectivamente. Os resultados mostraram que o vento e a estabilidade atmosférica sobre a água afetam fortemente a evaporação do lago. Discrepâncias entre as taxas de evaporação medidas e estimadas foram encontradas tanto para períodos diários como horários. Outro

problema foi que o MBE não respondeu bem às altas velocidades do vento. Mahrer e Assouline (1993) implementaram um modelo bidimensional de mesoescala para estudar a distribuição espacial de evaporação; eles sugerem que ao considerar uma taxa de evaporação constante para todo o lago, esta pode ser superestimada.

Reis e Dias (1998) utilizaram o modelo CRLE (Complementary Relationship Lake Evaporation) de Morton (1983) e Morton (1986) *apud* Reis e Dias (1998) e Kan e Dias (1999) para calcular a evaporação em um pequeno reservatório localizado em Minas Gerais durante um período de 30 meses. O CRLE é muito utilizado pelas companhias elétricas do Brasil (REIS; DIAS, 1998; KAN; DIAS, 1999). Conforme Reis e Dias (1998), o CRLE permite calcular as médias mensais de evaporação, as taxas de armazenamento de entalpia e a temperatura da superfície do lago utilizando médias mensais de temperatura do ar, umidade e radiação solar ou número de horas de brilho do sol. O CRLE estima razoavelmente bem a sazonalidade da temperatura superficial da água.

Kan e Dias (1999) compararam as estimativas das taxas de evaporação obtidas com o CRLE e o MBE sobre o reservatório de Foz do Areia no Paraná. Novamente foram encontradas discrepâncias nas estimativas apontando para uma provável superestimativa de evaporação pelo CRLE.

Heikinheimo et al. (1999) e Venalainen et al. (1999) apresentaram alguns dos resultados das campanhas NOPEX. Heikinheimo et al. (1999) apresentou os resultados para os fluxos de *momentum* e de calor estimados pelas equações de transferência e medidos pelo MCT sobre dois lagos boreais. Eles observaram que, na média, a atmosfera sobre o lago era instável, mas que condições estáveis ocorriam diariamente devido a advecção de ar quente vindo de terra. Além disso eles verificaram que a evaporação está fortemente relacionada com a velocidade do vento, principalmente em escalas horárias e diárias. Uma comparação entre estimativas obtidas por equações de transferência de calor e massa sobre um lago com medições através do MCT sobre uma floresta foram apresentadas por Venalainen et al. (1999). Eles obtiveram resultados que sugerem que as diferenças entre os fluxos de calor obtidos podem ser suficientes



para influenciar as condições climatológicas locais em áreas com grandes proporções de lago. Lagos mais profundos têm maior inércia tanto em relação às temperaturas superficiais quanto aos fluxos de calor. Eles sugerem ainda que os modelos atmosféricos de previsão de tempo deveriam ter parametrizações mais precisas para os lagos.

Medições de evaporação através do MCT sobre o conjunto de lagos que formam o Great Slave no Canadá entre 1997 e 1999 foram apresentadas e analisadas por Blanken et al. (2000), por Blanken et al. (2003) e por Schertzer et al. (2003). Blanken et al. (2000) verificaram que as medições realizadas entre 1997 e 1998 (durante um período de *El Nino*) puderam ser descritas ou comparadas razoavelmente bem com a equação de transferência de massa. Schertzer et al. (2003) descreveram as condições meteorológicas sobre o lago durante 1998 e 1999, o ciclo sazonal de temperatura, a estrutura térmica e obtiveram boa correspondência ao estimar o balanço de energia através das equações de transferência e comparar com a quantidade de energia armazenada no lago. Blanken et al. (2003) analisaram os pulsos de evaporação que ocorreram diversas vezes entre 1997 e 1999 e que tiveram duração máxima de 3 dias. Eles concluíram que esses pulsos de evaporação estão relacionados a episódios de curta duração, pequenas escalas turbulentas e talvez ligados por um comportamento fractal.

Vallet-Coulomb et al. (2001) fizeram estimativas de evaporação para o Lago Ziway, localizado na Etiópia. Eles utilizaram séries de dados mensais de cerca de 30 anos e aplicaram os métodos de balanço de energia, a equação de Penman e o modelo CRLE (Complementary Relationship Lake Evaporation). Diferenças de cerca de 10% foram encontradas nas estimativas de evaporação mensais.

Dias et al. (2002) utilizaram o Método de Covariâncias Turbulentas Atenuadas para medições contínuas de fluxos de calor latente e sensível no reservatório da Usina Hidrelétrica de Itaipu. Este método consiste na utilização de um conjunto pequeno de sensores robustos e relativamente baratos que pode ser aplicado em campanhas de longa duração. O nome MCTA deve-se ao fato de que para as medições de umidade específica do ar utiliza-se um higrômetro capacitivo comercial de resposta lenta que foi “transformado” em um sensor de resposta rápida

cujo fluxo de calor latente medido precisa de uma correção em função da temperatura do ar. A transformação do higrômetro capacitivo comercial em um sensor de resposta rápida realizada por Dias et al. (2002) consiste, basicamente, em colocá-lo dentro de um abrigo ventilado de PVC. Uma função empírica para a correção do fluxo de calor latente é apresentada por Dias et al. (2002) e uma função obtida analiticamente é apresentada por Dias et al. (2006). O conjunto de dados necessários para o cálculo dos fluxos superficiais consiste em velocidade vertical do vento, umidade relativa do ar e flutuações de umidade específica e de temperatura do ar.

Um estudo sobre o efeito da variabilidade climática sobre os lagos foi apresentado por Lenters et al. (2005). Eles utilizaram a técnica de transferência de massa para estimar a evaporação do Lago Sparkling, localizado no Wisconsin (EUA). A evaporação de um lago, segundo eles, é influenciada não somente pelo clima mas também pelas características do próprio lago; entre estas características estão a profundidade, a área e a turbidez da água. As variações sazonais de evaporação são consequência das variações de radiação líquida; as variações das taxas de evaporação no verão estão fortemente associadas com a radiação líquida e mostram conexões relativamente moderadas com as variações de temperatura e umidade (LENTERS et al., 2005). Neste trabalho os autores obtiveram uma relação empírica, muito parecida com a equação de transferência de massa, mas que apresenta estimativas mais acuradas de evaporação.

Dias e Duarte (2002), Dias et al. (2003b, 2003, 2004) realizaram estudos de evaporação e evapotranspiração no reservatório de Furnas em Minas Gerais. Uma estação de medição de fluxos foi instalada no meio do lago. O método de medição de fluxos utilizado foi o MCTA de Dias et al. (2002). Resultados razoáveis foram obtidos quando comparados com os fluxos estimados através das equações de transferência de massa e de calor e são, também, objeto de estudo deste trabalho.

Estes são apenas alguns dos trabalhos que se referem às estimativas de fluxos superficiais, principalmente relacionados à evaporação. As principais influências sobre as estimativas de evaporação estão relacionadas com a estabilidade atmosférica e com a rugosidade superficial. No capítulo 5 são apresentados fluxos superficiais medidos através do método de covariâncias

turbulentas atenuadas comparados com as estimativas obtidas através das equações de transferência ou técnica de transferência de massa; como veremos, é possível obter estimativas de evaporação compatíveis com as medições, desde que sejam utilizados parâmetros adequados.

## 3.2 Evolução térmica em um lago

O conhecimento do regime térmico de um lago é essencial para modelagem de qualidade da água e para conhecer o balanço de energia do lago. A importância da temperatura nos processos químicos e biológicos e da estratificação no comportamento limnológico do reservatório justificam o estudo aprofundado dos fatores que controlam o regime térmico do corpo d'água (PEREIRA; TASSIN, 1995).

Provavelmente o primeiro a estudar a física dos problemas térmicos de um reservatório de forma rigorosa foi McEwen (1929) (ORLOB; SELNA, 1970). McEwen (1929) apresenta um extenso estudo incluindo as formas de distribuição de temperatura e salinidade que também podem ser utilizadas para outras propriedades físicas e químicas da água. Entre seus objetivos estavam descobrir como um perfil de temperatura da água é influenciado pelos movimentos vertical e horizontal da água, quais as taxas de perda de calor pela superfície, as relações entre evaporação, radiação, temperatura e uma série de relações entre fenômenos físicos e químicos que podem afetar a temperatura da água. Um longo trabalho matemático e numérico relacionado à estratificação da água de lagos e oceanos envolvendo turbulência, taxa de resfriamento superficial, taxa de penetração de radiação solar na superfície, distribuição vertical da temperatura e o transporte ou movimento vertical da água foi realizado.

Após McEwen (1929) outros estudos foram realizados ao longo dos anos. A maior parte dos modelos matemáticos que tentam reproduzir as variações de temperatura da água tem como base a equação unidimensional de difusão turbulenta de calor,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(z, t) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + F, \quad (3.1)$$

onde  $T = T(z, t)$  é o perfil de temperatura da água ( $^{\circ}\text{C}$ ), cuja dedução matemática é apresentada

na seção 6.1. Entre os trabalhos que utilizam esta equação estão Hostetler e Bartlein (1990) e Stefan et al. (1998). O coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$  é considerado constante por alguns autores enquanto outros o consideram como função da profundidade e da temperatura da água. As formas das condições de contorno, principalmente para a superfície, também têm sido discutidas. A equação de difusão de calor pode ter ou não um termo  $F$  que representa o aquecimento subsuperficial resultante da absorção da radiação solar que penetra na água.

A idéia inicial desta dissertação surgiu a partir do trabalho de Hostetler e Bartlein (1990). O modelo de evolução térmica utilizado considera a área transversal em função da profundidade  $A(z)$  e um coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$ . A equação diferencial unidimensional para difusão turbulenta de calor é

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A(z) K(z, t) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + \frac{1}{A(z)} \frac{1}{\rho_w c_w} \frac{\partial [\Phi A(z)]}{\partial z}, \quad (3.2)$$

onde o segundo termo do lado direito é o termo  $F$  da equação 3.1;  $\Phi$  é o termo fonte,  $\rho_w$  e  $c_w$  são respectivamente a densidade e o calor específico da água. Segundo os autores este modelo pode ser utilizado sem a necessidade de ajustes de parâmetros específicos, no entanto, como veremos no capítulo 6, a utilização deste modelo sem ajustes pode resultar em grandes discrepâncias. Sua implementação é relativamente simples e o conjunto de dados necessários é pequeno. São necessárias medições de velocidade do vento, temperatura do ar, umidade relativa, radiação solar incidente e nível d'água do reservatório.

Dake e Harleman (1969) apresentam uma formulação para o termo fonte  $\Phi$  que inclui o efeito da absorção interna de radiação. Eles supõem que o perfil de temperatura da água muda ou se desenvolve com a absorção exponencial de energia solar. Este termo é da forma

$$\Phi = (1 - \beta) R_{sir} \exp(-\eta z), \quad (3.3)$$

onde  $R_{sir}$  é a radiação solar líquida,  $\beta$  é a porcentagem de  $R_{sir}$  absorvida na superfície e  $\eta$  é o coeficiente de extinção da luz na água. Muitas vezes o termo fonte é considerado nulo pois supõe-se que a energia é totalmente absorvida nos primeiros centímetros de água.

Para a condição de contorno da superfície Sundaram e Rehm (1973) e Mohseni e Stefan (1999) utilizam o conceito de temperatura de equilíbrio como função da temperatura do ar. A forma da condição de contorno, sugerida por Sundaram et al. (1969) e Edinger (1970) *apud* Sundaram e Rehm (1973) é

$$Q = -\rho c_p K(z=0) \frac{\partial T}{\partial z}(z=0) = K_t (T_E - T_0), \quad (3.4)$$

onde  $Q$  é o fluxo de calor na superfície (positivo para baixo),  $K_t$  é um coeficiente de troca de calor,  $T_0$  é a temperatura da superfície do lago e  $T_E$  é a temperatura de equilíbrio. A temperatura de equilíbrio é uma temperatura fictícia na qual não haveria transferência de calor entre a água e a atmosfera. Tanto  $K_t$  quanto  $T_E$  são funções da velocidade do vento, da radiação líquida incidente, da temperatura do ar e da umidade.

Hostetler e Bartlein (1990) utilizam uma condição de contorno para a superfície semelhante à da equação 3.4 com o fluxo de calor  $Q$  dado pelo balanço de energia na superfície do lago, ou seja

$$Q = R_l - H + LE, \quad (3.5)$$

então,

$$\rho c_p K(z,t) \frac{\partial T}{\partial z} = R_l - (H + LE). \quad (3.6)$$

Para o fundo do lago a condição de contorno utilizada por Hostetler e Bartlein (1990) é

$$\rho c_p K(z,t) \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (3.7)$$

isto é, o fluxo de calor para o fundo do lago é nulo. A dedução destas duas condições de contorno é apresentada na seção 6.1 juntamente com a dedução da equação 3.1. Simulações realizadas com a equação 3.1 e as condições de contorno 3.6 e 3.7 são apresentadas na seção 6.6.

Dake e Harleman (1969) sugerem que existe um padrão sazonal de temperatura. No início da primavera o perfil é isotérmico, a superfície começa a absorver energia e um perfil não isotérmico se forma. No outono a superfície começa a esfriar e perder energia até o perfil se

tornar isotérmico novamente. Este ciclo de mudança de temperatura é mais ‘acentuado’ em regiões de clima temperado.

Orlob e Selna (1970) propuseram um modelo baseado na Lei de Fick para a difusão considerando que o coeficiente de difusividade turbulenta varia com a profundidade. Eles propõem equações já discretizadas para a advecção, difusão e fluxos de calor. Atenção especial foi dada à mistura convectiva (*convective mixing*), visto que quando o processo de resfriamento se inicia, durante o outono, as camadas superiores ficam mais frias que as camadas mais profundas, porém a camada superficial ainda recebe energia por insolação, advecção ou difusão tornando o sistema e o perfil instáveis. Quando a temperatura da água de uma camada é menor que a temperatura de uma camada mais profunda, o gradiente de temperatura é negativo. Se isso acontecer a temperatura deverá ser redistribuída até que o perfil se torne estável. Essa redistribuição de temperaturas deve ser feita entre as camadas adjacentes àquela ou àquelas que tornam o perfil instável levando em consideração as áreas transversais de cada uma das camadas ou fatias de lago e a energia armazenada deve ser, obrigatoriamente, conservada (ORLOB; SELNA, 1970).

Sundaram e Rehm (1971) apresentam uma boa introdução em relação à formação de termoclinas. O termo “termoclina” foi proposto por Birge em 1897 para descrever o intenso gradiente de temperatura que separa uma camada superficial quase homogênea da camada de água mais profunda em lagos estratificados (SUNDARAM; REHM, 1971). Eles mostram que a formação de uma termoclina é uma interação não linear entre a turbulência gerada pelo vento e os gradientes de empuxo do corpo d’água. A equação 3.1 com  $F = 0$  e  $K(z, t)$  variável foi utilizada.

Henderson-Sellers (1976) considera que a qualidade da água de um reservatório depende principalmente da profundidade até a qual a luz penetra e da estrutura vertical de temperatura que não é bem entendida quantitativamente. Em lagos e reservatórios a turbulência é induzida por um gradiente de velocidade vertical não nulo resultante da tensão de cisalhamento causada pelo vento que sopra sobre a superfície da água (HENDERSON-SELLERS, 1976).

Hostetler e Bartlein (1990) obtiveram bons resultados para os perfis de temperatura. Isto foi atribuído ao fato do modelo de difusividade turbulenta simular razoavelmente bem as varia-

ções de evaporação controladas pelo clima. Os autores sugerem que o modelo de difusividade turbulenta utilizado pode ser aplicado em diversos lagos sem necessidade de calibração de parâmetros. Este modelo foi acoplado a um modelo climático regional por Hostetler et al. (1993). O objetivo foi realizar simulações climáticas de alta-resolução em áreas próximas a grandes corpos d'água. O acoplamento dos modelos produziu simulações realistas de temperatura do lago, evaporação e cobertura de gelo, conseqüentemente o sistema acoplado é aplicável a simulações de clima regional. Hostetler e Giorgi (1995) utilizaram o modelo da equação 3.2, acoplado a um modelo climático regional, para estudar os efeitos de gases-traço induzidos pelas mudanças climáticas em dois lagos de Wyoming. Stefan et al. (1998) simularam os efeitos de mudanças climáticas sobre o ciclo anual de temperaturas da água em lagos localizados em regiões de clima temperado.

Um modelo termodinâmico de “gelo” e “neve” foi acoplado por Vassiljev et al. (1994) ao modelo de Hostetler e Bartlein (1990) com o objetivo de simular as variações de evaporação e temperatura de três lagos da Estônia. Os resultados para temperatura e evaporação foram muito satisfatórios, no entanto os resultados relacionados ao gelo e a neve foram somente razoáveis (VASSILJEV et al., 1994).

Pereira e Tassin (1995) utilizaram um modelo unidimensional vertical para estudar o regime térmico do Reservatório de Tucuruí. O modelo utilizado por eles inclui dispersão vertical e advecção horizontal de temperatura. O modelo simulou bem os períodos de estratificação e mistura completa da coluna d'água e os perfis de temperatura obtidos apresentam razoável concordância com os valores medidos. A termoclina é bem posicionada permitindo definir bem o epilímnio e o hipolímnio. Eles observaram que o modelo é extremamente sensível ao coeficiente de difusividade turbulenta e ao balanço de energia na interface ar-água. Também ressaltaram que o modelo fornece valores médios, tanto no tempo quanto no espaço, de temperatura para todo o volume do lago, enquanto as medições de perfis são instantâneas e em um ponto específico do lago.

Peeters et al. (2002) utilizaram medições mensais de perfis de temperatura realizadas entre

1948 e 1997 no Lago Zurich (Suíça) e dados meteorológicos de uma estação próxima para comparar e simular perfis de temperatura através de um modelo de perfis semelhante ao de Hostetler e Bartlein (1990). O objetivo deles é utilizar este modelo para prever os efeitos de possíveis mudanças climáticas que venham a acontecer.

Diversas suposições já foram feitas e parametrizações foram testadas ou utilizadas na tentativa de se obter uma formulação adequada para a difusividade turbulenta, entre as quais pode-se citar Sundaram e Rehm (1971, 1973), Henderson-Sellers (1976, 1984, 1985), Bedford e Babajimopoulos (1977), McCormick e Scavia (1981) e Babajimopoulos e Papadopoulos (1986).

Na seqüência são apresentados alguns dos trabalhos que apresentam parametrizações para o coeficiente de difusividade turbulenta.

Sundaram e Rehm (1971) escrevem o coeficiente de difusividade turbulenta como

$$K = K_0 f(Ri), \quad (3.8)$$

onde  $K_0$  é o coeficiente de difusividade turbulenta para condições neutras e  $f(Ri)$  é um parâmetro de estabilidade dado pelo número de Richardson  $Ri$ ; se este parâmetro for diferente de 1 existe instabilidade, ou seja, a camada de água é instável. Uma forma de escrever  $Ri$  é

$$Ri = -\alpha_v g \frac{\partial T / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2}, \quad (3.9)$$

onde  $\alpha_v$  é o coeficiente de expansão volumétrica da água. O número de Richardson é positivo para estratificação estável e negativo para estratificação instável. O denominador da fração do lado direito representa a taxa de produção de turbulência pelo tensor de Reynolds enquanto o numerador representa a taxa de produção ou supressão de turbulência por empuxo (SUNDARAM; REHM, 1971). Os autores sugerem que é possível escrever o número de Richardson na forma

$$Ri = -\alpha_v g z^2 \frac{\partial z}{w^{*2}}, \quad (3.10)$$

onde  $w^* = \sqrt{\tau_s / \rho}$  é a velocidade de fricção,  $\tau_s$  é a tensão superficial induzida pelo vento e  $z$  é a profundidade a partir da superfície. Duas formas para a função  $f$  foram sugeridas, de forma



tal que a equação 3.8 pode ser escrita como

$$K = K_0(1 + a_1 Ri)^{-1} \quad e \quad K = K_0(1 - a_2 Ri), \quad (3.11)$$

onde  $a_1$  e  $a_2$  são constantes empíricas. Essas duas funções foram respectivamente propostas por Montgomery e Holzman *apud* Sundaram e Rehm (1971), tendo como resultados valores muito parecidos. Se fizermos uma expansão em Série de Taylor de ordem um em torno de  $Ri = 0$  verificaremos que, para  $a_1 = a_2 = a$ , as duas equações são aproximadamente iguais, ou seja,

$$K(Ri) = K_0(1 + aRi)^{-1} \approx K_0(1 - aRi). \quad (3.12)$$

Logicamente os coeficientes de difusividade turbulenta, para  $a$ 's iguais serão muito próximos. A variação de  $\alpha_v$  com a temperatura não foi incluída. O coeficiente  $K_0$  pode ser escrito de diversas formas e não foi apresentado neste trabalho. Sundaram e Rehm (1973) utilizam o mesmo modelo que Sundaram e Rehm (1971), com exceção da velocidade de fricção. No trabalho mais recente eles utilizam uma equação senoidal. Sundaram e Rehm (1973) escrevem  $K_0$  como

$$K_0 = \Theta u_*, \quad (3.13)$$

onde  $\Theta$  é uma constante apropriada e a velocidade de fricção  $u_*$  foi considerada como uma função senoidal (SUNDARAM; REHM, 1973).

Testes com várias parametrizações para o coeficiente de difusividade turbulenta na formação de termoclinas foram realizados por Henderson-Sellers (1976). Uma das formas de especificar o coeficiente de difusividade turbulenta é através do número de Prandtl. Para isso considera-se o coeficiente de difusão de *momentum*  $K_M$ , ou seja,

$$Pr = \frac{K_M}{K_H}, \quad (3.14)$$

onde  $K_H$  é o coeficiente de difusão térmica, ambos com unidades  $m^2 s^{-1}$ . Henderson-Sellers (1976) testou cinco expressões diferentes para o coeficiente  $K_0$  juntamente com as equações 3.2 e 3.8. Algumas destas expressões precisam de perfis de velocidade da água. Os autores

sugerem que estes perfis podem ser uma função exponencial, senoidal ou ainda uma parábola. A expressão que melhor descreveu o comportamento do coeficiente  $K_0$  foi

$$K_0 = \frac{1}{Pr} \frac{u_*^2}{\left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|}, \quad (3.15)$$

onde o número de Prandtl  $Pr$  é considerado igual a 1 (neutro). A comparação dos resultados obtidos com os observados são razoáveis (HENDERSON-SELLERS, 1976).

Bedford e Babajimopoulos (1977) testaram alguns modelos de difusividade turbulenta e verificaram que existe uma forte influência da utilização ou não da área variável com a profundidade, ou seja, de  $A(z)$ . A utilização de área constante afeta seriamente a magnitude da difusividade turbulenta. Os valores de difusividade turbulenta podem ser altamente variáveis na direção vertical e além disso esta não é uma propriedade termodinâmica de um fluido, o que significa que ela é diferente em cada lago ou reservatório (BEDFORD; BABAJIMOPOULOS, 1977).

A parametrização do coeficiente de difusão turbulenta é realizada em função de um parâmetro de estabilidade como o número de Richardson por exemplo. McCormick e Scavia (1981) apresentam uma simplificação para o cálculo de  $K(z,t)$  em função do número de Richardson. Para  $K_0$  foi utilizada a equação 3.13 de Sundaram e Rehm (1973). O número de Richardson utilizado é o da equação 3.10 (de Sundaram e Rehm (1971)). A forma final obtida para o coeficiente  $K(z,t)$  foi

$$K(z,t) = \frac{u_*}{\beta Ri}, \quad (3.16)$$

onde  $\beta$  é uma constante. Esta parametrização resultou em simulações razoáveis para os lagos em que foi testada (Lagos Ontário e Washington). Existe necessidade de estabelecer uma forma para  $\beta$  para que a parametrização possa ser utilizada para outros lagos (MCCORMICK; SCAVIA, 1981).

Henderson-Sellers (1984) apresentou uma nova formulação para  $K_0$  juntamente com uma parametrização para o número de Richardson independente da velocidade da superfície da água do lago. A equação de difusão de calor utilizada foi a 3.2 e a formulação apresentada para o

coeficiente  $K_0$  é

$$K_0 = 0,0062 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} C_D \frac{1}{\sqrt{g(u)}} u^{2,94} \exp(-k^* z), \quad (3.17)$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar,  $\rho_w$  é a densidade da água,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto,  $g(u)$  é a fração de energia do vento não dissipada pelas ondas e  $k^* = 6u^{-1.84}$ . A parametrização obtida para o número de Richardson é da forma

$$Ri = -\frac{N^2 u^{1,88} 3,8 \times 10^{-5}}{\frac{\rho}{\rho_w} C_D \exp(-2k^* z) g(u)}. \quad (3.18)$$

Duas funções  $f(Ri)$  (para a equação 3.8) foram utilizadas,

$$f(Ri) = (1 + 37 Ri^2)^{-1} \quad e \quad f(Ri) = (1 + Ri)^{-2}. \quad (3.19)$$

A segunda forma foi utilizada para altos números de Richardson enquanto a primeira foi considerada uma forma ótima por Henderson-Sellers (1982) *apud* Henderson-Sellers (1984). O autor concluiu que o modelo pode ser utilizado em simulações de lagos localizados em diferentes regiões climáticas sem a necessidade de recalibração e que as formulações de  $K$  e  $Ri$  deixam clara a necessidade do cálculo de um gradiente vertical de velocidade (HENDERSON-SELLERS, 1984).

Os modelos de evolução térmica baseados em conceitos de difusão turbulenta não encontram aplicações extensivas pois falta uma representação adequada para o coeficiente  $K_0$  (HENDERSON-SELLERS, 1985). Henderson-Sellers (1985) apresentou uma nova formulação analítica com base em algumas evidências empíricas. Esta formulação é utilizada por Hostetler e Bartlein (1990). Para o coeficiente de difusividade turbulenta foi utilizada a equação 3.15 com o gradiente da velocidade média do vento dado pelo perfil logarítmico, ou seja,

$$\frac{\partial |u|}{\partial z} = -\frac{u_*(z)}{\kappa z}, \quad (3.20)$$

$\kappa$  é a constante de von Kármán (igual a 0,4) e o sentido positivo de  $z$  aponta para o fundo do lago. Dessa forma

$$K_0 = \frac{\kappa u_* z}{Pr} \exp(-k^* z), \quad (3.21)$$

$k^*$  é um parâmetro relacionado ao perfil de Ekman e  $u_*$  é a velocidade de fricção. A função  $f(Ri) = (1 + 37 Ri^2)^{-1}$  é utilizada para as condições de instabilidade e o número de Richardson parametrizado é

$$Ri = \left\{ -1 + \sqrt{\frac{1 + 40 N^2 \kappa^2 z^2}{u_*^2 \exp(-2k^* z)}} \right\} \frac{1}{20}, \quad (3.22)$$

$N^2$  é a frequência de Brunt-Vaisala. No apêndice B são descritos cada um dos termos das equações 3.21 e 3.22.

Outra parametrização para o coeficiente de difusão turbulenta  $K(z, t)$ , muito parecida com a utilizada por McCormick e Scavia (1981), foi utilizada por Babajimopoulos e Papadopoulos (1986). O número de Richardson foi escrito como

$$Ri = -\alpha_v g z^2 \kappa^2 \frac{\partial T}{w_*^2}, \quad (3.23)$$

que é igual à equação (3.10) a menos de  $\kappa^2$ . Uma relação para o coeficiente de expansão volumétrica também é apresentada. A função  $f(Ri)$  é da forma

$$f(Ri) = (1 + \gamma Ri)^\lambda, \quad (3.24)$$

onde  $\gamma$  e  $\lambda$  são valores constantes. O coeficiente  $K_0$  (da equação 3.13) e  $f(Ri)$  (de 3.24) dependem de constantes que podem ser “escolhidas” ou calibradas de forma tal que os resultados das simulações de perfis de temperatura sejam satisfatórias. Babajimopoulos e Papadopoulos (1986) verificaram que o bom desempenho da parametrização de  $K$  depende da determinação das constantes  $\Theta$  (equação 3.13) e de  $\gamma$  e  $\lambda$  (equação 3.24). Eles mostram que altos valores de  $\Theta$  resultam em temperaturas mais baixas nas camadas superficiais,  $\gamma$  afeta as camadas mais profundas (se esse valor for aumentado essas temperaturas diminuem) e  $\lambda$  afeta o perfil de temperatura de forma oposta a  $\Theta$ . No apêndice B são apresentados os detalhes para o cálculo de 3.23 e 3.24; ambas as formulações são utilizadas nas simulações de evolução térmica (seções 6.2, 6.3 e 6.6).

Os estudos citados aqui foram realizados, em sua maioria, em lagos do hemisfério norte, conseqüentemente os ajustes, calibrações e eventuais parametrizações baseadas em argumentos

empíricos foram feitos para lagos de clima temperado e que congelam durante o inverno. O método de solução da equação diferencial utilizado é o método de diferenças finitas em suas variações explícita (por exemplo Hostetler e Bartlein (1990)) e implícita (utilizado por Stefan et al. (1998)). Em geral o passo de tempo é de um dia e a espessura das camadas varia entre 0.5 m e 5 m dependendo do lago estudado. Um modelo de evolução térmica em lagos é apresentado no capítulo 6 deste trabalho.

## 4 Região de estudo e dados utilizados

Os estudos realizados neste trabalho foram feitos com base em dados do Reservatório de Furnas. São apresentados neste capítulo uma descrição geral do reservatório, a descrição da estação micrometeorológica de Guapé e o tratamento e preenchimento de falhas das séries de dados de temperatura do ar, velocidade do vento, radiação solar incidente, umidade relativa e temperatura da superfície da água.

### 4.1 O Reservatório de Furnas

O Reservatório de Furnas está localizado na Bacia de Furnas ou Bacia do Rio Grande, a qual está, aproximadamente, entre as latitudes 20°30' e 22°00' sul e longitude 45°00' e 47°00' oeste. A usina hidrelétrica está localizada entre os municípios de São José da Barra e São João Batista da Glória em Minas Gerais. A área do reservatório está, em sua maior parte, localizada no sul do estado de Minas Gerais, fazendo divisa com os estados de São Paulo e Rio de Janeiro. A altitude a jusante da represa é de cerca de 670 m. A profundidade máxima do reservatório é de 90 m e a profundidade média é de 13 m. A área inundada é de aproximadamente 1440 km<sup>2</sup>. O reservatório é formado pelos Rios Grande e Sapucaí e seus respectivos afluentes. Cada um dos dois rios principais tem cerca de 250 km de extensão. A figura 4.1 mostra a localização espacial da Bacia Hidrográfica de Furnas. A localização espacial das estações de medições de dados assim como os pontos de medição de perfis de temperatura são apresentados na figura 4.9.

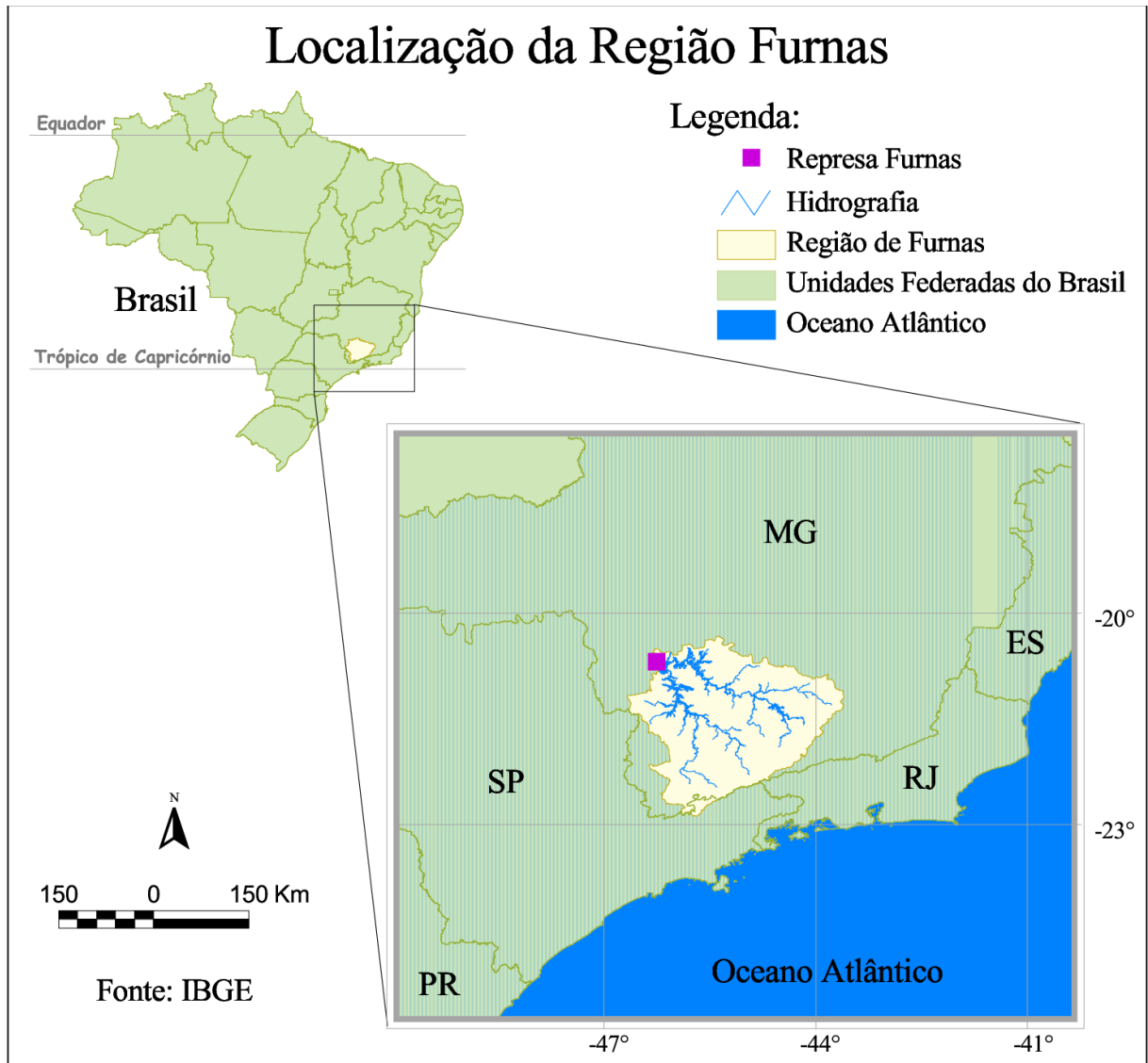


Figura 4.1: Bacia hidrográfica de Furnas. Fonte: Kan (2005).

## 4.2 Dados utilizados

Dois conjuntos de dados são utilizados neste trabalho, o primeiro para o cálculo dos fluxos superficiais através de equações de transferência e o segundo para o modelo de evolução térmica do lago. Ambos os conjuntos incluem os dados de velocidade do vento, temperatura da água e do ar, umidade do ar (relativa e específica) e níveis d'água. O primeiro conjunto também engloba a matriz de covariâncias turbulentas entre as componentes de velocidade do vento e a temperatura do ar e umidade específica, que são justamente os fluxos medidos através do MCT. O segundo conjunto de dados engloba também as radiações solares incidente e refletida, a radiação líquida, a curva cota-área e os perfis de temperatura.

Os dados de velocidade do vento, temperatura do ar, radiação solar incidente e umidade relativa utilizados neste trabalho são, em sua maioria, provenientes da Estação Experimental Micrometeorológica de Guapé (que, devido a sua importância para este trabalho, será descrita na próxima seção). Para as equações de transferência foram utilizadas somente as medições 'boas' da estação Guapé conforme será descrito no capítulo 5. Para o modelo de evolução térmica foi necessário preencher as falhas de medição ocorridas na estação Guapé. Para o preenchimento destas eventuais falhas foram utilizados dados de uma estação meteorológica automática da CEMIG(Companhia Energética de Minas Gerais), instalada no município de Carmo do Rio Claro no sul de Minas Gerais. A Estação Carmo da CEMIG fica a uma latitude aproximada de 20°59'12" sul, longitude de 46°07'20" Oeste e altitude aproximada de 915 m, distante cerca de 35 km da estação Guapé.

A curva cota-área do lago de Furnas, os dados de nível d'água e perfis de temperatura foram fornecidos por FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. (2005 e 2006). A figura 4.2 mostra a curva cota-área do Lago de Furnas cuja função é:

$$A(Z) = 560132 Z^2 - 7,9982 \times 10^8 Z + 2,85323 \times 10^{11} \text{ m}^2 \quad (4.1)$$

onde  $Z$  é a cota do nível d'água.



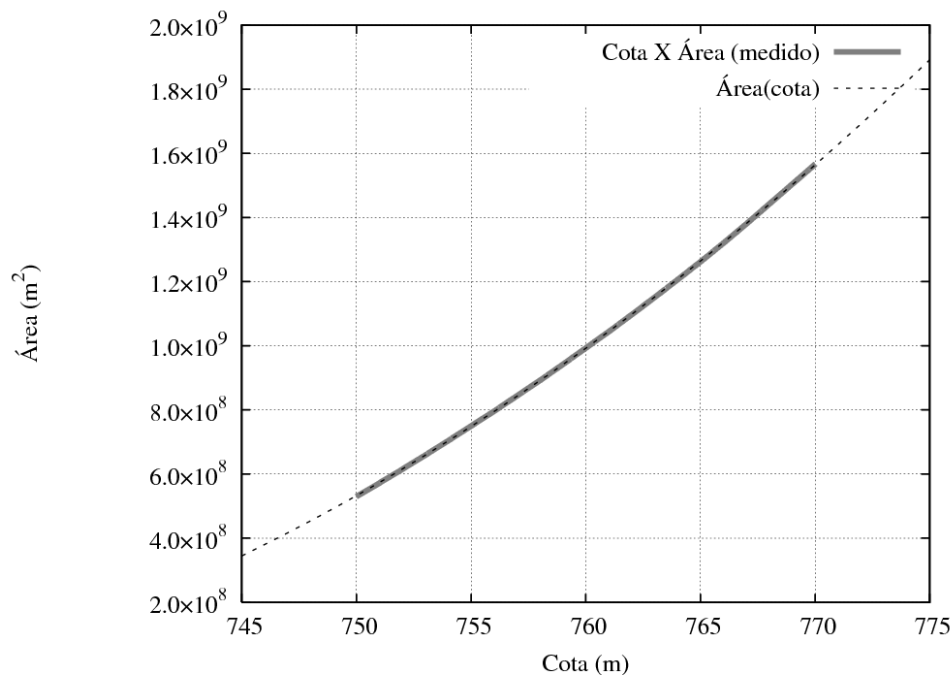


Figura 4.2: Curva cota-área do Lago de Furnas (FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A., 2005 e 2006).

Os dados de nível d'água medidos no Reservatório de Furnas entre 01 de janeiro de 1997 e 31 de dezembro de 2004 são mostrados na figura 4.3. Podemos ver que o nível do reservatório diminuiu muito até chegar na grande crise energética que ocorreu entre 2001 e 2002. A barra vertical preta representa o início de operação da estação micrometeorológica Guapé no dia 13 de junho de 2003.

Os perfis de temperatura são medidos em cinco pontos diferentes no Lago de Furnas. Esses pontos são Barranco Alto, Fama, Guapé, Porto Fernandes e Turvo. A tabela 4.1 mostra as latitudes e longitudes aproximadas de cada um dos pontos de medição de perfis de temperatura. As figuras 4.4 a 4.8 mostram alguns perfis medidos nestes pontos em cinco períodos diferentes. É importante salientar que estes perfis foram medidos apenas em dias próximos, provavelmente em diferentes horários e talvez não exatamente no mesmo ponto. Além disso podem ocorrer erros relativos à precisão e calibração dos sensores utilizados nas medições dos perfis de temperatura. Para comparação com os perfis simulados foram escolhidos os pontos Guapé e Turvo, pois são os de maior profundidade e além disso ficam mais próximos do ponto onde está instalada a Estação Guapé.

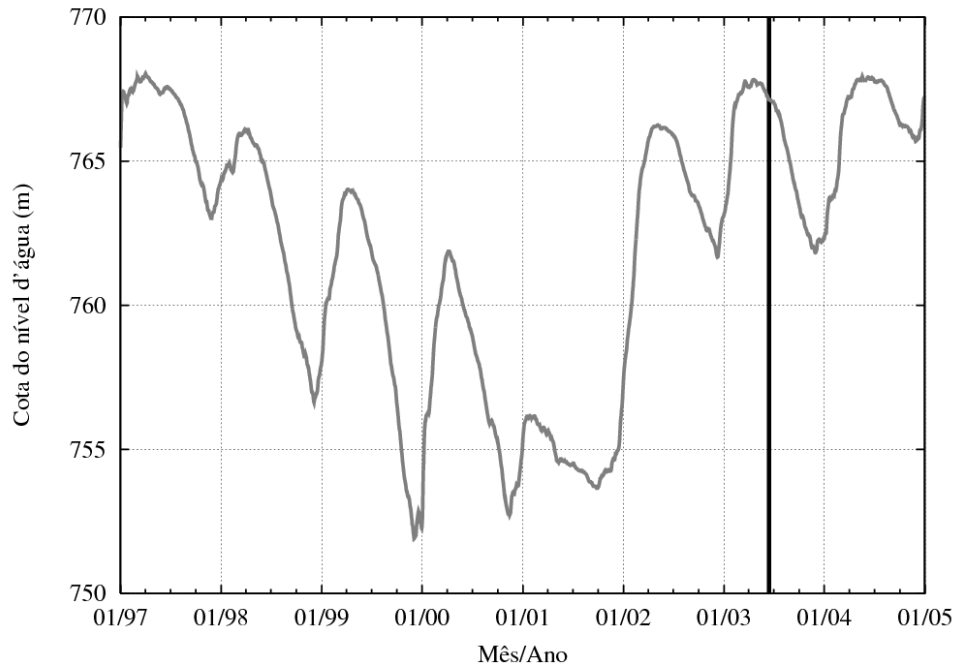


Figura 4.3: Nível d'água do Reservatório de Furnas (FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A., 2005 e 2006). A barra vertical representa o início de operação da estação micrometeorológica Guapé (em 13/06/2003).

Ponto de medição	Latitude	Longitude
Fama	21°24'30"S	45°51'30"O
Barranco Alto	21°11'20"S	45°59'40"O
Guapé	20°46'20"S	45°54'30"O
Porto Fernandes	20°52'30"S	45°37'50"O
Turvo	20°44'20"S	46°07'30"O

Tabela 4.1: Latitudes e longitudes aproximadas dos pontos de medição dos perfis de temperatura.

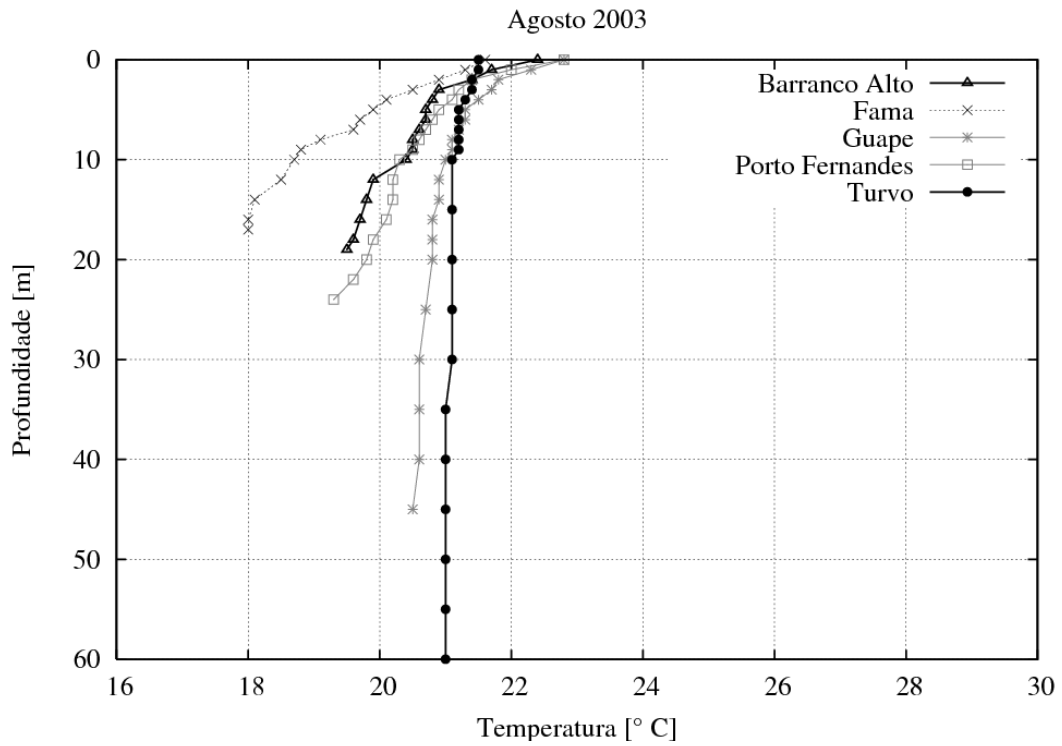


Figura 4.4: Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em agosto de 2003.

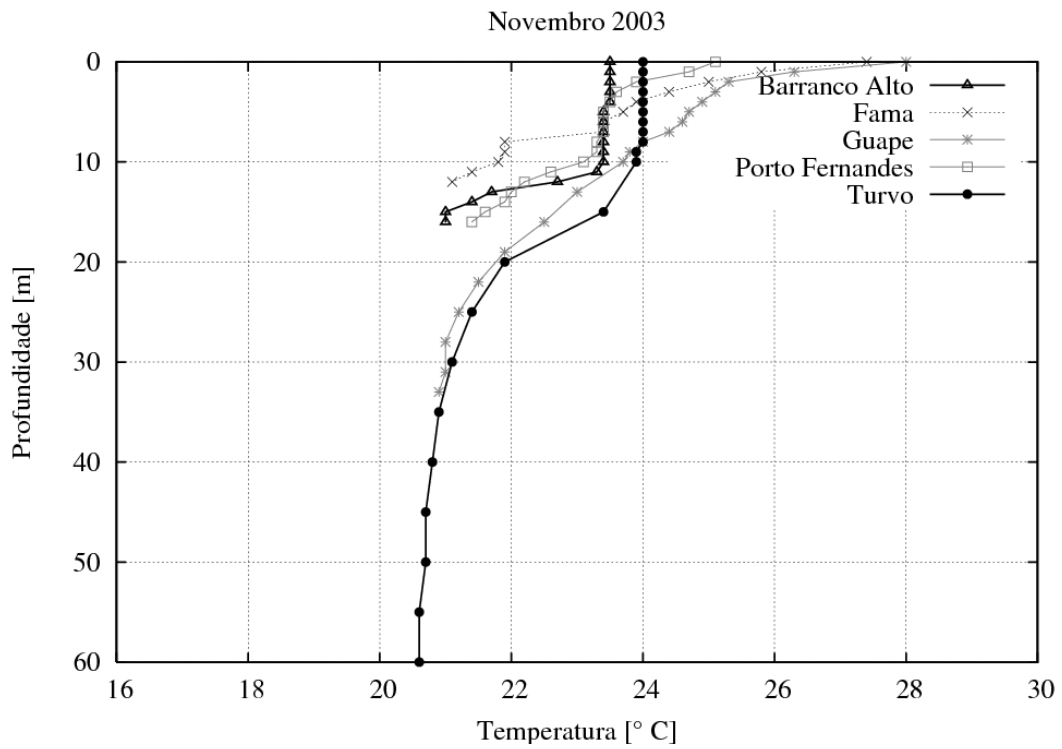


Figura 4.5: Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em novembro de 2003.

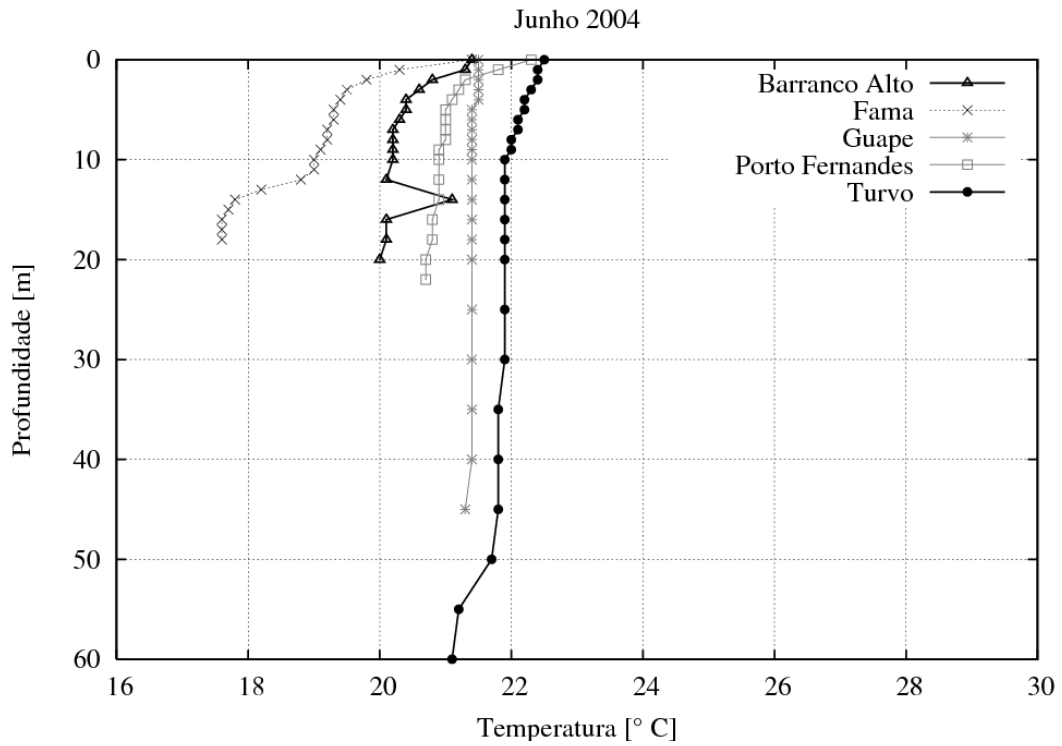


Figura 4.6: Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em junho de 2004.

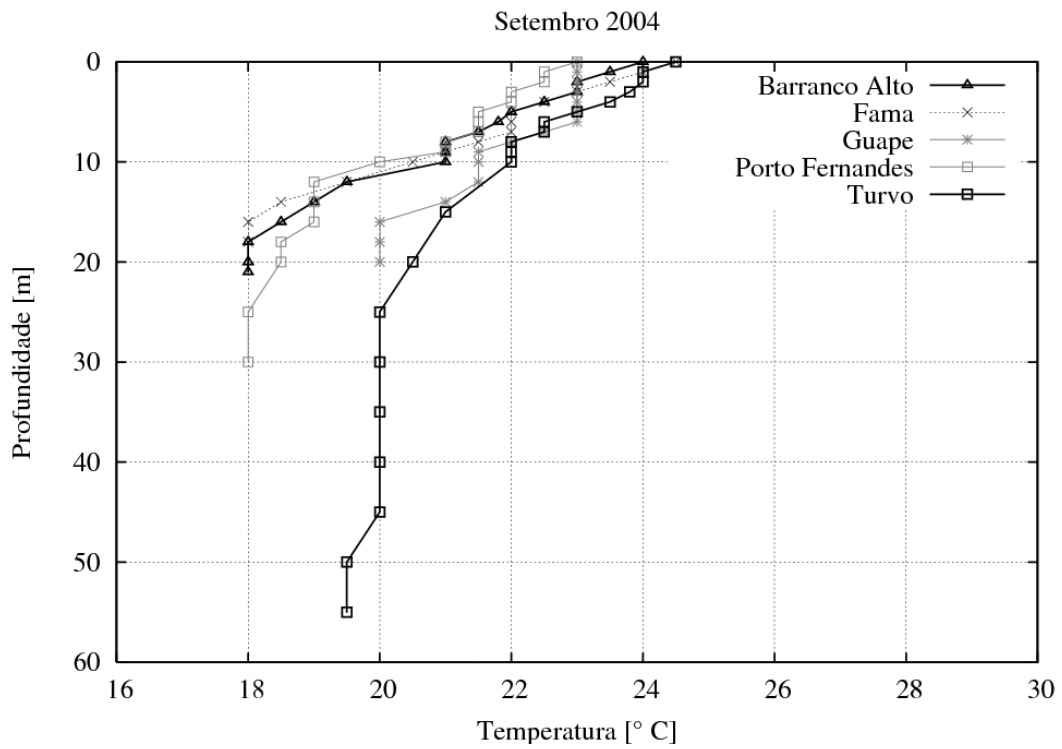


Figura 4.7: Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em setembro de 2004.

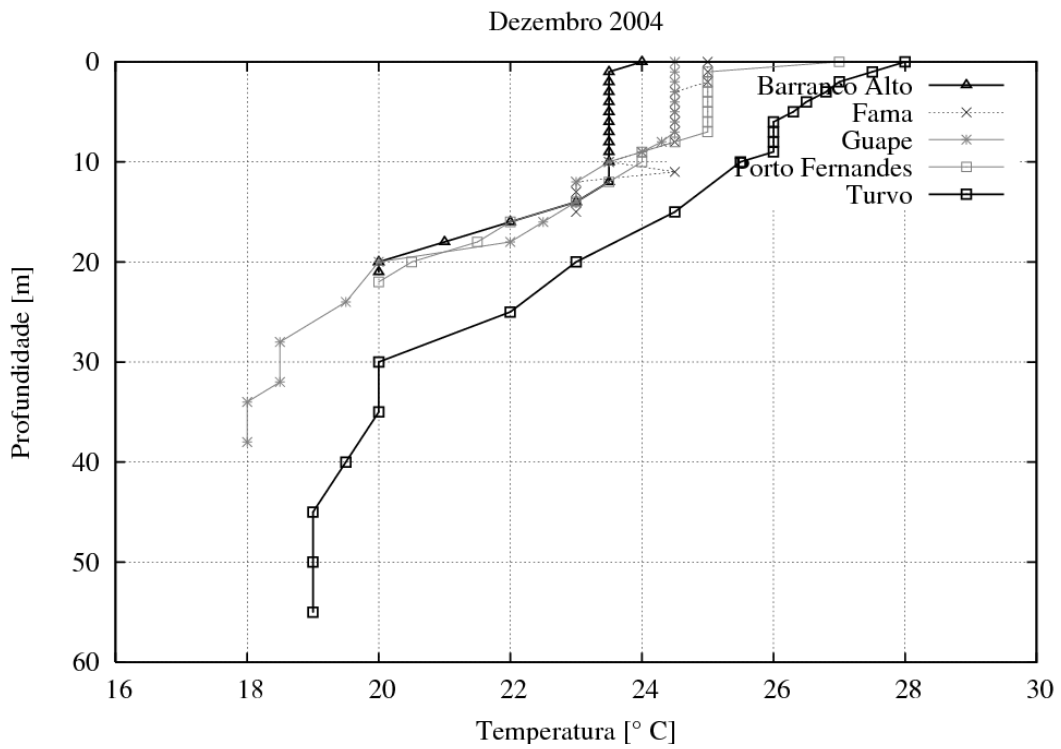


Figura 4.8: Perfis de temperatura medidos no Lago de Furnas em dezembro de 2004.

Os pontos de medição dos perfis de temperatura estão representados na figura 4.9 juntamente com as localizações da estação micrometeorológica Guapé e da estação meteorológica Carmo.

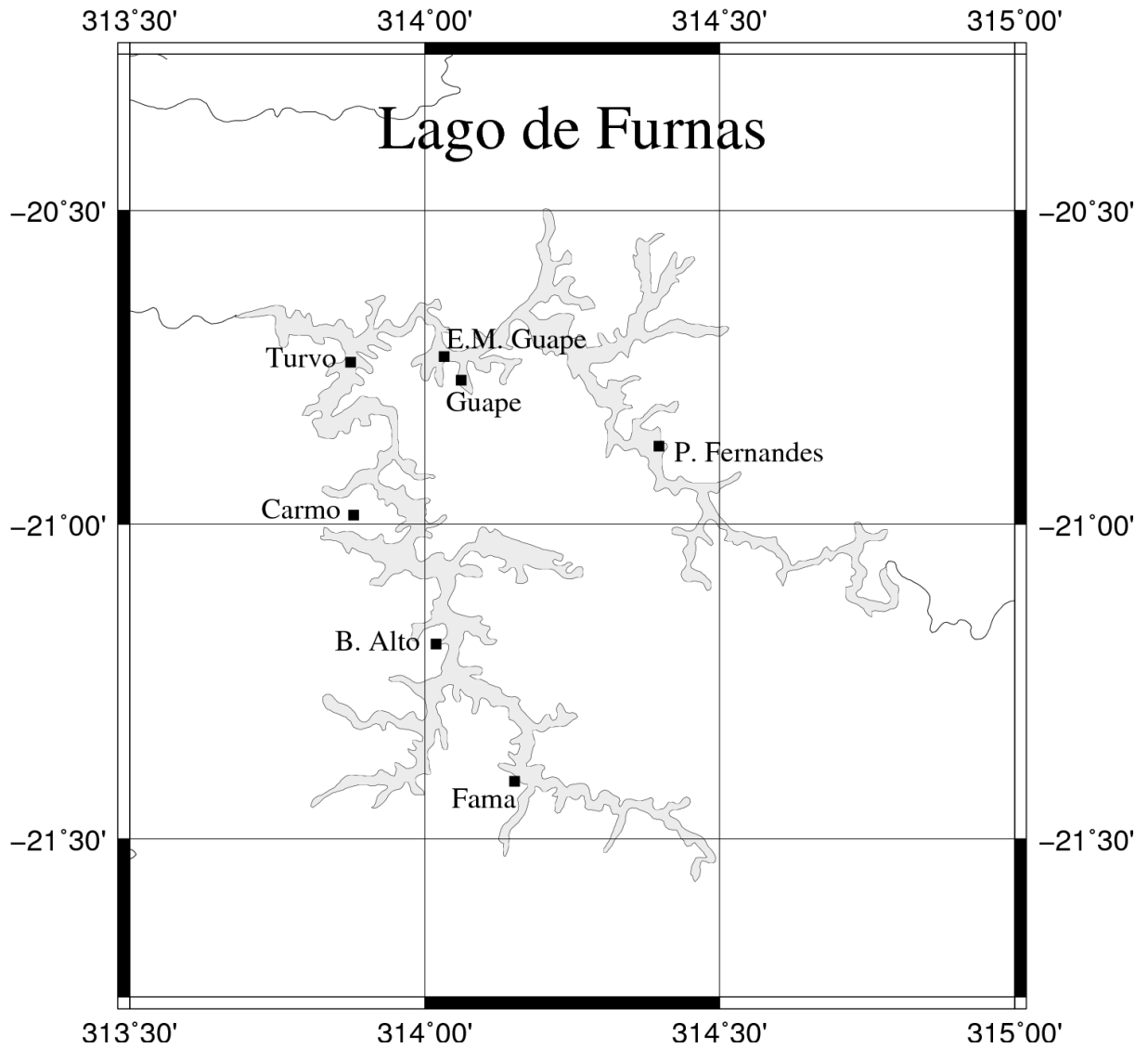


Figura 4.9: Localização espacial dos pontos de medição de perfis de temperatura da água (Turvo, Guapé, Fama, Barranco Alto e Porto Fernandes), da estação micrometeorológica Guapé (E.M.Guapé) e da estação Carmo.

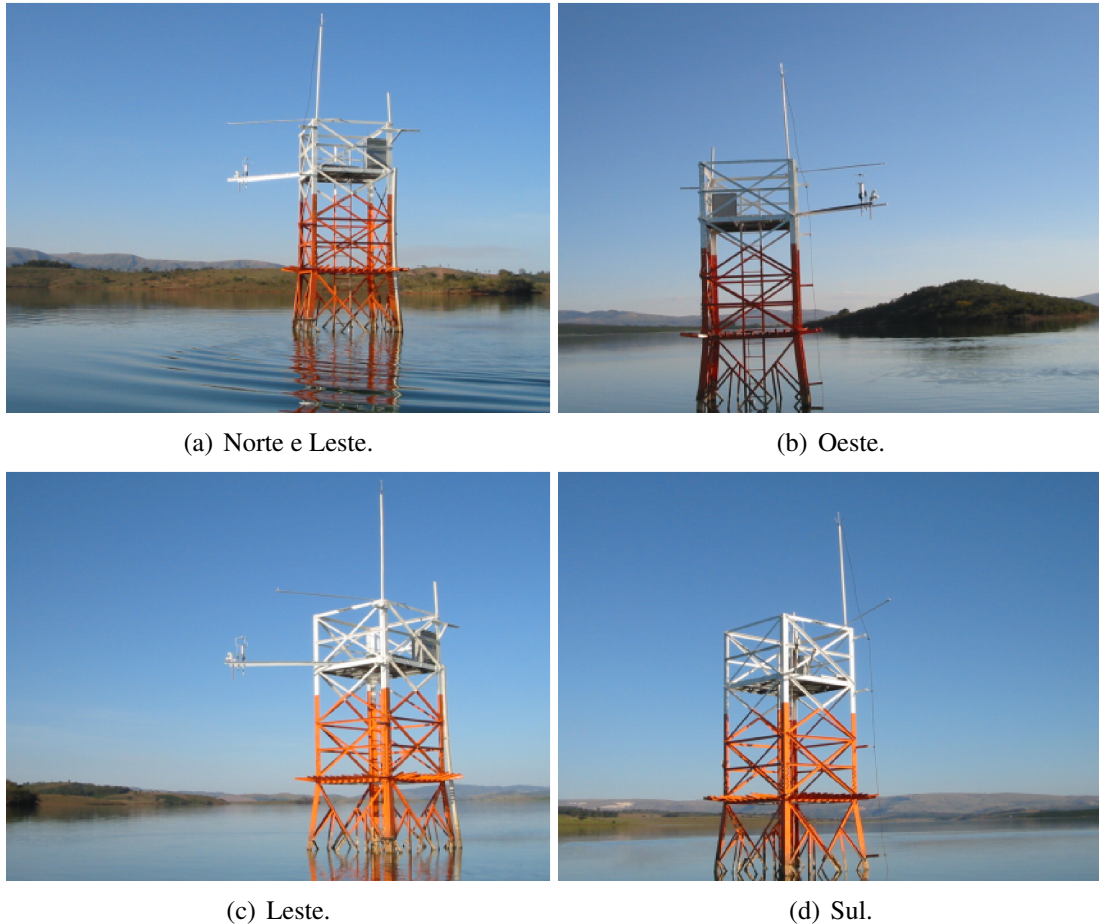


Figura 4.10: Vistas a partir da torre da Estação Guapé (junho de 2003).

### 4.2.1 Estação Guapé

A maior parte dos dados utilizados no desenvolvimento deste trabalho são provenientes de medições realizadas na estação micrometeorológica de Guapé (instalada e operada pelo Lemma – UFPR/SIMEPAR/IAPAR) localizada no município de Guapé no sul de Minas Gerais. Esta estação está instalada dentro do Lago de Furnas a uma latitude aproximada de  $20^{\circ}44'$  sul, longitude de  $45^{\circ}58'$  Oeste e altitude aproximada de 771,8 m (altitude dos instrumentos de medição). A figura 4.10 mostra as vistas ao norte, sul, leste e oeste da estação, sendo que os equipamentos de medição estão alinhados com o norte. Como sabemos a estação fica dentro do reservatório num local em que o escoamento pode se desenvolver livremente. As distâncias aproximadas da estação até os pontos de terra mais próximos são apresentados na tabela 4.2.

Neste trabalho foram utilizados os dados medidos entre 14 de junho de 2003 e 31 de de-

Direção	Distância
Nordeste	420 m
Sudoeste	440 m
Sudeste	1300 m
Noroeste	880 m

Tabela 4.2: Distâncias aproximadas da estação micrometeorológica Guapé até os pontos de terra mais próximos.

zembro de 2004. Durante este período a configuração de equipamentos da estação passou por algumas modificações, ou seja, alguns equipamentos foram adicionados e outros mudaram de posição conforme descrito na sequência.

A sonda capacitiva *CS500*, mostrada na figura 4.11(a) possui um sensor capacitivo que mede a umidade relativa do ar e um sensor de temperatura do ar. Esta sonda é colocada dentro de um abrigo ventilado de PVC para que fique protegido das intempéries e animais. Este abrigo de PVC foi desenvolvido no *Lemma*. A figura 4.11(b) também mostra o anemômetro sônico *Young 81000* (que mede duas componentes horizontais e uma componente vertical da velocidade do vento a a temperatura virtual) ao lado de um termopar e do abrigo de PVC da sonda capacitiva.

A temperatura do ar é medida por um termopar de fio fino. Inicialmente o termopar foi instalado bem próximo ao anemômetro sônico, porém como é extremamente sensível e as quebras eram muito frequentes, primeiro optou-se por instalar mais um termopar, desta vez na entrada do abrigo de PVC da sonda capacitiva *CS500* de forma tal que as medições de umidade não fossem prejudicadas. Posteriormente, como as temperaturas que estavam sendo medidas pelos dois termopares eram praticamente iguais (diferenças de cerca de  $0,01^{\circ}\text{C}$ ), foi decidido que apenas o termopar instalado na entrada do abrigo de PVC continuaria instalado na estação. A figura 4.12 mostra detalhes de termopares utilizados na estação micrometeorológica.

Na figura 4.13 são mostrados detalhes do conjunto formado pelo anemômetro sônico, termopar e sonda capacitiva instalada dentro do abrigo de PVC.

A medição de precipitação é feita através de um pluviômetro comum.



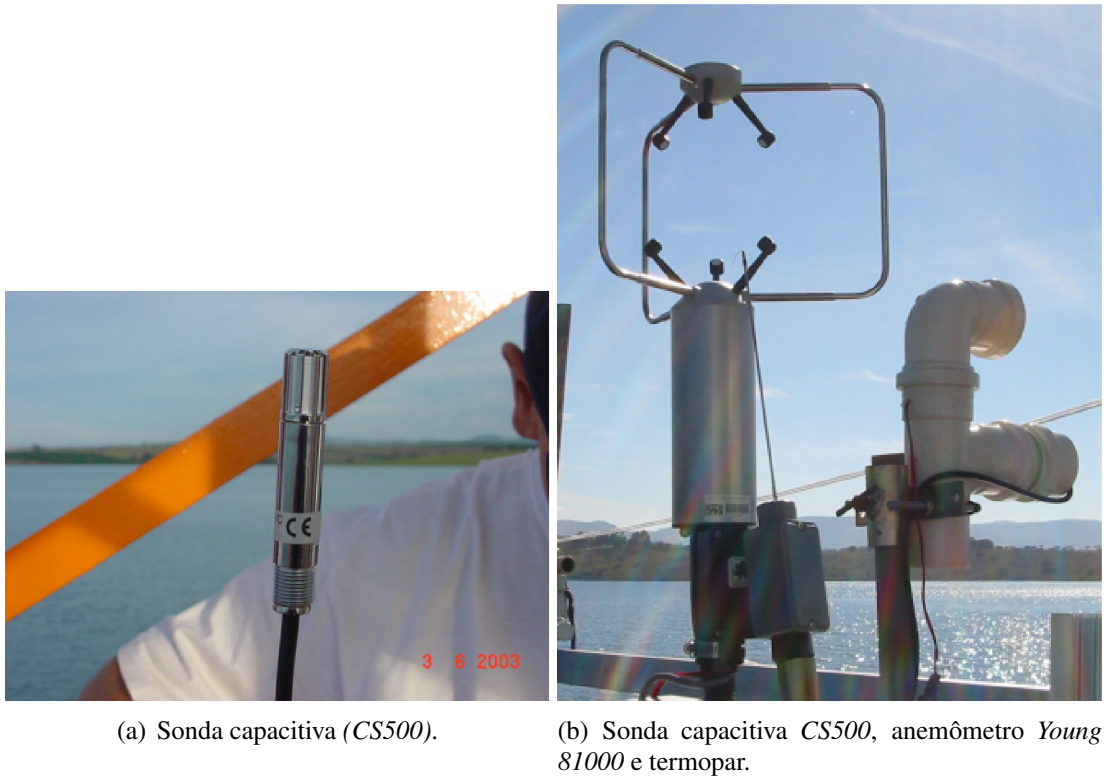


Figura 4.11: Detalhes do anemômetro sônico e da sonda capacitiva.



Figura 4.12: Equipamento de medição da temperatura do ar - termopar.



Figura 4.13: Sonda capacitiva *CS500*, anemômetro sônico *Young 81000* e termopar instalados na torre.

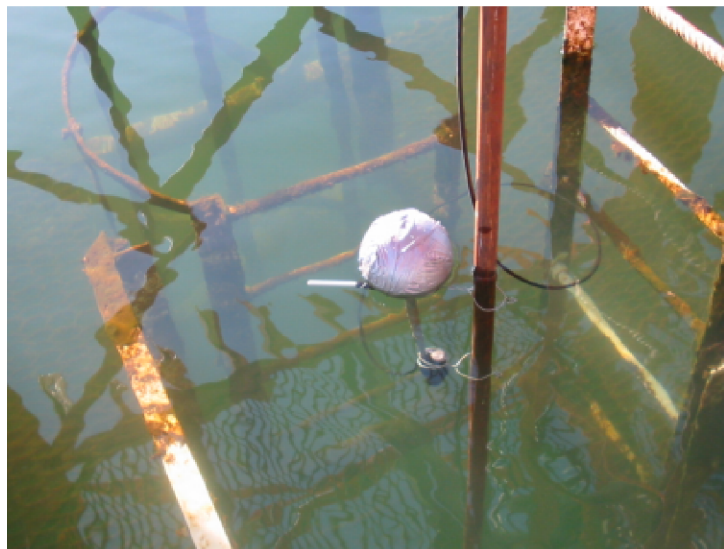


Figura 4.14: Sistema de medição da temperatura da superfície da água.

A radiação líquida é medida por um radiômetro líquido. As radiações solares incidente e refletida são medidas por dois piranômetros (um para radiação incidente e outro para a radiação refletida). A temperatura da superfície da água é medida por um termômetro acoplado a uma bóia e submerso a aproximadamente 3 cm de profundidade conforme mostra a figura 4.14.

Como esta é uma estação micrometeorológica e seu principal objetivo é a medição de fluxos através do Método de Covariâncias Turbulentas, a frequência de medição de velocidade do

Sensor	Fabricante	Modelo	Variáveis
Anemômetro sônico	Young	81000	temperatura virtual e velocidade do vento
Sonda capacitiva	Campbell Sci.	CS500	umidade do ar e temperatura do ar
Termopar	Campbell Sci.	FW3	temperatura do ar
Piranômetro	Kipp & Zonnen	Sp-Lite	radiação solar incidente e refletida
Radiômetro líquido	Kipp & Zonnen	Nr-Lite	radiação líquida
Termistor (bóia)	Campbell Sci.	108	temperatura da superfície da água
Pluviômetro	Met. Res. Inc.	302	precipitação
Datalogger	Campbell Sci.	CR23-X	processa e armazena os dados

Tabela 4.3: Sensores, fabricantes, modelos e variáveis medidas.

vento, temperatura e umidade do ar é de 10 Hz, ou seja, as medições são realizadas 10 vezes por segundo. O *datalogger* recebe essas medições, calcula variâncias e desvios-padrão de cada variável além das covariâncias entre as variáveis medidas e também armazena as médias para cada meia hora. As radiações líquida e solares incidente e refletida, a precipitação e a temperatura da superfície da água são medidas com uma frequência de 0,1 Hz e também são armazenadas médias de 30 minutos. Cada conjunto de dados armazenado para cada meia-hora é chamado de *run*, portanto são utilizados *runs* com valores médios de 30 minutos.

A tabela 4.3 mostra os sensores utilizados na estação Guapé, respectivos fabricantes, modelos e variáveis medidas.

### 4.3 Tratamento dos dados

Conforme foi citado anteriormente, são medidas três componentes de velocidade do vento sendo duas horizontais e uma vertical, no entanto, o anemômetro sônico pode não estar com seu eixo  $z$  totalmente alinhado. Para resolver este problema deve ser feita uma rotação de coordenadas (seção 4.3.1). Durante a rotação de coordenadas a velocidade média e a direção do vento também são calculadas. Com as direções do vento é possível obter a rosa dos ventos que é mostrada na seção 4.3.2. Para o modelo de estratificação térmica são necessárias séries de temperatura do ar, umidade relativa, velocidade média do vento e radiação solar incidente completas e sem falhas; na seção 4.3.3 são apresentados os dados medidos e a respectiva forma

de preenchimento.

### 4.3.1 Rotação de coordenadas

Um anemômetro sônico realiza suas medições em um sistema de coordenadas  $x_0, y_0, z_0$  fixo, onde o índice “0” indica o sistema original de coordenadas. A instalação de um anemômetro sônico é realizada de forma tal que seu eixo  $x_0$  fique alinhado com a direção norte-sul ou com a direção Leste-Oeste enquanto  $z_0$  é alinhado com a direção vertical do local através de um fio de prumo. O principal objetivo de uma rotação de coordenadas é que o novo eixo  $x$  esteja alinhado com a direção do vento médio, ou seja, alinhado à superfície e que o novo eixo  $z$  esteja alinhado com direção normal à superfície. O processo de rotação de eixos é praticamente desnecessário sobre superfícies horizontais ou quase horizontais, como é o caso da superfície da água do lago de Furnas, mas é extremamente importante quando se medem fluxos sobre superfícies inclinadas (DIAS et al., 2004).

O sistema de referência do anemômetro sônico *Young 81000* é mostrado na figura 4.15. Esta figura também mostra a relação que existe entre o arco-cosseno diretor do vetor velocidade do vento horizontal ( $\alpha_x$ ), e o azimute da velocidade do vento ( $\alpha_N$ ) (DIAS et al., 2004).

O arco cosseno-diretor é dado por

$$\alpha_x = \arctan2(\overline{v_0}, \overline{u_0}), \quad (4.2)$$

onde a função “arctg2” retorna um valor entre  $-\pi$  e  $\pi$ , sendo que o valor  $0\pi$  indica um vento que vem da direção Leste,  $\pi/2$  indica um vento que vem do Norte,  $-\pi/2$  indica que o vento vem de Sul e  $-\pi$  ou  $\pi$  indica que o vento vem de Oeste. O azimute (ângulo que o vento faz com o Norte) é dado por

$$\alpha_N = (\pi/2 - \alpha_x) \bmod 2\pi, \quad (4.3)$$

com  $\alpha_N$  entre 0 e  $2\pi$ .

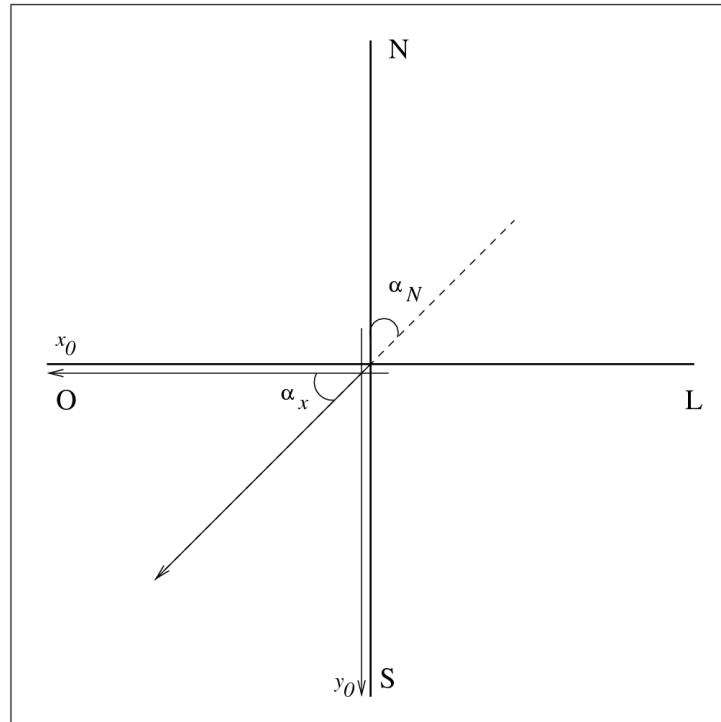


Figura 4.15: Posições relativas dos eixos coordenados e das direções cardeais no anemômetro *Young 81000*. O triedro  $x_0, y_0, z_0$  é positivamente orientado, com  $z_0$  apontando para cima (DIAS et al., 2004).

O Tensor de Reynolds  $\tau_0$  ou matriz de covariâncias

$$\left[ \tau_0 \right] = \begin{bmatrix} \overline{u'_0 u'_0} & \overline{u'_0 v'_0} & \overline{u'_0 w'_0} \\ \overline{v'_0 u'_0} & \overline{v'_0 v'_0} & \overline{v'_0 w'_0} \\ \overline{w'_0 u'_0} & \overline{w'_0 v'_0} & \overline{w'_0 w'_0} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

é determinado a partir das medições nos eixos originais do anemômetro e deve ser rotacionado através de

$$\tau = C^T \tau_0 C, \quad (4.5)$$

onde  $C$  é a matriz de rotação, dada por

$$\left[ C \right] = \begin{bmatrix} \cos\alpha_x \cos\alpha_z & -\text{sen}\alpha_x & -\cos\alpha_x \text{sen}\alpha_z \\ \text{sen}\alpha_x \cos\alpha_z & \cos\alpha_x & -\text{sen}\alpha_x \text{sen}\alpha_z \\ \text{sen}\alpha_z & 0 & \cos\alpha_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

e  $\tau$  é o tensor de Reynolds rotacionado, ou seja,

$$\left[ \begin{array}{c} \tau \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{array} \right]. \quad (4.7)$$

O ângulo  $\alpha_z$  é dado por

$$\alpha_z = \arctan2 \left( \overline{w_0}, \sqrt{\overline{u_0^2} + \overline{v_0^2}} \right), \quad (4.8)$$

que assim como  $\alpha_x$  está no intervalo  $(-\pi, \pi)$ .

O novo sistema  $x, y, z$ , alinhado com o vetor velocidade média do vento, terá como novas coordenadas

$$\bar{u} = \sqrt{\overline{u_0^2} + \overline{v_0^2} + \overline{w_0^2}}, \quad (4.9)$$

$$\bar{v} = 0, \quad (4.10)$$

$$\bar{w} = 0. \quad (4.11)$$

As covariâncias  $\overline{w'_0 q'_a}$  e  $\overline{w'_0 \theta'}$  devem ser rotacionadas através de

$$\overline{w' \theta'} = -\overline{u'_0 \theta'} \cos \alpha_x \sin \alpha_z - \overline{v'_0 \theta'} \sin \alpha_x \sin \alpha_z + \overline{w'_0 \theta'} \cos \alpha_z, \quad (4.12)$$

$$\overline{w' q'_a} = -\overline{u'_0 q'_a} \cos \alpha_x \sin \alpha_z - \overline{v'_0 q'_a} \sin \alpha_x \sin \alpha_z + \overline{w'_0 q'_a} \cos \alpha_z \quad (4.13)$$

e  $\theta$  pode ser a temperatura do ar, a temperatura medida pela sonda capacitiva ou a temperatura virtual. As covariâncias  $\overline{w' q'_a}$  e  $\overline{w' \theta'}$  fornecem respectivamente os fluxos de calor latente e calor sensível como foi mostrado na seção 2.3.

Com o tensor de Reynolds e as covariâncias  $\overline{w' q'_a}$  e  $\overline{w' \theta'}$  rotacionados e com a velocidade média do vento  $\bar{u}$  calculada, estes dados já podem ser utilizados para outros cálculos.

### 4.3.2 Rosa dos ventos

Em relação aos dados a primeira observação a ser feita será em relação às direções do vento. O posicionamento da estação meteorológica, em relação aos pontos cardeais, é mostrado

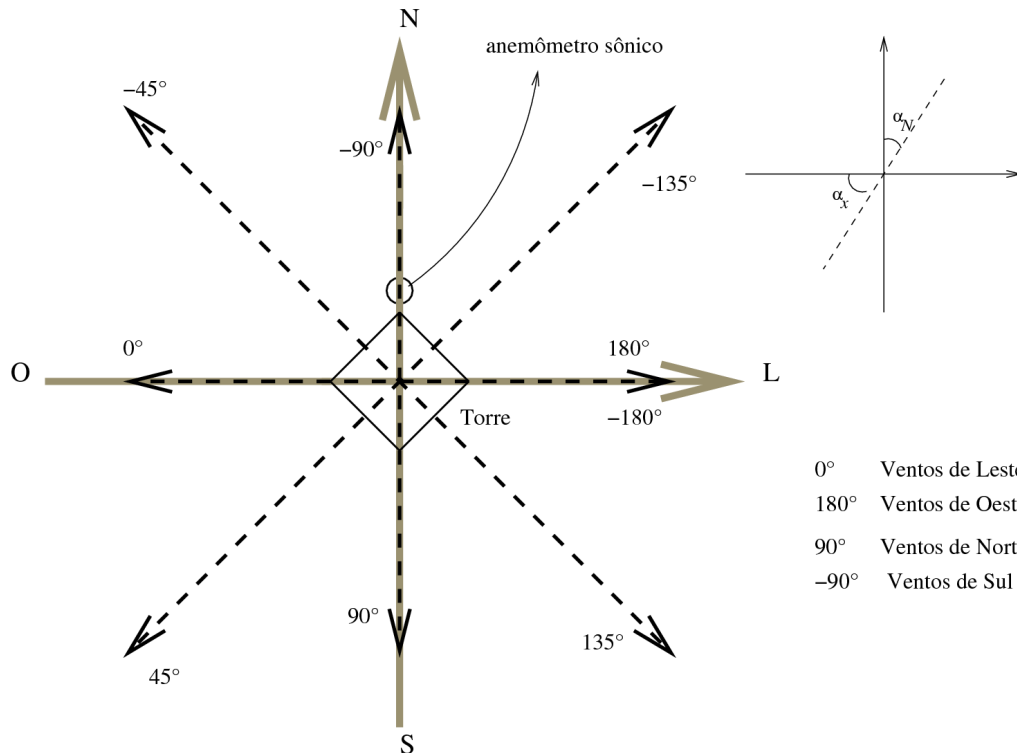


Figura 4.16: Posição da torre instalada dentro do Lago de Furnas e ângulos ( $\alpha_x$ ) de velocidade do vento.

na figura 4.16 juntamente com os ângulos em relação ao Leste ou ao eixo  $x$ . As setas estão apontando na direção para a qual o vento está soprando, ou seja, se o ângulo entre as componentes  $u$  e  $v$  rotacionadas da velocidade do vento é  $-90^\circ$  significa que o vento está vindo do Sul. Estes ângulos são utilizados na obtenção da rosa dos ventos.

A tabela 4.4 mostra as direções do vento e respectiva frequência com que ocorrem, obviamente após a rotação de coordenadas. Esses valores estão plotados na figura 4.17 onde as linhas pretas mostram as frequências de ocorrência da direção de vento médio. Observa-se que o vento predominante vem de Leste. Isto deve-se à topografia da região onde está instalada a estação meteorológica; a maior extensão de água do lago fica exatamente ao Leste da estação micrometeorológica e conseqüentemente ocorre a canalização dos ventos vindos desta direção.

$\alpha_x$	$\alpha_N$	Frequência (%)
0°	270°	59,9099
45°	315°	7,8202
90°	0°	7,2190
135°	45°	5,4777
180°	90°	3,8131
-135°	135°	10,1578
-90°	180°	1,7461
-45°	225°	3,8562

Tabela 4.4: Porcentagem de cada uma das direções do vento.

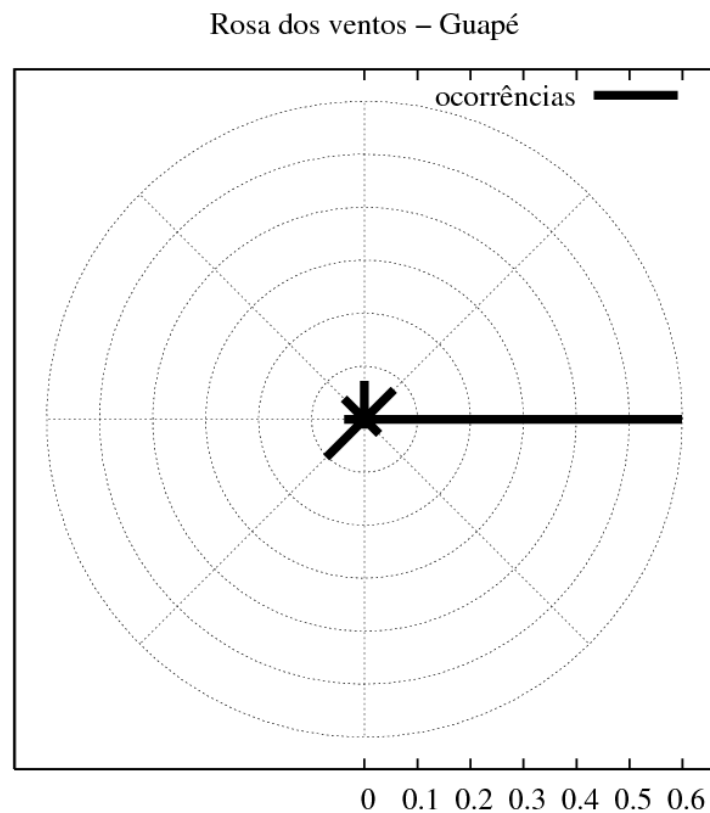


Figura 4.17: Rosa dos ventos do ponto onde está instalada e estação Guapé.



Guapé × Carmo		
Variável	VIÉS	REMQ
$\theta_a$ [°C]	-3,284640	4,702547
$y$ [%]	11,674142	16,115922
$u$ [ms <sup>-1</sup> ]	-1,293698	2,533343
$R_{si}$ [W m <sup>-2</sup> ]	7,044644	151,386159

Tabela 4.5: VIÉS e REMQ entre os dados médios horários das estações Carmo e Guapé antes do preenchimento.

### 4.3.3 Preenchimento de falhas

Para o modelo de evolução térmica são necessárias séries de dados completas. Por isso se faz necessário o preenchimento de falhas dos dados. Os dados necessários são temperatura do ar, velocidade do vento, umidade relativa, radiação solar incidente, nível d'água e respectivas datas e horários de medição. Os dados de temperatura superficial da água não serão utilizados em cálculos de outras variáveis por isso, optou-se por não preencher esta série.

Como foi citado anteriormente, na estação Guapé são armazenadas as médias de meia hora de cada uma das variáveis medidas. Os dados da estação do Carmo são médias horárias. Para facilitar o preenchimento de dados, primeiramente foram calculadas as médias horárias para as variáveis da estação Guapé. O passo seguinte foi preencher os arquivos de dados de modo que não exista nenhuma falha nas datas e horas destes. Após o preenchimento das horas e datas foi feita uma regressão linear entre as variáveis medidas nas duas estações. A tabela 4.5 mostra o viés e a raiz do erro médio quadrático para cada uma das variáveis. Na tabela 4.5 as variáveis  $\theta_a$  (temperatura do ar),  $y$  (umidade relativa do ar),  $u$  (velocidade do vento) e  $R_{si}$  (radiação solar incidente) referem-se aos valores médios horários. Além das diferenças naturais e geográficas entre as duas estações, fatores como nebulosidade e calibração dos sensores também influenciam estas diferenças.

Os ajustes ou regressões lineares entre as médias horárias das variáveis e os respectivos preenchimentos de falhas são mostrados na seqüência.

Para a temperatura do ar  $\theta_a$  a comparação entre os dados medidos nas duas estações e

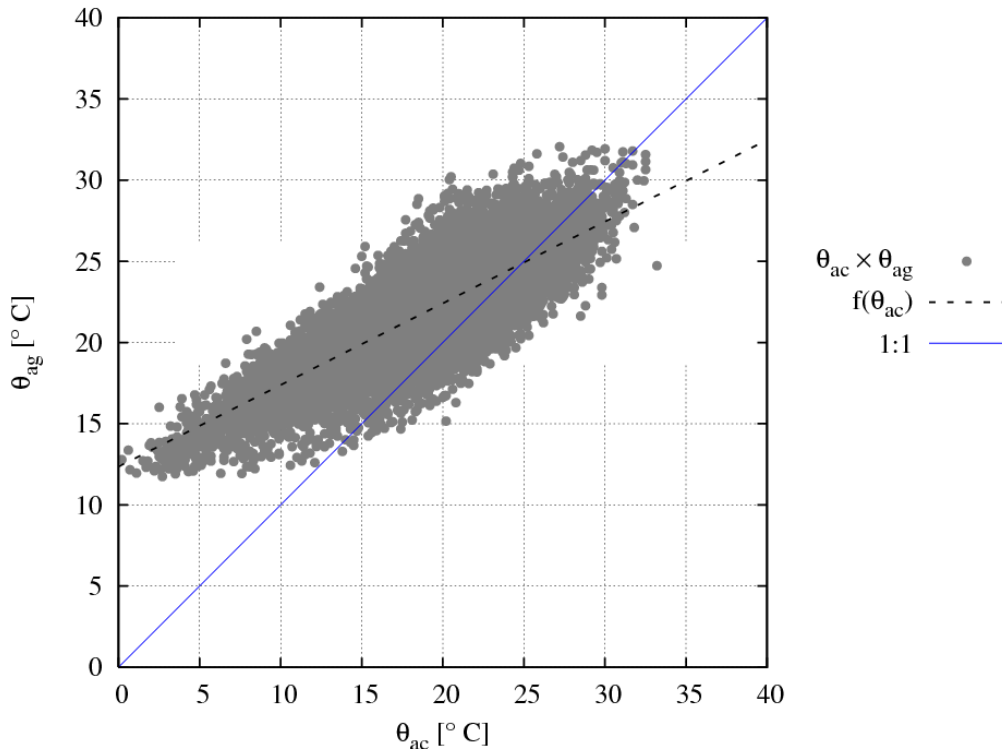


Figura 4.18: Comparação entre as temperaturas do ar das estações Carmo  $\theta_{ac}$  e Guapé  $\theta_{ag}$  e respectiva função de ajuste  $f(\theta_{ac})$ .

respectivo ajuste são mostrados na figura 4.18. As temperaturas do ar sobre o lago são, em geral, maiores que as temperaturas na estação Carmo; a estação Carmo está localizada em uma altitude um pouco maior que a estação Guapé, além disso a estação Guapé fica dentro de um lago enquanto Carmo é uma estação de terra. A função de ajuste  $f(\theta_{ac})$  obtida foi

$$f(\theta_{ac}) = \theta_{ag} = 12,351 + 0,502992 \theta_{ac}, \quad (4.14)$$

onde as temperaturas estão em °C. Esta função foi utilizada para preencher as falhas dos dados horários da  $\theta_{ag}$ . A figura 4.19 mostra a série de temperaturas do ar horários que será utilizada no modelo de estratificação térmica (capítulo 6).

A comparação entre as umidades relativas  $y$  é mostrada na figura 4.20. Nesta figura podemos perceber que, de forma geral, as umidades sobre o lago são menores que na estação de terra. Para a umidade relativa a função de ajuste é

$$f(y_c) = y_g = 11,5423 + 0,718365 y_c, \quad (4.15)$$

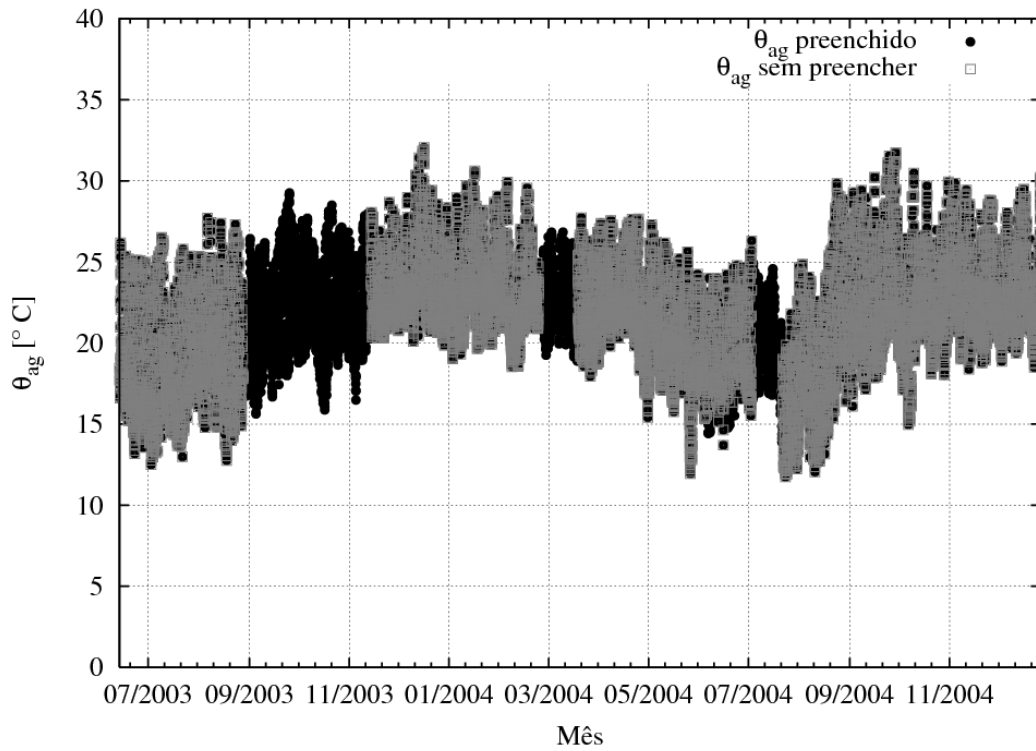


Figura 4.19: Série de temperaturas médias horárias do ar preenchida.

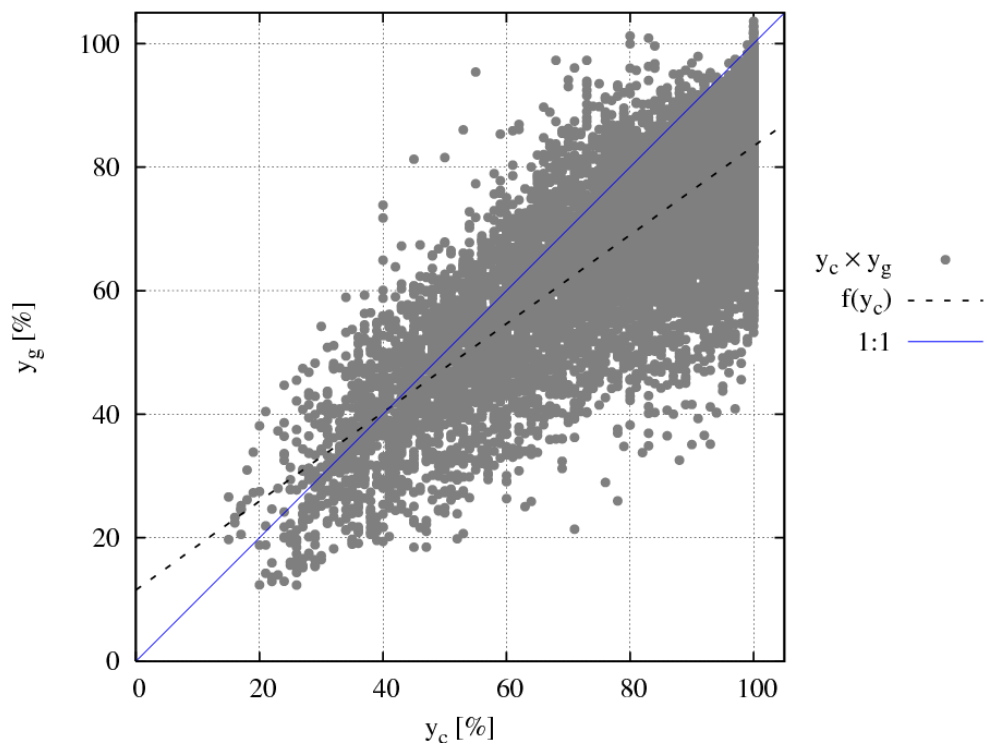


Figura 4.20: Comparação entre as umidades relativas do ar das estações Carmo  $y_c$  e Guapé  $y_g$  e respectiva função de ajuste  $f(y_c)$ .

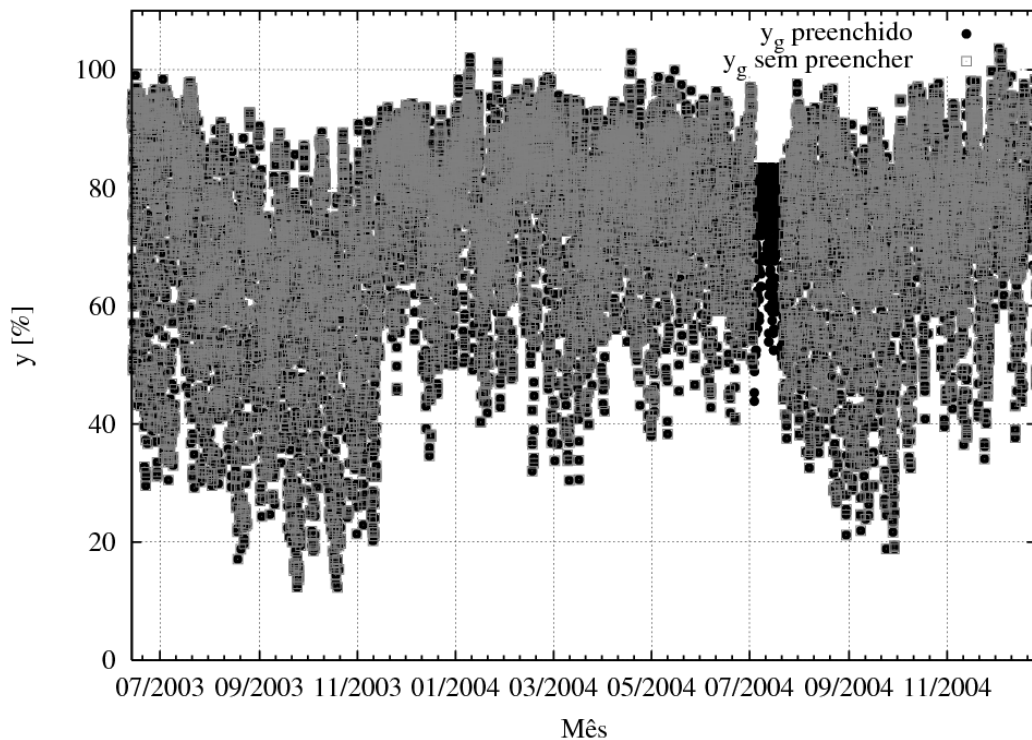


Figura 4.21: Série de médias horárias de umidades relativas do ar preenchida.

onde  $y$  é dado em percentual. Os dados horários de umidade relativa do ar, já preenchidos, são mostrados na figura 4.21. Sabe-se que a utilização de umidades relativas não é totalmente satisfatória, no entanto estes eram os dados que dispunhamos para fazer o preenchimento de falhas.

Para a radiação solar incidente  $R_{si}$  a comparação entre os dados é mostrada na figura 4.22. Na estação Guapé a radiação solar incidente começou a ser medida somente em meados de novembro de 2004, o que significa que os dados de  $R_{si}$  entre junho de 2003 e novembro de 2004 foram estimados. Estas estimativas foram obtidas através do ajuste entre as medições realizadas nas duas estações entre 11 de novembro e 26 de dezembro de 2004. A função de ajuste obtida e apresentada na figura 4.22 é

$$f(R_{sic}) = R_{sig} = 0,8845 R_{sic}; \quad (4.16)$$

a série preenchida de  $R_{si}$  é mostrada na figura 4.23. Na função de ajuste da radiação solar incidente não foram levados em consideração aspectos como diferentes temperaturas do ar e

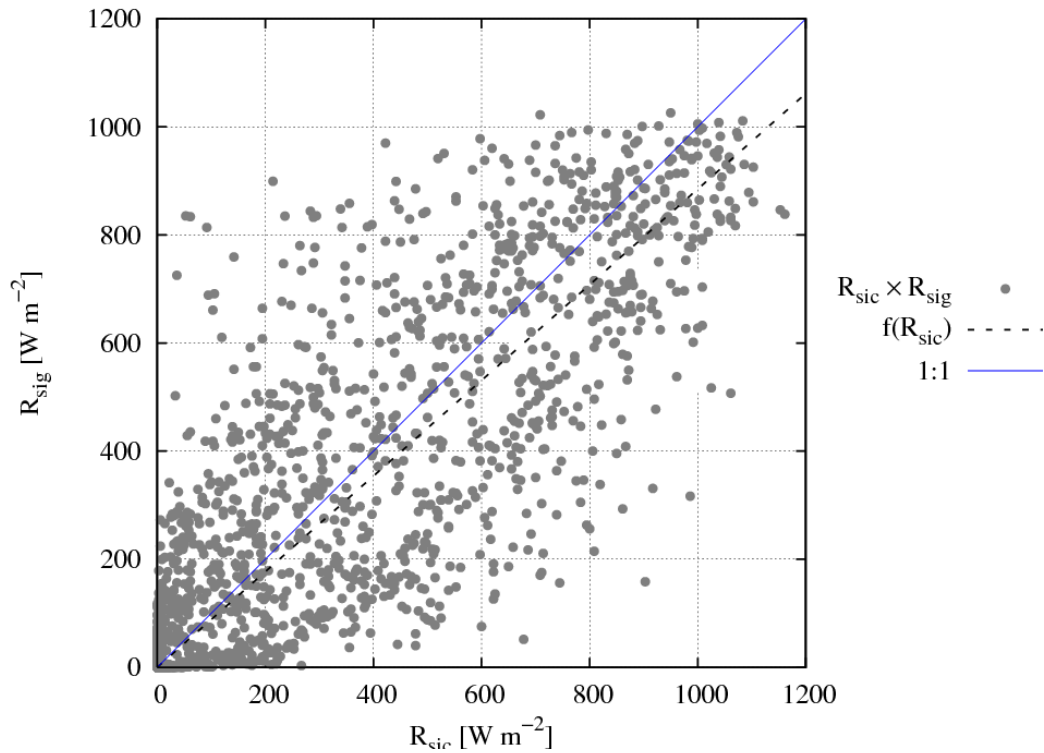


Figura 4.22: Comparação entre as radiações solares incidentes medidas nas estações Carmo  $R_{sic}$  e Guapé  $R_{sig}$  e respectiva função de ajuste  $f(R_{sic})$ .

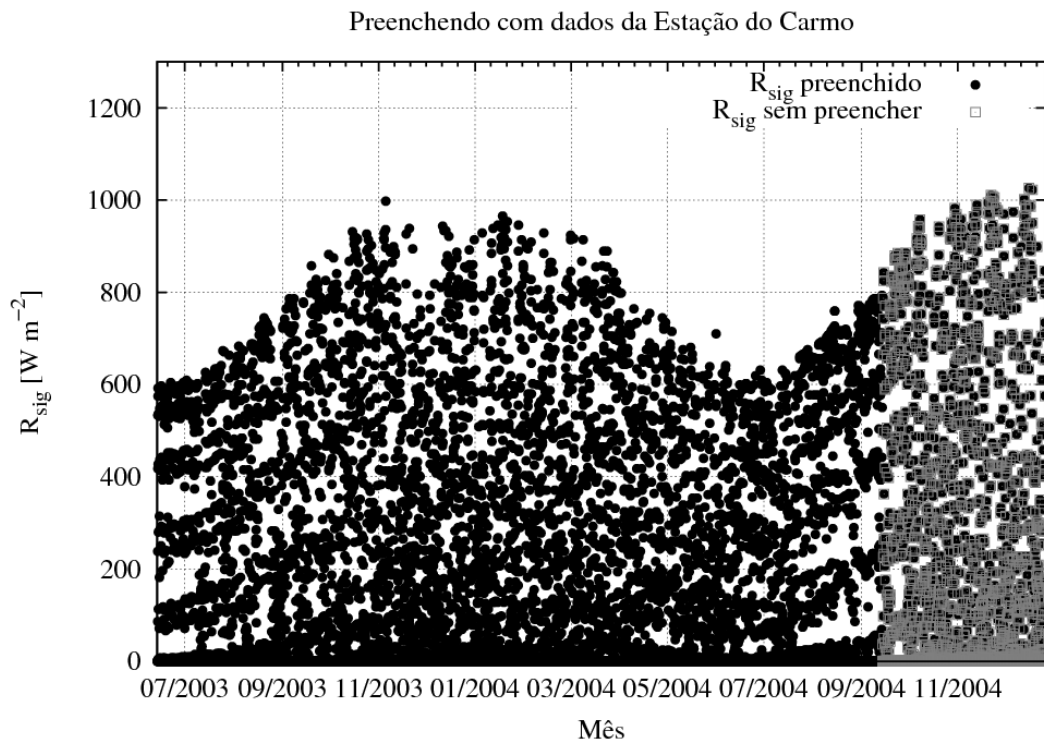


Figura 4.23: Série de radiação solar incidente preenchida (médias horárias).

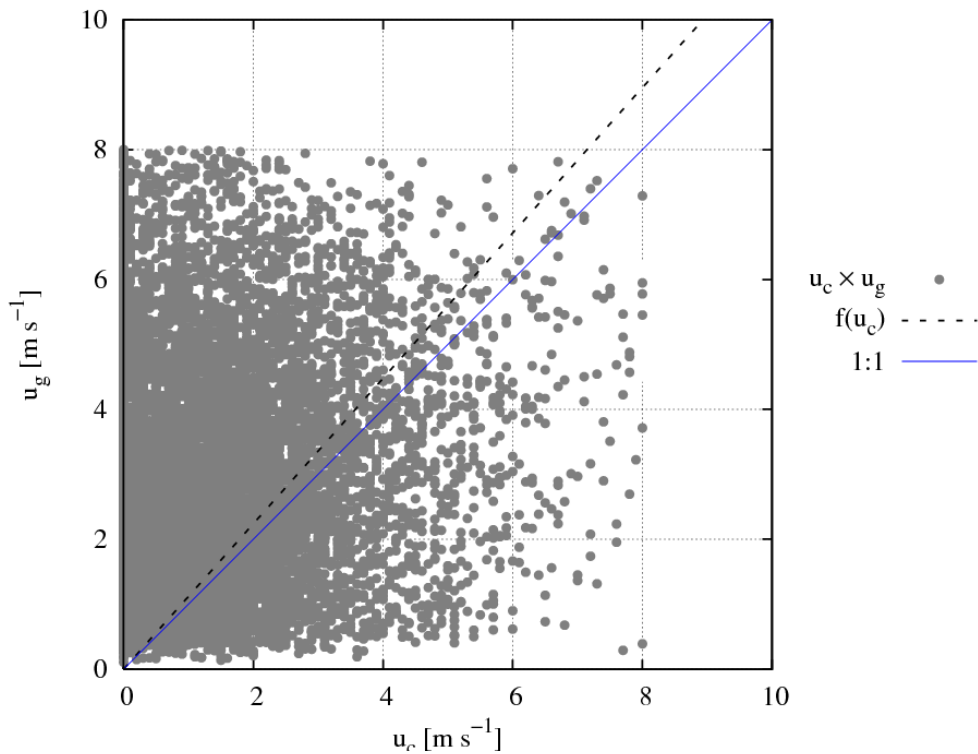


Figura 4.24: Comparação entre as médias horárias de velocidade do vento medidas nas estações Carmo  $u_c$  e Guapé  $u_g$  e respectiva função de ajuste  $f(u_c)$ .

nebulosidade que estão correlacionadas com a variável em questão. Percebemos, pela função de ajuste, que a radiação solar incidente medida em Guapé é um pouco menor que a radiação solar incidente medida na estação Carmo. Devemos salientar que mesmo calibrados os sensores de radiação solar apresentam erros de medição da ordem de 10%; estes erros estão diretamente relacionados com a nebulosidade e posição dos sensores. No entanto o preenchimento das falhas de radiação solar incidente podem ser considerados razoáveis.

As médias horárias de velocidade do vento  $u$  são mostradas na figura 4.24. Observando a figura 4.24 podemos perceber uma possível calma na estação Carmo ou então problemas de medição de velocidades do vento muito baixas.

A função de ajuste obtida para esta variável é

$$f(u_c) = u_g = 1,1192u_c. \quad (4.17)$$

Preenchendo as falhas de velocidade do vento obtém-se a série de dados mostrada na figura

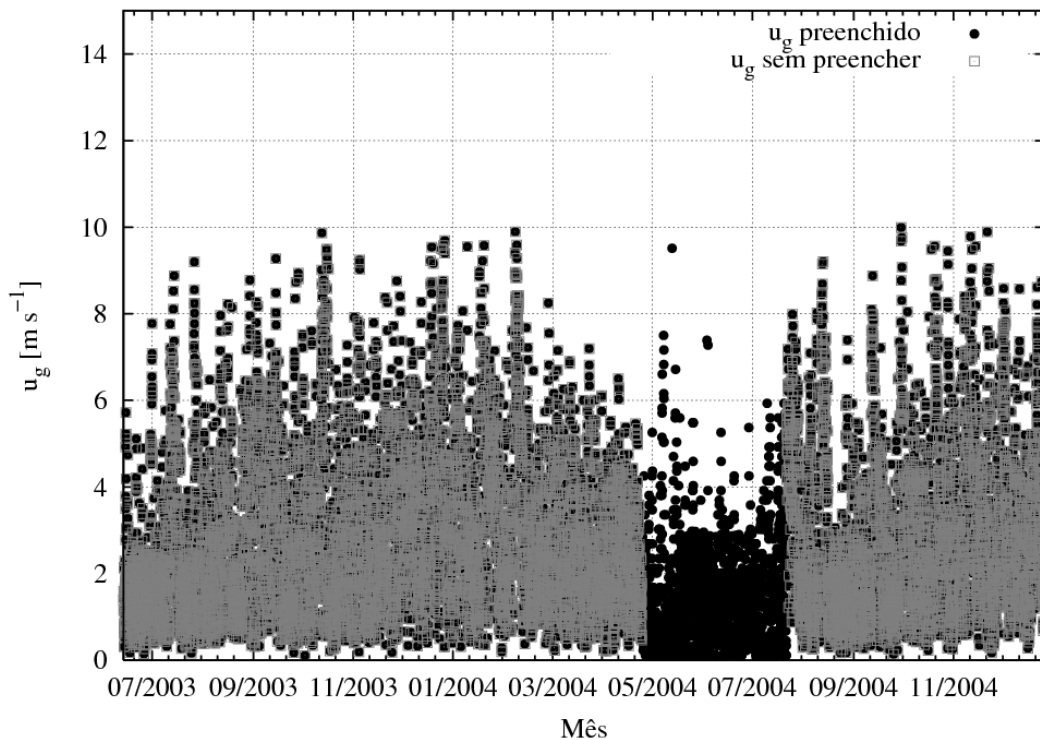


Figura 4.25: Série de médias horárias de velocidade do vento com as falhas preenchidas.

4.25.

As falhas de medição da temperatura da superfície da água  $T_0$  não foram preenchidas visto que serão utilizadas somente para a comparação com as temperaturas superficiais que serão simuladas pelo modelo de evolução térmica (capítulo 6). Esta série é apresentada na figura 4.26.

As séries de dados preenchidas serão utilizadas no desenvolvimento do modelo de evolução térmica apresentado no capítulo 6. De forma geral o preenchimento de falhas foi satisfatório, visto que as duas estações estão distantes cerca de 35 km uma da outra; existe uma diferença de altitude relativamente grande: a estação micrometeorológica Guapé fica a uma altitude de 771,8 m enquanto a estação Carmo fica a 915 m. O fator de maior influência neste preenchimento pode ser o fato de que a estação Guapé está instalada dentro de um lago e a estação Carmo está instalada sobre o solo; os valores de umidade relativa e de velocidade do vento sobre uma grande superfície de água, em geral, são maiores do que sobre uma superfície de terra. Um dos motivos pelo qual a velocidade do vento sobre o lago é maior é o fato de que a super-

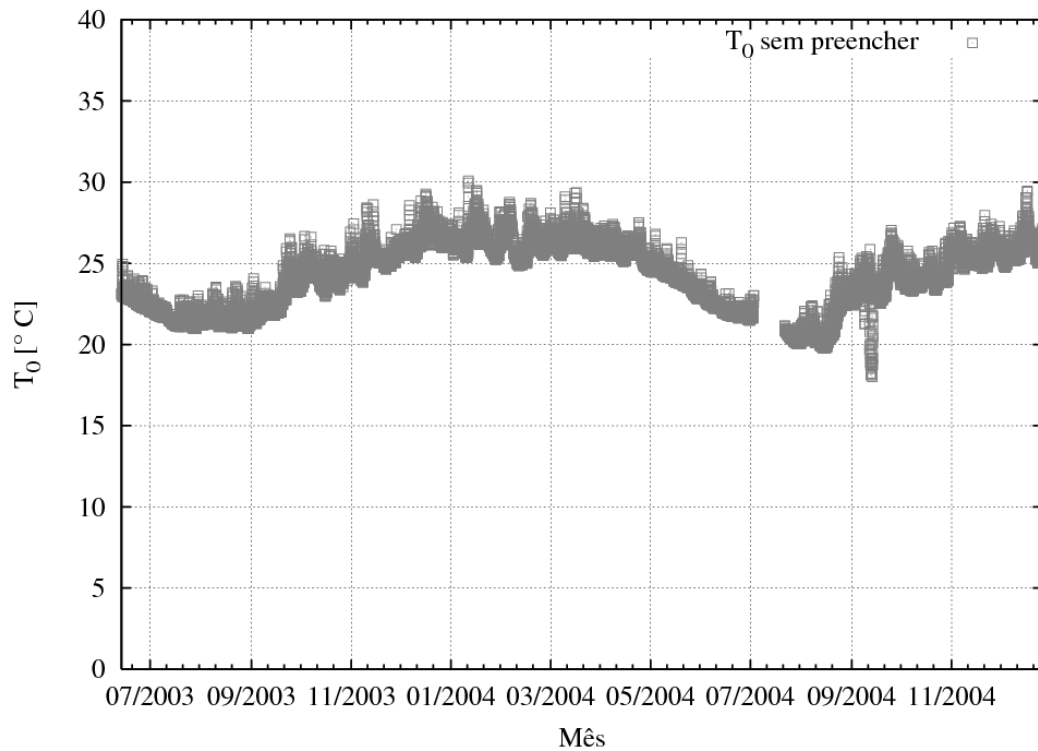


Figura 4.26: Temperaturas da superfície da água  $T_0$  medidas na estação Guapé.

fície do lago é homogênea e sem obstáculos permitindo que o escoamento se desenvolva. Isto pode ser confirmado na figura 4.10. Além disso temos, no caso da radiação solar incidente, a influência da nebulosidade. Outros fatores importantes são a calibração e a precisão dos sensores. Para este trabalho consideramos que o preenchimento simplificado das falhas é suficiente.



## 5 Fluxos de energia na superfície do lago

Neste capítulo são apresentadas as comparações entre os fluxos superficiais medidos através do MCTA e estimados através das equações de transferência de massa, de calor e *momentum*. Trabalhos semelhantes foram apresentados por Blanken et al. (2000) e Assouline e Mahrer (1993). Blanken et al. (2000) utilizaram dois períodos de medições: o primeiro de um mês e meio e outro de três meses; Assouline e Mahrer (1993) utilizaram períodos de 20 e de 44 dias. Nesta dissertação estamos utilizando 18 meses e meio de dados medidos continuamente na estação Guapé através do Método de Covariâncias Turbulentas.

Os fluxos medidos através do MCT são obtidos através de (seção 2.3)

$$\tau = -\rho \overline{w'u'}, \quad (5.1)$$

$$H = \rho c_p \overline{w'\theta'_a}, \quad (5.2)$$

$$LE = L\rho \overline{w'q'_a}; \quad (5.3)$$

as equações de transferência para os fluxos  $\tau$ ,  $H$  e  $LE$  (seção 2.4.1) são, respectivamente,

$$\tau = \rho C_\tau \bar{u}^2, \quad (5.4)$$

$$H = \rho c_p C_H \bar{u} (\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a), \quad (5.5)$$

$$LE = L\rho C_E \bar{u} (\bar{q}_0 - \bar{q}_a). \quad (5.6)$$

Os coeficientes de transferência  $C_\tau$ ,  $C_H$  e  $C_E$  podem ser obtidos de várias formas. O coeficiente de transferência de massa  $C_E$ , por exemplo, pode ser obtido em função da área superficial do lago; Harbeck (1962) *apud* Brutsaert (1982) sugere que a relação é do tipo

$$C_E = 3,367 \times 10^{-7} A^{-0,05}, \quad (5.7)$$

onde  $A$  é a área superficial do lago em  $m^2$  e a unidade SI do coeficiente  $C_E$  é  $Pa^{-1}$ . Hostetler e Bartlein (1990) utilizam uma relação semelhante:

$$C_E = 2,9 \times 10^{-8} (A \times 10^{-6})^{-0,05}. \quad (5.8)$$

Observando as duas relações percebemos que a primeira é cerca de doze vezes maior que a segunda. Este fato mostra a necessidade de obter novas relações empíricas ou de utilizar outro método para a obtenção dos coeficientes de transferência.

Uma forma de obter os coeficientes de transferência é utilizar os perfis logarítmicos de velocidade do vento  $\bar{u}$ , umidade  $\bar{q}_a$  e temperatura  $\bar{\theta}_a$  da Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov (seção 2.4). Estas equações permitem considerar a estabilidade atmosférica inserida nos gradientes adimensionais  $\Phi$  (equações 2.23, 2.24 e 2.25). Como vimos na seção 2.4.1 os coeficientes de transferência de *momentum*, calor e massa são, respectivamente

$$C_\tau = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right]^2}, \quad (5.9)$$

$$C_H = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right] \left[ \ln \frac{z}{z_{0H}} + \Psi_H(\zeta) \right]}, \quad (5.10)$$

$$C_E = \frac{\kappa^2}{\left[ \ln \frac{z}{z_{0\tau}} + \Psi_\tau(\zeta) \right] \left[ \ln \frac{z}{z_{0E}} + \Psi_E(\zeta) \right]}. \quad (5.11)$$

onde os  $\Psi'$ s são as funções de correção de estabilidade.

Um dos objetivos deste trabalho é mostrar a importância de considerar a estabilidade atmosférica não-neutra nas funções de correção. Por esse motivo os fluxos foram calculados para condições de atmosfera neutra ( $\Psi = 0$ ) e não neutra ( $\Psi \neq 0$ ).

Na seção 5.1 são apresentadas as funções de correção de estabilidade  $\Psi$  obtidas por Brutsaert (1992) e as equações para o cálculo das rugosidades superficiais de *momentum*  $z_{0\tau}$ , de calor sensível  $z_{0H}$  e vapor d'água  $z_{0E}$ .

Como sabemos, a medição de fluxo de calor latente é dada pela covariância entre a componente  $w$  da velocidade do vento medida pelo anemômetro sônico *Young 81000* e a umidade específica do ar  $\bar{q}_a$  medida por um sensor capacitivo adaptado. Este sensor capacitivo é um sensor de resposta lenta, como consequência mede  $LE$ 's menores do que os valores reais e por isso, precisa de uma correção. A função de correção para  $LE$  é apresentada na seção 5.2. Na seção 5.3 são comparados os fluxos estimados com os calculados para as situações de atmosfera não-neutra ( $\Psi \neq 0$ ) e neutra ( $\Psi = 0$ ), além das considerações necessárias em relação aos dados medidos e aos valores estimados. Também são apresentadas algumas variáveis importantes para o caso de atmosfera não neutra, como é o caso de  $\zeta$  (variável de estabilidade de Monin-Obukhov).

## 5.1 Funções de correção de estabilidade e rugosidades

As funções  $\Psi_\tau$ ,  $\Psi_H$  e  $\Psi_E$  são utilizadas no cálculo dos coeficientes de transferência  $C_\tau$ ,  $C_H$  e  $C_E$ , que por sua vez são utilizados no cálculo dos fluxos superficiais dados pelas equações 5.4, 5.5 e 5.6.

Segundo Brutsaert (1992) as formulações das funções  $\Psi$  são objeto de muitas incertezas. Ele cita o fato de não se saber exatamente e de não existir um consenso entre os pesquisadores sobre os intervalos de valores de  $\zeta$  (variável de estabilidade de Monin-Obukhov) que podem ser considerados estáveis, instáveis, muito estáveis ou muito instáveis.

Brutsaert (1992) apresentou funções de correção de estabilidade para camadas superficiais

instáveis, ou seja, para  $\zeta < 0$ . As funções  $\Phi_\tau$  e  $\Phi_H$  (equações 2.23 e 2.24) utilizadas foram parametrizadas por Kader e Yaglom (1990) *apud* Brutsaert (1992) e são mostradas nos parágrafos seguintes.

A função  $\Psi_\tau$  resulta da seguinte integração,

$$\Psi_\tau(\zeta) = \int_{-z_{0\tau}/L_0}^{-z/L_0} [1 - \Phi_\tau(\zeta)] d(\ln\zeta), \quad (5.12)$$

onde  $z_{0\tau}$  é a rugosidade superficial de *momentum*,  $L_0$  é o comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov e  $\Phi_\tau$  é

$$\Phi_\tau(\zeta) = \frac{a_1 + b_1(-\zeta)^{n_1}}{a_1 + (-\zeta)^{n_1}} + c_1(-\zeta)^{1/3}, \quad (5.13)$$

$a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  e  $n_1$  são valores constantes. A integração de 5.12 resulta em

$$\Psi_\tau(\zeta) = \frac{1 - b_1}{n_1} \ln \left[ \frac{a_1 + (-\zeta)^{n_1}}{a_1 + (y_c + (-z_{0\tau}/L_0))^{n_1}} \right] - 3c_1 \left( (-\zeta)^{1/3} - (y_c - (-z_{0\tau}/L_0))^{1/3} \right) \quad (5.14)$$

onde  $y_c$  é uma constante. Brutsaert (1992) dividiu em quatro intervalos os valores da variável de estabilidade  $\zeta$  considerados instáveis ( $\zeta < 0$ ). Dessa forma a equação 5.14 fica

$$\Psi_\tau(\zeta) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & 0 > \zeta > -0,0059 \\ 1,47 \ln \frac{0,28 + (-\zeta)^{0,75}}{0,28 + (0,0059 + (-z_{0\tau}/L_0))^{0,75}} - & \\ 1,29 \left[ (-\zeta)^{1/3} - (0,0059 + (-z_{0\tau}/L_0))^{1/3} \right] & -15,025 \geq \zeta \geq -0,0059 \\ \Psi_\tau(-15,025) & \zeta < -15,025 \end{array} \right\} \quad (5.15)$$

A função de correção  $\Psi_H$  resulta de

$$\Psi_H(\zeta) = \int_{-z_{0H}/L_0}^{-z/L_0} [1 - \Phi_H(\zeta)] d(\ln\zeta), \quad (5.16)$$

onde  $z_{0H}$  é a rugosidade superficial escalar para o calor sensível. Kader e Yaglom (1990) *apud* Brutsaert (1992) sugerem a seguinte forma para  $\Phi_H$

$$\Phi_H(\zeta) = \frac{a_2 + b_2(-\zeta)^{n_2}}{a_2 + (-\zeta)^{n_2}} \quad (5.17)$$

onde os  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  e  $n_2$  são valores constantes. Integrando 5.16 obtém-se

$$\Psi_H(\zeta) = \frac{1-b_2}{n_2} \ln \left[ \frac{a_2 + (-\zeta)^{n_2}}{a_2 + (-z_{0H}/L_0)^{n_2}} \right]. \quad (5.18)$$

Substituindo as constantes  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  e  $n_2$  pelos valores apresentados por Brutsaert (1992) ficamos com

$$\Psi_H(\zeta) = 1,2 \ln \left[ \frac{0,33 + (-\zeta)^{0,78}}{0,33 + (-z_{0H}/L_0)^{0,78}} \right], \quad \zeta < 0. \quad (5.19)$$

Como foi visto na seção 2.4.1 supõe-se que a função de correção de estabilidade para o fluxo de vapor d'água é igual à função de correção de estabilidade para o fluxo de calor sensível, ou seja,

$$\Psi_E = \Psi_H.$$

Para casos de atmosfera estável ( $\zeta > 0$ ) utiliza-se (BRUTSAERT, 1982)

$$\Psi_\tau = \Psi_H = \Psi_E = 5 \zeta. \quad (5.20)$$

O conjunto de equações que envolve os  $\Psi$ 's, o cálculo das escalas  $u_*$ ,  $\theta_{a*}$ ,  $\theta_{v*}$ ,  $q_{a*}$  e de  $L_0$  deve ser resolvido iterativamente. Inicialmente supõe-se que  $L_0 = +\infty$  que implica em  $\Psi$ 's=0 obtendo-se, desta forma, uma estimativa inicial para as escalas turbulentas. Com essas estimativas iniciais recalcula-se  $L_0$  e  $\zeta$  e estima-se  $u_*$ ,  $\theta_{a*}$ ,  $\theta_{v*}$ ,  $q_{a*}$  novamente. O processo deve ser repetido até a convergência.

As rugosidades superficiais de *momentum*  $z_{0\tau}$ , de calor sensível  $z_{0H}$  e vapor d'água  $z_{0E}$  precisam ser estimadas de alguma forma. Diversas parametrizações já foram testadas e algumas delas são apresentadas por Brutsaert (1982). Assim como considera-se  $\Psi_E = \Psi_H$ , também supõe-se que  $z_{0E} = z_{0H}$ . Brutsaert (1982) sugere que sobre uma superfície de água com algumas ondas e com velocidade do vento moderada  $z_{0E}$  (em metros) pode ser dado por

$$z_{0E} = \frac{0,169 \exp(1,40 (u_*/100)^{1/4})}{100}. \quad (5.21)$$

Para a rugosidade de *momentum* ( $z_{0\tau}$ ) foi utilizada uma parametrização também apresentada

por Brutsaert (1982) para superfícies de água em condições de vento moderadamente fortes e com ondas bem desenvolvidas. Esta parametrização foi sugerida por Charnock (1955) *apud* Brutsaert (1982) e Croley II (1989) e é da forma

$$z_{0\tau} = \frac{au_*^2}{g}, \quad (5.22)$$

onde  $a$  é uma constante. Esta constante pode ser ajustada de forma que os resultados sejam satisfatórios. Diversos valores de  $a$  foram citados por Brutsaert (1982) e Mahrer e Assouline (1993) utilizaram  $a = 0,032$ . Outros fatores podem ser considerados no cálculo da rugosidade superficial de *momentum* incluindo a altura das ondas geradas pelo vento na superfície do lago conforme foi apresentado por Zilitinkevich et al. (2001). Devido à dificuldade de obter os parâmetros necessários para o cálculo da rugosidade conforme Zilitinkevich et al. (2001) optou-se por utilizar a equação 5.22. Foram realizados diversos testes para diferentes valores de  $a$  e o valor que melhor se ajustou aos dados utilizados neste trabalho foi  $a = 0,1$ .

## 5.2 Função de correção para $LE$ medido

As medições de fluxo de calor latente  $LE$  na Estação Guapé são obtidas através das medições de velocidade do vento através de um anemômetro sônico e de umidade do ar através de um sensor capacitivo. O sensor capacitivo utilizado é um sensor de resposta lenta, porém robusto e de baixo custo. O fato deste sensor ter um tempo de resposta relativamente grande implica na atenuação dos fluxos medidos. Com o objetivo de recuperar os fluxos Dias et al. (2006) apresentaram uma forma de correção considerando o tempo de resposta do sensor de umidade e um fator de atenuação dependente da temperatura do ar. A correção para o fluxo de calor latente medido  $LE_{med}$  é da forma

$$\gamma = \frac{LE_{med}}{LE_\gamma} \quad (5.23)$$

onde  $LE_{med}$  representa o fluxo de calor latente dado pela covariância entre a componente de velocidade  $w$  medida pelo anemômetro sônico *Young 81000* e a umidade específica  $q_a$  medida

pelo sensor capacitivo CS500 (DIAS et al., 2003b).  $LE_\gamma$  representa o fluxo de calor latente corrigido pela função de correção  $\gamma$ . A função de correção  $\gamma$ , obtida por Dias et al. (2006), é

$$\begin{aligned} \gamma^{-1} = & \frac{\Lambda}{1 + 0,000282506T^{*14}} \left[ 1 + 0,00259663T^{*32/3} + 0,0175576T^{*25/3} \right. \\ & - 0,267582T^{*11/3} - 0,603103T^{*4/3} + 0,388028T^{*2} \\ & + 0,217574T^{*4} - 0,0127351T^{*6} - 0,0210676T^{*8} \\ & - 0,00363814T^{*10} - 0,000907871T^{*12} + 0,000576030T^{*13} \\ & \left. - 0,0218178T^{*6} \ln(1/T^*) \right]. \end{aligned} \quad (5.24)$$

As variáveis  $\Lambda$  e  $T^*$  são dadas por

$$\Lambda = \sqrt{0,0219711 \bar{\theta}_c - 5,67135} \quad (5.25)$$

e

$$T^* = 0,478403 \frac{\bar{u}}{z_a}, \quad (5.26)$$

onde  $\bar{\theta}_c$  é a temperatura medida pelo sensor capacitivo,  $\bar{u}$  é a velocidade média do vento medida pelo anemômetro sônico e  $z_a$  é a altura de medição. O fator 0,478403 é o tempo de resposta do sensor capacitivo obtido por Dias et al. (2006).

### 5.3 Resultados e análise

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para os casos de atmosfera não neutra, ou seja,  $\Psi \neq 0$  e de atmosfera neutra ( $\Psi = 0$ ). Para cada um destes dois casos são apresentadas as médias de 30 minutos e diárias para os fluxos de *momentum*, calor latente e sensível além do VIÉS e REMQ para cada variável. Na seção 5.3.1 é apresentado o controle de qualidade dos dados. Este controle de qualidade foi aplicado para todas as situações em que os fluxos foram calculados. Para avaliar o impacto da inclusão da parametrização para a rugosidade superficial de *momentum* (equação 5.22) os fluxos superficiais foram calculados inicialmente com  $z_{0\tau}$  constante; os resultados para  $H$  e  $LE$  são mostrados na seção 5.3.2. Os fluxos superficiais cujo cálculo inclui a parametrização para  $z_{0\tau}$  são apresentados nas seções 5.3.3 e 5.3.4 respectiva-

Item	Variável	Origem	Valores desconsiderados
1	$\overline{\theta}_a$	medida	$\overline{\theta}_a = -999999,0$ e $\overline{\theta}_a > 40,0$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
2	$\theta_{*med}$	medida	$\theta_{*med} = -999999,0$
3	$\overline{q}_a$	medida	$\overline{q}_a = -999999,0$
4	$\overline{q}_0$	estimada	$\overline{q}_0 > 1,0$ e $\overline{q}_0 < -1,0$
5	$z_{0E}$	estimado	$z_{0E} = -999999,0$
6	$u_{*est}$	estimado	$u_{*est} = -999999,0$
7	$\alpha_x$	medido	$\alpha_x \leq -45,0$ e $\alpha_x \geq 135,0$
8	$LE_{\gamma}$	medido	$LE_{\gamma} > 500,0$ e $LE_{\gamma} < 0,0$
9	$LE_{est}$	estimado	$LE_{est} > 500,0$ e $LE_{est} < 0,0$
10	$H_{med}$	medido	$H_{med} < -50,0$ e $H_{med} > 150,0$
11	$H_{est}$	estimado	$H_{est} < -50,0$ e $H_{est} > 150,0$
12	$\zeta_{med}$	medido	$\zeta_{med} < -20,0$ e $\zeta_{med} > 10,0$
13	$\zeta_{est}$	estimado	$\zeta_{est} < -20,0$ e $\zeta_{est} > 10,0$
14	$y$	medido	$y < 0,15$ e $y > 0,97$
15	$Pre$	medido	$Pre > 0,0$
16	$L_0$ e $H$	ambos	$L_0 < 0,0$ e $H < 0,0$
17	$L_0$ e $H$	ambos	$L_0 > 0,0$ e $H > 0,0$
18	$\overline{\theta}_v$	medida	$\overline{\theta}_v \geq 12,0$ e $\overline{\theta}_v \leq 34,0$
19	$\overline{u}$	medida	$\overline{u} \leq 0,0$ , $\overline{u} \geq 11,2$ e $\overline{u} = -999999,0$
20	$L_0$	ambos	$L_0$ medidos e estimados com sinais contrários

Tabela 5.1: Variáveis e valores desconsiderados (filtrados).  $-999999,0$  indica falha de medição ou então que a variável não pôde ser estimada devido a essa falha.

mente para os casos de atmosfera não-neutra e neutra.

### 5.3.1 Controle de qualidade dos dados

Em uma estação experimental de medição de fluxos superficiais é normal que ocorram falhas de medição. Estas falhas podem ser causadas por intempéries, por animais ou ainda por quebras de equipamento. Além disso, para estimar os fluxos superficiais para atmosfera não-neutra é utilizado um processo iterativo para o cálculo das escalas turbulentas; este processo pode, eventualmente, não convergir. Por esses motivos foi necessário fazer um controle de qualidade dos dados e desconsiderar as falhas de medição e valores absurdos que tenham sido estimados ou medidos. A tabela 5.1 mostra as variáveis e os valores desconsiderados por causa de falhas de medição e estimativas errôneas. As falhas de medição da temperatura do ar  $\overline{\theta}_a$  devem-se principalmente às freqüentes quebras do termopar no início de operação da estação



Guapé e são indicadas pelo valor  $-999999,0$ . O valor  $40,0$  serve somente para filtrar eventuais valores absurdos de temperatura, o que é pouco provável de acontecer. A escala de temperatura virtual medida  $\theta_{a*med}$  (dada pela equação 2.20) depende diretamente da covariância  $\overline{\theta'_a w'}$ ; se ocorreu falha de medição numa das duas variáveis  $\theta_{a*med}$  não será calculada. A umidade específica do ar  $\overline{q_a}$  é medida por um sensor capacitivo, eventuais falhas de medição desta variável vão resultar em falhas nas escalas  $q_{a*med}$ ,  $q_{a*est}$ ,  $\theta_{v*med}$  e  $\theta_{v*est}$  respectivamente obtidas através das equações 2.19, 2.30, 2.21 e 2.31. Já a umidade específica na superfície do lago  $\overline{q_0}$  (cujas unidades são  $\text{kg kg}^{-1}$ ) é estimada através da temperatura da superfície da água: se a medição desta variável falhar  $\overline{q_0}$  também falha. Valores de umidade relativa  $y$  maiores que  $0,97$  foram desconsiderados pois sob chuva, garoa ou forte neblina o anemômetro sônico não funciona corretamente e gera erros de medição, ou seja, se o equipamento estiver molhado é necessário desconsiderar os dados; o valor  $0,15$  foi escolhido para filtrar alguns períodos de falhas de medição de  $\overline{q_a}$ , onde o sensor capacitivo simplesmente passou a medir valores de  $\overline{q_a}$  muito menores que  $1 \text{ g kg}^{-1}$ .

As variáveis  $z_{0E}$  (rugosidade superficial para o calor latente) e  $u_{*est}$  (escala estimada de velocidade do vento dada pela equação 2.28) estão diretamente ligadas pois a primeira é função da segunda. Se o cálculo iterativo de  $u_{*est}$  não convergir ou se houver falha na medição de  $\overline{u}$ , não há como calcular  $z_{0E}$ .

Os ventos provenientes de trás da torre, como pode ser visto na figura 4.16 com ângulos  $\alpha_x$  (em relação ao Leste) menores que  $-45^\circ$  e maiores que  $135^\circ$ , ou seja, ventos vindos predominantemente de Sul e Oeste, foram desconsiderados. Se o escoamento for proveniente de uma dessas direções chegará no anemômetro sônico totalmente distorcido, pois antes teve que passar pela estrutura metálica da torre e pelo próprio corpo do anemômetro. Desconsiderando essas direções de vento a probabilidade de cometer erros ao utilizar as medições de  $\overline{u}$  é menor.

Somente 4 ou 5 pontos de  $LE$  grandes (maiores de  $500 \text{ W m}^{-2}$ ) foram desconsiderados pois estavam totalmente fora do padrão de valores obtidos. Valores negativos de  $LE$  medido foram considerados errôneos. Foram desconsiderados os  $H'$ s cujos valores estimados e medidos são

muito diferentes e fora do padrão encontrado para os fluxos de calor sensível; da mesma forma que *LE* poucos pontos deste tipo foram desconsiderados.

Para a variável de estabilidade de Monin-Obukhov medida  $\zeta_{med}$  e estimada  $\zeta_{est}$  optou-se por considerar os valores entre  $-20,0$  e  $10,0$ . Esses valores indicam, provavelmente, situações muito instáveis e muito estáveis respectivamente. Como foi comentado na seção 3.1 não existe um consenso para os intervalos de valores de  $\zeta$  que podem ou não ser considerados ‘corretos’. Neste trabalho procurou-se considerar intervalos de  $\zeta$  de forma tal que uma grande quantidade de estimativas não fosse simplesmente desconsiderada.

A ocorrência de precipitação *Pre* (mm de água) também foi adotada como critério no controle de qualidade dos dados, visto que o anemômetro sônico não funciona corretamente quando está molhado. Portanto, os *runs* em que houve ocorrência de precipitação foram desconsiderados. É importante salientar que a medição de precipitação na estação Guapé começou em 14 de novembro de 2003; isto significa que entre o início da operação da estação (13 de junho de 2003) e a data de instalação do pluviômetro (14 de novembro de 2003) não há dados de chuva e os *runs* com ocorrência de precipitação neste período não puderam ser desconsideradas; no entanto este critério pode ser compensado pelo intervalo considerado para *y* pois umidades relativas do ar muito altas, em geral, estão associadas com ocorrência de precipitação.

Os dois últimos critérios relacionam o comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov  $L_0$  com o fluxo de calor sensível  $H$ . Em geral  $L_0 < 0,0$  implica em  $H > 0,0$  e  $L_0 > 0,0$  implica em  $H < 0,0$ , no entanto foram observados alguns casos em que os sinais de  $L_0$  e de  $H$  eram iguais; estes foram desconsiderados. Também foram observados casos em que  $L_{0med}$  e  $L_{0est}$  tinham sinais contrários, ou seja, um indicando estabilidade e o outro instabilidade e vice-versa.

Como sabemos o anemômetro sônico é responsável pelas medições das três componentes de velocidade do vento e da temperatura virtual  $\overline{\theta}_v$ . Entre os meses de abril e junho de 2004 houve problemas com a bateria responsável pelo funcionamento dos equipamentos da estação micrometeorológica. Sensores como o anemômetro sônico precisam receber uma certa tensão para que funcionem bem; durante a noite a voltagem da bateria se reduzia até um nível no qual

<b>Data</b>	<b>Hora</b>	<b>Justificativa</b>
20/01/2004	01:00	$\bar{u}$ muito alta
07/02/2004	20:30	$\tau_{med}$ e $\tau_{est}$ muito diferentes
07/02/2004	21:00	$\tau_{med}$ e $\tau_{est}$ muito diferentes
18/04/2004	10:30	$y$ alta e $\bar{u}$ baixa
18/04/2004	11:00	$y$ alta e $\bar{u}$ baixa
25/07/2004	10:30	$\bar{u}$ alta
28/07/2004	11:00	$\bar{u}$ alta
31/07/2004	17:00	$\bar{q}_a$ baixa
09/09/2004	02:00	$\bar{q}_a$ baixa
24/09/2004	06:00	$LE_\gamma$ e $LE_{est}$ muito diferentes
20/10/2004	22:30	$\bar{u}$ muito alta e $\bar{q}_a$ baixa
20/10/2004	23:00	$\bar{u}$ muito alta e $\bar{q}_a$ baixa
20/10/2004	23:30	$\bar{u}$ muito alta e $\bar{q}_a$ baixa

Tabela 5.2: *Runs* cuja comparação entre  $LE_\gamma$  e  $LE_{est}$  resultaram em valores muito diferentes e possíveis justificativas.

o anemômetro sônico passava a não responder corretamente. Neste período foram ‘medidas’ componentes de velocidade do vento da ordem de  $70 \text{ ms}^{-1}$  e de temperatura virtual negativa ( $-200^\circ\text{C}$ ). Foi realizada uma análise destas séries de dados e observou-se que as temperaturas virtuais medidas estão entre  $12^\circ\text{C}$  e  $34^\circ\text{C}$ , enquanto as velocidades médias do vento  $\bar{u}$  chegam no máximo a  $11,2 \text{ ms}^{-1}$  em períodos sem falhas. Portanto foram consideradas somente  $\bar{u}$  e  $\bar{\theta}_v$  nos intervalos citados acima.

Apesar de todos esses cuidados ainda restaram pontos cujos valores medido e estimado de  $LE$  são muito diferentes. A tabela 5.2 mostra a relação destes pontos e a provável causa destes problemas. Como não eram muitos, estes foram considerados erros e posteriormente eliminados.

Na seqüência são apresentados os resultados obtidos para os fluxos superficiais além de algumas variáveis que podem influenciá-los.

### 5.3.2 Fluxos superficiais com $z_{0\tau}$ constante

Nesta seção são apresentados os fluxos de calor latente  $LE$  e calor sensível  $H$  estimados com uma rugosidade superficial de *momentum* constante. Estes fluxos foram calculados para

que pudéssemos avaliar o impacto da inclusão de uma parametrização para  $z_{0\tau}$  (equação 5.22).

Brutsaert (1982) sugere, para a água, uma rugosidade superficial de *momentum*  $z_{0\tau} = 0,023$  cm. As estimativas de fluxos utilizando esta rugosidade não foram satisfatórias; procurou-se obter um valor constante para  $z_{0\tau}$  que resultasse em estimativas mais compatíveis com as medições. Após muitas tentativas concluiu-se que o melhor valor de rugosidade superficial para o Lago de Furnas é 0,09 cm. Os fluxos  $H$  e  $LE$  foram calculados para os casos em que  $\Psi \neq 0$  e  $\Psi = 0$ , isto é, para estabilidade atmosférica não-neutra e neutra respectivamente.

Após o controle de qualidade dos dados restaram 8205 *runs* para o caso em que a atmosfera é considerada neutra e 8183 *runs* para o caso de atmosfera não-neutra.

As figuras 5.1 e 5.2 mostram os  $LE$ 's para os casos  $\Psi \neq 0$  e  $\Psi = 0$ . Nestas figuras, além do ajuste linear entre as variáveis medidas e estimadas são plotadas as médias e barras de desvio-padrão para cada intervalo de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_{\gamma}$  ( $LE$  medido e corrigido); os desvios-padrão em geral são muito pequenos e mesmo multiplicando-os por dois a visualização é difícil. Para obter as variáveis da primeira figura considera-se os desvios  $\Psi$  dos perfis logarítmicos de temperatura do ar, temperatura virtual, velocidade do vento e umidade específica utilizados na obtenção dos coeficientes de transferência  $C_E$ ,  $C_H$  e  $C_{\tau}$ . As escalas turbulentas são obtidas iterativamente; o processo iterativo converge quando a diferença entre dois valores consecutivos de cada uma das escalas é menor que  $1 \times 10^{-10}$ ; se o processo atingir 1000 iterações e não convergir são atribuídas falhas às escalas turbulentas. Quando supõe-se que  $\Psi = 0$  não há necessidade de um processo iterativo.

Analisando os resultados das figuras 5.1 e 5.2 podemos perceber o impacto causado pela inclusão dos efeitos da estabilidade atmosférica nas estimativas de  $LE$  visto que essa é a única diferença entre os dois resultados. Os  $LE$ 's estimados para os intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$ , quando  $\Psi = 0$ , são superestimados. Quando  $\Psi \neq 0$  observa-se que as médias entre cerca de 60 e  $250 \text{ W m}^{-2}$  estão praticamente em cima da reta 1:1; quando  $LE$  é menor de  $60 \text{ W m}^{-2}$  os valores estão superestimados, enquanto para os valores maiores que  $250 \text{ W m}^{-2}$  são subestimados. Isto pode indicar que a equação de transferência de massa ou então a Teoria de Similaridade de

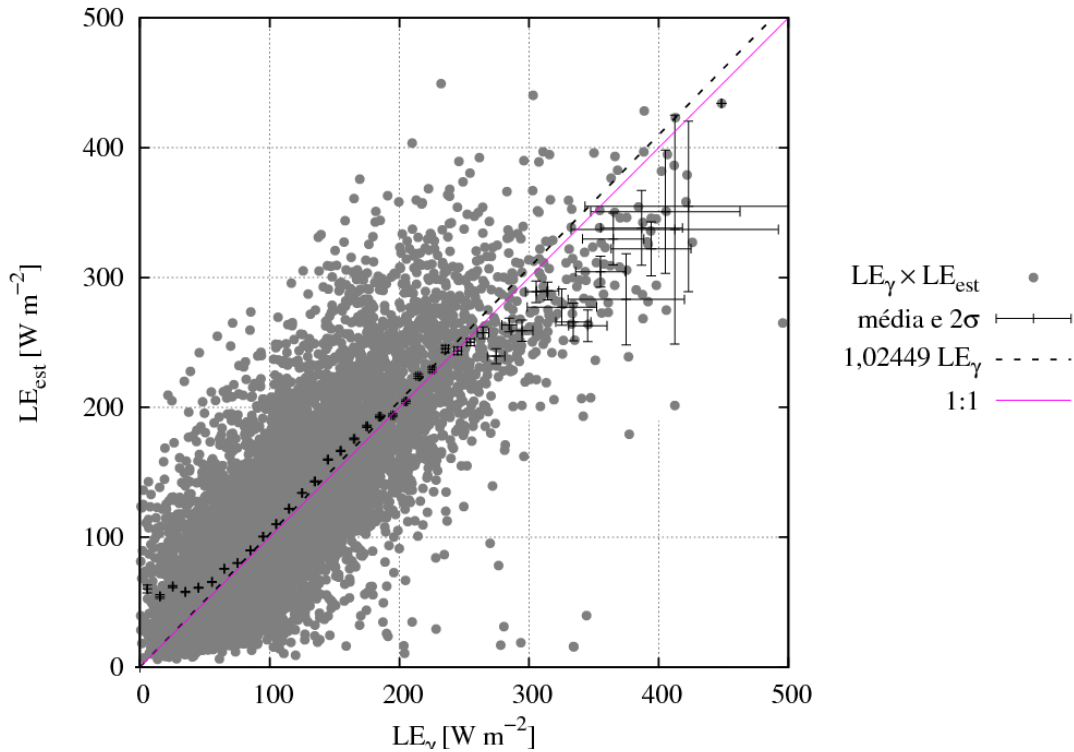


Figura 5.1: Fluxos de calor latente medidos  $LE_\gamma$  e estimados  $LE_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  com  $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$  e  $\Psi \neq 0$ .

Atmosfera	$x$	$y$	VIÉS ( $\text{W m}^{-2}$ )	REMQU ( $\text{W m}^{-2}$ )
neutra	$LE_\gamma$	$LE_{est}$	27,9982	55,0569
não-neutra	$LE_\gamma$	$LE_{est}$	7,9578	48,0192
neutra	$H_{med}$	$H_{est}$	-4,1010	11,3558
não-neutra	$H_{med}$	$H_{est}$	-7,6615	12,7165

Tabela 5.3: VIÉS e REMQU para os fluxos de calor latente  $LE$  e calor sensível  $H$  calculados com  $z_{0\tau}$  constante.

Monin-Obukhov não consegue estimar bem as pequenas taxas de evaporação, resultando inclusive em valores maiores que os medidos. Observa-se também que para situações de altas taxas de evaporação  $LE_{est}$  tende a ser menor que o medido.

Ao contrário do que acontece com  $LE$ , os fluxos  $H$  são melhores quando considera-se  $\Psi = 0$ . As figuras 5.3 e 5.4 mostram os fluxos de calor sensível para  $\Psi \neq 0$  e  $\Psi = 0$ . Da mesma forma que para  $LE$ , também são apresentadas as médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$ . Pode-se observar que o coeficiente de ajuste linear é um pouco melhor quando  $\Psi = 0$ .

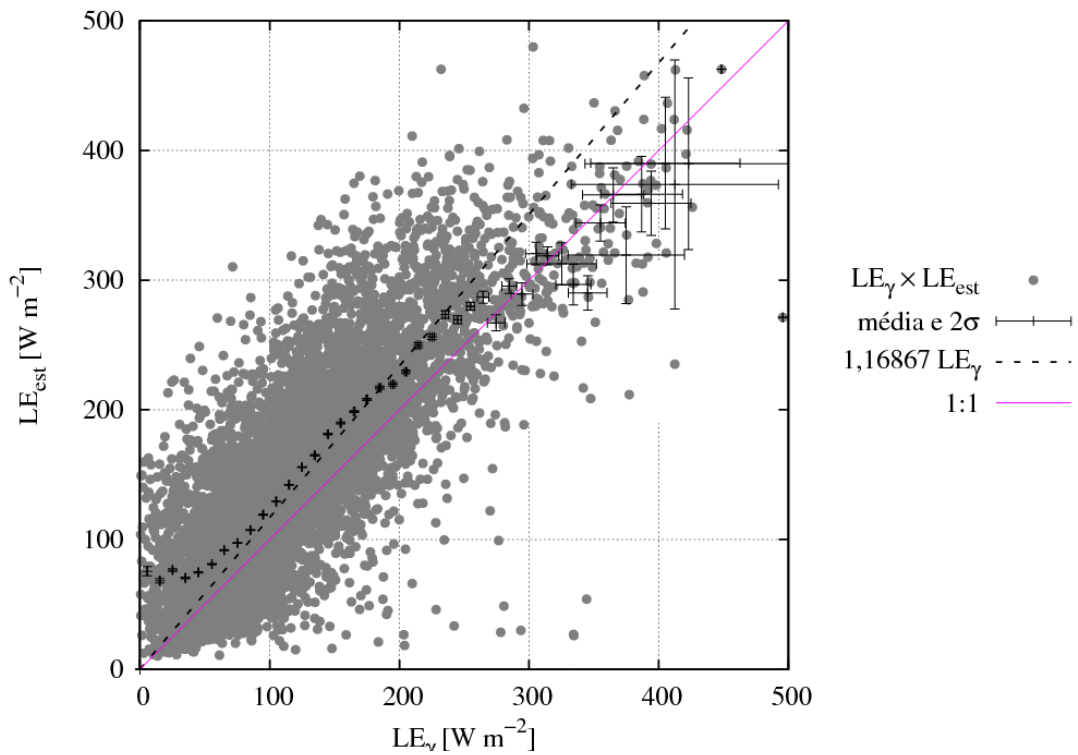


Figura 5.2: Fluxos de calor latente medidos  $LE_{\gamma}$  e estimados  $LE_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  com  $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$  e  $\Psi = 0$ .

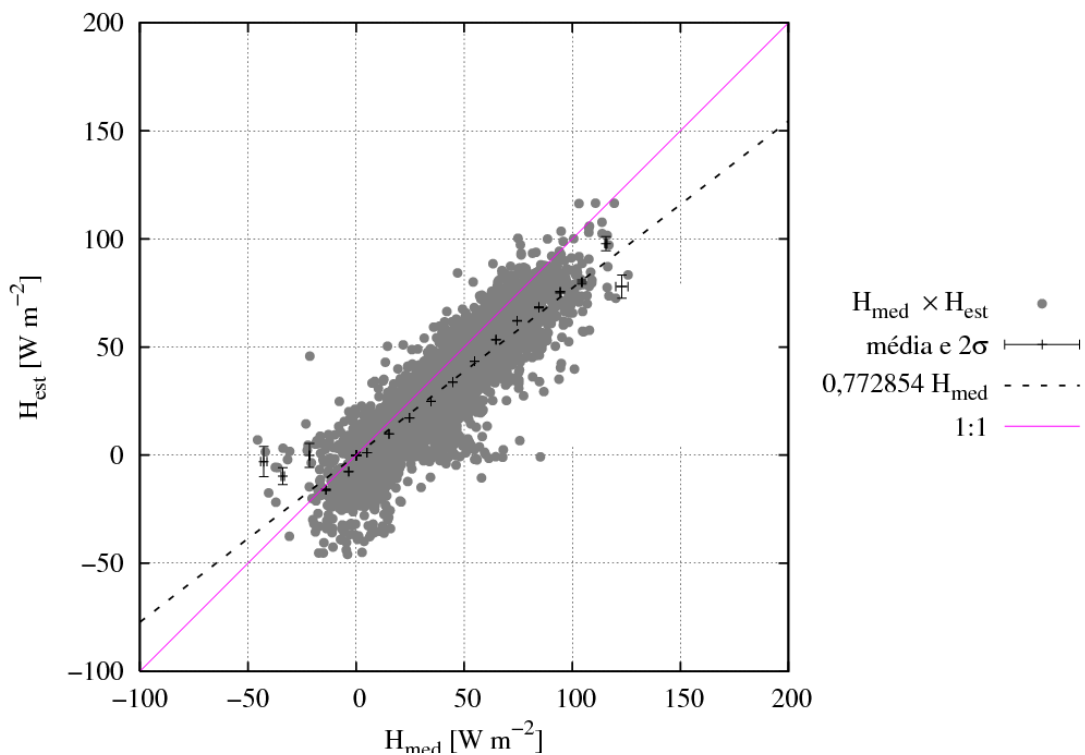


Figura 5.3: Fluxos de calor sensível medidos  $H_{med}$  e estimados  $H_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  com  $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$  e  $\Psi \neq 0$ .

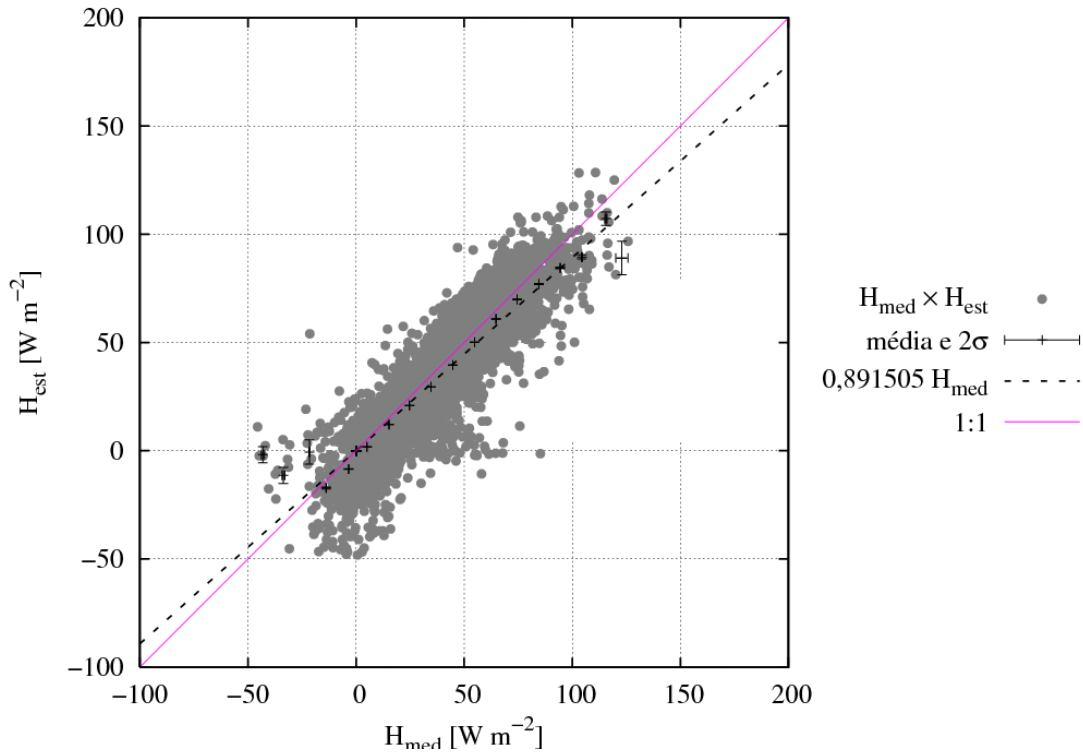


Figura 5.4: Fluxos de calor sensível medidos  $H_{med}$  e estimados  $H_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de com  $z_{0\tau} = 0,09 \text{ cm}$  e  $\Psi = 0$ .

A tabela 5.3 mostra a tendenciosidade dos fluxos  $H$  e  $LE$  através do VIÉS e da raiz do erro médio quadrático (REMQU). Estes foram calculados para 8205 *runs* (atmosfera neutra) e 8183 *runs* (atmosfera não-neutra) de 30 minutos. O VIÉS e a REMQU foram obtidos, respectivamente, através de

$$\text{VIÉS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i) \quad (5.27)$$

e

$$\text{REMQU} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}, \quad (5.28)$$

onde  $y_i$  representa os valores estimados e  $x_i$  os valores medidos.  $N$  é o número de pontos utilizados; aqui  $N$  é o número de *runs* ou o número de médias diárias.

Os valores da tabela 5.3 confirmam que  $LE_{est}$  para atmosfera não-neutra é melhor que  $LE_{est}$  para atmosfera neutra, enquanto para  $H$  acontece exatamente o oposto.

### 5.3.3 Fluxos superficiais com $\Psi \neq 0$ e $z_0\tau$ variável

Nesta seção são apresentados os fluxos superficiais de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e *momentum*  $\tau$  considerando a rugosidade superficial de *momentum* dada pela equação 5.22 e  $\Psi \neq 0$ . O cálculo dos fluxos foi realizado da mesma forma que na seção anterior, isto é, incluindo o processo iterativo para o cálculo dos  $\Psi$ 's. Após o controle de qualidade restaram 7996 *runs* com médias de 30 minutos e 38 médias diárias. Na seqüência são apresentados os resultados obtidos para os fluxos superficiais e algumas variáveis relacionadas com a estabilidade atmosférica.

A figura 5.5 apresenta os fluxos de calor latente  $LE_{est}$  e  $LE_\gamma$ . Nesta figura também são apresentados os desvios-padrão  $\sigma$  juntamente com as médias de  $LE_\gamma$  e de  $LE_{est}$  para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_\gamma$ ; estas médias são representadas pelas 'cruzes' pretas. Pode-se perceber claramente que as médias estão em cima da reta 1:1 entre cerca de 30 e  $300 \text{ W m}^{-2}$ . Quando  $LE$  é menor que  $30 \text{ W m}^{-2}$  e maior que  $300 \text{ W m}^{-2}$  ocorre uma discrepância entre os valores estimados e medidos. Isto pode indicar que a equação de transferência de massa ou então a Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov não consegue estimar bem as pequenas taxas de evaporação, resultando inclusive em valores maiores que os medidos. A equação 5.22, conforme Brutsaert (1982), é uma parametrização indicada para situações de ventos moderados sobre lagos com algumas ondas na superfície. Sabe-se que situações de baixas taxas de evaporação, em geral, estão associadas a baixas velocidades do vento e situações de altas taxas de evaporação estão associadas a altas velocidades do vento. Portanto as rugosidades de *momentum* podem estar sendo subestimadas em alguns casos e superestimadas em outros.

O cálculo das médias diárias foi realizado somente para os dias em que há mais de 75% das médias de 30 minutos, ou seja, pelo menos 37 médias de meia hora. Desta forma espera-se que as médias diárias sejam representativas, visto que as variações de fluxos durante o dia são grandes. As médias diárias de  $LE$  são apresentadas na figura 5.6. Comparando 5.5 e 5.6 é possível perceber que o ajuste para as médias de 30 minutos é melhor do que para as médias diárias pois na primeira figura temos praticamente uma reta 1:1 enquanto na segunda temos um coeficiente de 1,07235.



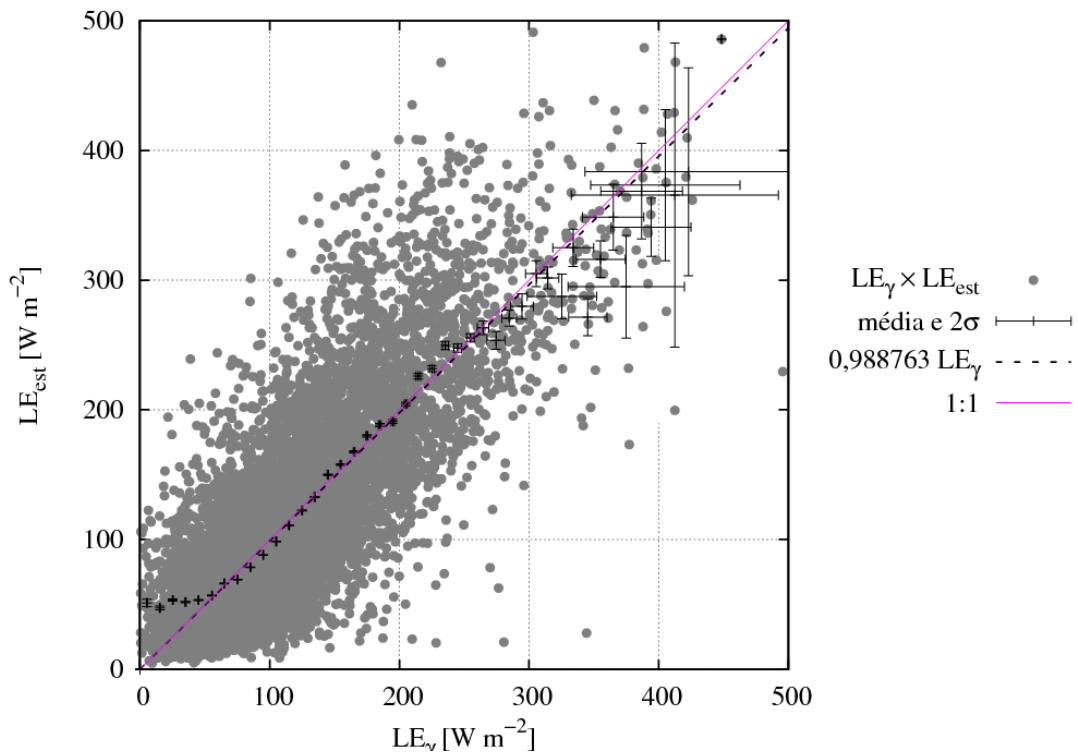


Figura 5.5: Fluxos de calor latente medidos  $LE_\gamma$  e estimados  $LE_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 W m^{-2}$  e  $\Psi \neq 0$ .

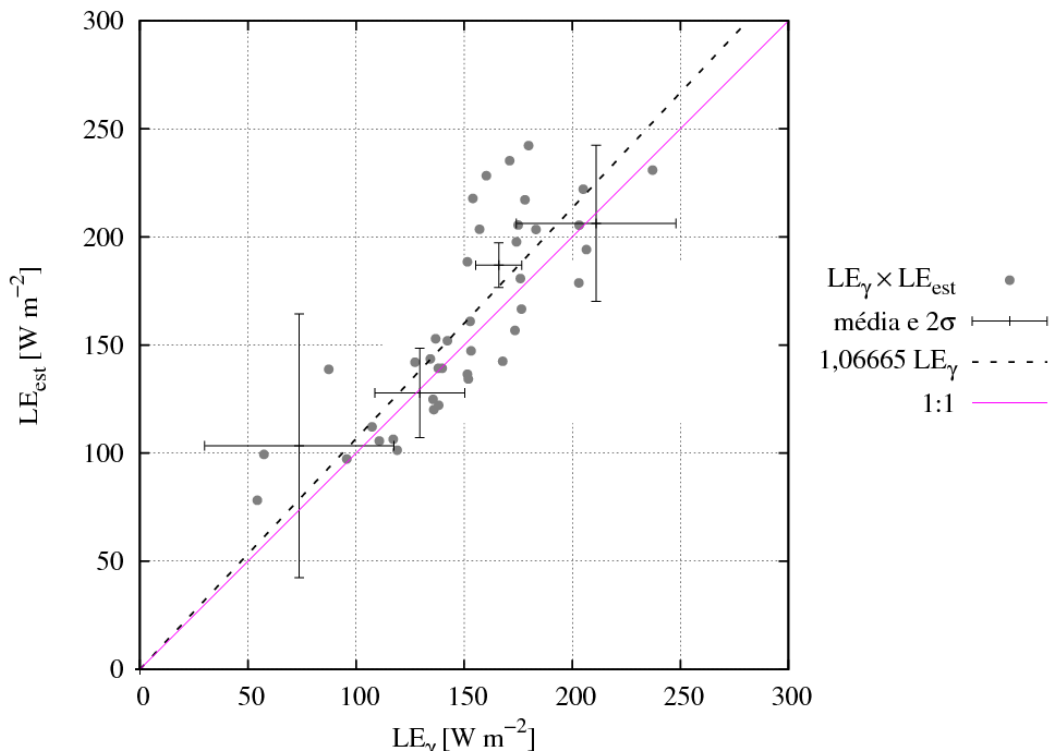


Figura 5.6: Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos  $LE_\gamma$  e estimados  $LE_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $50 W m^{-2}$  e  $\Psi \neq 0$ .

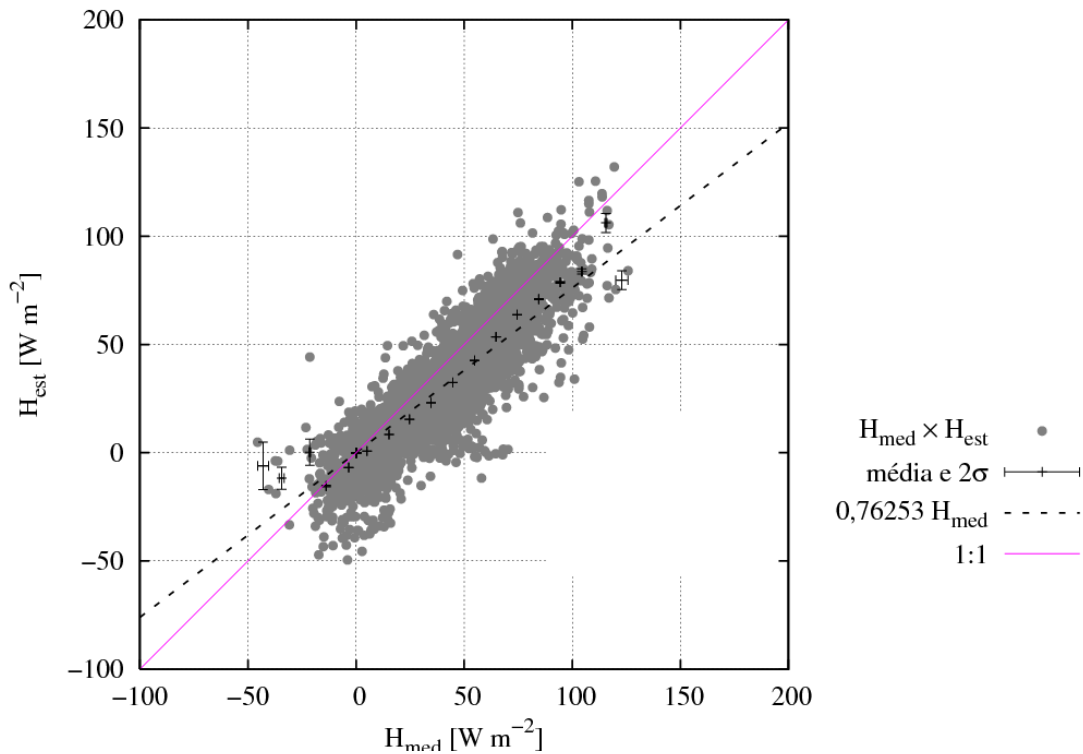


Figura 5.7: Fluxos de calor sensível medidos  $H_{med}$  e estimados  $H_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$  e  $\Psi \neq 0$ .

Os fluxos de calor sensível  $H_{med}$  e  $H_{est}$  e de *momentum*  $\tau_{med}$  e  $\tau_{est}$  também foram medidos e estimados. Estes são respectivamente apresentados nas figuras 5.7 e 5.8. Para os fluxos de calor sensível foram calculadas as médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$ . Os fluxos de calor sensível medidos são maiores que os estimados (figura 5.7); já os fluxos de *momentum* (figura 5.8) medidos e estimados apresentaram uma correspondência razoável entre os valores.

Assim como para os  $LE$ 's os fluxos médios diários de calor sensível  $H$  foram calculados somente para os dias em que existem pelo menos 37 médias de 30 minutos. Para as médias diárias dos  $H$ 's foram considerados intervalos de  $20 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$  para o cálculo das médias e desvios-padrão. Estas médias diárias são apresentados na figura 5.9. Desta vez o ajuste para as médias diárias é melhor do que para as médias de 30 minutos; o coeficiente de ajuste linear obtido para as médias de meia hora foi 0,76253 e para as médias diárias foi de 0,84071.

A figura 5.10 mostra as médias diárias do fluxo de *momentum*  $\tau$ . O coeficiente de ajuste

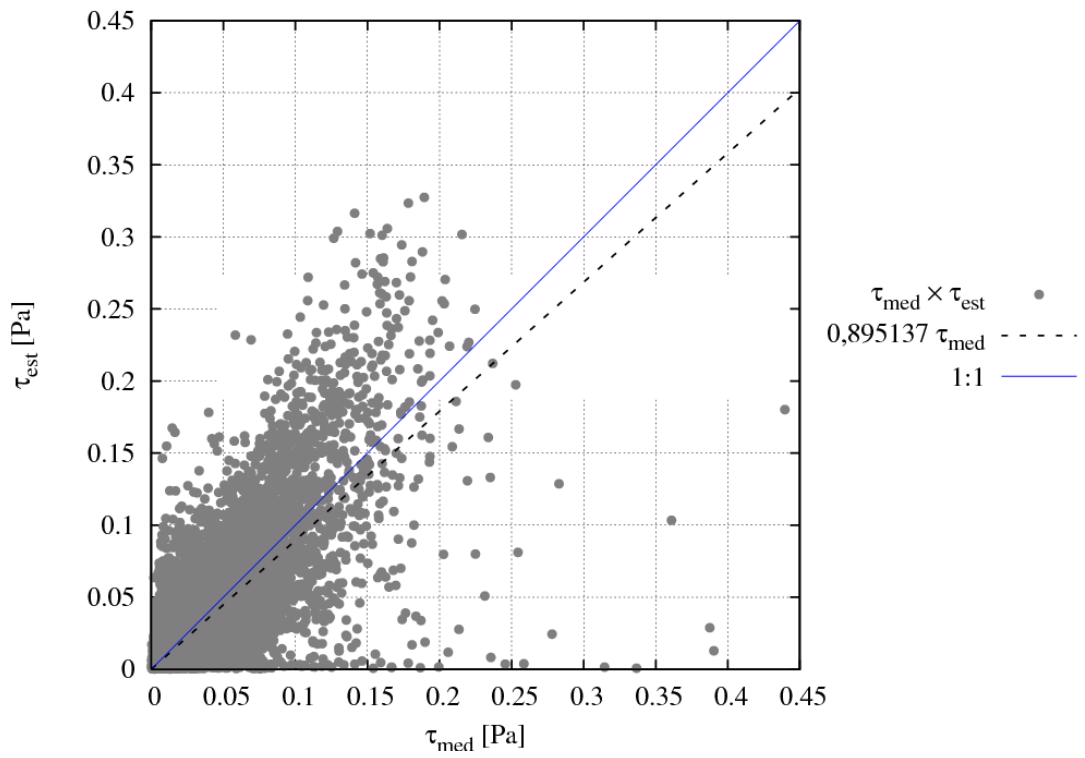


Figura 5.8: Fluxos de *momentum* medidos  $\tau_{med}$  e estimados  $\tau_{est}$  (*runs* de 30 minutos) para  $\Psi \neq 0$ .

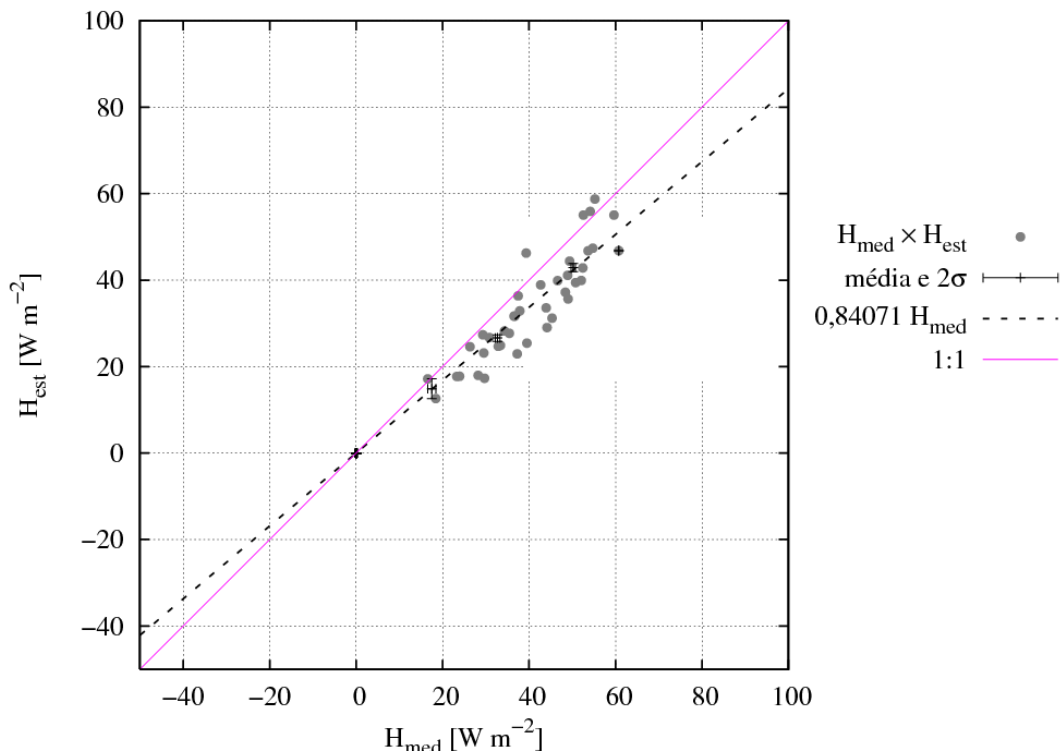


Figura 5.9: Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos  $H_{med}$  e estimados  $H_{est}$  juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $20 W m^{-2}$  de  $H_{med}$  e  $\Psi \neq 0$ .

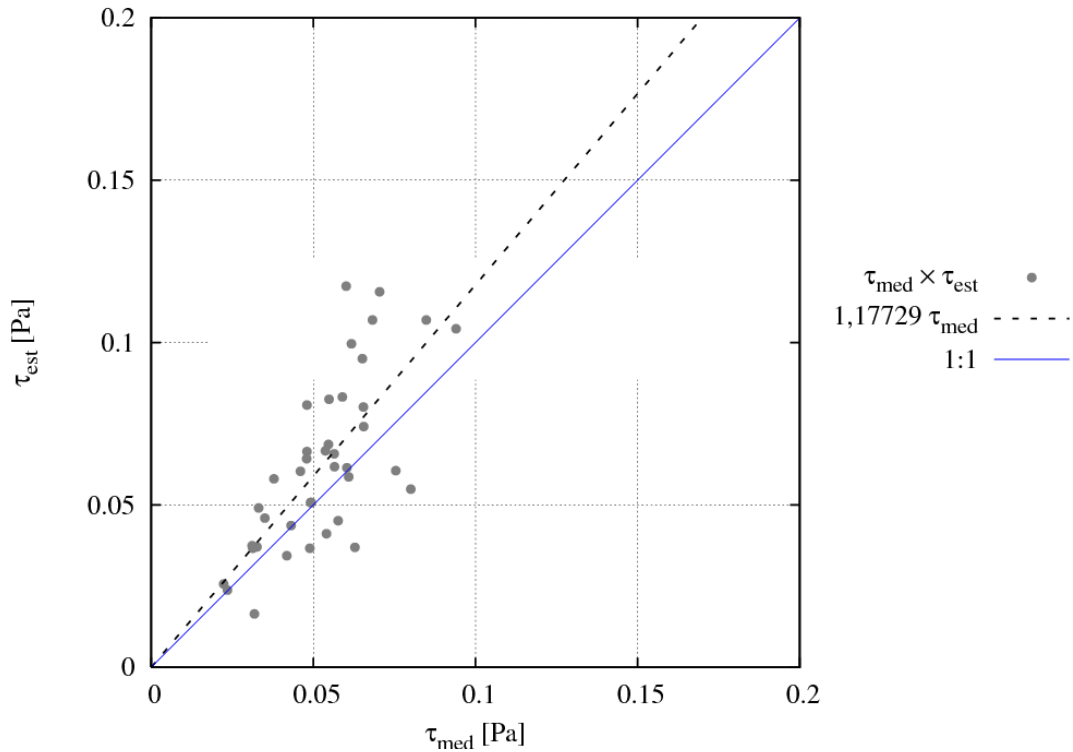


Figura 5.10: Médias diárias dos fluxos de *momentum* medidos  $\tau_{med}$  e estimados  $\tau_{est}$  para  $\Psi \neq 0$ .

passou de 0,895137 (médias de 30 minutos) para 1,17729 (médias diárias). O critério adotado para as médias diárias foi o mesmo utilizado para  $H$  e  $LE$ .

As relações  $u_{*est} \times LE_{est}/LE_{\gamma}$  e  $u_{*est} \times H_{est}/H_{med}$  também foram analisadas. Para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_{\gamma}$  e de  $H_{med}$  foram calculadas as respectivas médias para os valores medidos, estimados e para  $u_{*est}$ . As figuras 5.11 e 5.12 mostram as relações obtidas para  $u_{*est} \times LE_{est}/LE_{\gamma}$  e  $u_{*est} \times H_{est}/H_{med}$  médios. Para valores de  $u_{*est}$  menores que 0,1 a diferença entre  $LE_{est}$  e  $LE_{\gamma}$  é grande (conforme foi observado na 5.5) enquanto para valores grandes de  $u_{*est}$  a discrepância é menor. Para valores de  $u_{*est}$  pequenos (entre 0,1 e 0,2) a diferença entre  $H_{est}$  e  $H_{med}$  são muito grandes; esta diferença diminui com o aumento de  $u_{*est}$ . Isto pode indicar que o problema está nas medições dos fluxos para casos de ventos e  $u_{*}$ 's pequenos, ou seja, períodos de pouca turbulência.

As tabelas 5.4 e 5.5 mostram a tendenciosidade dos fluxos superficiais através do VIÉS e da raiz do erro médio quadrático calculados respectivamente para os 8008 *runs* de 30 minutos e 38 médias diárias. O VIÉS e a REMQ foram obtidos através das equações 5.27 e 5.28.

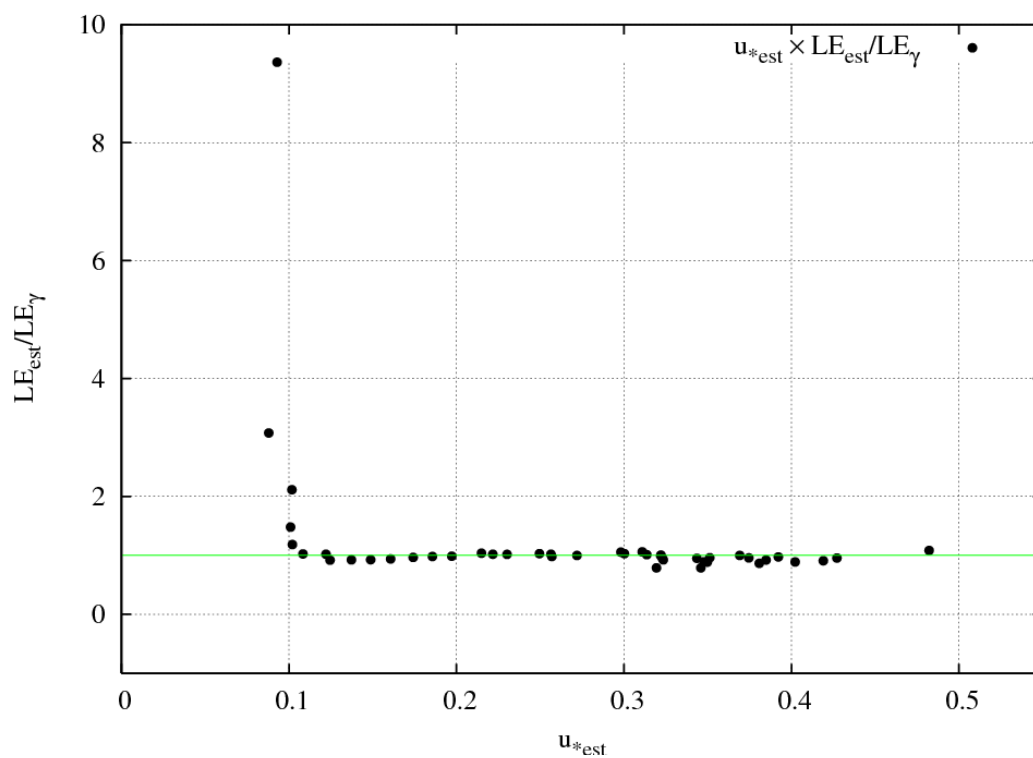


Figura 5.11: Médias de  $u_{*est}$  e  $LE_{est}/LE_{\gamma}$  para os *runs* de 30 minutos em intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_{\gamma}$  ( $\Psi \neq 0$ ).

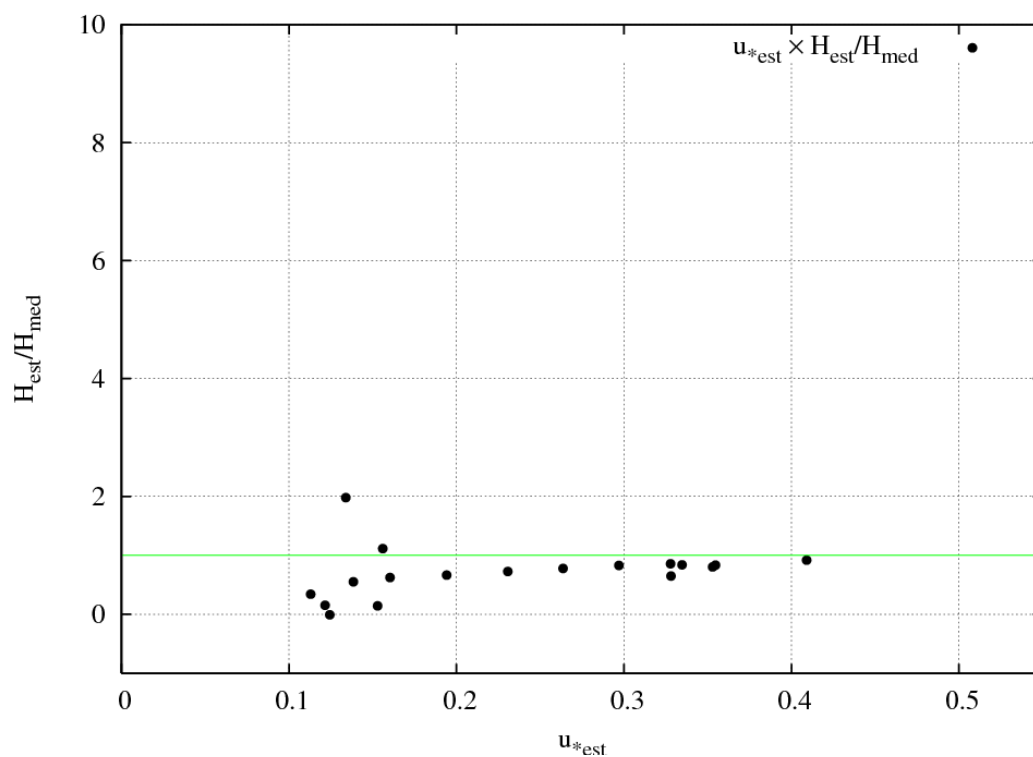


Figura 5.12: Médias de  $u_{*est}$  e  $H_{est}/H_{med}$  para os *runs* de 30 minutos em intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$  ( $\Psi \neq 0$ ).

$x$	$y$	unidades	VIÉS	REMQ
$LE_\gamma$	$LE_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	0,6313	52,1498
$H_{med}$	$H_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	-8,4755	13,7242
$\tau_{med}$	$\tau_{est}$	Pa	-0,0023	0,0435

Tabela 5.4: VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e *momentum*  $\tau$  medidos e estimados considerando  $\Psi's \neq 0$  e médias de 30 minutos.

$x$	$y$	unidades	VIÉS	REMQ
$LE_\gamma$	$LE_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	12,0109	30,1331
$H_{med}$	$H_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	-6,9535	8,7041
$\tau_{med}$	$\tau_{est}$	Pa	-0,0085	0,0204

Tabela 5.5: VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e *momentum*  $\tau$  medidos e estimados considerando  $\Psi's \neq 0$  e médias diárias.

Algumas variáveis envolvidas no cálculo destes fluxos devem ser avaliadas; estas variáveis são o comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov  $L_0$ , a variável de estabilidade de Monin-Obukhov  $\zeta$  e as temperaturas do ar e da superfície da água.

A diferença entre as temperaturas do ar  $\bar{\theta}_a$  e da água  $\bar{T}_0$  determina a estabilidade ou instabilidade da atmosfera. Em geral, se  $\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a > 0$  o comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov  $L_0$  é negativo, ou seja, instável, conseqüentemente o fluxo de calor sensível  $H$  (função de  $\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a$ ) é positivo. Se  $\bar{T}_0 - \bar{\theta}_a < 0$ ,  $L_0$  é positivo, conseqüentemente estável e  $H$  é negativo. As figuras 5.13, 5.14 e 5.15 mostram o comportamento de  $\zeta$ ,  $L_0$  e de  $\bar{\theta}_a$  e  $\bar{T}_0$ . Observa-se nestas figuras que na maioria dos *runs* a atmosfera sobre o lago é instável (há menos pontos positivos de  $L_0$  e de  $\zeta$  em relação ao número de pontos negativos). O comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov apresenta valores altos quando a variável de estabilidade  $\zeta$  é muito pequena: estes valores são inversamente proporcionais. Valores de  $\zeta$  muito pequenos correspondem à atmosfera neutra ou quase neutra. Conforme a primeira equação de 5.15, para valores de  $\zeta < 0,0059$  a função de correção  $\Psi(\zeta) = 0$ , ou seja, considera-se atmosfera neutra (para  $\zeta = 0$ ,  $L \rightarrow \infty$ ). Observando a figura 5.15 novamente percebe-se o número de pontos em que  $\bar{T}_0 < \bar{\theta}_a$  é bem menor que o número de pontos instáveis.

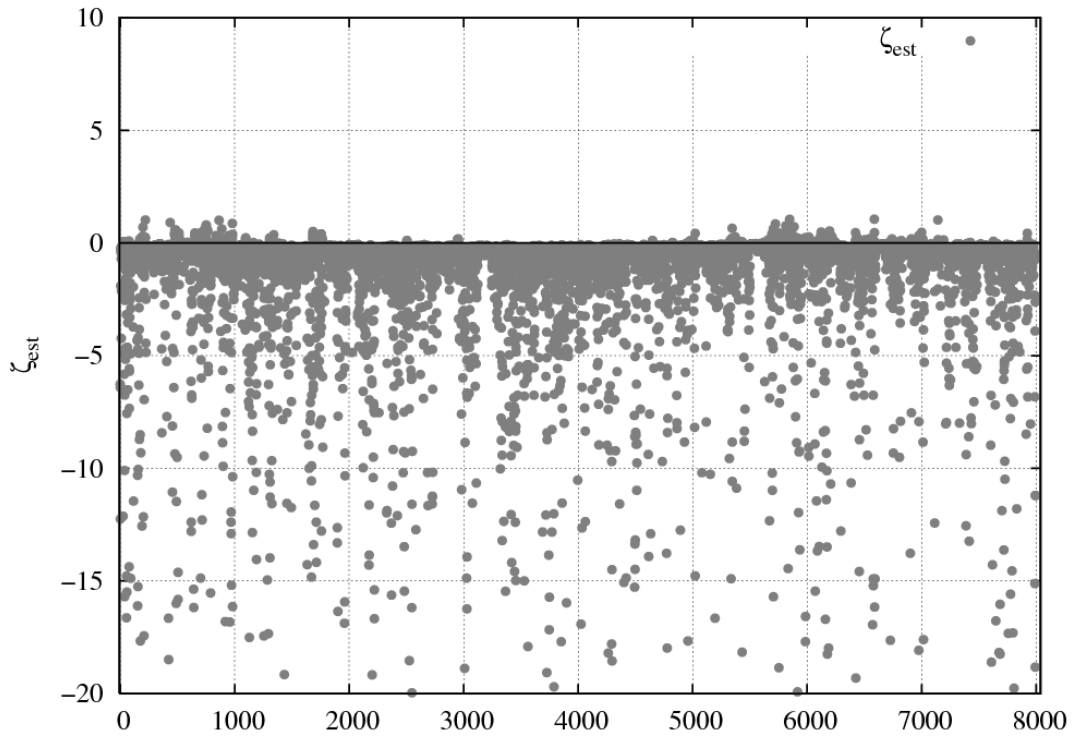


Figura 5.13: Comportamento da variável de estabilidade de Monin-Obukhov  $\zeta$  ( $\Psi \neq 0$ ).

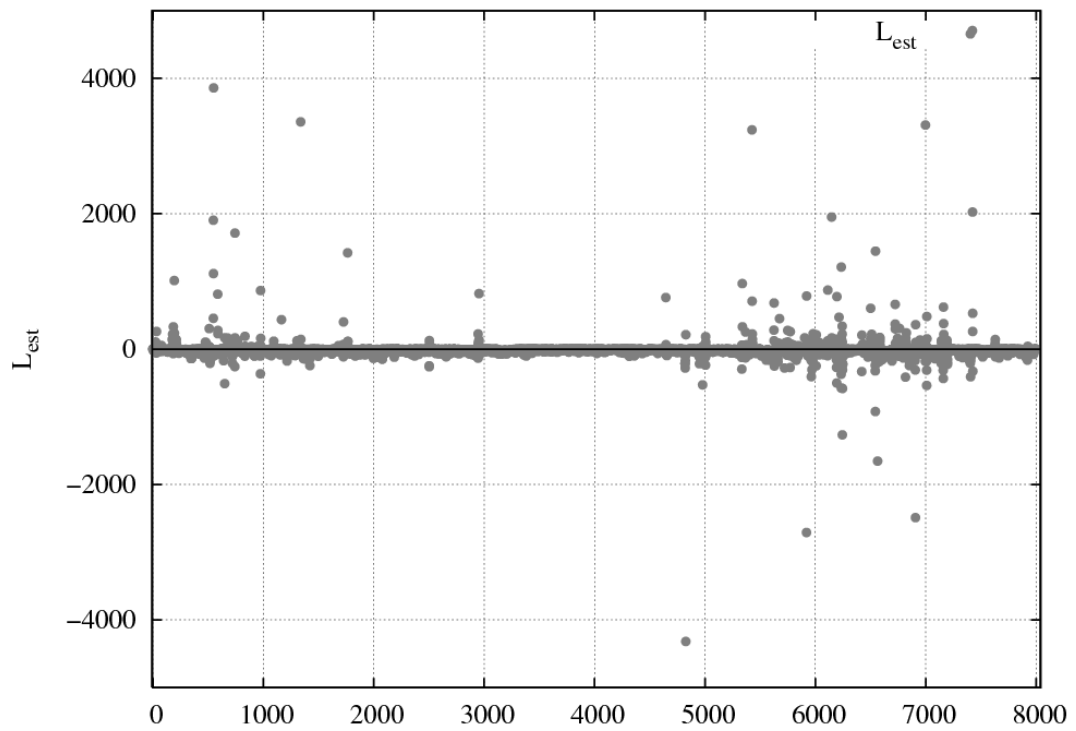


Figura 5.14: Comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov  $L_0$  ( $\Psi \neq 0$ ).

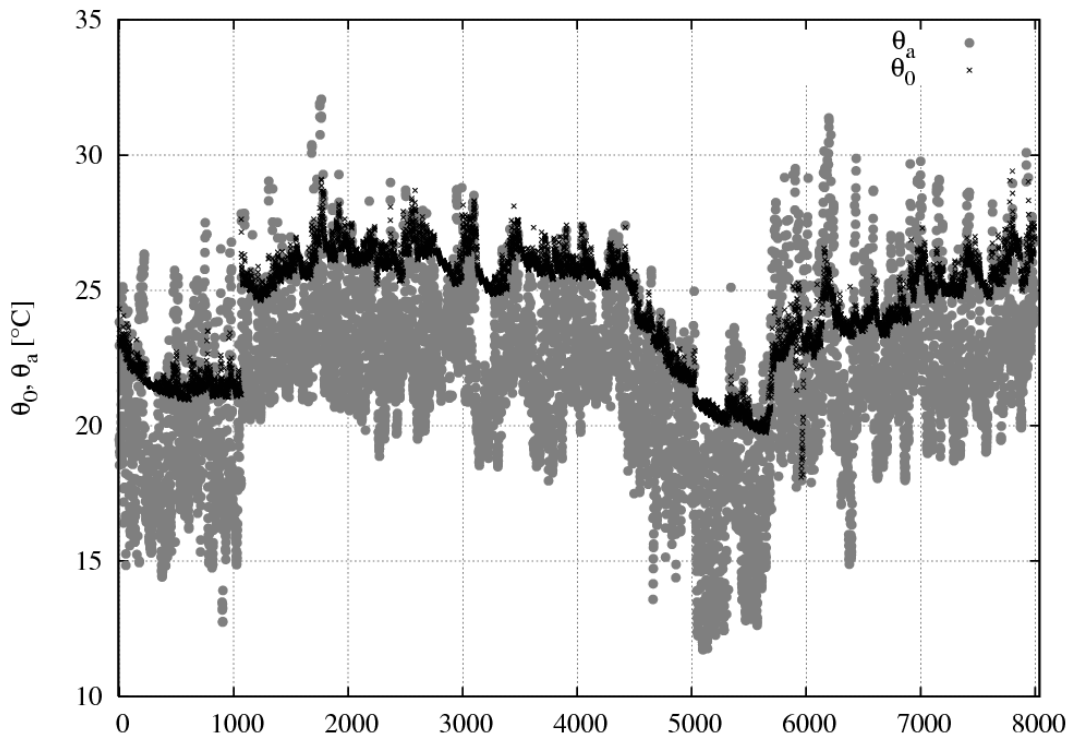


Figura 5.15: Comparação entre as temperaturas do ar  $\bar{\theta}_a$  e da superfície da água  $T_0$ .

Para podermos avaliar o comportamento dos fluxos de calor latente e calor sensível para valores de  $\zeta$  maiores e menores que zero, estes foram separados e plotados, respectivamente nas figuras 5.16 e 5.17. Como era esperado em relação ao fluxo de calor sensível, para valores de  $\zeta$  menores que zero foram obtidos  $H$ 's positivos e para valores de  $\zeta$  maiores que zero foram obtidos  $H$ 's negativos. Em relação aos fluxos de calor latente podemos observar que quando  $\zeta > 0$  os  $LE$ 's são predominantemente subestimados. Cerca de 5,4% dos 7996 pontos das figuras 5.16 e 5.17 correspondem aos *runs* em que  $\zeta$  (medido ou estimado) é maior que zero. Isto comprova que a atmosfera sobre o lago é instável durante a maior parte do tempo.

Diversas observações podem ser feitas em relação a estes resultados. A primeira delas é o fato de que os fluxos de massa (transformados aqui em fluxos de calor latente  $LE$ ), coincidem em praticamente todas as situações, exceto nos casos em que  $LE$  é pequeno (menor que  $30 \text{ W m}^{-2}$ ). Talvez a utilização de uma parametrização adequada para valores de  $u_{*est}$  pequenos resolva este problema, no entanto pode ser necessário considerar algum outro parâmetro (além de  $u_{*est}$ ) pois a relação entre  $LE$  e  $u_{*est}$  não é uma relação linear. A segunda observação é em



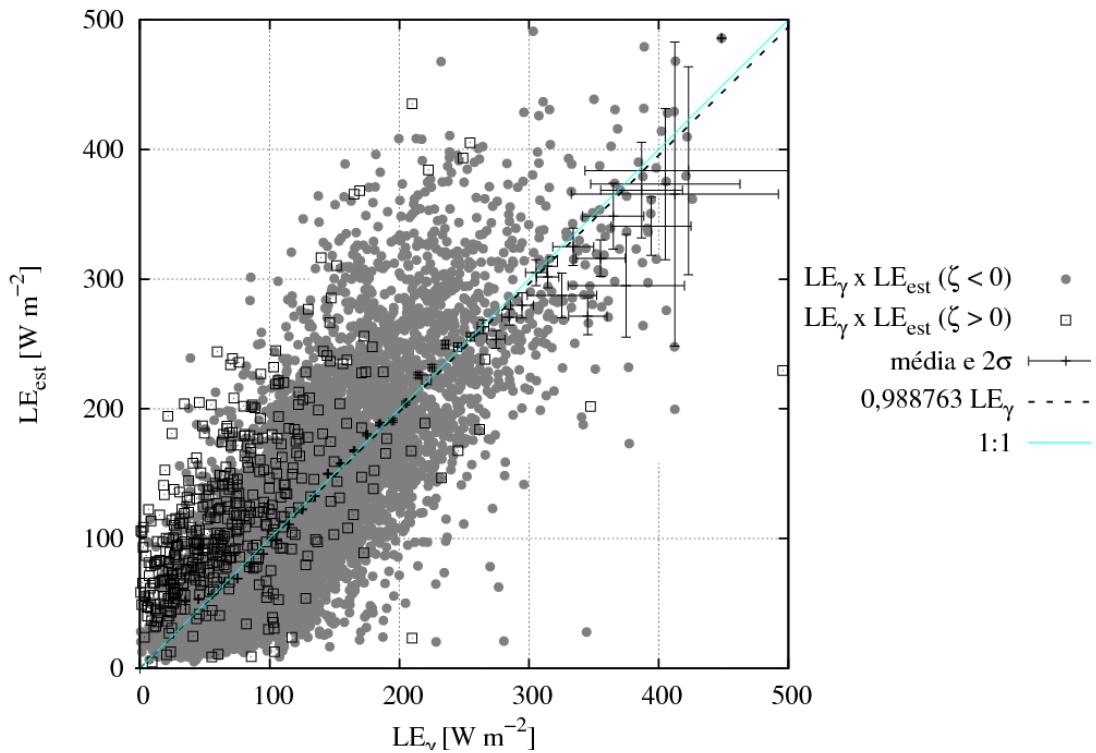


Figura 5.16: Fluxos de calor latente para valores de  $\zeta > 0$  e  $\zeta < 0$  ( $\Psi \neq 0$  e  $z_{0\tau}$  variável).

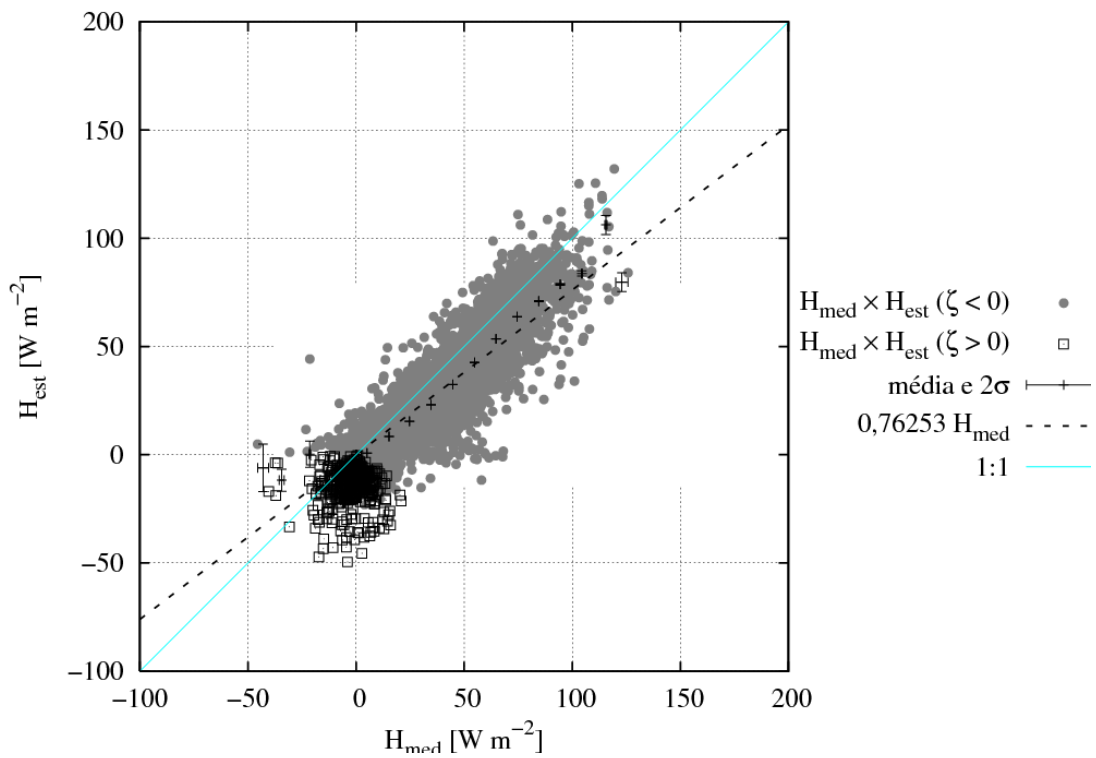


Figura 5.17: Fluxos de calor sensível para valores de  $\zeta > 0$  e  $\zeta < 0$  ( $\Psi \neq 0$  e  $z_{0\tau}$  variável).

relação ao comprimento de estabilidade de Monin-Obukhov, que mostrou que a atmosfera sobre o lago é instável em grande parte dos *runs*. Isso mostra a importância da utilização da Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov, suas escalas turbulentas e principalmente das funções  $\Psi$  de correção de estabilidade.

### 5.3.4 Fluxos superficiais com $\Psi = 0$ e $z_0\tau$ variável

Os fluxos superficiais para uma atmosfera neutra ( $\zeta = 0$ ), ou seja, considerando que as funções de correção de estabilidade são  $\Psi = 0$ , foram obtidos da mesma forma que para  $\Psi \neq 0$ , com exceção do processo iterativo para obtenção dos  $\Psi$ 's, que não é necessário aqui. O controle de qualidade de dados adotado é o mesmo descrito na seção 5.3.1. Para  $\Psi = 0$  há 8042 *runs* de 30 minutos e 42 médias diárias.

A figura 5.18 mostra os fluxos de calor latente  $LE$ . Nesta figura pode-se perceber que os fluxos estimados são maiores que os medidos, isto é, a evaporação é superestimada; os pontos médios para os intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_\gamma$  deveriam estar sobre a reta 1:1, no entanto estão um pouco deslocados para a parte superior; o coeficiente de ajuste entre as duas variáveis é 1,10948. As médias diárias de  $LE$  para o caso de atmosfera neutra são apresentadas na figura 5.19. O coeficiente de ajuste obtido para as médias diárias foi 1,21006.

Os fluxos de calor sensível  $H_{est}$  e  $H_{med}$  mostrados na figura 5.20 parecem um pouco melhores que os da figura 5.7 pois o coeficiente de ajuste é de 0,861166. Novamente os fluxos estimados são menores que os fluxos medidos. Para as médias diárias o ajuste resultou em 0,953646 conforme mostra a figura 5.21.

Para os fluxos superficiais de *momentum* medidos  $\tau_{med}$  e estimados  $\tau_{est}$  as comparações são mostradas na figura 5.22. Considerando que a atmosfera sobre o lago seja neutra as estimativas obtidas são menores que as medições e o coeficiente de ajuste obtido foi de 0,953946. Para os fluxos médios diários de *momentum* o coeficiente de ajuste obtido foi 1,24829 conforme mostra a figura 5.23.

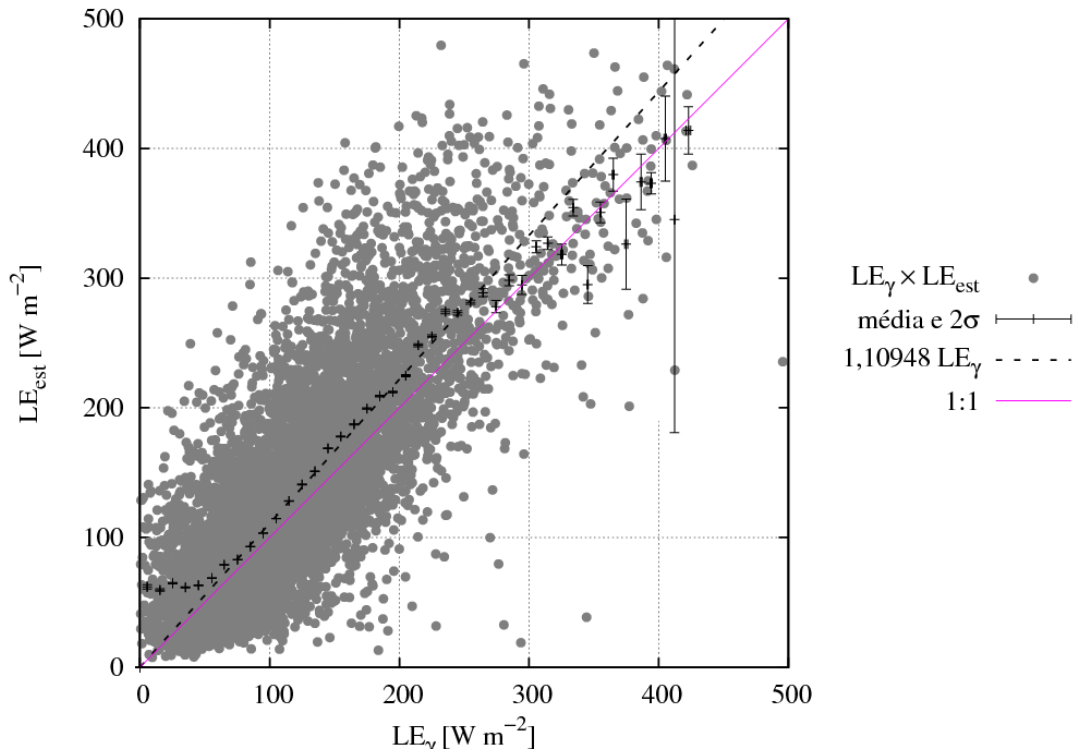


Figura 5.18: Fluxos de calor latente medidos  $LE_\gamma$  e estimados  $LE_{est}$ , com  $\Psi's = 0$ , juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 W m^{-2}$ .

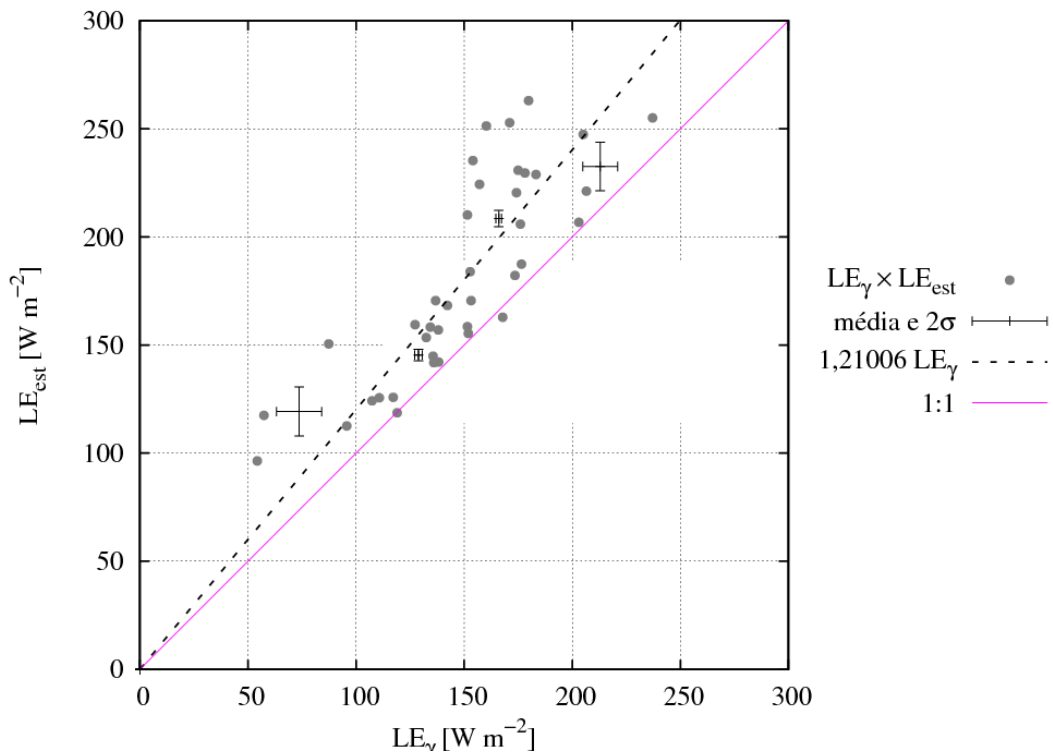


Figura 5.19: Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos  $LE_\gamma$  e estimados  $LE_{est}$ , com  $\Psi's = 0$ , juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de  $50 W m^{-2}$ .

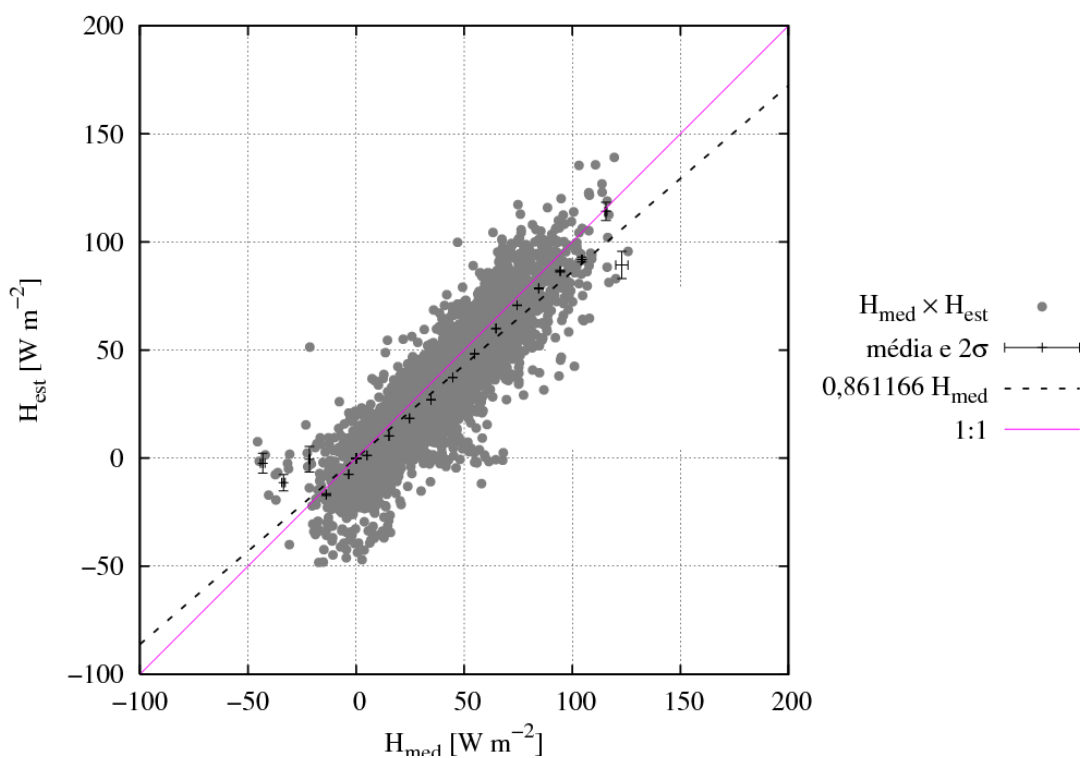


Figura 5.20: Fluxos de calor sensível medidos  $H_{med}$  e estimados  $H_{est}$  sobre o Lago de Furnas juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 W m^{-2}$  e para  $\Psi = 0$ .

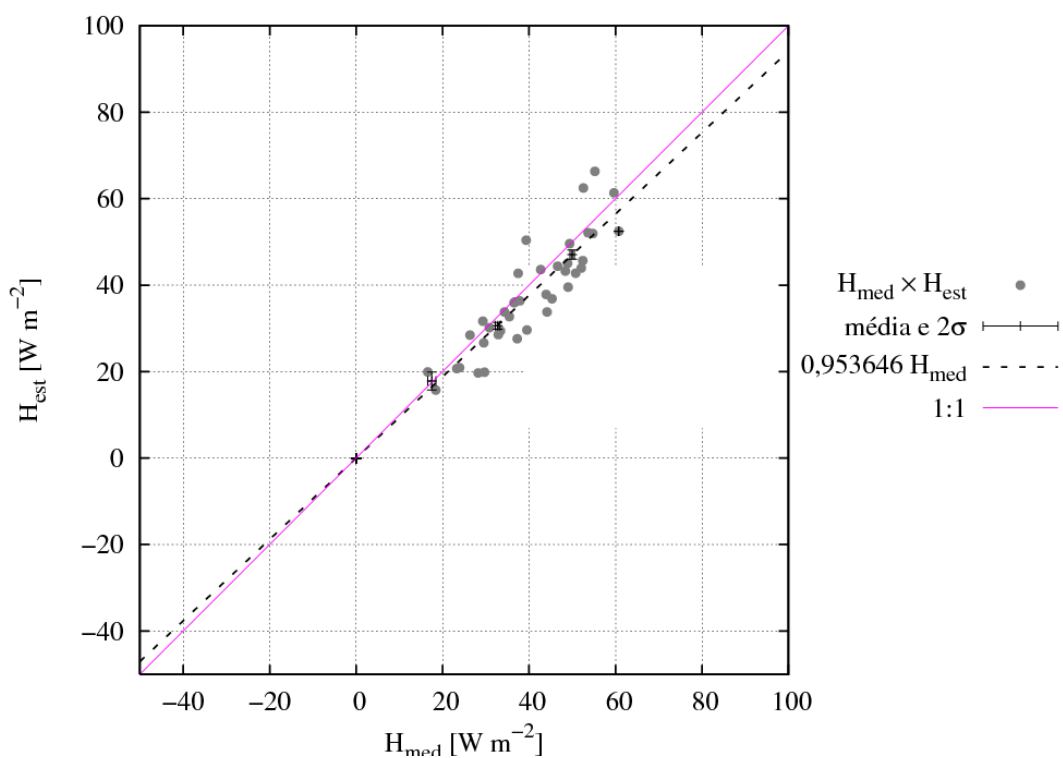


Figura 5.21: Médias diárias dos fluxos de calor sensível  $H$  juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de  $20 W m^{-2}$  considerando  $\Psi = 0$ .

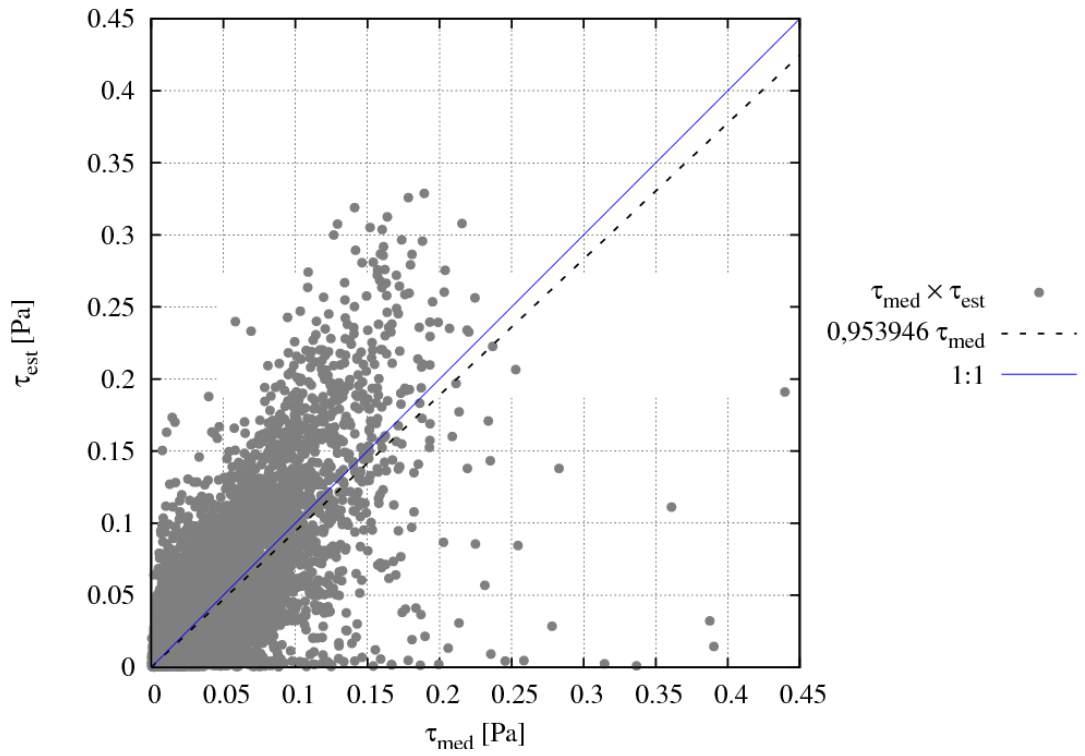


Figura 5.22: Fluxos de *momentum*  $\tau$  sobre o Lago de Furnas considerando  $\Psi'_s = 0$ .

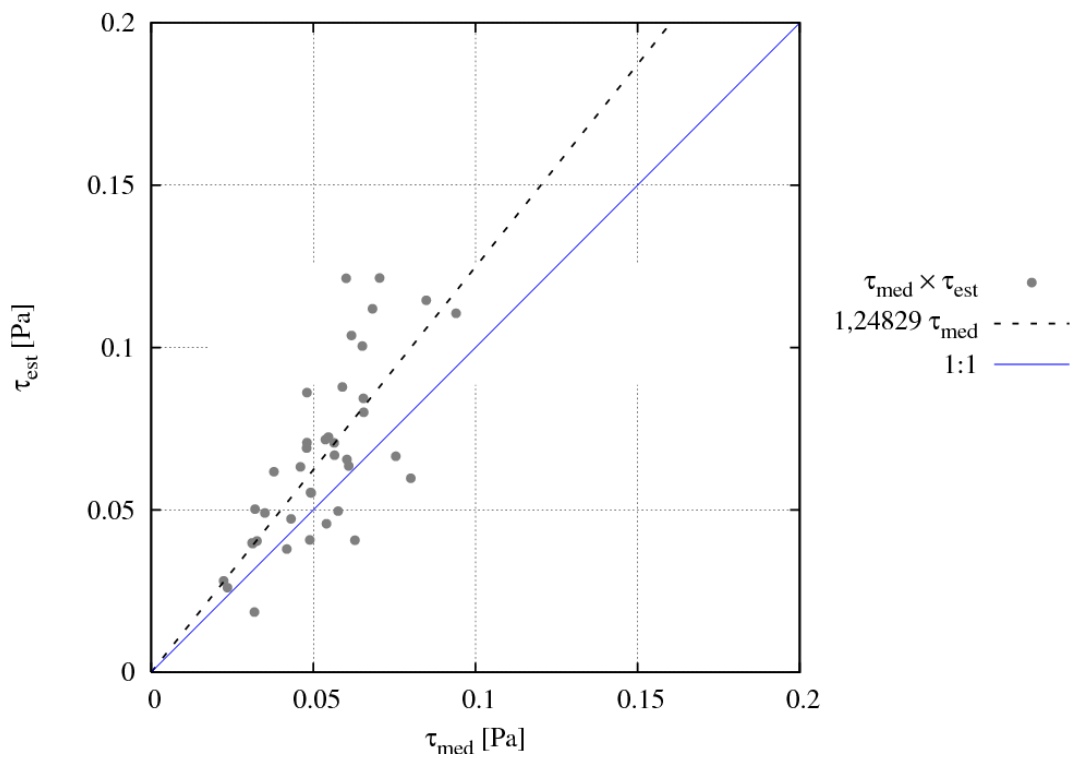


Figura 5.23: Médias diárias dos fluxos de *momentum*  $\tau$  sobre o Lago de Furnas considerando  $\Psi'_s = 0$ .

$x$	$y$	unidades	VIÉS	REMQ
$LE_\gamma$	$LE_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	16,7226	53,3351
$H_{med}$	$H_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	-5,6146	11,8255
$\tau_{med}$	$\tau_{est}$	Pa	-0,0040	0,0350

Tabela 5.6: VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e *momentum*  $\tau$  medidos e estimados considerando  $\Psi's = 0$  e as médias de 30 minutos.

$x$	$y$	unidades	VIÉS	REMQ
$LE_\gamma$	$LE_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	32,9855	45,5978
$H_{med}$	$H_{est}$	$\text{W m}^{-2}$	-2,1383	5,8477
$\tau_{med}$	$\tau_{est}$	Pa	-0,0129	0,0249

Tabela 5.7: VIÉS e REMQ para os fluxos de calor latente  $LE$ , calor sensível  $H$  e *momentum*  $\tau$  medidos e estimados considerando  $\Psi's = 0$  e médias diárias.

As tabelas 5.6 e 5.7 mostram o VIÉS e a REMQ entre os fluxos medidos e os estimados respectivamente para as médias de 30 minutos e diárias. Para as médias de 30 minutos estes valores confirmam que para  $LE$  e  $\tau$  os resultados são melhores se considerarmos atmosfera instável, enquanto que para  $H$  foram obtidos resultados melhores para atmosfera neutra.

A tabela 5.7 mostra os valores dos VIÉS e da REMQ para as médias diárias dos fluxos. Estes valores confirmam os resultados da tabela anterior. O fato de termos obtido valores positivos para os vieses de  $LE$  e maiores para os casos de atmosfera neutra pode estar relacionado com a rugosidade superficial; quando  $\Psi = 0$  e a rugosidade superficial de *momentum* é variável, esta não faz parte do processo iterativo necessário para o cálculo dos  $\Psi's$ , ou seja, é calculada diretamente com a estimativa de  $u_*$ , conseqüentemente pode estar sendo superestimada ou subestimada. Já para os casos em que a rugosidade superficial de *momentum* é constante, o valor utilizado pode ter superestimado os fluxos de calor latente para alguns casos.

## 5.4 Conclusões

O principal objetivo deste capítulo é avaliar os efeitos da inclusão da estabilidade atmosférica nas estimativas de fluxos superficiais através das equações de transferência de massa, calor

e *momentum*. Os efeitos da inclusão de uma parametrização para a rugosidade superficial de *momentum* também são avaliados.

A observação das figuras 5.1, 5.2, 5.5 e 5.18 permite concluir que a estabilidade tem uma influência razoável sobre as estimativas do fluxo de calor latente  $LE$ . Este fato justifica-se ao comparar as figuras 5.1 e 5.2; na primeira são incluídos os efeitos da estabilidade atmosférica enquanto na segunda não, além disso a rugosidade superficial de *momentum* é considerada constante e o mesmo valor é utilizado para as duas situações. Quando supomos que a atmosfera sobre o lago é neutra estamos superestimando os  $LE$ 's; ao considerar  $\Psi \neq 0$  conseguimos fazer com que os fluxos entre cerca de 60 e  $250 \text{ W m}^{-2}$  fiquem sobre a reta 1:1; abaixo de  $60 \text{ W m}^{-2}$  os fluxos são superestimados enquanto acima de  $250 \text{ W m}^{-2}$  são subestimados.

As figuras 5.1 e 5.5 permitem avaliar a inclusão de uma rugosidade  $z_{0\tau}$  variável para atmosfera não-neutra ( $\Psi \neq 0$ ); na primeira figura temos  $z_{0\tau}$  constante enquanto na segunda figura  $z_{0\tau}$  é função da velocidade do vento. A figura 5.5 apresenta  $LE$ 's sobre a reta 1:1 entre 30 e  $300 \text{ W m}^{-2}$ . O efeito da inclusão da parametrização para a rugosidade de *momentum* também pode ser observado ao comparar as figuras 5.2 e 5.18, ambas para o caso  $\Psi = 0$ . Ao adotarmos  $z_{0\tau}$  variável para atmosfera neutra conseguimos obter um coeficiente de ajuste um pouco menor (de 1,16 para 1,10 aproximadamente). Em relação aos fluxos de massa  $E$  ou calor latente  $LE$  podemos concluir que a estabilidade atmosférica tem uma influência relativamente grande sobre o Lago de Furnas; a inclusão de uma parametrização para a rugosidade superficial de *momentum* também influencia as estimativas de  $LE$ , porém de forma menos impactante. Possivelmente adotando uma parametrização que consiga descrever  $z_{0\tau}$  para qualquer velocidade do vento e não somente para velocidades moderadas como é o caso da parametrização que está sendo utilizada aqui, os problemas que ocorrem quando os  $LE$ 's são muito pequenos ou muito grandes podem ser solucionados.

As comparações entre os fluxos superficiais de *momentum* podem ser consideradas satisfatórias, visto que a escala turbulenta de velocidade do vento medida  $u_{*med} = \sqrt{-w'u'}$  ainda é objeto de estudo. As figuras 5.8 e 5.22 mostram os resultados para os fluxos de *momentum*

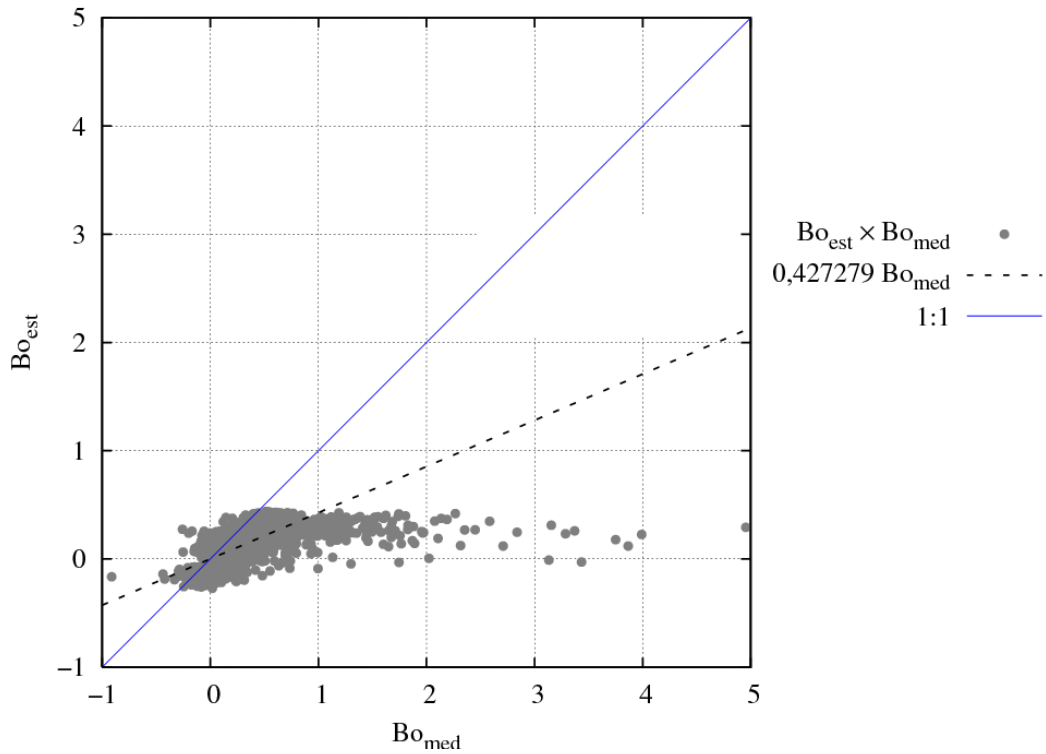


Figura 5.24: Razões de Bowen entre os fluxos medidos ( $Bo_{med}$ ) e entre as equações de transferência ( $Bo_{est}$ ).

respectivamente para a atmosfera não-neutra e neutra. Percebe-se, nestas figuras, que o ajuste para  $\Psi = 0$  é melhor que para  $\Psi \neq 0$ ; devemos novamente salientar que os fluxos de *momentum* medidos sobre o Lago de Furnas são objeto de outro estudo.

As figuras 5.11 e 5.12 mostram que as discrepâncias ocorrem exatamente quando  $u_*$  é pequeno (velocidade do vento pequena), ou seja, situações em que a evaporação do lago é pequena. Uma maneira de confirmar que o problema existe é através da comparação entre as razões de Bowen  $Bo_{med}$  (entre  $H_{med}$  e  $LE_{\gamma}$  medidos) e  $Bo_{est}$  (entre as equações de transferência para  $H$  e  $LE$ ), ou seja,

$$\frac{H_{med}}{LE_{\gamma}} = \frac{c_p (\overline{T_0} - \overline{T_a})}{L (\overline{q_0} - \overline{q_a})}. \quad (5.29)$$

Na figura 5.24 estes valores são comparados. Nesta figura observa-se que existe uma grande diferença entre as razões de Bowen indicando que as razões entre  $H$  e  $LE$  medidos são muito diferentes e maiores que as razões entre  $H$  e  $LE$  das equações de transferência. Sobre a água esperamos que  $LE$  seja maior que  $H$ . Os valores  $Bo_{est}$  variam entre  $-0,3$  e  $0,45$  mostrando que



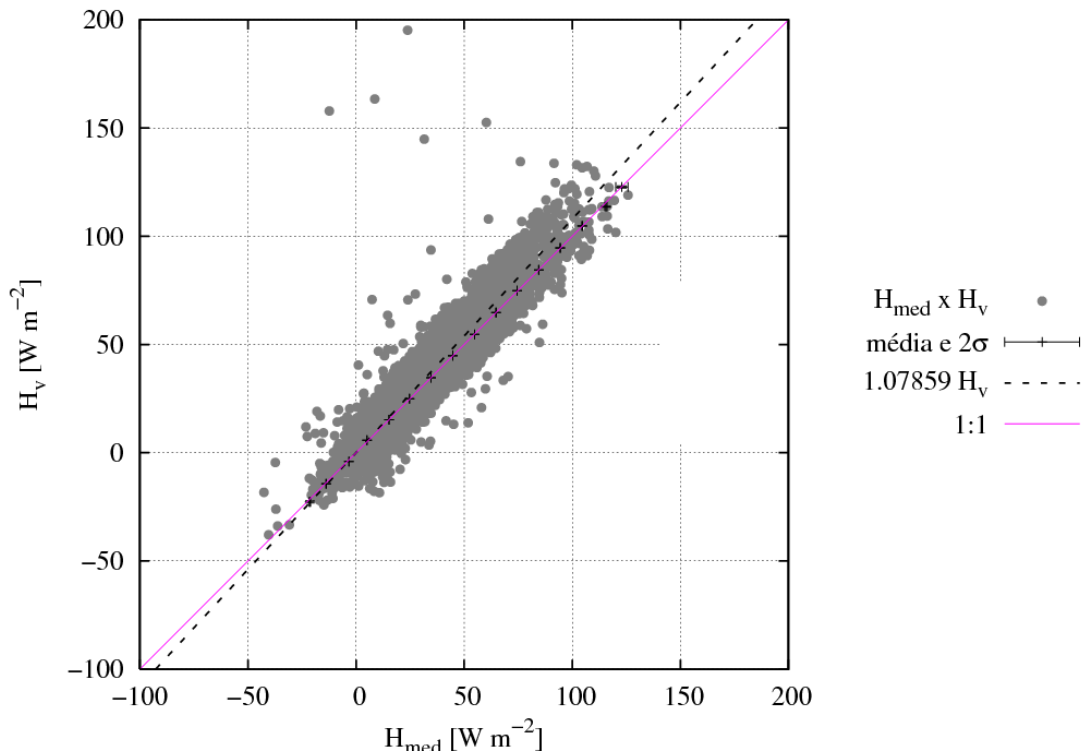


Figura 5.25: Comparação entre os fluxos de calor sensível  $H_{med}$  e calor sensível virtual medido  $H_v$  juntamente com as médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$ .

os  $H$ 's são sempre menores que os  $LE$ 's.  $Bo_{med}$  resulta em valores entre  $-1,0$  e  $5,0$  mostrando que  $H_{med}$  pode ser até cinco vezes maior que  $LE_\gamma$ . Aproximadamente 12% dos valores de  $Bo_{med}$  estão fora do intervalo  $-0,3$  e  $0,45$  referente aos extremos dos valores de Razão de Bowen estimadas.

Uma explicação possível para as diferenças entre os fluxos de sensível ( $H$ 's estimados são menores que os  $H$ 's medidos) seria o fato de que poderia estar ocorrendo influência dos fluxos de calor sensível vindos de terra. Porém, vimos que a distância mínima entre a estação micro-meteorológica e um ponto de terra é de cerca de 420 metros. Para saber se realmente houve influência dos fluxos de terra comparamos os fluxos de calor sensível virtual  $H_v$  medidos com os fluxos de calor sensível  $H_{med}$ . Esta comparação é apresentada na figura 5.25. O fluxo de calor sensível virtual é dado pela covariância entre a velocidade vertical do vento e a temperatura virtual, ambas medidas pelo anemômetro sônico (equação 2.16). Nesta figura podemos verificar que as médias para  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$  coincidem exatamente com a reta 1:1, ou seja, podem ser considerados iguais. Isto descarta a possibilidade de ter ocorrido influência dos fluxos de terra.

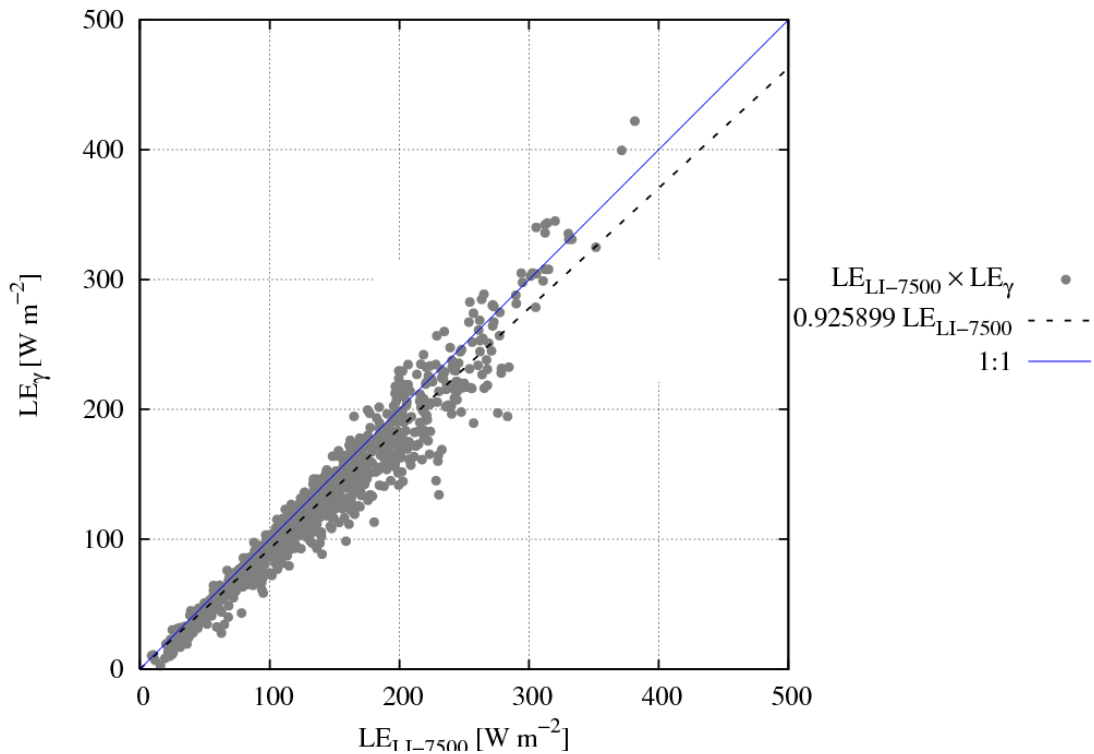


Figura 5.26: Comparação entre os fluxos de calor latente medido pelo LI-7500 ( $LE_{LI-7500}$ ) e calor latente medido  $LE_{\gamma}$  em  $W m^{-2}$ .

Outra possível explicação é o fato de estarmos considerando que as rugosidades para o vapor d'água e para o calor são iguais e sabe-se que sobre uma mesma superfície estes valores podem ser muito diferentes.

Da mesma forma que pudemos comprovar que as medições de  $H$  estão corretas, podemos verificar, ao menos para um curto período de tempo as medições do fluxo de calor latente. Para isto utilizamos dados de concentração de  $H_2O$  medidos por um sensor de  $H_2O$  e de  $CO_2$  modelo LI-7500 da Campbell Sci.; estes dados foram medidos durante aproximadamente dois meses (entre 22 de julho e 14 de setembro de 2004). A figura 5.26 mostra a comparação entre o fluxo de calor latente resultante do LI-7500, isto é,  $L\overline{\rho'w'}$  ( $w$  é medido pelo anemômetro sônico Young 81000 e  $\rho$  representa a concentração de água no ar convertida em densidade do ar) e o fluxo de calor latente medido  $LE_{\gamma}$ . Nesta figura é possível observar que existe uma boa correspondência entre os fluxos de calor latente pequenos (até cerca de  $100 W m^{-2}$ ). Para valores maiores  $LE_{\gamma}$  é um pouco subestimado.

O cálculo dos fluxos superficiais de calor latente considerando atmosfera não-neutra são melhores que ao considerar atmosfera neutra. Já para os fluxos de calor sensível ocorre exatamente o contrário e isto deve estar diretamente relacionado com as rugosidades superficiais.

Na seqüência são apresentadas as evaporações diárias medidas  $E_{med}$  e estimadas ( $\bar{E}$ ) através de quatro formas diferentes, isto é, para os casos em que

- $\bar{E}_1$ :  $z_{0\tau}$  é constante e  $\Psi's \neq 0$ ;
- $\bar{E}_2$ :  $z_{0\tau}$  é constante e  $\Psi's = 0$ ;
- $\bar{E}_3$ :  $z_{0\tau}$  é variável e  $\Psi's = 0$  e
- $\bar{E}_4$ :  $z_{0\tau}$  é variável e  $\Psi's \neq 0$ .

Na tabela 5.8 são listadas somente as evaporações dos dias em que haviam pelo menos 75% dos 48 dados possíveis; isto significa que para dias em que restaram menos de 37 médias de 30 minutos as evaporações diárias não foram calculadas. Nesta tabela o valor -999999,0 indica que o valor não pode ser calculado porque haviam falhas nos valores estimados. A segunda coluna da tabela representa a porcentagem de dados diários que foram utilizados (100% representa 48 médias de 30 minutos). Observando as evaporações da tabela 5.8 percebemos que, na maior parte das vezes, as evaporações estimadas que mais se aproximam das evaporações medidas são as  $\bar{E}_4$ . As evaporações  $\bar{E}_4$  foram obtidas considerando a atmosfera não-neutra e rugosidade superficial de *momentum* variável.

Neste capítulo pôde ser comprovada a importância da utilização da estabilidade atmosférica no cálculo dos fluxos superficiais e que as equações de transferência de massa e de calor podem resultar em estimativas confiáveis para os fluxos superficiais.

É importante salientar que existem incertezas em relação aos fluxos medidos principalmente relacionados com a atenuação destes. Como principais causas desta atenuação podemos citar a separação espacial dos sensores e o processo utilizado para obter as médias de 30 minutos (são

Data	% dados	$E_{med}$ [mm]	$\bar{E}_1$ [mm]	$\bar{E}_2$ [mm]	$\bar{E}_3$ [mm]	$\bar{E}_4$ [mm]
12/07/2003	83%	3,1	3,7	4,2	3,9	3,5
13/07/2003	97%	4,3	4,8	5,4	5,2	4,6
14/07/2003	95%	5,1	5,8	6,4	6,3	5,9
15/07/2003	77%	3,2	3,2	3,8	3,4	2,9
27/07/2003	81%	2,5	5,2	5,5	5,6	5,3
30/11/2003	81%	2,9	2,7	3,2	2,8	2,4
07/12/2003	95%	5,6	5,1	6,0	5,7	4,9
18/12/2003	95%	7,2	7,2	8,3	8,1	7,2
19/12/2003	79%	5,5	5,5	6,3	6,1	5,4
25/12/2003	89%	7,7	7,7	8,6	8,7	7,9
03/01/2004	89%	5,5	5,4	6,4	6,1	5,2
04/01/2004	83%	4,2	4,0	4,7	4,4	3,8
20/01/2004	77%	6,4	-999999,0	-999999,0	-999999,0	5,6
23/01/2004	87%	4,6	4,8	5,6	5,3	4,6
24/01/2004	100%	4,4	4,8	5,7	5,2	4,4
25/01/2004	81%	3,4	3,7	4,3	4,0	3,5
09/02/2004	100%	8,0	8,6	9,7	10,0	9,0
10/02/2004	93%	5,8	5,6	6,5	6,3	5,6
11/02/2004	91%	3,9	3,8	4,5	4,1	3,6
20/02/2004	87%	1,9	2,6	3,3	2,7	2,2
25/03/2004	77%	4,5	3,9	4,7	4,1	3,5
11/04/2004	89%	4,1	4,3	5,0	4,5	3,9
26/04/2004	87%	5,5	6,6	7,4	7,1	6,4
23/07/2004	81%	5,6	6,2	7,0	6,8	6,1
24/07/2004	85%	4,8	5,5	6,4	5,9	5,2
26/07/2004	79%	4,7	5,1	5,8	5,6	5,1
28/07/2004	83%	4,4	-999999,0	-999999,0	-999999,0	4,7
13/08/2004	95%	6,7	9,1	9,8	10,1	9,6
14/08/2004	79%	4,5	5,6	6,1	5,9	5,5
15/08/2004	77%	3,8	4,6	5,0	4,9	4,6
21/10/2004	100%	5,8	8,6	9,4	9,6	8,9
22/10/2004	81%	3,9	5,1	5,6	5,6	5,1
08/11/2004	87%	5,5	7,7	8,5	8,6	7,9
01/12/2004	87%	5,1	6,6	7,3	7,3	6,7
02/12/2004	81%	4,8	6,3	7,0	7,0	6,4
31/12/2004	100%	1,1	0,8	1,3	0,8	0,5

Tabela 5.8: Evaporações diárias medidas  $E_{med}$  e estimadas  $\bar{E}$  em milímetros. -999999,0 indica que o valor não pôde ser calculado

feitas médias simples – médias de bloco – entre todos os valores medidos dentro de cada *run*). Estes dois fatores, juntos ou separados, podem causar fortes atenuações nos fluxos medidos.

As recomendações em relação aos fluxos superficiais são feitas no capítulo 7.

## **6 Um modelo para a evolução térmica do lago**

Neste capítulo é apresentada a implementação do modelo de evolução térmica em lagos utilizado por Hostetler e Bartlein (1990) juntamente com as modificações realizadas durante o desenvolvimento desta dissertação.

A seção 6.1 apresenta a formulação do modelo de evolução térmica a partir da equação instantânea de conservação de calor. As seções 6.2 e 6.3 apresentam respectivamente os modelos MHB (Modelo de Hostetler e Bartlein) e MHB-mod (Modelo de Hostetler e Bartlein modificado). A estabilização de perfis é apresentada na seção 6.4.

Na seção 6.5 é mostrada toda a discretização do modelo matemático de evolução térmica através do Método de Diferenças Finitas.

Os resultados obtidos pelo MHB e pelo MHB-mod são apresentados na seção 6.6. Nesta seção são encontradas as considerações necessárias para realizar as simulações além de resultados para a evolução temporal dos perfis, a verificação da conservação de energia pelo MDF, as comparações entre os perfis medidos e simulados além do comportamento dos coeficientes de difusividade turbulenta. Também são comparados os fluxos superficiais obtidos pelos modelos com os fluxos medidos. As entalpias calculadas entre perfis medidos e simulados são apresentados na seção 6.6.5.

## 6.1 Formulação do modelo matemático de evolução térmica

A equação que governa a evolução térmica de um lago pode ser escrita a partir da Primeira Lei da Termodinâmica ou equação para conservação do calor. Para verificar a evolução térmica de um lago é suficiente conhecer as distribuições médias de temperatura da água. Por esse motivo vamos partir da equação instantânea de conservação do calor, que pode ser encontrada em Stull (1988) e Kundu (1990), e tem a forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = k_m \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + F. \quad (6.1)$$

$T$  e  $u_j$  representam respectivamente os valores instantâneos de temperatura da água e da velocidade do vento (vetor velocidade do vento).  $k_m$  é a difusividade térmica molecular.  $F$  representa o fluxo de um termo fonte que inclui os efeitos da absorção interna da radiação. Neste trabalho considera-se que toda a radiação é absorvida na camada superficial do lago através da condição de contorno, portanto  $F = 0$ .

Para obter a equação para as distribuições médias de temperatura inicialmente vamos decompor as variáveis  $T$  e  $u$  em um valor médio e uma flutuação conforme a decomposição de Reynolds, ou seja,

$$u_j = \bar{u}_j + u'_j, \quad (6.2)$$

$$T = \bar{T} + T'. \quad (6.3)$$

Aplicando estas decomposições na equação 6.1 e tirando as médias obtém-se

$$\overline{\frac{\partial}{\partial t} (\bar{T} + T')} + \overline{(\bar{u}_j + u'_j) \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{T} + T')} = k_m \overline{\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\bar{T} + T')}. \quad (6.4)$$

Fazendo as devidas multiplicações e utilizando os postulados de Reynolds, apresentados na seção 2.3, ficamos com

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{(u'_j T')}}{\partial x_j} = k_m \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j^2}. \quad (6.5)$$

O primeiro termo desta equação representa o armazenamento médio de calor, o segundo representa a advecção de calor, o terceiro representa a divergência do fluxo de calor turbulento e o

último termo é a condução ou difusão molecular de calor. Conforme Stull (1988), diversas observações indicam que o termo de difusão molecular é diversas ordens de grandeza menor que os outros termos da equação e pode ser desprezado. Vamos supor também que as variações de temperatura da água ocorrem somente na vertical (direção  $z$ ) e que estas dependem somente da divergência do fluxo de calor, isto é, o termo de advecção é desprezado. Desta forma a equação 6.5 fica

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{(w'T')}}{\partial z}, \quad (6.6)$$

onde  $\overline{(w'T')}$  é o fluxo turbulento de calor;  $w'$  é a flutuação da componente vertical da velocidade do vento. O fluxo de temperatura ou de calor, cuja divergência aparece do lado direito da equação acima é uma covariância ou momento de segunda ordem.

Em Teoria de Turbulência existe o que se chama de *problema de fechamento*. Este problema está relacionado ao fato de que os fluxos turbulentos são descritos por equações não lineares e em geral o número de equações existentes é sempre menor que o número de incógnitas que precisam ser resolvidas. Para solucionar problemas como este costuma-se utilizar parametrizações para as covariâncias ou fluxos.

Para covariâncias utiliza-se uma parametrização para fechamento local de primeira ordem onde supõe-se que a turbulência é análoga à difusão molecular (STULL, 1988). Para o fluxo de calor a parametrização é

$$\overline{(w'T')} = -K \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}, \quad (6.7)$$

onde  $K$  representa a difusividade turbulenta para o calor. Esta forma de parametrização é chamada de teoria de transporte de gradientes ou Teoria K. Este tipo de aproximação também pode ser utilizado para a parametrização de outros fluxos. Substituindo 6.7 em 6.6 obtemos

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right]. \quad (6.8)$$

Vamos supor que a difusividade turbulenta é função do tempo  $t$  e da profundidade  $z$ , ou seja



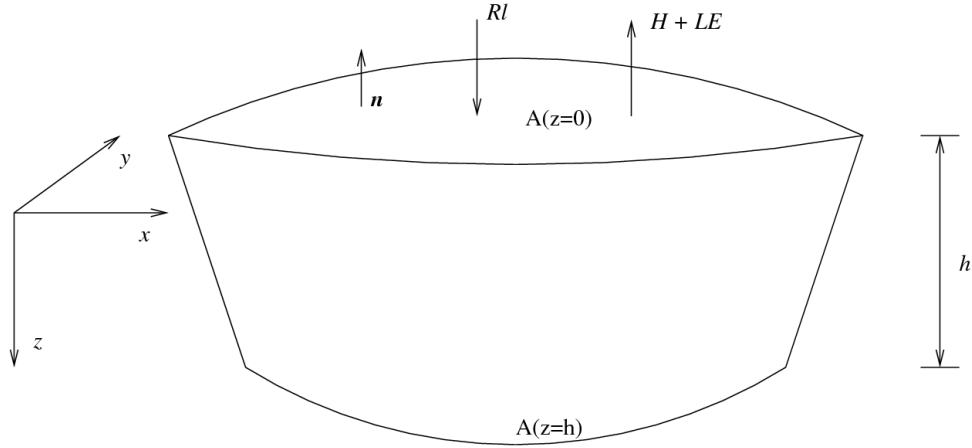


Figura 6.1: Volume de controle de um lago.

$K = K(z, t)$ . Finalmente obtemos a equação de difusão turbulenta de calor, ou seja,

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right]. \quad (6.9)$$

Esta equação representa a evolução temporal da temperatura. Para torná-la representativa do espaço, podemos integrá-la sobre a área transversal do lago (direções  $x$  e  $y$ ),

$$\int_S \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dx dy = \int_S \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right] dx dy. \quad (6.10)$$

Esta integral resulta em

$$A(z) \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ A(z) K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right]. \quad (6.11)$$

A equação 6.11 representa as variações verticais de temperatura. Nesta equação consideramos a área do lago em função de sua profundidade, ou seja, sua curva cota-área.

A figura 6.1 mostra o volume de controle de um lago. Nesta figura  $h$  é a profundidade do lago,  $R_l$ ,  $H$  e  $LE$  são os fluxos de entrada e saída de energia na superfície de área  $A(z = 0)$ . Supõe-se que no fundo do lago não há nenhum tipo de fluxo.

As condições de contorno na superfície ( $z = 0$ ) e no fundo do lago ( $z = h$ ) são dadas pelo fluxo turbulento  $\overline{w'T'}$  escrito na forma

$$Q = -\rho c_p \overline{w'T'} = \rho c_p K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}. \quad (6.12)$$

Nesta equação  $\rho$  é a densidade do ar e  $c_p$  é o calor específico do ar a pressão constante. Para a superfície do lago,  $Q$  é dado pelo balanço de energia. Conforme a figura 6.1 este balanço é

$$Q = R_l + H + LE. \quad (6.13)$$

Desta forma temos, para a superfície,

$$\rho c_p K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}(z = 0) = R_l - (H + LE). \quad (6.14)$$

Vamos admitir que no fundo do lago o fluxo de calor  $Q$  é igual a zero. Então

$$\rho c_p K(z, t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}(z = h) = 0. \quad (6.15)$$

Estas duas condições de contorno foram adotadas por Hostetler e Bartlein (1990).

A condição inicial para o modelo é o perfil de temperatura  $\bar{T}(z)$  para o tempo  $t = 0$ . A solução do conjunto de equações formado por 6.11, 6.14 e 6.15 são perfis de temperatura  $\bar{T}(z, t)$ .

Nas próximas seções as barras de  $\bar{T}(z)$  serão omitidas, ou seja, passaremos a utilizar  $T(z)$  para os perfis de temperatura da água.

## 6.2 O modelo de Hostetler e Bartlein (1990) – MHB

Como vimos a equação que governa a evolução térmica de um lago é

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(z, t) A(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right]. \quad (6.16)$$

As condições de contorno são dadas por 6.14 e 6.15 mostradas na seção anterior.

O coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$  utilizado por Hostetler e Bartlein (1990) foi apresentado por Henderson-Sellers (1985). No apêndice B.1 é apresentada a forma de obtenção de  $K(z, t)$ , constituído basicamente pelas equações 3.8, 3.21 e 3.22.

Para o cálculo da radiação líquida na superfície do lago Hostetler e Bartlein (1990) utilizaram o modelo de Henderson-Sellers (1986) descrito na seção 2.6. Para o cálculo do coeficiente

de nebulosidade optamos por utilizar o modelo de Crawford e Duchon (1999) também apresentado na seção 2.6.

O fluxo de calor latente  $LE$  foi obtido através da equação de transferência de massa apresentada por Harbeck (1962) *apud* Hostetler e Bartlein (1990). Esta equação é da forma

$$LE = \rho_{wv} L N u (e_0 - e_a), \quad (6.17)$$

onde, segundo Hostetler e Bartlein (1990),  $\rho_{wv}$  é a densidade de vapor d'água considerada por eles igual a  $1 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $e_0$  é a pressão de saturação de vapor à temperatura da superfície do lago e  $e_a$  é a pressão parcial de vapor do ar (ambos descritos na seção 2.5),  $L$  é o calor latente de vaporização, considerado constante e igual a  $2,46 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ . O coeficiente de transferência de massa  $N$  é dado por

$$N = 2,9 \times 10^{-8} (A \times 10^{-6})^{-0,05}, \quad (6.18)$$

com unidade  $\text{Pa}^{-1}$  e  $A$  a área da superfície do lago em  $\text{m}^2$ .

O fluxo de calor sensível é obtido através da Razão de Bowen, ou seja

$$H = Bo LE \quad (6.19)$$

onde  $Bo$  é a razão de Bowen dada pela equação 2.65.

O conjunto de equações acima será chamado MHB – Modelo de Hostetler e Bartlein.

### 6.3 Modelo modificado – MHB-mod

Algumas equações do modelo MHB foram substituídas com o objetivo de obter melhores resultados. Na seqüência são descritas as modificações realizadas. O modelo MHB modificado será chamado de MHB-mod, ou seja, Modelo de Hostetler e Bartlein Modificado.

A primeira modificação está relacionada ao cálculo dos fluxos superficiais, que agora são calculados através das equações de transferência (equações 2.34 e 2.35) juntamente com as funções de estabilidade  $\Psi$  de Brutsaert (1992) apresentadas no capítulo 5. A parametrização

para a rugosidade superficial de *momentum* foi a mesma utilizada no capítulo 5, isto é,

$$z_{0\tau} = \frac{au_*^2}{g}. \quad (6.20)$$

Uma modificação importante foi a mudança da parametrização do coeficiente de difusividade turbulenta de Henderson-Sellers (1985) para o de Babajimopoulos e Papadopoulos (1986). As equações 3.8, 3.23 e 3.24 são parte do modelo de difusividade turbulenta de Babajimopoulos e Papadopoulos (1986) juntamente com as equações apresentadas no apêndice B.2.

Outra modificação importante está relacionada à linearização do fluxo de calor latente  $LE$  e da radiação emitida  $R_e$ , mais especificamente dos termos  $q_0$  e  $T_0^4$ ;  $q_0$  é a umidade específica de saturação e  $T_0$  é a temperatura da superfície da água. Dias et al. (2003a) apresentaram as seguintes linearizações para estes termos:

$$T_0^4 = T_a^4 + 4T_0^3(T_0 - T_a) \quad (6.21)$$

onde  $T_a$  é a temperatura do ar e

$$q_0 = \frac{0,622}{p} \left[ e_s(T_a) + \frac{de_s}{dT_a}(T_a)(T_0 - T_a) \right] \quad (6.22)$$

onde a derivada  $\frac{de_s}{dT_a}(T_a)$  é dada pela equação 2.41. Desta forma a equação 2.46 se torna

$$R_e = \varepsilon_s \sigma [T_a^4 + 4T_0^3(T_0 - T_a)] \quad (6.23)$$

enquanto a equação 2.35 fica

$$LE = L\rho C_E \bar{u} \frac{0,622}{p} \left[ (1-y)e_s(T_a) + \frac{de_s}{dT_a}(T_a)(T_0 - T_a) \right]. \quad (6.24)$$

Segundo Dias et al. (2003a) as linearizações são feitas de acordo com o conceito de temperatura de equilíbrio associado à inércia térmica da água; esta temperatura foi chamada de temperatura térmica inercial e segundo os autores é capaz de prever a evolução da temperatura da água na ausência de advecção e dispersão de calor.

Para o cálculo da radiação atmosférica líquida  $R_{air}$  foi utilizada a parametrização para emis-

sividade do ar para céu claro  $\epsilon_a$  de Brutsaert(1975) juntamente com as equações 2.47, 2.48, 2.49 e 2.50.

## 6.4 Estabilização de perfis

Orlob e Selna (1970) mostram que quando ocorrem processos de mistura convectiva, ou seja, quando existem gradientes negativos de temperatura da água (a temperatura de uma camada é menor que a temperatura de uma camada mais profunda) existe a necessidade de estabilizar este perfil. Isto significa que as temperaturas devem ser redistribuídas ao longo do perfil até que este se torne novamente estável. Essa redistribuição de temperaturas deve ser feita entre as camadas adjacentes àquela ou àquelas que tornam o perfil instável levando em consideração as áreas transversais de cada uma das camadas ou fatias de lago e a energia armazenada deve ser, obrigatoriamente, conservada (ORLOB; SELNA, 1970).

A redistribuição de temperatura de um perfil instável foi obtida através de uma média ponderada entre as temperaturas e as áreas de cada camada de água instável do lago. Esta média ponderada entre temperatura e área é obtida através de

$$T_m = \frac{B}{C} \quad (6.25)$$

onde

$$B = \sum_{k=m}^{M-1} T_k A_k \quad (6.26)$$

e

$$C = \sum_{k=m}^{M-1} A_k. \quad (6.27)$$

$A_k$  é a área do lago na camada  $k$ , os índices  $m$  e  $M$  são

$$m = \max(0, j - 1), \quad (6.28)$$

$$M = \min(N, i + 1), \quad (6.29)$$

e  $T_m$  é a nova temperatura, ou seja, ela substituirá as temperaturas que estão entre os pontos  $m$

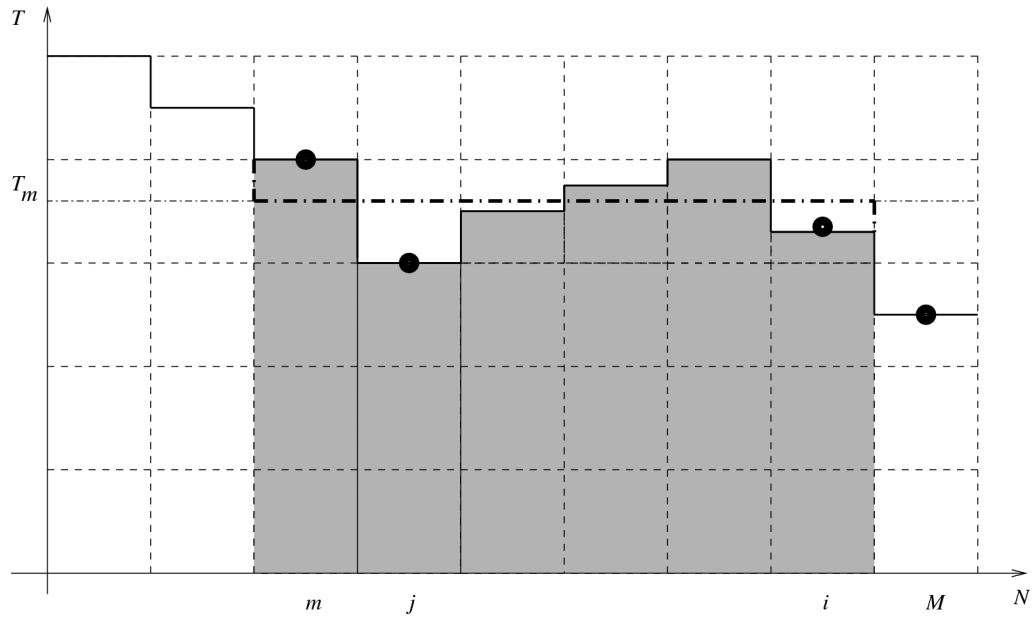


Figura 6.2: Perfil de temperatura  $T$  antes da estabilização (linha contínua) e após a estabilização  $T_m$  (linha pontilhada).

e  $i$  mostrados na figura 6.2; nesta figura  $T_m$  é a linha pontilhada.

O somatório  $T_k A_k = B$  deve ser conservado. Então, após a estabilização  $B$  deve continuar com o mesmo valor, isto é,

$$\sum_{k=m}^{M-1} T_m A_k = \sum_{k=m}^{M-1} T_k A_k. \quad (6.30)$$

Na figura 6.2 é mostrado um perfil de temperatura instável (linha contínua) juntamente com o mesmo perfil após a estabilização (linha pontilhada). A área hachurada sob o perfil de temperatura deve ser a mesma antes e depois da estabilização.

O primeiro ponto de instabilidade, isto é, o ponto  $i$  da figura 6.2, é obtido através do seguinte algoritmo:

```

{Varre o perfil de temperatura de baixo para cima}
for  $i = N$  downto 1 do
  {Procura um ponto instável desde a superfície até  $i$ }
  for  $j = 0$  até  $i - 1$  do
    {Se achar um ponto instável, conserta o perfil}
    if  $T_i > T_j$  then
      {Chama o algoritmo que calcula  $T_m$ }
      change_profile( $T, i, j, A$ )
      break;
    end if
  end for
end for

```

O cálculo da temperatura média  $T_m$  dos pontos instáveis do perfil é obtido através do algoritmo `change_profile`. Este algoritmo é listado abaixo:

```

change_profile( $T, i, j, A$ ):
 $m \leftarrow j - 1$ ;
if  $m < 0$  then
     $m \leftarrow 0$ ;
     $m_0 \leftarrow m$ ;
     $\text{min} \leftarrow \text{true}$ ; {marca que o mínimo é em 0}
else
     $\text{min} \leftarrow \text{false}$ ;
     $m_0 \leftarrow j$ ;
end if
 $M \leftarrow i + 1$ ;
if  $M > N$  then
     $m \leftarrow N$ ;
     $M_0 \leftarrow M$ ;
     $\text{max} \leftarrow \text{true}$ ; {marca que o máximo é em  $N$ }
else
     $\text{max} \leftarrow \text{false}$ ;
     $M_0 \leftarrow i$ ;
end if
{Inicializa os termos  $B$  e  $C$ }
 $B \leftarrow 0$ ;
 $C \leftarrow 0$ ;
{Monta os termos  $B$  e  $C$ }
for  $k = m$  to  $M_0$  do
     $B \leftarrow B + (T_k A_k)$ ;
     $C \leftarrow C + (A_k)$ ;
end for
{Calcula a nova temperatura  $T_m$ }
 $T_m \leftarrow B/C$ ;
{Substituindo os  $T_k$ 's por  $T_m$ }
for  $k = m$  to  $M_0$  do
     $T_k \leftarrow T_m$ 
end for
{Verificando a conservação de  $B$ }
 $A_N \leftarrow 0$ ;
for  $k = m$  to  $M_0$  do
     $B_m \leftarrow B_m + T_m A_k$ ;
end for
Ensure:  $A_N = A$ 

```

Uma implementação em linguagem C dos dois algoritmos acima é apresentada no apêndice E. A figura 6.3 mostra um perfil real estabilizado através destes algoritmos. Nesta figura é possível perceber o efeito da estabilização em um perfil de temperatura.

Em testes numéricos realizados observamos que para  $\Delta t = 1$  segundo a estabilização dos perfis não é necessária pois é automaticamente atingida. No entanto para  $\Delta t > 1$  segundo (por exemplo, 2 segundos) a estabilização de perfis é necessária; isto porque quando o processo

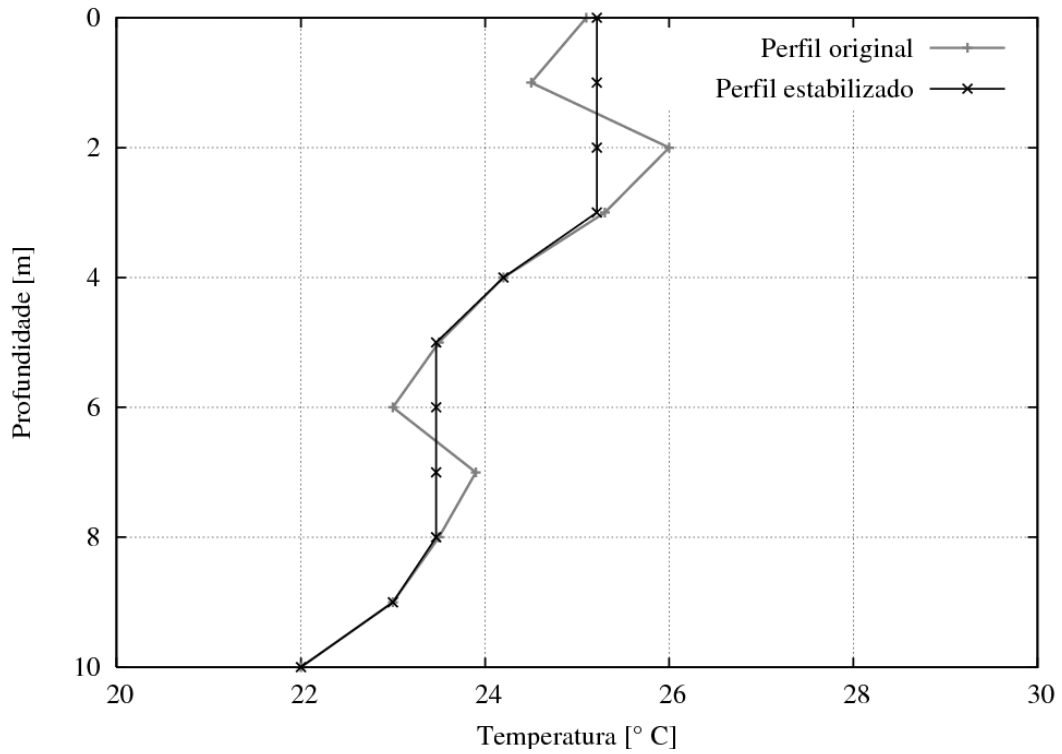


Figura 6.3: Perfil de temperatura estabilizado.

de resfriamento da superfície se inicia as temperaturas “explodem”, isto é, se tornam muito grandes ou então muito pequenas (negativas). Para os casos de  $\Delta t = 1$  segundo e  $\Delta t = 2$  segundos podemos observar este tipo de comportamento na figura 6.4. Esta figura é um extrato dos resultados para as temperaturas simuladas pelo modelo de evolução térmica MHB-mod.



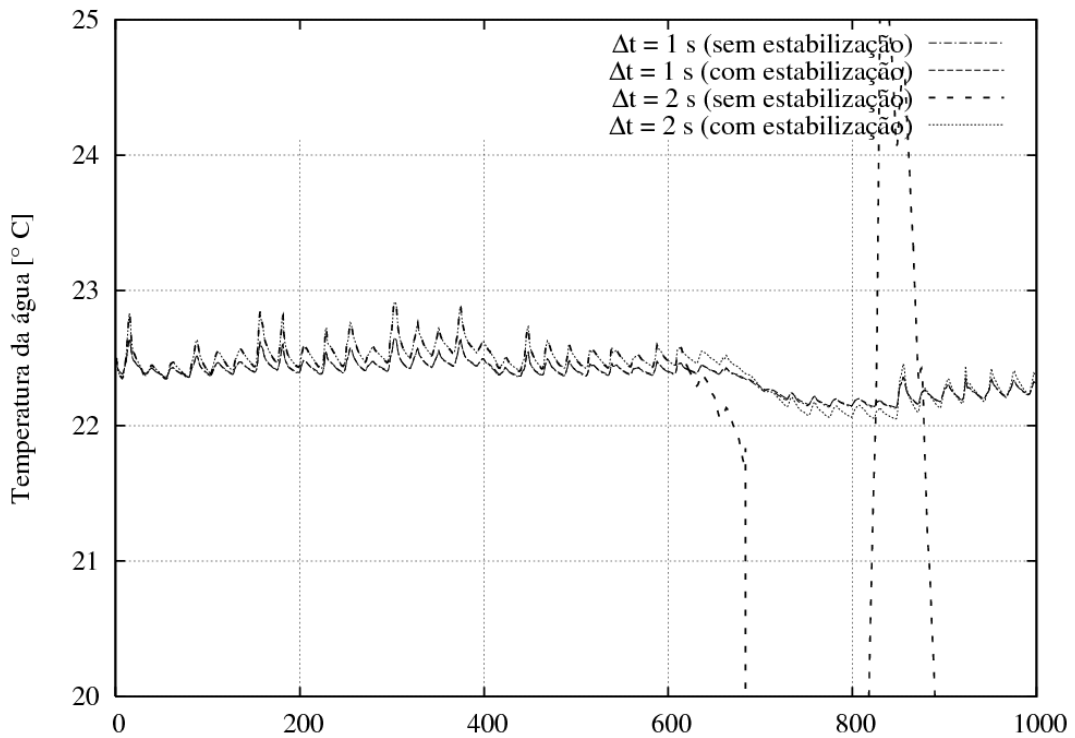


Figura 6.4: Evolução temporal da temperatura da água em sua camada superficial: testes com e sem estabilização de perfis.

## 6.5 Discretização do modelo

Nesta seção é apresentado o processo de discretização da equação diferencial e das condições de contorno do modelo. A equação para o cálculo dos perfis de temperatura da água  $T(z, t)$  é

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A(z) K(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right\}. \quad (6.31)$$

As condições de contorno respectivamente para a superfície e para o fundo do lago são

$$\rho c_p K(z, t) \frac{\partial T}{\partial z} = R_l - H - LE = Q, \quad (6.32)$$

e

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (6.33)$$

A condição inicial (no tempo  $t = 0$ ) é

$$T_{z,0} = T_0(z). \quad (6.34)$$

### 6.5.1 Discretização da equação diferencial

Após testes com o método de diferenças finitas explícitas, método de MacCormack e com o método de Cranck-Nicholson decidiu-se utilizar o último. Os motivos que levaram a esta escolha incluem o fato de que o método de Cranck-Nicholson converge para qualquer conjunto de  $\Delta t$  e  $\Delta z$  e é um método conservativo.

A discretização da equação 6.31 através do método de Cranck-Nicholson é apresentada na seqüência. Este é um método de diferenças finitas implícito dado por uma média entre as discretizações para os passos de tempo  $n$  e  $n + 1$ .

Inicialmente vamos adotar

$$Y = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A(z)K(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ f(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} \quad (6.35)$$

onde

$$f(z) = A(z)K(z). \quad (6.36)$$

Como foi dito anteriormente neste método utiliza-se uma média entre as discretizações nos tempos  $n$  e  $n + 1$ ; a equação 6.31 se torna

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A(z)} \frac{Y_{n+1} + Y_n}{2}. \quad (6.37)$$

O termo  $Y$  é discretizado da seguinte forma

$$Y = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ f(z) \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = \frac{1}{\Delta z} \left\{ f_{i+1/2} \frac{(T_{i+1} - T_i)}{\Delta z} - f_{i-1/2} \frac{(T_i - T_{i-1})}{\Delta z} \right\}, \quad (6.38)$$

onde  $i$  indica o “passo de espaço” e

$$f_{i+1/2} = \frac{f_{i+1} + f_i}{2} \quad \text{e} \quad f_{i-1/2} = \frac{f_i + f_{i-1}}{2}. \quad (6.39)$$

A derivada temporal é discretizada da seguinte forma

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{T_{i,n+1} - T_{i,n}}{\Delta t} \quad (6.40)$$

A área superficial do lago  $A_s$  varia com o nível d'água, conseqüentemente a área trasversal  $A(z)$  varia em cada intervalo de tempo. Por esse motivo  $A(z)$  é discretizada da seguinte forma:

$$A(z) = \frac{A_{i,n+1} + A_{i,n}}{2} \quad (6.41)$$

ou seja, é a área transversal média entre os tempos  $n$  e  $n + 1$  na profundidade correspondente  $i$ .

Substituindo 6.37, 6.38, 6.39, 6.40 e 6.41 em 6.31 ficamos com

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,n+1} - T_{i,n}}{\Delta t} = & \frac{1}{\frac{A_{i,n+1} + A_{i,n}}{2}} \frac{1}{2\Delta z} \left\{ \left[ \left( \frac{f_{i+1,n+1} + f_{i,n+1}}{2} \right) \left( \frac{T_{i+1,n+1} - T_{i,n+1}}{\Delta z} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left( \frac{f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}}{2} \right) \left( \frac{T_{i,n+1} - T_{i-1,n+1}}{\Delta z} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \left[ \left( \frac{f_{i+1,n} + f_{i,n}}{2} \right) \left( \frac{T_{i+1,n} - T_{i,n}}{\Delta z} \right) - \left( \frac{f_{i,n} + f_{i-1,n}}{2} \right) \left( \frac{T_{i,n} - T_{i-1,n}}{\Delta z} \right) \right] \right\} \dots \end{aligned} \quad (6.42)$$

Fazendo as multiplicações dos termos do lado direito da igualdade e colocando em evidência as diferentes temperaturas temos

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,n+1} - T_{i,n}}{\Delta t} = & \frac{1}{\frac{A_{i,n+1} + A_{i,n}}{2}} \frac{1}{4\Delta z^2} \left\{ \left[ T_{i+1,n+1}(f_{i+1,n+1} + f_{i,n+1}) - \right. \right. \\ & \left. \left. - T_{i,n+1}(f_{i+1,n+1} + 2f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}) + T_{i-1,n+1}(f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}) \right] + \right. \\ & \left. + \left[ T_{i+1,n}(f_{i+1,n} + f_{i,n}) - T_{i,n}(f_{i+1,n} + 2f_{i,n} + f_{i-1,n}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + T_{i-1,n}(f_{i,n} + f_{i-1,n}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Para simplificar a forma de escrever a equação acima serão adotadas as variáveis  $\Theta_{n+1}$  e  $\Theta_n$  que representarão

$$\Theta_{n+1} = [T_{i+1,n+1}(f_{i+1,n+1} + f_{i,n+1}) + T_{i,n+1}(-f_{i+1,n+1} - 2f_{i,n+1} - f_{i-1,n+1}) + T_{i-1,n+1}(f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1})] \quad (6.44)$$

e

$$\Theta_n = [T_{i+1,n}(f_{i+1,n} + f_{i,n}) + T_{i,n}(-f_{i+1,n} - 2f_{i,n} - f_{i-1,n}) + T_{i-1,n}(f_{i,n} + f_{i-1,n})] \quad (6.45)$$

Substituindo  $\Theta_{n+1}$  e  $\Theta_n$  na equação 6.43 temos

$$\frac{T_{i,n+1} - T_{i,n}}{\Delta t} = \frac{1}{2\Delta z \left( \frac{A_{i,n+1} + A_{i,n}}{2} \right)} \left\{ \frac{1}{2\Delta z} \Theta_{n+1} + \frac{1}{2\Delta z} \Theta_n \right\}, \quad (6.46)$$

que simplificada se torna

$$T_{i,n+1} - T_{i,n} = \frac{1}{(A_{i,n+1} + A_{i,n})} \frac{\Delta t}{2(\Delta z)^2} (\Theta_{n+1} + \Theta_n). \quad (6.47)$$

Sejam agora

$$s = \frac{\Delta t}{2(\Delta z)^2} \quad (6.48)$$

e

$$\alpha_i = \frac{1}{A_{i,n+1} + A_{i,n}}, \quad (6.49)$$

então,

$$T_{i,n+1} - T_{i,n} = \alpha_i s (\Theta_{n+1} + \Theta_n). \quad (6.50)$$

Separando as partes com  $\Theta_{n+1}$  e  $\Theta_n$ , respectivamente nos lados esquerdo e direito do sinal de igualdade

$$T_{i,n+1} - \alpha_i s \Theta_{n+1} = T_{i,n} + \alpha_i s \Theta_n. \quad (6.51)$$

Agora vamos substituir  $\Theta_{n+1}$  e  $\Theta_n$  na equação acima. Obtemos então

$$\begin{aligned} T_{i,n+1} - \alpha_i s T_{i+1,n+1} (f_{i+1,n+1} + f_{i,n+1}) + \alpha_i s T_{i,n+1} (f_{i+1,n+1} + 2f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}) - \\ \alpha_i s T_{i-1,n+1} (f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}) = T_{i,n} + \alpha_i s T_{i+1,n} (f_{i+1,n} + f_{i,n}) - \\ \alpha_i s T_{i,n} (f_{i+1,n} + 2f_{i,n} + f_{i-1,n}) + \alpha_i s T_{i-1,n} (f_{i,n} + f_{i-1,n}), \end{aligned} \quad (6.52)$$

Colocando os  $T_{i,n}$ 's com índice iguais em evidência chegamos em

$$\begin{aligned} -\alpha_i s T_{i+1,n+1} (f_{i+1,n+1} + f_{i,n+1}) + [1 + \alpha_i s (f_{i+1,n+1} + 2f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1})] T_{i,n+1} - \\ \alpha_i s T_{i-1,n+1} (f_{i,n+1} + f_{i-1,n+1}) = \alpha_i s T_{i+1,n} (f_{i+1,n} + f_{i,n}) + \\ [1 - \alpha_i s (f_{i+1,n} + 2f_{i,n} + f_{i-1,n})] T_{i,n} + \alpha_i s T_{i-1,n} (f_{i,n} + f_{i-1,n}). \end{aligned} \quad (6.53)$$

Agora vamos escrever a equação 6.53 na forma

$$a_i T_{i-1,n+1} + b_i T_{i,n+1} + c_i T_{i+1,n+1} = d_{i,n}; \quad (6.54)$$

esta equação resulta num sistema de equações lineares tridiagonal. Os coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_{i,n}$  do sistema de equações lineares são:

$$\begin{aligned}
 a_i &= -\alpha_i s(f_{i-1,n+1} + f_{i,n+1}), \\
 b_i &= 1 + \alpha_i s(f_{i-1,n+1} + 2f_{i,n+1} + f_{i+1,n+1}), \\
 c_i &= -\alpha_i s(f_{i,n+1} + f_{i+1,n+1}) \\
 d_{i,n} &= \alpha_i s(f_{i,n} + f_{i-1,n})T_{i-1,n} + \alpha_i s(f_{i+1,n} + f_{i,n})T_{i+1,n} + \\
 &\quad [1 - \alpha_i s(f_{i-1,n} + 2f_{i,n} + f_{i+1,n})]T_{i,n}.
 \end{aligned} \tag{6.55}$$

### 6.5.2 Condição de contorno no fundo do lago

A condição de contorno no fundo do lago é

$$\rho c_p K(z) \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \tag{6.56}$$

ou seja,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \tag{6.57}$$

que discretizada com diferenças centrais fica

$$T_{NZ+1,n} = T_{NZ-1,n}. \tag{6.58}$$

A utilização de diferenças centrais resulta numa melhor acurácia. No entanto como utilizamos um ponto fictício (ponto  $i = NZ + 1$ ) precisamos de mais uma equação. Para isso utilizamos a equação 6.53 escrita para o ponto  $i = NZ$ , ou seja:

$$\begin{aligned}
 &-\alpha_{NZ} s T_{NZ+1,n+1} (f_{NZ+1,n+1} + f_{NZ,n+1}) + \\
 &[1 + \alpha_{NZ} s (f_{NZ+1,n+1} + 2f_{NZ,n+1} + f_{NZ-1,n+1})] T_{NZ,n+1} - \\
 &\alpha_{NZ} s T_{NZ-1,n+1} (f_{NZ,n+1} + f_{NZ-1,n+1}) = \alpha_{NZ} s T_{NZ+1,n} (f_{NZ+1,n} + f_{NZ,n}) + \\
 &[1 - \alpha_{NZ} s (f_{NZ+1,n} + 2f_{NZ,n} + f_{NZ-1,n})] T_{NZ,n} + \alpha_{NZ} s T_{NZ-1,n} (f_{NZ,n} + f_{NZ-1,n}),
 \end{aligned} \tag{6.59}$$

Vamos agora substituir a condição  $T_{NZ+1} = T_{NZ-1}$  na equação anterior e colocar as temperaturas em evidência

$$\begin{aligned}
& -\alpha_{NZs}T_{NZ-1,n+1}(f_{NZ-1,n+1} + 2f_{NZ,n+1} + f_{NZ+1,n+1}) + \\
& [1 + \alpha_{NZs}(f_{NZ-1,n+1} + 2f_{NZ,n+1} + f_{NZ+1,n+1})]T_{NZ,n+1} = \\
& \alpha_{NZs}T_{NZ-1,n}(f_{NZ-1,n} + 2f_{NZ,n} + f_{NZ+1,n}) + \\
& [1 - \alpha_{NZs}(f_{NZ-1,n} + 2f_{NZ,n} + f_{NZ+1,n})]T_{NZ,n}.
\end{aligned} \tag{6.60}$$

O sistema de equações lineares resultante do método de Crank-Nicholson escrito para  $i = NZ$  é

$$a_{NZ}T_{NZ-1,n+1} + b_{NZ}T_{NZ,n+1} + c_{NZ}T_{NZ+1,n+1} = d_{NZ,n}, \tag{6.61}$$

como  $T_{NZ+1,n}$  e  $T_{NZ+1,n+1}$  foram substituídos por  $T_{NZ,n}$  e  $T_{NZ,n+1}$  respectivamente, o coeficiente  $c_{NZ}$  é incorporado ao  $a_{NZ}$ . Portanto para o fundo do lago temos

$$a_{NZ}T_{NZ-1,n+1} + b_{NZ}T_{NZ,n+1} = d_{NZ,n}, \tag{6.62}$$

onde os coeficientes do sistema linear são

$$\begin{aligned}
a_{NZ} &= -\alpha_{NZs}(f_{NZ-1,n+1} + 2f_{NZ,n+1} + f_{NZ+1,n+1}), \\
b_{NZ} &= 1 + \alpha_{NZs}(f_{NZ-1,n+1} + 2f_{NZ,n+1} + f_{NZ+1,n+1}), \\
d_{NZ,n} &= \alpha_{NZs}T_{NZ-1,n}(f_{NZ-1,n} + 2f_{NZ,n} + f_{NZ+1,n}) + \\
& + [1 - \alpha_{NZs}(f_{NZ-1,n} + 2f_{NZ,n} + f_{NZ+1,n})]T_{NZ,n}.
\end{aligned} \tag{6.63}$$

### 6.5.3 Condição de contorno na superfície do lago

A condição de contorno na superfície do lago é dada por

$$\rho c_p K(z,t) \frac{\partial T}{\partial t} = Rl - H - LE = Q. \tag{6.64}$$

Utilizando diferenças centrais para a discretização de 6.64 obtemos

$$T_{-1,n} = \frac{2Q_n \Delta z}{K_{0,n} \rho c_p} + T_1, \quad (6.65)$$

onde  $T_{-1,n}$  é um ponto fictício. Da mesma forma que para a condição de contorno no fundo do lago, precisamos de uma segunda equação para encontrar a condição de contorno na superfície.

Para isso, vamos escrever a equação 6.53 para o ponto  $i = 0$ :

$$\begin{aligned} -\alpha_0 s T_{1,n+1} (f_{1,n+1} + f_{0,n+1}) + [1 + \alpha_0 s (f_{1,n+1} + 2f_{0,n+1} + f_{-1,n+1})] T_{0,n+1} - \\ \alpha_0 s T_{-1,n+1} (f_{0,n+1} + f_{-1,n+1}) = \alpha_0 s T_{1,n} (f_{1,n} + f_{0,n}) + \\ [1 - \alpha_0 s (f_{1,n} + 2f_{0,n} + f_{-1,n})] T_{0,n} + \alpha_0 s T_{-1,n} (f_{0,n} + f_{-1,n}). \end{aligned} \quad (6.66)$$

Substituindo  $T_{-1,n}$  e  $T_{-1,n+1}$  dado pela equação 6.65, ficamos com

$$\begin{aligned} -\alpha_0 s (f_{0,n+1} + f_{-1,n+1}) \frac{2Q_{n+1} \Delta z}{\rho c_p K_{0,n+1}} - \alpha_0 s T_{1,n+1} (f_{0,n+1} + f_{-1,n+1}) + \\ T_{0,n+1} [1 + \alpha_0 s (f_{1,n+1} + 2f_{0,n+1} + f_{-1,n+1}) - \alpha_0 s T_{1,n+1} (f_{0,n+1} + f_{1,n+1})] = \\ \alpha_0 s (f_{0,n} + f_{-1,n}) \frac{2Q_n \Delta z}{\rho c_p K_{0,n}} + \alpha_0 s T_{1,n} (f_{0,n} + f_{-1,n}) + \\ T_{0,n} [1 - \alpha_0 s (f_{1,n} + 2f_{0,n} + f_{-1,n})] + \alpha_0 s T_{1,n} (f_{0,n} + f_{1,n}). \end{aligned} \quad (6.67)$$

Para  $i = 0$  o sistema de equações lineares resultante é

$$a_0 T_{-1,n+1} + b_0 T_{0,n+1} + c_0 T_{1,n+1} = d_{0,n}, \quad (6.68)$$

como  $T_{-1,n+1}$  e  $T_{-1,n}$  foram substituídos por 6.65, o coeficiente  $a_0$  é incorporado ao  $c_0$  então, para a superfície do lago temos

$$b_0 T_{0,n+1} + c_0 T_{1,n+1} = d_{0,n}. \quad (6.69)$$

Os coeficientes do sistema linear  $b_0$ ,  $c_0$  e  $d_0$  serão

$$\begin{aligned} b_0 &= 1 + \alpha_0 s (f_{-1,n+1} + 2f_{0,n+1} + f_{1,n+1}), \\ c_0 &= -\alpha_0 s (f_{-1,n+1} + 2f_{0,n+1} + f_{1,n+1}), \\ d_0 &= [1 - \alpha_0 s (f_{-1,n} + 2f_{0,n} + f_{1,n})] T_{0,n} + \alpha_0 s (f_{-1,n} + 2f_{0,n} + f_{1,n}) T_{1,n} + \\ &\quad + \alpha_0 s (f_{-1,n} + f_{0,n}) \frac{2Q_n \Delta z}{\rho c_p K_{0,n}} + \alpha_0 s (f_{-1,n+1} + f_{0,n+1}) \frac{2Q_{n+1} \Delta z}{\rho c_p K_{0,n+1}}. \end{aligned} \quad (6.70)$$

### 6.5.4 O sistema tridiagonal de equações lineares

O sistema de equações lineares tridiagonal formado pelos coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_{i,n}$  obtidos nas seções anteriores é da forma

$$[\mathbf{S}][T_{i,n+1}] = [f(T_{i,n})]. \quad (6.71)$$

$\mathbf{S}$  é a matriz tridiagonal que contém os coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$ ,  $T_{i,n+1}$  é o conjunto de temperaturas que se deseja obter e  $f(T_{i,n})$  representa o vetor que contém os  $d_{i,n}$ 's. A matriz de coeficientes é do tipo

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & c_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{NZ-2} & b_{NZ-2} & c_{NZ-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{NZ-1} & b_{NZ-1} & c_{NZ-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_{NZ} & b_{NZ} \end{bmatrix}. \quad (6.72)$$

A matriz coluna transposta  $T_{i,n+1}$  é

$$\left[ T_{i,n+1} \right]^T = \left[ T_{0,n+1} \quad T_{1,n+1} \quad \dots \quad T_{i,n+1} \quad \dots \quad T_{N-1,n+1} \quad T_{N,n+1} \right] \quad (6.73)$$

e o lado direito da equação 6.71 é

$$\left[ f(T_{i,n}) \right]^T = \left[ d_{0,n} \quad d_{1,n} \quad \dots \quad d_{i,n} \quad \dots \quad d_{NZ-1,n} \quad d_{NZ,n} \right] \quad (6.74)$$

A solução deste sistema tridiagonal de equações é obtida através do algoritmo de Thomas ou TDMA; este algoritmo é apresentado abaixo. O apêndice C.5 mostra uma implementação deste algoritmo em linguagem C.

```
tdma(a,b,c,d,x,n):
{a_i -> diagonal inferior da matriz}
{b_i -> diagonal principal da matriz}
{c_i -> diagonal superior da matriz}
{d_i -> lado direito da matriz}
```



```

{ $x_i \rightarrow$  incógnitas da matriz}
{ $n \rightarrow$  número de equações do sistema}
{Eliminação: reduz termos da diagonal principal a 1}
 $w_0 \leftarrow b_0;$ 
 $q_0 \leftarrow c_0/w_0;$ 
 $g_0 \leftarrow d_0/w_0;$ 
for  $i = 1$  to  $n - 1$  do
   $w_i \leftarrow b_i - a_i * q_{i-1};$ 
   $q_i \leftarrow c_i/w_i;$ 
   $g_i \leftarrow (d_i - a_i * g_{i-1})/w_i;$ 
end for
 $w_n \leftarrow b_n - a_n * q_{n-1};$ 
 $g_n \leftarrow (d_n - a_n * g_{n-1})/w_n;$ 
{Substituição ordenada}
 $x_n \leftarrow g_n;$ 
for  $i = n - 1$  downto 0 do
   $x_i \leftarrow g_i - q_i * x_{i+1};$ 
end for

```

## 6.6 Simulações

Para realizar as simulações utilizando a discretização apresentada na seção anterior foram necessárias algumas suposições. A primeira delas está relacionada aos pontos fictícios, mais especificamente à função  $f(z)$ , para a qual supõe-se que

$$f_{-1,n} = 0 \quad \text{e} \quad f_{NZ+1,n} = 0 \quad (6.75)$$

e ainda em relação a  $f(z)$

$$f_{i,n+1} = f_{i,n}, \quad (6.76)$$

pois tanto  $K_{i,n}$  quanto  $K_{i,n+1}$  são obtidos através de  $T_{i,n}$ .

As temperaturas  $T_{i,n}$  correspondem a valores médios em cada fatia ou camada de lago de profundidade  $\Delta z$ , conseqüentemente a temperatura superficial (para  $z = 0$ ), não corresponde à temperatura  $T_{0,n}$  pois esta é a temperatura média da primeira camada de lago. A temperatura em  $z = 0$  foi obtida através de

$$T_0 = \frac{T_{0,n} + T_{-1,n}}{2} \quad (6.77)$$

ou seja, é a média entre temperatura fictícia  $T_{-1,n}$  e a temperatura  $T_{0,n}$  obtida para a primeira camada de lago. A temperatura  $T_0$  atribuída à superfície do lago é utilizada no cálculo dos

fluxos superficiais e da radiação líquida.

As simulações através do método implícito de Cranck-Nicholson foram realizadas utilizando os seguintes passos de tempo e de espaço:

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$\Delta z = 0,5 \text{ m.}$$

Esta discretização resulta em um número de Péclet (equação 2.107) de

$$s = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{10}{0,5^2} = 40. \quad (6.78)$$

O número de Péclet, conforme a seção 2.9.5 também serve como critério de estabilidade para o método de diferenças finitas explícito ( $s \leq 0,5$ ). O método de Cranck-Nicholson permite utilizar qualquer conjunto de  $\Delta t$  e  $\Delta z$ , sendo que quanto menores forem estes valores, mais a solução numérica vai se aproximar da solução analítica se esta existir.

Estes valores de  $\Delta t$  e  $\Delta z$  foram utilizados para as simulações com o MHB e com o MHB-mod. Resultados de testes com o MHB-mod para  $\Delta t$ 's maiores são apresentados no apêndice F.

Para o MHB-mod, apresentado na seção 6.3 foram testados diversos conjuntos de valores para as variáveis  $\Theta$ ,  $\gamma$  e  $\lambda$ . Estas variáveis são utilizadas no cálculo do coeficiente de difusividade turbulenta de Babajimopoulos e Papadopoulos (1986). A partir dos testes foi escolhido um conjunto de valores com o qual foram obtidos resultados razoáveis para os perfis de temperatura. Após a realização de cerca de 80 testes com conjuntos diferentes para estes três parâmetros verificamos que entre os conjuntos testados o que melhor reproduziu os perfis de temperatura foi

$$\Theta = 3,0 \quad \gamma = 1,0 \quad \lambda = -1,0.$$

Substituindo estes parâmetros nas equações nas equações 3.13 e 3.24 da seção 3.2 obtemos

$$K_0 = 3,0 u_* \quad (6.79)$$

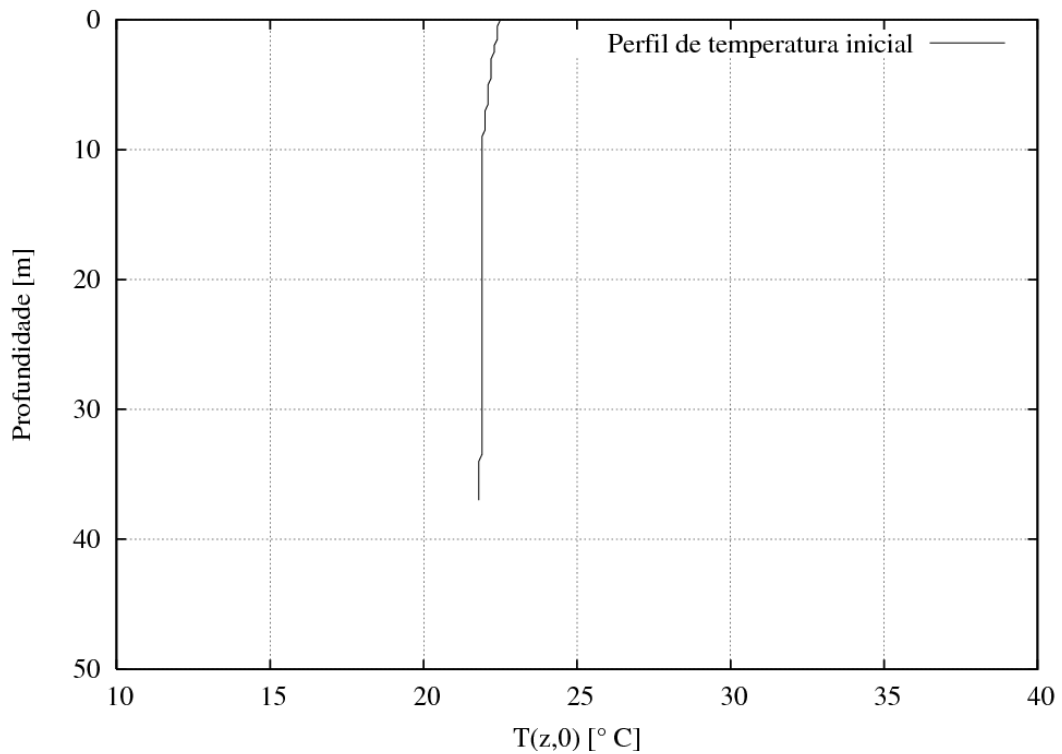


Figura 6.5: Condição inicial utilizada.

e

$$f(Ri) = (1,0 + 1,0 Ri)^{-1,0} \quad (6.80)$$

que são respectivamente o coeficiente de difusividade turbulenta para condições neutras e a função do número de Richardson.

A condição inicial utilizada nas simulações é apresentada na figura 6.5. Este perfil de temperatura foi medido em 20 de junho de 2004 em Turvo. A data inicial de simulação é 14 de junho de 2003. Supomos que as mudanças de temperatura da água são aproximadamente sazonais e utilizamos este perfil como condição inicial.

A curva cota-área do Lago de Furnas, apresentada na figura 4.2 da seção 4.2 ‘permite’ utilizar uma profundidade máxima  $h = 37$  metros, por isso as simulações foram realizadas até esta profundidade. O período de simulação inicia em 14 de junho de 2003 às 00:00 horas e termina em 26 de dezembro de 2004 às 23:59 horas.

Como o passo de tempo utilizado foi de 10s e as séries de dados de radiação solar incidente

$R_{si}$ , temperatura do ar  $\theta_a$ , temperatura da água  $T_0$ , umidade relativa  $y$  e velocidade do vento  $u$  são médias horárias, foi necessário interpolá-los linearmente. Os níveis d'água  $NA$  são diários. As séries de dados completas (preenchidas) utilizadas nestas simulações foram apresentadas na seção 4.3.3. As temperaturas medidas da superfície do lago  $T_0$  são utilizadas somente para comparação com as simulações e por isso não foram preenchidas.

Na seqüência são apresentados os resultados das simulações realizadas com o MHB e com o MHB-mod, incluindo a verificação da conservação da energia durante as simulações, a evolução temporal dos perfis simulados, as entalpias calculadas e medidas, comparação entre os perfis simulados e medidos, comparações entre os fluxos simulados e os medidos, além dos erros calculados na forma de VIÉS e REMQ.

### 6.6.1 Evolução temporal dos perfis de temperatura

As figuras 6.6 e 6.7 mostram, respectivamente, a evolução temporal dos perfis de temperatura simulados pelo MHB e pelo MHB-mod. Pode-se perceber que o MHB-mod consegue uma estratificação térmica mais acentuada que o MHB. O principal responsável por esta estratificação térmica é o coeficiente de difusividade turbulenta. Podemos dizer que quanto maior for o coeficiente de difusividade turbulenta maior será a 'mistura' da água; isto resulta em diferenças pequenas de temperatura entre camadas adjacentes do lago, conseqüentemente o perfil de temperatura tende a ser isotérmico.

As temperaturas superficiais simuladas pelo MHB e pelo MHB-mod são comparadas com a temperatura superficial medida nas figuras 6.8 e 6.9. Entre outubro de 2003 e maio de 2004,  $T_0$  estimada pelo MHB é menor que  $T_0$  medida. Neste mesmo período  $T_0$  estimada pelo MHB-mod está praticamente em cima de  $T_0$  medida. Entre maio e agosto de 2004 ambas as estimativas são maiores que as medidas. A partir de setembro as temperaturas do MHB começam a se tornar menores que as temperaturas superficiais medidas enquanto  $T_0$  do MHB-mod volta a ficar próxima das temperaturas medidas.

Devemos salientar que o período entre maio e agosto de 2004 coincide com o período

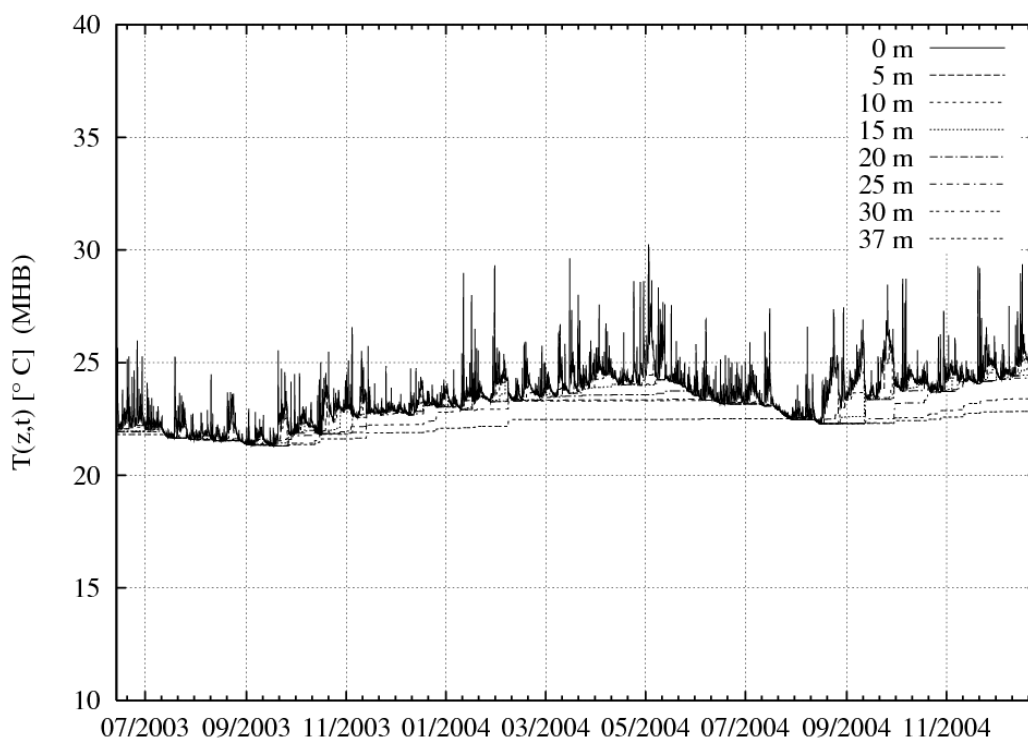


Figura 6.6: Evolução temporal dos perfis de temperatura obtidos através do MHB.

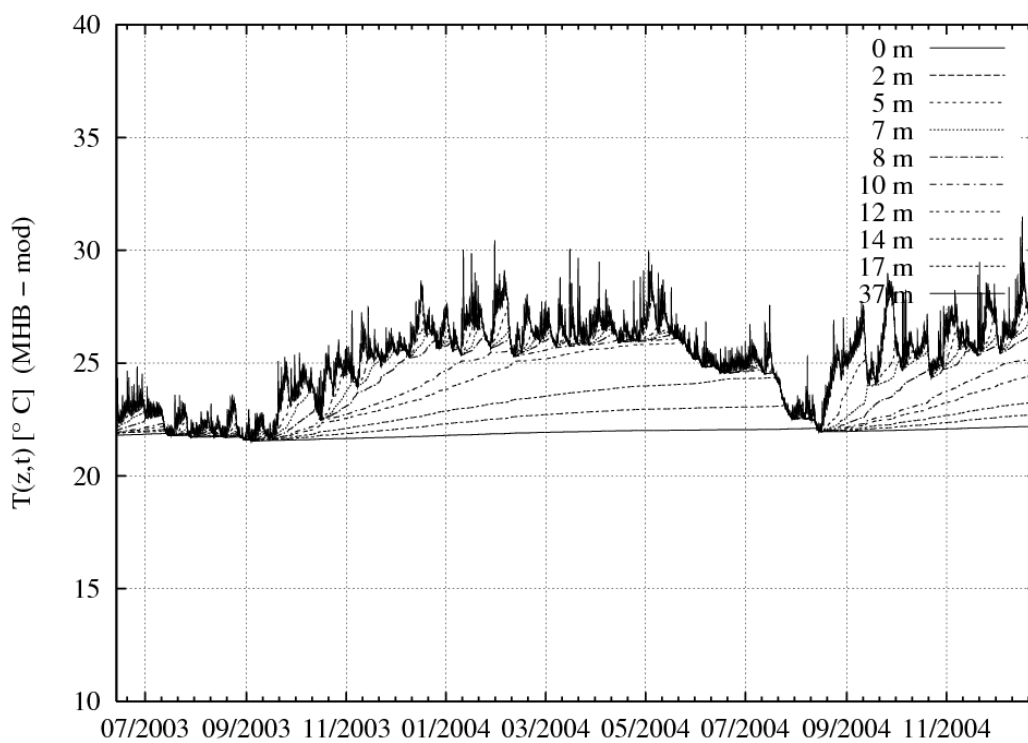


Figura 6.7: Evolução temporal dos perfis de temperatura obtidos através do MHB-mod.

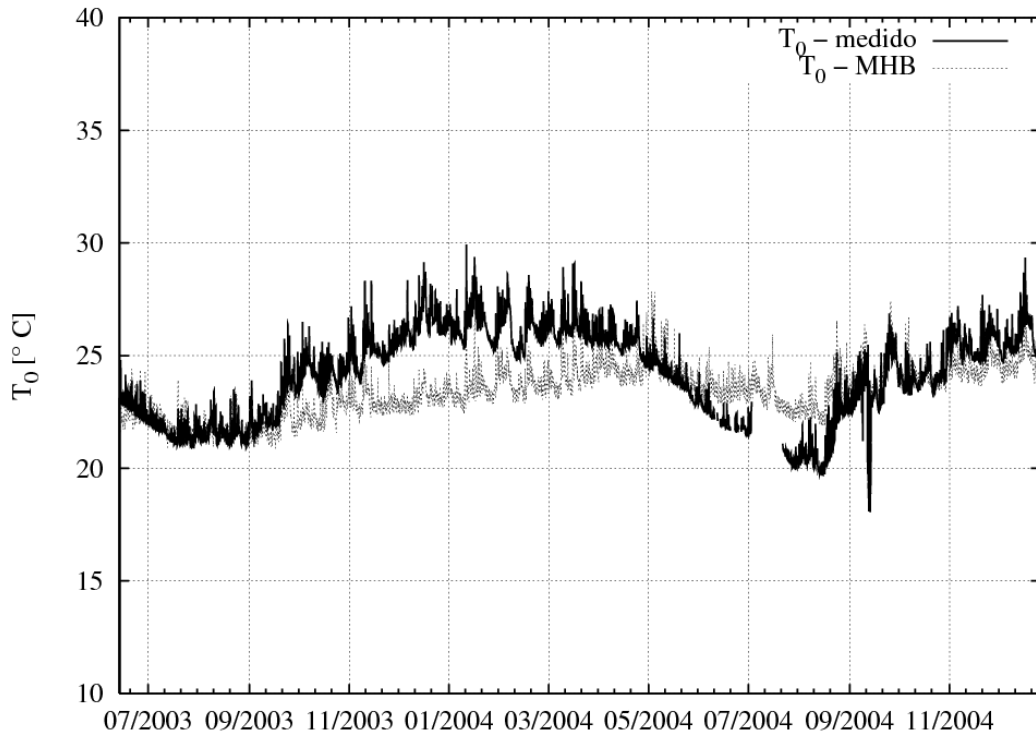


Figura 6.8: Temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB.

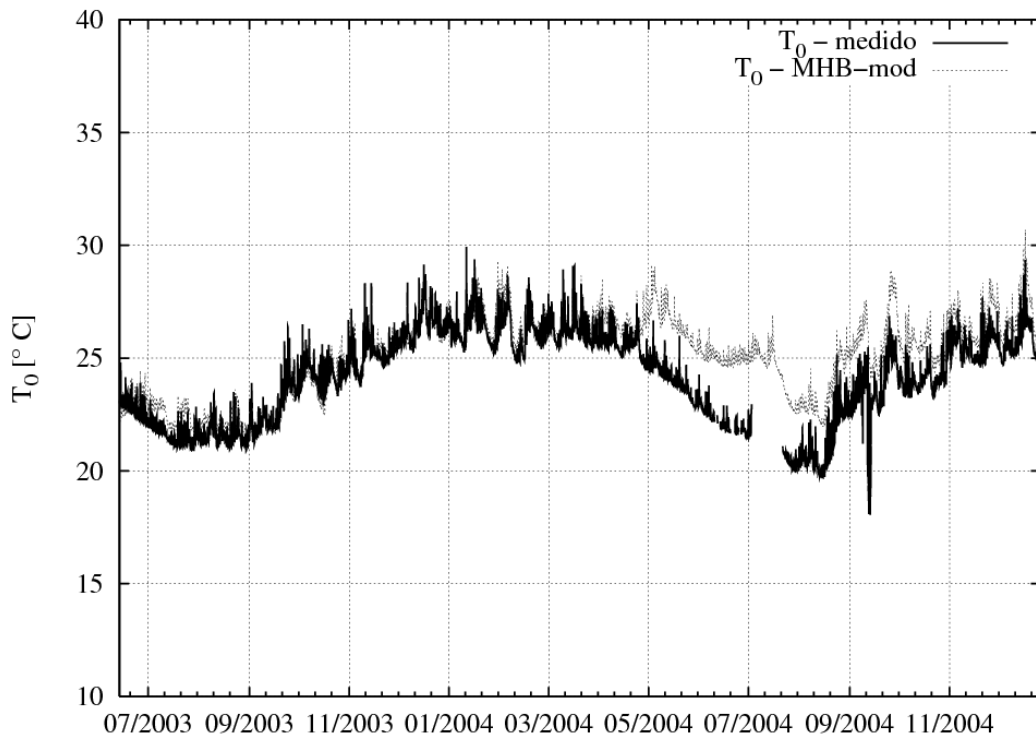


Figura 6.9: Temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod.

de preenchimento de falhas de medições de velocidade do vento. Observando a figura 4.25 onde é apresentado o preenchimento de falhas desta variável podemos verificar que no período preenchido as velocidades do vento estão menores que no restante do período. Logicamente este fato influenciou nos resultados finais de temperatura da água, principalmente na superfície. Para melhorar esta parte dos resultados seria necessário que essas falhas fossem preenchidas de forma mais rigorosa.

### 6.6.2 Conservação da energia

A verificação da conservação da energia pelo método numérico é feita através da equação 2.106 da seção 2.9.4, ou seja,

$$\frac{Q_{n+1} + Q_n}{2} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=0}^{i=NZ} c_w \rho_w [T_{i,n+1} - T_{i,n}] dx, \quad (6.81)$$

onde  $Q$  representa o balanço dos fluxos de energia na superfície do lago nos tempos  $n$  e  $n + 1$ . O lado esquerdo representa a taxa de variação de entalpia ou energia armazenada pelo lago entre os tempos sucessivos  $n$  e  $n + 1$ . Os dois lados da equação devem ser iguais ou muito próximos sendo que a proximidade dos valores depende da discretização utilizada para o espaço e para o tempo.

As figuras 6.10 e 6.11 mostram que a energia é conservada tanto pelo MHB como pelo MHB-mod. Isso acontece porque o método de Cranck Nicholson é conservativo.

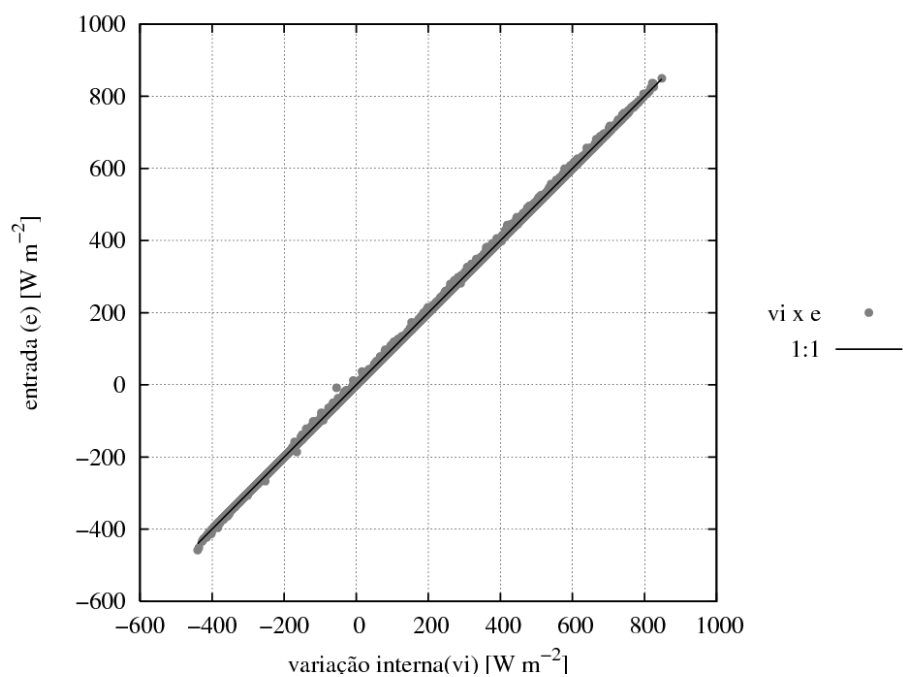


Figura 6.10: Comparação entre a variação interna de energia (vi) e a entrada de energia (e) para o MHB.

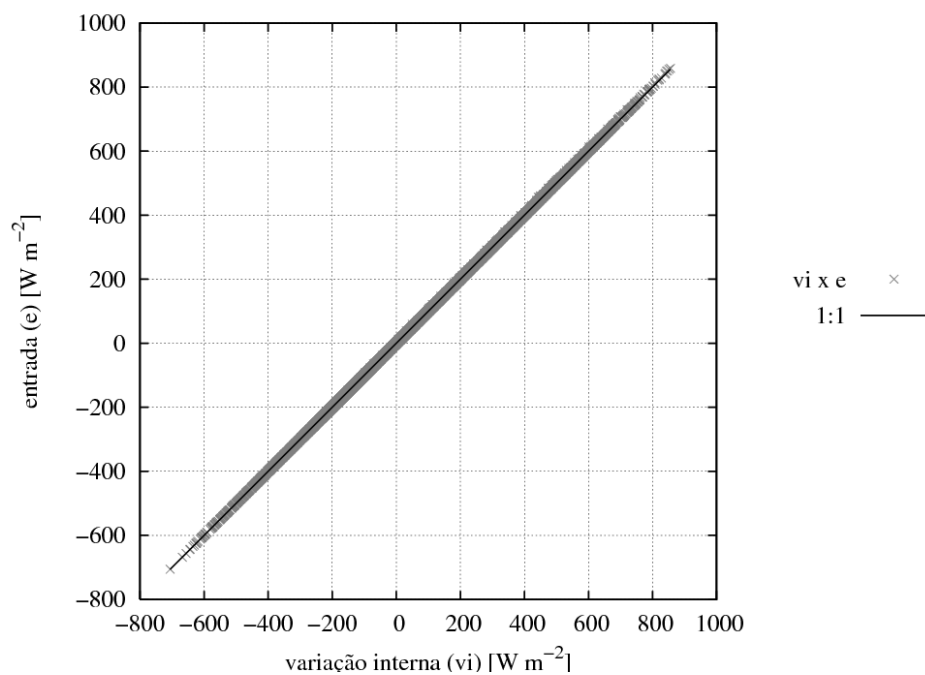


Figura 6.11: Comparação entre a variação interna de energia (vi) e a entrada de energia (e) para o MHB-mod.



### 6.6.3 Perfis medidos e calculados

Conforme mostrado na seção 4.2 existem cinco épocas ou campanhas de medição de perfis de temperatura no Lago de Furnas realizadas durante o período para o qual simulamos os perfis. As datas de medição em Turvo e em Guapé são mostradas na tabela 6.1. As medições de cada perfil de temperatura foram realizadas em dias seguidos, exceto o perfil 2, onde existe uma diferença de 20 dias entre as medições. Para fazer as comparações com os perfis simulados foi calculada a média entre os dois perfis medidos. Para comparar os perfis simulados com os perfis médios medidos foi necessário calcular uma média entre perfis simulados conforme descrito na seqüência.

Perfil	Turvo	Guapé
1	04/08/2003	05/08/2003
2	23/11/2003	03/11/2003
3	20/06/2004	21/06/2004
4	17/09/2004	18/09/2004
5	17/12/2004	19/12/2004

Tabela 6.1: Datas de medição dos perfis de temperatura da água em Turvo e em Guapé.

Os perfis simulados apresentados nas figuras 6.12 a 6.16 foram obtidos através das médias entre as simulações para alguns dias antes e alguns dias depois das datas de medição. Para os perfis 1, 3, 4 e 5 foram utilizadas 216 médias horárias de perfis simulados, que correspondem a 9 dias de simulação; estes 9 dias englobam alguns dias antes e alguns dias depois das datas em que os perfis foram medidos. Este critério foi adotado pois as medições de perfis foram realizadas em dias consecutivos (exceto para o perfil 2) e representam a distribuição de temperatura instantânea. Desta forma espera-se obter um perfil aproximado daquele que foi medido. Comparando os perfis médios simulados com um perfil instântaneo não devemos estar cometendo erros absurdamente grandes, visto que os perfis de temperatura para lagos profundos não sofrem variações muito bruscas. Para o perfil 2 foram utilizadas 336 horas pois houve um intervalo de 20 dias entre as medições de perfis em Turvo e Guapé. Essas 336 horas correspondem a 3 dias antes e 3 depois de cada uma das datas em que os dois perfis foram medidos. A tabela 6.2

mostra os intervalos de datas considerados para cada um dos perfis.

Perfil	Intervalos de datas	Número de horas de simulação
1	01/08/2003 a 08/08/2003	216
2	31/10 a 06/11 e 20-26/11 de 2003	336
3	16/06/2004 a 24/06/2004	216
4	14/09/2004 a 22/09/2004	216
5	14/12/2004 a 22/12/2004	216

Tabela 6.2: Intervalos considerados para o cálculo dos perfis médios simulados e respectivo número de horas utilizadas para o cálculo dos perfis médios de temperatura.

De forma geral os perfis de temperatura simulados estão razoáveis. Os perfis simulados pelo MHB-mod conseguem se aproximar mais dos perfis médios medidos. Em termos de estratificação térmica, como já foi dito anteriormente, o MHB-mod consegue ser mais realista que o MHB, inclusive formando termoclinas cujas profundidades de início e término correspondem às medidas (perfis 2, 4 e 5).

Na figura 6.12 podem ser observadas diferenças máximas de temperatura de menos de  $1,0^{\circ}\text{C}$  e os perfis são praticamente isotérmicos representando o mês de agosto (inverno).

Na figura 6.13 observa-se duas situações diferentes; na primeira o perfil simulado pelo MHB-mod está bem próximo do perfil médio medido; na segunda situação observa-se que o MHB gera um perfil praticamente constante até cerca de 15 metros e varia pouco a partir desta profundidade. Claramente este não é um perfil típico para o mês de novembro.

A figura 6.14 mostra temperaturas simuladas diferentes dos perfis médios medidos. Pelo comportamento do perfil simulado pelo MHB-mod é possível perceber claramente que este passou pelo processo de estabilização de perfis (apresentado na seção 6.4). Este caso é para o mês de junho, início do inverno quando as temperaturas do ar começam a diminuir, conseqüentemente as camadas menos profundas do lago se tornam mais frias que as camadas mais profundas gerando instabilidade.

Para o mês de setembro (figura 6.15) as temperaturas dos perfis simulados foram um pouco maiores que as medidas, no entanto o perfil gerado pelo MHB-mod acompanhou a forma do

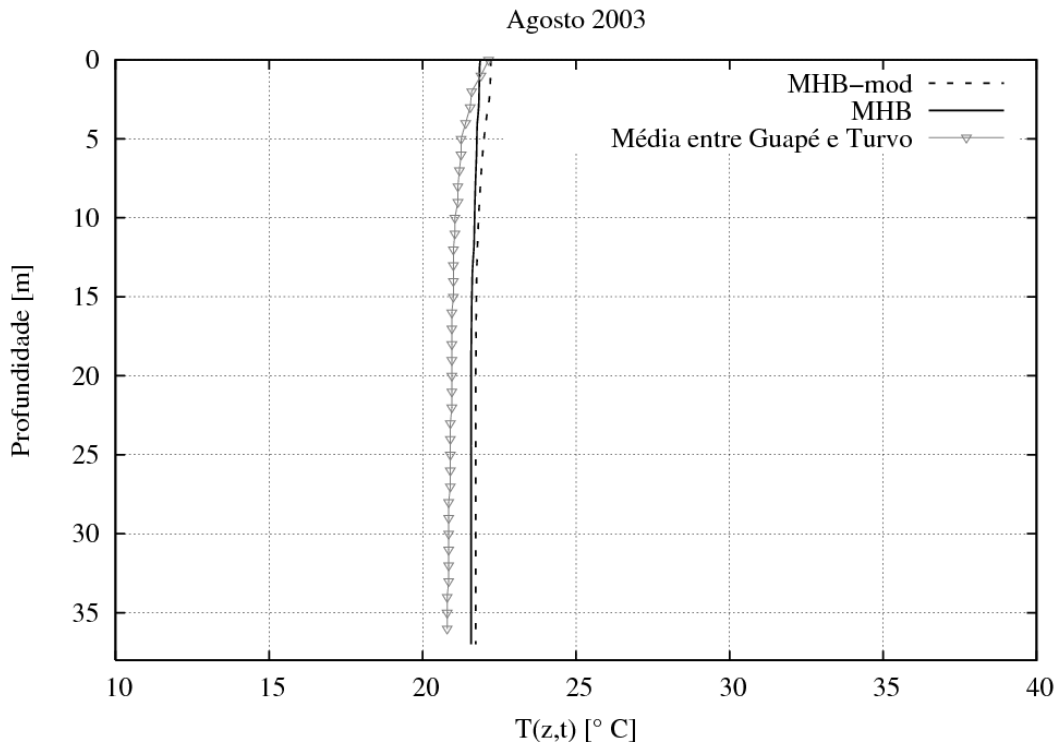


Figura 6.12: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Agosto de 2003.

perfil médio medido. O MHB, assim como na figura 6.14 gerou um perfil quase estável, a menos de uma pequena termoclina a 20 metros de profundidade.

A última figura de comparação de perfis é a 6.16. Nesta figura observa-se que o perfil simulado pelo MHB-mod acompanha a forma dos perfis médios medidos, enquanto o perfil simulado pelo MHB apresenta pouca estratificação térmica e a termoclina se forma depois dos 25 metros de profundidade. A diferença máxima encontrada entre perfis simulados e médios medidos é de cerca 3,0°C.

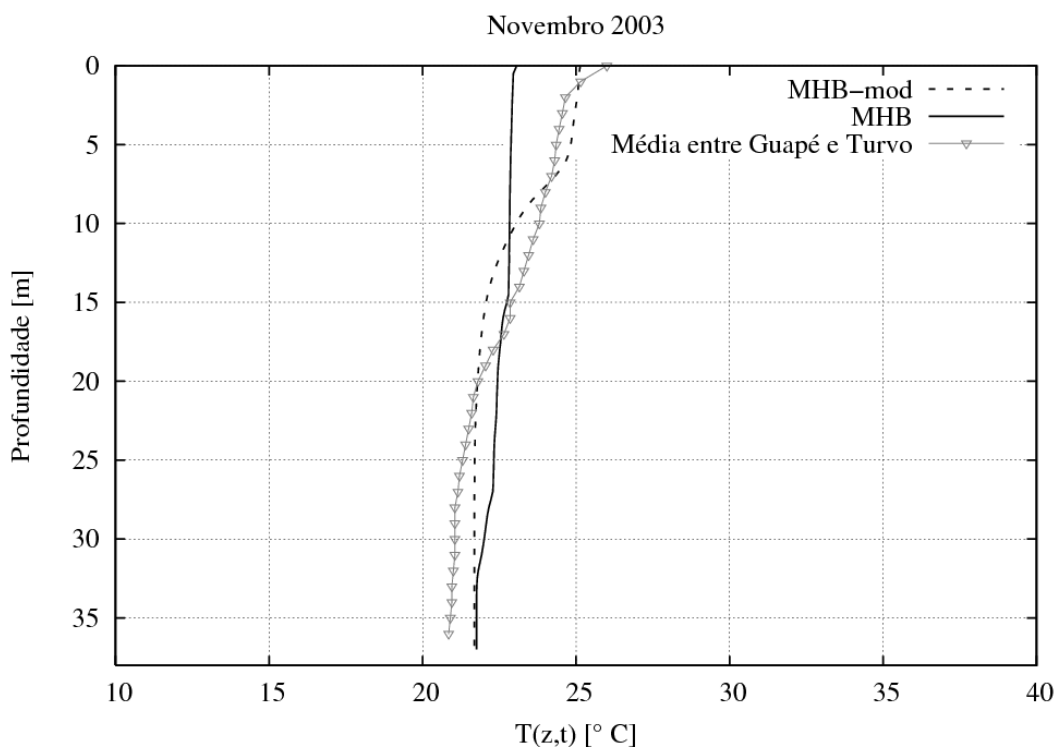


Figura 6.13: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Novembro de 2003.

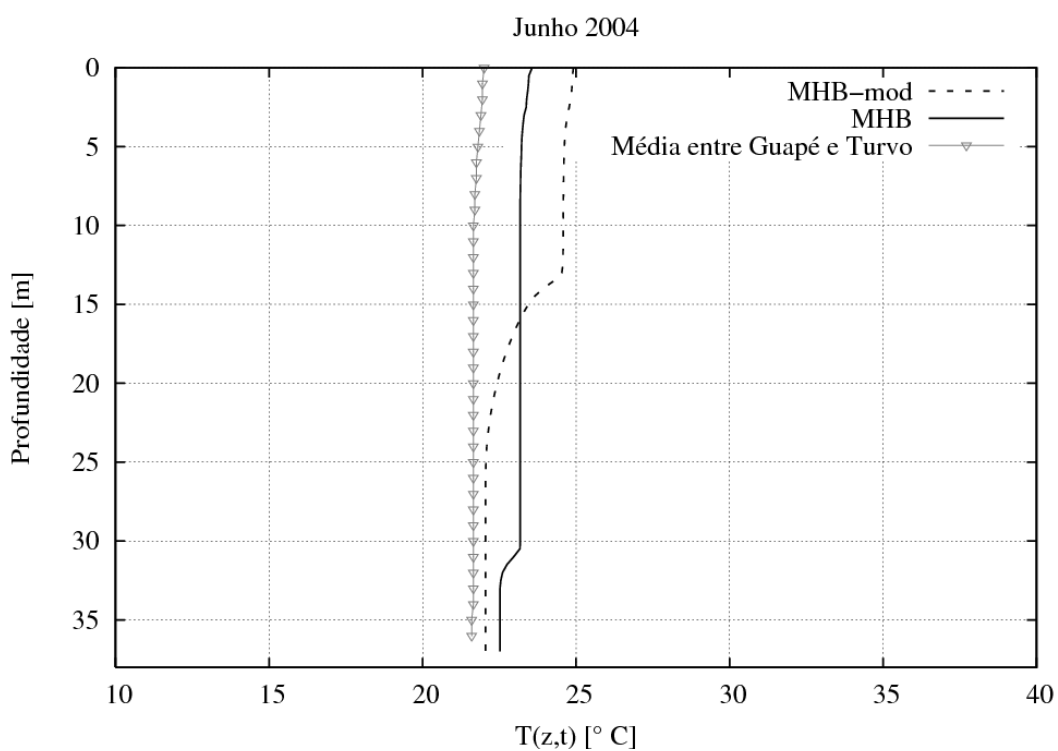


Figura 6.14: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Junho de 2004.

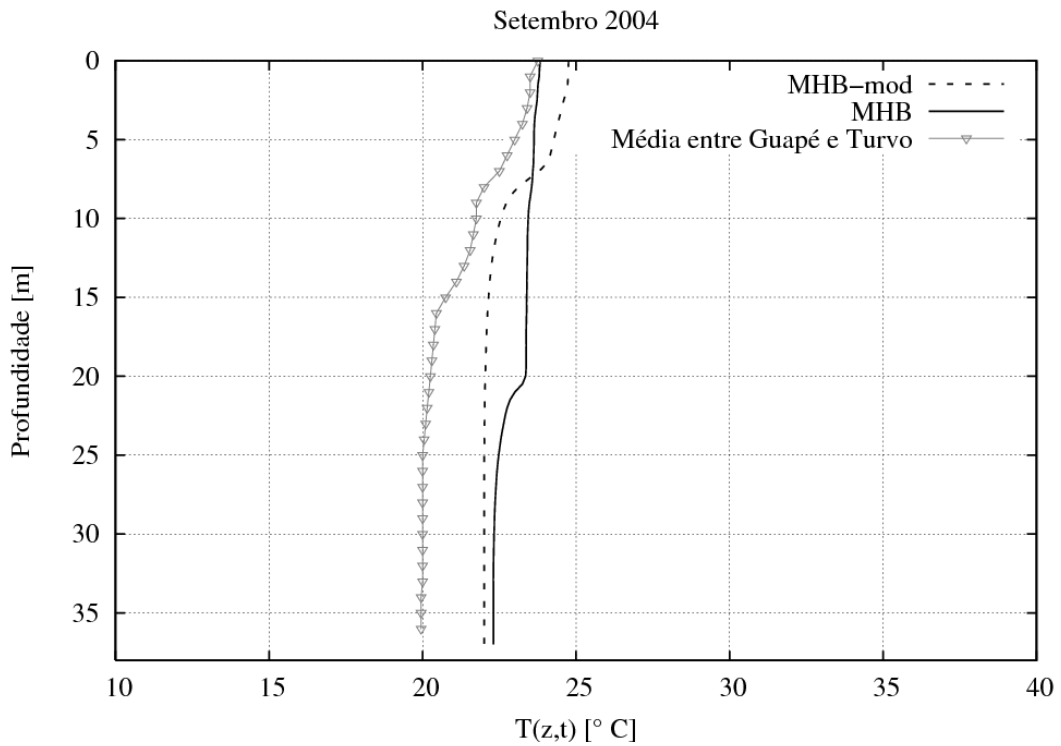


Figura 6.15: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Setembro de 2004.

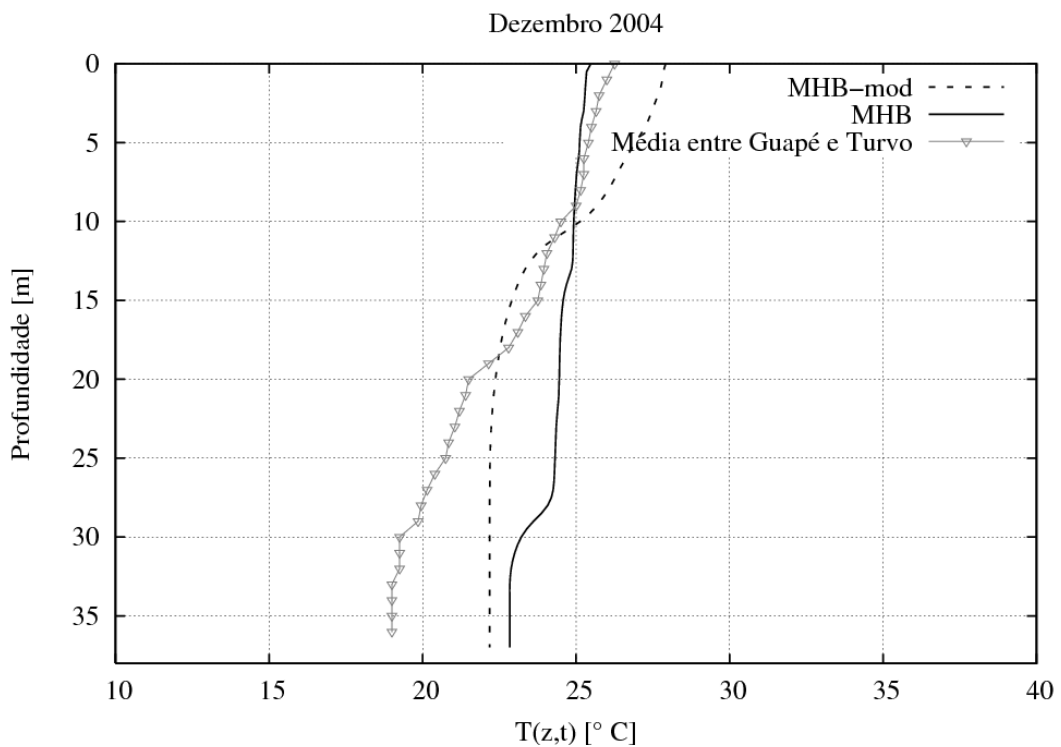


Figura 6.16: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e Guapé com os perfis simulados pelos modelos MHB-mod e MHB para Novembro de 2004.

### 6.6.4 Comportamento dos coeficientes $K(z, t)$

O coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$  utilizado no MHB é formado basicamente pelas equações 3.8, 3.21 e 3.22 e tem a forma

$$K(z, t) = \frac{ku_*z}{P} \exp(-k^*z) (1 + 37Ri^2)^{-1}. \quad (6.82)$$

Para o MHB-mod a parametrização é dada pelas equações 3.8, 3.24 e 3.23 juntamente com o conjunto de coeficientes  $\Theta = 3,0$ ,  $\gamma = 1,0$  e  $\lambda = -1,0$  citados na seção 6.6. Resumidamente esta equação é

$$K(z, t) = 3,0 \sqrt{\frac{2,25 \times 10^{-6} u^2}{\rho_w}} (1 + Ri)^{-1}. \quad (6.83)$$

Todas as equações envolvidas no cálculo dos dois coeficientes de difusividade turbulenta são descritas no apêndice B.

As figuras 6.17 e 6.18 mostram o comportamento dos perfis de difusividade turbulenta referentes aos perfis de temperatura simulados apresentados nas figuras 6.12 a 6.16. Os perfis de difusividade turbulenta das figuras 6.17-a e 6.18-a são perfis médios e foram obtidos da mesma forma que os perfis médios de temperatura simulados. Para obter estes perfis médios foram utilizadas as simulações de alguns dias antes e alguns dias depois das datas de medição dos perfis de temperatura. Os intervalos de tempo considerados para obter os perfis médios de difusividade turbulenta são os mesmos que para os perfis médios de temperatura da água simulados apresentados na tabela 6.2. Como os valores de difusividade turbulenta são menores que  $1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , estes também foram plotados em escala logarítmica para facilitar a visualização e são mostrados nas figuras 6.17-b e 6.18-b.

Para cada parametrização de difusividade turbulenta temos problemas diferentes com  $K(z = 0)$ . A parametrização utilizada no MHB resulta em  $K(z = 0) = 0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , no entanto não podemos utilizar este valor pois iríamos zerar a difusividade na superfície do lago. No caso do MHB-mod temos exatamente o oposto:  $K(z = 0)$  é muito grande, conseqüentemente a temperatura da superfície resultante é muito grande. Para resolver estes dois problemas foram reali-

zados vários testes com diferentes valores para  $K(z = 0)$ ; verificou-se que para obter resultados razoáveis para a temperatura da água da primeira camada de lago o coeficiente de difusividade turbulenta teria que ser da ordem de  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Portanto o valor de  $K(z = 0)$  adotado para os dois modelos é de  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Como no fundo do lago a condição de contorno força o fluxo a ser igual a zero não foi necessário adotar um critério específico para o valor da difusividade turbulenta; porém observamos uma certa instabilidade numérica nas camadas mais profundas que não chega a afetar os perfis de temperatura.

Observando as figuras 6.17 e 6.18 pode-se perceber que a difusividade turbulenta do MHB tem variações muito mais acentuadas que a difusividade turbulenta do MHB-mod. Essas difusividades geram, respectivamente os perfis simulados apresentados nas figuras 6.12 a 6.16. Observando os perfis de  $K(z, t)$  plotados em escala logarítmica e os perfis  $T(z)$  (figuras 6.12 a 6.16) obtidos pelo MHB-mod é possível perceber que a profundidade do início da termoclina e de menor valor de  $K$  coincidem. No caso do MHB, embora as difusividades variem bastante ao longo do perfil, as temperaturas praticamente não variam e somente nos perfis 4 e 5 aparecem regiões de termoclina muito profundas e cujo início também coincide com o ponto de menor valor de  $K(z, t)$  (conforme a figura 6.17-b).

O coeficiente de difusividade turbulenta é difícil de ser parametrizado. Estes coeficientes têm influência direta sobre o comportamento dos perfis de temperatura simulados e as duas parametrizações tem comportamentos diferentes.

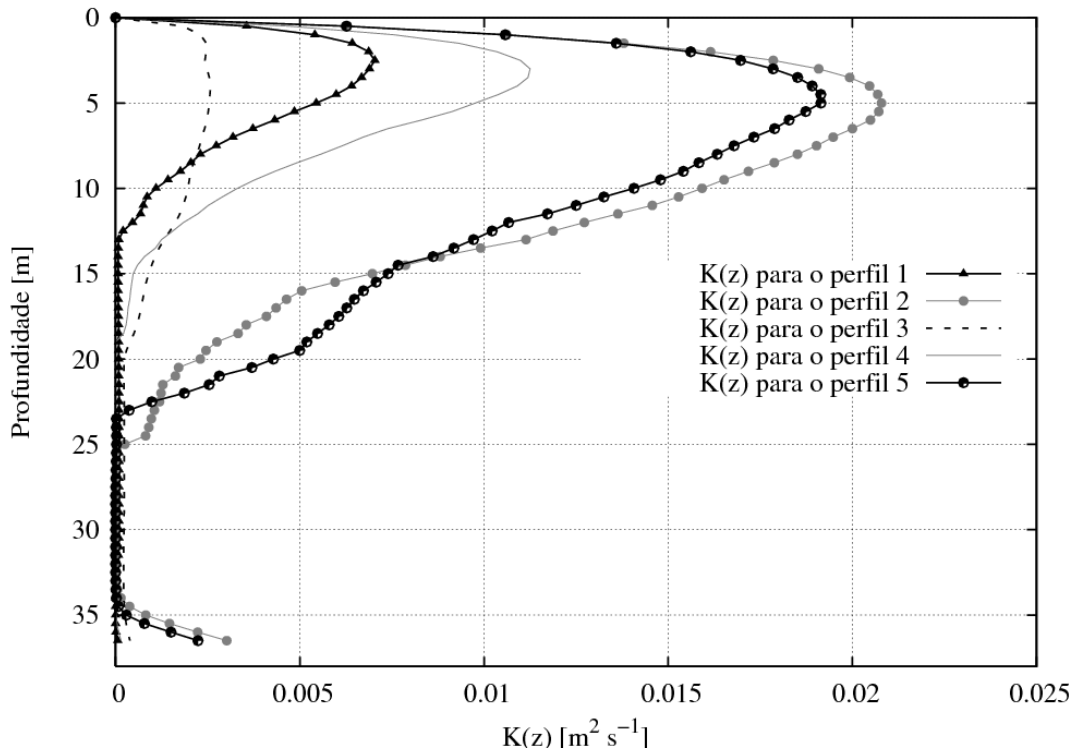
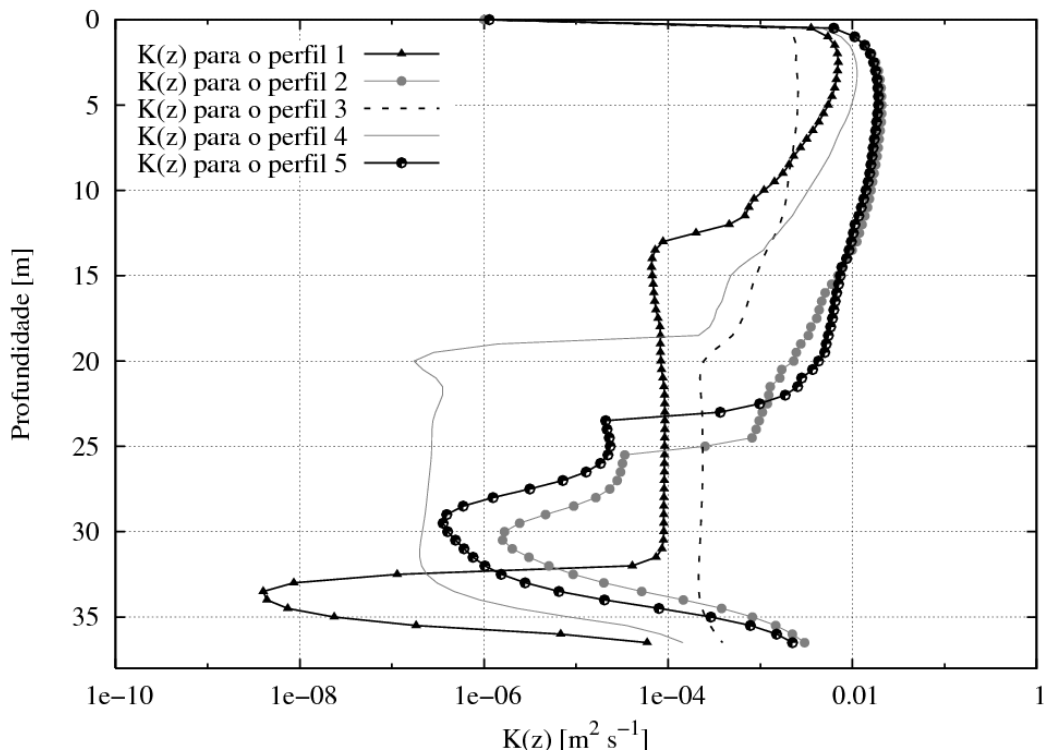
(a) Perfis de  $K(z,t)$  obtidos pelo MHB.(b) Perfis de  $K(z,t)$  obtidos pelo MHB em escala  $\log$ 

Figura 6.17: Perfis dos coeficientes de difusividade turbulenta referentes aos perfis de temperatura simulados pelo MHB.



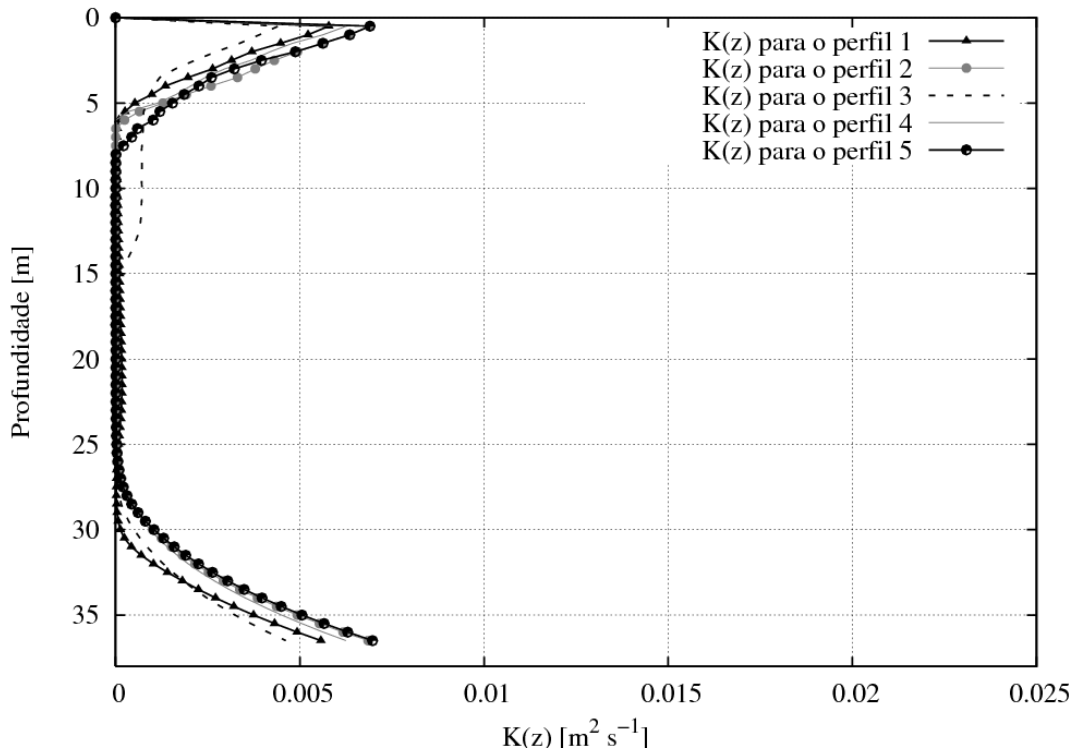
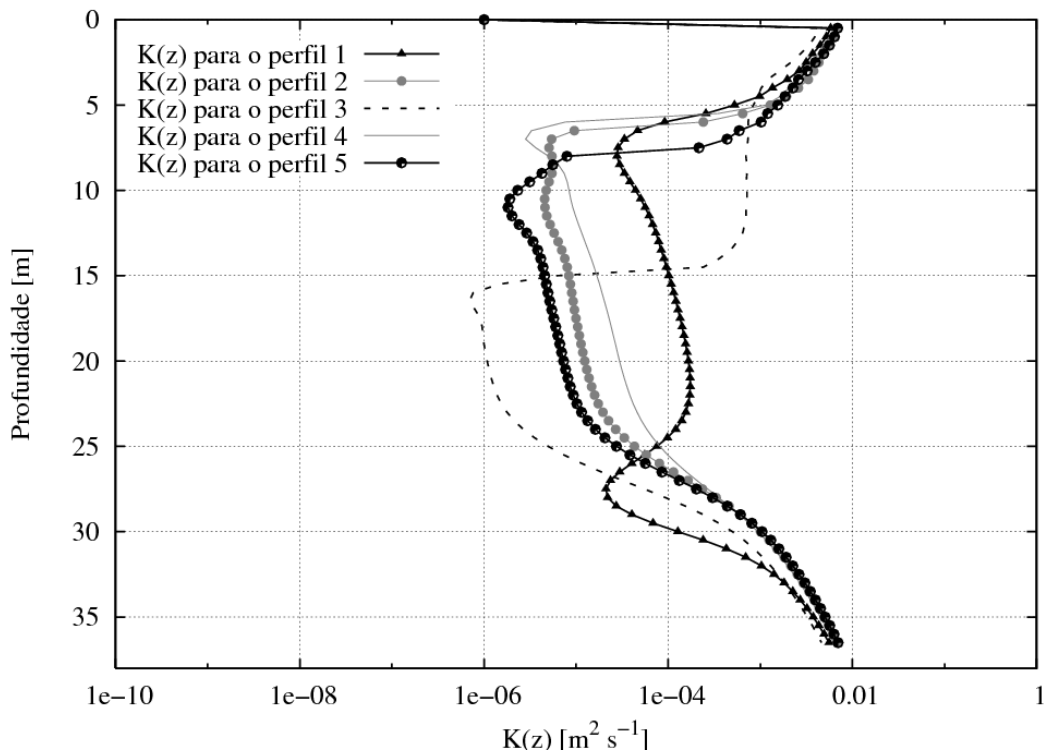
(a) Perfis de  $K(z,t)$  obtidos pelo MHB-mod.(b) Perfis de  $K(z,t)$  obtidos pelo MHB-mod em escala  $\log$ 

Figura 6.18: Perfis dos coeficientes de difusividade turbulenta referentes aos perfis de temperatura simulados pelo MHB-mod.

Perfis	$D$ medida ( $\text{W m}^{-2}$ )
1-2	14,9994
2-3	-5,4896
3-4	2,0596
4-5	17,9279

Tabela 6.3: Taxas de variação de entalpia entre os perfis médios entre Turvo e Guapé.

Perfis	$D$ ( $\text{W m}^{-2}$ ) – MHB	$D$ ( $\text{W m}^{-2}$ ) – MHB-mod
1-2	6,0559	9,9187
2-3	1,0368	1,3136
3-4	1,6095	-6,3157
4-5	10,8769	14,9435

Tabela 6.4: Taxas de variação de entalpia para os perfis simulados pelo MHB e pelo MHB-mod.

### 6.6.5 Taxas de variação de entalpia

As taxas de variação de entalpia  $D$  são calculadas através da equação 2.67, ou seja,

$$\langle D \rangle \approx \frac{1}{\langle As \rangle \Delta t} \int_{z=0}^h c_w \rho_w [T(z, t + \Delta t) - T(z, t)] A(z) dz. \quad (6.84)$$

Esta equação é usada para o cálculo da taxa de variação da entalpia em um lago termicamente estratificado sem advecção. Para calcular a entalpia é necessário utilizar a curva cota-área do lago  $A(z)$  e os perfis de temperatura nos tempos  $t$  e  $t + \Delta t$ . A densidade da água  $\rho_w$  é constante e igual  $1000 \text{ kg m}^{-3}$  e o calor específico da água a pressão constante  $c_w = 4186 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . As taxas de variação de entalpia entre os perfis medidos nas datas mostradas na tabela 6.1 são apresentadas na tabela 6.3. A primeira coluna da tabela 6.3 indica entre quais perfis a entalpia foi calculada: 1-2 indica que a entalpia foi calculada entre o primeiro e o segundo perfil e assim sucessivamente.

As taxas de variação de entalpia entre os perfis simulados são mostradas na tabela 6.4. Estes valores também foram obtidos através da equação 6.84.

Comparando os valores das tabelas 6.3 e 6.4 observa-se que os valores entre mesmos perfis são diferentes. Deve-se salientar que os perfis simulados assim como os perfis médios medidos

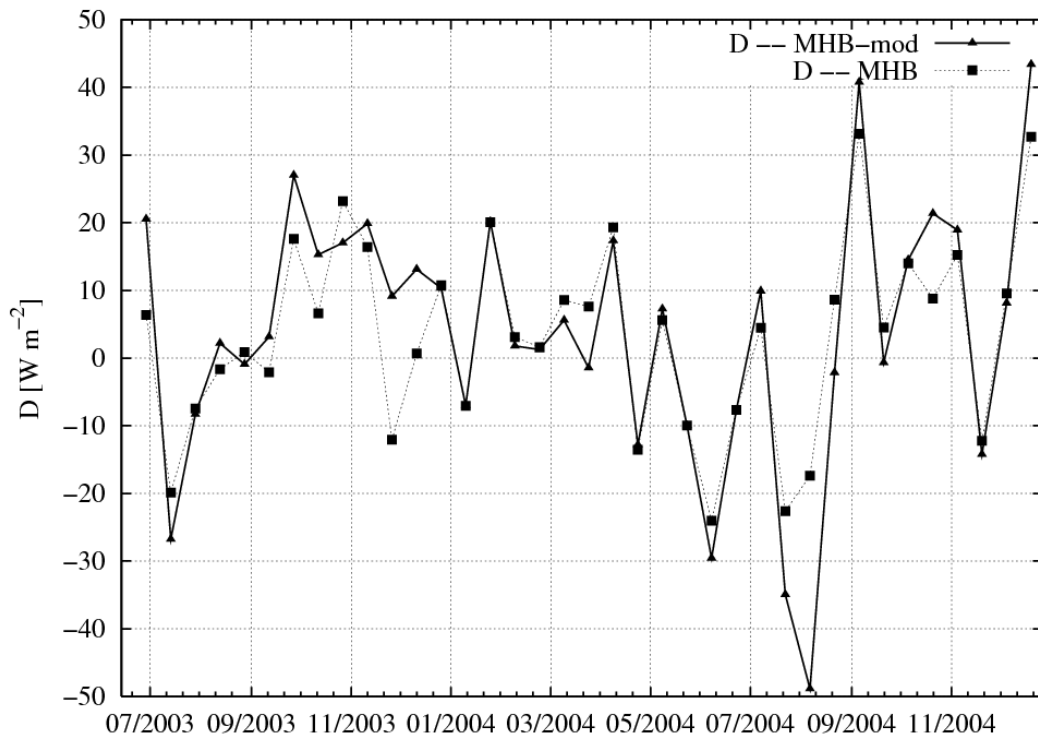


Figura 6.19: Taxas de variação de entalpia estimadas a partir dos perfis simulados pelo MHB e pelo MHB-mod.

não são iguais, conseqüentemente os valores de entalpia não serão iguais e sim aproximados.

As taxas de variação de entalpia foram calculadas para períodos quinzenais a partir dos perfis de temperatura simulados pelos dois modelos. As séries de taxas de variação de  $D$  são apresentadas na figura 6.19. Pode-se perceber que as taxas de variação de entalpia calculadas a partir das simulações são parecidas, porém boa parte das taxas estimadas pelo MHB-mod são maiores (em módulo) que as estimadas pelo MHB. As  $D$ 's variam muito durante o ano e embora a série não seja tão grande é possível perceber uma possível sazonalidade com períodos de inverno e verão relativamente bem definidos.

### 6.6.6 Fluxos superficiais do modelo

Os fluxos superficiais  $H$  e  $LE$  e a radiação líquida  $R_l$  utilizados como condição de contorno para a superfície do lago são obtidos de formas diferentes para cada um dos modelos conforme descrito nas seções 6.2 e 6.3. A temperatura da superfície da água utilizada para o cálculo dos

fluxos foi a temperatura simulada  $T_{0sim}$ . Os fluxos  $H$  e  $LE$  do MHB-mod são obtidos através das equações de transferência; a rugosidade superficial de *momentum* utilizada nas equações de transferência foi

$$z_{0m} = 0,1 \frac{u_*^2}{g}; \quad (6.85)$$

esta é a mesma parametrização utilizada e apresentada no capítulo 5.

Os fluxos  $H$  e  $LE$  medidos através do Método de Covariâncias Turbulentas passaram pelo controle de qualidade de dados descrito na seção 5.3.1 do capítulo 5. O fluxo de calor latente  $LE$  foi corrigido com a função apresentada na seção 5.2.

Na seqüência são comparados os valores medidos e estimados dos fluxos médios horários e diários de  $H$  e  $LE$  e da radiação líquida  $R_l$ .

#### 6.6.6.1 Radiação líquida

A radiação líquida é medida na estação Guapé através de um radiômetro líquido (seção 4.2.1). Os modelos de radiação líquida utilizados foram rapidamente descritos nas seções 6.2 e 6.3 respectivamente para o MHB e para MHB-mod. Ambos os modelos de radiação líquida dependem dos dados de radiação solar incidente, temperatura do ar, temperatura da superfície da água e umidade relativa; nas simulações utiliza-se a temperatura superficial da água simulada ( $T_{0sim}$ ) e não a medida. Deve-se lembrar que dos 18 meses e meio simulados haviam somente 2 meses e meio de medições de radiação solar incidente, o restante foi preenchido (seção 4.3.3).

Para ambos os modelos de radiação líquida as comparações foram boas. Os valores horários e as médias diárias para o MHB estão respectivamente nas figuras 6.20 e 6.21; as figuras 6.22 e 6.23 mostram as médias horárias e as médias diárias para as radiações líquidas obtidas pelo MHB-mod. Para o cálculo das médias diárias adotou-se o mesmo critério utilizado no capítulo 5, ou seja, foram calculadas somente para os dias em que restaram mais de 75% das médias horárias — calculamos os fluxos diários somente para dias com 18 ou mais horas; restaram 22 pontos ou 22 médias diárias. Como a maior parte das radiações foram estimadas a partir de dados de radiação solar incidente preenchida, os resultados são muito satisfatórios.

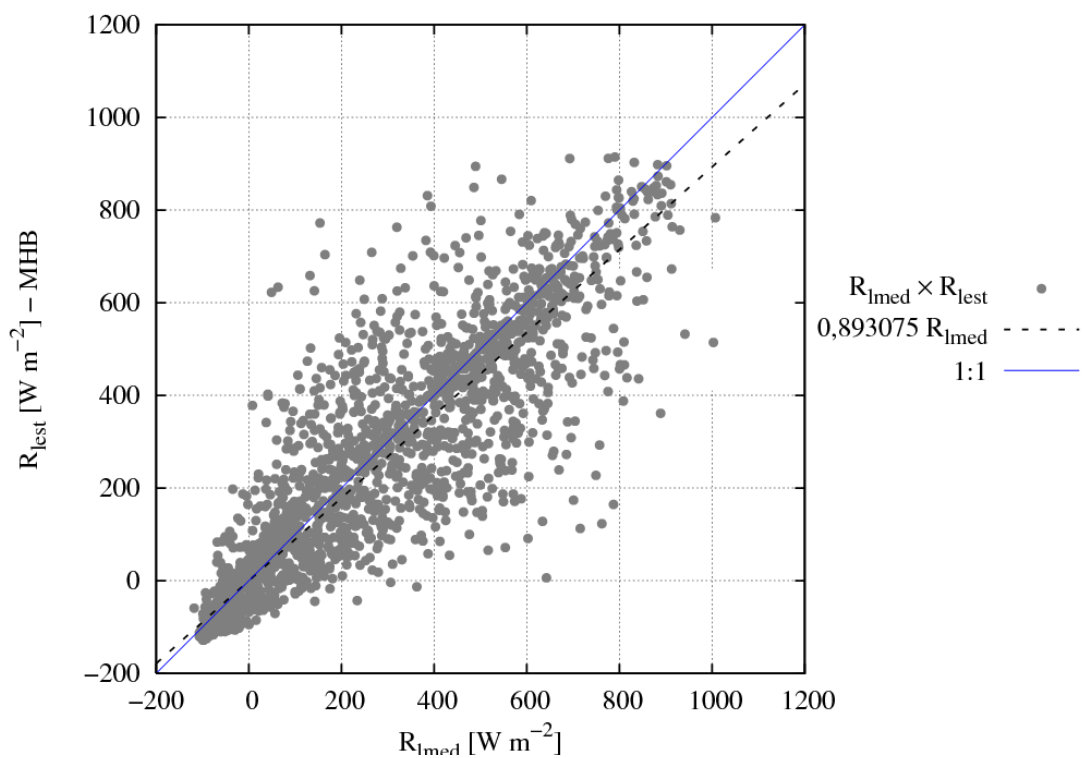


Figura 6.20: Radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB.

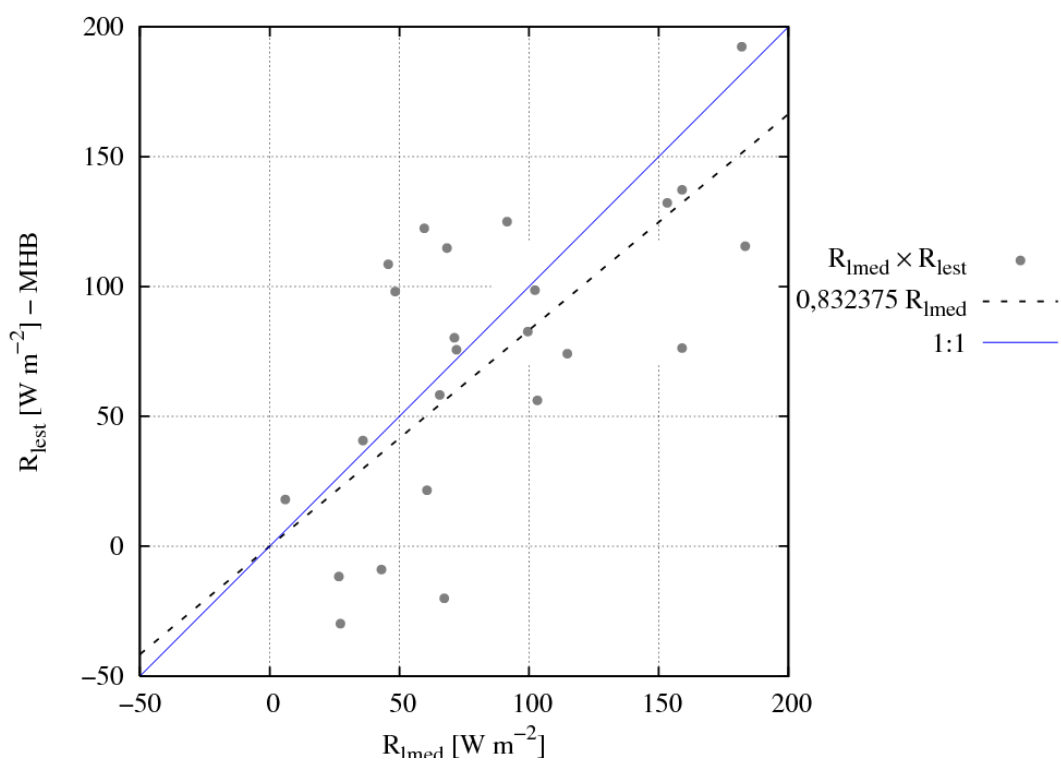


Figura 6.21: Médias diárias das radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB.

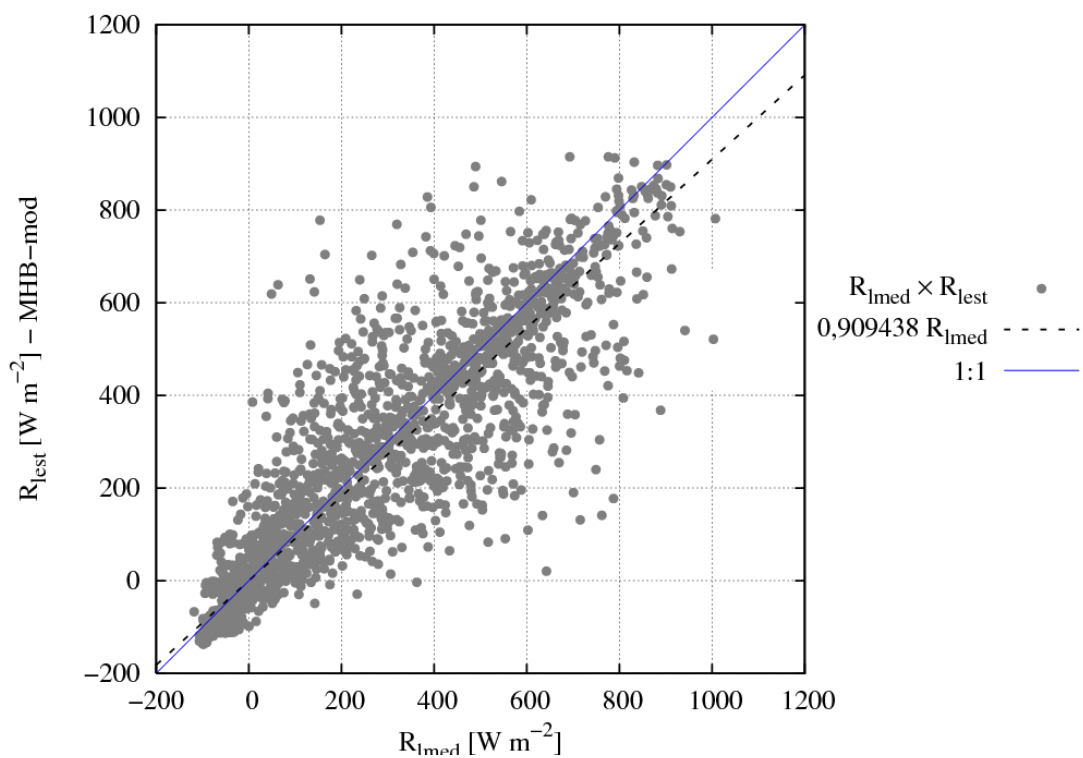


Figura 6.22: Radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB-mod.

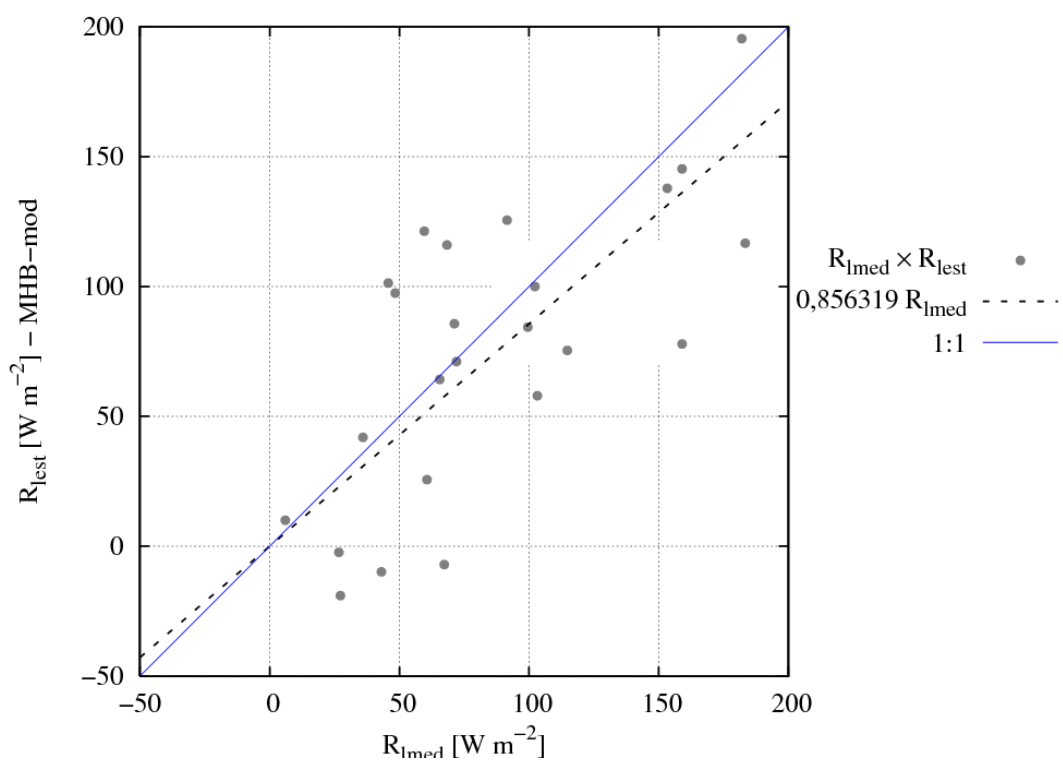


Figura 6.23: Médias diárias das radiações líquidas medidas e estimadas pelo MHB-mod.

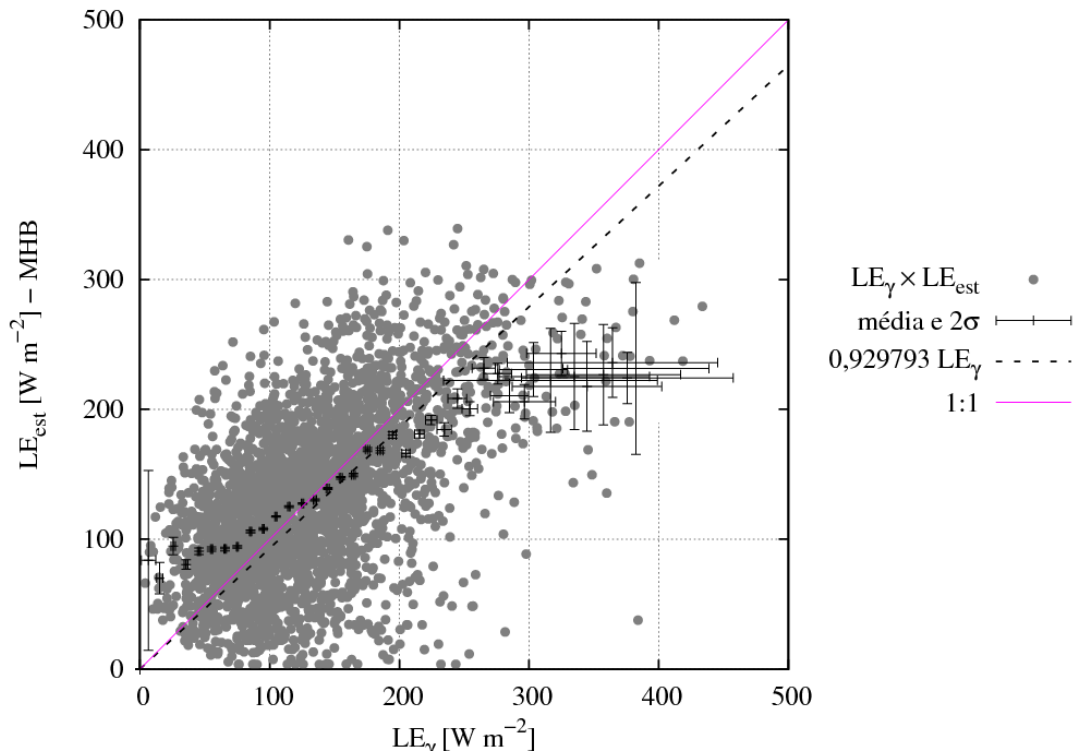


Figura 6.24: Fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_\gamma$ .

### 6.6.6.2 Fluxos de calor latente

Da mesma forma que no capítulo 5 as médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $LE_\gamma$  também foram calculados. As figuras 6.24 a 6.27 mostram os fluxos, as médias e duas vezes o desvio-padrão para cada um desses intervalos. Nas figuras 6.24 e 6.25 são apresentadas as comparações entre as médias horárias e diárias dos  $LE$  medidos e simulados pelo MHB. Na primeira figura pode-se perceber que as médias para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  cortam a linha 1:1 de forma tal que os fluxos de até cerca de  $100 \text{ W m}^{-2}$  são superestimados e acima desse valor subestimados.

Os fluxos de calor latente horários e diários estimados pelo MHB-mod são apresentados nas figuras 6.26 e 6.27. No MHB-mod  $LE$  é estimado através da equação de transferência de massa multiplicada pelo calor latente de vaporização  $L$ . Como foi discutido na seção 5.3.3, os  $LE$ 's grandes são subestimados e os pequenos são superestimados. Na figura 6.26 observa-se que entre cerca de  $70$  e  $200 \text{ W m}^{-2}$  foi obtida uma relação 1:1 entre os valores medidos e os

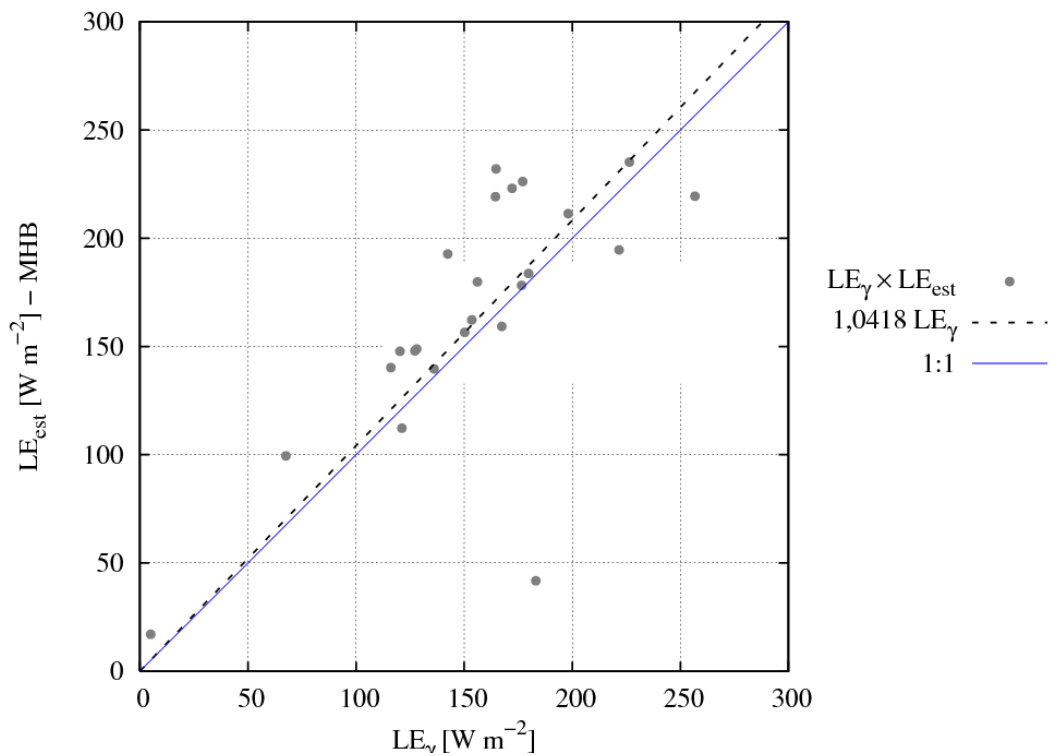


Figura 6.25: Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB.

valores estimados. As médias diárias de  $LE$  tiveram como coeficiente de ajuste linear o valor 1,10 conforme pode ser observado na figura 6.27. Nesta figura é possível notar diferenças relativamente grandes entre os valores estimados e medidos, o que se torna gritante pelo pequeno número de dias em que foi possível calcular as médias diárias.

Os fluxos de calor latente resultantes do MHB-mod, obviamente são melhores que os obtidos pelo MHB. O problema dos extremos de  $LE$  estimado pelo MHB-mod possivelmente pode ser resolvido através de uma melhor parametrização para a rugosidade superficial conforme foi comentado na seção 5.3.3, mas de forma geral a estimativa dos fluxos de calor latente pelo MHB-mod é satisfatória.



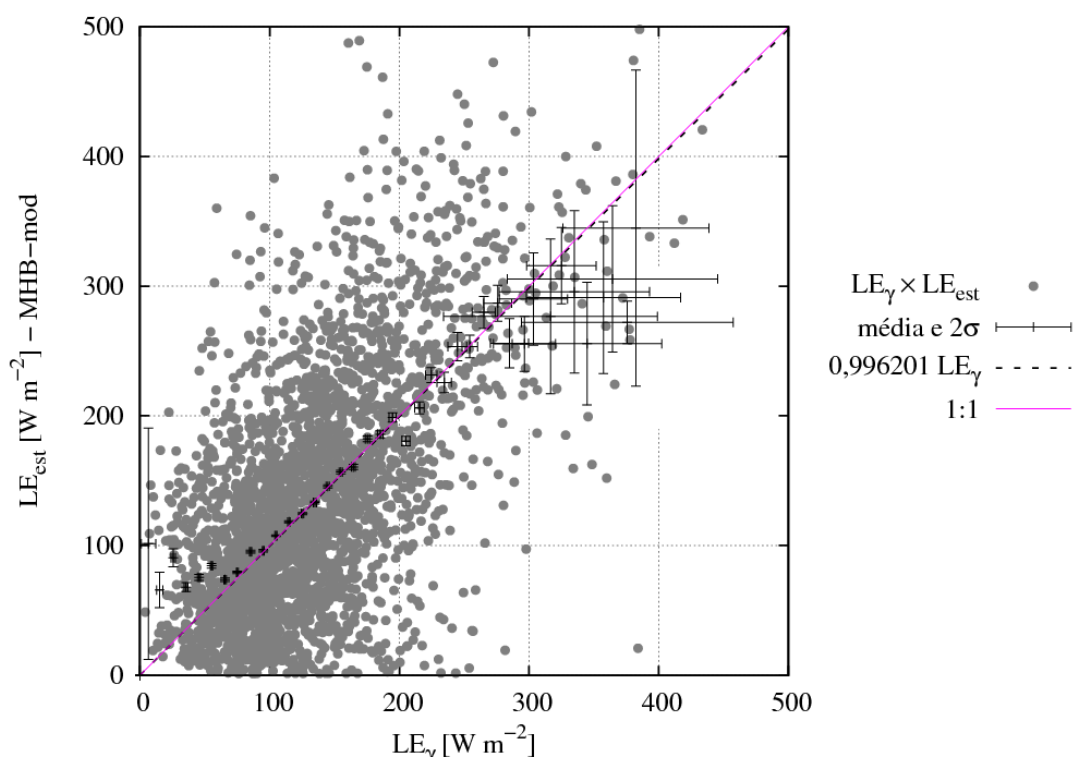


Figura 6.26: Fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod juntamente com médias e dois desvios-padrão para intervalos de  $10 W m^{-2}$  de  $LE_{\gamma}$ .

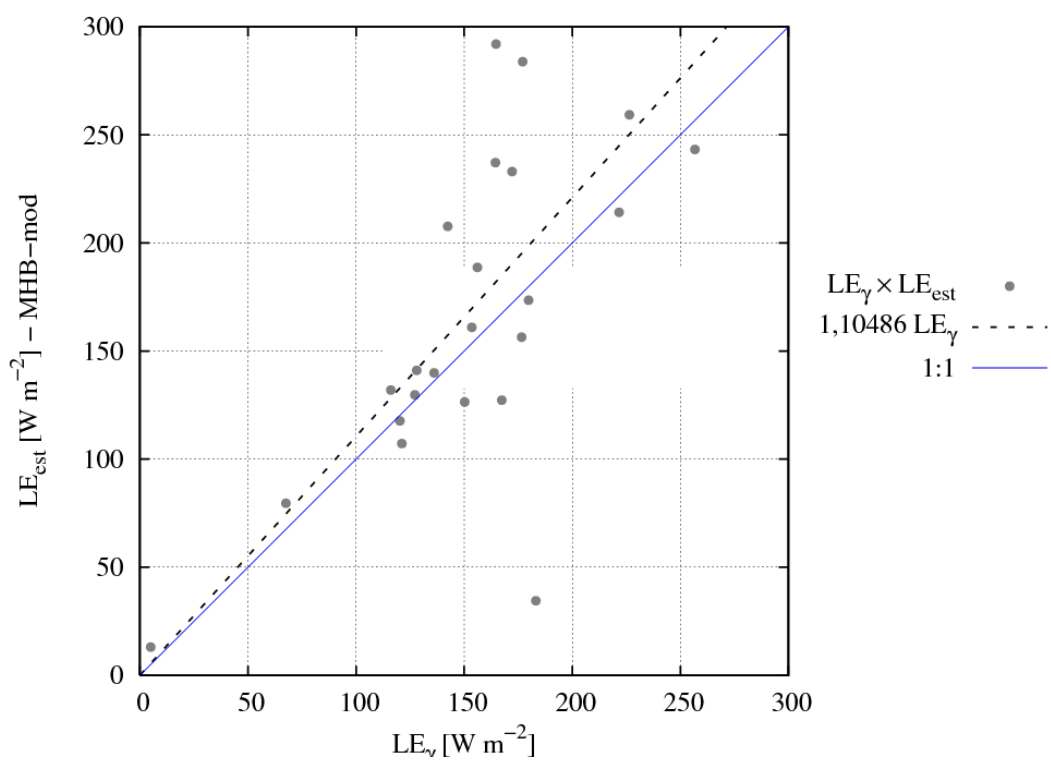


Figura 6.27: Médias diárias dos fluxos de calor latente medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod.

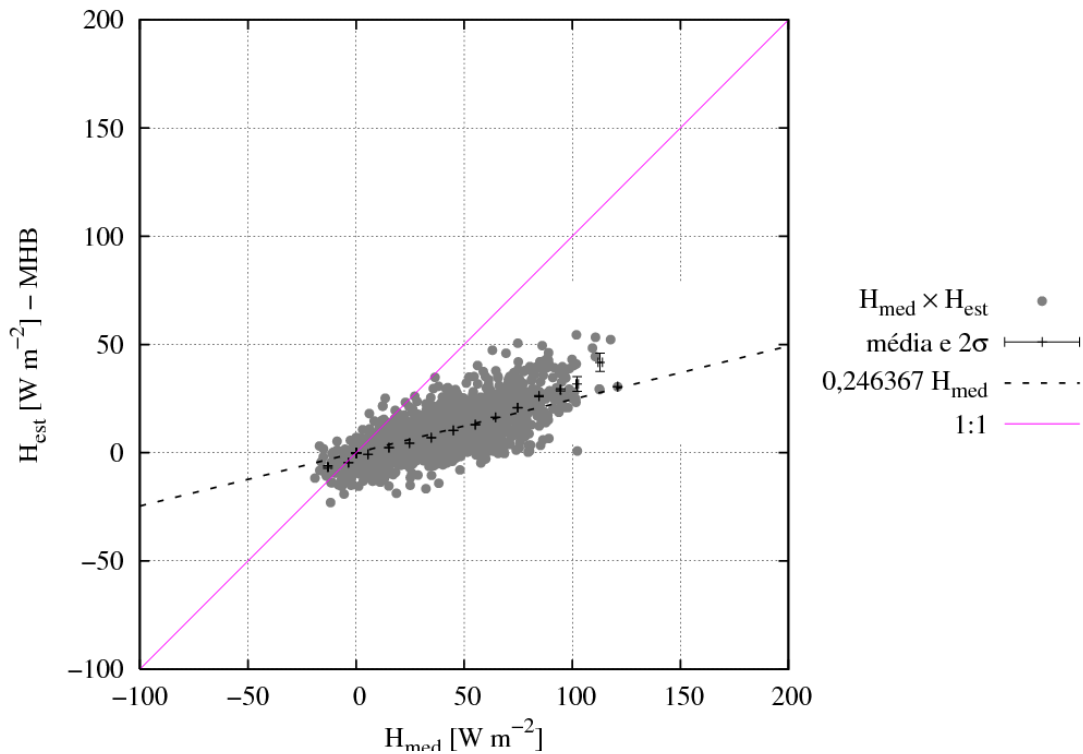


Figura 6.28: Fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB e respectivas médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$ .

### 6.6.6.3 Fluxos de calor sensível

As estimativas do fluxo de calor sensível através do MHB são bastante diferentes das medições e dos resultados obtidos pelo MHB-mod conforme pode ser observado nas figuras 6.28 e 6.29 (médias horárias e diárias respectivamente). Os valores simulados pelo MHB são subestimados e o coeficiente de ajuste linear é menor que 0,25 tanto para as médias diárias quanto para as médias horárias. Assim como para os  $LE$ 's os fluxos de calor sensível horários também foram divididos em intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  e as médias e os desvios-padrão foram calculados.

Os fluxos de calor sensível obtidos pelo MHB-mod foram calculados pela equação de transferência de calor (equação 5.5); as simulações são comparadas com as medições nas figuras 6.30 e 6.31. Os valores obtidos pelo MHB-mod são muito melhores que os do MHB. O coeficiente de ajuste linear para médias horárias é de 0,88 e 0,95 para as médias diárias. Observando as médias calculadas para intervalos de  $10 \text{ W m}^{-2}$  de  $H_{med}$  percebe-se que os fluxos estimados são um pouco menores que os medidos.

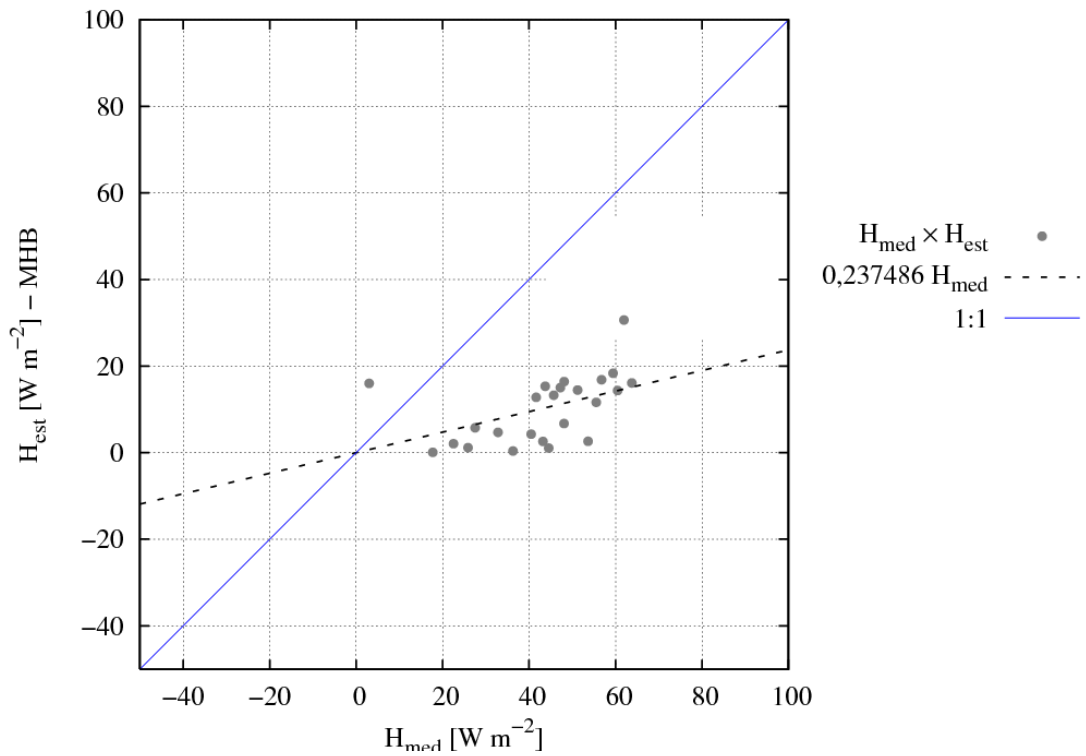


Figura 6.29: Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB.

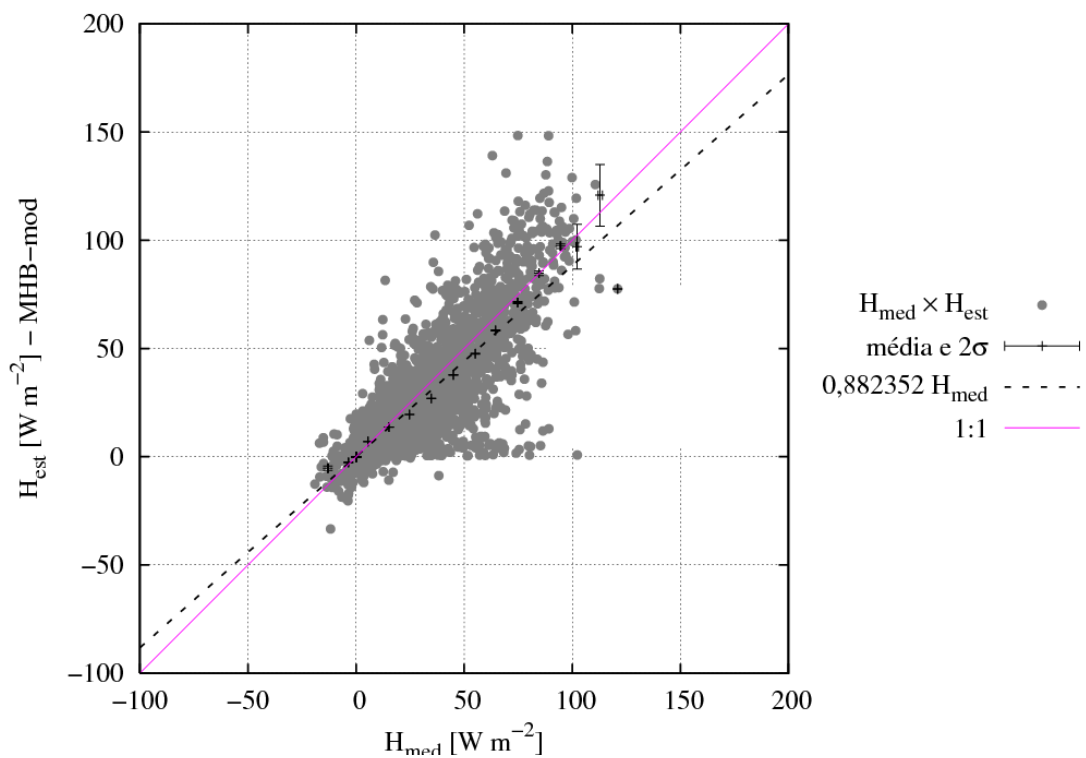


Figura 6.30: Fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod juntamente com médias e desvios-padrão para intervalos de  $10 W m^{-2}$  de  $H_{med}$ .

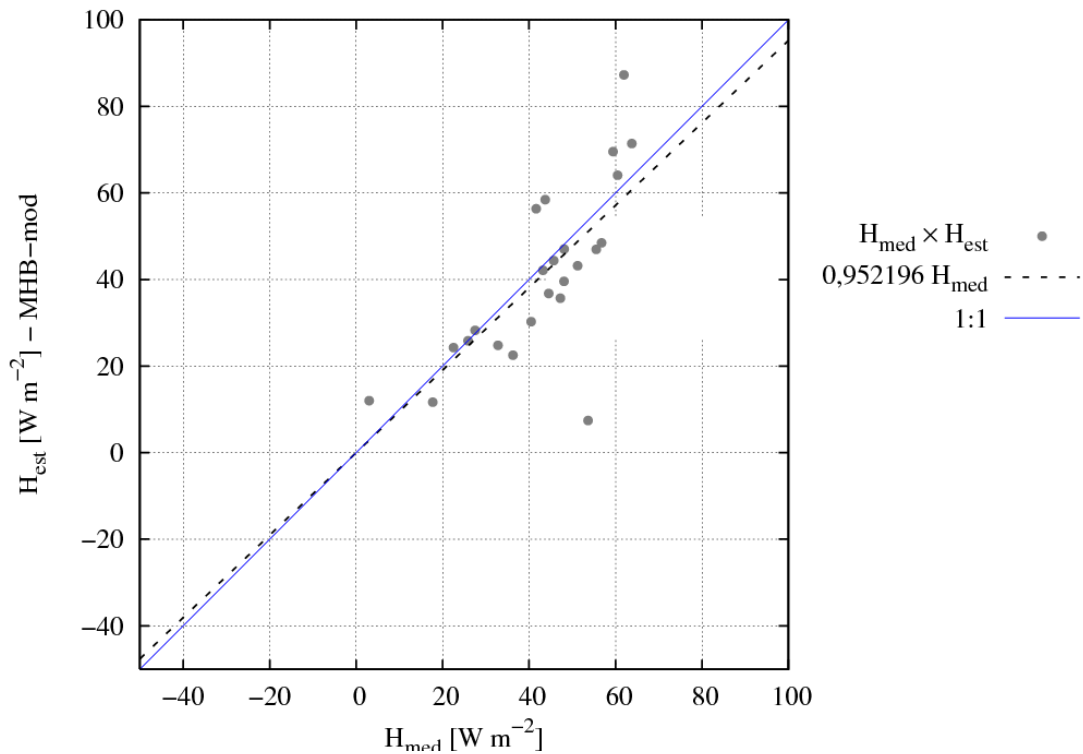


Figura 6.31: Médias diárias dos fluxos de calor sensível medidos pelo MCT estimados pelo MHB-mod.

Sabe-se que não há influência dos fluxos de terra sobre os fluxos medidos e, na seção 5.4, foi levantada a hipótese de que a causa das diferenças entre os fluxos de calor sensível estimados e medidos pode ser o fato de que estamos utilizando rugosidades superficiais para calor e vapor d'água iguais.

#### 6.6.6.4 VIÉS e REMQ para $R_l$ , $LE$ e $H$

As tabelas 6.5 e 6.6 mostram a tendenciosidade de  $R_l$ ,  $H$  e  $LE$  através do VIÉS e da raiz do erro médio quadrático. O VIÉS e a REMQ foram obtidos através das equações 5.27 e 5.28. Os valores das tabelas 6.5 e 6.6 confirmam o que foi observado nas figuras das seções anteriores.

Somente os valores do VIÉS e da REMQ para  $LE$  do MHB-mod e para  $H$  do MHB destoaram dos outros valores tanto para médias diárias quanto horárias; o erro sistemático cometido para  $H$  do MHB é grande, principalmente se levarmos em conta o intervalo de variação deste fluxo (entre  $-50$  e  $100 \text{ W m}^{-2}$  para as médias diárias e  $-100$  e  $200 \text{ W m}^{-2}$  para as médias horá-

Modelo	Variáveis	VIÉS ( $\text{W m}^{-2}$ )	REMQ ( $\text{W m}^{-2}$ )
MHB	$R_{lmed} \times R_{lest}$	-22,3379	112,4395
MHB-mod	$R_{lmed} \times R_{lest}$	-19,6923	110,6462
MHB	$LE_{med} \times LE_{est}$	1,8845	59,0337
MHB-mod	$LE_{med} \times LE_{est}$	4,1815	72,7223
MHB	$H_{med} \times H_{est}$	-24,5894	29,8624
MHB-mod	$H_{med} \times H_{est}$	-3,8870	16,1339

Tabela 6.5: Viés e REMQ entre os fluxos medidos e os calculados pelo MHB e pelo MHB-mod para as médias horárias.

Modelo	Variáveis	VIÉS ( $\text{W m}^{-2}$ )	REMQ ( $\text{W m}^{-2}$ )
MHB	$R_{lmed} \times R_{lest}$	-1,6012	43,8991
MHB-mod	$R_{lmed} \times R_{lest}$	0,1610	41,4987
MHB	$LE_{med} \times LE_{est}$	2,3165	44,6140
MHB-mod	$LE_{med} \times LE_{est}$	10,6238	62,8539
MHB	$H_{med} \times H_{est}$	-35,7318	36,8494
MHB-mod	$H_{med} \times H_{est}$	-2,6957	15,1852

Tabela 6.6: Viés e REMQ entre os fluxos medidos e os calculados pelo MHB e pelo MHB-mod para as médias diárias.

rias). A raiz do erro médio quadrático (REMQ) de  $LE$  é maior para o MHB-mod que para o MHB visto que a dispersão dos pontos nas figuras 6.26 e 6.27 é maior que nas figuras 6.24 e 6.25, respectivamente.

### 6.6.7 Conclusões

A taxa de variação de entalpia  $D$  geralmente é desprezada quando fazemos o balanço de energia em lagos. Os modelos de evolução térmica apresentados neste capítulo permitem estimar este termo a partir dos perfis de temperatura da água. O conhecimento deste termo pode ajudar a entender melhor o armazenamento de energia no lago.

O coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$  do MHB-mod resultou em simulações de perfis mais próximos, ou que pelo menos acompanham a forma dos perfis médios medidos. Isto acontece porque  $K(z, t)$  do MHB-mod consegue uma estratificação mais realista que o  $K(z, t)$  utilizado no MHB. As temperaturas superficiais da água simuladas pelo MHB-mod também

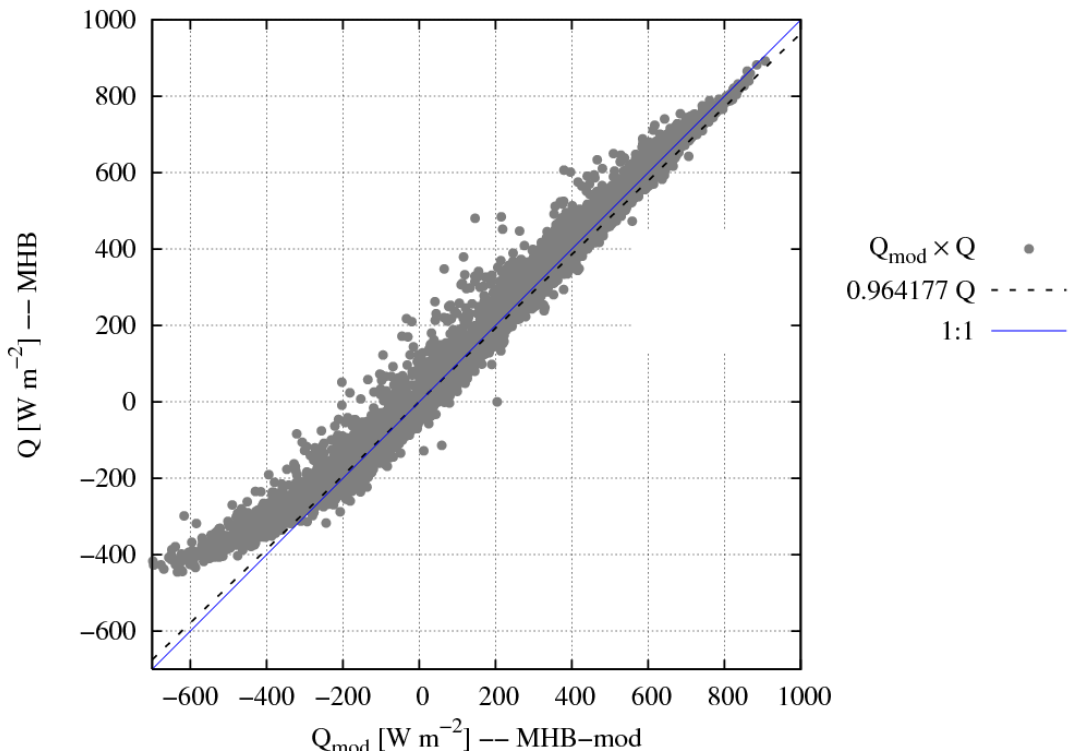


Figura 6.32: Comparação entre os balanços de energia ou condição de contorno na superfície do lago simulados pelo MHB e MHB-mod.

são mais parecidas com as temperaturas superficiais medidas. Uma explicação para isto pode estar na condição de contorno do modelo, isto é, na quantidade de energia que está entrando ou saindo do lago. A figura 6.32 mostra que os balanços de energia na superfície ( $Rl - H - LE$ ) simulados pelos dois modelos são muito parecidos, exceto para os valores muito negativos; para os valores de  $Q$  menores que  $-200 \text{ W m}^{-2}$ , o MHB superestima o balanço se supormos que  $Q_{mod}$  (balanço do MHB-mod) está correto. Podemos concluir que o fator de maior influência no cálculo dos perfis de temperatura é o coeficiente de difusividade turbulenta. As temperaturas superficiais  $T_0$  utilizadas nas simulações são diferentes; cada modelo utiliza o  $T_0$  que simulou no tempo anterior.

A tabela 6.7 mostra as evaporações mensais estimadas pelo modelo MHB-mod para os meses completos (meses em que haviam dados do primeiro ao último dia). Nesses 17 meses obtivemos uma evaporação mensal média de aproximadamente 101 milímetros. Como a área superficial do lago é de cerca de  $1440 \text{ km}^2$  o volume de água evaporada em um ano foi de aproximadamente  $1,8 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ ano}^{-1}$ . Como a profundidade média do lago é de 13 metros, seu

Mês	$E_{est}$ [mm]
07/2003	83,1
08/2003	91,3
09/2003	96,0
10/2003	121,6
11/2003	99,9
12/2003	121,3
01/2004	119,9
02/2004	105,3
03/2004	107,7
04/2004	85,6
05/2004	85,0
06/2004	55,5
07/2004	111,1
08/2004	92,0
09/2004	117,6
10/2004	106,0
11/2004	119,6

Tabela 6.7: Evaporações mensais obtidas a partir do fluxo de calor latente estimado pelo MHB-mod (em milímetros).

volume total aproximado é de  $18,7 \times 10^9 \text{ m}^3$ , ou seja, se não houvesse afluência nem defluência de água no reservatório aproximadamente 10% de sua capacidade evaporaria a cada ano. Segundo dados fornecidos por Furnas a afluência mensal média durante esses 17 meses foi de cerca de  $19,8 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ mês}^{-1}$  enquanto o total de água evaporada durante um mês é de cerca de  $1,44 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ mês}^{-1}$ , ou seja, aproximadamente 0,73% da água que entrou no lago evaporou. O Lago de Furnas é um dos maiores reservatórios construídos para produção de energia elétrica no Brasil e, como vimos a quantidade de água evaporada é relativamente grande.

As recomendações em relação aos modelos de evolução térmica são feitas no capítulo 7.

## 7 Conclusões e recomendações

No capítulo 5 mostramos que a evaporação estimada através da equação de transferência de massa juntamente com as funções de correção de estabilidade é condizente com as medições realizadas na Estação Guapé. As estimativas foram realizadas utilizando um conjunto pequeno de dados que inclui velocidade média do vento  $\bar{u}$ , temperatura do ar  $\bar{\theta}_a$ , temperatura da superfície da água  $\bar{T}_0$ , umidade relativa  $y$  e os níveis de água do lago  $z_a$ . Com exceção de  $\bar{T}_0$  e de  $z_a$  as outras variáveis são comumente medidas em estações meteorológicas.

A equação de transferência de massa (ou calor latente se multiplicarmos por  $L$ ) consegue estimar bem o fluxo de calor latente  $LE$ , exceto para os extremos. Este problema pode ser resolvido utilizando uma parametrização diferente para a rugosidade da superfície juntamente com algum critério que consiga distinguir quais os pontos e motivos que causam estas discrepâncias. Para isto é necessário um estudo mais detalhado e uma observação minuciosa dos dados, inclusive observando os períodos que sucedem a ocorrência de precipitação, pois enquanto o anemômetro permanecer molhado os dados medidos possivelmente são problemáticos.

Pudemos verificar ao comparar  $H_v$  com  $H_{med}$  que não há influência de fluxos de terra. Desta forma, uma provável causa das diferenças entre os valores de  $H_{med}$  e  $H_{est}$  pode ser o fato de termos suposto que as rugosidades superficiais para o vapor d'água e para o calor são iguais e no entanto é sabido que elas podem ser muito diferentes.

As médias diárias foram calculadas para os dias em que haviam mais de 75% de *runs* bons. Foi possível observar, apesar dos poucos pontos, que as médias diárias de  $LE$  também são melhores quando  $\Psi \neq 0$ . Para  $H$  as médias diárias para  $\Psi = 0$  novamente são melhores. De



forma geral os resultados são razoavelmente satisfatórios.

Na seção 6.6 foram apresentados os perfis de temperatura simulados e sua evolução temporal, o comportamento dos dois coeficientes de difusividade turbulenta utilizados, as taxas de variação de entalpia, além da radiação líquida e dos fluxos de calor latente e sensível simulados. Também foi verificada a conservação de energia pelo método numérico na subseção 6.6.2. A evolução temporal dos perfis de temperatura foi apresentada na subseção 6.6.1 onde vimos que a parametrização para a difusividade turbulenta do MHB-mod consegue estratificar mais os perfis de temperatura do que a parametrização utilizada pelo MHB. O coeficiente de difusividade turbulenta utilizado no MHB-mod, cujo comportamento foi mostrado na subseção 6.6.4, apresenta valores relativamente menores que a parametrização utilizada no MHB. Isto indica que quanto maior a difusividade turbulenta maior será a mistura da água, conseqüentemente o perfil de temperatura tende a ser isotérmico. Esta é a explicação para o fato do MHB-mod produzir mais estratificação térmica que o MHB (as difusividades  $K(z,t)$  do MHB são maiores que as do MHB-mod). Os perfis de temperatura simulados pelo MHB-mod em geral acompanham a forma dos perfis medidos enquanto os perfis obtidos através do MHB tendem a ser isotérmicos. Em relação às taxas de variação de entalpia, assim como existem discrepâncias entre os valores obtidos a partir dos perfis medidos, também existem discrepâncias entre estes e os valores obtidos a partir dos perfis simulados pelos dois modelos (subseção 6.6.5). Em relação à radiação líquida disponível na superfície do lago os valores simulados foram muito satisfatórios quando comparados com os medidos tanto em termos de médias horárias quanto médias diárias. Os fluxos de calor latente  $LE$  foram mais satisfatórios para o MHB-mod assim como os fluxos de calor sensível. Logicamente o modelo de evolução térmica de lagos precisa de ajustes, principalmente quando se trata do coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z,t)$ , no entanto os perfis de temperatura obtidos pelo MHB-mod e os fluxos simulados são bem razoáveis tendo em vista as dificuldades de parametrização.

Neste trabalho são apresentadas diversas possibilidades para a estimativa dos termos do balanço de energia em lagos (radiação líquida, fluxo de calor latente, calor sensível e entalpia).

O termo mais complexo de se estimar é a entalpia, pois depende dos perfis de temperatura da água.

Além de permitir o cálculo do balanço de entalpia, o modelo de evolução térmica pode ser acoplado a modelos de qualidade da água ou modelos meteorológicos. O conjunto de dados necessários para a implementação de modelos de evolução térmica é pequeno; este conjunto é composto por séries completas de radiação solar incidente, velocidade média do vento, temperatura do ar, umidade relativa, nível d'água e pela curva cota-área do lago ou reservatório em questão.

Embora os balanços de energia  $Q$  estimados pelos modelos MHB e MHB-mod sejam muito parecidos recomendamos a utilização das equações de transferência (MHB-mod) pois os resultados para os fluxos são mais condizentes com os fluxos medidos, principalmente para a evaporação. Desta forma além de perfis de temperatura da água também são estimados fluxos  $H$  e  $LE$  relativamente confiáveis.

Os resultados obtidos para os fluxos  $H$  e  $LE$  permitem supor que a composição “equações de transferência + Teoria de Similaridade de Monin-Obukhov” tem um problema: para certas superfícies não podemos supor que as rugosidades superficiais de calor e vapor d'água são iguais.

Diversas melhorias podem ser feitas tanto no cálculo dos fluxos quanto no modelo de evolução térmica. Como recomendações para futuros trabalhos pode-se sugerir:

- Verificar o que acontece com os *runs* em que  $u_* < 0,2$ ;
- Fazer uma análise mais detalhada das situações de atmosfera neutra e não-neutra;
- Utilizar rugosidades superficiais diferentes para calor e vapor d'água e verificar a influência sobre os resultados dos fluxos de calor latente e sensível;
- Confirmar, através de análise minuciosa das direções do vento, a origem dos fluxos superficiais;

- Observação minuciosa da ocorrência de chuvas durante as medições realizadas através do MCT e verificação de valores errôneos de fluxos, visto que este método de medição falha quando ocorre precipitação;
- Estudo e obtenção de uma melhor parametrização para a rugosidade superficial de *momentum*  $z_0\tau$  incluindo condições para velocidades de fricção ( $u_*$ ) altas e baixas;
- Inclusão de parametrizações de difusividade turbulenta para diferentes camadas de lago ou obtenção de uma nova parametrização para o coeficiente  $K(z,t)$ ;
- Testar outras condições iniciais;
- Inclusão da advecção no cálculo da taxa de variação de entalpia;
- Implementação de um modelo bidimensional para a evolução da temperatura;
- Inclusão de um termo fonte e de um termo de advecção no modelo de evolução térmica;
- Análises físicas mais detalhadas do comportamento dos perfis de temperatura do lago e sua relação com os fluxos superficiais;
- Inclusão do modelo de evolução térmica em modelos de qualidade da água ou em modelos de mesoescala (como parte das interações superfície atmosfera);
- Desenvolver e testar uma parametrização simplificada para a difusividade turbulenta da água.

No capítulo 1 comentamos que a evaporação é um termo difícil de ser estimado. Além disso é extremamente importante para o cálculo da energia firme das usinas hidrelétricas. Isto vale tanto em termos de planejamento quanto em termos econômicos. Um termo geralmente não considerado neste tipo de cálculo é a taxa de variação de entalpia dos reservatórios. Este trabalho supre a falta de alternativas para a obtenção de estimativas confiáveis destes termos e conseqüentemente pode colaborar com a melhoria do planejamento energético do Brasil.

Os objetivos deste trabalho foram atingidos. Boas estimativas de fluxos superficiais foram obtidas e um modelo de evolução térmica para lagos profundos foi implementado gerando perfis de temperatura da água qualitativamente compatíveis com os perfis medidos.

## APÊNDICE A – Variáveis para o cálculo das radiações

### A.1 Coeficientes para o cálculo de $R_{sic}$

Os coeficientes  $T$ 's para o cálculo da radiação solar incidente de céu claro  $R_{sic}$  são calculados conforme Atwater e Brown *apud* Crawford e Duchon (1999).

Para o cálculo dos dois primeiros coeficientes  $T_r T_{pg}$  eles sugerem a seguinte expressão empírica

$$T_r T_{pg} = 1,021 - 0,084 \left[ m_0 \left( 9,49 \times 10^{-6} p + 0,051 \right) \right]^{1/2}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $m_0$  é a massa de ar óptico, calculada através de

$$m_0 = \frac{35}{\sqrt{1224 \cos^2 Z + 1}}. \quad (\text{A.2})$$

O coeficiente  $T_w$  é

$$T_w = 1 - 0,077 (w_{prec} m_0)^{0,3}, \quad (\text{A.3})$$

$w_{prec}$  é a água precipitável, que pode ser estimada a partir da temperatura do ponto de orvalho (usando McDonald *apud* Crawford e Duchon (1999))

$$w_{prec} = \exp(-\ln(\lambda + 1) + 0,0707 T_d - 17,95), \quad (\text{A.4})$$

$T_d$  está em Farenheit. A temperatura do ponto de orvalho  $T_d$  em Kelvin é dada por

$$T_d = \frac{-237,3 \ln \frac{e_a}{611}}{\ln \frac{e_a}{611} - 17,27} + 273,15, \quad (\text{A.5})$$

O coeficiente  $T_{aer}$  pode ser calculado através de

$$T_{aer} = 0,935^{m_0}. \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Cálculo de $H_{sv}$ – Hora solar verdadeira

A hora solar verdadeira  $H_{sv}$  é dada por

$$H_{sv} = H_0 + \frac{\lambda_r - \lambda_0}{15} + E_t \quad (\text{A.7})$$

onde  $H_0$  é a hora oficial do local (sem considerar o horário de verão),  $\lambda_r$  é a longitude oficial do local,  $\lambda_0$  é a longitude do meridiano central do fuso horário que engloba o local e  $E_t$  é a equação do tempo definida como a diferença entre a hora solar verdadeira e a hora solar média. A equação do tempo, em segundos, é dada por

$$E_t = 60 [229,18 (a + b \cos \Gamma - c \operatorname{sen} \Gamma - d \cos 2\Gamma - e \operatorname{sen} 2\Gamma)] \quad (\text{A.8})$$

onde  $a = 0,000075$ ,  $b = 0,001868$ ,  $c = 0,032077$ ,  $d = 0,014615$  e  $e = 0,04089$ .  $\Gamma$  é o ângulo diário

$$\Gamma = \frac{2\pi}{365} (d - 1) \quad (\text{A.9})$$

e  $d$  é o dia juliano.

## A.3 Cálculo de $\alpha_{sw}$ – Albedo de onda curta

Henderson-Sellers (1986) utilizou a seguinte equação para o cálculo de  $\alpha_{sw}$ :

$$\alpha_{sw} = \frac{86400 a}{2\pi\lambda} F \quad (\text{A.10})$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de meio dia,  $a$  é um parâmetro dependente da nebulosidade,  $F$  é um fator de integração e 86400 é o número de segundos de um dia. O parâmetro  $a$  é dado por

$$a = 0,02 + 0,01(0,5 - C) \left[ 1 - \operatorname{sen} \left( \frac{\pi(d - 81)}{183} \right) \right]. \quad (\text{A.11})$$

O comprimento de meio dia é obtido através de

$$H = \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta). \quad (\text{A.12})$$

O fator de integração  $F$  é determinado por

$$F = \frac{2 \tan^{-1} \sqrt{B}}{\sqrt{(b^2 - c^2)}} \quad \text{para } (b^2 - c^2) > 0 \quad \text{e} \quad (\text{A.13})$$

$$F = \frac{\ln\left(\frac{1+\sqrt{-B}}{1-\sqrt{-B}}\right)}{\sqrt{(-b+c^2)}} \quad \text{para } (b^2 - c^2) < 0 \quad (\text{A.14})$$

onde

$$b = a + \text{sen } \theta \text{ sen } \delta \quad (\text{A.15})$$

$$c = \cos \theta \cos \delta \quad (\text{A.16})$$

$$B = \frac{(b-c)}{(b+c)} \tan^2 \frac{\pi H}{172800}. \quad (\text{A.17})$$

## APÊNDICE B – Obtenção de $Ri$ e $K(z, t)$

As descrições abaixo foram feitas com base em Henderson-Sellers (1985) e Babajimopoulos e Papadopoulos (1986).

### B.1 $Ri$ e $K(z, t)$ por Henderson-Sellers (1985)

O coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$ , segundo Henderson-Sellers (1985), é dado por

$$K = \frac{\kappa u_* z}{P} \exp(-k^* z) (1 + 37 Ri^2)^{-1} \quad (\text{B.1})$$

onde o número de Richardson parametrizado é

$$Ri = \left\{ -1 + \sqrt{\frac{1 + 40 N^2 \kappa^2 z^2}{u_*^2 \exp(-2 k^* z)}} \right\} \frac{1}{20} \quad (\text{B.2})$$

$\kappa$  é a constante de von Kármán (igual a 0,4),  $k^*$  é um parâmetro relacionado ao perfil de Ekman dado por

$$k^* = 6,6 \sqrt{\sin \Phi} u^{-1,84}, \quad (\text{B.3})$$

onde  $\Phi$  é a latitude. A velocidade de fricção  $u_*$  é obtida através de

$$u_* \simeq 1,2 \times 10^{-3} u. \quad (\text{B.4})$$

$N$  é a frequência de Brunt-Vaisala, escrita por Hostetler e Bartlein (1990) como

$$N^2 = \frac{g}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial z} \quad (\text{B.5})$$



onde  $\rho_w$  é a densidade da água. A densidade da água, conforme Heggen (1983) *apud* Hostetler e Bartlein (1990) é dada pela seguinte função:

$$\rho_w = (1 - 1,9549 \times 10^{-5} |T_K - 277|^{1,68}) 10^3 \quad (\text{B.6})$$

onde  $T_K$  é a temperatura da superfície da água em Kelvin.

## B.2 $Ri$ e $K(z, t)$ por Babajimopoulos e Papadopoulos (1986)

A difusividade turbulenta  $K(z, t)$  é obtida em função de um parâmetro de estabilidade  $f$ , em geral dado pelo número de Richardson, ou seja,

$$K = K_0 f(Ri), \quad (\text{B.7})$$

onde  $K_0$  é a difusividade turbulenta sem estratificação, ou seja, para condições de atmosfera neutra. O coeficiente  $K_0$  pode ser obtido através de

$$K_0 = \Theta u_*, \quad (\text{B.8})$$

onde  $\Theta$  é uma constante e  $u_*$  é a velocidade de fricção definida como

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho_w}}, \quad (\text{B.9})$$

$\tau_s$  é a tensão de cisalhamento sobre a superfície. Os autores sugerem que a tensão de cisalhamento pode ser calculada por

$$\tau_s = 2,25 \times 10^{-6} u^2. \quad (\text{B.10})$$

O parâmetro de estabilidade  $f(Ri)$  é da forma

$$f(Ri) = (1 + \gamma Ri)^\lambda; \quad (\text{B.11})$$

$\gamma$  e  $\lambda$  são constantes empíricas e o número de Richardson é dado por

$$Ri = -\alpha_v g \frac{\partial T / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2}, \quad (\text{B.12})$$

$\alpha_v$  é o coeficiente de expansão volumétrica da água (adimensional) e o gradiente de velocidade  $\partial u / \partial z$  pode ser razoavelmente aproximado pela lei da parede, ou seja,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z}. \quad (\text{B.13})$$

Portanto  $Ri$  pode ser escrito como

$$Ri = -\alpha_v g z^2 \kappa^2 \frac{\partial T / \partial z}{u_*^2}. \quad (\text{B.14})$$

O coeficiente de expansão volumétrica  $\alpha_v$  é obtido pelas relações

$$\alpha_v = 1,43 \times 10^{-5} T(z) - 0,540 \times 10^{-4} \quad T(z) \leq 11^\circ\text{C} \quad (\text{B.15})$$

$$\alpha_v = 1,14 \times 10^{-5} T(z) - 0,209 \times 10^{-4} \quad T(z) \geq 11^\circ\text{C} \quad (\text{B.16})$$

Com estas equações é possível calcular o coeficiente de difusividade turbulenta  $K(z, t)$ .

## APÊNDICE C – Soluções numéricas para equação da difusão utilizando o MDF

Supondo que a equação da difusão de calor em um lago é

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (\text{C.1})$$

onde  $T$  é a temperatura (em Celsius),  $\alpha$  é o coeficiente de difusividade térmica (considerado igual a  $1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  nestes testes) e  $z$  é a profundidade (em m). Vamos utilizar dois conjuntos diferentes de condições de contorno.

O primeiro conjunto de condições de contorno, considerando um lago de profundidade unitária, será:

- a condição inicial, com  $0 \leq z \leq 1$

$$T(z, 0) = 1 \quad (\text{C.2})$$

- a condição de contorno em  $z = 0$

$$\frac{\partial T}{\partial z}(0, t) = F \quad (\text{C.3})$$

- a condição de contorno em  $z = 1$

$$\frac{\partial T}{\partial z}(1, t) = -F. \quad (\text{C.4})$$

Com estas condições de contorno é possível obter a seguinte solução analítica (SMITH, 1985):

$$T = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sec \beta_n}{3 + 4\beta_n^2} \exp(-4\beta_n^2 t) \cos 2\beta_n(z - 1/2) \right\} \quad (\text{C.5})$$

válida para  $0 < z < 1$  e

$$\beta \tan \beta = \frac{1}{2} \quad (\text{C.6})$$

Nos testes 1 e 2 as soluções numéricas serão comparadas com esta solução analítica. A equação C.6 foi resolvida iterativamente através do método da bissecção. A rotina escrita abaixo em linguagem C mostra o algoritmo de solução:

```

double bisseccao(
    double ak, //chute inicial
    double bk //chute inicial
)
{
//-----
//variáveis
//-----
int jmax = 30; //valor máximo de j
/*-----*/
int i, //contador no espaço
j; //contador no tempo
double mk, media,
erro;
double fmk[1000];
//-----
for (j=1; j<=jmax; j++)
{
mk = (ak + bk)/2.0;
fmk[j] = mk*tan(mk) - 0.5; //equação a ser resolvida
if (fmk[j] < 0.0)
{
ak = mk;
bk = bk;
}
if (fmk[j] > 0.0)
{
ak = ak;
bk = mk;
}
erro = abs(fmk[j] - fmk[j-1]);
media = mk;
}
return media;
}

```

O segundo conjunto de condições inicial e de contorno é

- em  $t = 0$ ,  $T(0) = T_0$
- a condição de contorno na superfície ( $z = 0$ ) é do tipo Neumann

$$\alpha \rho_w c_w \frac{\partial T}{\partial z}(0, t) = -Q, \quad (\text{C.7})$$

onde  $\rho_w$  é a densidade da água ( $1000 \text{ kg m}^{-3}$ ) e  $c_w$  é o calor específico da água a pressão

constante ( $4186 \text{ Jkg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ). Vamos supor que o fluxo de calor  $Q$  é dado pela senóide

$$Q = Q_0 \text{sen} \left( \frac{2\pi j \Delta t}{P} \right), \quad (\text{C.8})$$

$Q_0$  é um fluxo prescrito na superfície,  $P$  é o período da senóide,  $j\Delta t$  é o tempo percorrido até o passo de tempo  $j$ ;

- a condição de contorno no fundo ( $z = h$ ) também é semelhante a anterior porém com  $Q = 0$ , isto é,

$$\alpha \rho c_w \frac{\partial T}{\partial z}(0, t) = 0. \quad (\text{C.9})$$

Vamos considerar um lago de profundidade  $h = 10 \text{ m}$ . Como há um fluxo de calor prescrito no contorno será verificada a conservação de energia nos testes 3, 4 e 5.

A discretização das equações para cada um dos testes é mostrada nas próximas seções.

## C.1 Teste 1

O primeiro teste envolve uma discretização explícita, com diferenças centrais no espaço e progressivas no tempo para a equação C.1; diferenças progressivas são utilizadas para as condições de contorno C.3 e C.4. Escrevendo inicialmente C.1 em forma de diferenças finitas obtemos

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(\Delta z)^2} [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}].$$

Isolando o termo  $T_{i,j+1}$ , temos

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}] \quad (\text{C.10})$$

que é uma aproximação de primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço.

A condição de contorno C.3 para  $i = 0$  utilizando diferenças progressivas fica

$$\frac{1}{(\Delta z)} [T_{1,j} - T_{0,j}] = F_{0,j}$$

ou seja,

$$T_{0,j} = T_{1,j} - \Delta z F_{0,j}. \quad (\text{C.11})$$

Da mesma forma C.4 em  $z = 1$  ou  $i = i_{max}$

$$\frac{1}{(\Delta z)} [T_{i_{max},j} - T_{i_{max}-1,j}] = -F_{i_{max},j}.$$

Isolando  $T_{i_{max},j}$  obtém-se

$$T_{i_{max},j} = T_{i_{max}-1,j} - \Delta z F_{i_{max},j}. \quad (\text{C.12})$$

## C.2 Teste 2

O segundo teste também utiliza discretização explícita com diferenças centrais no espaço e progressivas no tempo para a equação C.1. As condições de contorno C.3 e C.4 serão discretizadas utilizando diferenças centrais. A discretização da equação da difusão é dada por C.10. A condição de contorno C.3 discretizada com diferenças centrais fica

$$\frac{1}{(2\Delta z)} [T_{1,j} - T_{-1,j}] = Q_{0,j}.$$

O ponto  $T_{-1,j}$  é uma temperatura fictícia inserida num ponto externo da malha conforme mostrado na seção 2.9.3. Para resolver este ponto é necessário outra equação. Esta outra equação pode ser a C.10 escrita para  $z = 0$ , assim o ponto  $T_{-1,j}$  é eliminado entre as duas (SMITH, 1985). Primeiramente vamos isolar  $T_{-1,j}$  da equação anterior,

$$T_{-1,j} = T_{1,j} - 2\Delta z Q_{0,j}. \quad (\text{C.13})$$

A equação C.10 escrita para  $z = 0$  ( $i = 0$ ) é

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{1,j} - T_{0,j} - \Delta z Q_{0,j}], \quad (\text{C.14})$$

e substituindo a equação C.13 na equação acima obtém-se

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{1,j} - (1 + \Delta z)T_{0,j}]. \quad (\text{C.15})$$

A segunda condição de contorno (C.4 fica

$$\frac{1}{(2\Delta z)} [T_{N+1,j} - T_{N-1,j}] = Q_{N,j}.$$

onde  $N$  é o número de nós em  $z$ . O ponto  $T_{N+1,j}$  é um ponto fictício. Isolando este ponto ficamos com

$$T_{N+1,j} = T_{N-1,j} + 2\Delta z Q_{N,j}. \quad (\text{C.16})$$

A equação C.10 escrita para  $z = 1$  ou  $i = N$  é

$$T_{N,j+1} = T_{N,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{N-1,j} - 2T_{N,j} + T_{N+1,j}]. \quad (\text{C.17})$$

Substituindo a equação C.16 na equação acima obtém-se

$$T_{N,j+1} = T_{N,j} + \frac{2\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{N-1,j} - T_{N,j} - \Delta z Q_{N,j}]. \quad (\text{C.18})$$

Então o conjunto de equações que deve ser resolvido inclui C.10, C.15 e C.18.

### C.3 Teste 3

O terceiro teste envolve o método explícito com uma discretização por diferenças centrais para o segundo conjunto de condições de contorno. A conservação da energia será verificada conforme mostrado na seção 2.9.4.

A discretização explícita da equação da difusão é dada por C.10. Discretizando a primeira condição de contorno (C.7) com diferenças centrais

$$\frac{\alpha \rho c_w}{(2\Delta z)} [T_{1,j} - T_{-1,j}] = -Q.$$

e isolando  $T_{-1,j}$  obtém-se

$$T_{-1,j} = T_{1,j} + \frac{2\Delta z Q}{\alpha \rho c_w}. \quad (\text{C.19})$$

Agora, escrevendo a equação C.10 para  $i = 0$

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{-1,j} - 2T_{0,j} + T_{1,j}] \quad (\text{C.20})$$

e substituindo C.19 na anterior obtém-se a seguinte equação de diferenças finitas para  $z = 0$

$$T_{0,j+1} = T_{0,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2} \left[ T_{1,j} - 2T_{0,j} + \frac{\Delta z Q}{\alpha\rho c_w} \right]. \quad (\text{C.21})$$

A condição de contorno para  $z = h$  é dada pela equação C.9. Seguindo os mesmos passos para a discretização da condição em  $z = 0$ , obtém-se

$$T_{N+1,j} = T_{N-1,j}. \quad (\text{C.22})$$

Escrevendo C.10 para  $i = N$  temos

$$T_{N,j+1} = T_{N,j} + \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{N-1,j} - 2T_{N,j} + T_{N+1,j}]; \quad (\text{C.23})$$

substituindo C.22 na equação anterior obtém-se a equação para a condição de contorno em  $z = h$ ,

$$T_{N,j+1} = T_{N,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2} [T_{N-1,j} - T_{N,j}]. \quad (\text{C.24})$$

O conjunto de equações que deve ser resolvido neste terceiro teste é composto por C.10, C.21 e C.24.

## C.4 Teste 4

O quarto teste utiliza o método de MacCormack para resolver a equação da difusão com as condições de contorno C.7 e C.9 discretizadas com diferenças centrais (utilizando um ponto fictício, ou seja, as equações foram encontradas da mesma forma que no exemplo anterior). Como foi mostrado na seção 2.9.2.2, este é um método preditor-corretor e para a equação da difusão temos como passo *preditor*

$$\overline{T_{i,j+1}} = T_{i,j} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta z} (T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}) \quad (\text{C.25})$$

onde as barras indicam que o valor é o *previsto*. O passo *corretor* é

$$T_{i,j+1} = \frac{T_{i,j} + \overline{T_{i,j+1}}}{2} + \frac{\alpha\Delta t}{2(\Delta z)^2} (\overline{T_{i-1,j+1}} - 2\overline{T_{i,j+1}} + \overline{T_{i+1,j+1}}). \quad (\text{C.26})$$



As equações predictoras das condições de contorno são, respectivamente para C.7 e C.9, as seguintes:

$$\overline{T_{0,j+1}} = T_{0,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{\Delta z^2} \left( T_{1,j} - T_{0,j} + \frac{Q_{j+1}\Delta z}{\rho c_w \alpha} \right) \quad (\text{C.27})$$

$$\overline{T_{N,j+1}} = T_{N,j} + \frac{2\alpha\Delta t}{\Delta z^2} (T_{N-1,j} - T_{N,j}). \quad (\text{C.28})$$

Os corretores para cada uma destas equações são

$$T_{0,j+1} = \frac{T_{0,j} + \overline{T_{0,j+1}}}{2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta z^2} \left( \overline{T_{1,j+1}} - \overline{T_{0,j+1}} + \frac{Q_{j+1}\Delta z}{\rho c_w \alpha} \right) \quad (\text{C.29})$$

$$T_{N,j+1} = \frac{T_{N,j} + \overline{T_{N,j+1}}}{2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta z^2} (\overline{T_{N-1,j+1}} - \overline{T_{N,j+1}}) \quad (\text{C.30})$$

O conjunto de equações C.25 a C.30 dão a solução da equação da difusão através do método de MacCormack.

## C.5 Teste 5

Para o último teste será utilizado o método de Cranck-Nicholson. Como foi mostrado na seção 2.9.2.3 o método de Cranck-Nicholson é uma média entre as discretizações da equação C.1 nos tempos  $j$  e  $j+1$ . A equação 2.98 é repetida aqui:

$$-sT_{i-1,j+1} + (2+2s)T_{i,j+1} - sT_{i+1,j+1} = sT_{i-1,j} + (2-2s)T_{i,j} + sT_{i+1,j}, \quad (\text{C.31})$$

onde  $s = \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2}$ .

A discretização das condições de contorno com diferenças centrais, já com os termos de  $T_{-1,j}$  e  $T_{N+1,j}$  isolados, são dadas respectivamente pelas equações C.19 e C.22. A forma de obter as equações para o cálculo dos valores de temperatura nos contornos é a mesma dos exemplos anteriores. Primeiramente vamos escrever a equação C.31 para  $i=0$

$$-sT_{-1,j+1} + (2+2s)T_{0,j+1} - sT_{1,j+1} = sT_{-1,j} + (2-2s)T_{0,j} + sT_{1,j}$$

e substituir  $T_{-1,j}$  (equação C.19) que resulta em

$$(1+s)T_{0,j+1} - sT_{1,j+1} = (1-s)T_{0,j} + sT_{1,j} + \frac{2s\Delta z Q}{\alpha \rho c_w}. \quad (\text{C.32})$$

Agora vamos escrever C.31 para  $i = N$

$$-sT_{N-1,j+1} + (2+2s)T_{N,j+1} - sT_{N+1,j+1} = sT_{N-1,j} + (2-2s)T_{N,j} + sT_{N+1,j}, \quad (\text{C.33})$$

e substituir  $T_{N+1,j}$  (equação C.22). Obtemos então, para  $z = h$ ,

$$-sT_{N-1,j+1} + (1+s)T_{N,j+1} = sT_{N-1,j} + (1-s)T_{N,j}. \quad (\text{C.34})$$

As equações C.31, C.32 e C.34 formam um sistema de equações que pode ser escrito na forma matricial, ou seja,

$$[\mathbf{S}] [T_{i,j+1}] = [f(T_{i,j})]. \quad (\text{C.35})$$

Dentre as diversas formas possíveis de escrever matricialmente este sistema optou-se por um sistema com  $N+2$  equações (porque os índices das equações vão de 0 até  $N+1$ ) já que somente os fluxos são conhecidos nos contornos e as temperaturas  $T_{0,j+1}$  e  $T_{N,j+1}$  também são incógnitas e precisam ser resolvidas implicitamente. A matriz tridiagonal  $[\mathbf{S}]$  é

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} 1+s & -s & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & 2+2s & -s & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s & 2+2s & -s & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -s & 2+2s & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -s & 2+2s & -s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -s & 1+s \end{bmatrix}, \quad (\text{C.36})$$

a matriz coluna  $T_{i,j+1}$  é

$$\begin{bmatrix} T_{i,j+1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} T_{0,j+1} & T_{1,j+1} & \dots & T_{i,j+1} & \dots & T_{N-1,j+1} & T_{N,j+1} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.37})$$

e o lado direito é

$$\left[ f(T_{i,j}) \right] = \begin{bmatrix} (1-s)T_{0,j} + sT_{1,j} + \frac{2s\Delta z Q}{\alpha\rho c_w} \\ sT_{0,j} + (2+2s)T_{1,j} + sT_{2,j} \\ \dots \\ sT_{i-1,j} + (2+2s)T_{i,j} + sT_{i+1,j} \\ \dots \\ sT_{N-2,j} + (2+2s)T_{N-1,j} + sT_{N,j} \\ sT_{N-1,j} + (1-s)T_{N,j} \end{bmatrix} \quad (\text{C.38})$$

As equações do sistema formado por C.36, C.37 e C.38 também podem ser escritas na forma

$$a_i T_{i-1,j+1} + b_i T_{i,j+1} + c_i T_{i+1,j+1} = d_i \quad (\text{C.39})$$

para  $i$  entre 1 e  $N-1$ , onde

$$a_i = -s, \quad (\text{C.40})$$

$$b_i = 2+2s, \quad (\text{C.41})$$

$$c_i = -s, \quad (\text{C.42})$$

$$d_i = sT_{i-1,j} + (2+2s)T_{i,j} + sT_{i+1,j}. \quad (\text{C.43})$$

A condição de contorno para  $z=0$  é escrita como

$$d_0 = b_0 T_{0,j+1} + c_0 T_{1,j+1} \quad (\text{C.44})$$

onde

$$b_0 = 1+s, \quad (\text{C.45})$$

$$c_0 = -s, \quad (\text{C.46})$$

$$d_0 = (1-s)T_{0,j} + \frac{2s\Delta z Q}{\alpha\rho c_w}; \quad (\text{C.47})$$

para  $z = h$  temos

$$a_N T_{N-1,j+1} + b_N T_{N,j+1} = d_N, \quad (\text{C.48})$$

onde

$$a_N = -s, \quad (\text{C.49})$$

$$b_N = 1 + s, \quad (\text{C.50})$$

$$d_N = sT_{N-1,j} + (1 - s)T_{N,j}. \quad (\text{C.51})$$

Para resolver o sistema de equações tridiagonal utiliza-se o algoritmo de Thomas ou TDMA (*Tridiagonal Matrix Algorithm*). Este algoritmo é uma forma simplificada da Eliminação de Gauss. Abaixo é apresentada uma implementação em C do algoritmo *tdma* apresentado no capítulo 6. As variáveis de entrada desta rotina são os vetores, com  $N + 2$  posições,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_i$  mostrados acima. Como resultado obtém-se os valores do vetor-coluna (ou matriz-coluna)  $T_{i,j+1}$ , que na rotina é representado pelo *array*  $x$ .

```

/*-----
Rotina para solução de um sistema tridiagonal de equações lineares
--> ALGORITMO DE THOMAS ou TDMA
-----*/
void my_tdma(
    double a[], //diagonal inferior da matriz
    double b[], //diagonal principal da matriz
    double c[], //diagonal superior da matriz
    double d[], //lado direito da matriz
    double x[], //incógnitas da matriz
    int n //número de equações do sistema
)
{
/*-----
Declarando as variáveis auxiliares
-----*/
    int i;
    double w[n+1], q[n+1], g[n+1];
/*-----
1) Eliminação: reduz os termos da diagonal principal a 1
-----*/
    w[0] = b[0];
    q[0] = c[0]/w[0];
    g[0] = d[0]/w[0];
    for(i=1; i<n; i++)
    {
        w[i] = b[i] - a[i]*q[i-1];
        q[i] = c[i]/w[i];
        g[i] = (d[i] - a[i]*g[i-1])/(w[i]);
    }
    w[n] = b[n] - a[n]*q[n-1];
    g[n] = (d[n] - a[n]*g[n-1])/(w[n]);
/*-----

```

2) *Substituição ordenada*

```

x[n] = g[n];
for (i=(n-1); i>=0; i--)
{
  x[i] = g[i] - q[i]*x[i+1];
}
}

```

## C.6 Resultados

Foram testados 4 conjuntos de valores de  $\Delta z$  e  $\Delta t$ . Estes conjuntos são mostrados na tabela C.1. Os testes 1, 2, 3, 4 e 5 foram realizados utilizando diferentes conjuntos de  $\Delta z$  e  $\Delta t$ . A tabela

Conjunto	$\Delta z$ (m)	$\Delta t$ (s)	$s = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2}$
A	0,1	0,0025	0,25
B	0,2	0,002	0,5
C	2,0	2,0	0,5
D	0,5	10,0	40,0

Tabela C.1: Conjuntos de  $\Delta z$ 's e  $\Delta t$ 's utilizados.

C.2 mostra os conjuntos de  $\Delta t$  e  $\Delta z$  utilizados em cada um dos 5 testes.

Teste	Conjunto de $\Delta z$ e $\Delta t$ (C.1)
1	A
1	B
2	A
2	B
3	A
3	B
3	C
4	A
4	B
4	C
5	B
5	D

Tabela C.2: Testes realizados e conjuntos de  $\Delta z$  e  $\Delta t$  utilizados.

As figuras C.1 a C.10 mostram os resultados obtidos em cada um dos testes.

A tabela C.3 mostra as raízes do erro médio quadrático entre  $\Delta U$  e  $Q$  para os testes 3, 4 e 5.

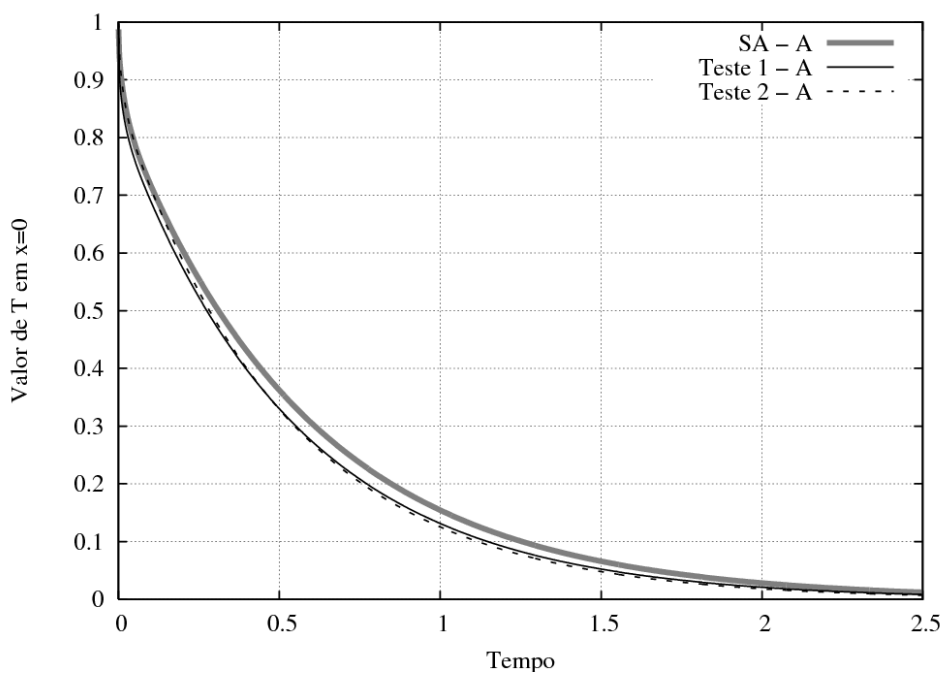


Figura C.1: Comparação entre os testes 1-A, 2-A e a respectiva solução analítica.

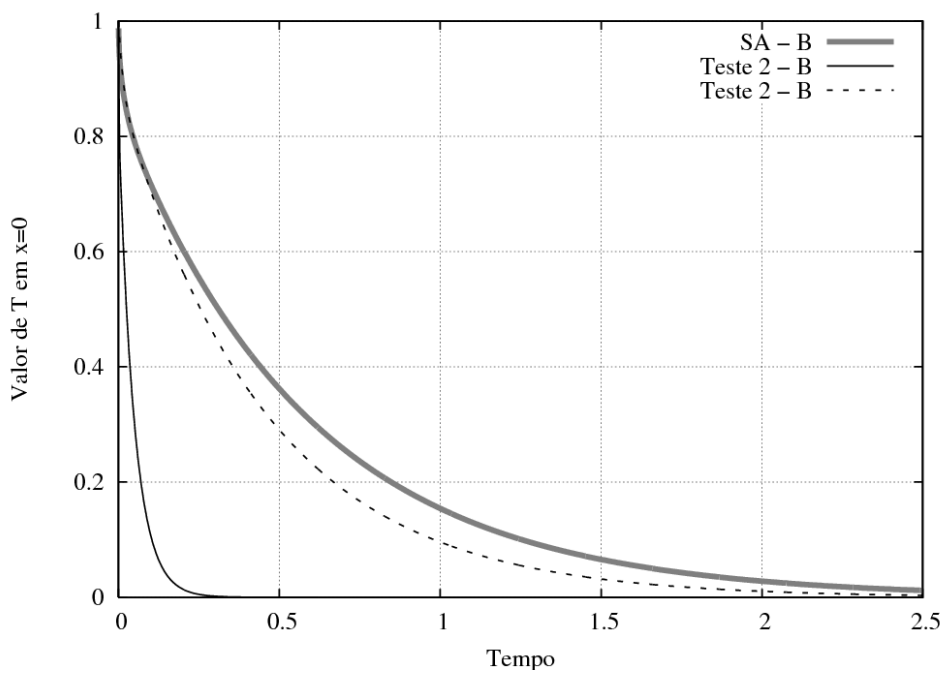


Figura C.2: Comparação entre os testes 1-B, 2-B e a respectiva solução analítica.

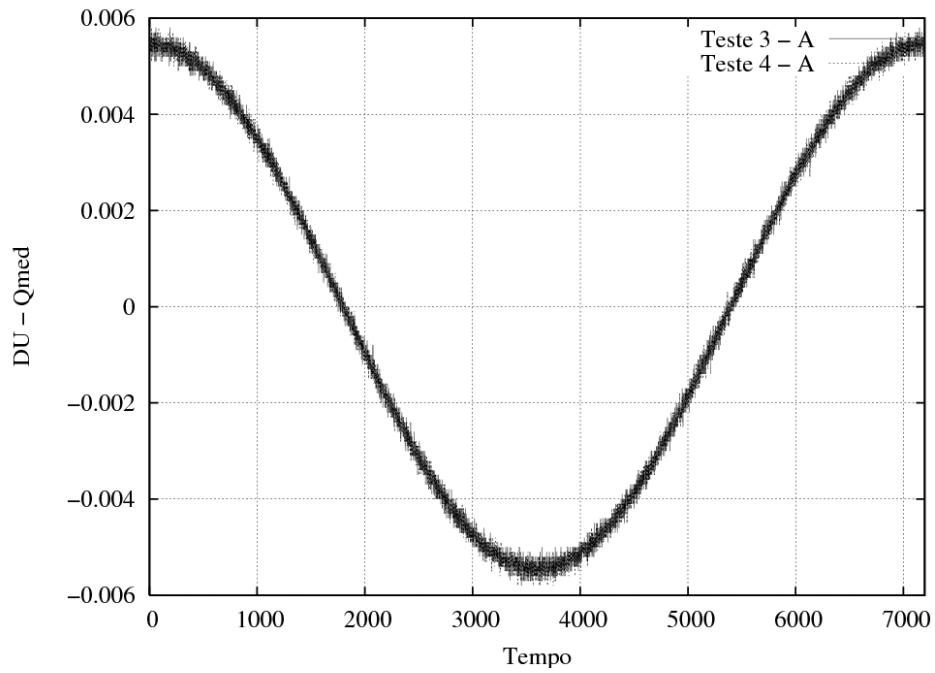


Figura C.3: Diferença entre os valores de  $\Delta U$  e  $Q$  para os testes 3-A e 4-A.

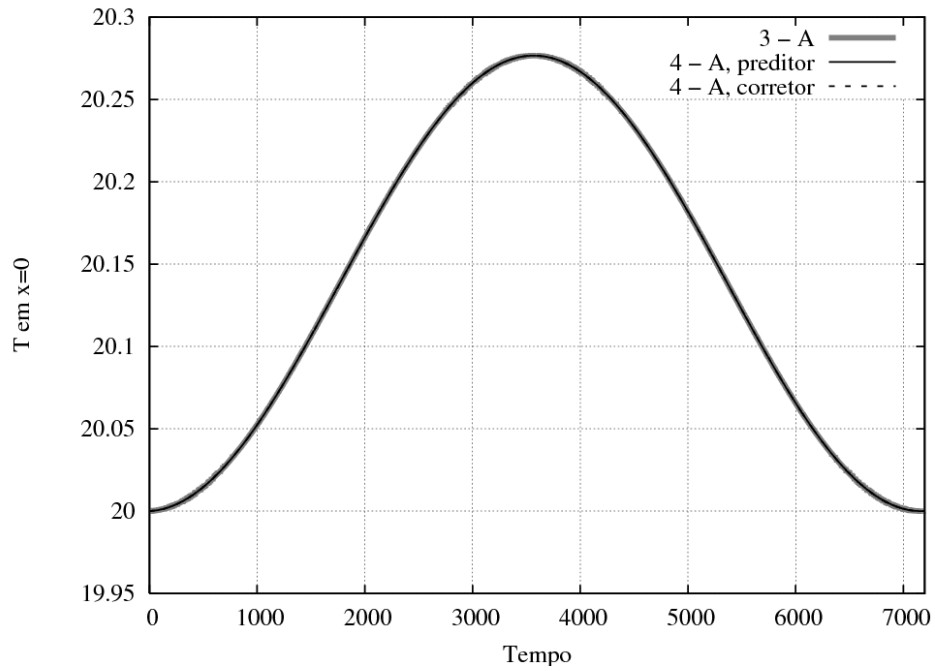


Figura C.4: Resultados obtidos em  $x_0$  para os testes 3-A e 4-A.

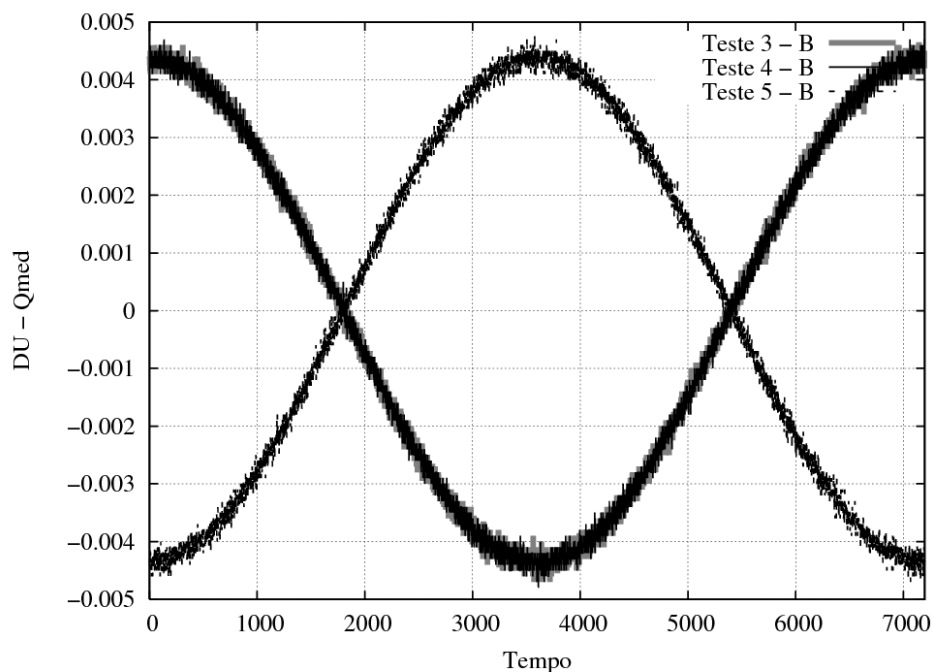


Figura C.5: Diferença entre os valores de  $\Delta U$  e  $Q$  para os testes 3-B, 4-B e 5-B.

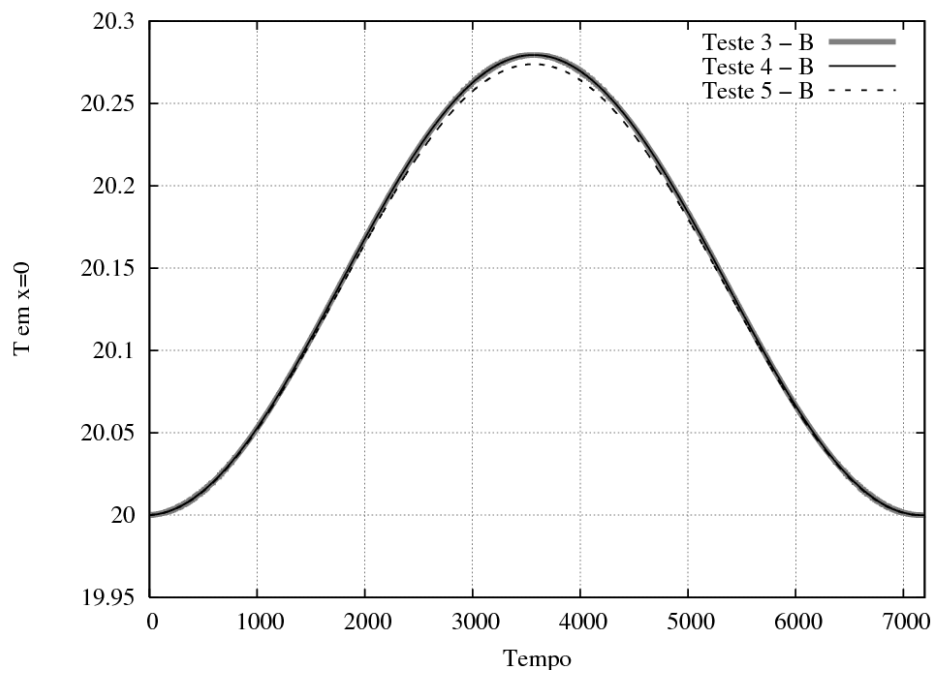


Figura C.6: Resultados obtidos em  $x_0$  para os testes 3-B, 4-B e 5-B.



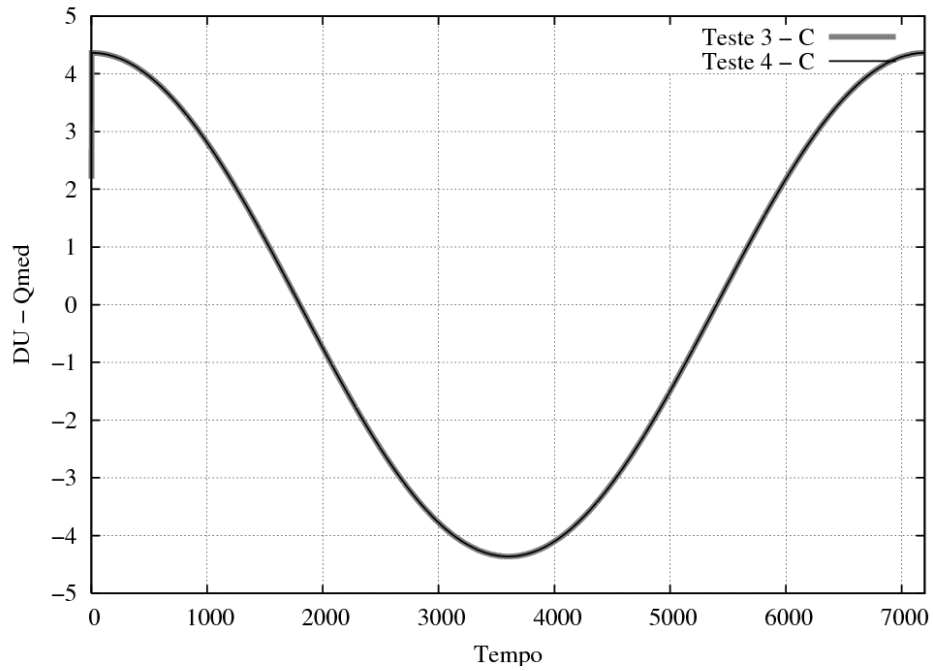


Figura C.7: Diferença entre os valores de  $\Delta U$  e  $Q$  para os testes 3-C e 4-C.

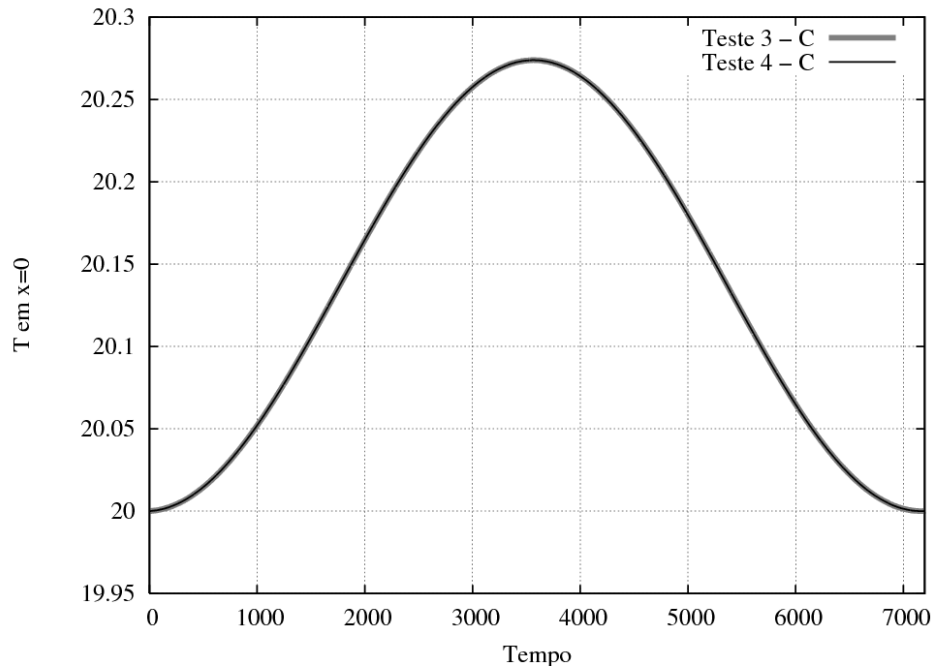


Figura C.8: Resultados obtidos em  $x_0$  para os testes 3-C, e 4-C.

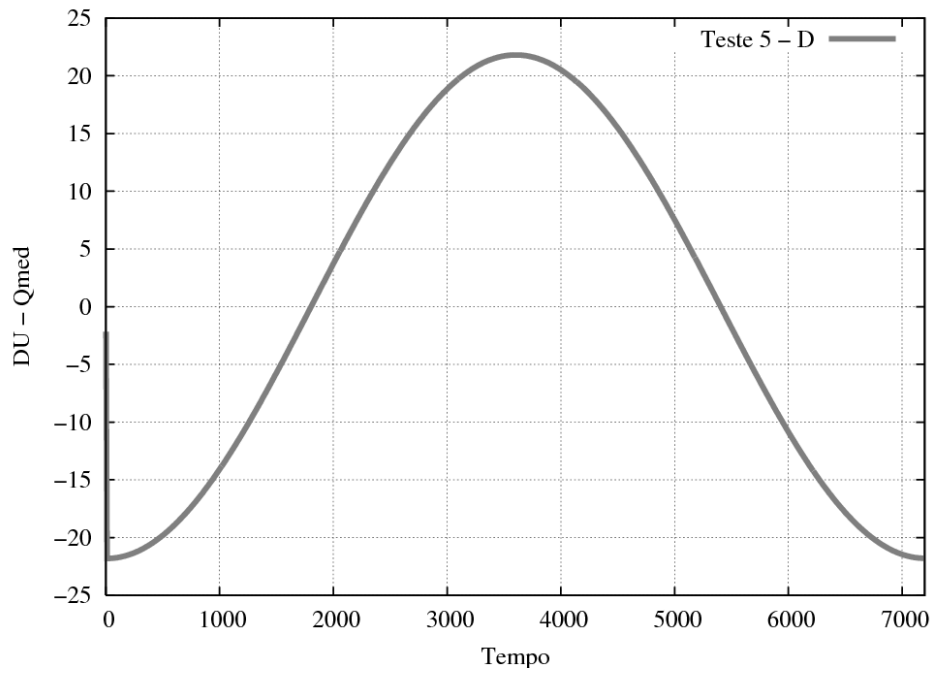


Figura C.9: Diferença entre os valores de  $\Delta U$  e  $Q$  para o teste 5-D.

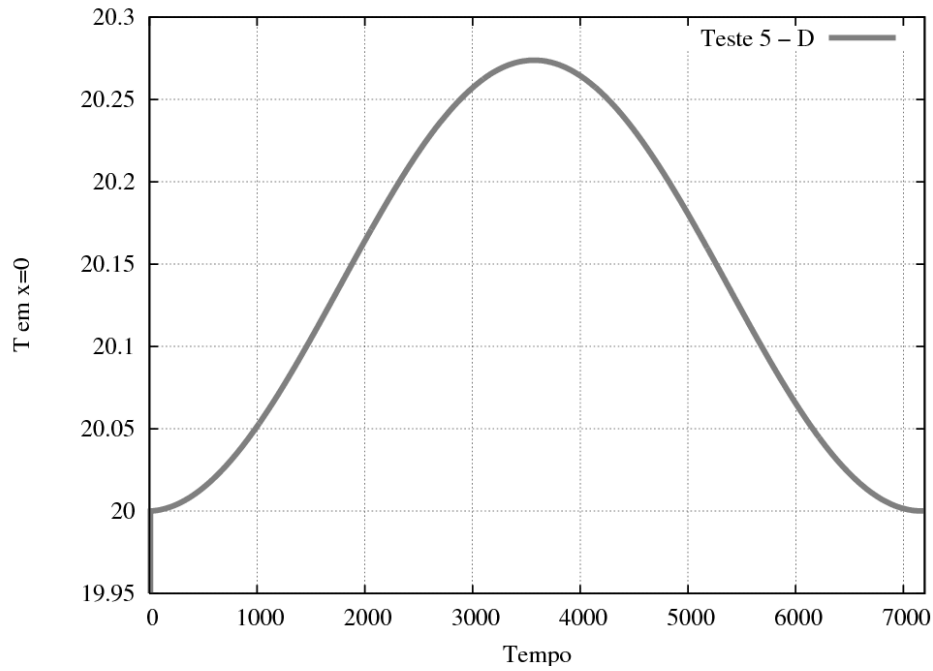


Figura C.10: Resultados obtidos em  $x_0$  para o teste 5-D.

Teste	REMQ
3 - A	6,548687
3 - B	5,858113
3 - C	185,120099
4 - A	6,548658
4 - B	5,859304
4 - C	185,120099
5 - B	0,003088
5 - D	15,426628

Tabela C.3: Raízes do erro médio quadrático.

### C.6.1 Observações

Algumas observações em relação aos resultados apresentados anteriormente devem ser feitas. A primeira delas é que para uma equação diferencial de segunda ordem os resultados e os erros obtidos são os mesmos tanto para o método de Euler explícito quanto para o método de MacCormack. Segundo, os erros para os métodos explícito e implícito de Cranck-Nicholson, utilizando mesmos valores de  $\Delta z$  e  $\Delta t$  tem sinais opostos porém o mesmo valor em módulo. A terceira observação é que quanto menores os valores de  $\Delta z$  e  $\Delta t$ , menores serão os erros cometidos.

A vantagem de se utilizar o método de Cranck-Nicholson é o fato dele ser incondicionalmente estável. Obviamente quanto maiores os valores de  $\Delta z$  e  $\Delta t$  maiores serão os erros, por exemplo, se dobrarmos o valor de  $\Delta z$  o erro terá um aumento da ordem de  $\Delta z^2$ . O método de Cranck-Nicholson permite utilizar discretizações menores em  $z$  e maiores em  $t$ , sem necessidade de atender a um critério de convergência. Num método explícito são necessários passos de tempo extremamente pequenos para se obter resultados razoáveis, o que torna ‘cara’ a sua implementação computacional.

Quanto às condições de contorno, como pode-se notar nas figuras C.1 e C.2 é melhor utilizar um ponto fictício para se obter uma acurácia maior, principalmente em problemas nos quais os contornos determinam a solução, como é o caso de um perfil de temperatura de um lago onde as variações de temperatura são respostas ao que acontece na superfície.

## APÊNDICE D – Funções de interpolação para hora e dados

As rotinas que seguem foram utilizadas para interpolar os dados e o tempo.

Para interpolação dos dados foi utilizada a função *interpola*, listada abaixo.

```

void interpola(
    int jmax,          //número máximo de interpolações
    double x2,        //valor final da variável que será interpolada (tempo n+1)
    double x1,        //valor inicial da variável que será interpolada (tempo n)
    double x[]        //valores interpolados entre j=0 e j=jmax
)
{
    int j;
    double deltax;
    /*-----*/
    /*Calculando o valor do deltax ou incremento da variável a cada passo de
    interpolação*/
    deltax = (x2 - x1)/jmax;
    /*-----*/
    /*Calculando os valores interpolados*/
    for(j=0; j<jmax; j++)
    {
        x[j] = x1 + deltax*j;
    }
    return;
}

```

Para a interpolação das horas foi utilizada a função *interpolahora*, listada abaixo.

```

/*-----
Função para interpolar horas (dados horários)
OBS. IMPORTANTE: AS HORAS VÃO DE 01:00 até 24:00
-----*/

void interpolahora (
    int jmax,      //número máximo de interpolações
    int hora2,    //valor final da variável que será interpolada (tempo n+1)
    int hora1,    //valor inicial da variável que será interpolada (tempo n)
    int hora[]    //valores interpolados entre j=0 e j=jmax
)
{
    int deltahora, j;
/*-----
correção para a meia-noite
-----*/

    if(hora1 == 86400)
    {
        hora1 = 0;
    }
/*-----
Calculando o valor do deltax ou incremento da variável a cada passo de
interpolação
-----*/

    deltahora = (hora2 - hora1)/jmax;
/*-----
Calculando os valores interpolados
-----*/

    // hora[0] = hora1;
    for(j=0; j<jmax; j++)
    {
        hora[j] = hora1 + deltahora*j;
    }
return;

```

## APÊNDICE E – Rotinas para estabilização de perfil de temperatura

Estas rotinas são implementações dos algoritmos apresentados na seção 6.4.

### E.1 Rotina *fix\_profile*

```

void fix_profile(
    int n,           // número de pontos no perfil (começando em 0)
    double T[],     // o perfil
    double area[]  // 'perfil' de área do lago no nível i
)
{
    // -----
    // declaração de variáveis
    // -----
    int i, j;
    // -----
    // verificando o perfil do fundo para a superfície
    // -----
    for ( i = n ; i > 0 ; i-- )
    {
        for ( j = 0 ; j < i ; j++ )
        {
            if ( T[i] > T[j] )
            {
                change_profile(T, i, j, area);    //funcao de estabilizacao do perfil
                break;
            }
        }
    }
    return ;
}

```

## E.2 Rotina *change\_profile*

```

void change_profile(
    double T[], // perfil de temperatura
    int i,      // ponto de instabilidade que estou procurando
    int inst,   // ponto de instabilidade que eu encontrei
    double area[] // area do lago no nível i
)
{
    double A, // área*temp que deve ser preservada
           An, // área*temp após a estabilização --> checagem
           B, // soma das áreas
           Tconst; // temperatura média dos pontos estabilizados
    int
        j,
        jmin, // o ponto antes da região de temp. constante
        jmin0, // o primeiro ponto que vai mudar de temperatura
        jmax, // o ponto após a região de temperatura constante
        jmax0, // o último ponto a mudar de temperatura
        min, // marca jmin = inst[i] = 0
        max; // marca jmax = i = N
    // -----
    // definindo quem é jmin0
    // -----
    jmin = inst - 1 ;
    if ( jmin < 0 )
    {
        jmin = 0 ;
        min = 1;
        jmin0 = jmin ;
    }
    else
    {
        min = 0 ;
        jmin0 = inst;
    }
    // -----
    // definindo quem é jmax0
    // -----
    jmax = i + 1 ;
    if (jmax > N )
    {
        jmax = N ;
        max = 1 ;
        jmax0 = jmax ;
    }
    else
    {
        max = 0 ;
        jmax0 = i ;
    }
    // -----
    // Calculando a média ponderada entre a temperatura e a área
    // -----
    A = 0.0 ;
    B = 0.0;
    for ( j = jmin ; j <= jmax0 ; j++ )
    {
        A += T[j]*area[j];
        B += area[j];
    }
    // -----
    // Compondo os coeficientes
    // A = B*Tconst
    // -----
    B = 0.0 ;
    // -----
    // finalmente vamos obter a nova temperatura
    // -----
    Tconst = (A)/B;
    // -----

```

```
// Substituindo as temperaturas que serão estabilizadas
// -----
for ( j = jmin ; j <= jmax0 ; j++ ) {
    T[j] = Tconst ;
}
// -----
// Recalculando o valor de T[j]*area[j] para verificação
// -----
An = 0.0 ;
for ( j = jmin ; j <= jmax0 ; j++ ) {
    An += T[j]*area[j] ;
}
}
```



## APÊNDICE F – Testando o MHB-mod com outros valores de $\Delta t$

Nas próximas seções são apresentados os perfis de temperatura da água obtidos para testes realizados com o MHB-mod utilizando os seguintes passos de tempo:

- $\Delta t = 60$  segundos (1 minuto);
- $\Delta t = 120$  segundos (2 minutos);
- $\Delta t = 300$  segundos (5 minutos) e
- $\Delta t = 600$  segundos (10 minutos)

e  $\Delta z$  de 0,5 metros Serão apresentadas figuras contendo:

- verificação da conservação da energia;
- comparação entre temperaturas superficiais medidas e simuladas e
- comparação entre perfis de temperatura simulados e medidos.

A forma de obtenção destes resultados são idênticas às que foram utilizadas no capítulo 6.

### F.1 Conservação da energia

Nas figuras F.1 a F.4 desta seção observamos que quanto maior o passo de tempo maior é a discrepância entre a entrada de energia na superfície do lago e sua variação interna de energia.

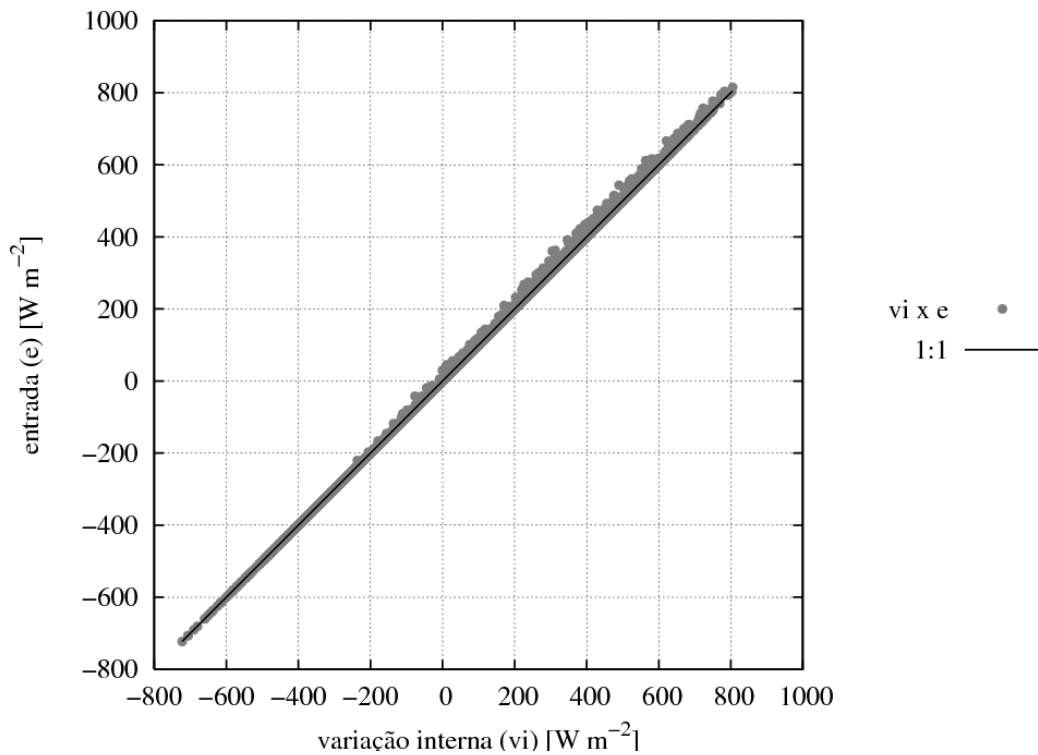


Figura F.1: Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com  $\Delta t = 1$  min e  $\Delta z = 0,5$  m (MHB-mod).

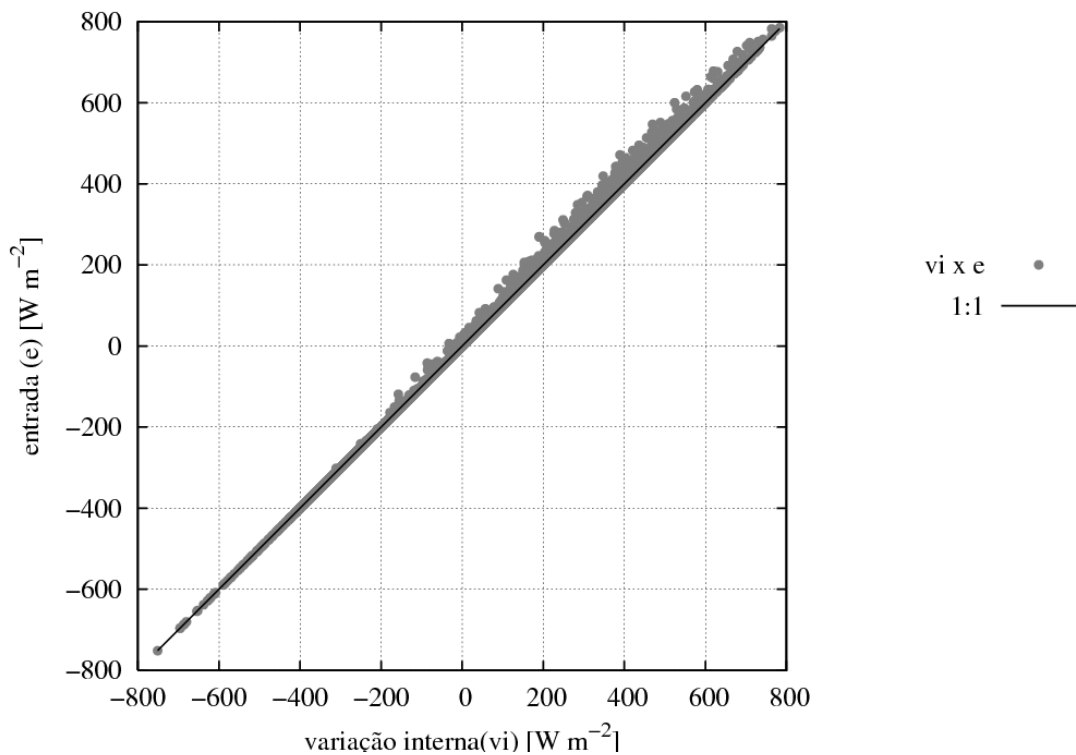


Figura F.2: Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com  $\Delta t = 2$  min e  $\Delta z = 0,5$  m (MHB-mod).

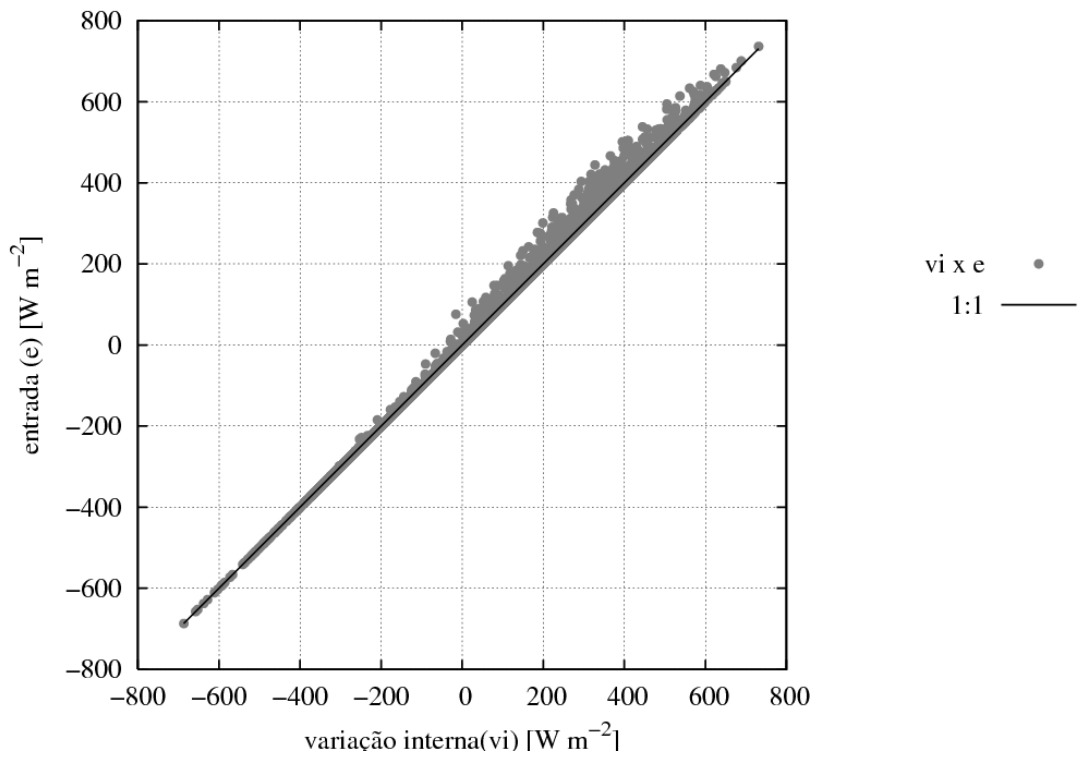


Figura F.3: Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com  $\Delta t = 5$  min e  $\Delta z = 0,5$  m (MHB-mod).

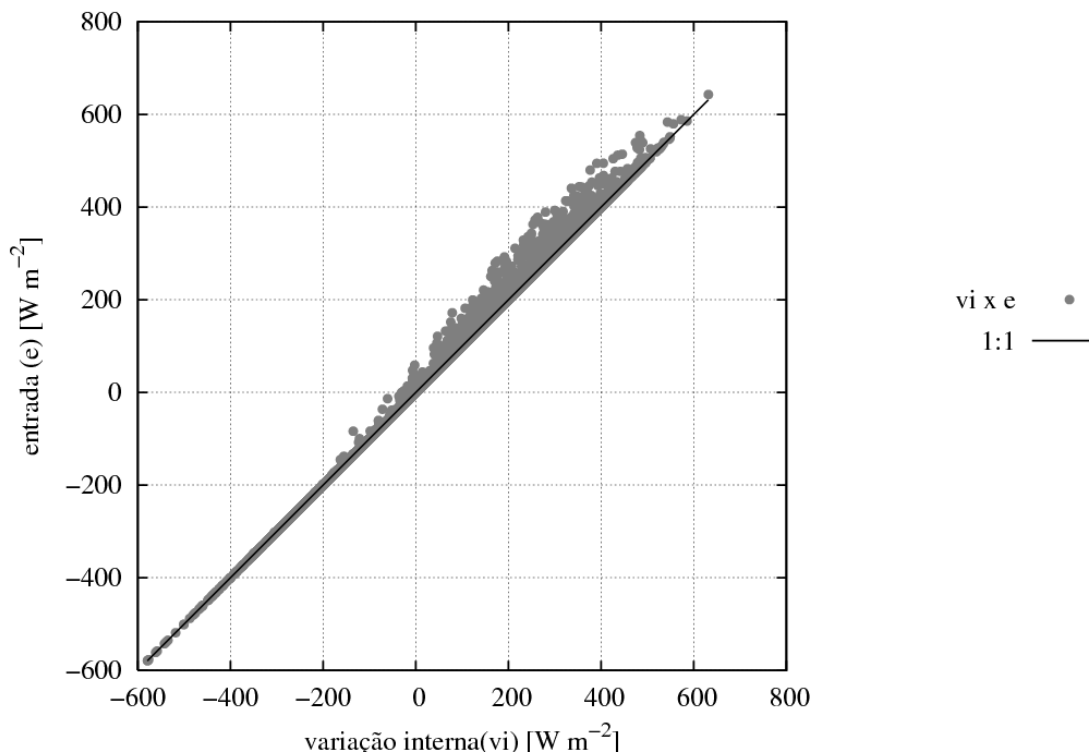


Figura F.4: Comparação entre a variação interna e a entrada de energia no lago com  $\Delta t = 10$  min e  $\Delta z = 0,5$  m (MHB-mod).

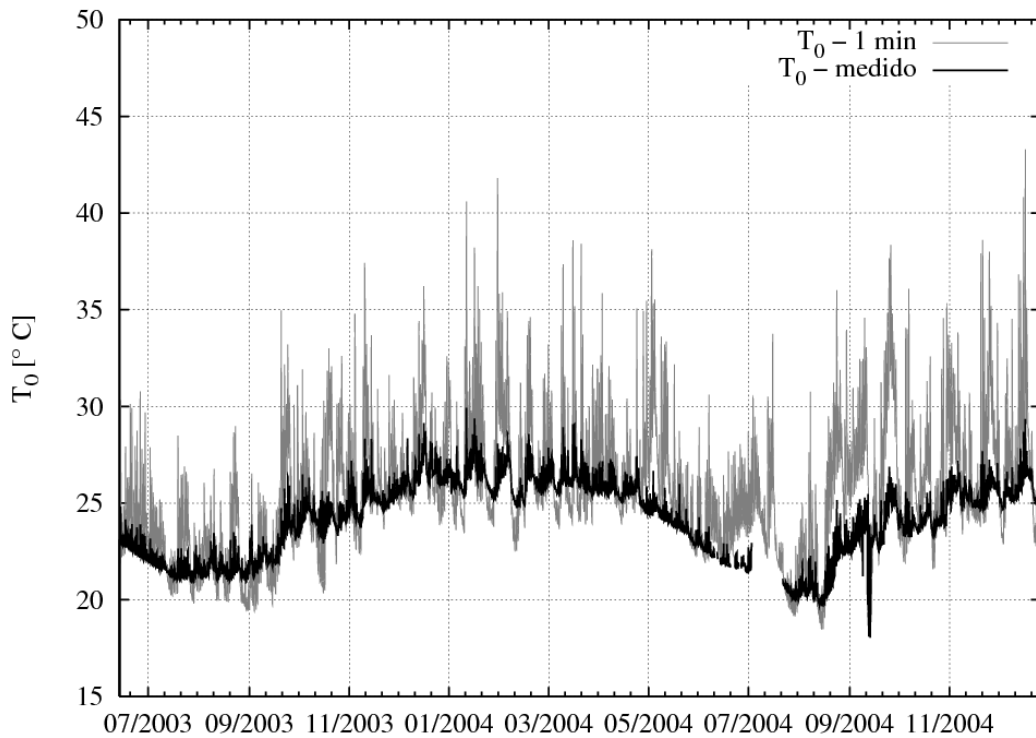


Figura F.5: Comparação entre as temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod com  $\Delta t = 1 \text{ min}$  e  $\Delta z = 0,5 \text{ m}$ .

## F.2 Evolução temporal dos perfis de temperatura

Nas figuras F.5 e F.6 é possível perceber que a temperatura superficial sofre variações muito acentuadas e quanto maior o passo de tempo utilizado maior é a amplitude das temperaturas superficiais simuladas. Por este motivo a evolução temporal das temperaturas simuladas para os passos de tempo de 5 e 10 minutos não são apresentadas pois resultam em diferenças ainda maiores que as observadas nas figuras F.5 e F.6. Obviamente quando aumentamos o passo de tempo estamos diminuindo a acurácia do método numérico.

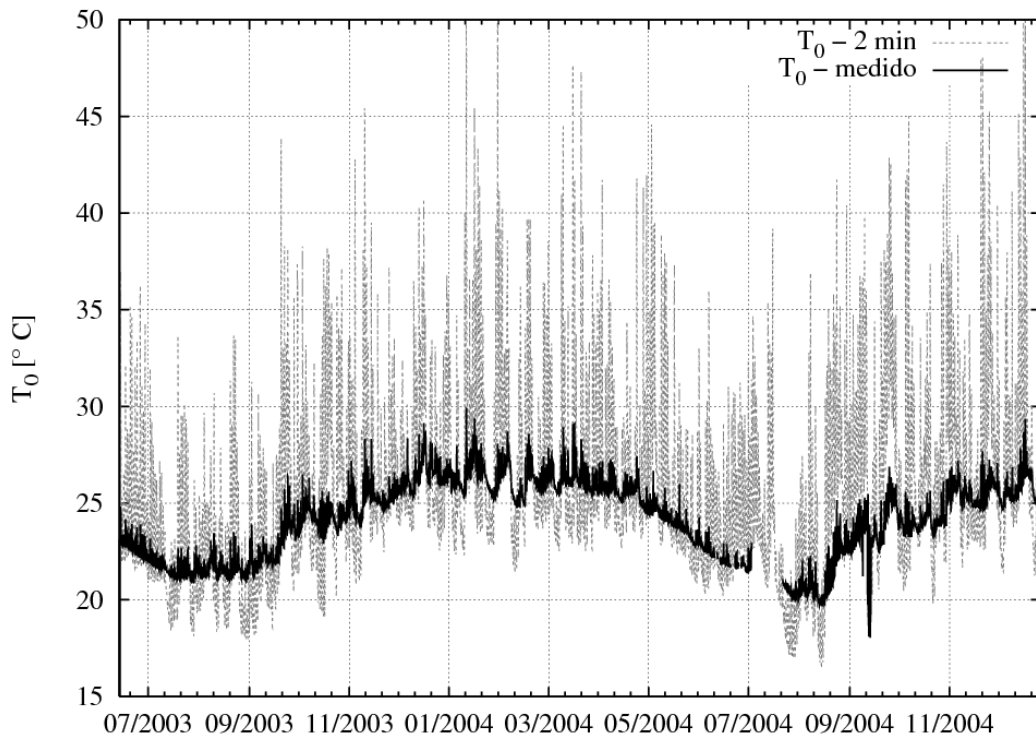


Figura F.6: Comparação entre as temperaturas superficiais medidas e obtidas através do MHB-mod com  $\Delta t = 2 \text{ min}$  e  $\Delta z = 0,5 \text{ m}$ .

### F.3 Perfis de temperatura

Conforme vimos na seção anterior as temperaturas superficiais sofrem variações muito grandes, no entanto médias destas temperaturas são aceitáveis. Isto pode ser verificado nas figuras F.7 a F.11. Em relação aos perfis de temperatura gerados os resultados são melhores para os intervalos de tempo de 1 e de 2 minutos. Para os passos de tempo de 5 e 10 minutos foram obtidos perfis bastante diferentes dos perfis medidos.

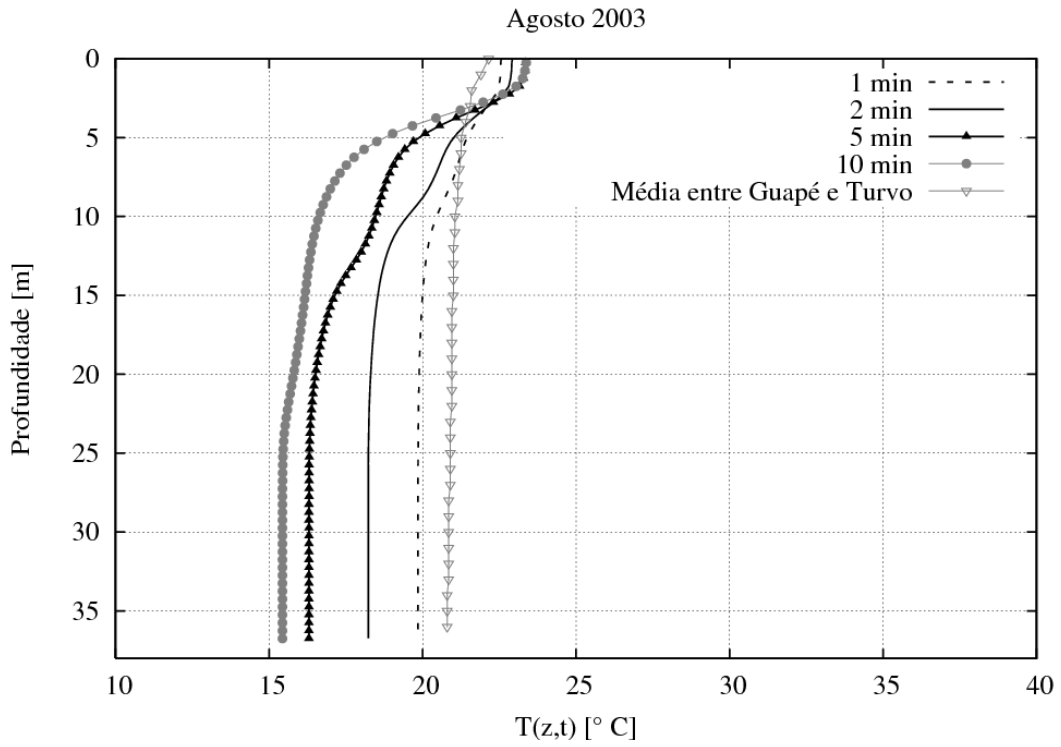


Figura F.7: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os  $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e  $\Delta z = 0,5$  m.

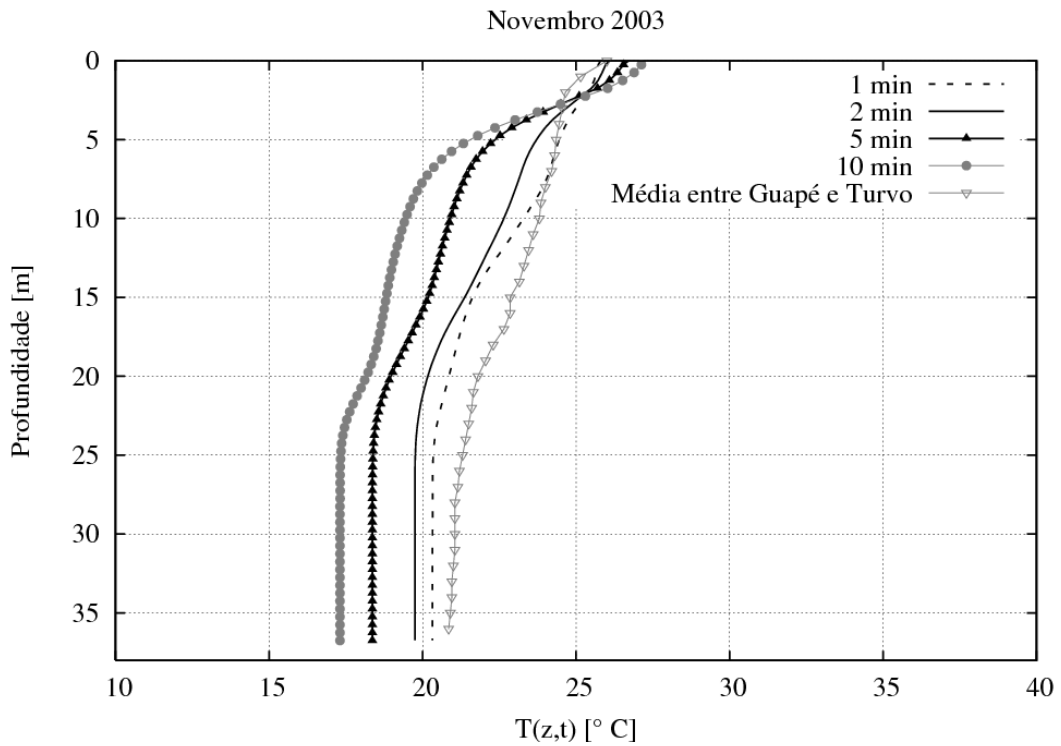


Figura F.8: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os  $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e  $\Delta z = 0,5$  m.

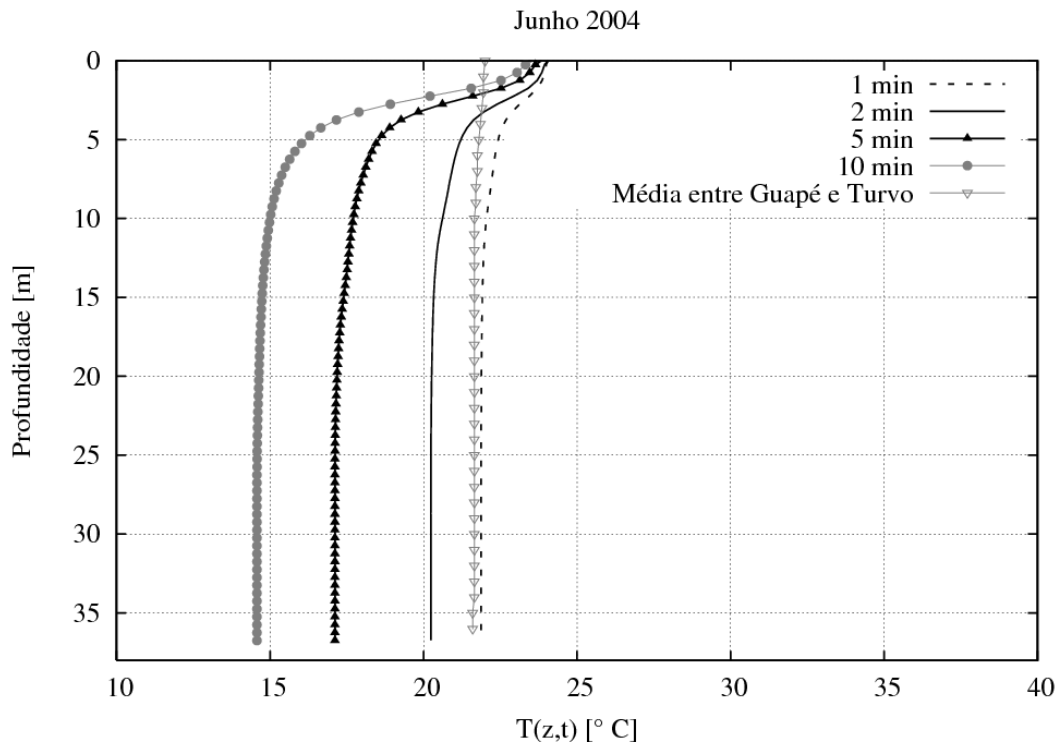


Figura F.9: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os  $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e  $\Delta z = 0,5$  m.

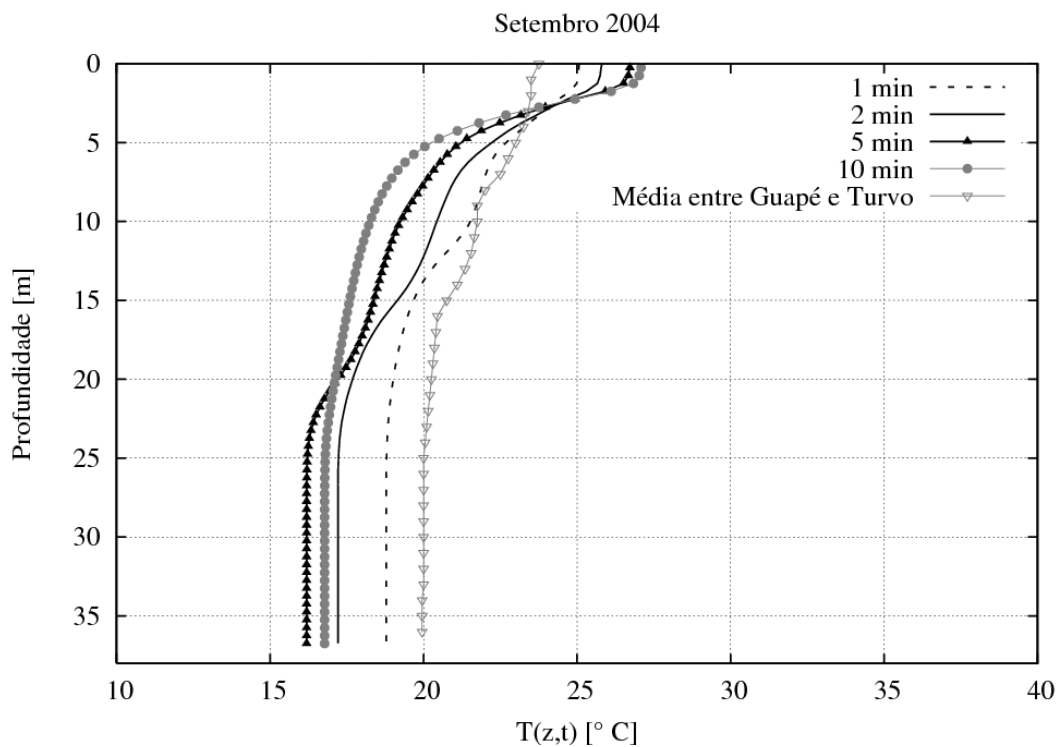


Figura F.10: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os  $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e  $\Delta z = 0,5$  m.

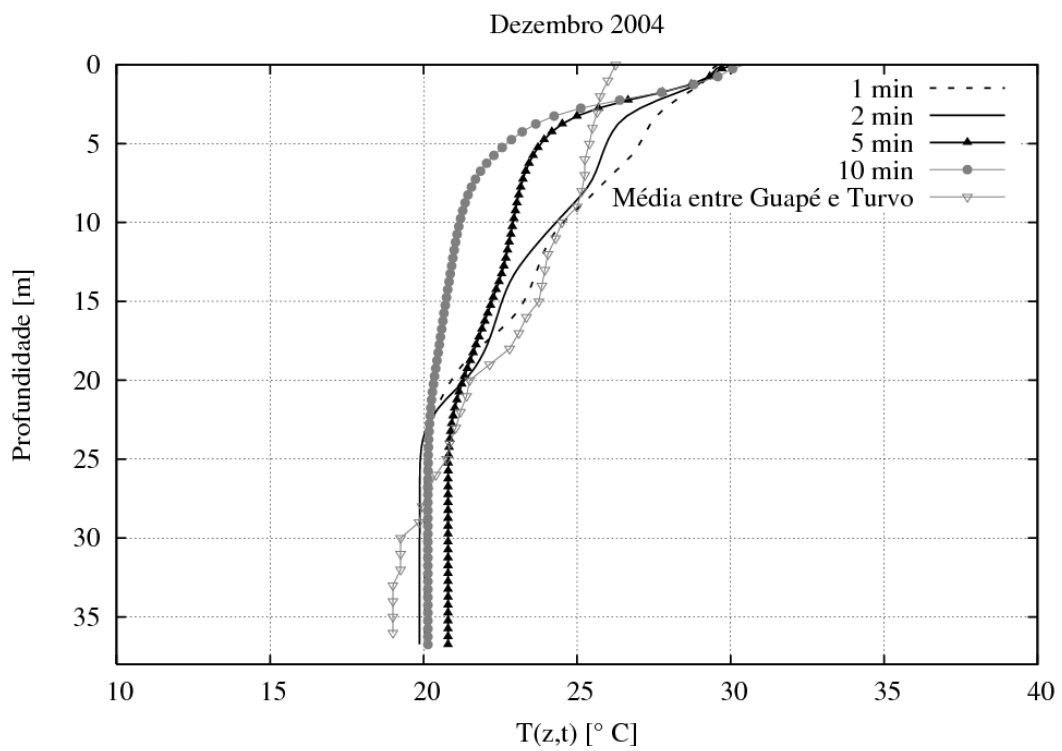


Figura F.11: Comparação entre a média dos perfis medidos em Turvo e em Guapé com os perfis simulados pelo MHB-mod para os  $\Delta t$ 's de 1, 2, 5 e 10 minutos e  $\Delta z = 0,5$  m.



## Referências Bibliográficas

- ASSOULINE, S.; MAHRER, Y. Evaporation from lake kinneret - 1.eddy correlation system measurements and energy budget estimates. *Water Resources Research.*, v. 29, n. 4, p. 901–910, april 1993.
- BABAJIMOPOULOS, C.; PAPADOPOULOS, F. Mathematical prediction of thermal stratification of lake Ostrovo (Verigotis, Greece). *Water Resources Research*, v. 22, n. 11, p. 1590–1596, 1986.
- BEDFORD, K. W.; BABAJIMOPOULOS, C. Vertical diffusivities in areally averaged models. *Journal of the Environmental Engineering Division*, v. 103, n. EE1, p. 113–125, 1977.
- BLANKEN, P. D.; ROUSE, W. R.; CULF, A. D.; SPENCE, C.; BOUDREAU, L. D.; JASPER, J. N.; KOCHTUBAJDA, B.; SCHERTZER, W.; MARSH, P.; VERSEGHY, D. Eddy covariance measurements of evaporation from Great Slave Lake, Northwest Territories, Canada. *Water Resources Research*, v. 36, n. 4, p. 1069–1077, April 2000.
- BLANKEN, P. D.; ROUSE, W. R.; SCHERTZER, W. M. Enhancement of evaporation from a large Northern lake by the entrainment of warm, dry air. *Journal of Hydrometeorology*, v. 4, p. 680–693, August 2003.
- BRUTSAERT, W. On a derivable formula for long-wave radiation from clear-skies. *Water Resources Research*, v. 11, p. 742–744, 1975.
- BRUTSAERT, W. *Evaporation into the atmosphere*. Dordrecht: D. Reidel, 1982.
- BRUTSAERT, W. Stability correction functions for the mean wind speed and temperature in the unstable surface layer (Technical Note). *Geophysical Research Letters*, v. 19, n. 5, p. 469–472, March 1992.
- BUSINGER, J.; WYNGAARD, J.; IZUMIU, Y.; BRADLEY, E. Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *Journal of the atmospheric surface layer*, n. 28, p. 181–189, 1971.
- CRAWFORD, T.; DUCHON, C. An improved parameterisation for estimating effective atmospheric emissivity for use in calculating daytime downwelling longwave radiation. *Journal of Applied Meteorology*, v. 38, p. 474–480, 1999.
- Croley II, T. E. Verifiable evaporation modeling on the Laurentian Great Lakes. *Water Resources Research*, v. 25, n. 5, p. 781–792, may 1989.
- DAKE, J. M.; HARLEMAN, D. R. Thermal stratification in lakes: Analytical and laboratory studies. *Water Resources Research.*, v. 5, n. 2, p. 484–495, 1969.

- DIAS, N. L.; DUARTE, H. F.; MAGGIOTTO, S. R.; GRODZKI, L. An attenuated eddy covariance method for latent heat flux measurements. *Submetido a Water Resources Research*, 2006.
- DIAS, N. L.; DUARTE, U. M. *Atividades de implantação dos estudos de evaporação e evapotranspiração no reservatório de FURNAS*. Curitiba, Fevereiro 2002.
- DIAS, N. L.; GOBBI, M. F.; GOBBI, E. F. Formulação de um modelo matemático do efeito de efluentes térmicos em rios e suas implicações para a legislação ambiental brasileira. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 8, p. 169–180, 2003.
- DIAS, N. L.; GRODZKI, L.; MAGGIOTTO, S. R.; SANCHEZ, S. S.; KAN, A.; da Silva, N. G. M. *Hidroclimatologia, estações micrometeorológicas e Experimento Intensivo de Campo No 1 de Furnas (EXFU-1)*. Curitiba, Julho 2003.
- DIAS, N. L.; KAN, A.; CANCELLI, D. M. *Resultados do ano 2 do Projeto Delta-F: modelos e medições*. Curitiba, Julho 2004.
- DIAS, N. L.; KAN, A.; GRODZKI, L.; SANCHEZ, S. S.; VISSOTTO JR., D. O método de covariâncias turbulentas atenuadas (MCTA) para medição dos fluxos de calor sensível e latente: aplicação ao lago de Itaipu e seu redor. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 7, n. 1, p. 143–160, 2002.
- DIAS, N. L.; KAN, A.; VISSOTTO JR., D.; NASCIMENTO, E. de L.; DUARTE, H. F.; CANCELLI, D. M. *Relatório parcial número 4: Monitoramento de fluxos, cálculo de evapotranspiração por balanço hídrico sazonal e um modelo solo-vegetação-atmosfera para cálculo de fluxos no Reservatório de Furnas*. Curitiba, Dezembro 2003.
- DIAS, N. L.; MAGGIOTTO, S. R.; GOBBI, M. F.; NASCIMENTO, E. L.; DUARTE, H. F. *Resultados parciais de micrometeorologia, hidrologia e simulações de mesoescala para o Reservatório de Furnas*. Curitiba, Março 2004.
- DIAS, N. L.; REIS, R. J. Métodos de cálculo do balanço de entalpia em lagos e erros associados. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 3, n. 3, p. 45–56, 1998.
- DUARTE, H. F. *Ajuste da radiação líquida em modelo de transferência solo-vegetação-atmosfera*. Curitiba, PR, 2004.
- DUARTE, H. F.; DIAS, N. L.; MAGGIOTTO, S. R. Assessing daytime downward longwave radiation estimates for clear and cloudy skies in Southern Brazil. *Agricultural and Forest Meteorology*, Aceito para publicação., 2006.
- FOKEN, T.; WICHURA, B. Tools for quality assesment of surface-based flux measurements. *Agricultural and Forest Meteorology*, v. 78, p. 83–105, 1996.
- FORTUNA, A. de O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. São Paulo: Edusp, 2000. 426p.
- FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A. Dados fornecidos para o projeto delta-f: Estudos de evaporação e evapotranspiração no Reservatório de Furnas. fevereiro/05 e março/06 2005 e 2006.

GARRATT, J. *The atmospheric boundary layer*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

HEIKINHEIMO, M.; KANGAS, M.; TOUROLA, T.; VENALAINEN, A.; TATTARI, S. Momentum and heat fluxes over lakes tamnaren and raksjo determined by the bulk-aerodynamic and eddy-correlation methods. *Agricultural and Forest Meteorology*, v. 98-99, p. 521–534, 1999.

HENDERSON-SELLERS, B. Role of eddy diffusivity in thermocline formation. *Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE*, v. 102, n. EE3, p. 517–530, 1976.

HENDERSON-SELLERS, B. Development and application of “u.s.e.d.”: a hydroclimate lake stratification model. *Ecological Modelling*, v. 21, p. 233–246, 1984.

HENDERSON-SELLERS, B. New formulation of eddy diffusion thermocline models. *Appl. Math. Modelling*, v. 9, p. 441–446, 1985.

HENDERSON-SELLERS, B. Calculating the surface energy balance for lake and reservoir modeling: A review. *Review of Geophysics*, v. 24, p. 625–649, 1986.

HIRSCH, C. *Numerical computation of internal and external flows*. Nova York: Wiley, 1988.

HOSTETLER, S.; BATES, G.; GIORGI, F. Interactive coupling of a lake thermal model with a regional climate model. *Journal of Geophysical Research*, v. 98, p. 5045–5047, 1993.

HOSTETLER, S.; GIORGI, F. Effects of a 2 x CO<sub>2</sub> climate on two large lake systems: Pyramid lake, Nevada, and Yellowstone lake, Wyoming. *Global and Planetary Change*, v. 10, p. 43–54, 1995.

HOSTETLER, S. W.; BARTLEIN, P. J. Simulation of Lake Evaporation With Application to Modeling Lake Level Variations of Harney-Malheur Lake, Oregon. *Water Resources Research*, v. 26, p. 2603–2612, 1990.

IRIBARNE, J.; GODSON, W. *Atmospheric Thermodynamics*. Dordrecht/Boston/London: D.Reidel, 1981.

KADER, B.; YAGLOM, A. Mean fields and fluctuation moments in unstably stratified turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, n. 212, p. 637–662, 1990.

KAN, A. *Estimativa de evapotranspiração real com base na análise de recessão dos hidrogramas*. Tese (Doutorado) — Univeridade Federal do Paraná, Agosto 2005.

KAN, A.; DIAS, N. L. Evaporação, evapotranspiração e evaporação líquida no reservatório de Foz do Areia. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 4, n. 3, p. 29–38, 1999.

KAZEZYILMAZ-ALHAN, C. M.; JR., M. A. M.; RAO, P. On numerical modeling of overland flow. *Applied Mathematics and Computation*, v. 166, p. 724–740, 2005.

KELMAN, J.; KELMAN, R.; PEREIRA, M. V. F. Energia firme de sistemas hidrelétricos e usos múltiplos dos recursos hídricos. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 9, n. 1, p. 189–198, Janeiro/Março 2004.

KUNDU, P. K. *Fluid Mechanics*. Dania, Florida: Academic Press, Inc., 1990.

- LENTERS, J. D.; KRATZ, T. K.; BOWSER, C. J. Effects of climate variability on lake evaporation: Results from a long term energy budget study of sparkling lake, northern wisconsin (usa). *Journal of Hydrology*, v. 308, p. 168–195, 2005.
- MAHRER, Y.; ASSOULINE, S. Evaporation from lake kinneret - 2. estimation of the horizontal variability using a two-dimensional numerical mesoscale model. *Water Resources Research*, v. 29, n. 4, p. 911–916, april 1993.
- MCCORMICK, M. J.; SCAVIA, D. Calculation of vertical profiles of lake-averaged temperature and diffusivity in lakes Ontario and Washington. *Water Resources Research*, v. 17, n. 2, p. 305–310, 1981.
- MCEWEN, G. F. A mathematical theory of the vertical distribution of temperature and salinity in water under the action of radiation, conduction, evaporation, and mixing due the resulting convection – derivation of a general theory, and illustrative numerical applications to a tank, a lake, and a region of the north pacific ocean. *Bulletin of the scripps institution of oceanography La Jolla, Califórnia*, v. 2, n. 6, p. 197–306, 1929. Disponível em: <<http://dspace.udel.edu:8080/dspace/handle/19716/1540>>.
- MOHSENI, O.; STEFAN, H. Stream temperature/air temperature relationship: a physical interpretation. *Journal of Hydrology*, v. 218, p. 128–141, 1999.
- MONIN, A.; OBUKHOV, A. Basic laws of turbulent mixing in the ground layer of the atmosphere. *Trans. Geophys. Inst. Akad. Nauk. URSS*, v. 151, p. 163–187, 1954.
- MORTON, F. I. Operational estimates of lake evaporation. *Journal of Hydrology*, v. 66, p. 77–100, 1983.
- OLIVEIRA, K. S.; SARAIVA, M. F. *Astronomia e Astrofísica*. Porto Alegre: Depto. de Astronomia – UFRGS, 2003.
- ORLOB, G. T.; SELNA, L. G. Temperature variations in deep reservoirs. *Journal of the hydraulics division (Proceedings of the American Society of Civil Engineers)*, v. 96, n. 2, p. 391–410, 1970.
- PAHLOW, M.; PARLANGE, M. B.; PORTÉ-AGEL, F. On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, n. 212, p. 225–248, 2001.
- PEETERS, F.; LIVINGSTONE, D. M.; GOUDSMIT, G.-H.; KIPFER, R.; FOSTER, R. Modeling 50 years of historical temperature profiles in a large central European lake. *Limnology and Oceanography*, v. 1, n. 41, p. 186–197, 2002.
- PEREIRA, A.; TASSIN, B. Modelagem matemática do regime térmico do reservatório de Tucuruí. *Revista Brasileira de Engenharia - Caderno de Recursos Hídricos*, v. 13, n. 1, p. 57–75, Junho 1995.
- REIS, R. J.; DIAS, N. L. Multi-season lake evaporation: energy-budget estimates and crle model assessment. *Journal of Hydrology*, v. 208, p. 135–147, 1998.
- SCHERTZER, W. M.; ROUSE, W. R.; BLANKEN, P. D.; WALKER, A. E. Over-lake meteorology and estimated bulk heat exchange of Great Slave lake in 1998 and 1999. *Journal of Hydrometeorology*, v. 4, p. 649–659, August 2003.

- SMITH, G. D. *Numerical solution of partial differential equations: Finite Difference Methods*. Third edition. Oxford: Oxford University Press, 1985.
- STANNARD, D. I.; ROSENBERRY, D. O. A comparison of short-term measurements of lake evaporation using eddy correlation and energy budget methods. *Journal of Hydrology*, v. 22, p. 15–22, 1991.
- STEFAN, H.; FANG, X.; HONDZO, M. Simulated climate change effects on year-round water temperatures in temperate zone lakes. *Climatic Change*, v. 40, n. 40, p. 547–576, 1998.
- STULL, R. B. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- STULL, R. B. *Meteorology today for scientists and engineers*. Minneapolis/St. Paul: West Publishing Company, 1995.
- SUNDARAM, T.; REHM, R. Formation and maintenance of thermoclines in temperate lakes. *AIAA Journal*, v. 9, n. 7, p. 1322–1329, 1971.
- SUNDARAM, T.; REHM, R. The seasonal thermal structure of deep temperate lakes. *Tellus*, v. 25, n. 2, p. 157–168, 1973.
- TWINE, T. E.; KUSTAS, W. P.; NORMAN, J. M.; COOK, D. R.; HOUSER, P. R.; MEYERS, T. P.; PRUEGER, J. H.; STARKS, P. J.; WESELY, M. L. Correcting eddy-covariance flux underestimates over a grassland. *Agricultural and Forest Meteorology*, v. 103, p. 274–300, 2000.
- VALLET-COULOMB, C.; LEGESSE, D.; GASSE, F.; TRAVI, Y.; CHERNET, T. Lake evaporation estimates in tropical africa (lake ziway, ethiopia). *Journal of Hydrology*, v. 245, p. 1–18, 2001.
- VASSILJEV, J.; HARRISON, S. P.; HOSTETLER, S. W.; BARTLEIN, P. J. Simulation of long-term thermal characteristics of three Estonian lakes. *Journal of hydrology*, v. 163, p. 107–123, 1994.
- VENALAINEN, A.; FRECH, M.; HEIKINHEIMO, M.; GRELE, A. Comparison of latent and sensible heat fluxes over boreal lakes with concurrent fluxes over a forest: implications for regional averaging. *Agricultural and Forest Meteorology*, v. 98-99, p. 535–546, 1999.
- WYNGAARD, J.; COTÉ, O. The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer. *Journal of Atmospheric Sciences*, v. 28, p. 190–201, 1971.
- WYNGAARD, J.; COTÉ, O.; IZUMI, Y. Local free convection, similarity, and the budgets of shear stress and heat flux. *Journal of Atmospheric Sciences*, v. 28, p. 1171–1182, 1971.
- ZILITINKEVICH, S. S.; GRACHEV, A. A.; FAIRALL, C. W. Scaling reasoning and field data on the sea surface roughness lengths for scalars. *Journal of the Atmospheric Sciences*, v. 58, p. 320–325, 2001. Notes and Correspondence.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)