

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO  
GRANDE DO SUL**

DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

DeTEC –DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

**MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA**

**INFLUÊNCIA DA MASSA ESPECÍFICA NA DIFUSIVIDADE  
TÉRMICA DO SOLO EM DIFERENTES UMIDADES**

LUCIANA CRISTINA DELLA FLORA

Ijuí - RS, 28 de agosto de 2006.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIJUÍ - UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO  
RIO GRANDE DO SUL**

**DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA**

**DeTEC –DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA**

**MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA**

**INFLUÊNCIA DA MASSA ESPECÍFICA NA DIFUSIVIDADE  
TÉRMICA DO SOLO EM DIFERENTES UMIDADES**

Elaborada por

Luciana Cristina Della Flora

Dissertação apresentada ao Departamento de Física, Estatística e Matemática da Universidade Regional do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ, RS, como parte integrante dos pré-requisitos para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Artur Gustavo Müller (DEAg)

Co-orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges (DeFEM)

Ijuí, RS, 28 de Agosto de 2006.

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL**  
**DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA**  
**DeTec - DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

**“INFLUÊNCIA DA MASSA ESPECÍFICA NA DIFUSIVIDADE TÉRMICA  
DO SOLO EM DIFERENTES UMIDADES”**

Elaborada por

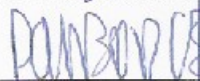
**LUCIANA CRISTINA DELLA FLORA**

Como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática

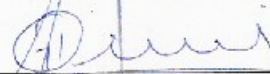
Comissão Examinadora



Prof. Dr. Artur Gustavo Müller - DEAg (Orientador)



Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges - DeFEM (Co-Orientador)



Prof. Dr. Genei Antônio Dalmago – UERGS



Prof. Dr. Gilmar de Oliveira Veloso - DeFEM

## **AGRADECIMENTOS**

*À DEUS: Mais importante que o lugar que ocupas em mim, é a intensidade de tua presença em tudo que faço. Obrigada pela fé que encoraja na busca de meus ideais.*

*AOS MEUS PAIS ADÃO e NÉLCI, por compartilharem meus ideais e os alimentarem, incentivando-me a prosseguir nesta jornada.*

*AOS MEUS IRMÃOS LUCAS E LUCINÉIA, pela força, incentivo e carinho.*

*AO PROFESSOR ORIENTADOR Dr. ARTUR GUSTAVO MÜLLER, pela orientação nesta pesquisa, aos conhecimentos transmitidos e pelo exemplo profissional.*

*AO PROFESSOR CO-ORIENTADOR Dr. PEDRO AUGUSTO PEREIRA BORGES, pela co-orientação na realização desta pesquisa aos conhecimentos transmitidos e pelo exemplo profissional.*

*AO PROFESSOR GILMAR VELOSO pela sua participação e colaboração no início desta pesquisa.*

*AOS PROFESSORES DO CURSO, pelos novos conhecimentos transmitidos.*

*AOS PROFESSORES DO LABORATÓRIO DE FÍSICA, pelo material cedido.*

*ÀS FUNCINARIAS DO DeFEM em especial à Geni, pelo zelo e pelos auxílios em minhas solicitações.*

*ÀS FUNCINARIAS DO DEAg, pela gentileza que sempre me atenderam.*

*AOS COLEGAS DE CURSO, em especial ao colega LEONARDO, pelas idéias trocadas. Em especial também à colega CAROLINE pelo companheirismo e*

*disponibilidade demonstrada, às idéias trocadas e aos momentos compartilhados. À  
vocês fica o desejo de **BOA SORTE** na nova etapa de vida.*

***AO RADAEL** (bolsista de Iniciação Científica) pela ajuda na parte  
experimental.*

***ÀS COLEGAS DE MAGISTÉRIO**, pela colaboração e compreensão nos  
momentos que não puder estar presente no ambiente de trabalho.*

*À **TODOS**, que de uma forma ou outra colaboraram com esta pesquisa.*

## RESUMO

A variação da difusividade térmica e do teor de umidade do solo em diferentes massas específicas do solo foram avaliadas, com vistas a verificação da potencialidade de um *transdutor* térmico para medição do teor de umidade do solo. A unidade experimental utilizada constou de um cilindro de metal preenchido com solo homogêneo com diferentes massas específicas e umidades. Uma fonte de calor foi inserida no centro da unidade experimental um termopar a  $1\text{ cm}$  deste, para medir as variações de temperatura. A variação da umidade do solo foi obtida experimentalmente com o auxílio do funil de Buchner e da Câmara de pressão de Richards, variando o potencial matricial da água no solo. O solo foi compactado com o auxílio de um soquete produzindo amostras com quatro níveis de massas específicas. Para estimar a difusividade térmica do solo foi inicialmente resolvido numericamente (Método das Diferenças Finitas) o problema direto de transferência de calor em um cilindro homogêneo e isotrópico e posteriormente, resolvido o problema inverso com base nos dados experimentais. As curvas de calibração, para cada massa específica, foram obtidas através do ajuste linear (Método dos Mínimos Quadrados) dos dados experimentais de teor de umidade com os respectivos valores estimados da difusividade térmica a uma função logarítmica. Para possibilitar a estimativa da relação da difusividade e umidade em qualquer massa específica foram ajustados coeficientes empíricos através da regressão polinomial destes em relação à massa específica. Foi observado que quanto maior a umidade do solo maior será a difusividade térmica, porém pequenas variações nesta geram grandes variações naquela, o que pode provocar erros na medição do teor de umidade. A difusividade térmica variou de  $1,02 \times 10^{-8}$  para  $9,6 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  considerando a variação da massa específica do solo de  $0,77$  a  $1,30 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  com variação do teor de umidade de saturado para residual. As variações da massa específica alteram significativamente a curva de calibração e para ajustar esta influência foi desenvolvido um algoritmo para o cálculo do teor de umidade em função da massa específica e da difusividade.

## ABSTRACT

The thermal diffusivity variation and the soil humidity tensor in different soil specific masses, was studied aiming at a potentially evaluation of a thermal *sensor* for measurement the soil humidity tensor. The experimental unit worked consists in a metal cylinder filled out by homogeneous soil with different specific masses and humidities. A heat source and a *termocouples* were inserted in the center of the experimental unit, to measure the temperature variations. The soil humidity variation was experimentally obtained with Buchner funnel and Richards pressure chambers, varying the main potential of water in the soil. The soil was compacted producing four samples with different specific masses. Esteem soil thermal diffusivity was the by solved numerically (Finite Differences Method) the direct problem of heat transfer in a homogeneous and isotropic cylinder, later, solved the inverse problem with base in the experimental data. The calibration curves, for each specific mass, were obtained through the humidity tensor experimental data of the lineal adjustment (Square Minima Method) with the respective thermal diffusivity estimated values to a logarithmic function. To make possible the estimate of the relationship between diffusivity and humidity in any specific mass empiric coefficients were adjusted through the polinomial regression in relation to the specific mass. It was observed that as larger the humidity is larger thermal diffusivity soil, however small variations in the second generate great variations in the first, what can provoke mistakes in the measurement of humidity tensor. The thermal diffusivity varied from  $1,02 \times 10^{-8}$  to  $9,6 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  considering the variation of the specific mass of the soil from  $0,77$  to  $1,30 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  with variation of the humidity tensor of having saturated for residual. The specific mass variations alter the calibration curve significantly and to adjust this influence an algorithm it was developed for humidity tensor calculation in function of the specific mass and diffusivity.



## SUMÁRIO

<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>X</b>
<b>LISTA DE LETRAS GREGAS.....</b>	<b>XII</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>XV</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. Definição do problema.....	2
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1. Características físicas do solo.....	5
2.1.1. Textura do solo.....	6
2.1.2. Estrutura do solo.....	7
2.1.3. Densidade do solo.....	8
2.1.4. Porosidade do solo.....	9
2.2. Compactação do solo.....	12
2.3. Teor de umidade do solo.....	12
2.3.1. Medida da umidade à base de massa ( $u$ ).....	13
2.3.2. Medida da umidade à base de massa ( $\theta$ ).....	13
2.4. Propriedades térmicas do solo.....	15
2.4.1. Calor específico do solo.....	16
2.4.2. Condutividade térmica do solo.....	17
2.4.3. Difusividade térmica do solo.....	19

2.5. Sensores de umidade do solo.....	21
<b>3. MODELO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA DO SOLO.....</b>	<b>27</b>
3.1. Difusão do calor no cilindro de solo: Problema direto.....	27
3.2. Estimação da difusividade térmica do solo: Problema inverso.....	30
<b>4. MÉTODOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>31</b>
4.1. Solução do problema direto.....	31
<b>5. DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS E EQUIPAMENTOS.....</b>	<b>40</b>
5.1. Variação da umidade.....	40
5.2. Determinação da condutividade para cada umidade.....	46
5.3. Variação da massa específica do solo.....	46
<b>6. CURVA DE CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR TÉRMICO E ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MASSA ESPECÍFICA.....</b>	<b>49</b>
6.1. O problema direto.....	49
6.2. Resultados do problema inverso.....	53
6.3. Curva de calibração.....	55
6.4. Ajustes na curva de calibração e cálculo do teor de umidade.....	58
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>64</b>
<b>8. CONCLUSÕES.....</b>	<b>66</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>67</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>72</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\Delta E$	variação da energia na célula ( $J.s^{-1}.m^{-3}$ )
$\Delta F$	variação da energia que entra /sai pelas fronteiras ( $J.s^{-1}.m^{-3}$ )
$C_p$	calor específico a pressão constante ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )
$C_s$	calor específico do solo ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )
$d_a$	densidade da água ( $m^3$ )
$D$	difusividade térmica ( $m^2.s^{-1}$ )
$d_s$	densidade volumétrica ( $kg.m^{-3}$ )
$F$	potência da fonte de calor ( $W$ )
$G$	energia gerada pela fonte ( $J.s^{-1}.m^{-3}$ )
$h$	altura de solo ( $m$ )
$H$	altura do cilindro de solo ( $m$ )
$k$	condutividade térmica ( $w.m^{-1}.K^{-1}$ )
$m_l$	massa da solução do solo ( $kg$ )
$m_s$	massa das partículas sólidas do solo ( $kg$ )
$m_T$	massa total do solo ( $kg$ )
$m_u$	massa úmida da amostra de solo ( $kg$ )
$P$	pressão ( $Pa$ )

$q''$	fluxo de energia ( $\text{J.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ )
$R$	raio do cilindro de solo ( $m$ )
$r$ e $z$	variáveis espaciais ( $m$ )
$t$	tempo ( $s$ )
$T$	temperatura do solo ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_0$	temperatura inicial do solo ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_a$	temperatura ambiente do solo ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_c$	temperatura calculada ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_e$	temperatura experimental do solo ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_p$	termopar
$u$	teor de umidade dimensional a base da massa ( $\text{kg água.kg}^{-1}\text{ solo}$ )
$V$	volume da célula ( $m^3$ )
$V_I$	volume de água ( $m^3$ )
$V_a$	volume de água nos poros do solo ( $m^3$ )
$V_{ar}$	volume de ar nos poros do solo ( $m^3$ )
$V_p$	volume dos poros do solo ( $m^3$ )
$V_T$	volume total da amostra de solo ( $m^3$ )

## LISTA DE LETRAS GREGAS

$\rho$	massa específica do solo ( $kg.m^{-3}$ )
$\beta$	porosidade do solo ( $m^3.m^{-3}$ )
$\Theta$	teor de umidade adimensional ( $m^3 \text{ água}.m^{-3} \text{ poros}$ )
$\theta$	teor de umidade dimensional a base do volume de solo ( $m^3 \text{ água}.m^{-3} \text{ solo}$ )
$\phi$	variável espacial ( $m$ )
$\alpha$	difusividade térmica do solo ( $m^2.s^{-1}$ )
$\theta_s$	teor de umidade do solo saturado ( $kg.m^{-3}$ )
$\theta_R$	teor residual de umidade do solo ( $kg.m^{-3}$ )
$\psi_m$	potencial matricial do solo ( $Pa$ )
$\alpha_{\min}$	difusividade térmica mínima do solo ( $m^2.s^{-1}$ )
$\alpha_{\max}$	difusividade térmica máxima do solo ( $m^2.s^{-1}$ )
$\alpha_{\text{ótimo}}$	difusividade térmica ótima do solo ( $m^2.s^{-1}$ )

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 - Variação da densidade ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) e da porosidade para alguns valores (%) representativos.....	10
Tabela 2.2 - Propriedades térmicas e densidades de alguns constituintes do solo ( até $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e gelo ( $0^{\circ}\text{C}$ ).....	17
Tabela 2.3 – Condutividade térmica do solo e seus constituintes (até $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e gelo ( $0^{\circ}\text{C}$ ).....	17

### CAPÍTULO 6

Tabela 6.1 – Valores da difusividade térmica e da umidade em proporção de poros preenchidos com água para massa específica do solo de $0,77\text{g.cm}^{-3}$ .....	55
Tabela 6.2 – Coeficientes $a$ e $b$ para cada valor de massa específica.....	56
Tabela 6.3 – Coeficientes das equações (6.3) a (6.6).....	59
Tabela 6.4 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade ( $\alpha = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ).....	63

## ANEXO

Tabela 1 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo = $1,00 \text{ g.cm}^{-3}$ .....	73
Tabela 2 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo = $1,18 \text{ g.cm}^{-3}$ .....	73
Tabela 3 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo = $1,30 \text{ g.cm}^{-3}$ .....	73
Tabela 4 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade ( $\alpha = 0,8 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ).....	80
Tabela 5 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade ( $\alpha = 0,9 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ).....	80
Tabela 6 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade ( $\alpha = 1,1 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ).....	80
Tabela 7 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade ( $\alpha = 1,3 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ).....	80

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO 3

Figura 3.1 – Esquema geral dos experimentos. Cilindro de solo com fonte de calor ( $F$ ) e termopares ( $T_p$ ).....	28
--	----

### CAPÍTULO 4

Figura 4.1 – Esquema representativo da malha bidimensional do domínio cilíndrico..	31
--	----

Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo computacional para o cálculo de difusividade térmica.....	38
--	----

### CAPÍTULO 5

Figura 5.1 – Esquema representativo do Funil de Buchner.....	41
--	----

Figura 5.2 – Esquema representativo da Câmara de Pressão de Richards.....	43
---	----

Figura 5.3 – Esquema representativo do cilindro de solo com fonte de calor ( $F$ ) e termopares ( $T_p$ ).....	45
--	----

Figura 5.4 – Fotografia do cilindro de solo utilizado nos experimentos.....	46
---	----

Figura 5.5 – Esquema representativo do soquete pequeno.....	48
---	----

### CAPÍTULO 6



Figura 6.1 – Simulação das condições térmicas do solo em $z = H/2$ para diferentes tempos.....	50
Figura 6.2 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a $0,015\text{ m}$ de profundidade, para $\alpha = 1,0 \times 10^{-7}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ e tempo $100\text{ s}$ .....	51
Figura 6.3 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a $0,015\text{ m}$ de profundidade, para $\alpha = 1,0 \times 10^{-8}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ e tempo $100\text{ s}$ .....	52
Figura 6.4 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a $0,015\text{ m}$ , para $\alpha = 1,0 \times 10^{-9}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ e tempo $100\text{ s}$ .....	52
Figura 6.5 - Simulação das condições térmicas em $z = H/2$ em função de $r$ para diferentes difusividades térmicas. Tempo = $100\text{ s}$ .....	53
Figura 6.6 – Comparação entre as temperaturas do solo medidas e as calculadas com a difusividade ótima estimada pelo problema inverso, para diferentes teores de umidade para solo com massa específica de $0,77\text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .....	54
Figura 6.7 – Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas: ajuste realizado diretamente com os dados experimentais.....	56
Figura 6.8 – Ajuste dos coeficientes das equações 6.3 a 6.6.....	59
Figura 6.9 – Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas: parâmetros $a$ e $b$ ajustados com polinômio de 3º grau. As linhas contínuas referem-se a $10$ valores de massa específica igualmente espaçados no intervalo $0,7 \leq \rho \leq 1,39\text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$ .....	60

- Figura 6.10 – Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas:  
ajuste com as funções  $a(\rho)$  e  $b(\rho)$  linearizadas.....61
- Figura 6.11 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de  
umidade:  $\rho = 1.30 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1.275 \times 10^{-8}$ .....62

## ANEXOS

- Figura 1 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,250 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,275 \times 10^{-8}$ .....74
- Figura 2 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,275 \times 10^{-8}$ .....74
- Figura 3 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,3 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,175 \times 10^{-8}$ .....75
- Figura 4 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,175 \times 10^{-8}$ .....75
- Figura 5 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,1 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .....76
- Figura 6 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,3 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .....76
- Figura 7 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 0,77 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .....77
- Figura 8 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,0 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .....77

- Figura 9 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho$   
 $=1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .....78
- Figura 10 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho$   
 $=1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 9,05 \times 10^{-9}$ .....78
- Figura 11 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho$   
 $=1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .....79
- Figura 12 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho$   
 $=1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,28 \times 10^{-8}$ .....79

## 1. INTRODUÇÃO

A medida do teor de umidade do solo é uma importante informação para várias atividades econômicas na área da agricultura, ecologia, engenharia civil, além de atividades na área científica como em física dos solos. Os métodos de medida direta como o método gravimétrico, são precisos, porém trabalhosos e demorados. Por isso os resultados indiretos, obtidos a partir de transdutores de umidade ganharam importância nas últimas décadas.

A construção de um transdutor térmico implica em uma série de análises para determinar a influência de fatores variantes dos solos sobre as medições, tais como a constituição química, a estrutura, a massa específica e a textura do solo.

O método mais conhecido de medida do teor de umidade do solo é o método gravimétrico. Consiste basicamente em medir a massa de solo úmido e seco e calcular a diferença de massa, que corresponde à massa de água presente na amostra de solo. Esse procedimento é feito em laboratório com equipamentos de precisão e é considerado um método referencial para medidas de teor de umidade. O método gravimétrico é um método direto porque quantifica diretamente a variável que se deseja medir.

Existem equipamentos que utilizam uma propriedade física da solução solo+água cuja medida é proporcional à quantidade de água presente no solo. É o caso dos sensores que usam a reflexão eletromagnética (sondas de nêutrons), a reflexão de microondas como o TDR (*Time Domain Reflectometry*), ou a condutividade (ou a difusividade) térmica (sensores de dissipação de calor). Esses sensores serão chamados neste trabalho de *transdutores*, porque obtêm o teor de umidade do solo indiretamente.

O presente trabalho é parte do projeto de pesquisa que investiga o movimento de água e nutrientes no solo, na linha de pesquisa de Modelagem Matemática dos Processos de Transporte, do Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUÍ.

Será apresentado uma metodologia para a construção da curva de calibração da umidade do solo em relação a difusividade térmica e a massa específica do solo, determinando assim, a influência da massa específica na curva de calibração do transdutor térmico.

### **1.1. Definição do problema**

O transdutor proposto neste trabalho consiste de uma fonte de calor (resistência elétrica) e um termopar, colocados no espaço de solo que se deseja medir o teor de umidade. O calor produzido pela fonte é difundido através do solo, modificando o estado térmico, gradualmente. O termopar instalado a uma distância conhecida da fonte identificará as variações térmicas a cada intervalo de tempo. As propriedades que expressam a intensidade da transferência do calor em um corpo são a condutividade e a difusividade térmica. Assumindo a hipótese de que a difusividade térmica varia conforme a quantidade de água presente no solo, o princípio de um transdutor térmico consiste em medir esta propriedade para diferentes umidades e construir uma curva de calibração, com a qual, sabendo a difusividade do solo, obtém-se o teor de umidade. Porém, a difusividade térmica depende da condutividade térmica, da massa específica e do calor específico do solo. Por isso, é necessário avaliar quanto essas propriedades podem alterar a curva de calibração do transdutor.

Neste trabalho será analisada a influência da massa específica na conformação da curva de calibração do transdutor térmico de umidade do solo, com os seguintes objetivos:

1. Realização de experimentos para quantificar a transferência de calor em solos com diferentes teores de umidade e massas específicas.

2. Cálculo da difusividade térmica de solos com diferentes teores de umidade e massa específicas.

3. Construção da curva de calibração para solos com diferentes massas específicas.

4. Análise da influência da massa específica sobre a curva de calibração.

A dissertação é composta de oito capítulos e três anexos, onde:

O capítulo 1 traz a introdução enfatizando a importância da medição do teor de umidade do solo e um breve relato do que foi realizado nesta pesquisa de dissertação de mestrado. É exposto o objetivo da pesquisa.

No capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica onde serão apresentados alguns conceitos básicos de solo. Também é apresentada uma breve revisão sobre sensores de umidade de solo.

No capítulo 3 é apresentado o modelo matemático para descrição do problema direto: equação da energia com condições de contorno e também é descrito o problema inverso para o cálculo da difusividade.

O capítulo 4 apresenta os métodos numéricos e analítico para solução da equação diferencial parcial dos problemas.

A descrição dos experimentos realizados e equipamentos utilizados é apresentada no capítulo 5.

No capítulo 6 são apresentados os resultados do problema direto e do problema inverso e os resultados da curva de calibração do transdutor térmico.

No capítulo 7 são apresentadas as considerações finais desta dissertação com a análise da influência da variação da massa específica sobre a curva de calibração.

A conclusão da dissertação é apresentada no capítulo 8.

No anexo I são apresentados os valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para as massas específicas do solo estudadas.

No anexo II são apresentados alguns dos testes realizados com o algoritmo implementado para o cálculo da umidade para vários valores de massa específica e difusividades térmicas

No anexo III são apresentadas algumas tabelas dos valores de teor de umidade obtidos com variações da massa específica.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo será apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre alguns conceitos de solo e de sensores que são usados para medir a umidade do solo.

### **2.1. Características físicas do solo**

Winter (1984), apresenta um conceito estático e biocêntrico no qual o solo é uma mistura complexa de materiais inorgânicos e orgânicos, contendo uma rica variedade de organismos, o solo fornece apoio e suporte para as plantas que dele extraem água e nutrientes. Já para Reichardt (2004), o solo é caracterizado por várias camadas superpostas, denominadas horizontes do solo, as quais apresentam várias espessuras e estruturas. A origem do solo é a rocha que pelas ações de processos físicos, químicos e biológicos de desintegração, decomposição e recombinação se transformou, no decorrer das eras geológicas, em material poroso de características peculiares.

A parte sólida do solo constitui-se de matéria mineral e orgânica. Da matéria orgânica provém o húmus, que pode ser disperso na água em partículas, geralmente de dimensões coloidais e intimamente ligada à matéria mineral que, provém da rocha na qual o solo se formou e consiste, parcialmente, em materiais com estruturas cristalizadas. A parte líquida do solo constitui-se de uma solução de sais minerais e componentes orgânicos, cuja concentração varia de solo para solo e com o teor de água do solo. A parte gasosa é constituída de ar com composição um pouco alterada em relação ao ar que circula sobre o solo, tendo em geral, a quantidade de O<sub>2</sub> reduzida e a quantidade de CO<sub>2</sub> aumentada, em consequência das atividades biológicas que ocorrem no solo, e a sua umidade relativa é saturada ou muito próxima à saturação (REICHARDT, 2004).



### 2.1.1. Textura do solo

Klar (1988), denomina as frações texturais básicas como sendo a areia, o limo e a argila; sendo que suas proporções relativas conferem denominações específicas aos diferentes solos. Para Reichardt (2004), textura é uma característica física do solo que se refere à distribuição das partículas tão somente quanto ao seu tamanho, sendo classificadas em grosseiras, médias e finas.

A textura é a propriedade que menos sofre alteração ao longo do tempo. É importante na agricultura porque tem influência direta na taxa de infiltração de água, na aeração, na capacidade de retenção de água, na nutrição, como também na aderência ou força de coesão nas partículas do solo (EMBRAPA, 2000).

Para simplificar as análises, principalmente quanto às práticas de manejo, os solos são agrupados em três classes de textura:

**Solos de Textura Arenosa (Solos Leves)** - Possuem teores de areia superiores a 70% e o de argila inferior a 15%; são permeáveis, leves, de baixa capacidade de retenção de água e de baixo teor de matéria orgânica.

**Solos de Textura Média (Solos Médios)** - São solos que apresentam certo equilíbrio entre os teores de areia, silte e argila. Normalmente, apresentam boa drenagem, boa capacidade de retenção de água e índice médio de erodibilidade.

**Solos de Textura Argilosa (Solos Pesados)** - São solos com teores de argila superiores a 35%. Possuem baixa permeabilidade e alta capacidade de retenção de água. Esses solos apresentam maior força de coesão entre as partículas, além de dificultar a penetração da água. Embora sejam mais resistentes à erosão, são altamente susceptíveis à compactação.

### 2.1.2. Estrutura do solo

Para Freitas<sup>1</sup> (1990), apud Menegais (2004), a estrutura do solo é definida como a forma que as partículas minerais, orgânicas e espaços vazios encontram-se arranjados no solo. Estes arranjos são complexos e segundo Klar (1988), não existe uma metodologia de determinação prática e direta da estrutura, daí serem usados conceitos qualitativos e descritivos, não havendo meio prático de medir e dar um número à estrutura de um solo. De acordo com Reichardt (1990), um solo pode ser bem estruturado ou mal estruturado, sendo considerada boa a estrutura com bastantes agregados, de forma granular, que se esboroa com relativa facilidade quando úmida.

Para Uhde (1991), uma estrutura de solo desejável para a agricultura é aquela constituída por poros grandes e estáveis, que se estendem desde a superfície até o subsolo, e de poros menores ramificados entre os poros maiores, capazes de reter considerável quantidade de água para o uso das plantas. Esta combinação de poros proporciona uma adequada condição para a retenção de umidade, infiltração e redistribuição de água no solo.

A propriedade da fase sólida do solo em formar unidades estruturais complexas a partir de unidades estruturais menores chama-se capacidade de agregação do solo. Um solo bem estruturado é capaz de se quebrar em formas, tamanhos e durezas diferentes. A estrutura começa a se formar através da fragmentação das rochas. A acumulação de colóides no solo, a formação de húmus, a atividade vital dos microorganismos, protozoários e vermes contribuem para a agregação das partículas do solo. Logo, contrariamente à textura, ela é altamente dinâmica, alterando-se de tempos em tempos, em resposta às condições ambientais, biológicas e práticas de manejo (KLAR, 1988).

---

<sup>1</sup>FREITAS, P. L. Manejo físico do solo. In Simpósio sobre manejo e conservação do solo no cerrado, Goiânia GO, anais..., Campinas, SP Fundação Cargil, 1990.

O tipo de argila afeta a estabilidade dos agregados: a predominância de caulinita dá maior estabilidade que a montmorilonita. Alguns compostos têm influência, proporcionando aglutinação das partículas, tais como os óxidos de ferro e o carbonato de cálcio.

### 2.1.3. Densidade do solo

A densidade do solo é definida como sendo a massa do solo seco por unidade de volume. Relaciona-se com a compactação de cada horizonte, e permitem inferir as dificuldades para a emergência, enraizamento e circulação da água e ar. Qualquer prática ou processo que tendem a causar compactação aumentará a densidade volumétrica e diminuição da porosidade de um solo. Isto terá um efeito significante na alteração da condutividade térmica (NIDAL & REEDER, 2000).

Para calcular a densidade volumétrica utiliza-se a seguinte equação:

$$d_s = \frac{m_s}{V_T} \rightarrow (kg.m^3) \quad (2.1)$$

onde

$m_s$  é a massa das partículas sólidas

$V_T$  é o volume total da amostra de solo.

A densidade de um solo varia de acordo com o volume ocupado por uma massa de partículas sólidas de solo. Segundo Reichardt (2004), a densidade do solo é, portanto, um indicador do grau de compactação de um solo.

Segundo Libardi (1999), em termos gerais, a densidade do solo de amostras de solo mineral natural varia de 700 a 2000  $kg.m^{-3}$ . Sob condições de estrutura

comparáveis, pode-se dizer que quanto mais argiloso o solo, menor é a sua densidade. Alguns valores representativos são apresentados a seguir, para amostras de solo da camada superficial:

Solos arenosos: 1300 - 1800 kg.m<sup>-3</sup>

Solos argilosos: 1000 - 1400 kg.m<sup>-3</sup>

Solos orgânicos: 200 - 600 kg.m<sup>-3</sup>

#### 2.1.4. Porosidade do solo

A medida da proporção do volume do espaço poroso, que é determinado após o arranjo dos componentes da parte sólida do solo é definida como porosidade. Porém são as partes líquidas e gasosas que definem o volume de espaços vazios no solo. Cada solo possui poros de formas e dimensões variadas, sendo a porosidade uma característica particular para cada tipo de solo ou seja, varia dentro do mesmo tipo de solo (REICHARDT, 2004).

Segundo Gardner<sup>2</sup> (1983), apud Fagundes (2006), o conhecimento da distribuição do tamanho dos poros é importante para drenagem do solo e a disponibilidade de água para as plantas, pois os poros armazenam a água perto das raízes, como um reservatório.

A porosidade é uma propriedade física do solo, muito alterada pelo cultivo e as culturas, afetando o espaço poroso. Quanto maior a porosidade, maior a capacidade do solo em armazenar água, daí os solos de textura fina ter maior capacidade de retenção e disponibilidade de água às plantas do que os de textura grosseira. A porosidade do solo varia de  $0 < \beta < 1$ , em função da textura e estrutura do mesmo (LIBARDI, 1999).

---

<sup>2</sup> GARDNER, W. R. Soil properties and efficient water use: an overview. In: TAYLOR, H.W. Limitations to efficient water use in crop production. Madison, **America Society of Agronomy**, 1983.

A porosidade é um índice que quantifica a fração do volume do solo ocupada pelos poros, isto é,

$$\beta = \frac{V_p}{V_T} = \frac{V_a + V_{ar}}{V_T} = \frac{V_T - V_s}{V_T} \rightarrow (m^3 \cdot m^{-3}) \quad (2.2)$$

onde

$\beta$  é a porosidade do solo ( $m^3 \cdot m^{-3}$ )

$V_p$  é o volume dos poros do solo ( $m^3$ )

$V_T$  é o volume total da amostra de solo ( $m^3$ )

$V_a$  é o volume de água nos poros do solo ( $m^3$ )

$V_{ar}$  é o volume de ar nos poros do solo ( $m^3$ )

$V_s$  é o volume dos sólidos do solo ( $m^3$ ).

Em porcentagem:

$$\beta \% = \frac{V_T - V_s}{V_T} \cdot 100 \quad (2.3)$$

A porosidade do solo está inversamente relacionada com a densidade: quanto maior a densidade do solo, menor a sua porosidade. Alguns valores representativos da densidade e porosidade para as classes de textura: argila, franco e areia são apresentados a seguir

Tabela 2.1 - Variação da densidade ( $kg \cdot m^{-3}$ ) e da porosidade ( $\beta$ ) para alguns valores representativos.

Classe textural	$d_s$ ( $kg \cdot m^{-3}$ )	$\beta$ (%)
Argila	1000 - 1250	61,5 - 52,8
Franco	1250 - 1400	52,8 - 47,2
areia	1400 - 1800	47,2 - 32,1

Libardi (1999), define tamanho de poro como o diâmetro da maior esfera inscrita no interior do espaço ocupado pelo poro. É por esse motivo que os poros do solo são classificados em termos de diâmetro de poro. Apesar de ser imprecisa, para algumas situações, a classificação de Koorevaar *et al.* (1983) ainda é a mais utilizada na caracterização da porosidade de um solo que classificam empiricamente os poros do solo em três grupos:

**Macroporos:** poros com diâmetro maior que  $100 \mu\text{m}$ . Sua principal função é a aeração da matriz do solo e condução da água durante o processo de infiltração. Afetam, portanto, a aeração e a drenagem.

**Mesoporos:** poros com diâmetro entre  $30$  e  $100 \mu\text{m}$ . Sua principal função é a condução da água durante o processo de redistribuição, isto é, após a infiltração quando se esvaziam os macroporos.

**Microporos:** poros com diâmetro menor que  $30 \mu\text{m}$ . São também chamados poros capilares e atuam na armazenagem da água. Nestes poros, a água se move, mas muito vagarosamente.

Um solo bem agregado (ou estruturado) apresenta boa quantidade de poros de tamanho relativamente grande. Dizemos que possui alta macroporosidade, qualidade que afeta a penetração das raízes, circulação de ar (aeração), manejo do ponto agrícola (operações de cultivo) e a infiltração da água (REICHARDT 2004).

Segundo Reichardt (1990), define-se, porém, como macroporosidade à porosidade livre de água de um solo submetido a uma tensão de  $-60 \text{ cm H}_2\text{O}$ , isto é, quando o potencial matricial ( $\psi_m$ ) vale  $-60 \text{ cm H}_2\text{O}$ . O restante da porosidade, é a diferença entre a porosidade total e a macroporosidade, é a microporosidade. A arbitrariedade destas definições está na escolha de um limite entre a macro e a micro. A única lógica está no fato de que a baixas tensões esvaziam-se primeiro os poros grandes e com o aumento da tensão, vão se esvaziando os poros cada vez menores.

## 2.2. Compactação do solo

Pode-se determinar por compactação do solo a densificação do mesmo por meio de equipamentos mecânicos. Fante Junior et al. (2002), afirmam que o adensamento do solo consiste na redução natural do espaço poroso pelo rearranjo de suas partículas, que leva ao aumento da densidade de camadas ou horizontes do solo.

Segundo Dias Junior & Estanislau (1999), nos sistemas agrícolas o processo de compactação ocorre devido à intensiva mobilização do solo durante o preparo, o pisoteio excessivo do gado nas pastagens e nas áreas florestais, as operações de corte, em condições inadequadas de umidade, têm sido responsáveis pelo processo de compactação do solo, onde alteram suas propriedades físicas, tais como densidade do solo, porosidade total, tamanho e continuidade dos poros, infiltração, capacidade de armazenamento de água, areação, pressão de preconsolidação e índice de compressão. De acordo com Kondo & Dias Junior (1999), a pressão de preconsolidação é o limite de pressão que o solo suporta antes que a compactação adicional ocorra.

Para Dias Junior & Pierce (1996), não existe um método padrão a ser usado para a modelagem de compactação dos solos, apenas relatam que além do uso de amostras deformadas e indeformadas de solo, diferentes tipos de ensaios são usados, tais como: ensaio de compressão uniaxial, ensaio de compressão triaxial e ensaio de cisalhamento direto, empregando amostras saturadas e não saturadas.

## 2.3. Teor de umidade do solo

Teor de umidade do solo pode ser descrito como sendo a quantidade de água que o solo armazena (REICHARDT, 1990). Ou seja, a umidade do solo é o índice de água de uma amostra de solo. Pode-se medir a umidade de um solo através da medida à base da massa ( $u$ ) ou à base do volume ( $\theta$ ).

### 2.3.1. Medida da umidade à base de massa ( $u$ )

O teor de umidade à base de massa é a razão entre a massa de água e a massa de sólidos (solo seco) de uma amostra de solo:

$$u = \frac{m_1}{m_s} = \frac{m_U - m_s}{m_s} \rightarrow (kg.kg^{-1}) \quad (2.4)$$

onde

$m_1$  é a massa da solução do solo é tomada como massa de água

$m_s$  é a massa das partículas sólidas (solo seco)

$m_U$  é a massa da amostra úmida.

Pode-se também definir a umidade do solo à base de massa ( $u$ ) em percentagem:

$$u \text{ (\%)} = \left( \frac{m_u - m_s}{m_s} \right) \cdot 100 \quad (2.5)$$

### 2.3.2. Medida da umidade à base o volume ( $\theta$ )

A razão entre o volume de água presente numa amostra de solo e o volume da amostra:

$$\theta = \frac{V_1}{V_T} = \frac{d_a(m_U - m_s)}{V_T} \quad (2.6)$$

onde

$V_1$  é o volume ocupado pela água ( $m^3$ )



$V_T$  é o volume total da amostra ( $m^3$ )

$d_a$  é densidade da água ( $m^3$ ).

A medida da umidade à base de volume ( $\theta$ ) também pode ser definida em percentagem:

$$\theta \% = \left( \frac{V_1}{V_T} \right) \cdot 100 \quad (2.7)$$

Levando  $m_u - m_s = u \cdot m_s$  de (2.5) em (2.6) obtém-se

$$\theta = \frac{(u \cdot m_s)}{V_T} \quad (2.8)$$

Se  $d_s = \frac{m_s}{V_T}$  então

$$\theta = u \cdot d_s \quad (2.9)$$

sendo

$u$  dado em  $kg \cdot kg^{-1}$  e  $d_s$  em  $kg \cdot m^{-3}$  resultando  $\theta$  em  $m^3$  de  $H_2O \cdot m^{-3}$  de solo.

O teor de umidade pode ser escrito na forma adimensional adotando-se o teor de umidade residual e o de saturação como referencial mínimo (zero) e máxima (cem), na forma da equação (2.10). Tomando como base o volume de poros de uma amostra de solo, o índice que mede a fração cheia de água deste volume recebe o nome de umidade adimensional ( $\Theta$ ). A vantagem de utilizar este índice é que sua amplitude de variação é de 0 a 100 %, isto é, solo saturado: 100 % e solo seco: 0 %.

A umidade que uma amostra de solo possui quando está muito seca ( por exemplo, a umidade de uma amostra seca ao ar ) é denominada umidade residual ( $\theta_r$ )

e a umidade de saturação ( $\theta_s$ ) é quando os poros estão cheios de água ou seja, estão saturados

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.10)$$

onde

$\Theta$  é a umidade adimensional do solo ou proporção de poros ocupada com água

$\theta$  é a umidade volumétrica

$\theta_r$  é a umidade residual

$\theta_s$  é a umidade de saturação.

#### 2.4. Propriedades térmicas do solo

A temperatura do solo é um dos fatores mais importantes para o desenvolvimento das plantas. O solo, além de armazenar e permitir os processos de transferência de água, solutos e gases, também armazena e transfere calor. A capacidade de um solo de armazenar e transferir calor é determinado por suas propriedades térmicas e pelas condições meteorológicas que, por sua vez, influenciam todos os processos químicos, físicos e biológicos do solo (PREVEDELLO, 2002).

Para Noborio e McInnes<sup>3</sup> (1993), apud Nidal & Reeder (2000), as propriedades térmicas de um solo têm funções importantes no microclima. Para modelar o

---

<sup>3</sup> NOBORIO, K. McINNES, K. J. Thermal conductivity of salt-affected soils. **Soil Sci. Soc. Am J.**, 1993.

movimento da energia de água de um solo exige-se conhecimento de calorimetria e propriedades salinas. Ao determinar o fluxo de calor no solo é necessário conhecimento de condutividade térmica e gradiente térmico. As propriedades térmicas podem ser determinadas indiretamente medindo a elevação da temperatura com a contribuição de calor de uma fonte. A condutividade térmica de um solo depende de vários fatores que podem ser organizados em dois grupos: os que são inerentes ao próprio solo que incluem a textura e a composição mineralógica, e os que podem ser administrados ou controlados pelo homem até certo ponto. A umidade tem função determinante na condutividade térmica de um solo, mas é mais difícil de ser controlada.

#### **2.4.1. Calor específico do solo**

Calor específico é, por definição, a quantidade de calor sensível cedida ou recebida pela unidade de massa ou volume de solo, quando sua temperatura varia de  $1^{\circ}\text{C}$ . O calor específico é uma característica do conjunto solo-água e, portanto, depende do teor de umidade e da densidade. Para solos secos ele pode ser considerado constante. De solo para solo ele varia, dependendo das proporções de matéria mineral e orgânica do solo (REICHARDT, 2004).

Segundo Hillel (1998), o valor do calor específico pode ser calculado somando as capacidades de calor dos vários componentes, de acordo com o as frações de seus volumes.

A tabela 2.2 apresenta os valores do calor específico de alguns componentes do solo para algumas medidas de densidade do solo por (VRIES, 1963).

Tabela 2.2 - Propriedades térmicas e densidades de alguns constituintes do solo (até 10 °C) e gelo (0° C).

Constituinte	Calor específico ( $c_p$ ) ( $\text{cal cm}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )	Densidade ( $d_s$ ) ( $\text{g.cm}^{-3}$ )
Quartzo	0,48	2,66
Outros minerais	0,48	2,65
Matéria orgânica	0,6	1,3
Água	1,00	1,00
Gelo	0,45	0,92
Ar	0,00030	0,00125

#### 2.4.2. Condutividade térmica do solo

Quando a umidade diminui, o transporte de calor nos poros diminui, devido a dois fatores. O primeiro é a umidade nos poros que diminui o contato entre moléculas no solo e o segundo fator é como o líquido se movimenta no solo, pois o transporte de calor é também dependente da circulação da água no poro (CAMPBELL et al., 1994).

Hillel (1998), define condutividade térmica  $k$  como a quantidade de calor transferida por unidade área de um corpo por unidade de tempo para o gradiente de uma unidade de temperatura.

Vries (1963); Hillel (1998), Silans et al.(2006), afirmam que a condutividade térmica dos componentes do solo difere muito como é mostrado na tabela 2.3. Conseqüentemente o espaço aéreo (macroscópico) da condutividade térmica de um solo depende da sua composição mineral e conteúdo de matéria orgânica do solo, como também das frações de volume de água e ar.

Tabela 2.3–Condutividade térmica do solo e seus constituintes (até 10 °C) e gelo (0° C).

Constituinte	( $\text{W.m}^{-1}\text{k}$ )
Quartzo	8,8
Outros minerais	2,9
Matéria orgânica	0,29
Água	0,57
Gelo	2,2
Ar	0,025

Campbell et al. (1994), afirmam que a variação do calor é o primeiro fator responsável pela variação da condutividade térmica do solo. Ao medir a condutividade térmica do solo de amostras com texturas, densidades, umidades e temperaturas diferentes e ajustar os resultados com a equação de Vries (1963), obtiveram como resposta o aumento da condutividade térmica, com o aumento da temperatura no solo úmido.

A transferência de calor é o transito de energia térmica provocado por uma diferença de temperatura. Para determinar experimentalmente as trocas térmicas em sistemas físicos, é comum utilizar métodos baseados nas medidas de temperaturas. Conhecendo-se os gradientes de temperatura e a condutividade térmica do material em estudo, pode-se calcular as trocas térmicas através da lei de Fourier. Segundo Antonino et al. (1997), o fluxo de calor no solo é controlado pela sua condutividade térmica e pelos gradientes de temperatura.

Os gradientes térmicos podem, em princípio, ser determinados experimentalmente, instalando-se sondas térmicas a várias profundidades. A condutividade térmica, que é função da umidade, pode ser calculada pelo produto entre capacidade térmica volumétrica do solo, que depende da composição deste, e a difusividade térmica. Vários métodos existem para estimar a difusividade térmica no campo a partir de medidas da evolução da temperatura (HORTON & WIERENGA, 1983a; BALABANIS, 1987). A maior parte desses métodos baseia-se na resolução da equação de Fourier, supondo o meio homogêneo e isotrópico e considerando a difusividade térmica constante.

Campbell et al., (1994); Reichardt, (2004) afirmam que além de depender da composição da fração sólida de solo e, em especial, da umidade, a condutividade térmica do solo é também uma função da densidade do solo. Qualquer prática ou processo que tendem a aumentar a densidade, diminuindo a porosidade de um solo,

terá efeito significativo na difusividade térmica deste solo. Decico<sup>4</sup> (1967) apud Reichardt (2004), apresenta as seguintes equações para cálculo de  $k$  em função de  $u$  (%) e  $d_s$  ( $\text{g.cm}^{-3}$ ) para dois solos do estado de São Paulo:

Solo série “Luiz de Queiroz” (Latosolo):

$$k = 10^{-4} [1,75 \cdot \log u - 0,71] 10^{1,077 \times d_s} \text{ cal.cm.cm}^{-2} \cdot \text{s.}^\circ\text{C}$$

Solo série “Quebra Dente” (Argiloso) fase arenosa:

$$k = 10^{-4} [0,095 \cdot \log u - 0,445] 10^{1,365 \times d_s} \text{ cal.Cm.cm}^{-2} \cdot \text{s.}^\circ\text{C}$$

Sendo, que as amostras do solo da série “Luiz de Queiroz” apresentam 34% de areia, 28% de silte e 38% de argila, e o solo da série “Quebra Dente” 79% de areia, 19% de silte e 2% de argila.

### 2.4.3. Difusividade térmica do solo

A difusividade térmica mede a relação entre a capacidade do material conduzir energia térmica e a capacidade de acumular energia térmica (INCOPRERA & WITT, 1990).

A difusividade térmica de um solo é também uma função da umidade, da densidade e da composição do solo (REICHARDT, 2004).

A difusividade térmica controla a velocidade com que as ondas de temperatura se movem. Os valores de difusividade são também afetados pelas propriedades do solo que influenciam a condutividade térmica, o calor específico e a umidade do solo. Conforme ressalta Oke (1987), adicionar umidade a um solo seco inicialmente produz um aumento da difusividade térmica, aumentando o contato térmico e expelindo o ar

---

<sup>4</sup> DECICO, A.; Condutividade térmica dos solos: equação para o cálculo da condutividade térmica de alguns solos em função da densidade e umidade. Piracicaba, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Tese de doutoramento, 1967.

do solo; entretanto, na maioria dos solos, com valores superiores a 20 % de conteúdo de umidade do solo por volume, a difusividade térmica começa a diminuir. Isto ocorre porque à medida que os níveis da condutividade térmica começam a diminuir, o valor do calor específico continua a aumentar para conteúdos de umidades mais altos (ALVALÁ et al., 2002).

Alvalá et al. (2002), apresentam diversos métodos analíticos que têm sido utilizados para estimar a difusividade térmica dos solos. Alguns envolvem métodos teóricos (VRIES, 1963) ou modelos semi-empíricos, que baseiam-se na fração volumétrica dos constituintes dos solos e são aplicáveis para solos com estrutura simples. Outros métodos baseiam-se em medidas de temperatura do solo obtidas no campo, sendo deduzido a difusividade através da solução analítica da equação de condução de calor uni-dimensional, com a difusividade constante, em um meio semi-infinito (HORTON et al., 1983). Portanto eles se aplicam para solos homogêneos.

Reichardt (2004), define a difusividade térmica do solo pela seguinte equação:

$$D = \frac{k}{c_s} \rightarrow (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}) \quad (2.11)$$

onde

$D$  é a difusividade térmica do solo

$k$  a condutividade térmica do solo

$c_s$  é o calor específico por unidade volumétrica do solo.

Na bibliografia sobre transferência de calor é usado o símbolo  $\alpha$  para difusividade térmica (INCOPRERA & WITT, 1990). Neste trabalho será seguida esta notação.

## 2.5. Sensores de umidade do solo

Um método de quantificação ideal da água no solo deve basear-se numa propriedade física dependente apenas do seu conteúdo, produzindo uma resposta direta, rápida e confiável (LACERDA et al., (2005).

Diversos são os instrumentos utilizados para determinar a umidade do solo entre eles encontramos os sensores que utilizam sondas de nêutrons, os tensiômetros, o TDR (*Time Domain Reflectometry*) Reflectometria no domínio do tempo, o WCR (*Water Content Reflectometry*) Reflectometria no conteúdo de água e os sensores de dissipação de calor.

A utilização de tensiômetros para obtenção do conteúdo de água do solo através da curva de retenção é uma alternativa barata, sendo por isso mais acessível. Possui ainda, as vantagens de determinar o potencial total da água do solo, ser de utilização relativamente fácil e de produzir resultados de boa precisão (LACERDA, 2005). Porém, uma limitação deste método é a impossibilidade de medir o potencial do solo em dois pontos distintos com o mesmo tensiômetro, sendo necessário instalar dois tensiômetros.

O tensiômetro é um equipamento que mede diretamente o potencial matricial da água do solo em condições de campo, sendo adequado e indicado apenas para potenciais superiores a -0,8 bars, pois o ar tende a penetrar pela cápsula de porcelana em potenciais inferiores àquele valor, fazendo o instrumento deixar de funcionar (KLAR, 1988). A leitura de potencial matricial ( $\Psi_m$ ) pode ser transferida em umidade pela curva de retenção de água no solo.

O tensiômetro é constituído de uma cápsula porosa, geralmente feita de cerâmica, conectada a um manômetro através de um tubo, geralmente de PVC, preenchido com água. Deve ser instalado de forma a propiciar um perfeito contato entre a cápsula porosa e o solo. Quando o potencial matricial da água no solo é menor que o da água nos poros da cápsula, a água se desloca do tensiômetro para o solo, através dos poros saturados da cápsula, criando uma tensão de sucção medida pelo



manômetro. Quando o solo está úmido, o fluxo ocorre na direção reversa, até que um novo equilíbrio seja alcançado (KLAR,1988).

Segundo Guerra<sup>5</sup> (2000), apud Lacerda et al. (2005), quando o potencial matricial fica mais negativo o aumento das variações das temperaturas aumentam. A formação de bolhas de ar na água do tensiômetro é prejudicial ao seu correto funcionamento, por esse motivo a água utilizada deve ser deareada, o material de confecção deve ser impermeável e ainda evita-se trabalhar em solo muito seco. Caso formem-se bolhas deve-se fluxar o tensiômetro, ou seja, injetar a água expulsando as bolhas. Para diminuir os erros pelo efeito temperatura, o manômetro no campo deve estar protegido da luz direta do sol e ainda é aconselhável efetuar as leituras preferencialmente ao longo do tempo na mesma hora do dia.

De acordo com Libardi (1999), o importante, é que o solo esteja úmido, quando da sua instalação, a fim de que haja o bom contato necessário entre a cápsula porosa e o solo ou, em outras palavras, para que, através dos poros da parede da cápsula, a solução do tensiômetro entre em contato hidráulico e se equilibre com a solução do solo.

O método de calibração com sonda de nêutrons foi o único largamente usado até a década de 90 do século passado, apesar das dificuldades inerentes ao processo de moderação de nêutrons em um meio heterogêneo (solo, água, ar). A curva de calibração de uma sonda de nêutrons em laboratório era obtida acondicionando-se o solo, com vários teores de água, em tonéis onde eram fixados tubos de acesso. Os teores de água e as contagens da sonda de nêutrons no centro dos tonéis seguiam uma relação linear que era obtida através da técnica dos mínimos quadrados. (ENCARNAÇÃO et al., 1991).

---

<sup>5</sup> GUERRA, H. O. C. **Física dos Solos**. Campina Grande: UFCG, 2000.

A calibração em condições de campo é feita comparando-se as leituras de sonda de nêutrons (perfis de contagens) no campo, com os valores de umidade determinados gravimetricamente em amostras de solos adjacentes ao tubo de acesso (BELL, 1969).

Um problema dessa técnica é a definição da umidade de saturação que em geral é uma fração entre 0,9 e 1,0 da porosidade do solo, sendo, assim, uma séria fonte de erro na determinação da reta de calibração de uma sonda de nêutrons (ENCARNAÇÃO et al., 1991).

Outra técnica para medição do teor de água no solo que vem sendo introduzida no Brasil recentemente é a técnica da reflectometria de microondas TDR (Time Domain Reflectometry). Segundo Lacerda et al. (2005), a diferença significativa entre a constante dielétrica da água e a constante dielétrica dos componentes da matriz do solo permite calcular o conteúdo de água no solo. Pois esta técnica consiste na emissão de um pulso eletromagnético onde a velocidade de propagação deste pulso no meio é função de uma constante, denominada constante dielétrica. Desta forma, o uso do TDR depende da calibração de suas leituras com a umidade do solo (TOMMASELLI & BACCHI, 2001). Entre as vantagens do uso deste sensor (TDR) uma é a possibilidade de realizar medidas em pontos distintos com o mesmo sensor. Já para Teixeira et al. (2003), as desvantagens do uso desta técnica são a necessidade de calibrações para algumas classes específicas de solo e o custo alto do equipamento.

Tommaselli e Bacchi (2001), testaram e verificaram o funcionamento do sensor do tipo Trase System I através da técnica do TDR (Time Domain Reflectometry), determinando curvas de calibração para cinco solos da região de Piracicaba. Os testes de comparação entre as curvas ajustadas, a curva genérica e a curva embutida no equipamento Trase System I mostraram que a primeira é superior as demais. O estudo também mostrou que a curva de calibração embutida no equipamento é inadequada para as determinações de umidade dos solos estudados. De maneira geral, as curvas ajustadas não são, em nenhum momento e em nenhum dos solos, coincidentes, sendo assim necessário a calibração do aparelho para cada solo especificamente.

Os resultados dos estudos de Tommaselli e Bacchi (2001), mostram que além da água, a distribuição do tamanho das partículas, o teor de óxido de ferro, o teor da matéria orgânica e a superfície específica são características que podem influenciar o valor da constante dielétrica do solo. O efeito mais direto das distribuições do tamanho das partículas é o aumento da superfície específica, gerando maior quantidade de água adsorvida, que apresenta uma constante dielétrica bem abaixo daquela da água livre.

Otto & Alcaide (2001), também testaram a utilização conjunta do TDR (Trime FM da IMKO - Micromodultechnik) com sondas TDR de duas hastes e dois comprimentos de hastes diferentes e tensiômetro para a determinação da umidade volumétrica em laboratório e em condições de campo, obtiveram elevados valores de coeficiente de determinação para a relação entre umidade volumétrica medida com o TDR e a umidade volumétrica real. Indicando a boa correlação entre a umidade volumétrica e a constante dielétrica do solo medida com o TDR, e demonstrando boas possibilidades de uso do TDR para medir umidades do solo, porém as sondas com hastes de diferentes comprimentos (*10 e 15 cm*) para o solo estudado não apresentaram bons resultados necessitando assim de uma correção específica para este solo.

Em outro trabalho Seyfried et al. (2001), investigaram a calibração de seis diferentes sensores de umidade de solo denominados como WCR (Water Content Reflectometer) utilizando quatro tipos de solos distintos com umidades variadas, os quais são relativamente mais baratos que o TDR, sendo que estes sensores WCR são amplamente usados, embora pouco divulgados. A aplicabilidade do WCR é o monitorando do conteúdo de água no solo. Foi observado, no decorrer dos experimentos, que a calibração dos sensores de umidade nos solos em estudo foi idêntica quando a umidade era zero. Porém, na medida em que a umidade vai aumentando a calibração para cada solo diverge significativamente de maneira que cada solo exige uma curva de calibração.

Para medir o teor de umidade do solo são usados também os sensores de dissipação de calor, estabelecendo curvas de calibração para os solos em estudo. Segundo Oliveira (1999), entre as principais vantagens desse método pode-se citar: construção relativamente fácil e custo moderado; portabilidade; leitura adicional da temperatura do solo; leitura independente do teor de sais na solução; e o fato de os sensores poderem ser usados por longo período de tempo sem necessidade de recalibração ou manutenção periódica, como acontece nos tensiômetros.

Para Flint et al. (2002), os sensores de dissipação de calor proporcionam um método indireto de medir o potencial matricial da água. Em geral, um sensor de dissipação de calor consiste em uma fonte de calor e um termopar embutidos no interior de uma cerâmica porosa. A água se move entre os poros da cerâmica até atingir o equilíbrio com o solo. Este tipo de sensor foi descrito por Phene et al. (1971). Estes sensores têm a habilidade de fazer a medida do potencial matricial do solo na escala de aproximadamente  $-0,01$  a  $-100$  MPa.

Entre os sensores de dissipação de calor encontramos também o sensor descrito por Oliveira (1999). O sensor de dissipação de calor denominado Solumid, modelo SG-10 é constituído de uma fonte pontual de fluxo uniforme de calor e de um sensor de temperatura inseridos em um meio uniforme e isotrópico de gesso com formato cilíndrico. Sendo que a dissipação do calor neste sensor ocorre a partir da fonte pontual. Ao entrar em contato com o solo, o sensor entra em equilíbrio hidráulico com o solo. Fazendo passar uma corrente elétrica constante através da fonte de calor durante 50 segundos, a dissipação de calor no bloco de gesso depende do teor de água do mesmo e causa um aumento da temperatura no meio poroso de gesso.

Para verificação do funcionamento do sensor de dissipação de calor descrito acima Oliveira (1999), testou o desempenho deste sensor sob condições de laboratório e de campo. As medidas de temperatura que o sensor SG-10 estimou nos procedimentos experimentais foram comparadas com medidas obtidas de um termômetro de referência com precisão  $0,1^{\circ}\text{C}$  instalados sob condições de campo. Foi observado que ocorreu uma menor variação nos valores da temperatura em solos com

teores de água próximos à saturação, em comparação com variações de temperatura em solo com umidades baixas. Ao concluir seu estudo o pesquisador sugere que a determinação da tensão de água no solo, com sensores de dissipação de calor, pode ser considerada como mais uma alternativa viável, além das já existentes. Para tal, deverá ser usado uma curva de calibração adequada ao tipo de material poroso utilizado no sensor (fonte de calor linear ou pontual) e a intensidade e duração da corrente elétrica utilizada na fonte (pontual) de calor.

Além dos estudos já apresentados podem ser citados também o trabalho feito por Nidal & Reeder (2000), que utilizam uma fonte de calor pontual para determinar a condutividade térmica de solos com umidades e densidades variadas, e o trabalho que Campbell et al. (1994), realizaram para estimar o efeito da massa específica e da umidade do solo na condutividade térmica dos solos estudados, usando o método de pulso de calor, para solos com densidades volumétricas, texturas, umidades e temperaturas diferentes. A medida da condutividade térmica foi realizada usando o método analisado e descrito por Shiozana e Campbell (1990). Os resultados encontrados confirmaram que o aumento da massa específica do solo, a um determinado aumento da umidade, aumenta a condutividade térmica do solo.

### 3. MODELO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA DO SOLO

Para determinar a influência da massa específica do solo na curva de calibração do transdutor térmico de umidade foi necessário modelar matematicamente a difusão do calor e desenvolver um método (problema inverso) para estimar os valores da difusividade térmica em função do teor de umidade do solo.

#### 3.1. Difusão do calor no cilindro de solo: Problema direto

Para estimar a difusividade térmica do solo, usando o método do problema inverso, foi necessário antes resolver o problema direto da transferência de calor no solo. Considerando que os experimentos foram realizados em um cilindro de solo, como ilustra a figura 3.1, a equação proposta é a equação de difusão do calor com a presença de uma fonte geradora, conhecida como e cuja demonstração é encontrada em (Ozisik, 1993).

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{F}{k} \quad (3.1)$$

onde

$T$  é a temperatura ( $^{\circ}C$ )

$F$  é a potência da fonte ( $W$ )

$\alpha$  é a difusividade térmica ( $m^2 \cdot s^{-1}$ )

$k$  é a condutividade térmica do solo ( $Wm^{-1}k^{-1}$ )

$r, \phi$  e  $z$  são as variáveis espaciais ( $m$ )

$t$  é o tempo (s).

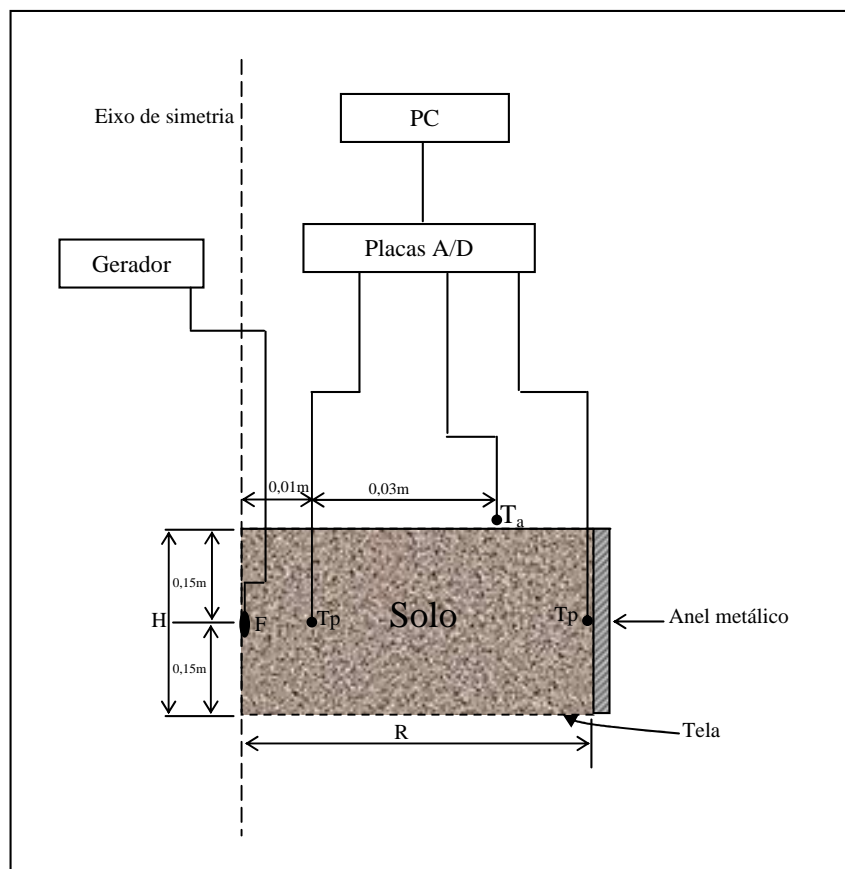


Figura 3.1 – Esquema geral dos experimentos. Cilindro de solo com fonte de calor (F) e termopares (Tp).

Considerando o solo isotrópico e homogêneo e a fonte colocada no centro do cilindro de solo, o problema de difusão do calor apresenta simetria em relação ao eixo vertical central e, conseqüentemente, a derivada em relação a  $\phi$  é nula. Dessa forma, a equação (3.1) toma a forma da equação (3.2).

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{F}{k} \quad \text{para } 0 < r < R, \quad 0 < z < H \text{ e } t > 0 \quad (3.2)$$

onde

$R$  é o raio do cilindro ( $m$ )

$H$  é a altura do cilindro ( $m$ ).

Constatando experimentalmente que o tempo considerado para obtenção dos dados é menor do que  $400\text{ s}$  e a variação de temperatura no solo é menor do que  $20\text{ }^\circ\text{C}$  acima da temperatura ambiente, os valores da difusividade e da condutividade térmica foram considerados constantes em relação ao tempo e temperatura, para o mesmo teor de umidade do solo, mas variáveis de um teor de umidade para outro.

As condições de contorno foram consideradas de primeira espécie e obtidas experimentalmente.

$$T(r,0,t) = T_a \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (3.3)$$

$$T(R,z,t) = T_a \quad \text{para } 0 < z < H \text{ e } t > 0 \quad (3.4)$$

$$T(r,H,t) = T_a \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (3.5)$$

$$T(r,z,0) = T_o \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } 0 < z < H \text{ e } t > 0 \quad (3.6)$$

onde

$T_a$  é a temperatura ambiente ( $^\circ\text{C}$ )

$T_o$  é a temperatura inicial do solo ( $^\circ\text{C}$ ).

A equação (3.2) juntamente com as condições de contorno (3.3) a (3.6) serão chamadas neste trabalho de *problema direto* e constituem a primeira etapa do problema de estimação da difusividade térmica do solo.



### 3.2. Estimação da difusividade térmica do solo: Problema inverso

A estimação da difusividade térmica para cada teor de umidade do solo foi feita resolvendo o *problema inverso*. Este problema consiste em encontrar um valor da difusividade térmica que minimiza o somatório do quadrado da diferença ( $d$ ) entre a temperatura calculada ( $Tc$ ) pelo problema direto e a temperatura obtida experimentalmente ( $Te$ ), para cada instante de tempo, conforme mostra a equação:

$$d = \sum_{i=1}^n (Tc_i - Te_i)^2 \quad (3.7)$$

onde

$d$  é o número que expressa a soma do quadrado das diferenças entre as temperaturas calculadas e medidas ( $^{\circ}C$ )

$Tc_i$  é a temperatura calculada ( $^{\circ}C$ )

$Te_i$  é a temperatura medida pelo termopar ( $^{\circ}C$ )

$i$  é um número de medidas realizadas (adimensional).

Para encontrar o valor ótimo da difusividade térmica foram pesquisados numericamente (problema direto) valores de  $\alpha_{max}$  e  $\alpha_{min}$  que produzissem curvas  $T(r,z,t)$ , (onde  $r = 0,01 \text{ m}$  e  $z = 0,015 \text{ m}$ ) com todas temperaturas acima e abaixo da curva dos dados experimentais, respectivamente. Usando um algoritmo de procura (ver Capítulo 4) foi determinado o melhor valor de  $\alpha$ , minimizando a diferença  $d$ , da equação (3.7), para cada teor de umidade pesquisado.

## 4. MÉTODOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são apresentadas a solução numérica do problema direto e o fluxograma do programa computacional elaborado para o cálculo da condutividade térmica do solo.

### 4.1. Solução do problema direto

A solução numérica da equação (3.2) com as condições de contorno (3.3) a (3.6) foi implementada usando o Método das Diferenças Finitas. A Figura 4.1 apresenta uma malha bidimensional, em um domínio cilíndrico, considerando um problema de eixo simétrico, conforme foi descrito no capítulo 3.

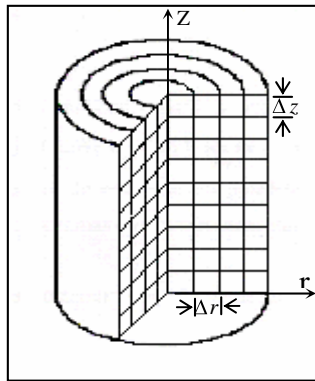


Figura 4.1 – Esquema representativo da malha bidimensional do domínio cilíndrico

A discretização da equação (3.2) usando diferenças centrais é feita com base na expansão das derivadas em Série de Taylor, cujas deduções podem ser encontradas em (Maliska, 1995 e Smith, 1985). As derivadas temporais tomam a forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t}{\Delta t} \quad (4.1)$$

as derivadas espaciais de primeira ordem tomam a forma

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T_{i+1,j}^t - T_{i-1,j}^t}{2\Delta r} \quad \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{T_{i,j+1}^t - T_{i,j-1}^t}{2\Delta z} \quad (4.2)$$

as derivadas espaciais de segunda ordem tomam a forma

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{i+1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i-1,j}^t}{\Delta r^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx \frac{T_{i,j+1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j-1}^t}{\Delta z^2} \quad (4.3)$$

onde os sobre-índices  $t$  e  $t+\Delta t$  significam valores de  $T$  no instante atual e posterior, respectivamente.

Substituindo as derivadas discretizadas na equação (3.2) e resolvendo para o método explícito, obtém-se

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = \alpha \Delta t \left( \frac{1}{r} \frac{T_{i+1,j}^t - T_{i-1,j}^t}{2\Delta r} + \frac{T_{i+1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i-1,j}^t}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j+1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j-1}^t}{\Delta z^2} \right) + \frac{F}{k} \Delta t + T_{i,j}^t \quad (4.4)$$

A equação (4.4) pode ser escrita separando as temperaturas de cada ponto e seus respectivos coeficientes. Sendo  $A_E$ ,  $A_W$ ,  $A_N$ ,  $A_S$  e  $A_P$  os coeficientes de  $T_{i+1,j}^t$ ,  $T_{i-1,j}^t$ ,  $T_{i,j+1}^t$ ,  $T_{i,j-1}^t$  e  $T_{i,j}^t$ , respectivamente, e

$$A_E = \alpha \Delta t \left( \frac{1}{2r\Delta r} + \frac{1}{\Delta r^2} \right) \quad (4.5)$$

$$A_W = \alpha \Delta t \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{2r\Delta r} \right) \quad (4.6)$$

$$A_N = A_S = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2} \quad e \quad (4.7)$$

$$A_P = 1 - 2\alpha \Delta t \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \quad (4.8)$$

a equação (4.4) torna-se

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = A_E T_{i+1,j}^t + A_W T_{i-1,j}^t + A_N T_{i,j+1}^t + A_S T_{i,j-1}^t + A_P T_{i,j}^t + \frac{F}{k} \Delta t \quad (4.9)$$

A equação (4.9) é calculada para um domínio que não inclui as células das fronteiras e nem do eixo simétrico. Portanto, sendo  $L$  e  $M$  o número de células nas direções  $r$  e  $z$ , a equação (4.9) só é calculada para

$$2 \leq i \leq (L-1) \quad e \quad 2 \leq j \leq (M-1). \quad (4.10)$$

### Implantação das condições de contorno

As condições de fronteira em  $r=R$  para  $0 < z < H$ ;  $z=0$  e  $z=H$  para  $0 < r < R$  foram consideradas de primeira espécie (temperatura prescrita, neste caso temperatura ambiente,  $T_a$ ) e obtidas experimentalmente para todos os valores de tempo medidos.

A temperatura no eixo central foi calculada a cada iteração espacial e temporal mediante as seguintes considerações:

A equação para o problema de eixo simétrico em coordenadas cilíndricas sem fonte é

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (4.11)$$

Como o problema apresenta simetria em relação ao eixo Z, pode-se considerar que:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{e} \quad (4.12)$$

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = \frac{0}{0}, \text{ o que é uma indeterminação e precisa ser resolvida} \quad (4.13)$$

Expandindo (4.12) como uma série de McLaurin, obtém-se

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = T'(0) = T'(0) + rT''(0) + \frac{1}{2}r^2T'''(0) + \dots \quad (4.14)$$

Mas, de (4.12)  $T'(0)=0$ , e devido (4.14) por  $r$ , tem-se

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = T''(0) + \frac{1}{2}rT'''(0) + \dots \quad (4.15)$$

Para  $r \rightarrow 0$  o termo com a derivada de terceira ordem tende a zero e obtém-se

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = T''(0) = \left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{r=0} \quad (4.16)$$

Levando (4.16) em (4.11) obtém-se

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( 2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (4.17)$$

Porém a equação em Diferenças Finitas não pode ser calculada em  $r = 0$ , porque a malha não tem um ponto a esquerda do eixo de simetria. Pela simetria do

problema, pode-se considerar  $T_{i-1}^t = T_{i+1}^t$ . Assim, a equação (4.17) pode ser discretizada e toma a forma

$$\frac{T_{l,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t}{\Delta t} = \alpha \left( 2 \frac{2T_{i+1,j}^t - 2T_{i,j}^t}{\Delta r^2} + \frac{T_{i,j+1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j-1}^t}{\Delta z^2} \right) \quad (4.18)$$

ou

$$T_{l,j}^{t+\Delta t} = \frac{4\alpha\Delta t}{\Delta r^2} T_{i-1,j}^t + \left( 1 - 2\alpha\Delta t \left( \frac{2}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \right) T_{i,j}^t + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta z^2} (T_{i,j+1}^t + T_{i,j-1}^t) \quad (4.19)$$

### Implementação da fonte

O modo clássico para cálculo de problemas com fonte dentro do domínio é a criação de uma matriz para  $F$ , com elementos nulos para todo o domínio com exceção do ponto onde está localizada a fonte. A resolução da equação (4.9) para todo o domínio, garante a difusão do calor a partir da posição da fonte.

No problema deste trabalho, a fonte está localizada no eixo de simetria, portanto fora do domínio da equação (4.9), o que inviabiliza a solução com a matriz  $F$ . A solução proposta é o cálculo da temperatura no ponto com coordenadas  $r = 0$  e  $z = H/2$  com base na Lei de Conservação de Energia.

Na célula da fonte o balanço de energia pode ser escrito como:

Variação de energia na célula ( $\Delta E$ )	=	Variação da energia que entra/sai pelas fronteiras ( $\Delta F$ )	+	Energia gerada pela fonte ( $G$ )
--	---	---	---	---

A variação de energia na célula ( $\Delta E$ ) é calculada pela expressão

$$\Delta E = \frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t}{\Delta t} \rho C_p \quad (4.20)$$

onde

$\Delta E$  é a variação de energia na célula ( $J s^{-1} m^{-3}$ )

$\rho$  é a massa específica do solo ( $kg m^{-3}$ )

$c_p$  é o calor específico a pressão constante ( $J kg^{-1} K^{-1}$ ).

A variação de energia que entra/sai pelas fronteiras da célula ( $\Delta F$ ) é a soma algébrica dos fluxos de energia que passam pelas superfícies:

$$q_E'' = k \frac{\Delta T}{\Delta r} \frac{1}{\Delta z} \quad (4.21)$$

$$q_N'' = k \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{1}{\Delta r} \quad (4.22)$$

$$q_S'' = k \frac{\Delta T}{\Delta z} \frac{1}{\Delta r} \quad (4.23)$$

onde

$q_*''$  são os fluxos de energia pela fronteira (\*)

$k$  é a difusividade térmica do solo ( $W m^{-1} K^{-1}$ ).

Então,

$$\Delta F = q_E'' + q_N'' + q_S'' \quad (4.24)$$

A energia gerada ( $\Delta G$ ) pela fonte depende da potência ( $F$ ) da resistência instalada nos experimentos.

$$\Delta G = \frac{P}{V} \quad (4.25)$$

onde

$F$  é a potência da fonte ( $W$ )

$V$  é o volume da célula da fonte ( $m^3$ ).

Levando as expressões (4.20), (4.24) e (4.25) no balanço de energia, obtém-se

$$\frac{T_{l,j}^{t+\Delta t} - T_{l,j}^t}{\Delta t} \rho C_p = \frac{k}{\Delta r \Delta z} (T_{2,j}^t + T_{l,j+1}^t - T_{l,j-1}^t - T_{l,j}^t) + \frac{P}{Vk} + T_{l,j}^t \quad (4.26)$$

Usando a definição da difusividade térmica

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (4.27)$$

obtém-se

$$T_{l,j}^{t+\Delta t} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r \Delta z} (T_{2,j}^t + T_{l,j+1}^t - T_{l,j-1}^t - T_{l,j}^t) + \frac{P \Delta t}{V \rho C_p} + T_{l,j}^t \quad (4.28)$$

que é a temperatura na célula da fonte.

É importante observar que a condição de simetria expressa em (4.19) não é usada na célula da fonte, mesmo que esta esteja situada no eixo de simetria.

O algoritmo de cálculo do programa computacional que foi desenvolvido para calcular a difusividade térmica do solo é ilustrado na Figura (4.2). O programa computacional é composto por 5 blocos.



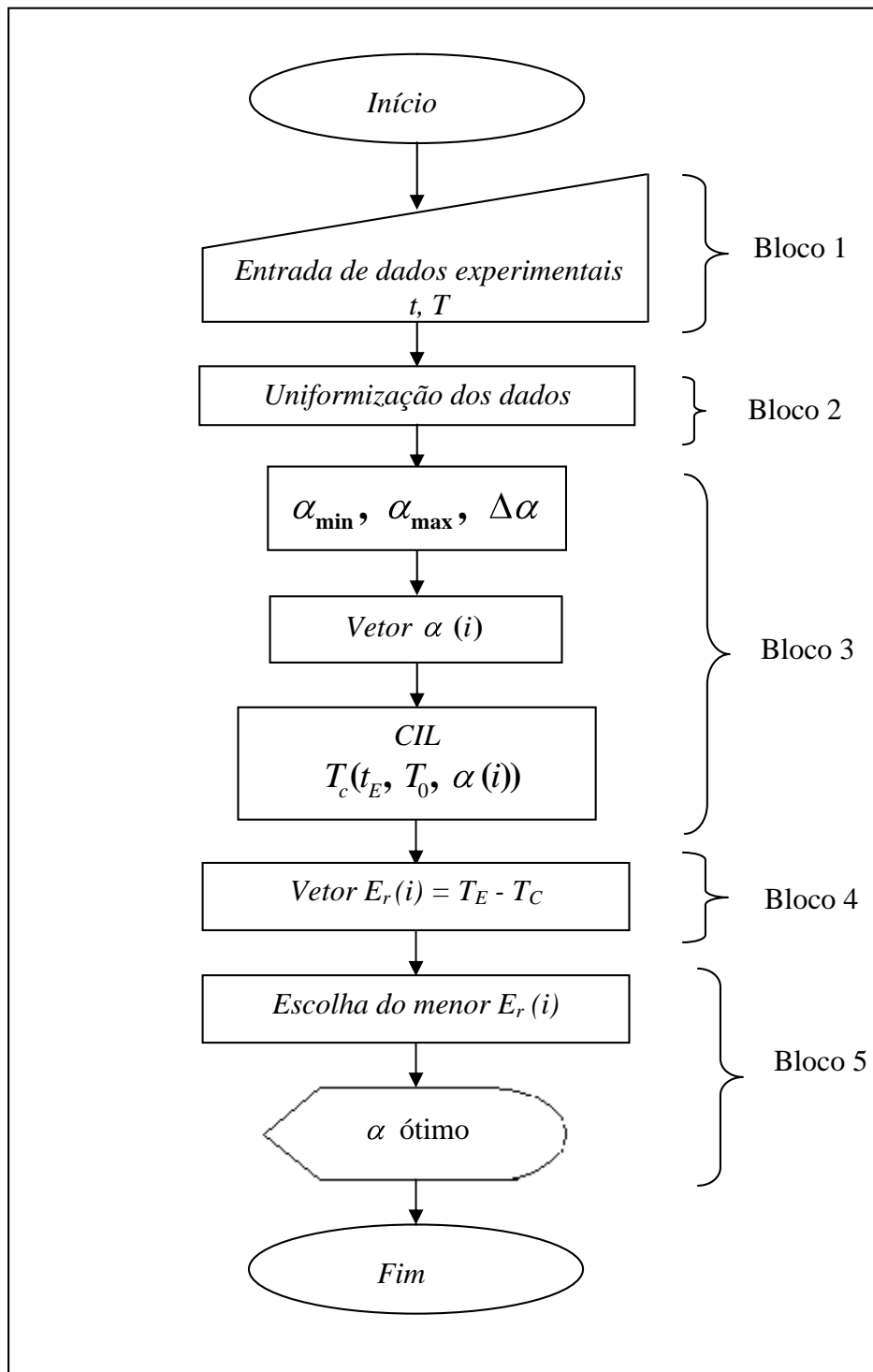


Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo computacional para o cálculo de difusividade térmica.

**Bloco 1 – Dados experimentais**

Entrada dos dados experimentais referentes às temperaturas e os respectivos tempos da leitura.

**Bloco 2 – Uniformização de dados**

Neste bloco foi realizada a uniformização dos dados medidos, colocando as referências de medidas de temperatura com a mesma temperatura inicial.

**Bloco 3 – Determinação de  $\alpha_{\min}$  e  $\alpha_{\max}$** 

Escolha do intervalo de variação da difusividade térmica, onde deve estar o valor ótimo: Estimação de  $\alpha_{\min}$  e  $\alpha_{\max}$  e cálculo de  $\Delta\alpha$ .

**Bloco 4 – Vetor erro**

Neste bloco o programa compara os valores de temperaturas calculadas, às difusividades do bloco 3 com os dados experimentais. O quadrado das diferenças são calculados.

**Bloco 5 –  $\alpha$  ótimo**

O resultado do bloco que é um vetor com os erros de cada difusividade. No bloco 5 é escolhido o menor valor deste erro é identificado o valor de  $\alpha$  que o gerou.

## 5. DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS E EQUIPAMENTOS

Os experimentos foram realizados nos Laboratórios de Física do Solo do DEAg e no Laboratório de Medidas Físicas para Modelagem Matemática no prédio da Sede Acadêmica da UNIJUÍ, nos meses de novembro e dezembro do ano de 2005.

O solo utilizado no experimento é classificado como sendo da unidade de mapeamento de Santo Ângelo, classificado como um Latossolo Vermelho Distroférico típico. Tal solo é derivado do basalto da formação Serra Geral, tendo textura muito argilosa, com mais de 55% de argila. As características gerais deste solo são: solo profundo, coloração vermelha-escura, boa drenagem, textura argilosa com predominância de argilominerais 1:1 e sesquióxidos de ferro e alumínio (EMBRAPA, 1999).

A coleta do solo foi realizada nas proximidades do campus da UNIJUÍ de um perfil de solo exposto na camada entre  $0,6$  e  $1,0$  m de profundidade da superfície, sendo que este ainda não havia sido cultivado. O solo foi seco naturalmente por  $24$  horas, peneirado em uma peneira com malha de  $2$  mm e em seguida homogeneizado.

As unidades experimentais consistiram de anéis volumétricos de alumínio com  $0,085$  m de diâmetro interno e  $0,03$  m de altura e uma quantidade de  $150$  g de solo.

Na primeira parte do experimento foi avaliado o efeito da umidade do solo sobre a condutividade na massa específica do solo peneirado, ou seja, na menor massa específica deste. A massa específica nestas condições foi estimada em  $0,77$  g.cm<sup>-3</sup>.

### 5.1. Variação da umidade

Para obter a variação da umidade volumétrica foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Funil de Buchner;
- Câmara de pressão de Richards.

O funil de Buchner é formado por um funil de plástico polietileno, contendo uma placa porosa inserida dentro a uma distância de  $0,2m$  do fundo. Os poros da placa porosa devem ser mantidos sempre cheios de solução para que ela se torne permeável somente a solução. É utilizado para atingir potencial matricial em amostras de solo. A haste do funil é prolongada por meio de um tubo flexível, através do qual pode-se saturar ou dessaturar a placa porosa pela elevação ou abaixamento do nível de água mantido constante em sua extremidade. O funil de Buchner é utilizado para manter o solo com água a altos potenciais matriciais, sendo que para manter baixos potenciais matriciais no solo utiliza-se a câmara de Richards. A figura (5.1) ilustra o funil de Buchner.

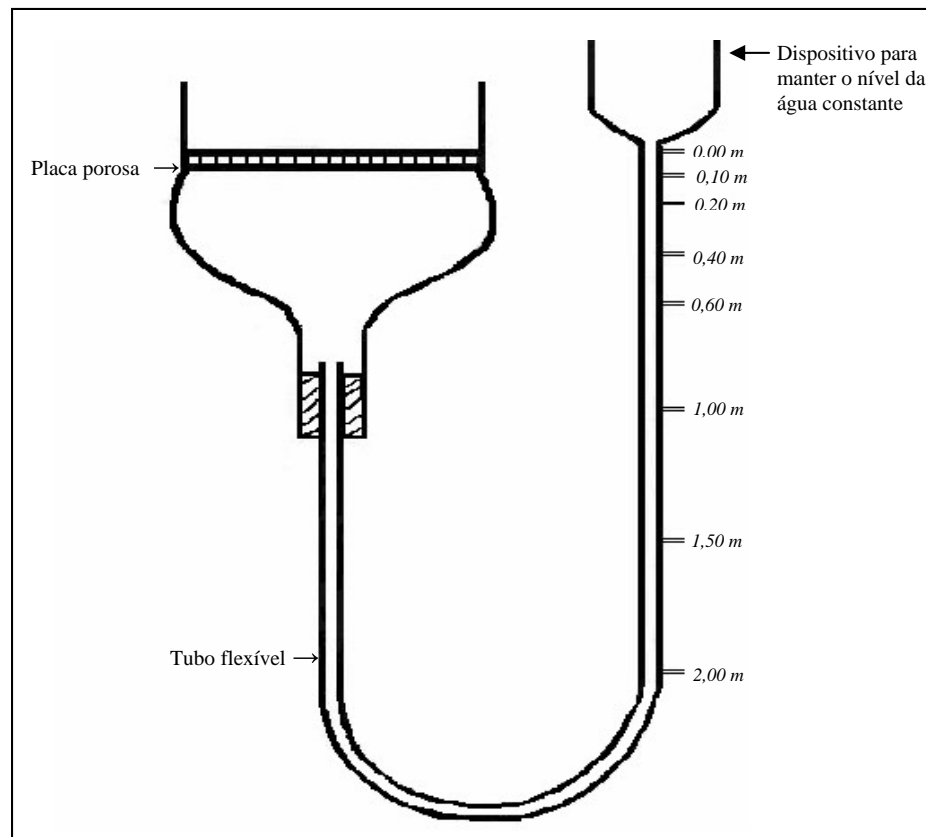


Figura 5.1 – Esquema representativo do Funil de Buchner.

Para variar a umidade foi necessário variar a altura da drenagem de água através das pequenas saídas da haste, em seguida aguardar 24 horas, para que a água na haste e o solo que se encontra na superfície da placa porosa atingissem o equilíbrio e o potencial total da solução seja o mesmo para a solução em qualquer ponto e para qualquer ponto na unidade experimental que está na placa porosa. O procedimento descrito abaixo foi utilizado para obter a variação da umidade, e as curvas de temperatura a partir da carga térmica de um resistor.

1 - Encher a coluna d'água até atingir a altura acima da placa porosa para permitir a saturação dos poros da placa porosa;

2 - Colocar as unidades experimentais na superfície da placa de cerâmica do funil e deixar descansar por *1 hora*, para que o solo fique completamente saturado;

3 - Abrir o grampo correspondente à tensão desejada, aguardar *24 horas*;

4 - Retirar as unidades experimentais e medir a massa de cada uma;

5 - Fazer leituras de temperatura a distância de *0,01m* durante *400 segundos* com intervalo de *90 segundos* a carga térmica de um resistor inserido no centro da unidade experimental;

6 - Secar as unidades experimentais a uma temperatura de *105° C*;

7 - Pesar a massa do solo seco;

8 – Repetir o procedimento descrito para as diferenças de pressão *-0,0009798*; *-0,0019596*; *-0,0039192*; *-0,0058788*; *-0,09798*; *-0,014697* e *-0,019596 bária*. Sendo que *1m* na coluna de água corresponde a tensão *0,09798 bária*.

O procedimento 2, além de saturar o solo, também é necessário para que a água do solo fique em perfeito contato com a água da placa, pois este contato é necessário para que ocorra o processo de sucção da água da amostra do solo.

A câmara de pressão de Richards é um sistema construído para suportar altas pressões contendo uma placa de cerâmica porosa no seu interior. A placa de cerâmica tem sua face inferior coberta por um diafragma de borracha, selado em sua borda. Entre a placa e o diafragma existe uma tela de náilon para permitir o fluxo de solução, isto é, impedir que o fluxo de solução seja obstruído quando da aplicação da pressão  $P$ . A Figura (5.2) ilustra a Câmara de Pressão de Richards.

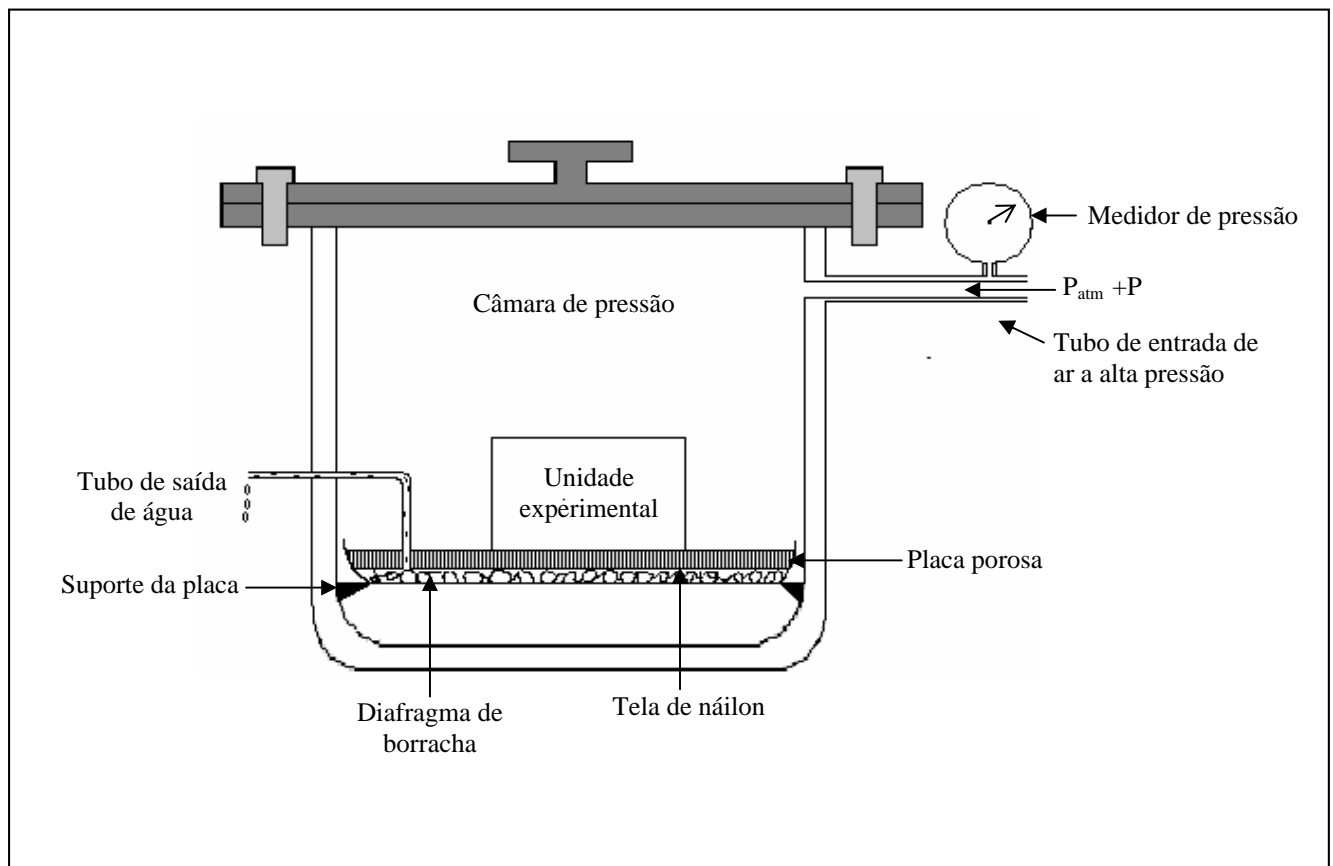


Figura 5.2 –Esquema representativo da Câmara de Pressão de Richards.

Para obter a variação da umidade na Câmara de Pressão de Richards segue-se o procedimento descrito abaixo.

1- Colocar as unidades experimentais na superfície da placa de cerâmica, as quais, juntamente com a placa são saturadas com água;

2- Ligar o compressor, deixar estabilizar por *15 minutos*, aplicar uma pressão *P* esperar *24 horas* para retirar as unidades experimentais;

3- Repetir os procedimentos 4, 5, 6 e 7 realizados anteriormente para a variação da umidade utilizando o funil de Buchner.

Este procedimento foi realizado para as tensões *0,038; 0,05; 0,1* e *0,3* bária.

Ao aplicar a pressão *P* a solução contida nos poros do solo se moverá para o pequeno reservatório sob a placa, gotejando no tubo de saída até atingir condição de equilíbrio, quando o potencial total da solução no solo é igual a pressão aplicada.

Para determinar a medida da umidade pelo método gravimétrico foi utilizado a equação (2.6) apresentada no capítulo 2 sendo que a massa úmida ( $m_u$ ) é obtida pesando o solo úmido a diferentes tensões, a massa seca ( $m_s$ ) é obtida pela pesagem do solo seco em estufa a temperatura de  $105^\circ\text{C}$  em um intervalo de tempo de *48 horas*, e o ( $V_T$ ) é obtido com o auxílio da equação 5.1 calculando o volume de solo do anel cilíndrico.

$$V_T = \pi \cdot R^2 \cdot h \quad (5.1)$$

onde

$V_T$  é o volume total de solo da amostra

$R$  é o raio do cilindro de solo

$h$  é a altura de solo.

A base de dados de temperatura para o cálculo da difusividade térmica foi obtida em experimento representado pela Figura 5.3. Foi realizada leitura da temperatura utilizando um equipamento eletrônico para a obtenção dos dados. A fonte de calor ( $F$ ) foi inserida no centro do cilindro de solo, também foi inserido no solo um termo-par ( $T_p$ ) a  $0,01\text{ m}$  de distância do eixo central do cilindro, ainda foi colocado um termo-par ( $T_p$ ) próximo à superfície do solo para fazer leituras iterativas da temperatura ambiente. A conversão das informações coletadas pelos termopares em temperatura foi realizada com o auxílio da placa analógica/digital e um microcomputador ( $PC$ ) que processou os dados. Os sinais recebidos dos termopares são amplificados, convertidos em temperatura e armazenados. A Figura 5.4 representa Fotografia do cilindro de solo utilizado nos experimentos.

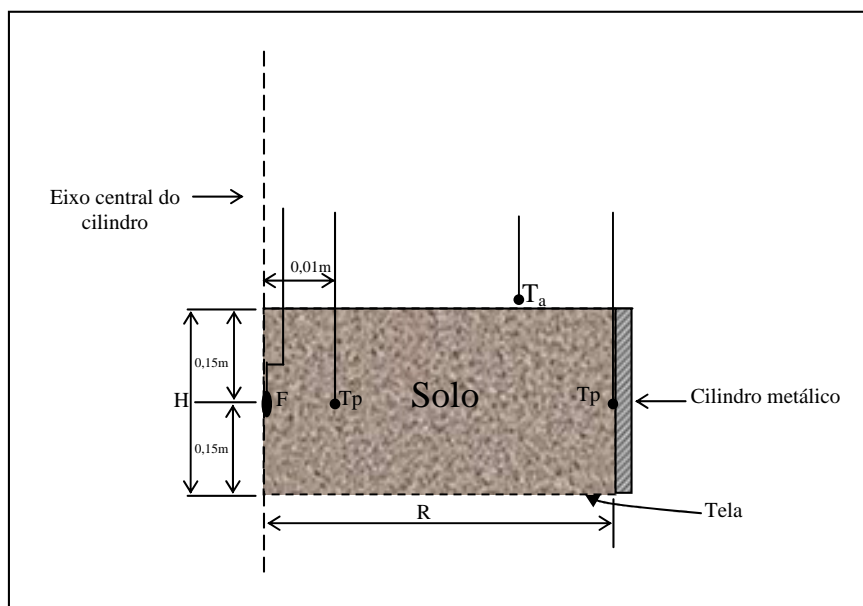


Figura 5.3 – Esquema representativo do cilindro de solo com fonte de calor ( $F$ ) e termopares ( $T_p$ ).





Figura 5.4 – Fotografia do cilindro de solo utilizado nos experimentos.

### **5.2. Determinação da condutividade para cada umidade**

A condutividade térmica do solo foi obtida pela solução numérica do problema direto de transferência de calor descrito pela equação (3.2) do capítulo 3 e pela resolução do problema inverso associado ao respectivo teor de umidade, obtido experimentalmente.

### **5.3. Variação da massa específica do solo**

Para compactar o solo, experimentalmente, Pinto (2000) sugere que pode ser usado o ensaio normal de Proctor padronizado pela ABNT, que consiste em compactar uma amostra de solo dentro de um recipiente cilíndrico de  $10\text{ cm}$  de diâmetro, com altura de  $12,73\text{ cm}$  e aproximadamente  $1000\text{ cm}^3$  de volume, em três camadas sucessivas, sob ação de vinte e seis golpes de um soquete, pesando  $2,5\text{ kg}$  e caindo a  $30,5\text{ cm}$  de altura. A norma Brasileira prevê várias alternativas de ensaio de compactação do solo com o uso do ensaio normal de Proctor, tais como: o ensaio sem reuso do material onde é trocado as amostras de solo para cada ponto da curva de

compactação, o ensaio sem secagem prévia do solo que realiza o ensaio com solo em umidade natural e ainda prevê o ensaio em solo com pedregulho neste caso a ABNT sugere que o ensaio seja realizado em um cilindro com diâmetro de  $15,24\text{ cm}$  e altura de  $11,42\text{ cm}$  e com volume de  $12.085\text{ cm}^3$  (PINTO, 2000).

O procedimento descrito no item 5.1 deste capítulo foi repetido em solos compactados para verificar o efeito da massa específica do solo sobre a condutividade térmica deste.

A altura das batidas no soquete foram selecionadas a partir dos resultados de testes realizados com várias alturas de batidas, escolhendo aquelas que resultam em uma melhor distribuição das massas específicas dentro do intervalo existente em condições do solo a campo, intervalo este, que é de  $0,77$  a  $1,37\text{ g.cm}^{-3}$  por (BECKER, 1996).

Para compactar o solo foi utilizado um soquete pequeno com  $0,3\text{ m}$  de altura semelhante com o ensaio normal de Proctor. O manuseio deste equipamento consiste em compactar uma amostra de solo dentro do anel cilíndrico em seis camadas de solo sucessivas sob ação de três golpes do soquete, caindo da altura constante para cada massa específica desejada. A figura (5.5) ilustra o equipamento usado para compactar o solo:

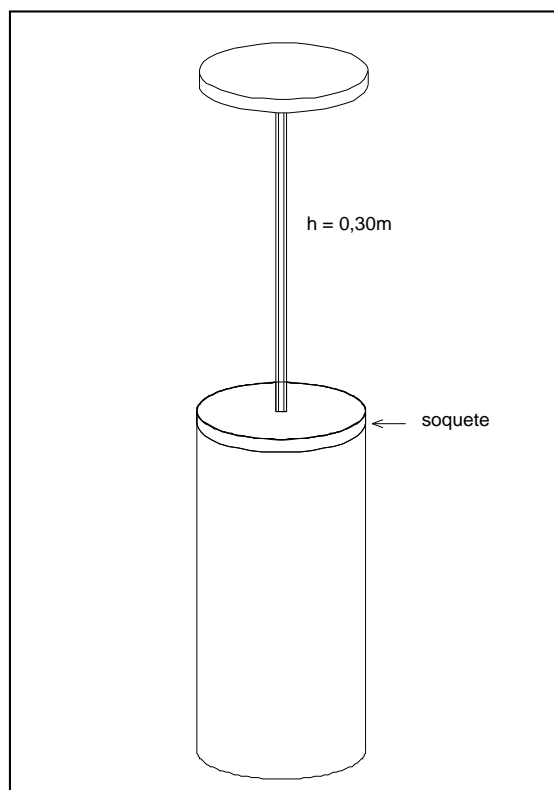


Figura 5.5 – Esquema representativo do soquete pequeno.

Aplicou-se determinadas forças que correspondem as diferentes alturas no batedor, sendo estas de  $0,025\text{ m}$ ;  $0,120\text{ m}$  e  $0,180\text{ m}$  respectivamente. O procedimento de compactação está descrito abaixo:

- 1 - Separar seis amostras de solo de massa igual a  $25\text{ g}$ ;
- 2 - Adicionar a primeira massa no anel cilíndrico;
- 3 - Aplicar as três batidas da altura selecionada;
- 4 - Adicionar a próxima amostra de solo e repetir o procedimento 3 para as massas de solo seguintes;
- 5 - Repetir os procedimentos 1, 2, 3 e 4 para as próximas duas unidades experimentais.

## **6. CURVA DE CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR TÉRMICO E ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MASSA ESPECÍFICA**

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos pela solução do problema de transferência de calor no cilindro (problema direto) e as implicações desta solução no cálculo da difusividade térmica (problema inverso). Também são apresentadas as curvas de calibração que relacionam a difusividade térmica com o teor de umidade do solo para cada massa específica estudada.

### **6.1. O problema direto**

A solução do problema de transferência de calor em um cilindro de solo (problema direto) foi realizada neste trabalho, discretizando a equação (3.2), implementando as condições de contorno (3.3) a (3.6), a fonte de calor e usando o Método das Diferenças Finitas.

A Figura 6.1 mostra uma simulação das condições térmicas do solo, para diferentes instantes de tempo, em uma seção longitudinal que passa pelo eixo central do cilindro de solo e na posição da fonte de calor. Observa-se o rápido aumento inicial da temperatura na posição da fonte ( $r = 0$ ) e a estabilização para tempos maiores, caracterizando a tendência para o estágio estacionário. Nesse estado, a energia cedida pela fonte é recebida por cada célula, mas é passada integralmente para as células vizinhas, ou para o ambiente – no caso das fronteiras – sem aumentar significativamente a temperatura em cada ponto.

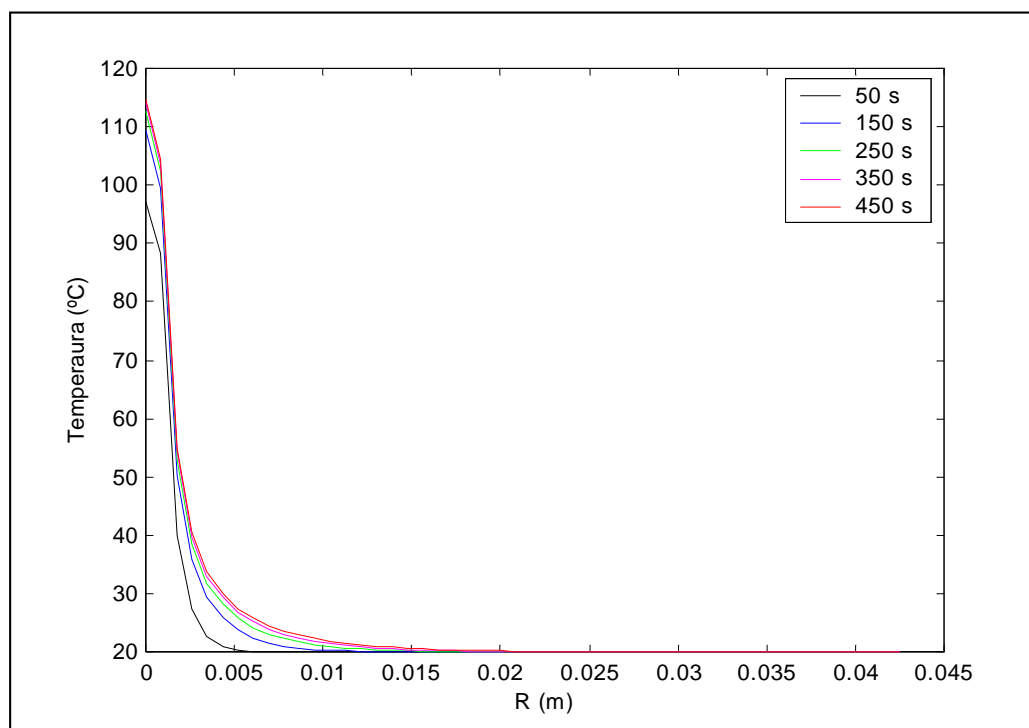


Figura 6.1 – Simulação das condições térmicas do solo em  $z = H/2$  para diferentes tempos.

As Figuras 6.2, 6.3 e 6.4 simulam as condições térmicas em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a  $0,015\text{ m}$  de profundidade para três valores de difusividade térmica:  $\alpha = 1,0 \times 10^{-7}$ ,  $\alpha = 1,0 \times 10^{-8}$  e  $\alpha = 1,0 \times 10^{-9}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Observa-se que para os menores valores da difusividade térmica testados (Figuras 6.3 e 6.4) há maior concentração de calor em torno da fonte (observar os altos valores das temperaturas) e pouca difusão na direção das fronteiras, do que no maior valor testado (Figura 6.2). Isto ocorre porque a fonte fornece energia continuamente, mas os solos com difusividades mais baixas dificultam a passagem deste calor de um ponto para outro. Para solos mais difusivos, quanto maior a difusividade, maior será a transferência de calor em torno da fonte e, portanto menor será a temperatura próxima ao eixo do cilindro, pois a energia gerada é rapidamente difundida. Dessa forma, aumentos na difusividade não significam, necessariamente, temperaturas mais altas nas células próximas à fonte. Este fato pode ser observado claramente na Figura 6.5. Esta relação aparentemente inversa entre o valor da difusividade e a temperatura em

um ponto, para o mesmo intervalo de tempo é característica de pontos próximos à fonte, não devendo prevalecer em pontos mais próximos das fronteiras. Estas observações são fundamentais para a colocação do termopar. Se colocado muito próximo à fonte, a solução do problema inverso ficará comprometida, pois os algoritmos de procura da incógnita (difusividade térmica, neste caso) apresentarão convergência se a relação entre difusividade e temperatura for só direta ou só inversa.

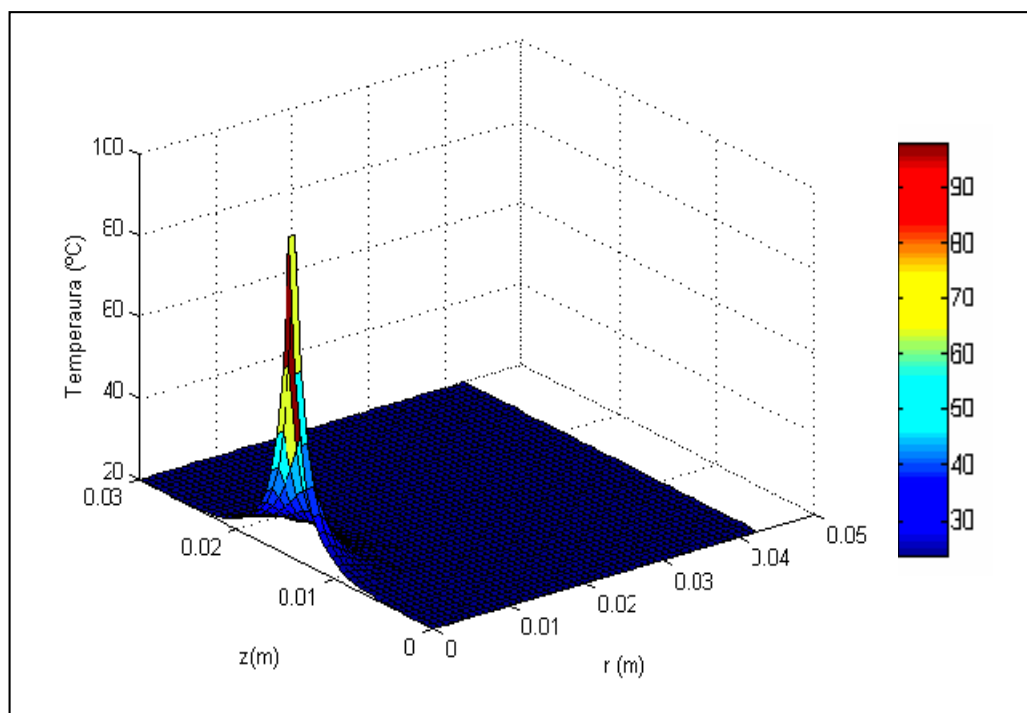


Figura 6.2 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a  $0,015\text{ m}$  de profundidade, para  $\alpha = 1,0 \times 10^{-7}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  e tempo  $100\text{ s}$ .

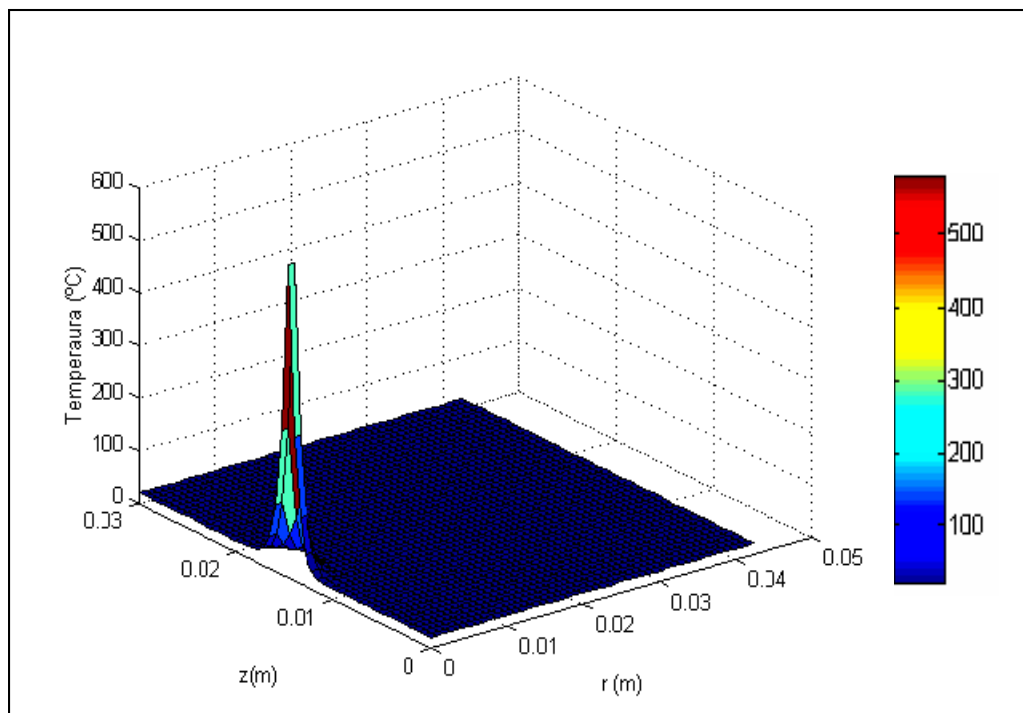


Figura 6.3 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a  $0,015\text{ m}$  de profundidade, para  $\alpha = 1,0 \times 10^{-8}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  e tempo  $100\text{ s}$ .

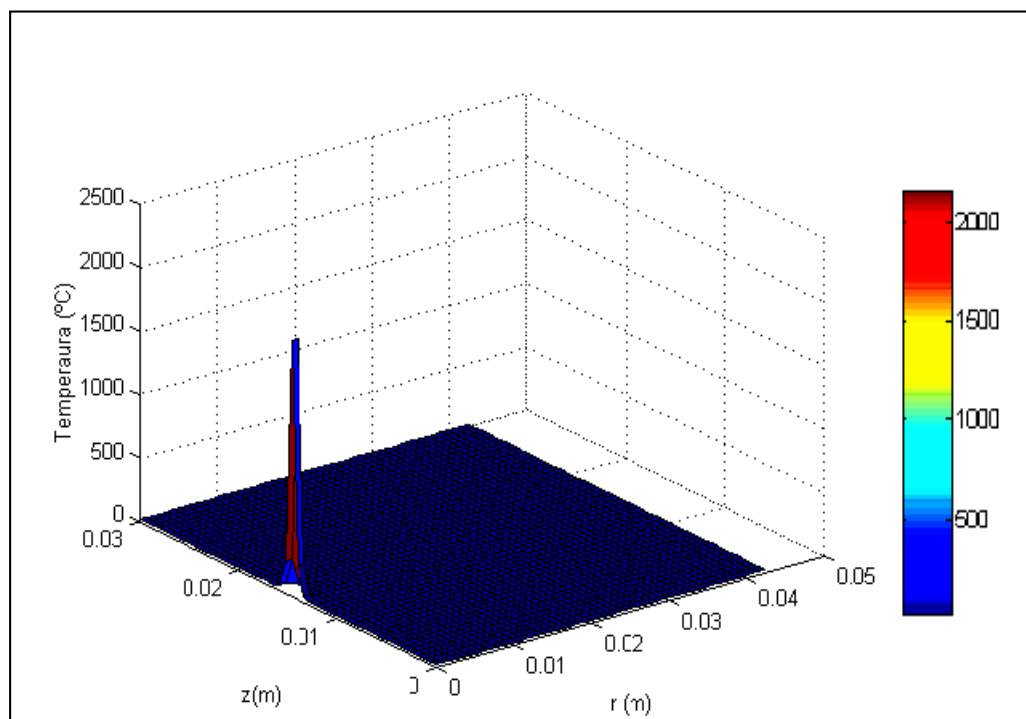


Figura 6.4 – Simulação das condições térmicas do solo em um plano longitudinal que passa pelo eixo do cilindro a  $0,015\text{ m}$ , para  $\alpha = 1,0 \times 10^{-9}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  e tempo  $100\text{ s}$ .

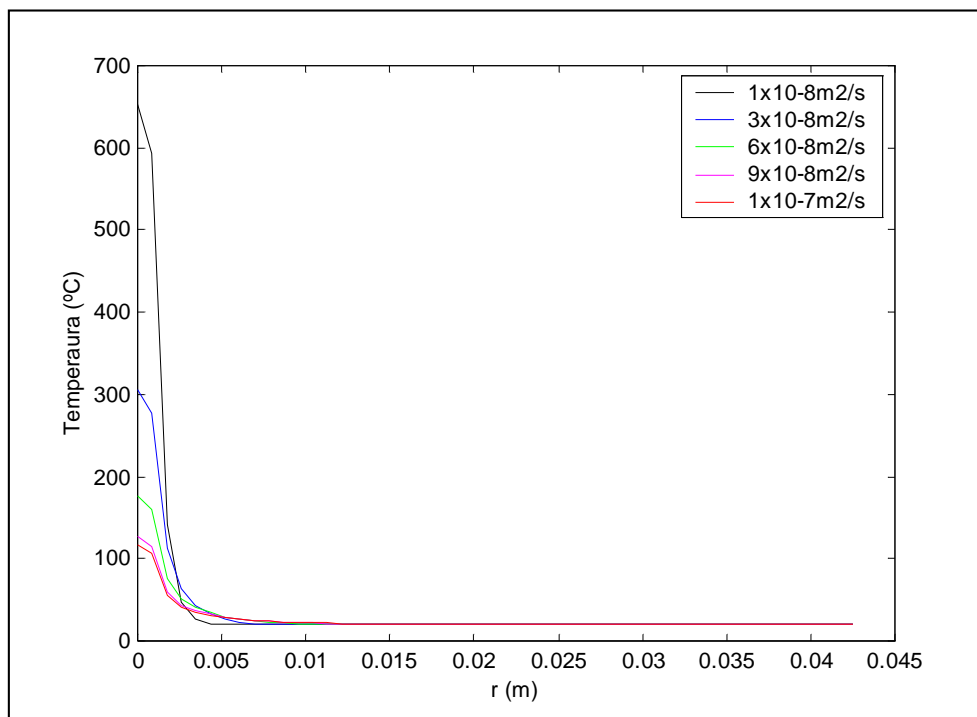


Figura 6.5 – Simulação das condições térmicas em  $z = H/2$  em função de  $r$  para diferentes difusividades térmicas. Tempo = 100 s.

## 6.2. Resultados do problema inverso

O problema inverso é um algoritmo de procura do valor da difusividade térmica, que minimiza a diferença entre a temperatura calculada e a medida em um ponto do solo (equação 3.7). No presente trabalho este ponto localiza-se a  $0,01\text{ m}$  do eixo simétrico (ou da fonte) na direção  $r$ , com altura  $z = H/2$ . A Figura 6.6 apresenta exemplos do resultado da solução do problema inverso para os dados experimentais relativos a três umidades.



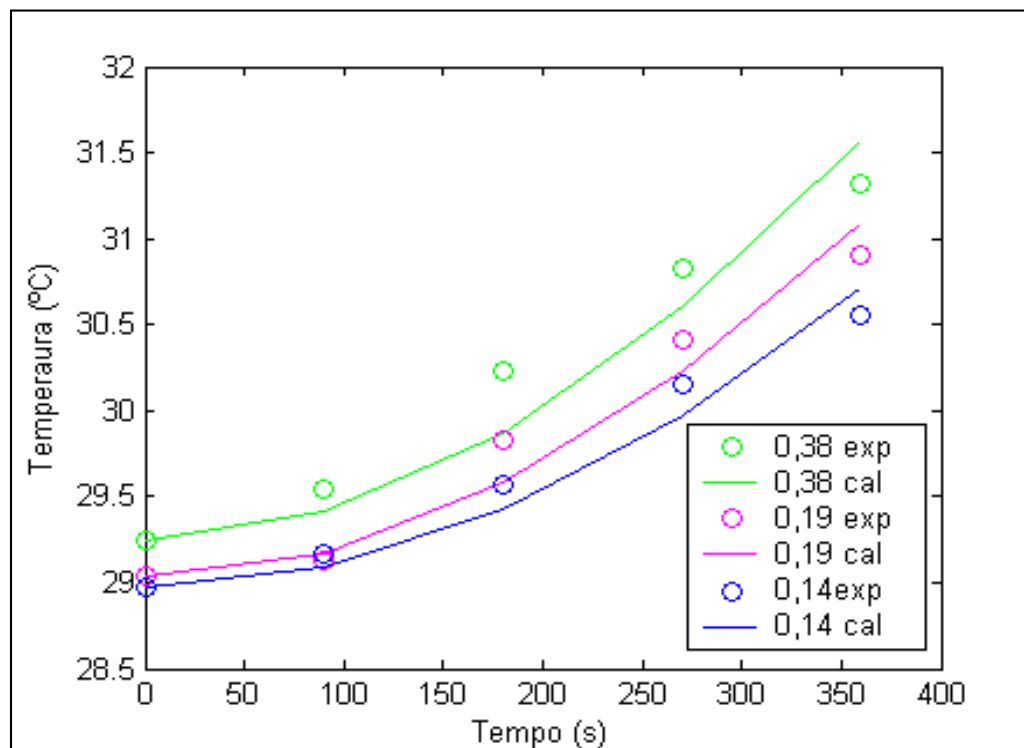


Figura 6.6 – Comparação entre as temperaturas do solo medidas e as calculadas com a difusividade ótima estimada pelo problema inverso, para diferentes teores de umidade para solo com massa específica de  $0,77 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Os valores da difusividade térmica encontrados resolvendo o problema inverso e os valores das respectivas umidades obtidas experimentalmente para massa específica do solo igual a  $0,77 \text{ g.cm}^{-3}$  são apresentados na Tabela 6.1. Os resultados para as demais umidades estudadas encontram-se em anexo. Pode-se observar claramente a influência da umidade na difusividade do solo, que é o princípio fundamental para o funcionamento do transdutor térmico: quanto maior a umidade do solo maior será a sua difusividade térmica. Este fato pode ser explicado pela diferença entre as difusividades da água ( $\alpha_{\text{água}} = 1,47 \times 10^{-7}$ ) e do ar ( $\alpha_{\text{ar}} = 2,54 \times 10^{-6}$ ) (INCROPERA & WITT, 1990). Como a difusividade da água é dez vezes maior que a do ar, na medida em que aumenta a umidade do solo, aumenta a influência da fração de água na solução solo+água e com isso, aumenta também a difusividade térmica.

Tabela 6.1 – Valores da difusividade térmica e da umidade do solo em proporção de poros preenchidos com água para massa específica do solo de  $0,77g.cm^{-3}$ .

Difusividade ( $\alpha$ ) ( $m^2.s^{-1}$ )	Umidade em proporção de poros preenchidos com H <sub>2</sub> O ( $\Theta$ )
$1,02 \cdot 10^{-8}$	1
$7,08 \cdot 10^{-9}$	0,6610
$6,38 \cdot 10^{-9}$	0,4851
$4,66 \cdot 10^{-9}$	0,3891
$3,94 \cdot 10^{-9}$	0,1993
$3,47 \cdot 10^{-9}$	0,1422
$3,47 \cdot 10^{-9}$	0,1073
$1,99 \cdot 10^{-9}$	0,00145

### 6.3. Curva de calibração

As curvas de calibração expressam as relações entre a difusividade térmica e o teor de umidade, para cada condição estudada de massa específica do solo. Foram obtidas através do ajuste linear (Método dos Mínimos Quadrados) dos dados experimentais de teor de umidade com os respectivos valores estimados da difusividade térmica, através do problema inverso, com base na função

$$\alpha(\theta) = a \ln \theta + b \quad (6.1)$$

onde  $a$  e  $b$  são parâmetros de ajuste. Para evitar valores negativos para a difusividade térmica, foi considerado que a difusividade para o teor de umidade reduzido é nula. Esta consideração faz com que todas as curvas de calibração tenham seu ponto de partida na origem dos eixos da difusividade e do teor de umidade, conforme apresentado na Figura 6.7.

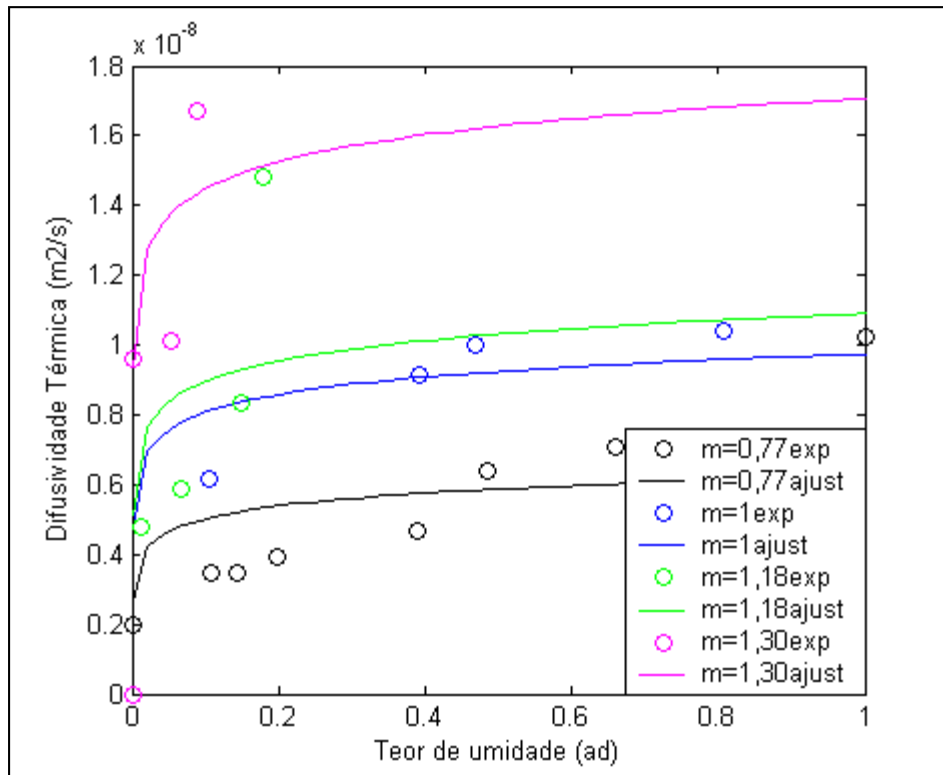


Figura 6.7 – Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas: ajuste realizado diretamente com os dados experimentais.

Do ajuste dos parâmetros da equação (6.1) foram obtidas seqüências de 4 valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  para cada massa específica, mostradas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Coeficientes  $a$  e  $b$  para cada valor de massa específica.

Massa específica ( $g.cm^{-3}$ )	$a$ ( $\times 10^8$ )	$b$ ( $\times 10^8$ )
0,77	0,0528	0,6238
1,0	0,0724	0,9744
1,18	0,084	1,090
1,30	0,112	1,706

A dependência logarítmica entre  $\alpha$  e  $\theta$  é sugerida para a condutividade térmica e o teor de umidade por DECICO<sup>6</sup>, (1967) apud REICHARDT, (2004). Neste trabalho foi adotado este modelo, considerando que a difusividade e a condutividade são diretamente proporcionais (para a mesma massa e calor específicos). A Figura 6.7 apresenta os ajustes da equação (6.1) para diferentes massas específicas. Observa-se a clara influência da massa específica sobre a relação entre a difusividade e o teor de umidade: quanto maior a massa específica, maior a difusividade. Este fato parece contraditório com a definição da difusividade térmica (equação 4.27), que indica a proporcionalidade inversa entre estas duas variáveis. No entanto, as variações da massa e do calor específico também devem ser consideradas. Ao compactar uma amostra de solo (conservando o mesmo teor de umidade) os espaços com ar vão sendo substituídos por solo. Com isso a massa específica aumenta, pois a massa específica do solo é maior que a do ar (por este motivo difusividade e massa específica deveriam ser inversamente proporcionais). Porém, as condutividades térmicas da água e do solo são mais de 10 vezes maiores do que a do ar. Com isso aumenta a difusividade, pois as partículas de solo estão mais próximas umas das outras, o que facilita a difusão do calor.

---

<sup>6</sup> DECICO, A.; Condutividade térmica dos solos: equação para o cálculo da condutividade térmica de alguns solos em função da densidade e umidade. Piracicaba, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Tese de doutoramento, 1967.

#### 6.4. Ajustes na curva de calibração e cálculo do teor de umidade

Definida a relação quantitativa entre a difusividade térmica, o teor de umidade e a massa específica do solo, foi necessário estabelecer um algoritmo para calcular a função  $\alpha(\theta)$  para qualquer valor de massa específica. Ou seja, construir uma função

$$\alpha(\theta, \rho) = a(\rho) \ln(\theta) + b(\rho) \quad (6.2)$$

onde os parâmetros  $a$  e  $b$  são funções da massa específica  $\rho$ .

As seqüências obtidas do ajuste da equação (6.1) apresentadas na tabela 6.2 foram ajustadas inicialmente usando polinômios de terceiro grau

$$a_p(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_1\rho^2 + a_1\rho^3 \quad (6.3)$$

$$b_p(\rho) = b_0 + b_1\rho + b_1\rho^2 + b_1\rho^3 \quad (6.4)$$

que reproduziram exatamente as curvas da Figura 6.7. Apesar dessa coincidência óbvia (o ajuste polinomial nesse caso, é uma interpolação que reproduz exatamente os valores usados no ajuste) com as curvas, a relação entre difusividade e massa específica ficou prejudicada pelas possíveis irregularidades inerentes aos dados experimentais, tais como: a incerteza da distância entre termopar e a fonte, do contato do transdutor com o solo, apresentando uma distribuição irregular, e por isso incoerente com a variação regular esperada da difusividade em relação à massa específica, como se pode observar na Figura 6.9. Por esse motivo, foi feito um ajuste com polinômios de primeiro grau,

$$a_p(\rho) = c_0 + c_1\rho \quad (6.5)$$

$$b_p(\rho) = d_0 + d_1\rho \quad (6.6)$$

cujos resultados estão apresentados na Figura 6.10. A Tabela 6.3 apresenta os valores dos coeficientes das equações 6.3 a 6.6, dos ajustes polinomial e linear e a Figura 6.8

mostra o gráfico destes coeficientes em função da massa específica e as funções de ajuste.

**Tabela 6.3 – Coeficientes das equações (6.3) a (6.6)**

Ajuste Polinomial (Equações 6.3 e 6.4)					Ajuste Linear (Equações 6.5 e 6.6)		
Coefi	0	1	2	3	Coefi	0	1
$c$					$c$		
$a$ ( $\times 10^8$ )	-0,232	0,846	-0,826	0,284	$c$ ( $\times 10^9$ )	0,082	0,828
$b$ ( $\times 10^6$ )	-0,1002	0,326	-0,324	0,108	$d$ ( $\times 10^9$ )	-0,046	0,146

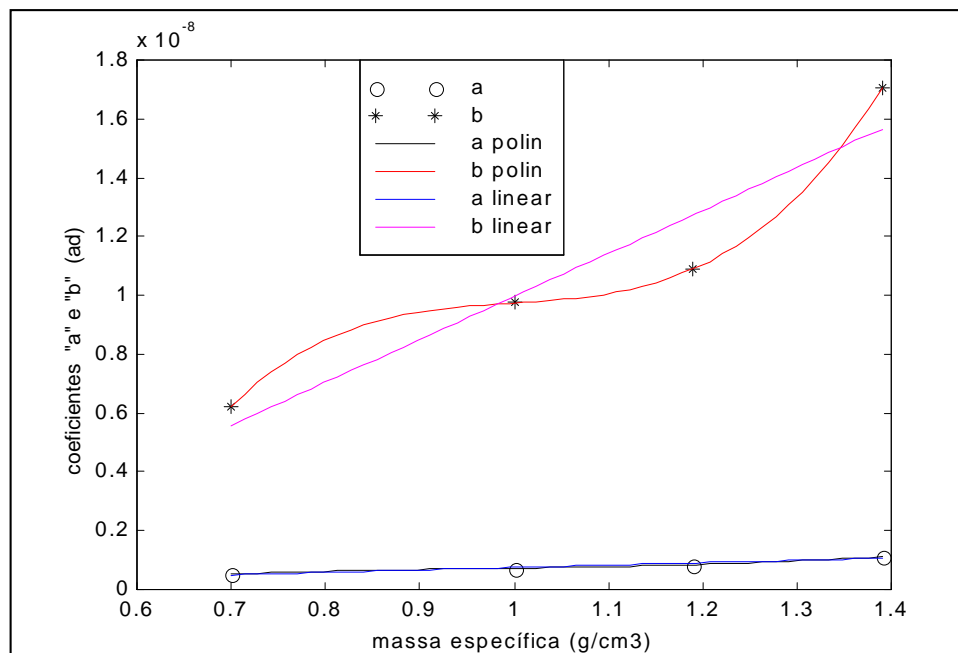


Figura 6.8 – Ajuste dos coeficientes das equações 6.3 a 6.6.

Comparando as curvas das Figuras 6.7 e 6.10 observa-se uma distribuição mais uniforme da influência da massa específica nas curvas de difusividade em relação ao

teor de umidade, sem diminuir significativamente a coerência com os dados experimentais.

O problema de obter o teor de umidade do solo a partir de valores conhecidos da difusividade (solução do problema inverso) e massa específica (experimentalmente) fica resolvido escrevendo a equação (6.7) para o teor de umidade:

$$\Theta(\alpha, \rho) = e^{\frac{\alpha - b(\rho)}{a(\rho)}} \quad (6.7)$$

onde  $\alpha$  é obtida através dos experimentos e da solução do problema inverso e  $a$  e  $b$  são funções conhecidas pelo processo de calibração (equações (6.5) e (6.6) com os coeficientes da Tabela (6.3)).

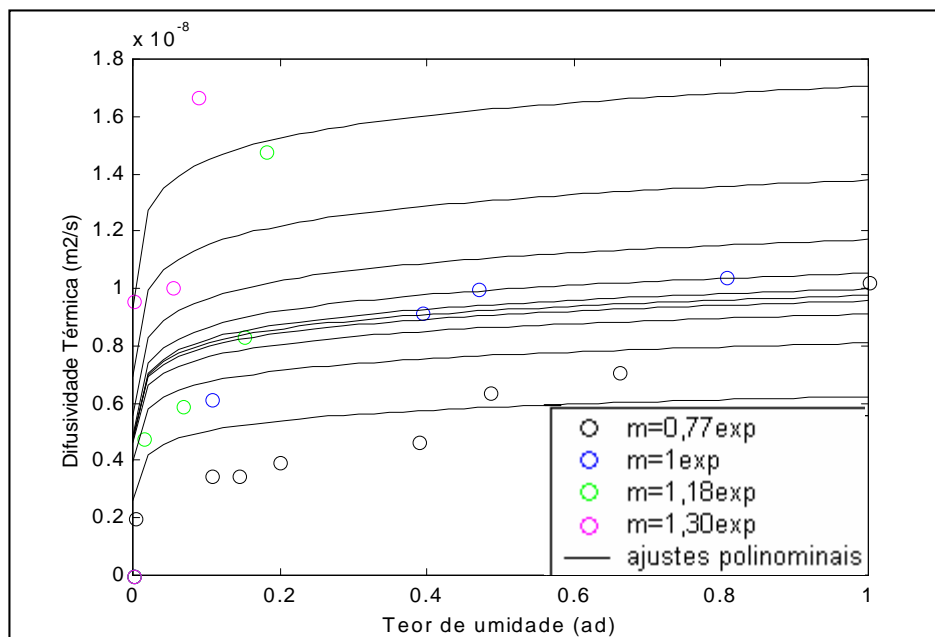


Figura 6.9 – Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas: parâmetros  $a$  e  $b$  ajustados com polinômio de 3º grau. As linhas contínuas referem-se a 10 valores de massa específica igualmente espaçados no intervalo  $0,7 \leq \rho \leq 1,39 \text{ g.m}^{-3}$ .

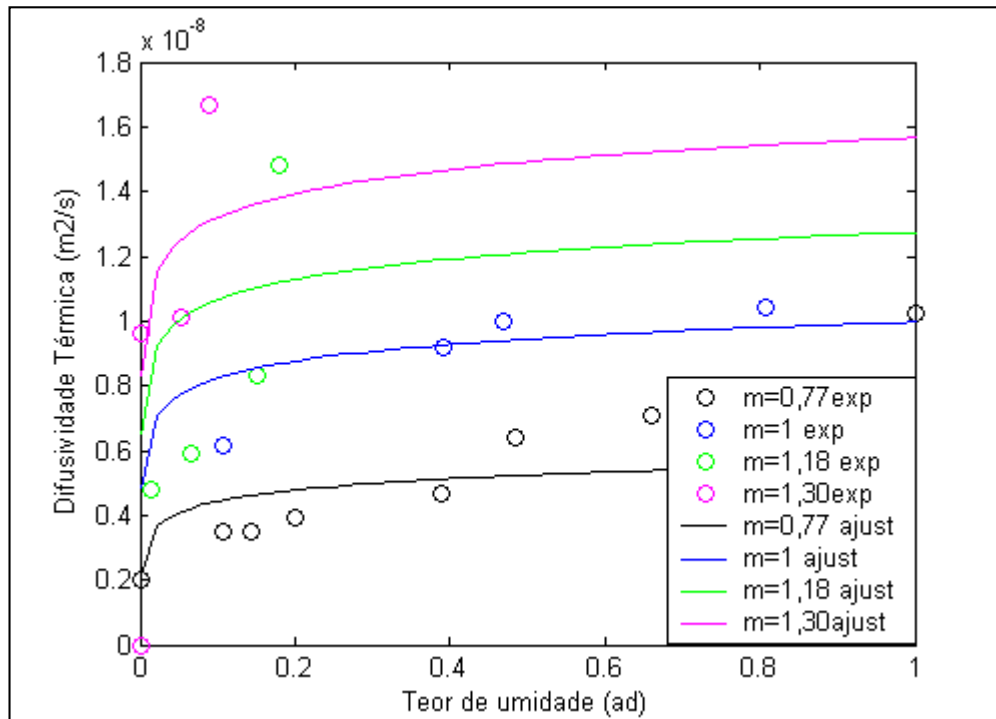


Figura 6.10 - Curvas de calibração para solos com diferentes massas específicas: ajuste com as funções  $a(\rho)$  e  $b(\rho)$  linearizadas.

O funcionamento do transdutor de teor de umidade de um solo cuja curva de calibração já foi realizada, pode ser resumido na execução dos seguintes procedimentos:

1. Instalação do equipamento na posição desejada para medir o teor de umidade do solo;
2. Acionamento da fonte de calor e obtenção de dados sobre temperatura ( $T$ ) e tempo( $t$ ) durante 5 minutos;
3. Cálculo da difusividade térmica usando a solução do problema inverso;
4. Medição da massa específica nas proximidades do ponto onde foi localizado o transdutor em experimento previamente conhecido;



5. Cálculo dos parâmetros  $a$  e  $b$  em função da massa específica (equações (6.5) e (6.6) (para ajuste linear) com os coeficientes da Tabela (6.3));

6. Cálculo do teor de umidade usando a equação (6.7).

Este algoritmo foi implementado computacionalmente e testado para vários valores de massa específica e difusividade térmica, mostrando-se eficiente desde que os dados destas variáveis sejam compatíveis com os intervalos de  $0.7 \leq \rho \leq 1.30$  e os valores de difusividade estejam contidos na imagem da função  $\alpha(\theta)$  correspondente à massa específica escolhida. A Figura (6.11) ilustra um destes testes no anexo II segue outros doze testes realizados.

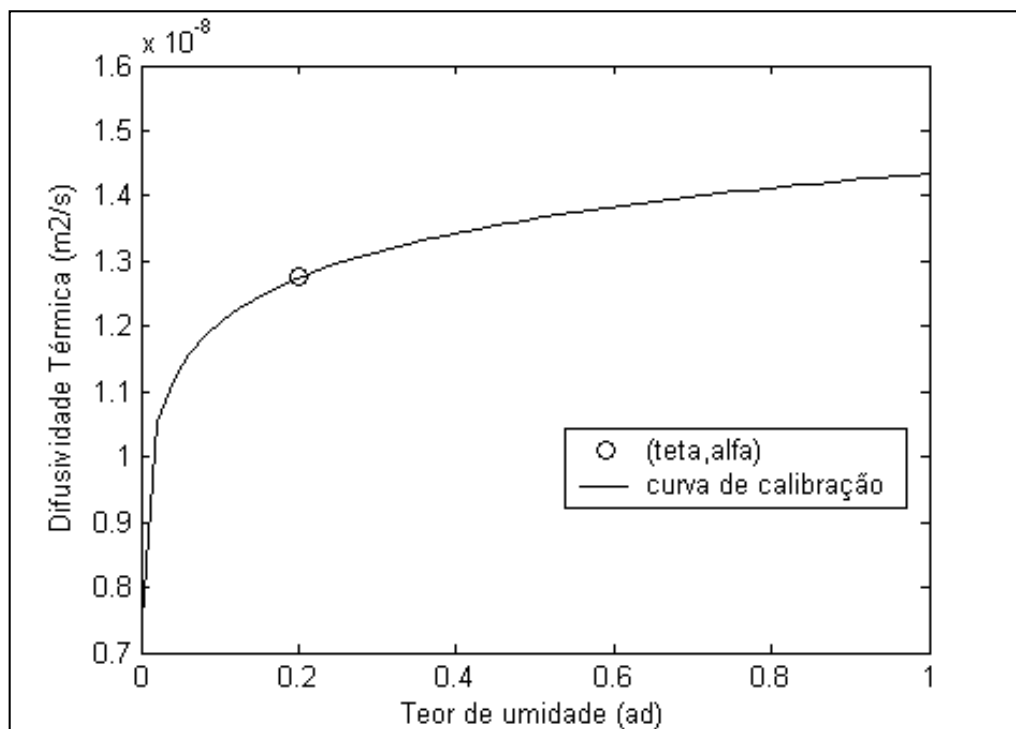


Figura 6.11 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  
 $\rho = 1,30 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,275 \times 10^{-8}$ .

Para solos úmidos (considerando valores de umidade menores de  $0,1 \text{ g.cm}^{-3}$ ) percebe-se na figura 6.11 que pequenas variações de difusividade implicam em grande

variação do teor de umidade o que exige alta precisão da estimativa de difusividade. Já em solos com umidade acima de  $0,1 \text{ g.cm}^{-3}$  as variações de difusividade apresentam pequenas variações do teor de umidade.

Executando o modelo proposto, verificou-se que pequenas variações na massa específica implicam em grandes variações no teor de umidade para a mesma difusividade térmica. A Tabela 6.4 ilustra um caso particular com  $\alpha = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ . A variação da massa específica de apenas  $0,18 \text{ g.cm}^{-3}$  faz com que o teor de umidade passe do estado residual para o estado saturado. Este tipo de conclusão pode ser generalizado para outras difusividades. Na Figura 6.10, mantendo constante um valor de difusividade, cada curva que intercepta esta constante corresponde a um valor de massa específica. Como é possível traçar várias curvas ao longo do espectro de teor de umidade ( $0 < \theta < 1$ ), conclui-se que as variações da massa específica são muito significativas para o cálculo do teor de umidade. Esse fato constitui-se em uma séria dificuldade para uso do transdutor térmico, pois pequenos erros na medição da massa específica podem indicar grandes erros no cálculo do teor de umidade.

Tabela 6.4 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade.

	$(\alpha = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1})$							
$\rho$	1,005	1,025	1,045	1,065	1,085	1,105	1,125	1,185
$\theta$	0,95	0,65	0,45	0,32	0,22	0,16	0,12	0,0518

Segue em anexo a simulação da variação da difusividade térmica e do teor de umidade para as difusividades térmicas  $0,8 \times 10^{-8}$ ;  $0,9 \times 10^{-8}$ ;  $1,1 \times 10^{-8}$  e  $1,3 \times 10^{-8} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .

## **7. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

### **A resolução dos problemas direto e inverso**

A resolução do problema direto apresentou dados compatíveis com a interpretação física do fenômeno e as variações das condições de fronteira. A execução computacional para uma malha de 30 células e 500 iterações temporais é feita em menos de 3 segundos, em um Pentium 4, o que viabiliza sua utilização em algoritmos de problema inverso. A execução computacional do problema inverso, com 100 valores de testes para estimação da difusividade ótima (significa 100 execuções do problema direto) é feita em menos de 6 minutos. Tal desempenho é aceitável para implementação do método de medida do teor de umidade em nível de laboratório, porém para produção do sensor em escala comercial, é recomendável a otimização do tempo de processamento, com a pesquisa de um algoritmo mais eficiente.

A metodologia de problema direto/inverso utilizada neste trabalho tem duas qualidades importantes: uma é a estimação da difusividade térmica e a outra é a informação da posição a ser colocado o termopar, de modo que a seqüência temporal de medidas de temperatura tenha um comportamento monótono em relação à variação da difusividade. Foi mostrado no Capítulo 6 que nos pontos próximos à fonte de calor, aumentos na difusividade térmica implicam em redução no valor da temperatura, o que não ocorre em pontos mais próximos das fronteiras.

### **A influência da massa específica na curva de calibração**

Para quantificar a influência da massa específica na curva de calibração do transdutor foram desenvolvidos dois algoritmos. O algoritmo que considera as variações dos parâmetros da equação (6.2) como funções polinomiais de 3º grau apresentou excelente correlação com as curvas calculadas diretamente com base nos dados experimentais (como é característico das interpolações polinomiais), mas apresentou uma distribuição irregular destas curvas, ocasionada justamente pela

tendência daqueles dados. O outro algoritmo considera uma variação linear dos parâmetros da equação (6.2) e mesmo não tendo a mesma correlação, mostrou uma distribuição mais uniforme das curvas  $\alpha(\Theta)$  e foi considerado melhor que o polinomial, porque descreve a tendência geral (por isso regular) dos dados experimentais, não prendendo-se às variações locais, provavelmente ocasionadas por imprecisões. Contudo esta tendência deve ser validada com maior número de experimentos variando a massa específica do solo.

### **A utilização do método e a continuidade da pesquisa**

O método proposto para medir o teor de umidade do solo tem eficiência para solos cujas curvas de calibração em função da massa específica estejam definidas com antecedência. É o caso de medições repetidas (monitoramento) no mesmo ponto do solo, sem remoção do transdutor, características de monitoramentos de experimentos em laboratório ou monitoramento remoto de teor de umidade em campo (por exemplo, controle de irrigação e coleta de dados estatísticos). A superação da necessidade de calibração antecedente poderá ser resolvida em pesquisas futuras com a aplicação do método deste transdutor sobre o conjunto fonte/termopar instalados em uma cerâmica porosa, cuja difusividade térmica fosse da cerâmica e não do solo.

O trabalho realizado cumpriu sua finalidade de desenvolver um método de medir o teor de umidade usando como princípio a difusividade térmica do solo e ajustar, através de um modelo simples, a influência da massa específica. Deve-se ressaltar que este transdutor resolve (com custos reduzidos) um problema importante das pesquisas de movimento da água no solo desenvolvidas no Programa de Mestrado em Modelagem.

## 8. CONCLUSÕES

As variações na difusividade térmica são suficientes para indicar as variações do teor de umidade, o que assegura a eficiência do funcionamento do transdutor. A precisão será maior em solo seco.

A resolução numérica da equação da energia (problema direto) apresentou solução coerente com a interpretação física do fenômeno e com as variações das condições de contorno e descreveu satisfatoriamente o fenômeno que ocorre nos pontos próximos à fonte de calor, onde os aumentos na difusividade térmica implicam em redução no valor da temperatura, o que não ocorre em pontos mais próximos das fronteiras.

Existe influência da massa específica sobre a curva de calibração. Pequenas variações na massa específica podem implicar em grandes diferenças no teor de umidade.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVALÁ, R. C. S. et al., Medidas das Propriedades Térmicas do solo no Pantanal Sul Mato Grosossense durante o período de transição seco-úmido de 2001-2002. XII Congresso Brasileiro de Meteorologia, Foz de Iguaçu PR, 2002.

ANTONINO, A. C. D.; LIRA, C. A. B. O.; DALL'OLIO, A. et al. Influência do posicionamento da sondas térmicas na determinação da difusividade térmica e fluxo de calor do solo em condições de campo. **Revista Brasileira Ciência do solo**, Campinas, 1997.

BALABANIS, P.; Caractérisation thermique des sols partiellement saturés. Application à la prediction "in situ" du gel des couches de surface. Grenoble, Université Scientifique, Technologique et Médicale de Grenoble, (Tese de doutoramento) 1987.

BECKER, N. A. M.; Estudo das avaliações físicas do solo preparado em diferentes teores de umidade em aveia. Ijuí. Monografia de conclusão de curso. Ijuí-RS-Brasil. UNIJUÍ, 1996.

BELL, L. P. A new design principle for neutron soil moisture gauges: the Wallingford neutron probe. **Soil Science**, 1969.

CAMPBELL, G. S. J. D.; JUNGRAUER, W. R.; BILDLAKE, R. D. et al. Predicting the effect of temperature on soil thermal conductivity. Printed in U. S. A. **Soil Science**, 1994.

DIAS JUNIOR, M. de S; PIERCE, F. J. O Processo de Compactação do Solo e sua Modelagem. **Revista Brasileira Ciência do solo**, Campinas, 1996.

DIAS JUNIOR, M. S.; ESTANISLAU, W. T. Grau de compactação e Retenção de Água de Latossolos Submetidos a Diferentes Sistemas de Manejo. **Revista Brasileira Ciência do solo**, Campinas, 1999.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de solos. Manual de métodos e análises de solo. 2000.

EMBRAPA. Sistema Brasileiro de Classificação de solos. Rio de Janeiro: EMBRAPA produção de informações, 1999.

ENCARNAÇÃO, F.; CARNEIRO, C.; DALL'OLIO, A. ET AL. Técnica volumétrica de calibração de uma sonda de nêutrons. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, 1991.

FAGUNDES, M. C. Modelagem Matemática do Crescimento e Absorção de Água do solo por Sistemas Radicais de Espécies Arbóreas. Ijuí: Unijui, 2006. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática), Universidade Regional do Estado do Rio Grande o Sul, 2006.

FANTE JUNIOR, L.; OLIVEIRA, J. C.; M. BACCHI, O. O. S. et al. Tomografia Computadorizada na Avaliação da Densidade de um Solo do Semi-árido Brasileiro. **Revista Brasileira Ciência do solo**, Viçosa, 2002.

FLINT, A. L.; CAMPELL, G. S.; ELLETT, K. M. et al. Calibration and Temperature Correction of Heat Dissipation Matric Potential Sensors. **Soil Science of America journal**, Printed in U. S. A., 2002.

HILLEL, D. **Environmental Soil Physics**. Academic Press London, 1998.

HORTON, R. & WIERENGA, P.J; Estimating the soil heat flux from observations of soil temperature near the surface. **Soil Sci. Soc. Am. J.**, Madison, 1983a.

INCROPERA, F. O. e WITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos, 1990

KLAR, A. E. **A água no sistema solo-planta-atmosfera**. 2.ed. São Paulo: Nobel, 1988.

KONDO, M. K.; DIAS JUNIOR, M. S. Estimativa do Efeito do Uso e da Umidade do Solo sobre a Compactação Adicional de três Latossolos. **Revista Brasileira Ciência do solo**, Viçosa, 1999.

KOOREVAAR, P.; MENELIK, G. & DIRKEN, C; Elements of soil physics. Development of **Soil Science**, Amsterdam, Elsevier, 1983.

LACERDA, R. D.; GUERRA, H. O. C.; BARROS JUNIOR et al. Avaliação de um TDR para determinação do conteúdo de água do solo. **Revista de Biologia e ciências da terra**. 2005. Disponível em < <http://www.uepb.edu.br/eduep/rbcp/sumarios/pdf/tdr.pdf> > . Acesso em: 12 de abril de 2006.

LIBARDI, P. L. **Dinâmica da água no solo**. 2.ed. Piracicaba: Printed in Brasil, 1999.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos Científicos, 1995.

MENEGAIS, D. A. F. N. Modelagem Matemática do Movimento da Água e do Cálcio em solos não saturados. Ijuí: Unijui, 2004. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática), Universidade Regional do Estado do Rio Grande o Sul, 2004.

NIDAL, H. A.; REEDER, C. R. Soil Thermal Conductivity Effects of Density, Moisture, Salt Concentration, and Organic Matter. **Soil Science Society of America**, 2000.

OKE, T. R. **Boundary Layer Climates**, Londron: Routledge, 1987.

OLIVEIRA, C. A. S. Determinação da tensão da água em solo agrícola usando um sensor de dissipação de calor. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, 1999.



OTTO, S. R. L. ALCAIDE, M. Utilização do método TDR - tensiômetro na obtenção da curva de retenção de água no solo. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, 2001.

ÖZISIK, M. N. **Inverse Heat Transfer**, Taylor & Francis. New York, 2000.

PHENE, C. J., G. J. Hoffmann, and S. L. Rawlins. Measuring potential in situ sensing heat dissipation within a porous body: I. Theory and sensor construction. **Soil Sci. Soc. Am.**, 1971.

PINTO, C. S. **Curso Básico de Mecânica dos Solos**. São Paulo: Oficina de Textos, 2000.

PREVEDELLO, C. Temperatura do solo. Sociedade Autônoma de estudos avançados em física dos solos. Curitiba. 2002. Disponível em < <http://www.estudonline.tripod.com/temperat.htm>> Acesso em 22 mar. 2005.

REICHARDT, K. **A água em sistemas agrícolas**. São Paulo: Manole Ltda, 1990.

REICHARDT, K. **Solo Planta e Atmosfera: conceitos, processos e aplicações**. São Paulo: Manole Ltda, 2004.

SEYFRIED, M. S.; MURDORCK. M. D. Response of a New Soil Water Sensor to Variable Soil, Water Content, and Temperature. **Soil Science Society of America Journal**, 2001.

SHIOZAWA, S. and CAMPBELL, G. S. **Soil thermal conductivity**. Remote sensor. 1990.

SILANS, A. P.; SILVA, F. M.; BARBOSA, F. A. R. Determinação *in Loco* da Difusividade Térmica num Solo da Região de Caatinga. **Revista Brasileira Ciência do Solo**. Viçosa, 2006.

SMITH, G. D. **Numerical solution of partial differential equations: Finite Difference Methods**. 3.ed. Clarendon Press Oxford, New York, 1985.

TEIXEIRA, W. G.; SCHROTH, G.; MARQUES, J. D.; et al. Sampling and TDR Probe Insertion in the Determination of the Volumetric Soil Water Content. **Revista Brasileira Ciência do Solo**. Viçosa, 2003.

TOMAMASELLI, J. T. G.; BANCHI, O. O. S. Calibração de um equipamento de TDR para medida de umidade de solos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, 2001.

UDHE, L. T.; Comportamento da sucessão trevo/ milho em área com e sem pastejo intensivo, sob diferentes métodos de preparo de solo. Porto Alegre. UFRGS, Faculdade de Agronomia, dissertação de mestrado, 1991.

VRIES, D. A. **Thermal Properties of Soils. In Physics of plant environment**. W. R. Van Wijk (ed.). Nort Holland Pub. Co., Amsterdam, 1963.

WINTER, E. J. **Água, o solo e a planta**. 2.ed. São Paulo: Nobel, 1984.

## **ANEXOS**

## ANEXO I

Tabela 1 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo =  $1,00 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Difusividade ( $\alpha$ )	Umidade adimensional ( $\Theta$ )
$1,87 \cdot 10^{-8}$	1
$1,57 \cdot 10^{-8}$	0,977
$1,04 \cdot 10^{-8}$	0,806
$9,99 \cdot 10^{-9}$	0,469
$9,16 \cdot 10^{-9}$	0,392
$6,16 \cdot 10^{-9}$	0,106

Tabela 2 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo =  $1,18 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Difusividade ( $\alpha$ )	Umidade adimensional ( $\Theta$ )
$8,72 \cdot 10^{-8}$	1
$8,3 \cdot 10^{-8}$	0,35
$1,48 \cdot 10^{-8}$	0,18
$8,34 \cdot 10^{-9}$	0,15
$5,9 \cdot 10^{-9}$	0,013
$4,8 \cdot 10^{-8}$	0,0067

Tabela 3 – Valores da difusividade térmica e da umidade adimensional para massa específica do solo =  $1,30 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Difusividade ( $\alpha$ )	Umidade adimensional ( $\Theta$ )
$1,1 \cdot 10^{-7}$	1
$1,67 \cdot 10^{-8}$	0,088
$1,30 \cdot 10^{-8}$	0,054
$9,6 \cdot 10^{-9}$	0,0001

## ANEXO II

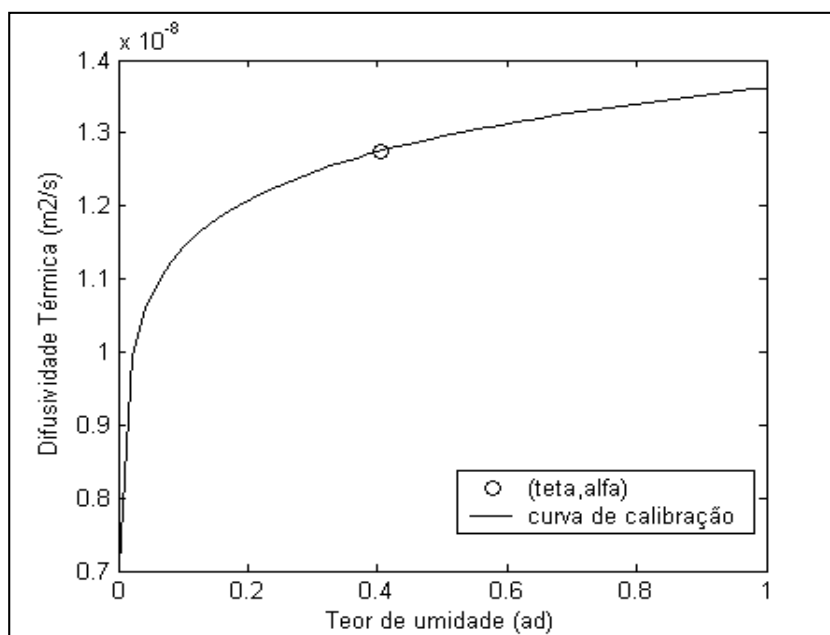


Figura 1 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,250 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,275 \times 10^{-8}$ .

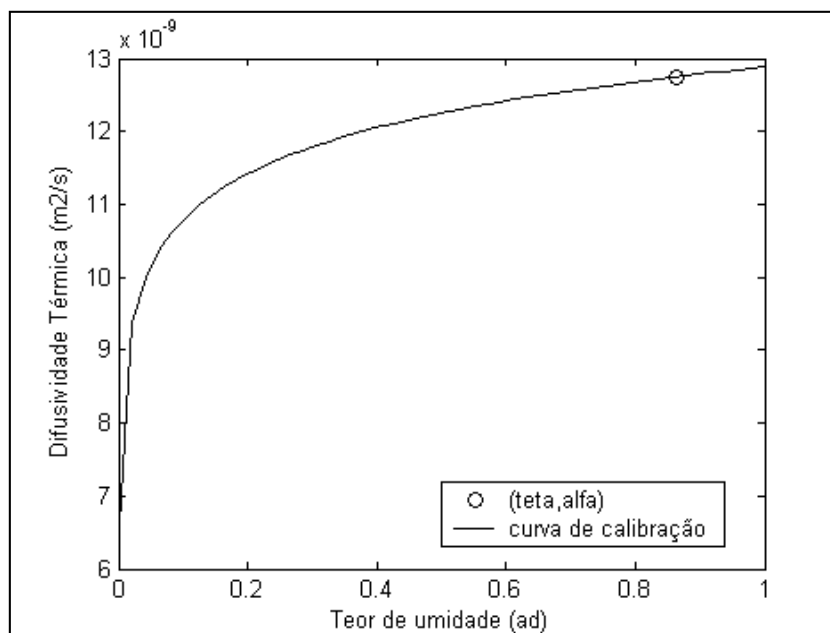


Figura 2 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,275 \times 10^{-8}$ .

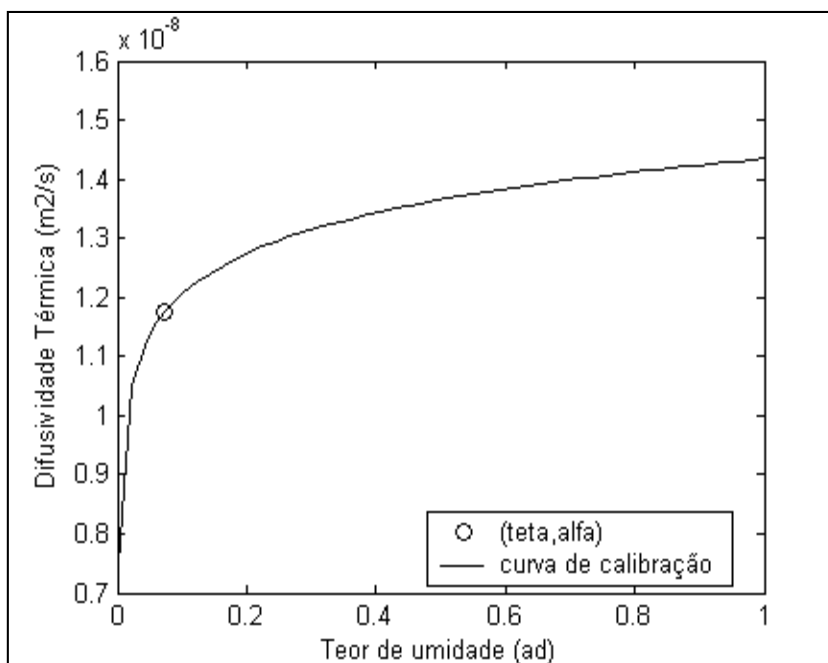


Figura 3 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,3 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,175 \times 10^{-8}$ .

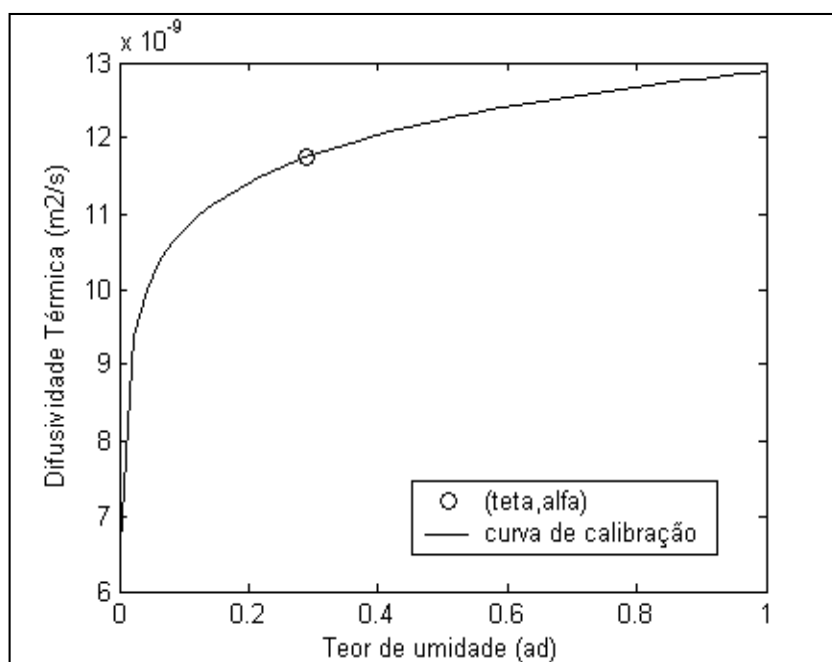


Figura 4 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,175 \times 10^{-8}$ .

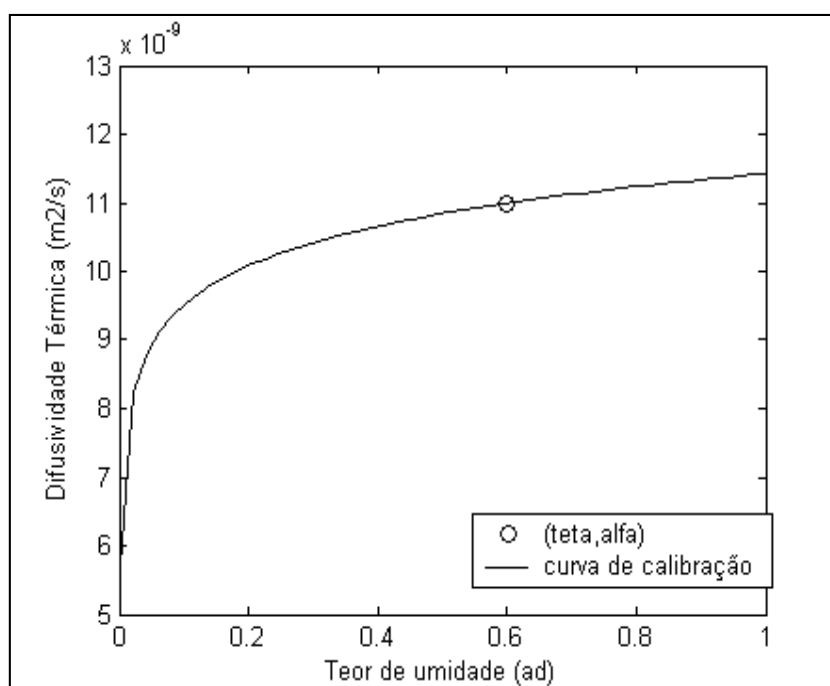


Figura 5 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,1 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .

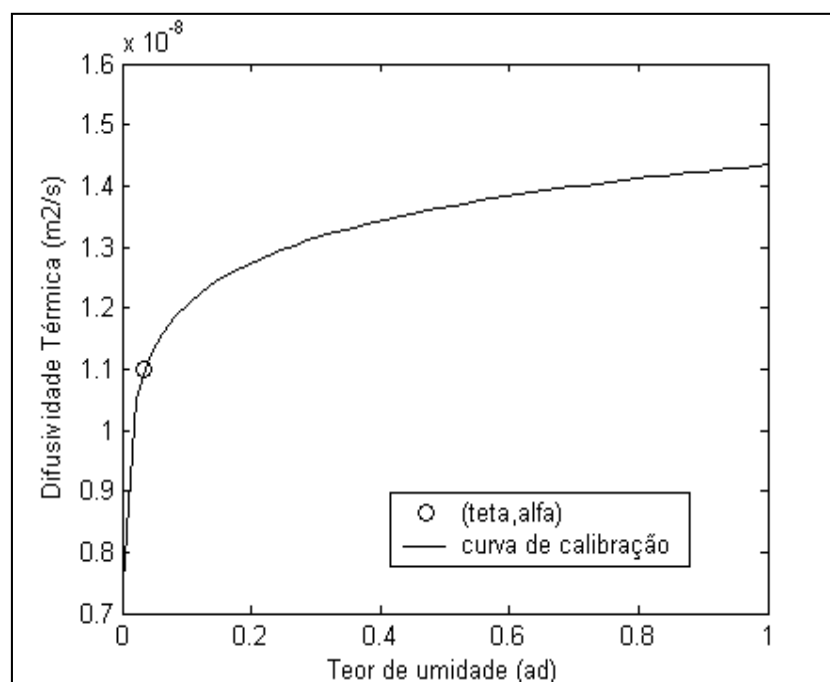


Figura 6 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,3 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .

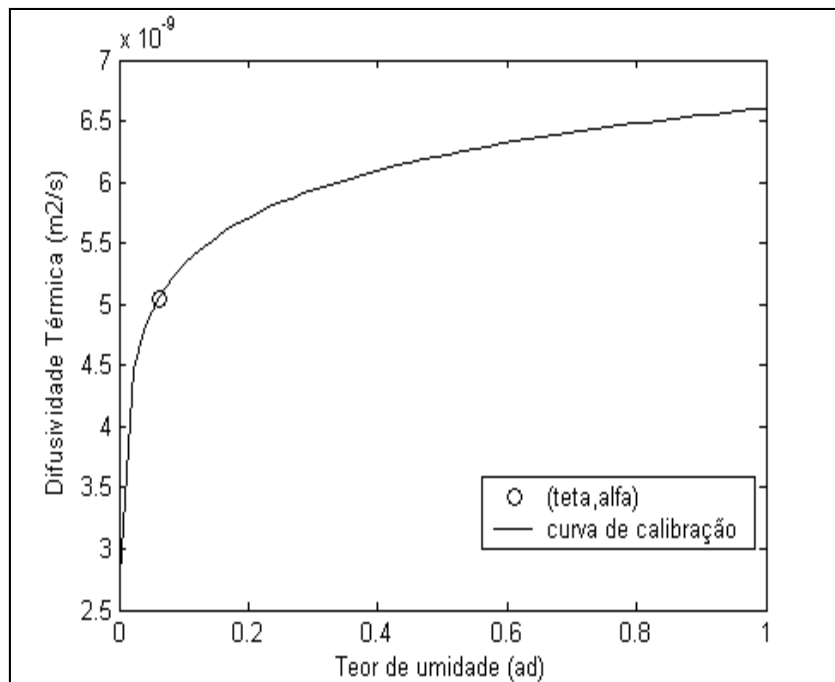


Figura 7 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 0,77 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .

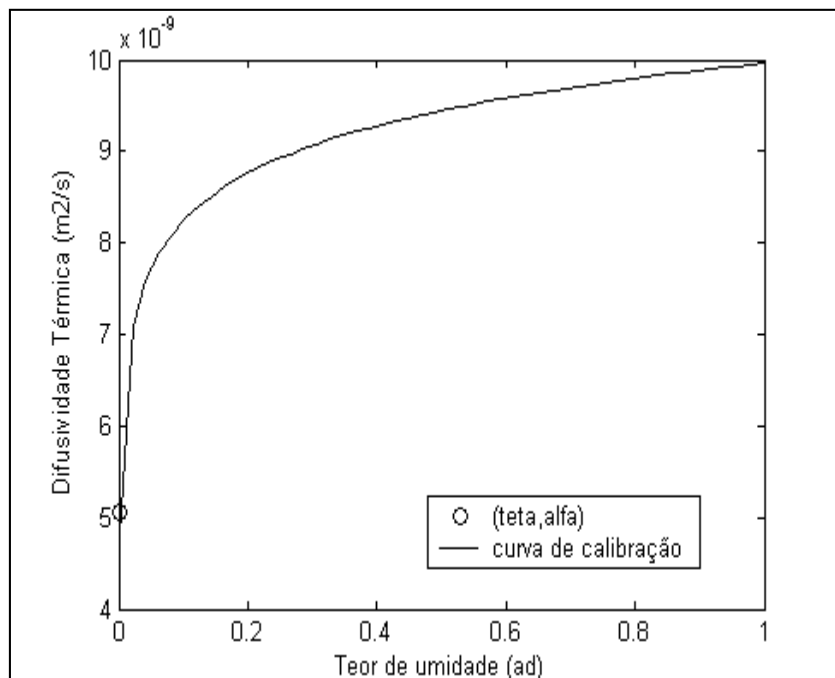


Figura 8 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,0 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .



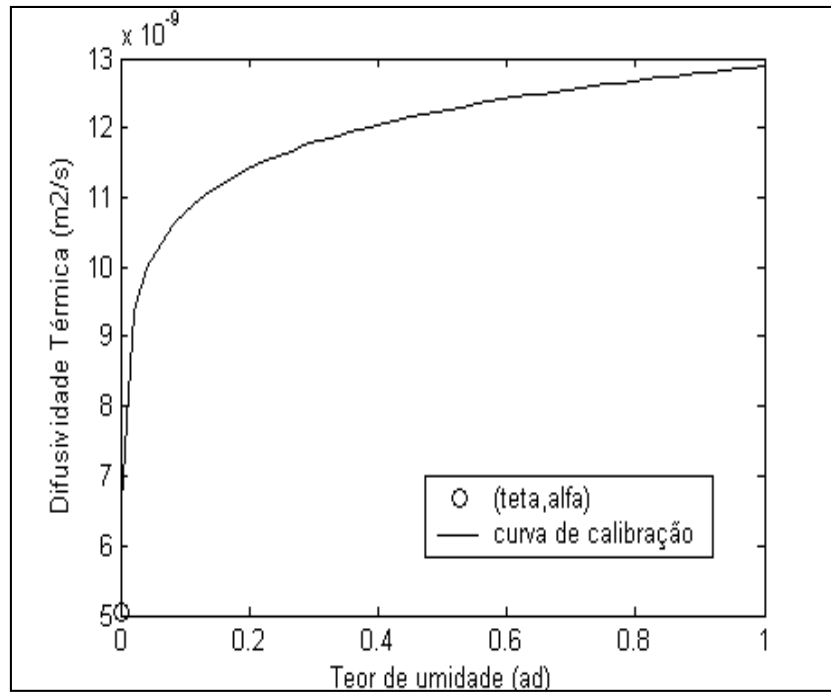


Figura 9 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 5,05 \times 10^{-9}$ .

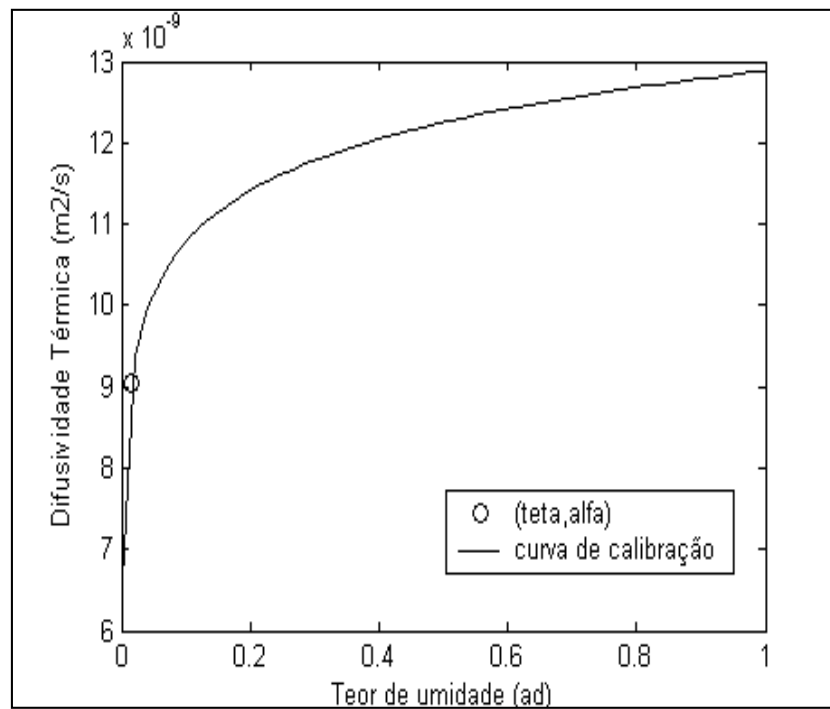


Figura 10 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 9,05 \times 10^{-9}$ .

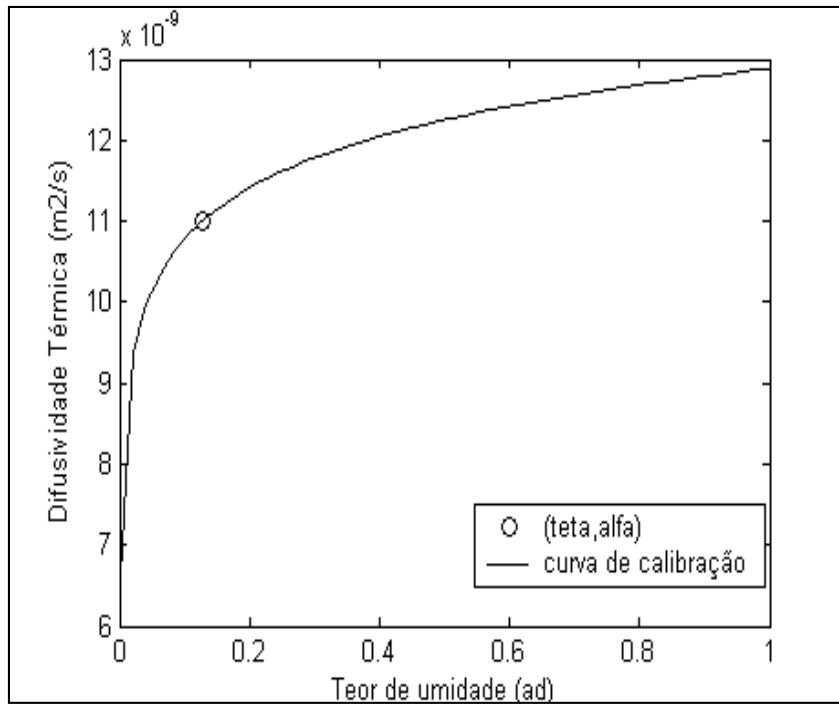


Figura 11 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,1 \times 10^{-8}$ .

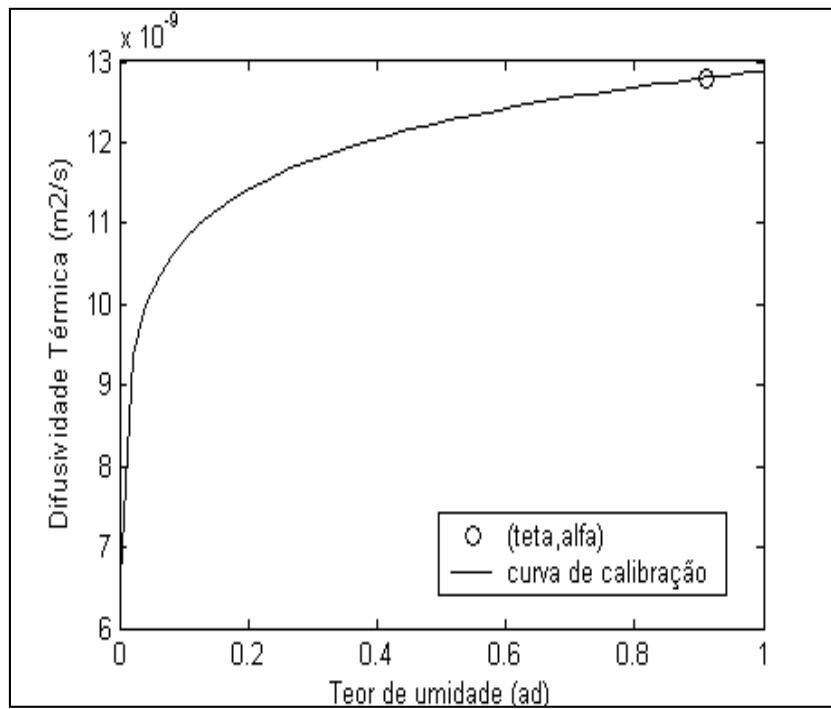


Figura 12 – Ilustração da aplicação do algoritmo do cálculo do teor de umidade:  $\rho = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$  e  $\alpha = 1,28 \times 10^{-8}$ .

## ANEXO III

Tabela 4 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade.  
( $\alpha = 0,8 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$\rho$	0,87	0,89	0,90	0,93	0,95	0,98	1,00	1,005	1,025
$\Theta$	0,90	0,58	0,46	0,25	0,17	0,10	0,072	0,066	0,0481

Tabela 5 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade.  
( $\alpha = 0,9 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$\rho$	0,93	0,94	0,95	1,00	1,005	1,025	1,045	1,065	1,75
$\Theta$	0,92	0,88	0,71	0,27	0,25	0,17	0,12	0,09	0,06

Tabela 6 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade.  
( $\alpha = 1,1 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$\rho$	1,075	1,085	1,095	1,105	1,125	1,155	1,185	1,205	1,255
$\Theta$	0,93	0,77	0,65	0,55	0,39	0,24	0,15	0,1183	0,0605

Tabela 7 – Simulação da variação da massa específica e do teor de umidade.  
( $\alpha = 1,3 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$\rho$	1,210	1,215	1,225	1,235	1,255	1,285	1,300	1,350	1,390
$\Theta$	0,96	0,89	0,76	0,65	0,48	0,31	0,25	0,13	0,083

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)