### UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

# PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

# MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA DE GRÃOS DE SOJA USANDO COMPACTAÇÃO

Elaborada por

**CAROLINE FENGLER** 

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ijuí-RS, Brasil, 2006

# Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

### **CAROLINE FENGLER**

### MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA DE GRÃOS DE SOJA USANDO COMPACTAÇÃO

Dissertação submetida ao corpo Docente do programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ (RS) como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática.

Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges – DeFEM (Orientador) Prof. Dr. Antônio Carlos Lyrio Bidel - UFSM Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Fabiane Avena de Oliveira - DeFEM

Ijuí-RS 24 agosto de 2006

### AGRADECIMENTOS

Como é gratificante ver o trabalho concluído, e nesse momento é importante lembrar de pessoas que contribuíram para essa conquista, ficando aqui registrado o esforço de todos que me auxiliaram, apoiaram e incentivaram. De uma maneira muito especial agradeço:

> A Deus, "pois se venci, é porque esteve comigo, sei que o caminho não foi fácil, mas me encheste com esperança, dando força e vontade para construir essa nova etapa. Enfim consegui. Obrigado pela fé que me encoraja na busca dos meus ideais."

> A você Leonardo Amor de minha vida, que auxiliou para que ingressasse no mestrado, depositando em mim apoio, incentivo, confiança e compreensão, Eu Te Amo.

> A meus pais, Liane e Othmar, que acreditaram na minha capacidade e na medida do possível permitiram ser o que sou, eu vos amo muito.

> As minhas irmãs Patrícia e Milene, que sigam suas vidas de maneira a acreditarem em seus potenciais e ideais.

> Ao meu orientador Professor Dr. Pedro Augusto Pereira Borges, pelo conhecimento transmitido, pela paciência compreensão e dedicação, o meu muito obrigado.

> A todos os professores pelo conhecimento, aos funcionários do Departamento de Física, Estatística e Matemática e Mestrado em especial Geni pela amizade, apoio e dedicação.

A Angéli (bolsista de Iniciação Científica) pela amizade e auxilio na parte experimental.

Aos professores do Laboratório de Física pelo material e o espaço cedido, em especial o professor Pedro Schmidt pelas idéias sugeridas.

Aos colegas de mestrado em especial Luciana pela amizade, conversas e trocas de idéias, para você muito sucesso.

A Lia pela acolhida nos dias que precisei ficar em Ijuí, eu lhe quero bem.

Enfim a todos que de uma maneira ou outra contribuíram e auxiliaram para a conclusão deste trabalho, meu eterno agradecimento: - Muito Obrigado.

#### RESUMO

A produção de soja é uma das principais atividades econômicas na região Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Após a colheita, que é realizada no outono, geralmente com dias chuvosos, um problema eminente é manter o teor de umidade adequado para o armazenamento dos grãos, garantindo a conservação por um período prolongado. Para tanto, é necessária a realização de pesquisas dos processos de secagem e armazenamento, para conhecer os parâmetros físicos de troca de calor e massa dos diferentes tipos de grãos produzidos na região. A medição da difusividade térmica de grãos como de trigo, arroz, cevada, etc..., torna-se impraticável com métodos que dependam da introdução de sensores no interior do grão. Para resolver este problema, o presente trabalho propõe um método para a determinação da difusividade térmica do grão, com base nas variações da difusividade térmica da massa de grãos, quando submetida a crescentes níveis de compactação. Foram obtidas experimentalmente curvas de temperatura por tempo de pontos internos e na fronteira de cilindros de massa de grão, para três diferentes níveis de compactação. A difusividade térmica da massa de grãos foi estimada resolvendo o problema inverso. O problema de transferência de calor no cilindro (problema direto), foi resolvido numericamente pelo método das diferenças finitas centrais, usando o esquema explícito. O problema inverso foi resolvido com um algoritmo próprio, estimando valores de difusividade no problema direto e minimizando a diferença entre os valores de temperatura calculados e experimentais em três pontos no interior do cilindro. Com os valores da difusividade térmica para três níveis de compactação, foi proposta uma função de ajuste relacionando a difusividade e a massa específica, com a qual foi estimado o valor da difusividade do grão, com base na medida da massa específica deste. O resultado obtido para soja é compatível com os dados existentes na literatura. A precisão do método depende fortemente da qualidade dos dados experimentais e da posição da massa específica do grão no intervalo de dados experimentais da massa específica da massa de grãos.

#### ABSTRACT

The soy production is one of the main economical activities in the Northwest area of the State of Rio Grande do Sul. After the crop, that is accomplished in the autumn, usually with rainy days, an eminent problem is to maintain the appropriate humidity tenor for the storage of the grains, guaranteeing the conservation for a lingering period. For so much, it is necessary the accomplishment of evaporation process researches and storage, to know the physical parameters of change of heat and mass of the different types of grains produced in the area. The measurement of the grains thermal diffusivity as of wheat, rice, barley, etc..., it becomes impracticable with methods that depend on the introduction of sensor inside the grain. To solve this problem, the present work proposes a method for the grain thermal diffusivity determination with base in the variations of the grains mass thermal diffusivity, when submitted at growing compactation levels. They were obtained temperature curves experimentally by time of internal points and in the border of cylinders of grain mass, for three different compactation levels. The thermal diffusivity of the mass of grains was esteemed solving the inverse problem. The transfer of heat in the cylinder problem (direct problem), was solved by the method of the central finite differences, using the explicit outline. The inverse problem was solved with an own algorithm, esteeming diffusivity values in the direct problem and minimizing the difference among the temperature values calculated and you try in three points inside the cylinder. With the values of the thermal diffusivity for three compactation levels, an adjustment function was proposed relating the diffusivity and the specific mass, with which was dear the value of the diffusivity of the grain, with base in the measure of the specific grain mass. The result obtained for soy it is compatible with the existent data in the literature. The precision of the method depends strongly on the quality of the experimental data and of the position of the grain specific mass in the interval of experimental data of the grains specific mass.

# SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	X
LISTA DE LETRAS GREGAS	XII
LISTA DE FIGURAS	XIII
LISTA DE TABELAS	XV

1. INTRODUÇÃO	01
1.1. Produtividade da soja no Rio Grande do Sul na safra 2004	02
1.2. Um breve estudo sobre o processo de colheita, perdas, secagem e	
armazenamento de grãos	02
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	06
2.1. Modelos matemáticos do processo de secagem	06
2.2. Modelos matemáticos do processo de secagem camada fina	07
2.3. Pesquisa sobre os coeficientes de difusão de calor e o coeficiente de troca	
de calor por convecção em grãos	11
2.4. Proposição do problema	17
3. O MODELO MATEMÁTICO	19
3.1. Transferência de calor na massa de grãos	19
3.2. Transferência de calor no grão	22

4. EQUIPAMENTOS EXPERIMENTOS
4.1. Descrição dos Equipamentos24
4.2. Análise de incerteza das medidas de massa e temperatura25
4.2.1. Análise de incerteza das medidas de massa
4.2.2. Análise de incerteza das medidas de temperatura27
4.2.2.1. Calibração dos termopares
4.3. Descrição dos Experimentos
4.3.1. Análise da simetria do problema
4.3.2. Medida da massa específica
4.3.3. Aquecimento da massa de grãos
4.3.4 Aquecimento do grão (Método direto)
5. MÉTODOS NUMÉRICOS E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO40
5.1. Problema de difusão do calor no cilindro de massa de soja40
5.1.1 Implantação das condições de contorno43
5.2. Resolução do Problema inverso no cilindro de massa de grãos de soja44
5.3. Resolução do Problema Inverso no grão de soja49
5.4. O problema de transferência de calor no grão, solução analítica e numérica52
6. ANÁLISE DOS RESULTADOS53
6.1. Resultados da preparação dos dados experimentais para uso no algoritmo
do problema inverso53
6.2. Solução do problema de transferência de calor na massa de grãos55
6.3. Difusividade em função da massa específica57
7. CONCLUSÃO
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS66
ANEXOS72

# LISTA DE SÍMBOLOS

A	diferença entre a temperatura ambiente e a temperatura inicial [ ${}^{o}C$ ]
b	parâmetro de ajuste
<i>b.u</i> .	base úmida
$B_x$	incerteza de exatidão
$B_m$	incerteza de exatidão para medida de massa [kg]
$B_T$	incerteza de exatidão para medida de temperatura [ $^{o}C$ ]
$C_{S}$	entalpia específica da matéria sólida do corpo [kJ/kgK]
$C_W$	entalpia específica da água [kJ/kgK]
С	parâmetro de ajuste
$D_m$	difusividade mássica $[m^2/s]$
$D_t$	difusividade térmica $[m^2/s]$
$d_s$	massa específica da matéria sólida do corpo $[hg/m^3]$
$D_v$	coeficiente de difusão de vapor do corpo $[m^2/h]$
f	porosidade do corpo, decimal [adimensional]
g	fonte de calor [W]
Н	altura da massa de grãos [ <i>m</i> ]
$Le_m$	número de Lewis modificado [adimensional]
k	condutividade térmica [kJ/hmK]
m	massa [kg]

Μ	teor de umidade do grão [adimensional]
$P_x$	incerteza de precisão
$P_m$	incerteza de precisão para medida de massa [kg]
$P_T$	incerteza de precisão para medida de temperatura [ $^{o}C$ ]
r	raio da massa de grãos [ <i>m</i> ]
$r_g$	raio do grão [ <i>m</i> ]
R	raio do cilindro [ <i>m</i> ]
t	tempo [s]
Т	temperatura da massa de grãos [ $^{o}C$ ]
TC	termômetro calibrado
TP	termopar
$T_4, T_2, T_0$	temperaturas das fronteiras [ $^{o}C$ ]
$T_e$	temperatura do ar (estufa) [ $^{o}C$ ]
$T_i$	temperatura inicial [°C]
$T_g$	temperatura do grão [ $^{o}C$ ]
$U_x$	incerteza experimental
V	volume $[m^3]$
Z	variável espacial [ <i>m</i> ]

### LISTA DE LETRAS GREGAS

α	difusividade térmica $[m^2/s]$
$lpha_g$	difusividade térmica do grão $[m^2/s]$
$lpha_m$	difusividade térmica da massa de grãos $[m^2/s]$
β	parâmetro $[m^3 kg]$
ε	erro [adimensional]
$\phi$	variável espacial [ <i>m</i> ]
arphi	umidade relativa do ar [%]
θ	variável espacial [ <i>m</i> ]
γ	parâmetro $[m^3 kg]$
ρ	massa específica $[kg/m^3]$
$ ho_{g}$	massa específica do grão $[kg/m^3]$
$ ho_m$	massa específica da massa de grãos $[kg/m^3]$
$\Phi_h$	densidade de fluxo de calor entre grão e ar $[W/m^2]$
$\Phi_m$	densidade de fluxo de massa entre grão e ar $[kg/m^2s]$

### LISTA DE FIGURAS

# **CAPÍTULO 2**

Figura 2.1 – Hipótese: Estimação da difusividade térmica do grão relacionando a variação deste parâmetro na massa específica dos grãos compactados......17

# **CAPÍTULO 3**

Figura 3.1 – Esquema geral do experimento de aquecimento da massa de grãos.....20

## **CAPÍTULO 4**

Figura 4.1 - Esquema ilustrativo da montagem dos equipamentos para obtenção das	
curvas de temperatura2	25
Figura 4.2 - Vista superior do cilindro com a distribuição dos termopares com	
distancias de <i>r</i> /2	33
Figura 4.3 – O grão e a projeção de seus três eixos perpendiculares	\$5
Figura 4.4 - Esquema ilustrativo da distribuição dos termopares3	6
Figura 4.5 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra	
01: massa de grãos sem compactação <i>h=0,05m</i>	.37
Figura 4.6 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra	
06: massa de grãos com grau de compactação $h=0,035m$	.38
Figura 4.7 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra	
11: massa de grãos com grau de compactação <i>h=0,032m</i>	38
Figura 4.8 - Posição do termopar no grão para obtenção da curva de temperatura	39
Figura 4.9 – Média da curva de temperatura em função do tempo das cinco amostras	
de grão, temperatura 80°C, $t=900s$	39

# CAPÍTULO 5

Figura 5.1 – Domínio cilíndrico de integração bidimensional em r e z	40
Figura 5.2 – Malha espacial	41
Figura 5.3 – Algoritmo para cálculo da difusividade térmica da massa de grãos	48
Figura 5.4 – Algoritmo para cálculo da difusividade térmica do grão	51
Figura 5.5 – Comparação das soluções analítica e numérica do problema de	
transferência de calor no grão esférico	52

# CAPÍTULO 6

Figura 6.1 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas	
com as curvas calculadas, $T=70^{\circ}C$ , altura de compactação igual	
0,035m e $t = 3600s$ . (•dados experimentais, — curvas ajustadas)	.54
Figura 6.2 – Validação do modelo: Comparação entre os dados experimentais	
(T1, T3 eT7) e valores de temperatura calculados (T1c, T3c eT7c)	.55
Figura 6.3 – Distribuição da temperatura em uma seção longitudinal que passa	
pelo eixo central do cilindro: compactação $h=0,035m$ ,	
$\alpha = 1,75 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s e } t = 3600 \text{s}$	56
Figura 6.4 – Difusividade térmica em função da massa específica	.57
Figura 6.5 – Dados experimentais e ajustes das funções $\alpha(\rho)$ . Os círculos (o) são os	
valores da difusividade térmica da massa de grãos; os asteriscos (*) são	
as difusividades dos grãos calculados pelos ajustes, a cruz (+) é a	
difusividade calculada pelo método direto e as linhas são as funções	
$\alpha(\rho)$ com os parâmetros ajustados	.60

### LISTA DE TABELAS

# CAPÍTULO 4

Tabela 4.1 - Massa da água	27
Tabela 4.2 – Comparação dos termopares com termômetro de vidro calibrado	
$(T_{amb}=28^{\circ}C)$	28
Tabela 4.3 - Equações de correção dos termopares	29
Tabela 4.4 - Dados demonstrativos das variações de temperatura sob a influência	
da temperatura ambiente na placa	29
Tabela 4.5 - Dados ajustados e subtraídos uma unidade	30
Tabela 4.6 – Equações de correção dos termopares sob influencia da	
temperatura ambiente na placa	31
Tabela 4.7 - Equações finais de correção dos termopares	31
Tabela 4.8 - Determinação da massa específica para cada amostra de acordo com	
o grau de compactação ( $h$ = altura da massa de grãos compactada	
$\rho$ = massa específica)	34
Tabela 4.9 – Amostras de grão a qual obteve-se a massa específica média do grão	
$(\rho = massa específica)$	35
Tabela 4.10 – Altura para cada termopar de acordo com o grau de compactação.	
$h_0$ = altura para o termopar T0, respectivamente para os outros	
termopares	36

# CAPÍTULO 6

Tabela 6.1 –	-Valores estimados da difusividade. Ajuste de parâmetros da função	
	$\alpha(\rho) . R^2$ é o coeficiente de correlação e $\alpha(\rho_g)$ é a difusividade térmica	
	estimada do grão de soja	59

### 1. INTRODUÇÃO

A cultura da soja apresenta destaque no cenário agrícola nacional. Cultivada em uma área plantada de 23,104 milhões de hectares, responsável por 50,19 milhões de toneladas de grãos, o Brasil foi o segundo maior produtor mundial de soja, na safra 2004/2005. Os EUA permanecem na liderança mundial da produção de grãos, com 85,59 milhões de toneladas, a área plantada é equivalente a 29,23 milhões de hectares. Nesse montante a região Sul do Brasil participa com 12,793 milhões de toneladas e o Rio Grande do Sul com 2,621 milhões de toneladas.<sup>\*</sup>

A secagem de grãos é uma atividade industrial fundamental para o acondicionamento ideal das safras de grãos por períodos que chegam a mais de um ano. A modelagem matemática de secadores é uma das formas de otimizar o funcionamento da secagem, buscando equipamentos e processos que realizem a secagem com menor custo, tempo e mantenham a qualidade dos grãos. Os modelos matemáticos para a simulação e monitoramento do funcionamento de secadores precisam de informações técnicas sobre o comportamento térmico dos grãos a serem secados. Estas informações são produzidas na forma de coeficientes de troca de calor e massa. A difusividade térmica é um desses coeficientes e precisa ser determinada em função de todas as variáveis que possam alterar seu valor significativamente durante o processo de secagem.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Os dados são da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab), ano de 2005.

#### 1.1. Produtividade da soja no Rio Grande do Sul na safra 2004

A região Noroeste do Rio Grande do Sul tem a produção de soja como uma das principais atividades econômicas, sendo que sua área plantada e conseqüentemente sua produção aumentam cada ano. Não podemos deixar de considerar que o aumento da produção esta diretamente ligado a uma boa tecnologia empregada, dos materiais genéticos disponíveis (cultivares), da profissionalização dos sojicultores e principalmente das condições climáticas favoráveis que ocorrem durante todo o ciclo de cultivo dessa leguminosa.

De acordo com o IBGE "com a colheita concluída em todo Estado, a atual estimativa é de que o Rio Grande do Sul tenha colhido, nesta safra/04, *3.965.250 ha*, o que representa um incremento de *3,08%* em relação ao primeiro prognóstico para a safra/04, divulgado em outubro de 2003 (*3.846.955 ha*). Na comparação com a safra/03, o dado atual indica um crescimento de *10,41%*, o que representa um acréscimo real de *373.780 ha* nesta safra".

Informa também que a microrregião geográfica de Cruz Alta apresenta a maior estimativa de área colhida na safra/04, com 467.165 ha, o que representa um crescimento de 4,23% em relação à safra/03. Sendo a região Noroeste Rio-Grandense, a que possui a maior área de soja no Estado, boa parte deste crescimento ocorreu, nestas áreas até então utilizadas como pastagens.

# **1.2.** Um breve estudo sobre o processo de colheita, perdas, secagem e armazenamento de grãos

A importância da soja deve-se a sua versatilidade. Na forma de grãos pode ser vendida para a alimentação humana, alimentação animal e para a indústria. Também utilizada na confecção de tintas, conservantes de produtos enlatados e é objeto de pesquisas em atuação na prevenção de diversas doenças.

A região Sul do Brasil se destaca na produção de cereais. O cereal produzido em maior escala nesta região é a soja. A soja é uma leguminosa que sob condições inadequadas deteriora-se facilmente, além do mais a época da colheita é no outono, época bastante úmida geralmente com períodos de chuvas. O alto teor de umidade dos grãos exige o uso contínuo de secadores nas unidades receptoras do produto. Normalmente os grãos de soja são colhidos com 14 a 16% (*b.u*) de teor de umidade.

Após a colheita a preocupação dos produtores e do governo é com a conservação e armazenamento dos grãos em condições de temperatura e teor de umidade considerados ótimos para evitar o ataque de insetos, a ação de fungos e a oxidação dos grãos. Nesta etapa a secagem é um importante processo termodinâmico que tem por finalidade reduzir o teor de umidade do produto a um nível adequado para estocagem, o que requer uma secagem até aproximadamente 12% (*b.u*) para garantir uma duração prolongada mantendo as qualidades biológicas, químicas e físicas dos grãos.

O armazenamento adequado dos grãos é um dos principais fatores responsáveis pela manutenção da qualidade do produto, que é considerado como parâmetro controlador de seu valor econômico na comercialização. Durante a armazenagem, o calor da massa de grãos e o teor de umidade influenciam, de forma significativa na qualidade final do produto, definindo a sua longevidade, através do controle dos agentes de deterioração e proliferação de insetos.

Segundo Brooker *et al.*, (1974), a qualidade dos grãos não pode ser melhorada durante o armazenamento. Grãos colhidos inadequadamente serão de baixa qualidade, não importando como são armazenados, mas boas condições durante esse período são fundamentais para conservar a qualidade inicial. A umidade da semente e a temperatura do ar são variáveis determinantes das mudanças de qualidade durante o armazenamento.

As perdas com cereais são bastante significativas no mundo todo, em alguns países essas perdas podem atingir de 40 a 50%. Dados da EMBRAPA e CONAB em pesquisas realizadas para redução de perdas na sojicultura do Brasil, mostram que 5% de prejuízos são causados pela ação da colheita mecânica (máquina e operador), e 2,7% de perdas pelo armazenamento (conservação do produto) provocado por fungos e insetos.

De acordo com Neves *et al.*, (1983), as primeiras pesquisas sobre secagem de grãos começaram na década de 50, na Universidade de Purdue, USA. No âmbito internacional destaca-se ainda o Internacional Drying Symposium (IDS), que teve sua primeira edição em 1978, em Montreal no Canadá, integrando pesquisas acadêmicas e industriais.

Segundo Mujumdar, (1998) as primeiras pesquisas estavam direcionadas a investigar a conservação de energia e os procedimentos de escala.

Atualmente as pesquisas visam basicamente a melhoria da qualidade, otimização através da modelagem matemática e o desenvolvimento de novas técnicas de secagem. No Brasil várias universidades como a Universidade Estadual de Campinas, Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade Federal de Viçosa, Universidade Federal de Pelotas e da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, vêm se destacando pela pesquisa em modelagem matemática de processos de secagem e atuação direta no sistema produtivo.

O presente trabalho é parte da pesquisa, Modelagem Matemática de Processos de Secagem, da Linha de Pesquisa Modelagem Matemática dos Processos de Transporte, do Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUÍ.

Neste trabalho é apresentada uma metodologia para a determinação da difusividade térmica de grãos através das variações da difusividade térmica de uma massa de grãos submetida a pressões crescentes (compactação).

A dissertação é composta de sete capítulos, onde:

No capítulo 1 são apresentados dados sobre o crescente aumento da produção de soja no Brasil, e no Rio Grande do Sul e discutida a importância da implementação de pesquisas voltadas para a secagem e armazenamento de grãos.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre os modelos matemáticos de secagem propostos nos últimos anos. Também nesse capítulo é apresentada a descrição do problema desse trabalho.

No capítulo 3 são apresentados os modelos matemáticos do problema direto da equação de energia em coordenadas cilíndricas para a massa de grãos e em coordenadas esféricas para o grão.

No capítulo 4 são descritos os equipamentos utilizados para a obtenção das curvas de temperatura em função do tempo, a análise de incerteza para a medição de massa e da temperatura. Também é feita a descrição dos experimentos preliminares para analisar a simetria do problema, as medidas da massa específica, o aquecimento da massa de grãos e o aquecimento do grão individualmente.

No capítulo 5 são apresentados os métodos numéricos da resolução do problema direto de difusão do calor no cilindro de massa de soja e a resolução do problema inverso tanto para o cilindro de massa de grãos de soja como para o grão.

No capítulo 6 são apresentadas as análises dos resultados da solução do problema de transferência de calor na massa de grãos e do cálculo da difusividade em função da massa específica.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões sobre os resultados da aplicação do método proposto de estimação da difusividade térmica de grãos de soja usando a compactação.

### 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica sobre o processo de secagem, com ênfase especial na descrição dos modelos matemáticos e a descrição do problema.

#### 2.1. Modelos matemáticos do processo de secagem

Os processos de secagem podem ser divididos em dois grupos: camada fina e leito profundo.

Nos modelos de camada fina o objetivo principal é descrever o processo de difusão de água dentro do grão ou o processo de transferência de calor e de massa de água entre a superfície do grão e o ar ambiente. Os modelos de camada fina são classificados em teóricos, semi-empíricos e empíricos.

Os modelos de leito profundo são de uma, duas ou três dimensões e os parâmetros do grão variam conforme a posição da massa de grãos, para simplificar às vezes o leito de grãos e considerado como uma seqüência de camadas finas. Nesse modelo são levados em conta tanto os processos de transferência de calor e massa dentro e na superfície do grão quanto os processos de transferência nos espaços entre grãos sendo um processo convectivo. Esse tipo de modelo necessita dos coeficientes de troca de calor e massa que são obtidos experimentalmente em camada fina.

#### 2.2. Modelos matemáticos do processo de secagem camada fina

Os modelos teóricos em camada fina consideram o transporte de massa e calor dentro do grão e consistem de equações diferenciais que relacionam a umidade e a temperatura do grão. Já os modelos empíricos em camada fina são resultados do ajuste de curvas de dados obtidos experimentalmente. Os modelos semi-empíricos usam coeficientes obtidos experimentalmente em modelos de equações diferencias parciais que relacionam a umidade, a temperatura do grão e a pressão do vapor de água. Sendo que todos os três têm o mesmo objetivo, estudar o comportamento do transporte de calor e massa no interior do grão.

Luikov e Mikhailov (1961), apresentaram um dos modelos mais completos relacionados a um corpo sujeito a secagem, que consiste num sistema de equações diferenciais que envolvem o transporte de calor e massa e quantidade de movimento. Em 1966 Luikov reescreveu o sistema de uma forma mais generalizada para o caso de um corpo capilar-poroso onde despreza os termos convectivos e fontes potenciais, sendo apresentado da seguinte forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2 K_{11} M + \nabla^2 K_{12} \theta + \nabla^2 K_{13} P$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla^2 K_{21} M + \nabla^2 K_{22} \theta + \nabla^2 K_{23} P$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2 K_{31} M + \nabla^2 K_{32} \theta + \nabla^2 K_{33} P$$
(2.1)

onde:

- *M* concentração de água (teor de umidade)
- $\theta$  potencial de transferência de calor (temperatura)
- *P* potencial de filtração (pressão)
- $K_{ij}$  para i=j, os coeficientes termo-físicos de transporte (por exemplo,  $K_{11}$  é o coeficiente de difusão da umidade) para  $i \neq j$ , os coeficientes de acoplamento (por exemplo,  $K_{12}$  é o coeficiente de difusão de umidade influenciado pela temperatura)
- $\nabla^2$  operador Laplaciano.

Poucos coeficientes de transferência fenômenológicos são conhecidos, segundo Brooker (1974).

Portanto, a secagem artificial de grãos de cereais ocorre sob circunstâncias que permitem simplificações das equações de secagem de Luikov (1966). Desconsiderando o efeito do gradiente de pressão, termo-difusão e a evaporação interna, o modelo de Luikov, torna-se mais simples e assim pode ser aplicado na secagem de grãos.

O sistema (2.1) com estas simplificações resulta em duas equações diferenciais.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D_m \nabla^2 M \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = D_t \nabla^2 T_g$$

onde:

*M* teor de umidade do grão

 $T_g$  temperatura do grão

*D<sub>m</sub>* difusividade mássica

*D<sub>t</sub>* difusividade térmica

A solução da equação (2.2) implica na escolha de uma forma geométrica (domínio de integração) para representar o grão e um sistema adequado de coordenadas. A equação descreve bem a secagem e o comportamento térmico de grãos. Porém na análise prática de secagem de grãos, os gradientes de temperatura podem não ser considerados e neste caso negligenciando os mesmos durante a secagem de grãos, temos a forma mais simplificada das equações de Luikov.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2 K_{11} M \tag{2.3}$$

Onde  $K_{11}$  é o coeficiente de transporte, conhecido também como coeficiente de difusão de massa, sendo que a difusão ocorre dentro do grão na forma de fluxo de água ou de vapor.

O coeficiente de difusão líquido de umidade considerado pela segunda Lei de Fick aplicada à secagem de grãos expressa o produto algébrico entre a profundidade radial do grão, em que ocorre o fenômeno, e o volume de umidade transferido por unidade de área da secção considerada, num determinado tempo. A equação (2.3) representa a segunda Lei de Fick e é solucionado considerando-se os coeficientes no interior do grão, tanto de líquido quanto de vapor. Para a difusão líquida de umidade, tem-se a seguinte equação, conforme Fortes e Okos, (1981):

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 D \frac{\partial M}{\partial r} \right)$$
(2.4)

onde:

D coeficiente de difusão líquida

r distância radial do grão

Conforme Fortes e Okos (1981), as primeiras pesquisas no processo de secagem negligenciavam a transferência de energia, assumindo a migração de umidade por difusão líquida ou por capilaridade. Mais tarde consideraram os efeitos simultâneos de energia e de massa, aplicando-se a teoria da vaporização-condensação, supondo a migração de água internamente na fase de vapor devido ao gradiente de temperatura.

Lewis (1921), foi o primeiro autor a propor experimentalmente o modelo da difusão da água líquida para descrever a migração da água do interior do sólido a sua superfície.

O número de Lewis modificado foi utilizado para avaliar o grau de significância dos gradientes de temperatura na secagem de produtos agrícolas, Young (1969).

$$Le_{m} = \frac{K[f + (1 - f)d_{s}\beta]}{D_{v}(1 - f)d_{s}(c_{s} + c_{w}U + Hy)}$$
(2.5)

onde:

- $Le_m$  número de Lewis modificado (*adimensional*);
- *K* condutividade térmica do corpo (*kJ/hmK*);
- *f* porosidade do corpo,decimal (*adimensional*);
- $D_v$  coeficiente de difusão de vapor do corpo  $(m^2/h)$ ;
- $d_s$  massa específica da matéria sólida do corpo  $(hg/m^3)$ ;
- $c_s$  entalpia específica da matéria sólida do corpo (kJ/kgK);
- $c_w$  entalpia específica da água (kJ/kgK);
- *H* entalpia de vaporização da umidade do corpo (kJ/kg);
- $\beta$  parâmetro ( $m^3/kg$ );
- $\gamma$  parâmetro (*1/K*).

Para um número de Lewis modificado igual ou superior a *60*, as equações que consideram apenas a transferência de massa são suficientes para descrever a secagem, porque a temperatura de equilíbrio no interior do produto é atingida em curtos intervalos de tempo. O mesmo não acontece com o teor de umidade de equilíbrio. O gradiente de temperatura tem, portanto, um efeito desprezível no processo de secagem. Baseados nesta suposição, Chinnam e Young (1977) e também Misra e Young (1980), estudaram a difusão de umidade do amendoim em casca e da soja, respectivamente, com resultados satisfatórios.

Mesmo entre os pesquisadores existem dúvidas quanto ao movimento de umidade no interior do grão, podendo ser por difusão líquida ou por difusão de vapor. Segundo Puzzi (1977), possivelmente ocorre uma combinação dos dois mecanismos de difusão com alternância de predominação durante o processo de secagem.

Uma pesquisa feita por Chinnam e Young (1977), ao secarem amendoim em vagem, verificou-se que os três métodos: difusão simultânea líquido-vapor, difusão líquida e difusão de vapor, descrevem adequadamente a secagem.

Vários foram os estudos realizados para explicar o processo de transferência de umidade em produtos capilares porosos, como é o caso dos cereais e, em especial nos grãos de soja. Segundo Brooker (1982), vários mecanismos físicos tem sido propostos, tais como:

- Difusão líquida, devido ao gradiente de concentração;
- Difusão de vapor devido ao gradiente de pressão parcial de vapor, causada pelo gradiente de temperatura;
- Movimento de água devido a forças capilares;
- Fluxo de líquido e vapor, devido à diferença de pressão total causada pela pressão externa, contração, alta temperatura e capilaridade;
- Escoamento por efusão (escoamento de Knudsen), que ocorre quando o caminho livre das moléculas de vapor é da ordem do diâmetro dos poros. Este mecanismo só é importante para condições de alto vácuo;
- Movimento líquido, devido à força gravitacional. Não tem influência significativa na secagem de alguns produtos;
- Difusão superficial, que não é levada em consideração pela maioria das teorias existentes, pelo fato de ser praticamente desprezível.

O método descrito por Courtois (1991), se baseia nas Leis de Fick (difusão modular) e de Fourier (fluxo de calor é igual ao gradiente de temperatura) aplicada para diferentes camadas de grãos, levando em conta a não-homogeneidade, o aquecimento e o desprendimento da umidade dos grãos.

# 2.3. Pesquisa sobre os coeficientes de difusão de calor e o coeficiente de troca de calor por convecção em grãos

O coeficiente de difusão de calor no interior do grão (difusividade térmica), indica a medida da variação da temperatura do material submetido a um processo de resfriamento ou aquecimento. No cálculo desse coeficiente é relacionado a condutividade térmica (k), a densidade ( $\rho$ ) e o calor específico ( $c_p$ ) do material. A maioria dos processos de transporte de calor em fluídos é acompanhada por alguma forma de movimentação do fluído, o que caracteriza um processo convectivo de transferência de calor. Tais processos podem ser expressos em termos de balanços diferenciais de massa, energia e quantidade de movimento. O coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h_c$ ) é um importante parâmetro na caracterização dos processos de secagem, esfriar/congelamento e operações de armazenagem.

O valor do coeficiente de transferência de calor pode ser determinado experimentalmente, ou calculado por equação empírica, usando números adimensionais conhecidos na literatura da engenharia mecânica, conforme Incropera e Perry (1997), tais como o número de Nusselt.

Nos trabalhos de Courtois e Lasseran (1993), o fluxo de calor, no modelo de camada fina, é calculado a partir do coeficiente de transferência de calor proposto por Loncin,  $\alpha = f(Y,T)$  como uma função do teor de umidade do ar e da temperatura do grão.

$$\phi = -19,718 + 0,2576 T_g + 379,41 Y$$
(2.6)

Em Khatchatourian (1999), esse resultado foi adaptado para contemplar a influência da velocidade do ar.

$$\phi = \sqrt{\frac{W_a}{W_o}} (-19,718 + 0.2576 \ T_g + 379,41 \ Y)$$
(2.7)

onde  $W_a$  e  $W_0$  representam respectivamente a velocidade do ar e velocidade inicial.

Os modelos de leito profundo necessitam dos coeficientes de troca de calor e massa que são obtidos em experimentos de camada fina.

Miketinac *et al* (1992), apresentaram cinco modelos que simulam o processo de transferência simultânea de calor e de massa na secagem em camada fina de cevada. Resolvendo o problema inverso, calcularam os coeficientes de transferência de calor e

massa para cinco modelos em função do tempo. Para resolver o problema direto usaram o método dos elementos finitos.

Oliveira e Haguigui (1998 I), afirmam que os modelos de secagem existentes no caso de um único grão consideram os coeficientes de transferência de calor e massa constantes e conhecidos, ao passo que modelos em camada fina e leito profundo analisam o sistema de secagem como uma massa porosa que não leva em conta o transporte que acontece dentro dos grãos individuais. Este artigo propõe uma metodologia para o problema de secagem da soja estudando os mecanismos de secagem de sistemas de multi-partículas, levando em conta a solução de equações de transporte no sólido, acopladas às equações de camada limite aplicadas ao meio de secagem. Eles modelaram a transferência de calor e massa dentro do grão através do modelo de Luikov, considerando a secagem de multi-grãos e dividindo o problema em duas etapas: camada limite (casca do grão) e análise da secagem do sólido.

Oliveira e Haguigui (1998 II), consideram a metodologia aplicada na Parte I e na análise da precisão dos resultados, justificam que não pôde ser verificada devido à falta de dados experimentais satisfatórios para comparação. Os estudos experimentais de sistemas de multi-partículas, especialmente relacionado a interações mútuas, são raramente informados, ou não-existentes. Na exigência computacional a menor quantia de tempo que a *CPU* gasta nos problemas conjugados nestes estudos era mais de 20 horas. No problema de soja, o tempo de *CPU* gasto na solução é aproximadamente 60 horas. Mesmo com o aperfeiçoamento dos recursos computacionais atualmente disponíveis, a solução de tais problemas não é prática. Neste estudo, a análise do problema conjugado de secagem mostrou que fluxos de calor e massa podem variar significativamente ao longo das superfícies médias e também com o tempo. Como resultado, todos os problemas apresentaram aquecimento não-uniforme de grãos, demonstrando aquele cuidado extra que deveria ser considerado na simulação de tais problemas de secagem por meio da análise unidimensional e coeficientes de transferência constantes.

Menshutina e Kudra (2001), destacaram a contribuição do computador na tecnologia de secagem, pois grande progresso tem sido feito coma evolução do software e hardware de computador. É necessário modelar a transferência de calor e massa no processo de secagem, para isso a tendência é a criação de um modelo para descrever as condições de secagem ou equilíbrio termodinâmico em qualquer estrutura ou composição que mude as partículas durante a secagem.

Para Reay (1989), um modelo completo conteria os seguintes elementos:

- um ou mais grupos de curvas de secagem sob condições controladas de temperatura, umidade e vapor;
- um algoritmo que determine o processo de secagem a qualquer condição operacional e teor de umidade, baseado nos dados experimentais obtidos;
- se o material é higroscópio<sup>†</sup>, é necessário ter o seu teor de umidade de equilíbrio como uma função de temperatura e umidade relativa;
- informações sobre mudanças de tamanho das partículas, densidade e calor específico com baixo teor de umidade.

Andrade *et al.* (2001), determinaram a distribuição de temperatura, usando a técnica dos elementos finitos, em massa de grãos de trigo, milho e soja, armazenados ao longo de *126*, *92* e *44* dias, respectivamente, em silos cilíndricos expostos a diferentes condições climáticas. Usaram a equação da difusão de calor na distribuição de temperatura na massa de grãos durante o tempo de armazenamento, em coordenadas cilíndricas.

Weber (2001), através de um equipamento experimental analisou o comportamento das temperaturas do ar e do grão, o teor de umidade do grão e da umidade do ar em camada espessa de grãos durante a secagem. Foram feitas simulações numéricas para observar a influência de vários parâmetros que envolvem a secagem, concluindo que a velocidade do ar de secagem, a temperatura do ar de secagem e a porosidade são elementos que influenciam muito no processo de secagem de grãos de

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Higroscopia dos grãos estuda a capacidade de receber ou de ceder umidade, as condições que esta se movimenta e o sentido em que ela é realiza, do grão para o ar ou do ar para o grão.(Weber, 2001).

soja. Observa também que o teor de umidade inicial do grão influencia principalmente na temperatura do ar e do grão e na umidade do ar durante a secagem. E que a temperatura inicial do grão e a umidade relativa do ar não tem influência significativa no processo de secagem no intervalo estudado.

Krokida, Moroulis e Morinos-Kouriss (2002), usaram dados do coeficiente de transferência de calor e massa em secagem dispostos na literatura, classificados por tipo de secagem e material. A maioria dos dados disponíveis na literatura estão na forma de equação empírica usando números de Reynolds ( $j_H = aRe^n$  ou  $j_M = aRe^n$ ). O objetivo é que as equações resultantes sejam mais representativas e determinem os coeficientes de transferência de calor e massa com mais precisão. São propostas também equações para diferentes tipos de secadores e o valor do coeficiente de transferência de calor e massa do modelo no processo de secagem, expressos na forma de equações e gráficos, pela ordem de variação deste coeficiente podem-se levar em conta a importante análise da sensibilidade do processo.

Fischer (2003), determinou experimentalmente as funções do fluxo de massa e do fluxo de calor para várias condições iniciais do grão de soja e do ar. Considerando as condições do produto e as faixas específicas da variação dos teores de umidade inicial, temperaturas do ar de secagem e teores de umidade, foram obtidas as curvas dinâmicas de secagem e aquecimento dos grãos de soja em camada fina com várias velocidades e temperaturas iniciais do ar, resolvendo assim o problema de Neumann para propagação de calor e de massa em uma esfera homogênea (grão de soja) através das soluções analíticas, que dependem dos parâmetros de transferência de calor e massa dentro da esfera e sobre a superfície lateral dela. Complementando a literatura existente (dissertações anteriores), sobre secagem de soja em camada fina no intervalo entre  $30^{\circ}C$  e  $70^{\circ}C$ , esses experimentos foram realizados para intervalos de  $60^{\circ}C$  e  $130^{\circ}C$  e diferentes velocidades do ar, sendo que para baixas velocidades tem pouca influência, mas acima de  $100^{\circ}C$  a velocidade do ar modifica consideravelmente os resultados. E que a temperatura do ar influencia diretamente na aceleração da secagem.

Oliveira (2004), desenvolveu um modelo matemático para estimar a difusividade térmica, condutividade térmica e do coeficiente de transferência de calor por convecção através do problema inverso. Foram desenvolvidos programas computacionais para resolver o problema inverso da difusão do calor e outro para resolver o problema inverso da convecção de calor e estimar os valores do coeficiente de transferência de calor por convecção, para um intervalo de temperatura de secagem entre 353 K e 403 K. Os valores encontrados para os parâmetros foram da mesma ordem de grandeza dos valores disponíveis na literatura. Observou que a influência da variação da temperatura de secagem sobre a difusividade térmica, aumenta a medida que a temperatura de secagem aumenta, para os mesmos valores da temperatura do grão. Relação inversa ocorre entre o aumento da temperatura do grão e o aumento da difusividade térmica. A magnitude dessas variações torna-se significativa quando os parâmetros difusividade e coeficiente de transferência de calor por convecção são usados para calcular a temperatura do grão em modelos matemáticos de processos de secagem. Foi mostrado que para descrever o aquecimento dos grãos estes parâmetros devem ser considerados variáveis. Os valores da condutividade foram calculados em função da difusividade térmica considerando a massa e o calor específicos constantes. O coeficiente de transferência de calor por convecção apresentou grande variabilidade no início do intervalo de temperatura de secagem e diminuiu na medida que a temperatura do ar se aproxima de 373 K, chegando a ser praticamente constante para 403 K.

Silva (2005), realizou experimentos de aquecimento de grãos de soja com diferentes teores de umidade no intervalo estudado, sendo proposta uma relação linear entre a difusividade térmica e o teor de umidade, mostrando que quanto maior o teor de umidade menor é a difusividade e varia em torno de 25% no intervalo de teor de umidade entre 0,1 a 0,27 b.u.. Mostrou que a influência da variação do teor de umidade, e a conseqüente modificação da difusividade térmica no cálculo da temperatura do grão, não sendo significativa para intervalos de tempo em que os grãos ficam sujeitos a secagem em secadores industriais (menos de 20 minutos), nesse caso a difusividade pode ser considerada constante. No entanto para o cálculo da temperatura do grão em modelos de secagem de grãos com alto teor de umidade, é preciso definir a difusividade térmica levando em conta a variação do teor de umidade dos grãos.

#### 2.4. Proposição do problema

As propriedades físicas e os coeficientes de troca de calor e umidade dos grãos, parâmetros utilizados em secagem são usados em projetos de instalações e equipamentos de secagem, seca-aeração e armazenamento de grãos ou sementes, como é o caso do coeficiente de difusão de calor no interior do grão ( $\alpha$ ) e o coeficiente de troca de calor por convecção na superfície do grão (h).

O método de determinação da difusividade térmica em grãos de soja usado por Borges *et al.* (2004), tem como base experimental o aquecimento de um grão, monitorando a temperatura no centro e na superfície. A temperatura do centro é obtida introduzindo um termopar com diâmetro de *1 mm*. A execução deste método só é possível se o diâmetro do grão é suficientemente maior que o diâmetro do termopar. Mesmo para um grão de soja a relação entre os diâmetros já é questionável, pois a introdução do termopar pode interferir na precisão dos parâmetros que se deseja medir. Para grãos menores do que o de soja esse método torna-se completamente inviável.

O problema proposto neste trabalho é a estimação da difusividade térmica do grão, relacionando a variação deste parâmetro na massa de grãos compactada até que a massa específica se aproxime da massa específica do grão, conforme ilustra a Fig. 2.1.



Figura 2.1 – Hipótese: Estimação da difusividade térmica do grão, relacionando a variação deste parâmetro na massa de grãos compactada.

Considerando as condições do Laboratório de Secagem e o método escolhido para resolver o problema proposto foi realizada uma seqüência de etapas;

- 1. Adequação do material utilizado para a realização dos experimentos;
- 2. Calibração dos termopares;
- Desenvolvimento das rotinas experimentais para a aquisição dos dados da temperatura em função do tempo;
- Determinação da difusividade térmica para as massas de grãos com diferentes graus de compactação (problema inverso);
- 5. Análise da curva da difusividade térmica em relação à massa específica.

### 3. O MODELO MATEMÁTICO

O problema central desta dissertação é a proposição e análise da precisão do método de estimação da difusividade térmica do grão, usando a variação da difusividade da massa de grãos em função da compactação. Porém, para resolvê-lo é necessário modelar a transferência de calor na massa de grãos desenvolvendo um método para estimar os valores da difusividade térmica em função do aquecimento da massa de grãos num intervalo de tempo, para que assim seja possível construir a curva da variação da difusividade da massa de grãos em função da compactação. Neste capítulo são apresentadas as equações que descrevem o modelo matemático da transferência de calor em função do aquecimento da massa de grãos e do grão num determinado intervalo de tempo.

### 3.1. Transferência de calor na massa de grãos

Para estimar a difusividade térmica ( $\alpha$ ) da massa de grãos através do problema inverso, é necessário resolver antes o problema direto, cuja resolução computacional deve ser a mais rápida e precisa possível.

A Fig. 3.1 ilustra o esquema geral do experimento de aquecimento da massa de grãos realizado em estufa. A massa de grãos foi acondicionada em um cilindro de metal e as temperaturas das fronteiras, além de três pontos internos, foram monitoradas usando um sistema de aquisição de dados descrito no Capítulo 4.



Figura 3.1 – Esquema geral do aquecimento da massa de grãos.

O problema a ser modelado, a partir da geometria do experimento, é de transferência de calor no interior de um cilindro de massa de grãos com temperatura inicial ( $T_i$ ) em todos os pontos, imersos em um ambiente (nesse caso uma estufa) com temperatura constante ( $T_e$ ). Foi utilizada a equação da energia (Ozisik, 1993) que, em coordenadas cilíndricas, tem a seguinte forma

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + g = \rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$
(3.1)

onde

- T é a temperatura da massa de grãos (K),
- K é a condutividade térmica ( $W m^{-1} K^{-1}$ ),
- g é a fonte de calor (W),
- $\rho$  é a massa específica ( $J kg^{-1} K^{-1}$ ),
- $c_p$  é o calor específico (J / kg K),
- $z, \phi \in r$  são as variáveis espaciais (m),
- t é o tempo (s).

Foi considerando que o problema apresenta simetria em relação ao eixo central, então a derivada  $\partial T / \partial \phi$  é nula para uma distribuição uniforme de temperatura, em relação a variável  $\phi$ . Considerando *k* constante para pequenos intervalos de tempo e temperatura e não existindo fonte de calor no interior da massa de grãos (g=0), a equação (3.1) torna-se

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \text{para } 0 < r < R, \ 0 < z < H, \ t > 0 \tag{3.2}$$

onde

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad \text{é a difusividade térmica da massa de grãos } (m^2/s). \tag{3.3}$$

As condições de contorno para o aquecimento em estufa podem ser consideradas de 1ª espécie e foram obtidas experimentalmente, logo

$$T(r,0,t) = T_4(t),$$
  $t > 0 \ e \ 0 < r < R$  (3.4)

$$T(R, z, t) = T_2(t),$$
  $t > 0 \ e \ 0 < z < H$  (3.5)

$$T(r, H, t) = T_0(t),$$
  $t > 0 \ e \ 0 < r < R$  (3.6)

Para uma condição inicial

$$T(r, z, 0) = T_i, \qquad 0 < r < R \ e \ 0 < z < H$$
(3.7)

onde

 $T_4$ ,  $T_2 \in T_0$  são as temperaturas das fronteiras (°C);

- $T_i$  é a temperatura inicial (°*C*);
- $T_e$  a temperatura do ar (estufa) (°C);
- R é o raio do cilindro (m);
- H é a altura da massa de grãos (m).
#### 3.2. Transferência de calor no grão

Como o objetivo do trabalho é comparar o resultado difusividade térmica da massa de grãos com a difusividade do grão, foi necessária a resolução do problema da transferência de calor no grão.

Para estimar o valor do parâmetro  $\alpha$  usando o método do problema inverso é necessário resolver o problema direto da transferência de calor no interior de um grão de soja. Este grão tem a forma aproximada de um elipsóide, porém com pequenas diferenças entre os diâmetros, por isso, foram desprezados essas diferenças e considerada a hipótese dos grãos possuírem a forma esférica.

O problema de transferência de calor no interior de um grão de soja com temperatura inicial  $T_i$  em todos os pontos, imerso em um ambiente (estufa) com temperaturas constantes  $T_e$ , foi modelado pela equação da energia (Ozisik, 1993) em coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^{2}\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^{2}sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(ksen\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^{2}sen^{2}\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial\phi}\right) + g = \rho \cdot c_{p}\frac{\partial T}{\partial t}$$
(3.8)

onde

T é a temperatura do grão (K),

- k é a condutividade térmica do grão ( $W m^{-1} K^{-1}$ ),
- g é a fonte de calor (W),
- $\rho$  é a massa específica do grão ( $J k g^{-1} K^{-1}$ ),
- $c_p$  calor específico a pressão constante do grão (J/kg K),

 $\theta, \phi \in r$  são as variáveis espaciais em coordenadas esféricas (m),

t é o tempo (s).

As derivadas  $\partial T / \partial \theta$  e  $\partial T / \partial \phi$  são nulas para uma distribuição constante de temperatura, em relação às variáveis  $\theta e \phi$ . Como não existe fonte de calor no interior do

grão, g também é nulo. Assim, considerando k constante para pequenos intervalos de tempo, a Equação 3.8 torna-se

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } t > 0.$$
(3.9)

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica do grão.

As condições de contorno para o aquecimento com temperatura constante e sem movimento do ar (aquecimento em estufa) são de 1ª espécie e podem ser escritas como

$$T(r_g, t) = T_e$$
 para qualquer  $t > 0$  (3.10)

Para uma condição inicial

$$T(r_g, 0) = T_i \qquad \text{para } 0 \le r < R \tag{3.11}$$

onde:

- $T_e$  é a temperatura do ar (estufa) (°*C*);
- $T_i$  é a temperatura inicial no interior do grão (°C);
- $r_g$  é o raio do grão (*m*).

A solução analítica (método de separação de variáveis) do problema da transferência de calor no grão, conforme Silva (2005), tem a seguinte forma

$$T(r_{g},t) = \frac{1}{r_{g}} \left[ r_{g}T_{e} + \frac{2r_{g}}{\pi} (T_{i} - T_{e}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi r_{g}}{r_{g}} e^{-\alpha \left(\frac{n\pi}{r_{g}}\right)^{2} t} \right]$$
(3.12)

## 4. EQUIPAMENTOS EXPERIMENTOS

Os experimentos foram realizados em duas etapas:

- 1<sup>a</sup> compactação da massa de grãos no Laboratório de Física para Mecânica dos Sólidos e Fluidos, localizado na sala 400B;
- 2<sup>a</sup> medidas da massa específica e temperatura, no Laboratório de Medidas
   Físicas para Modelagem Matemática, localizado na sala 404.

Ambas as salas localizadas no 4º andar do prédio da Sede Acadêmica da UNIJUÍ.

#### 4.1. Descrição dos Equipamentos

Os grãos de soja utilizados nos experimentos foram do tipo industrial (grãos de diversas variedades) colhido no município de Ijuí – RS.

As medidas de temperatura foram obtidas com termopares modelo MTK - Tipo*K-Universal*, com sensores de diâmetro de  $\pm 1mm$  e arquivados eletronicamente com o auxílio de uma placa de aquisição de dados analógico/digital (placa A/D) do tipo *LR* 7018, 16 bits, 8 pontos com conversor 485 para 232 e outra placa tipo *LR* 7520, 8 canais (que permite o uso de até 8 sensores) de leitura de dados e realiza 10 leituras por segundo, um computador pessoal processador *PENTIUM* 266, 32MB de memória *RAM*, e uma estufa retilínea modelo *NBR* 11378.

A massa de grãos de soja antes de ser compactada, era foi pesada num copo de Becker utilizando uma balança de precisão modelo *KN WAAGEN* de  $10^{-3}g$  a 500 g calibrada pela RBC (Rede Brasileira de Calibração) sob o certificado ISO 9001-2000 SGSICS.

Para a calibração dos termopares foi utilizado um termômetro calibrado pelo Laboratório da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC – RS).

A Fig. 4.1 ilustra a montagem do equipamento utilizado para obter as curvas de temperatura em função do tempo. Uma estufa com controle da temperatura foi utilizada para o aquecimento da massa de grãos. Um cilindro de aço foi construído (torneado) de forma a suportar as pressões decorrentes da forte compactação. O cilindro com a massa de grãos e termopares é colocado na estufa e a aquisição de dados é feita eletronicamente pelo sistema termopares-placas A/D e computador.



Figura 4.1 - Esquema ilustrativo da montagem dos equipamentos para obtenção das curvas de temperatura

# 4.2. Análise de incerteza das medidas de massa e temperatura

Toda medida experimental contém algum tipo de erro, que deve ser avaliado de tal forma que o usuário possa ter uma idéia da confiança possível sobre os dados disponíveis. A determinação da incerteza nas medições de massa e temperatura será feita considerando os Erros Sistemáticos e Erros Randômicos:

**Erros Randômicos** ( $P_x$ ). São os erros de repetibilidade e dependem basicamente da precisão do aparelho, contanto que os procedimentos experimentais sejam realizados corretamente.

**Erros Sistemáticos**  $(B_x)$ : São os erros de exatidão, que dependem da concordância entre as escalas do aparelho utilizado para fazer a medida e da escala padrão adotada.

A incerteza de um resultado experimental é um intervalo, no qual poderão estar os valores da variável medida.

A incerteza das medidas de massa é dada pela equação

$$U_x = \sqrt{B_x^2 + P_x^2} \tag{4.1}$$

onde:

- $U_x$  incerteza experimental;
- $B_x$  incerteza se exatidão (desvio padrão);
- $P_x$  incerteza de precisão.

## 4.2.1. Análise de incerteza das medidas de massa

O erro randômico na medida de massa  $(P_m)$  foi obtido através do experimento da medição da massa de água. Foram realizados cinco experimentos e obtidos os seguintes valores

Tabela 4.1 – Massa da água.			
Experimento	Massa (g)		
1°	79,212		
2°	79,208		
3°	79,213		
4°	79,237		
5°	79,215		

A partir destes valores foi calculado o desvio padrão da medida de massa ( $\sigma_m$ ) sendo igual a 0,011467 assumido como erro randômico na medida de massa ( $P_m$ ). Já o erro sistemático ( $B_m$ ) depende da exatidão do aparelho utilizado (balança analítica), que neste caso é de  $10^{-3}g$  (informação fornecida pelo fabricante e presente no manual do equipamento).

Substituindo os valores encontrados de  $P_m$  e  $B_m$  em (4.1) a incerteza na medida de massa é de  $U_m = 0,011511$ .

#### 4.2.2. Análise de incerteza das medidas de temperatura

Para realizar a análise de incerteza das medidas de temperatura é necessário antes realizar a calibração dos termopares.

#### 4.2.2.1. Calibração dos termopares

A exatidão depende da calibração do aparelho de medida de temperatura. A escala do sensor de temperatura deve coincidir com uma escala. Para a calibração dos termopares foi utilizado um termômetro já calibrado. O conjunto termopares/ termômetro foi colocado no gelo por alguns minutos para que entrassem em equilíbrio térmico. O processo foi repetido colocando o conjunto a uma temperatura constante de 28°C. Os dados obtidos estão expressos na tabela (4.2).

Termopar	$T_2$	$T_1$
TC	1°C	28°C
$TP_0$	2,8°C	29,5°C
$TP_1$	2,8°C	29,6°C
$TP_2$	3,3°C	29,6°C
$TP_3$	3,4°C	29,7°C
$TP_4$	$2,4^{o}C$	29,8°C
$TP_5$	1,9°C	29,3°C
$TP_6$	1,5°C	29,9°C
$TP_7$	2,4°C	29,8°C

Tabela 4.2. - Comparação das temperaturas medidas pelos termopares e pelo termômetro de vidro calibrado ( $T_{amb}=28^{\circ}C$ )

onde TC corresponde ao termômetro calibrado utilizado como referência;

 $TP_i$  são os termopares (i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7).

A calibração foi feita comparando as escalas de medidas do termômetro calibrado com os termopares expressa pela equação de correção

$$T^{(i)} = \frac{T_1 - T_2}{TP_1^{(i)} - TP_2^{(i)}} \left(TP_*^{(i)} - TP_2^{(i)}\right) + T_2$$
(4.2)

onde:

 $T^{(i)}$  temperatura corrigida registrada pelo termopar (*i* = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7);

 $T_j$  temperatura inicial e final registrada pelo termômetro calibrado ( $j = 1 \ e \ 2$ );  $TP_j^{(i)}$  temperatura inicial e final obtida pelo termopar ( $i = 0, 1, ..., 7 \ e \ j = 1 \ e \ 2$ );  $TP_*^{(i)}$  temperatura registrada pelo termopar no instante *t*.

Substituindo os dados da tabela (4.2) na equação (4.2) foram obtidas as equações de calibração para cada um dos termopares.

Termopar	Equação de Correção
$TP_0$	1,011235955(TP0) – 1,83146067
$TP_1$	1,007462687(TP1) - 1,82089552
$TP_2$	1,02661597(TP2) – 2,3878327
$TP_3$	1,02661597(TP3) – 2,4904943
$TP_4$	0,985401459(TP4) – 1,3649635
$TP_5$	0,985401459(TP5) – 0,87226277
$TP_6$	0,985401459(TP6) – 0,47810219
$TP_7$	1,022727273(TP7) – 1,454545455

Tabela 4.3 - Equações de correção dos termopares

Após alguns experimentos foi observado que a temperatura ambiente influenciava na aquisição dos dados pelas placas A/D. Para avaliar essa influência foram feitos testes com todos os termopares colocados juntamente com o termômetro calibrado a uma mesma temperatura de 1°C, porém submetendo a placa A/D a quatro temperaturas ambientes diferentes ( $T_{amb} = 25^{\circ}C$ , 26°C, 28°C e 29°C). Os resultados mostraram que essa influencia é significativa. Os dados coletados estão expressos na tabela (4.4).

Tabela 4.4 - Dados demonstrativos das variações de temperatura sob a influência da temperatura ambiente na placa.

Т	25%	2600	2000	2000
<b>I</b> amb	25°C	20°C	28°C	29°C
T <sub>gelo</sub>	1°C	1°C	1°C	1°C
$TP_0$	2,7°C	3,2°C	2,8°C	2,9°C
$TP_1$	2,5°C	3,4°C	2,8°C	2,7°C
$TP_2$	$4^{o}C$	3,5°C	3,3°C	З°С
$TP_3$	4,6°C	4,4°C	3,4°C	3,1°C
$TP_4$	$4^{o}C$	$4^{o}C$	2,4°C	2,2°C
$TP_5$	3,7°C	4,1°C	1,9°C	2°C
$TP_6$	3,2°C	3,2°C	1,5°C	1,7°C
$TP_7$	3,8°C	3,9°C	$2,4^{o}C$	$2,6^{\circ}C$

Os pontos da tabela (4.4) foram ajustados e subtraídos uma unidade (temperatura do termômetro calibrado) de acordo com as equações da tabela (4.3), sendo que os mesmos estão dispostos na tabela (4.5).

Tamb	25°C	26°C	28°C	29°C
$TP_0$	-0,10112	0,404494	0	0,101124
$TP_1$	-0,30224	0,606742	0	-0,10112
$TP_2$	0,718631	0,205323	0	-0,30798
$TP_3$	1,231939	1,026616	0	-0,30798
$TP_4$	1,576642	1,576642	0	-0,19708
$TP_5$	1,773723	2,167883	0	0,09854
$TP_6$	1,675182	1,675182	0	0,19708
$TP_7$	1,431818	1,534091	0	0,204545

Tabela 4.5 - Dados ajustados e subtraídos uma unidade

Este experimento mostra que a equação que descreve a calibração dos termopares não deve se orientar apenas pela diferença entre a temperatura expressa pelo termopar e o termômetro de vidro calibrado, mas também pela temperatura ambiente em que a placa está sujeita. Sendo assim, a equação (4.2) passa a ter a variável  $CTP^{(i)}$  que é a temperatura registrada pelo termopar com a influencia da temperatura do ambiente em que a placa está sendo submetida.

A equação de calibração toma então a seguinte forma:

$$TC^{(i)} = T^{(i)} - CTP^{(i)}$$
(4.3)

onde

 $T^{(i)}$  é expressa pela equação (4.2);

 $CTP^{(i)}$  é expressa pelo ajuste de uma equação linear pelo sistema (4.4) utilizando os pontos da tabela (4.5).

$$\begin{bmatrix} Ta_{(1)} & 1\\ Ta_{(2)} & 1\\ Ta_{(3)} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{(i)} \\ b_{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CTP_{(1)}^{(i)} \\ CTP_{(2)}^{(i)} \\ CTP_{(3)}^{(i)} \end{bmatrix}$$
(4.4)

ou

$$A \cdot X^{(i)} = CTP^{(i)} \tag{4.5}$$

onde

A matriz da temperatura ambiente  $(T_{amb})$  da tabela (4.5);

 $X^{(i)}$  representa os coeficientes *a* e *b* da função linear do ajuste;

*CTP*<sup>(*i*)</sup> corresponde a cada uma das temperaturas ambientes para cada um dos termopares.

Assim, o sistema (4.4) foi resolvido para cada termopar.

Usando a equação (4.5) encontramos os coeficientes da função linear relativa a cada termopar. Foram obtidas as equações de correção devido a influencia da  $T_{amb}$ , apresentados na tabela (4.6).

Termopar	Equação de Correção
$TP_0$	$CTP^{(0)} = -0,0000000002 T_{amb} + 0,1011$
$TP_1$	$CTP^{(1)} = -0,0205 T_{amb} + 0,603$
$TP_2$	$CTP^{(2)} = -0,2259 T_{amb} + 6,2521$
$TP_3$	$CTP^{(3)} = -0,4106 T_{amb} + 11,575$
$TP_4$	$CTP^{(4)} = -0,5124 T_{amb} + 14,574$
$TP_5$	$CTP^{(5)} = -0,5518 T_{amb} + 15,909$
$TP_6$	$CTP^{(6)} = -0,4631 T_{amb} + 13,392$
$TP_7$	$CTP^{(7)} = -0,3989 T_{amb} + 11,562$

Tabela 4.6 - Equações de correção dos termopares sob influencia da temperatura ambiente na placa.

As equações finais de calibração de cada termopar descrita pela equação (4.3) são as seguintes:

Tabela 4.7 - Equações finais de correção dos termopares.

Termopar	Equação de Correção
$TP_0$	$CTP^{(0)} = 1,011235955 (TP0) + 0,0000000002 (T_{amb}) - 1,93256067$
$TP_1$	$CTP^{(1)} = 1,007462687 (TP1) + 0,0205(T_{amb}) - 2,42389552$
$TP_2$	$CTP^{(2)} = 1,02661597 (TP2) + 0,2259(T_{amb}) - 8,6399327$
$TP_3$	$CTP^{(3)} = 1,02661597 (TP3) + 0,4106(T_{amb}) - 14,0654943$
$TP_4$	$CTP^{(4)} = 0,985401459 (TP4) + 0,5124(T_{amb}) - 15,9389635$
$TP_5$	$CTP^{(5)} = 0,985401459 (TP5) + 0,5518(T_{amb}) - 16,78126277$
$TP_6$	$CTP^{(6)} = 0,985401459 (TP6) + 0,4631(T_{amb}) - 13,87010219$
$TP_7$	$CTP^{(7)} = 1,022727273 (TP7) + 0,3989(T_{amb}) - 13,01654546$

O erro randômico na medida de temperatura ( $P_T$ ) foi obtido através do cálculo do desvio padrão máximo da temperatura da água em experimentos repetidos. O valor encontrado foi de *1,00732902*.

O erro sistemático ( $B_T$ ) depende da exatidão do aparelho, que neste caso foi calculado pelo maior desvio padrão, entre todos os termopares ( $TP_3$ ) das medidas de temperatura de uma curva de aquecimento da massa de grãos, em relação a curva com os valores corrigidos pela respectiva equação de calibração da Tabela 4.7. O valor encontrado foi  $\sigma_T = 1,6848$  °C. O erro máximo de escala do equipamento, conforme informação do fabricante, é de 0,75 % da medida lida. Considerando a temperatura máxima trabalhada como 100 %, o erro de escala é de 0,75 °C. Somando esses erros obtém-se a incerteza referente aos erros sistemáticos:  $B_T = 2,4348$ .

Substituindo as incertezas  $P_T$  e  $B_T$  na equação (4.1), obtém-se a incerteza total das medidas de temperatura é de  $U_T = 2,6350$  °C.

#### 4.3. Descrição dos Experimentos

Foram realizados os seguintes experimentos: análise da simetria do problema; influência da base de apoio do cilindro; cálculo da massa específica para cada amostra e aquecimento da massa de grãos.

#### 4.3.1. Análise da simetria do problema

Foram realizados testes para analisar a simetria do problema. A Fig. 4.2 representa a maneira como foi realizado o experimento. Utilizando o cilíndrico metálico cada termopar foi colocado no centro da massa de grãos (h/2), com distância entre si de r/2, levados à estufa estabilizada durante uma hora.



Figura 4.2 – Vista superior do cilindro com a distribuição dos termopares com distâncias de r/2

Depois de realizado o experimento verificou-se que as temperaturas lidas pelos termopares  $T_0$ ,  $T_2$  e  $T_3$  foram semelhantes o que indica que o problema pode ser considerado de eixo-simétrico.

Também foi analisada a influência do apoio da base do cilindro na condição de fronteira com z=H, verificando que T(r,H,t) é variável e diferente das demais fronteiras.

Essas análises levaram à decisão de monitorar as fronteiras da massa de grãos internamente ao cilindro de metal, conforme indica a Fig. 4.4 da massa de grãos e do grão.



Figura 4.4 - Esquema ilustrativo da distribuição dos termopares

#### 4.3.2. Medida da massa específica

Utilizou-se um cilindro de aço medindo 0,0225m de raio e 0,05m de altura. Os experimentos foram realizados nas seguintes temperaturas (temperatura da estufa): 60, 70, 80, 90 e 100 °C.

Para cada temperatura foram realizados três experimentos com graus de compactação (pressões realizadas sobre a massa de grãos) diferentes. O tabela abaixo mostra a massa específica que corresponde a cada grau de compactação, e que a massa específica aumenta com relação ao grau de compactação.

de compactação (h= altura da massa de grãos compactada  $\rho$  = massa específica)

Tabela 4.8 - Determinação da massa específica para cada amostra de acordo com o grau

Nº da			
amostra	massa (kg)	volume (m <sup>3</sup> )	$\rho (kg/m^3)$
	h=	=0,05m	
1	$5,58 \times 10^{-2}$	7,95 x10 <sup>-5</sup>	701,5707082
2	$5,64 \times 10^{-2}$	$7,95 \times 10^{-5}$	709,7823173
3	$5,80 \ x 10^{-2}$	7,95 x10 <sup>-5</sup>	728,9469303
4	$5,79 \ x10^{-2}$	7,95 x10 <sup>-5</sup>	727,701985
5	$5,80 \times 10^{-2}$	$7,95 \ x10^{-5}$	728,9595055
	<i>h</i> =	=0,035m	
6	$5,80 \ x 10^{-2}$	$5,57  x 10^{-5}$	1041,316828
7	$5,79 \times 10^{-2}$	$5,57  x 10^{-5}$	1040,688068
8	$5,78 \times 10^{-2}$	$5,57  x 10^{-5}$	1039,107185
9	$5,79 \ x10^{-2}$	$5,57  x 10^{-5}$	1040,023379
10	$5,79 \times 10^{-2}$	$5,57  x 10^{-5}$	1040,670104
	<i>h</i> =	=0,032m	
11	$5,80 \ x 10^{-2}$	5,09 x10 <sup>-5</sup>	1139,392202
12	$5,80 \ x 10^{-2}$	$5,09 \times 10^{-5}$	1139,411851
13	$5,79 \ x10^{-2}$	5,09 x10 <sup>-5</sup>	1138,040624
14	$5,78 \times 10^{-2}$	5,09 x10 <sup>-5</sup>	1136,429308
15	$5,79 \ x10^{-2}$	5,09 x10 <sup>-5</sup>	1138,256776

Foram realizadas compactações para altura da massa de soja menor que 0,032m porém observou-se que a massa de grãos liberava óleo alterando, portanto suas

características constitutivas. Por esse motivo, não foram feitas compactações com alturas menores do que 0,032m.

A massa específica do grão foi obtida através de cinco amostras de grão os quais foram pesados, em seguida considerando o grão um elipsóide perfeito com o auxílio de um paquímetro foram medidos os três semi-eixos, representando as três dimensões do grão, conforme Fig 4.3.



Figura 4.3 – O grão e a projeção de seus três eixos perpendiculares

O volume aproximado do grão foi calculado pela equação

$$V = \frac{4}{3}\pi abc \tag{4.6}$$

A Tabela 4.9, nos trás as amostra de grão com seus respectivos valores para massa, volume, massa específica e a média da massa específica das amostras de grão.

Tabela 4.9 – Amostras	de grão a qu	al obteve-se	a massa	específica	média do	grão (	( ho =
massa espe	ecífica).						

Nº da amostra	massa (kg)	volume (m <sup>3</sup> )	$\rho(kg/m^3)$
1	0,099x10 <sup>-3</sup>	$74,0222 x 10^{-9}$	1337,44
2	0,114 x10 <sup>-3</sup>	93,0666 x10 <sup>-9</sup>	1547,28
3	$0,097  x 10^{-3}$	77,7544 x10 <sup>-9</sup>	1247,52
4	0,118 x10 <sup>-3</sup>	93,2425 x10 <sup>-9</sup>	1265,52
5	$0,119 \times 10^{-3}$	93,5933 x10 <sup>-9</sup>	1271,46
Média			1333,84

## 4.3.3. Aquecimento da massa de grãos

A massa de grãos de soja, juntamente com os termopares antes de ser colocada dentro da estufa estabilizada na temperatura desejada, passava pelas etapas seguintes:

• encher o cilindro de soja;

• derramar os grãos em um copo de Becker e medir sua massa;

• compactar os grãos de acordo com o volume estabelecido utilizando um torno manual;

• perfurar com o auxílio de uma furadeira três pontos distintos no cilindro (Fig.

4.4);

• instalar os termopares em suas respectivas alturas de acordo com o grau de compactação (Fig. 4.4);

• levar à estufa (já estabilizada) durante uma hora;

• repetir este procedimento para as temperaturas estabelecidas acima, observando que para cada temperatura temos três graus de compactação.

A Fig. 4.4 ilustra a posição e a distribuição dos termopares com suas respectivas alturas, observando-se que as alturas dos termopares variam para cada grau de compactação.



Figura 4.4 - Esquema ilustrativo da distribuição dos termopares

O Anexo 01 apresenta fotos ilustrativas do processo de compactação da massa de grãos de soja antes do aquecimento. A tabela 4.10 nos trás as alturas correspondentes para os termopares (conforme distribuição dos termopares Fig. 4.4) em relação ao grau de compactação.

Altura termopar (m)	0,05m	0,035m	0,032m
$h_0$	0,05	0,05	0,05
$h_1$	0,033	0,038	0,039
$h_2$	0,025	0,032	0,034
$h_3$	0,016	0,026	0,028
$h_4$	0	0,015	0,018
$h_7$	0,025	0,032	0,034

Tabela 4.10 – Altura para cada termopar de acordo com o grau de compactação.  $h_0$  = altura para o termopar T0, respectivamente para os outros termopares.

Em seguida as Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam os dados de temperaturas medidos pelos termopares referente às amostras 1, 6 e 11 respectivamente. As demais amostras com seus respectivos graus de compactação estão disponíveis no Anexo 02.



Figura 4.5 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 01: massa de grãos sem compactação h=0,05m.



Figura 4.6 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 06: massa de grãos com grau de compactação h=0.035m.



Figura 4.7 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 11: massa de grãos com grau de compactação h=0,032m.

# 4.3.4. Aquecimento do grão (Método direto)

O aquecimento do grão foi necessário para que pudéssemos obter o valor da difusividade térmica para a mesma amostra de grão utilizado neste trabalho Para a obtenção dos dados de temperatura em função do tempo, o grão e os termopares foram

colocados dentro da estufa já estabilizada na faixa de temperatura de 80°C. Este procedimento foi realizado cinco vezes com grãos diferentes de onde foi obtida uma curva média para o aquecimento do grão. A Fig. 4.8 ilustra o grão com a posição dos termopares na estufa.



Figura 4.8 - Posição do termopar no grão para obtenção da curva de temperatura

A Fig. 4.9 representa a média da curva da temperatura em função do tempo das cinco amostras medidas pelo termopar no grão para a temperatura de estufa de  $80^{\circ}C$ .



Figura 4.9 – Média da curva de temperatura em função do tempo das cinco amostras de grão, temperatura 80°C, *t*=900s.

# 5. MÉTODOS NUMÉRICOS E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Este capítulo apresenta a resolução numérica do problema de transferência de calor no cilíndrico de massa de grãos (problema direto) e os algoritmos das soluções do problema inverso para cálculo da difusividade térmica da massa de grãos e do grão.

#### 5.1. Problema de difusão do calor no cilindro de massa de soja

A solução numérica da equação (3.2) com as condições de contorno (3.3) a (3.6) foi implementada usando o Método das Diferenças Finitas. A Figura 5.1 apresenta uma malha em um domínio cilíndrico, como o problema proposto é de eixo simétrico  $(\partial T / \partial \phi = 0)$  o domínio de integração foi considerado apenas com os eixos *r* e *z*.



Figura 5.1 – Domínio cilíndrico de integração bidimensional em r e z.

A discretização da equação (3.2) usando diferenças centrais é feita com base na expansão das derivadas em série de Taylor, cujas deduções podem ser encontradas em (Maliska, 1985 e Smith, 1985). A derivada temporal tem a forma

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t}}{\Delta t} \quad .$$
(5.1)

As derivadas espaciais de primeira ordem tomam a forma

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T_{i+1,j}^t - T_{i-1,j}^t}{2\Delta r} \quad e \quad \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{T_{i,j+1}^t - T_{i,j-1}^t}{2\Delta z} .$$
(5.2)

As derivadas espaciais de segunda ordem tomam a forma

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{i+1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i-1,j}^t}{\Delta r^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx \frac{T_{i,j+1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j-1}^t}{\Delta z^2} \tag{5.3}$$

onde os sobre-índices  $t \in t+\Delta t$  são valores de temperatura no instante atual e posterior, respectivamente, e os sub-índices  $i \in j$  são relativos às posições nas direções de  $r \in z$ , respectivamente. A Fig. 5.2 ilustra a malha espacial.



Figura 5.2 – Malha espacial.

Substituindo as derivadas discretizadas na equação (3.2) e resolvendo para o método explícito, obtém-se

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = \alpha \Delta t \left( \frac{1}{r} \frac{T_{i+1,j}^{t} - T_{i-1,j}^{t}}{2\Delta r} + \frac{T_{i+1,j}^{t} - 2T_{i,j}^{t} + T_{i-1,j}^{t}}{\Delta r^{2}} + \frac{T_{i,j+1}^{t} - 2T_{i,j}^{t} + T_{i,j-1}^{t}}{\Delta z^{2}} \right) + T_{i,j}^{t}$$
(5.4)

A equação (5.4) pode ser escrita separando as temperaturas de cada ponto e seus respectivos coeficientes. Sendo  $A_E$ ,  $A_W$ ,  $A_N$ ,  $A_S$  e  $A_P$  os coeficientes de  $T_{i+1,j}^t$ ,  $T_{i-1,j}^t$ ,  $T_{i,j+1}^t$ ,  $T_{i,j-1}^t$  e  $T_{i,j}^t$ , respectivamente, e

$$A_E = \alpha \Delta t \left( \frac{1}{2r\Delta r} + \frac{1}{\Delta r^2} \right)$$
(5.5)

$$A_W = \alpha \Delta t \left( \frac{l}{\Delta r^2} - \frac{l}{2r\Delta r} \right)$$
(5.6)

$$A_N = A_S = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2} \qquad \text{e} \tag{5.7}$$

$$A_P = I - 2\alpha \Delta t \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)$$
(5.8)

a equação (5.4) torna-se

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = A_E T_{i+1,j}^t + A_W T_{i-1,j}^t + A_N T_{i,j+1}^t + A_S T_{i,j-1}^t + A_P T_{i,j}^t.$$
(5.9)

Esta equação é calculada para um domínio que não inclui as células das fronteiras e nem do eixo simétrico. Portanto, sendo L e M o número de células nas direções r e z, a equação (5.9) só é calculada para

$$2 \le i \le (L-1)$$
  $e \ 2 \le j \le (M-1).$  (5.10)

#### 5.1.1 Implantação das condições de contorno

As condições de fronteira em r = R para 0 < z < H; z = 0 e z = H para 0 < r < R foram consideradas de primeira espécie (temperatura prescrita) e obtidas experimentalmente para todos os valores de tempo medidos.

A temperatura no eixo central foi calculada a cada iteração espacial e temporal mediante as seguintes considerações:

A equação para o problema de eixo simétrico em coordenadas cilíndricas sem fonte é a equação (3.2).

Como o problema apresenta simetria em relação ao eixo Z, pode-se considerar que:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \qquad \text{e} \tag{5.11}$$

 $\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = \frac{0}{0}$ , o que é uma indeterminação e precisa ser evitada na execução

do método numérico.

Expandindo (5.11) aplicada em r como uma série de McLaurin, obtém-se

$$\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r} = T'(r) + rT''(r) + \frac{1}{2}r^{2}T'''(r) + \dots$$
(5.13)

Dividindo (5.13) por r e fazendo  $r \rightarrow 0$  tem-se que de (5.11)  $T'(r \rightarrow 0)=0$  e os termos com derivada superior a dois tendem a zero. Então

(5.12)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = T''(0) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\Big|_{r=0}$$
(5.14)

Levando (5.14) em (3.2) obtém-se

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(2\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right),$$
(5.15)

resolvendo o problema da divisão por r=0.

Porém a equação em Diferenças Finitas não pode ser calculada em r = 0, porque a malha não tem um ponto a esquerda do eixo de simetria. Pela simetria do problema, pode-se considerar  $T_{i-1}^t = T_{i+1}^t$ . Assim, a equação (5.15) pode ser discretizada e toma a forma

$$\frac{T_{i,1}^{t+\Delta t} - T_{i,1}^{t}}{\Delta t} = \alpha \left( 2 \frac{2T_{i,j+1}^{t} - 2T_{i,1}^{t}}{\Delta r^{2}} + \frac{T_{i+1,j}^{t} - 2T_{i,1}^{t} + T_{i-1,j}^{t}}{\Delta z^{2}} \right)$$
(5.16)

ou

$$T_{i,1}^{t+\Delta t} = \frac{4\alpha\Delta t}{\Delta r^2} T_{i,j+1}^t + \left(1 - 2\alpha\Delta t \left(\frac{2}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)\right) T_{i,1}^t + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta z^2} \left(T_{i+1,j}^t + T_{i-1,j}^t\right)$$
(5.17)

que é a expressão usada para calcular a temperatura ao longo do eixo simétrico.

## 5.2. Resolução do Problema inverso no cilindro de massa de grãos de soja

Com a resolução do problema direto que consiste da discretização da equação (3.2) usando o Método das Diferenças Finitas, foram obtidos valores da difusividade térmica da massa de grãos de soja para um intervalo de tempo de aquecimento para cada temperatura de secagem, resolvendo o problema inverso. Para isso, foi realizado o ajuste

de curvas dos dados experimentais das condições de fronteira, transformando dados discretos em funções contínuas no tempo

Devido a aparência da referência de dados de  $T \ x \ t$  foi proposto uma curva logística como função de ajuste. Como esta função não é linear foi necessário implementar um ajuste não-linear. Substituindo os valores de  $t \ e \ T \ em (5.18)$  obtém-se um sistema de equações não-lineares cujas incógnitas são os parâmetros  $b \ e \ c$ . As tentativas de usar o método de Newton não apresentaram convergência. Por isso foi implementado o Método de Procura em Rede (ou Amostragem), (Silva Neto e Moura Neto, 2005).

$$T = A(1 - e^{-bt})^c + T_i$$
(5.18)

onde

T é a temperatura (°C);

 $A = T_a - T_i$  é a diferença entre a  $T_a$  (Temperatura ambiente,  ${}^{o}C$ ) e  $T_i$  (Temperatura inicial,  ${}^{o}C$ );

*b* e *c* são os parâmetros de ajuste;

t o tempo (s).

Este método consiste em estimar matrizes de valores em seqüência crescente para os parâmetros a ajustar, nesse caso  $b \in c$ , admitindo que os valores ótimos estão contidos nas seqüências estimadas. Assim, a matriz  $\vec{b}$  tem os  $b_i$  valores de b e a matriz  $\vec{c}$  tem os  $c_i$  valores de c, com i=1,2, ..., n e j=1,2, ..., n.

Calculando valores de temperatura (*T*) com a equação (5.18) para cada combinação ( $b_i$ ,  $c_j$ ) (rede) e o respectivo erro é dado por

$$\mathcal{E}_k = T_{(i,j)} - T_{\exp}$$
, para  $k=1,2,...,n^2$ 

onde

 $T_{(i,j)}$  é a temperatura calculada com  $b_i$  e  $c_j$ ;  $T_{exp}$  é a temperatura dos dados experimentais.

Finalmente, para encontrar o melhor valor dos parâmetros b e c, escolhe-se aquela em que o erro  $\mathcal{E}$  foi menor. Aumentando o valor de n e/ou restringindo o intervalo admitido nas matrizes  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ , o algoritmo descrito tende para os valores ótimos de b e c. Apesar do evidente alto custo computacional, o método é bastante eficiente e dispensa o uso de derivadas e solução de sistema de operações, além de ser convergente para a solução ótima, desde que ela esteja presente nas matrizes estimadas.

O programa computacional usado para calcular o coeficiente de transferência de calor e composto por cinco blocos como mostra a Fig.5.3

#### Bloco 1 – Entrada de dados.

Entrada de dados experimentais: tempo, temperaturas e o número de dados temporais.

#### Bloco 2 – Ajuste de curva dados experimentais.

Ajuste de curvas dos dados experimentais das condições de fronteira pelo Método de Procura em Rede.

#### Bloco 3 – Definição da malha.

As malhas temporal e espacial foram definidas de forma relacionada, ou seja, foram pesquisados valores de  $\Delta t$ ,  $\Delta r$  e  $\Delta z$  de tal forma que os valores de T(r,z) não apresentassem variações.

# Bloco 4 - Resolução do Problema Inverso.

Com a resolução do problema direto o cálculo de  $\alpha$  foi feito iterativamente, estimando valores de  $\alpha$  e escolhendo aquele que apresentava o menor erro em relação aos dados experimentais.

## Bloco 5 – Saída de Dados.

O programa mostra como dados de saída, os gráficos da temperatura calculada e medida em função do tempo e os valores da difusividade térmica.



Figura 5.3 – Algoritmo para cálculo da difusividade térmica da massa de grãos

#### 5.3. Resolução do Problema Inverso no grão de soja

Para estimar o valor da difusividade térmica no problema direto com condições de fronteira de 1<sup>a</sup> espécie dado pelas Equações (3.8), (3.10) e (3.11), foi resolvido o problema inverso que consiste em estimar valores de  $\alpha$  através de um algoritmo computacional usando a solução (3.12) para r = 0 m, e as curvas de aquecimento do grão, para cada temperatura (*T*) (Silva, 2005).

O programa computacional usado para calcular a difusividade térmica é composto por quatro blocos inter-relacionados conforme fluxograma mostrado na Fig. 5.4

#### Bloco 1 – Entrada de dados.

Entrada de dados experimentais: tabelas de temperatura do grão em função do tempo para cada *T* e teor de umidade do grão, obtidas experimentalmente. Constantes do modelo onde *R* é o raio médio do grão de soja e  $\mathcal{E}$  é o erro máximo admitido entre a *T* calculada ( $T_{cal}$ ) e a *T* medida ( $T_{exp}$ ).

#### Bloco 2 – Cálculo da T.

Cálculo da temperatura no centro do grão usando a solução analítica (Problema Direto) com  $\alpha$  estimado.

#### Bloco 3 – Cálculo da difusividade térmica ( $\alpha$ ).

O cálculo do  $\alpha$  é feito iterativamente, comparando os valores de *T* calculados e experimentais, para cada instante de tempo. Acréscimos ou decréscimos em  $\alpha$  são implementados até que a diferença entre  $T_{cal}$  e  $T_{exp}$  seja menor que um  $\varepsilon$  arbitrário. Esse cálculo é feito para cada instante de tempo. Os valores de  $\alpha$  encontrados são memorizados e com eles é calculado o valor do  $\alpha$  médio referente ao teor de umidade *T*.

# Bloco 4 – Saída de Dados.

Tabela com os valores de  $\alpha$  médio para cada temperatura de secagem e teor de umidade do grão.



Figura 5.4 – Algoritmo para cálculo da difusividade térmica do grão

# 5.4. O problema de transferência de calor no grão, solução analítica e numérica

A Fig. 5.5 apresenta um resultado das resoluções analítica e numérica do problema de transferência de calor no grão. A solução analítica foi usada no problema inverso para determinar a difusividade térmica do grão e o objetivo de compará-las é mostrar que são coerentes entre si e qualquer uma poderia ser utilizada.



Figura 5.5 – Comparação das soluções analítica e numérica do problema de transferência de calor no grão esférico

# 6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os valores da difusividade térmica, obtidos pela resolução do problema inverso e a análise do método de estimação da difusividade térmica do grão, usando a variação da difusividade da massa de grãos em função da compactação.

# 6.1. Resultados da preparação dos dados experimentais para uso no algoritmo do problema inverso

Os dados experimentais de temperatura foram obtidos para valores discretos de tempo. Para usá-los no algoritmo do problema inverso foi necessário encontrar uma função contínua da variável tempo. Observando a forma da dispersão dos dados foi proposta a equação 5.18.

A Fig. 6.1 apresenta as curvas de temperatura em função do tempo de aquecimento para a amostra 07 massa de grãos compactada. (As curvas para as demais temperaturas estão no Anexo 03). Observa-se que as curva dos dados calculados tem boa aproximação dos dados experimentais, como era de se esperar, pois o ajuste foi realizado com bases nestes dados de acordo com o Método descrito no Capítulo 5 seção 5.2.

É importante observar que a curva relativa à posição T7 (ver Fig. 4.4) tem os mesmos valores de T1, pois refere-se ao ponto mais distante das fronteiras, enquanto T2 tem os maiores valores de temperatura pois estão próxima à parede do cilíndrico de metal. As curvas de T1 e T3 são bem semelhantes porque são pontos internos equidistantes de z=0 e z=1, respectivamente. A curva de T4, no entanto intercepta outras curvas, mostrando a diferença da transferência de calor pelo ar (convecção) e pelas paredes sólidas do cilindro (condução), posições T0 e T2.



Figura 6.1 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 07, altura de compactação igual 0,035m e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)

#### 6.2. Solução do problema de transferência de calor na massa de grãos

A validação do modelo de transferência de calor no cilindro da massa de grãos foi feita comparando as temperaturas calculadas pelo modelo depois de estimada a difusividade térmica ótima – no sentido dos mínimos quadrados – com os dados experimentais, para os termopares colocados no interior da massa de grãos (T1, T3 e T7). A Fig. 6.2 apresenta esta comparação para o período de tempo usado para calcular a difusividade pelo problema inverso. Observa-se que as curvas calculadas acompanham satisfatoriamente a tendência dos dados experimentais.



Figura 6.2 – Validação do modelo: Comparação entre os dados experimentais (T1, T3 e T7) e valores de temperatura calculados (T1c, T3c e T7c).

A Fig. 6.3 apresenta uma simulação da distribuição de temperatura no cilindro da massa de grãos para t=3600s. Observa-se as condições de fronteira de  $1^a$  espécie constantes em r=R, z=0 e z=H. Tais condições foram consideradas constantes em relação a r e z, mas são variáveis em relação ao tempo, portanto a superfície apresentada

pela Fig. 6.3 é apenas uma das superfícies possíveis, neste caso próxima da solução estacionária. As temperaturas dos pontos localizados nos "cantos" do retângulo  $R \times H$  não são calculadas pelo programa, porque são condições de fronteira ou pertencem ao eixo central. Como as condições de fronteira são constantes para todos os pontos da mesma fronteira, vai ocorrer uma dupla determinação da temperatura dos "cantos", caracterizando uma passagem abrupta, como se pode observar, por exemplo, nos pontos (0,025;0) e (0,025; 0,04) da Fig. 6.3. Estes pontos foram ajustados artificialmente através de médias entre os pontos vizinhos.

Observa-se uma pequena diferença ( $< 3^{\circ}C$ ) entre as temperaturas da superfície e do fundo do cilindro e ainda outra diferença desta mesma ordem de grandeza, em relação à temperatura na superfície lateral. Isto pode ter ocorrido pela influência maior difusividade térmica do aço das paredes em relação ao ar, considerando que a temperatura da estufa é aproximadamente a mesma em torno de todo o cilindro. No entanto, estas influências não foram significativas para a solução do problema porque as medidas de temperatura foram tomadas internamente.



Figura 6.3 – Distribuição da temperatura em uma seção longitudinal que passa pelo eixo central do cilindro: compactação h=0.035m,  $\alpha = 1.75 \times 10^{-7} m^2/s$  e t=3600s.

#### 6.3. Difusividade em função da massa específica

A difusividade térmica ( $\alpha$ ) da massa de grãos foi estimada para cada nível de compactação, usando o método do problema inverso. Com as repetições dos experimentos foi possível fazer uma média entre os valores encontrados. Apesar de estarem disponíveis somente três pontos (ver Fig. 6.4), observa-se uma distribuição com tendência não-linear em relação a massa específica, o que é confirmado pela equação (3.3), que define a difusividade.



Figura 6.4 – Difusividade térmica em função da massa específica.

Para estimar a difusividade térmica do grão de soja, com base na variação da difusividade da massa de grãos foi necessário estabelecer uma hipótese que relacionasse estas difusividades. A hipótese proposta neste trabalho é que o valor da difusividade da massa de grãos tende para o valor da difusividade do grão, na medida que a massa específica daquela tende para a massa específica deste.

Medindo a massa específica de vários grãos individualmente e fazendo uma média (Capítulo 4, seção 4.3.2), foi encontrado o valor de  $\rho_g = 1333 \text{ kg/m}^3$  que é maior do que a maior massa específica da massa de grãos compactada. O resultado era esperado porque é muito difícil reduzir os espaços entre os grãos sem romper a casca e
perder massa. Devido à impossibilidade de produzir dados experimentais no domínio da massa específica do grão, foi necessário projetar a tendência da variação da difusividade até este domínio. Com base na tendência dos dados da Fig. 6.4 foram propostos três ajustes de parâmetros: linear ( $\alpha_l$ ), hiperbólico ( $\alpha_h$ ) e exponencial ( $\alpha_e$ ).

$$\alpha_l(\rho) = a\rho + b \tag{6.1}$$

$$\alpha_h(\rho) = \frac{q}{\rho} \tag{6.2}$$

$$\alpha_e(\rho) = A e^{-k\rho} \tag{6.3}$$

onde

*a*, *b*, *q*, *A* e *k* são parâmetros de ajuste.

O resultado do ajuste de curvas é mostrado pela Tabela 6.1 com os respectivos coeficientes de correlação e difusividade térmica do grão de soja calculada pela função ajustada. Esta tabela também apresenta o valor da difusividade térmica do grão calculado com dados experimentais coletados diretamente no interior do grão, o qual será chamado neste trabalho de Método Direto (Método desenvolvido em .Borges *et al*, 2005).

Função	Parâmetros		$R^2$	$\alpha(\rho_g)(m^2/s)$
Linear	a	$-2,2007 \times 10^{-10}$	0,9910	9,4509 x 10 <sup>-8</sup>
	b	3,8786 x 10 <sup>-7</sup>		
Hiperbólico	q	1,6327 x 10 <sup>-4</sup>	0,9934	1,2249 x 10 <sup>-7</sup>
Exponencial	Α	$5,5205 \times 10^{-7}$	0,9975	1,0944 x 10 <sup>-7</sup>
	k	-0,0012		
Método direto				$1,023 \times 10^{-7}$

Tabela 6.1 – Valores estimados da difusividade. Ajuste de parâmetros da função  $\alpha(\rho)$ .  $R^2$  é o coeficiente de correlação e  $\alpha(\rho_g)$  é a difusividade térmica estimada do grão de soja.

Os valores de difusividade térmica do grão de soja diferem na literatura. Em Oliveira e Haghighi, (1998) encontra-se referência aos dados experimentais de Kreith e Bohn, (1986) que apresentam difusividade de  $1,165 \times 10^{-5} m^2/s$  (provavelmente referente à massa de grãos sem compactação) enquanto que em Andrade *et al*, (2001), o qual utiliza dados de Mohsenin, (1980) onde a difusividade é  $1,345 \times 10^{-7} m^2/s$ . O valor da difusividade térmica do grão da mesma amostra utilizado neste trabalho, foi estimado com a resolução do problema inverso usando a equação (3.12) para solução do problema direto e obtido  $\alpha_g = 8,98 \times 10^{-8} m^2/s$ . Este mesmo método foi usado em Borges, Oliveira e Klamt, (2004) e Borges, Cervi e Silva, (2005)) – Método Direto - sendo que os valores encontrados ficaram entre  $10^{-7}$  e  $10^{-8} m^2/s$  – essa variação deve-se à influência da temperatura. Com essas considerações, conclui-se que os valores obtidos pelo método da compactação estão na mesma ordem de grandeza dos dados da literatura (entre  $10^{-7}$  e  $10^{-8}$ ) e também está muito próximo do valor encontrado usando os dados de aquecimento do grão.

A Fig. 6.5 apresenta graficamente os resultados dos ajustes. Pode-se observar que as três funções tem coeficientes de correlação bem próximos de *1* e portanto, seriam adequadas para descrever a relação entre as variáveis no intervalo de massa específica da

massa de grãos. No entanto, com relação à projeção da difusividade do grão, a qual ocorre fora deste intervalo, existe uma diferença significativa entre os ajustes propostos.

O ajuste linear apresenta o menor valor e uma tendência mais forte de diminuir a difusividade do grão com pequenas variações da massa específica, em relação aos demais ajustes. Levando em conta a tendência assintótica dos dados e a eminente intersecção com o eixo horizontal (difusividade nula) esse ajuste foi desconsiderado na presente análise.

Os ajustes hiperbólico e exponencial apresentam valores de difusividade do grão bem próximos e descrevem satisfatoriamente a tendência assintótica dos dados. Essa diferença poderia ser reduzida se fossem disponíveis mais dados distribuídos no intervalo  $800 < \rho < 900$ .



Figura 6.5 – Dados experimentais e ajustes das funções  $\alpha$  ( $\rho$ ). Os círculos (o) são os valores da difusividade térmica da massa de grãos; os asteriscos (\*) são as difusividades dos grãos calculados pelos ajustes, a cruz (+) é a difusividade calculada pelo método direto e as linhas são as funções  $\alpha$  ( $\rho$ ) com os parâmetros ajustados.

A precisão do cálculo da difusividade pelo método de compactação, depende de três tipos de incertezas e suas inter-relações:

- 1<sup>a</sup>) Incerteza das medidas de temperatura, massa e volume;
- 2<sup>a</sup>) Incerteza da estimação da difusividade térmica e
- 3<sup>a</sup>) Incerteza da projeção da difusividade da massa de grãos para a difusividade do grão.

A incerteza das medidas foi avaliada no Capítulo 4. A incerteza estimada para as medidas de temperatura foi de  $U_T = \pm 2,6350$  °C e a de massa foi de  $U_m \pm 0,011511$  m<sup>3</sup>.

A incerteza na estimação da difusividade térmica foi obtida acrescentando e subtraindo a incerteza de temperatura nos dados utilizados na resolução do problema inverso. Foi obtida uma diferença máxima nos valores de difusividade na ordem de  $\pm$  2%.

A incerteza de projeção da difusividade da massa de grãos para a difusividade do grão depende da escolha do tipo de função usada para o ajuste de  $\alpha(\rho)$  (Equações 6.2 a 6.4) e da diferença entre a massa específica do grão ( $\rho_s$ ) e a massa específica do último nível de compactação. Tal incerteza mostrou-se bem maior do que as incertezas de medida ( $U_m$  e  $U_T$ ), para a estimação da difusividade do grão de soja. A diferença entre os ajustes exponencial e hiperbólico foi da ordem de 11 %. Esse percentual não significa necessariamente um erro de estimativa, mas evidencia a influência do ajuste no valor da difusividade do grão e a importância de produzir uma quantidade de dados significativa para fazer o ajuste, visto que ambos os ajustes exponencial e hiperbólico têm forte correlação e poderiam (por esse critério) serem usados para estimar a difusividade do grão. Isto evidencia que os erros de projeção podem ser maiores do que os erros de projeção não têm a mesma propriedade, porque a única referência da projeção é a massa específica do grão. Eles podem, eventualmente, ser minimizados aumentando o número

de dados, e se possível, produzindo dados da massa específica da massa bem próximos da massa específica do grão.

A incerteza da medida da difusividade pelo método da compactação não pode ser calculada a partir do tipo de ajuste, pelos motivos descritos acima. Observando os valores da difusividade obtidos pelos ajustes exponencial e hiperbólico e pelo método direto, constata-se que são bem próximos e por isso, são aceitáveis como valores estimados. Adotando a idéia de que a difusividade é inversamente proporcional à massa específica e que o modelo hiperbólico expressa essa relação (mesmo que o resultado do modelo exponencial coincida praticamente com o do método direto), pode-se adotar o modelo hiperbólico e assumir que a incerteza do método passa a ser a incerteza das medidas: 2% sobre o valor da difusividade térmica estimada. Assim, a difusividade térmica do grão de soja, de acordo com os dados produzidos neste trabalho e com a aplicação do método da compactação é de  $1,22 \times 10^{-7} m^2/s \pm 2\%$  ou  $1,22 \times 10^{-7} m^2/s \pm 2,44 \times 10^{-9} m^2/s$ .

## 7. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um procedimento teórico-experimental para estimar a difusividade térmica de grãos de soja composto por *4* fases:

 1<sup>a</sup>) Problema direto: resolução do problema de transferência de calor em um cilindro com condições de fronteira de primeira espécie e variáveis no tempo;

2ª) Experimentos: Medidas de temperatura em pontos internos do cilindro da massa de grãos e medida da massa específica da massa de grãos com diferentes graus de compactação;

3<sup>a</sup>) Problema inverso: estimação da difusividade térmica da massa de grãos com diferentes graus de compactação;

4<sup>a</sup>) Difusividade térmica do grão: cálculo da difusividade térmica do grão usando a curva de difusividade térmica da massa de grãos em função da massa específica.

Cada fase tem suas características particulares e incertezas que influenciam de alguma forma a estimação da difusividade do grão.

A resolução numérica da equação da energia (problema direto) apresentou solução coerente com as condições de contorno e descreveu satisfatoriamente as variações de temperatura nos pontos medidos no interior do cilindro. A não homogeneidade do meio - que implica em diferentes difusividades em pontos distintos – pode ter sido a causa das pequenas diferenças existentes entre os dados experimentais e os calculados (Fig. 6.2), visto que por hipótese a difusividade térmica da massa de grãos foi considerada constante no tempo e no espaço.

Os valores obtidos pelo método da compactação estão na mesma ordem de grandeza (entre  $10^{-7}$  e  $10^{-8}$ ) dos dados de difusividade do grão de soja encontrados na literatura.

A precisão do método proposto depende das incertezas das medidas de temperatura e da incerteza de projeção da difusividade da massa de grãos para a difusividade do grão ( $2^a e 3^a$  fases). Foi mostrado que a incerteza das medidas de massa e temperatura implica em distorções de apenas  $\pm 2\%$  no valor da difusividade. No entanto, a variação percentual entre os valores de difusividade obtidos por diferentes funções de ajustes, para os dados coletados, foi bem maior do que a variação incertezas de medida (em torno de 11%). Isto evidencia que os erros de projeção podem ser maiores do que os erros de medida. Enquanto que os erros de medida são claramente determinados, os erros de projeção não têm a mesma propriedade. Eles podem, eventualmente, ser minimizados aumentando o número de dados, e se possível, produzindo dados da massa específica da massa bem próximos da massa específica do grão.

A incerteza da medida da difusividade pelo método da compactação não pode ser calculada a partir do tipo de ajuste, mas os valores gerados pelos ajustes exponencial e hiperbólico são bem próximos e por isso, são aceitáveis como valores estimados. Adotando a idéia de que a difusividade é inversamente proporcional à massa específica e que o modelo hiperbólico expressa essa relação (o que não ocorre com o modelo exponencial), pode-se escolher o modelo hiperbólico (Equação 6.2) para a projeção e assumir a incerteza do método como a incerteza das medidas: 2% sobre o valor da difusividade térmica estimada. Assim, a difusividade térmica do grão de soja, estimada pelo método da compactação é de  $1,22 \times 10^{-7} m^2/s \pm 2\%$  ou  $1,22 \times 10^{-7} m^2/s \pm 2,44 \times 10^{-9} m^2/s$ .

Considerando a importância do conhecimento dos parâmetros de transferência de calor para a modelagem matemática dos processos de secagem e a diversidade de grãos produzidos no Brasil, o presente trabalho se justifica e deverá ter seqüência na aplicação da técnica da compactação para a estimação da difusividade térmica de outros grãos (cevada, aveia, milho, sorgo, ...).

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, E. T., MOLIN, L.,COUTO, S. M., 2001. Distribuição de temperatura em grãos armazenados em silos: modelagem por elementos finitos. Revista brasileira de Armazenamento-(26). Viçosa, MG pp.28-35.
- BORGES, P.A.P., KHATCHATOURIAN, O. A. e VIELMO, H. A., 2000. Modelagem matemática de secagem de grãos: aplicação do método dos volumes finitos. XXIII CNMAC/2000, Santos, SP.
- BORGES, P.A.P., 2002. *Modelagem matemática do processo de secagem de grãos de soja*. Tese de doutorado. Porto Alegre, UFRGS.
- BORGES, P.A.P.; OLIVEIRA, J.F.S. e KLAMT, V., 2004. Estimação do coeficiente de transferência de calor por convecção de grãos de soja. In: XXV Iberian Latin American Congress in Computational Methods in Engineering - XXV Cilamce, Recife. CD-ROM.
- BORGES, P.A.P.; CERVI, A. e SILVA, G.L., 2005. *Estimation of the thermal diffusivity in soy grains in function of grains moisture content*. In: XVIII International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto. CD-ROM..
- BROOKER, D.B., BAKKER-ARKEMA and HALL, C.W., 1982 (5<sup>a</sup> Pr.). *Drying cereal grains*. Westport, The Avi Publishing Company.
- CHINNAN, M.S. and YOUNG, J.H. 1977. A study of diffusion equations describing moisture moviment in peanut pods- I: Comparison of vapor and liquid diffusion equations, Transsaction of the ASAE, st Joseph, Mich, 20(3), pp. 539-546.

- COURTOIS, F., LEBERT, A., LASSERAN, J.C. and BIMBENET, J.J., 1991. Simulation of industrial dryers: solving numerical and computer problems. Drying Technology, 9(4), pp. 927-945.
- COURTOIS, F., LEBERT, A., DUQUENOY, A., LASSERAN, J.C. and BIMBENET, J.J., 1992. *Modelling of drying in order to improve precessing quality of maize*. *Drying'92*, Enselvier Science Publischer B.V.
- COURTOIS, F. and LASSERAN, J.C., 1993. "A CAD Software to improve the heat energy efficiency of mixed-flow maize dryiers", CESA/FAO Latim American Technical Meeting of Grain Drying ans Storage, Octobre 18-22. Porto Alegre, RS.
- FISCHER, L., 2003. Estudo Teórico/Experimental da dinâmica da secagem de soja em camada fina, Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS.
- FORTES, M. And OKOS, M.R.A., 1981. Non-equilibrium thermodinamics approach to transport phenomena in capilary-porous media, Transaction of the ASAE, pp.756-760.
- INCROPERA, F.P., de WITT, D.P., 1992. Fundamentos de transferência de calor e massa, Ed. Guanabara Koogan, Rio de Janeiro.
- KHATCHATOURIAN, O.A., TONIAZZO, N.A. e BORGES, P.A.P., 1999. Um modelo simples para análise do processo de secagem de soja em camada móvel com fluxo contrário de ar. Cilamce/99. São Paulo.
- KHATCHATOURIAN, O.A., TONIAZZO, N.A. e BORGES, P.A.P. (a), 2000. Modelagem matemática do processo de secagem de soja: ar e grão em fluxos contrários. ENCIT. Porto Alegre.
- KHATCHATOURIAN, O.A.; BORGES, P.A.P. e WEBER, P.E., 2001. Simulação numérica do processo de secagem de soja em secador de fluxo contínuo. In:,

Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering XVI COBEM. Vol 9, pp.300-307, Uberlândia.

- KHATCHATOURIAN, O.A., BORGES, P.A.P. and PETRY, V.J., 2001. Mathematical model and numerical methods for simulation of dynamics of drying of soy grains in camera of fixed bed, In: Proceedings of LACAFLUM 2001 - V Latin American and Caribbean Congress on Fluid Mechanics, DHT-4, pp.1-6, Universidad Simón Bolívar, May 14 – 17, Caracas, Venezuela.
- KREITH, F. and BOHN, M.S. 1986. *Principles of Heat Transfer*, 4<sup>th</sup> edn., Harper & Row, New York.
- KROKIDA, M.K., MAROULIS, Z.B. and MARINOS-KOURIS, D., 2002. Heat and Mass transfer-coefficients in drying: compilation of literature data, Drying Technology, 20(1), pp. 1-18.
- KROKIDA, M. K., ZOGZAS, N. P., MAROULI, Z. B., 2002. Heat Transfer Coeficient in Food Processing Compilation of Literature Data, In Internatinal Journal of Food Properties, volume 5, Issue 2, Athens, Greece, pp. 435-450.
- LASSERAN, J.C. ,1988. The drying of grains-principles, equipment, energy sauings and fire safety. In: MULTON, J.L., ed.Preservation and storage of grains, seeds and their by-products.Paris, Tec & Doc-Lavoisier. pp.606-663.
- LEWIS, W. K., 1921. *The rate of druing of solid materials*. Industr. Engng Chemistry, (13) p.427.
- LONCIN, M. and MERSON, R.L., 1979: In: *Food Engineering: principles and selected applications*, Academic Press, New York, USA.
- LUIKOV, A.V. and MIKHAYLOV, Y., 1961. *Thery of energy nad mass transfer*. Prentice Hall Inc. New York, USA.

- LUIKOV, A.V., 1966. *Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies*, New York: Pergamon.
- MALISKA, C. R., 1995. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacionais*. Rio de Janeiro, livros Técnicos Científicos.
- MENSHUTINA, N. V.; KUDRA, T., 2001. *Computer Aided Dring Technologies*.In Drying technology, volume 19, Issue 8, Quebec, Canadá, pp.1825-1849.
- MIKETINAC, R.N. SOKHANSANJ, S. and TUTEK, Z. 1992. Determination of Heat and Mass Transfer Coefficients in thin Layer Drying of Grain. ASAE, vol 35(6): Nov-Dec, pp.1853-1858.
- MISRA, R. N. and YOUNG, J. H., 1980. Numerical solution of simultaneous moisture diffusionand shrinkage during soybean drying, Transactions of the ASAE, st Joseph, Mich, n.23, v. 5, pp. 1277-1282.
- MOHSENIN, N.N., 1980. Termal properties of foods and agricultural materials. New York, p.407.
- MUJUMDAR, A. S., 1998. International Drying Symposium Series (IDS): A personal perspestive, Thessaloniki, Halkidiki, Grécia.
- NEVES, M.J.B., FORTES, M., MOREIRA, S.M.C. e Pinheiro, Filho, J.B., 1983. Simulação físico-matemática do processo de seca-areação, Revista Brasileira de Armazenamento. Viçosa, MG. 8(1,2): pp. 3-10.
- OLIVEIRA, L.S. and HAGUIGUI, K., 1998. Conjugate heat and mass transfer in convective drying of multiparticle systems: Part I: Theorethical Considerations, Drying Technology, v. 16, Issue 3-5, pp.433-461.
- OLIVEIRA, L. S. and HAGUIGUI, K., 1998. Conjugate heat and mass transfer in convective drying of multiparticle systems: Part II: Theorethical Considerations, Drying Technology, v. 16, Issue 3-5, pp.463-483.

- OLIVEIRA, J.F.S., 2004. Determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção entre o ar de secagem e o grão de soja. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS.
- ÖZISIK, M.N., 1993. *Heat Conduction*, 2<sup>a</sup> ed, John Wiley &, Inc, New York.
- ÖZISIK, M.N., 2000. Inverse Heat Transfer, Taylor & Francis, New York.
- WEBER, E. A., 1995. Armazenagem Agrícola. Porto Alegre: Kepler Weber Industrial.
- WEBER,E. P.,2001. Dinâmica do processo de secagem de grãos de soja em camada espessa: simulação numérica e estudo experimental. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS.
- PARRY, J.L., 1985. Mathematical modelling and computer simulation of heat mass transfer in agricultural grain drying: A review, J. Agric. Eng. Research, Vol. 32, 1-29.
- PUZZI, D., 1977. Manual de armazenamento de grãos, Ed. Agronômica Ceres, São Paulo.
- REAY, D., A scientific approach to the desing or continuous flow dryer for particulate solids, Multiphase Science and Technology, vol. 4, pp.28-33.
- SILVA, J.L., 2005. Estimação do coeficiente de difusividade térmica em grãos de soja em função do teor de umidade dos grãos. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS.
- SILVA NETO, A J da e MOURA NETO, F D.,2005. Problemas Inversos: conceitos fundamentais e aplicações. Ed. UERJ, Rio de Janeiro.
- SMITH, G. D., 1985. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. 3<sup>a</sup> ed. Clarendon Press Oxford, New York, USA.

- CONAB Companhia Nacional de Abastecimento Levantamento Safra 2004/05 Disponível em : <http://www.conab.gov.br>
- EMBRAPA Banco de notícias. Disponível em : <http://www.embrapa.br>
- IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: <http://www.ibge.com.br>

ANEXOS



Foto 1.1 - Representa o cilindro cheio de soja.



Foto 1.3 - Representa a massa de grãos após a compactação.



Foto 1.5 - Representa os três furos (pontos) feitos na massa de grãos.



Foto 1.2 - Representa o torno manual com o cilindro para ser compactado.



Foto 1.4 - Representa a furadeira com o cilindro para a realização dos furos.



Foto 1.6 - Representa a massa de grãos com os termopares já instalados.



Figura 2.1 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 02: massa de grãos sem compactação h=0,05m.



Figura 2. 2 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 03: massa de grãos sem compactação h=0,05m.



Figura 2.3 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 04: massa de grãos sem compactação h=0,05m



Figura 2.4 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 05: massa de grãos sem compactação h=0,05m.



Figura 2.5 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 07: massa de grãos com grau de compactação h=0,035m.



Figura 2.6 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 08: massa de grãos com grau de compactação h=0,035m.



Figura 2.7 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 09: massa de grãos com grau de compactação h=0,035m.



Figura 2.8 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 10: massa de grãos com grau de compactação h=0,035m.



Figura 2.9 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 12: massa de grãos com grau de compactação h=0,032m.



Figura 2.10 – Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 13: massa de grãos com grau de compactação h=0,032m.



Figura 2.11 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 14: massa de grãos com grau de compactação h=0,032m.



Figura 2.12 - Temperatura de cada termopar em função do tempo, referente à amostra 15: massa de grãos  $T=100^{\circ}C$  com grau de compactação h=0,032m.

## Anexo 03



Figura 3.1 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, com amostra 01, h=0,05m,  $\alpha=2,15x10^{-7}m^2/s$ , e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.2 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 02. h=0,05m,  $\alpha=2,4x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.3 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 03. h=0,05m,  $\alpha=1,5x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.4 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 04. h=0,05m,  $\alpha=1,4x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.5 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 05. h=0.05m,  $\alpha=1.75x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.6 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 06, h=0.035m,  $\alpha=1.55x10^{-7}m^2/s$ , e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.7 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 08. h=0,035m,  $\alpha=2,5x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.8 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 09. h=0.035m,  $\alpha=1.25x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.9 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 10. h=0.035m,  $\alpha=1.15x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.10 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 11, h=0,032m,  $\alpha=1,5x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.11 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, com amostra 12. h=0,032m,  $\alpha=1,2x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.12 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 13. h=0,032m,  $\alpha=1,5x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.13 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 14. h=0,032m,  $\alpha=1,15x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)



Figura 3.14 – Curvas de temperatura por tempo (experimentais) comparadas com as curvas calculadas, amostra 15. h=0,032m,  $\alpha=1,1x10^{-7}m^2/s$  e t=3600s (• dados experimentais, — curvas ajustadas)

This document was created with Win2PDF available at <a href="http://www.daneprairie.com">http://www.daneprairie.com</a>. The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.

## Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo