TULA MARIA ROCHA MORAIS

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ESTATÍSTICO: "COMPONENTES E HABILIDADES"

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP
2006

TULA MARIA ROCHA MORAIS

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ESTATÍSTICO: "COMPONENTES E HABILIDADES"

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*** , sob a orientação da ***Profª Drª Cileda Coutinho Queiroz e Silva***

PUC/SP
2006

Banca Examinadora

_____

_____

_____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____Local e data:_____

DEDICATÓRIA

A DEUS pela onipresença,
À minha avó Lindaura (em memória)
Aos meus pais, Juracy e Anibal,
Às minhas irmas Tânia e Edna,
Aos meus sobrinhos, Rodrigo, Paula e Ana Luiza.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho, bem como minha trajetória de vida só é possível porque tenho por perto pessoas que com seu carinho, atenção, apoio e colaboração se tornam verdadeiros presentes divinos. Gostaria de registrar aqui, assim como em meu livro da vida meus sinceros agradecimentos àqueles que participaram diretamente dessa minha formação.

À Capes, pela oportunidade à mim conferida para realizar esta etapa essencial à minha formação acadêmica.

À minha querida orientadora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pela compreensão, apoio incondicional, carinho, dedicação que trouxeram força e coragem para escrever e concluir este trabalho.

Ao amadíssimo Saddo Ag Almouloud, pelo apoio, incentivo, carinho, sabedoria, confiança, parceria que tanto me ensinaram.

Às Profªs Doutoras Maria José e Ana Lúcia por todo apoio, amizade, incentivo e acolhida.

À Profª Drª Lisbeth Cordaine, por ter participado da banca da qualificação, por aceitar nosso convite para compor a banca examinadora, pelas sugestões e comentários que tanto enriqueceram este trabalho.

À Profª Drª Carine Savalli Redígolo, por aceitar prontamente nosso convite para composição da banca examinadora.

À minha mãezinha, pelo estímulo, exemplo, coragem, carinho, compreensão em todos os momentos de minha vida.

À minha irmã Tânia, pelo exemplo, determinação, apoio incondicional que sempre contribuíram para minha formação pessoal e profissional.

À minha irmã Edna, pelas orações, palavras de incentivo e apoio com as traduções em inglês.

A meu cunhado, Eduardo Lima, querido irmão que me amparou nos momentos mais difíceis.

A meus afilhados, Paula, Mateus e Flávia pelo carinho e compreensão pelas ausências.

Aos meus sobrinhos Rodrigo e Ana Luiza pela compreensão e alegria que me animaram em todos os momentos.

À minha prima, Luciana, pelo carinho, força e incentivo, auxílio e socorro nos momentos de adversidade.

À minha amiga, Fernanda, pela torcida e atenção dispensados.

À minha tia, Sylvia Moreira, por acreditar e torcer pelo meu sucesso.

Aos meus padrinhos, Geraldo e Lourdes, pela torcida e compreensão.

Às minhas tias, Nice e Jandira, pelas orações que tanto me fortaleceram.

Ao secretário Francisco pela colaboração e carinho dispensados neste período.

Enfim, a todas as pessoas que acreditaram e contribuíram para a conquista e realização deste trabalho.

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo investigar as concepções de professores do Ensino Fundamental sobre o Pensamento Estatístico. Sob o referencial dos Componentes do Pensamento de Gal (2002), dos níveis de letramento estatístico de Shamos (1995) e das dimensões do Modelo PPDAC (Problema, Plano, Dados, Análise e Conclusão) de Wild e Pffannkuch (1999) é realizada a investigação por meio de um instrumento diagnóstico e da análise de livros didáticos de Matemática. Iniciamos este trabalho com um estudo sobre o Pensamento Estatístico, definições a ele atribuídas, componentes e habilidades necessários ao letramento estatístico. Em seguida, analisamos duas coleções de livros didáticos a luz da Organização Praxeológica (Chevallard, 1996), de modo a identificar as tarefas, técnicas e discurso teórico-tecnológico por eles privilegiados. O estudo de livros didáticos permitiu identificar, no ensino atual, a abordagem tecnicista da Estatística no Ensino Fundamental. Para investigar a concepção dos professores, bem como a influência do livro didático em sua prática docente, aplicamos um questionário para 20 professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio de escolas de Belo Horizonte. Os resultados foram submetidos à análise auxiliada pelo software C.H.I.C. (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva). A análise permitiu inferir que os professores desenvolvem habilidades estatísticas propícias ao letramento no nível “cultural”, ao invés do “funcional” adequado a este segmento escolar. Possivelmente influenciados pelos livros didáticos que favorecem uma visão tecnicista da Estatística, priorizando o uso de registros tabulares e gráficos, além da interpretação algorítmica do conceito de média aritmética.

Palavras-Chave: Pensamento Estatístico, concepções de professores, habilidades, tecnicista, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The present research has for purpose to investigate the conceptions of teachers of basic teaching about statistical mind. Bellow the referential of mind's components of Gal (2002), the levels of statistical literacy of Shamos (1995) and the measurements of pathern PPDAC (Problem, scheme, data, analyse and conclusion) of Wild e Pfannkuch (1999), is accomplished the investigation for means of diagnostic instrument and analyse of didactics books of mathematic. This job introduce the study about the statistical mind, explanations for nim, components and abilities necessaries to statistical literacy. In the following, we analysed two collections of didactics books bellow the viewpoint of Praxeology Organization (CHEVALLARD, 1996), with how to identify the tasks, technic and theoritical-technological discourse, privileged for them. The study of didactic books, allowed identify, of current teaching, the approach tecnicist of statisti of the fundamental teaching. Toward investigate the teacher's conception, such as the influence of the didactic book in her lecturing skill, applied the questionnaire in mathematic teachers of the basic and intermediate teaching of Belo Horizonte's schools. The results was submitted at analysis helped of software C.H.I.C. (Classification, hierarchic, implicative and cohesitive), with how to associate the teachers's responses. The analyse that allowed to conclued that the teachers develop statistics abilities propitious to literacy on *cultural* level, instead of appropriate *functional*, of this shool segment. Maybe, influenced by the didactics books that support seeing through statistc of tecnicist, emphasising the use of tabulares record and graphics, beyond the algoritimic interpretation of conception to arithmetic's mean.

Keymords: Statistical thinking, teachers concepcions, skills, technic, basic teaching

LISTA DE FIGURAS

Esquema 1.1 Níveis de letramento 25
Esquema 1.2 Modelo PPDAC 31
Esquema 1.3 Ciclo de investigação do modelo PPDCA 32
Figura 5.3 Árvore de similaridade.....91
Figura 5.4 Árvore coesitiva.....99

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1.1 “Peso” dos jogadores de basquete 34
Gráfico 1.2 Freqüência relativa das idades dos alunos.....37
Gráfico 2.3 Venda de sorvete 46
Gráfico 3.4 Distribuição do tempo num dia 53
Gráfico 3.5 Venda de automóveis no período de 15 anos 57
Gráfico 3.6 Preferência de esportes 59
Gráfico 3.7 Idade média da população mundial 62
Gráfica 3.8 Acompanhamento da idade e “peso” de Pedro 64
Gráfico 3.9 Número de professores atuantes na escola básica.....65
Gráfico 3.10 Bloco [tarefa, técnica] 69
Gráfico 3.11 Bloco [tarefa, técnica] 69
Gráfico 4.12 Consumo de luz em Kwh.....79
Gráfico 4.13 Consumo de luz em Kwh.....80
Gráfico 4.14 Consumo de luz em Kwh.....80
Gráfico 4.15 Colunas ilustrativas letra A.....84
Gráfico 4.16 Gráfico de segmentos ilustrativo letra A 85
Gráfico 4.17 Gráfico de setor ilustrativo letra A 85

LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1 Componentes do pensamento estatístico que desenvolvem o letramento estatístico.....27

Quadro 1.2 Tipos de pensamento estatístico no modelo PPDAC.....32

LISTA DE TABELAS

TABELA 1.1 “Peso” dos jogadores de basquete 34
TABELA 1.2. Freqüência relativa a idade dos alunos 36
TABELA 3.3 Preferência popular de cantores 52
TABELA 3.4 Pontuação dos jogadores por partida 56
TABELA 3.5 Preferência de programas de TV 61
TABELA 3.6 Idade média da população mundial 62
TABELA 3.7 Acompanhamento da idade e “peso” de Pedro 63
TABELA 3.8 Acompanhamento da idade e altura de Pedro 64
TABELA 3.9 Preferência de programa de TV 67
TABELA 3.10 Análise das duas coleções segundo organização praxeológica 68
TABELA 4.11 Consumo de luz em seis meses 77
TABELA 4.12 Idade e medida dos palmos dos alunos 78
TABELA 4.17 Número de respostas por nível de categorização 88
TABELA 4.18 Número de respostas por nível de categorização 88

LISTA DE SIGLAS

1) PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais 16
2) NCTM – National Council Teaching Matematic 18
3) PPDAC – Problema, plano, dados, análise e conclusão.....22
4) ASA – American Statistical Association 23
5) C.H.I.C. – Classificação Hierárquica implicativa e coesitiva 45

SUMÁRIO

RESUMO **07**
ABSTRACT **08**
LISTA DE FIGURAS **09**
LISTA DE GRÁFICOS **10**
LISTA DE QUADROS **11**
LISTA DE TABELAS **12**
LISTA DE SIGLAS **13**
CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES **16**

1. INVESTIGANDO O PENSAMENTO ESTATÍSTICO **22**
1.1. Introdução **22**
1.2. Pensamento estatístico **22**
1.2.1 Elemento constituinte do pensamento estatístico segundo Gal (2002) 26
1.2.2 Pensamento estatístico: modelo PPDAC 30

2. PROBLEMÁTICA E OBJETIVOS **42**
2.1 Introdução **42**
2.2 Problemática **42**
2.3 Hipóteses da Pesquisa **43**
2.4 Procedimentos metodológicos **43**

3. ASPECTO INSTITUCIONAL: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS **48**
3.1 Introdução **48**
3.2 Uma abordagem do pensamento estatístico em livros didáticos **48**
3.3 Análise de livros didáticos segundo a organização praxeológica **48**
3.4 Comparando abordagem dada nos livros didáticos **67**
3.5 Considerações final **70**

4. INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO **72**
4.1 Introdução **72**
4.2 Justificativa do instrumento diagnóstico **72**

4.3 Instrumento diagnóstico.....74
4.4 Análise matemática e categorização das respostas.....78
4.5 Análise dos resultados.....88

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....90
5.1 Introdução.....90
5.2 Análise de similaridades.....90
5.3 Análise hierárquica coesitiva.....99
5.4 Considerações finais.....107

CONSIDERAÇÕES FINAIS.....110

REFERÊNCIAS BILBIOGRÁFICAS.....115

APÊDICE A: Categorização das variáveis principais.....119
APÊNDICE B: Índices de similaridade do CHIC.....127
APÊDICE C: Contribuições dos agrupamentos obtidos na árvore de similaridade.....130
APÊDICE D: Tipicalidade apresentada na árvore coesitiva.....133
APÊDICE E: Contribuições dos agrupamentos obtidos na árvore de similaridade.....135

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este estudo vai ao encontro do interesse recente que existe dentro do campo da educação matemática em procurar ampliar a discussão referente à implementação da atual proposta curricular, trazida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – sobre a introdução da estatística no ensino fundamental, contribuindo para a formação de um cidadão crítico capaz de ler e atuar satisfatoriamente no mundo em que vive.

As pesquisas têm mostrado que o conceito estatístico, quando é desenvolvido na escola, não possibilita a construção do pensamento estatístico do aluno. Normalmente é trabalhado de maneira isolada e desarticulado, formando, assim, consumidores despreparados e inseguros no trato com dados, não permitindo a construção do raciocínio estatístico do aluno. Em levantamentos feitos com professores em exercício, podemos perceber que estes também não se sentem seguros para trabalhar nesse domínio por atestarem pouco conhecimento sobre o tema (SANTOS, 2003)

Assim, na perspectiva de buscar entender essa dificuldade no trabalho com conceitos estatísticos, nossa pesquisa objetiva estudar as concepções dos professores de matemática do ensino fundamental sobre o pensamento estatístico, assim como evidenciar o que a instituição escolar espera desse professor no que tange ao ensino da Estatística. Desta forma, esperamos descobrir as concepções e crenças dos professores sobre o pensamento estatístico, bem como aqueles abordados nos livros didáticos condizentes com esse segmento escolar.

Partindo do pressuposto de que investigaremos as concepções e crenças dos professores sobre o pensamento estatístico, julgamos pertinente explicitar nosso entendimento por concepção. Artigue[1] (1991) define concepção como um ponto de vista local sobre um objeto, caracterizado por:

> * situações que lhe servem de ponto de partida: situações ligadas à aparição da concepção ou para as quais ela constitui um ponto de vista particularmente bem adaptado;
> * sistemas de representações mentais, icônicas, simbólicas;

[1] ARITGUE, M. (19991, p. 172-173, apud Almouloud, S. Ag, 2000)

> * propriedades, invariantes, técnicas de tratamento, métodos específicos (implícitos ou explícitos). (ARTIGUE apud Almouloud, 2000, pág 172 à175)

A autora relaciona o termo concepção a um conjunto de situações que atribui sentido a um ponto de vista local, que requer o uso de um sistema de representações mentais e simbólicas destas e, ainda, ao conjunto de invariantes mobilizados por essas situações.

Concordamos com Artigue[2] (1991) e, estendendo esta definição, podemos dizer que o termo concepção remete aos modelos construídos pelos pesquisadores para analisar situações de ensino e comportamentos de alunos. No entanto tais modelos pretendem somente descrever parte do funcionamento mental do aluno.

Balacheff (1995,1998), ao definir o termo concepção, explica que é "[...] uma estrutura mental atribuída a um sujeito por um observador de seu comportamento, que se exige que pareça coerente e eficaz numa esfera prática". O exemplo abaixo elucidará nossas idéias:

"Cálculo da média aritmética de três números inteiros".

Concepção 1- "o número que expressa o quociente da divisão da soma dos valores correspondentes a esses três números por 3".

Concepção 2- "média aritmética (x) dos valores x_1, x_2 e x_3 é o quociente entre a soma desses valores e seu número total n."

Observamos dois pontos de vista diferentes: um local, concepção um, que explicita o algoritmo de média aritmética para o caso específico da situação proposta e, o outro, global, concepção dois, numa visão mais abrangente e generalizada capaz de atender a outras situações que envolvam o algoritmo de média aritmética.

Inicialmente, nossa proposta investigaria a formação do conceito de distribuição de freqüência em alunos da 5ª série do ensino fundamental de Belo Horizonte. No entanto, ao iniciarmos a fase experimental e a coleta de dados, percebemos que a maioria desses alunos, principalmente das escolas públicas, não

[2] Artigue, M. (1991, p.172-173, apud Almouloud, S. Ag. , 2000)

tinha acesso à estatística, mesmo com sua indicação nos PCN's e sua presença nos livros didáticos.

Vale ressaltar que tal circunstância é vivenciada também na Espanha, segundo comprovam estudos realizados por Batanero (2005).

Essa realidade fez com que mudássemos nosso público-alvo, no intuito de descobrir o que influencia a prática, ou melhor, dizendo, a ausência dela, referente ao ensino da estatística no ensino fundamental. Aliado ao fato de que a estatística praticamente não é trabalhada no ensino fundamental e de que vivemos em uma sociedade globalizada, caracterizada por constantes mudanças, baseada na tecnologia e na comunicação, exigindo um cidadão capaz de lidar satisfatoriamente nas diversas situações, constituíram os elos motivadores desta pesquisa.

Para que ocorram as inserções do homem no meio social e cultural, é importante que a educação matemática cumpra seu papel na formação de cidadãos conscientes e críticos.

No sistema educacional, a matemática é de grande valia para a formação de capacidades intelectuais, pela contribuição dada à estruturação do pensamento, pela agilização do raciocínio, bem como pela capacidade de resolver problemas.

Desde o movimento da matemática moderna, discussões e documentos foram elaborados no sentido de contribuir para a reforma no ensino dessa ciência em todo o mundo. Dentre os documentos citamos os *Standard of school mathematics* e os *Professional standard for teaching mathematics,* publicados respectivamente em 1989 e 1991 pelo NCTM[3], após seminário (AMP, 1990) realizado em Portugal. Esses documentos, em especial, são conhecidos pelo impacto que causaram na elaboração dos novos currículos da matemática em diversos países a partir da década de 90. Tais documentos enfatizam a formação matemática dos alunos, via desenvolvimento da capacidade de "criar e usar representações para organizar, rememorar e comunicar idéias matemáticas". (KOCH, M.C.,1997, p.62)

Essa reforma influenciou a inserção de novos conteúdos ao programa curricular, como, por exemplo, no Brasil, a inclusão do ensino de estatística e probabilidade nas esferas dos ensinos fundamental e médio A inclusão desses conteúdos objetiva garantir a todos o acesso a uma cultura estatística que permita o

[3] NCTM National Council of Teachers of Mathematics – NCTM –

exercício de uma cidadania ativa, lúcida e crítica. Entendemos que cultura estatística vai além do domínio reservado ao conhecimento e à capacidade do indivíduo, estendendo tal domínio aos também aspectos relacionados às emoções, aos valores e às atitudes.

O crescimento do ensino de estatística deve-se a sua contribuição na formação de um indivíduo na crescente necessidade do uso das ferramentas estatísticas nos diversos setores profissionais. Prova disso é o aumento significativo dos grupos de pesquisa na área, das publicações, dos encontros, seminários e congressos que reúnem pesquisadores e educadores de vários países preocupados com os fenômenos relativos ao ensino e à aprendizagem da estatística. Vários grupos de pesquisa foram criados, dentre eles: o ISI (Institute International Statistical), fundado em 1885, após um congresso internacional realizado em Quetelet- Bruxelas (1853) sendo composto atualmente por cinco secções, das quais, a última é o IASE (International Association for Statistical Education) criado em 1991; O ISI, a comissão inter- IREM (Instituto de pesquisa sobre o ensino de matemática) de Probabilidade e Estatística; o grupo coordenado por Carmem Batanero na Universidad de Granada e o GT12 da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), dentre outros, em todo o mundo preocupados em investigar os fenômenos que envolvem o ensino e aprendizagem da estatística.

No Brasil, a estatística e a probabilidade foram inseridas na educação básica a partir dos PCN's para o ensino fundamental e para o ensino médio, em 1997, no bloco referente ao tratamento da informação. Além de contribuir para o desenvolvimento da capacidade de gerar opiniões claras, fundamentadas e criativas, a estatística constitui um aspecto central na análise e interpretação de dados.

Batanero (2001a) ressalta a importância do conhecimento estatístico na formação elementar. O objetivo claro de se trabalhar com a estatística nas séries básicas não se dá pelo fato de formarmos estatísticos *profissionais*, nem tão pouco de capacitarmos alunos no cálculo e nas representações gráficas de tais conceitos, mas, sim, o de proporcionar uma cultura estatística. Assim, a autora apresenta quatro razões para se ensinar Estatística:

> *1- a Estatística é à parte da Educação geral desenvolvida para futuros cidadãos adultos que precisam adquirir a capacidade de leitura, interpretação de tabelas e gráficos que aparecem nos meios de comunicação;*

> *2- é útil para a vida posterior, já que, em muitas profissões, se fazem necessários alguns conhecimentos básicos do tema;*
> *3- seu estudo ajuda no desenvolvimento pessoal, baseado na valorização da objetividade;*
> *4 - a Estatística ajuda a compreender as outras disciplinas do currículo, tanto da Educação Básica quanto de cursos superiores, onde, com freqüência aparecem gráficos ou conhecimentos estatísticos.* (BATANERO, 2002)

No entanto, nos cenários nacional e internacional, a realidade evidencia problemas e dificuldades enfrentadas pelos alunos nos diversos níveis de escolaridade com relação à compreensão dos conceitos estatísticos. Pesquisas revelam uma preocupação eminente com relação à compreensão de conceitos estocásticos.

Lopes (1998), em sua pesquisa de mestrado, apresentou uma definição para o termo europeu *estocástico* como sendo aquele que permite estudar o ensino da estatística interligado ao ensino da probabilidade.

Batanero (2000) realizou várias pesquisas investigando a estatística, dos quais citamos uma, em que a autora cita o trabalho de Barr[4] (1980) com o intuito de exemplificar a dificuldade dos alunos na compreensão do conceito de *mediana*. A investigação de Barr (1980), revela que os alunos tratam a mediana como a representação do centro de *algo*, mesmo que não haja compreensão clara do que seja esse *algo*. Essa concepção dos alunos é pontual e dependendo do contexto dado, pode conduzi-los ao erro. Suponha-se que tenham sido dados os números 4, 5, 5 e 6. A média aritmética será igual à moda que, por sua vez, será igual à mediana de valor 5, possibilitando ao aluno acreditar que o número do centro é a mediana. Agora, se os números dados fossem 3, 4, 6 e 7, a média continuaria sendo 5, não teríamos moda, e a mediana não seria o número do centro, uma vez que teríamos dois valores no centro. A mediana será a média aritmética dos dois. Portanto, não será nem o 4 e nem o 6. Continuará sendo 5. Possivelmente, a dificuldade dos alunos seja proveniente da análise e interpretação de um conjunto de dados.

Para que possamos investigar as concepções dos professores do ensino fundamental sobre o pensamento estatístico, os conceitos estatísticos por eles identificados como fundamentais e os componentes e habilidades estatísticas

[4] BARR (1980, p.87, apud Batanero, C. 2001ª)

contemplados nos livros didáticos referentes ao Ensino Fundamental. Para tal, analisaremos os livros didáticos buscando identificar o tipo de abordagem dos mesmos e o tipo de ferramenta didática que eles constituem para o professor no trabalho com o desenvolvimento do pensamento estatístico, além de um instrumento diagnóstico que explicitará a concepção dos professores diante de duas situações propostas, complementando a análise de livros didáticos.

Este trabalho está organizado em sete capítulos assim descritos.

No capítulo 1, após as considerações preliminares, descreveremos as duas teorias que fundamentam nossa pesquisa. A primeira referente ao pensamento estatístico, ressaltando os aspectos necessários ao letramento estatístico, elementos e comportamentos básicos. A segunda, contemplando os aspectos mencionados na primeira, incluindo o modelo PPDAC (Problema, plano, dados, análise e conclusão) nas duas primeiras dimensões auxiliando a compreensão do pensamento estatístico.

No capítulo 2, definiremos o problema de pesquisa que motivou nossa investigação, bem como os objetivos a serem alcançados, nossas hipóteses de pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados para responder tais questões.

Analisaremos, no capítulo 3, duas coleções de livros didáticos de matemática do ensino fundamental, publicados após a divulgação dos PCN's, de modo a identificar elementos da Organização Praxeológica, proposta por Chevallard (1990) na Teoria Antropológica do Didático.

No capítulo 4, descreveremos nosso instrumento diagnóstico, bem como a análise matemática das questões nele propostas. Este instrumento consiste em um questionário composto por duas partes distintas: a primeira identificando o perfil do professor e, a segunda, sobre suas concepções relativas ao ensino da estatística.

No capítulo 5, apresentaremos a análise do questionário auxiliada pelo *software* C.H.I.C. (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva) que, por meio de duas árvores, uma de similaridade e a outra coesitiva, nos permitiu estabelecer relações entre as respostas dos professores.

No último capítulo, apresentaremos nossas considerações finais baseadas nas hipóteses de pesquisa, bem como nas análises do questionário e dos livros didáticos, na tentativa de responder as questões que motivaram este trabalho. Finalmente, deixamos algumas sugestões para futuros trabalhos de pesquisa que possam efetivamente contribuir para o ensino da estatística na escola básica.

1- INVESTIGANDO O PENSAMENTO ESTATÍSTICO

1.1 Introdução

Neste capítulo, apresentamos um estudo teórico sobre a formação do pensamento estatístico e seus componentes, que permitem o desenvolvimento de habilidades necessárias ao letramento estatístico. Nossa intenção com tal estudo, é identificar e explicitar as concepções dos professores sobre o pensamento estatístico, por meio da análise de livros didáticos e do instrumento diagnóstico. I

Iniciamos nosso estudo sobre o pensamento estatístico abordando definições a ele atribuídas, para depois, destacar as habilidades necessárias ao letramento estatístico e, só então, descrever os elementos constituintes de tal pensamento. Finalizamos nossos estudos teóricos com a apresentação do modelo PPDAC (Problema, Plano , Dados, Análise e Conclusão) em suas duas primeiras dimensões: a do ciclo investigativo e a dos tipos de pensamento.

1.2 Pensamento Estatístico

Adotamos o pensamento estatístico como quadro teórico de nossa pesquisa. Nossas investigações conduzem à necessidade de desenvolver habilidades estatísticas que tornem um indivíduo capaz de agir consciente e criticamente diante das questões da atualidade.

Abordamos inicialmente a definição de pensamento estatístico, adotada por alguns pesquisadores que vem ao encontro de nossa concepção. Para Snee[5] o pensamento estatístico é definido como

> [...] processos mentais que reconhecem a variação como algo que nos rodeia e sempre presente em tudo o que fazemos. Todo o trabalho é uma série de processos interconectados de forma que identificando, caracterizando, quantificando, controlando e reduzindo a variação, proporcionamos oportunidades de crescimento.

Nessa definição, Snee (1990) enfatiza a importância da noção de variabilidade no pensamento estatístico. Segundo o autor, esses processos são

[5] SNEE (1990, p.118, apud Pfannkuch e Wild, 1999) defined statistical thinking as “thought processes, which recognize that variation is all around us and present in everything we do, all work reducing variation provide opportunities for omprovement”.

explícitos e vão além da resolução de um problema particular, envolvendo raciocínios que partem de um dado procedimento podendo até chegar a uma ou mais conclusões. O pensamento estatístico possibilita visualizar o processo como um todo com interação, justificação e compreensão do relacionamento dos dados, além da mensuração da variação presente. Assim é possível explorar os dados para além do que está prescrito no texto, de modo que gere novos questionamentos e tomadas de decisões conscientes e críticas.

Na busca de definir o pensamento estatístico, a American Statistical Association – ASA – propôs elementos constituintes deste apoiados nas idéias de Moore (1990) considerando:

1. a onipresença da variação do processo;

2. a necessidade dos dados relativos ao processo;

3. a produção dos dados baseados na variação existente;

4. a quantificação da variação;

5. a explanação da variação.

Tendo em vista a importância desses elementos na formação do pensamento estatístico a ASA, a Mathematical Association of America – MAA – Joint Committee on Undergraduate Statistics considerou como elementos essenciais:

1. a necessidade dos dados;

2. a importância da produção dos dados;

3. a onipresença da variabilidade;

4. a medição e modelagem da variação existente.

Os pesquisadores Wild e Pfannkuch (1999) investigam os processos complexos do pensamento envolvidos na resolução de problemas da realidade, compreendendo a estatística como possibilidade real para obter uma melhoria nas soluções desses problemas. Como vemos nas palavras destes autores:

> [...] nosso interesse é desenvolver uma estrutura para os modelos do pensamento envolvidos na resolução de problemas, nas estratégias para esta resolução, bem como a

> integração de elementos estatísticos presentes na mesma (PFANNKUCH E WILD, 1999, p.3).

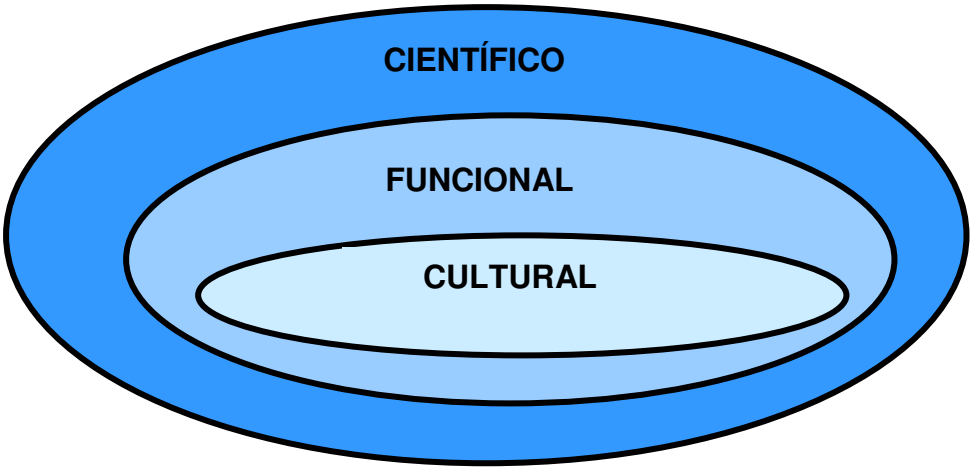
Acreditamos que a formação do pensamento estatístico enfatiza a necessidade e a produção dos dados, como também o estudo da variação por eles apresentada. No entanto, a capacidade de leitura e interpretação de dados, organizados em tabelas e gráficos, desenvolve habilidades condizentes com um nível de letramento estatístico. Nossa compreensão sobre letramento estatístico baseia-se nas concepções de Gal (2002), Wallman, (1993, *apud* Gal, 2002), e Shamos (1995)

Gal (2002) acredita que o letramento estatístico subtende um conhecimento mínimo de conceitos e de procedimentos estatísticos básicos. Wallman[6], *apud* Gal (2002), assegura que o letramento estatístico consiste na habilidade de compreensão e avaliação crítica dos resultados estatísticos vivenciados em nosso cotidiano, aliados à habilidade de apreciar suas contribuições nas tomadas de decisões públicas, confidenciais e pessoais.

Shamos[7] (1995), por sua vez, utiliza uma estrutura composta por três níveis. O primeiro, considerado básico, é o letramento *cultural*, referindo-se às pessoas que compreendem termos básicos usados comumente nos meios de comunicação diante de assuntos relacionados à ciência. O segundo, chamado de letramento *funcional*, relativo à capacidade do sujeito de conversar, ler, e escrever informações utilizando termos científicos coerentes. O terceiro e último, o letramento *científico* relativo aos conhecimentos científicos de esquemas conceituais primordiais ou de teorias que fundamentem a ciência aliada à compreensão dos processos científicos e investigativos mobilizados na resolução de situações-problema. Nessa fase, o indivíduo age com autonomia e segurança nas escolhas de métodos e representações estatísticas, como também na capacidade de analisar dados considerando-se a variabilidade existente. O esquema 1.1 ilustra os três níveis citados.

[6] WALLAN, K.K (1993, Enhancing Statistical literacy: Enriching our society. Journal of the American Statistical Association, 88 p.1-8apud Gal, 2002)

Esquema 1.1. Níveis de letramento estatístico



Essas concepções refletem nosso entendimento por letramento estatístico, assim, quando somos capazes de ler e reconhecer informações que estejam representadas em tabelas e/ou gráficos, estamos no nível *cultural*. Porém, se além de ler, interpretamos informações contidas em dados que estão representados em tabelas e/ou gráficos, ou mesmo, organizá-los nessas representações, identificando e considerando a variação na análise dos mesmos, estamos no nível *funcional*. E, se além das habilidades mencionadas anteriormente, ainda somos capazes de fazer inferências e previsões sobre as informações contidas nos diversos registros, analisando e considerando a variabilidade existente, estamos no nível *científico*.

No entanto, para alcançarmos o letramento nos níveis *funcional* ou *científico* é necessário desenvolver habilidades específicas, como as propostas por Gal (2002, pág 04),

> [...].1) a habilidade de a pessoa interpretar, criticar e avaliar a informação estatística, com argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos; 2) a habilidade de discutir e comunicar suas reações perante tal informação estatística; 3) a compreensão do significado da mesma, bem como opiniões sobre as implicações desta informação, ou dos interesses a respeito do acesso as conclusões obtidas.

Os PCN's recomendados ao ensino fundamental também consideram importante desenvolver habilidades estatísticas como,

---

[7] SHAMOS, M. H. (1995, The myth of Scientific literacy. New Bruswich, N. J. Rutgers University Press, apud Gal, 2002)

> [...] com relação à estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disto, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos.(Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática: Ensino de 5ª a 8ª série, 1998, p.52)

E ainda,

> [...] quanto ao bloco Tratamento da Informação, se nos ciclos anteriores os alunos começaram a explorar idéias básicas de estatística _ aprendendo a coletar e organizar dados em tabelas e gráficos, a estabelecer relações entre acontecimentos, a fazer algumas previsões, a observar a freqüência de ocorrência de um acontecimento_ neste ciclo é importante fazer com que ampliem estas noções, aprendendo também a formular questões pertinentes para um conjunto de informações de modo convincente, a interpretar diagramas e fluxogramas. (Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática: Ensino de 5ª a 8ª série, 1998, p.69-70)

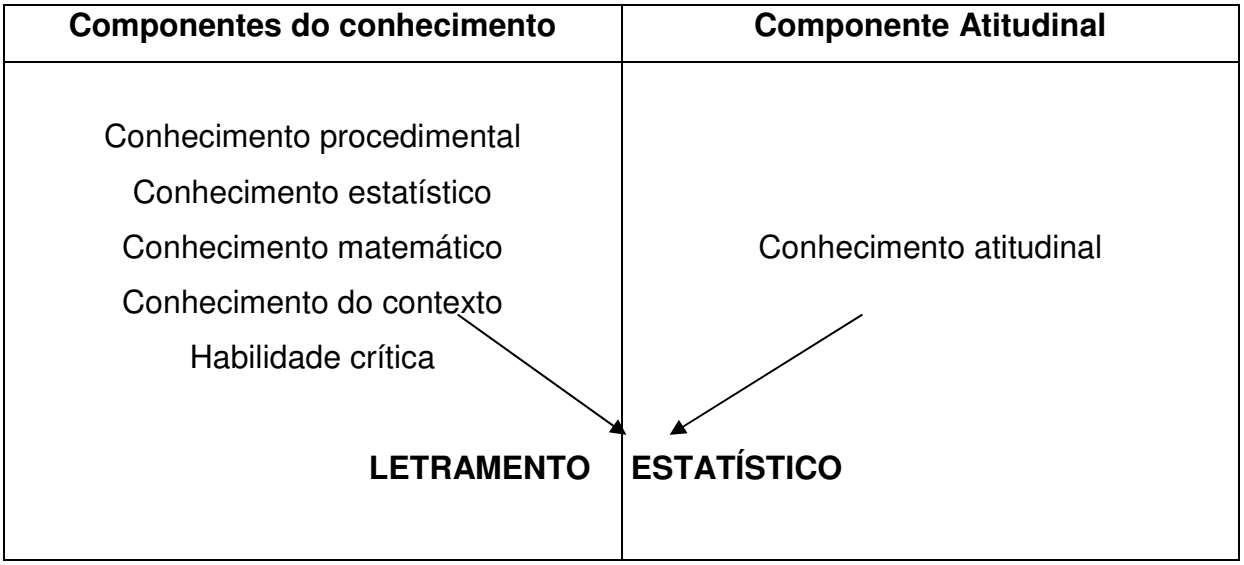
Como pudemos ver, as habilidades estatísticas presentes nos PCN's baseiam-se muito no trabalho proposto por Gal (2002), o que torna evidente o valor e a pertinência de tal estudo nas séries elementares. As habilidades destacadas mencionam a importância de o aluno ler, interpretar, tratar, comunicar os dados de forma segura e crítica, ou seja, atendendo os níveis de letramento *cultural* ou *funcional*, de modo a permitir o acesso ao letramento *científico*.

Complementando o estudo sobre os elementos constituintes do pensamento estatístico, destacamos os trabalhos de Gal (2002) e de Wild e Pfannkuch (1999).

1.2.1 Elementos constituintes do pensamento estatístico segundo Gal (2002)

Para Gal (2002) o pensamento estatístico é composto por dois amplos campos: o do conhecimento e o das atitudes descritos no quadro 1:

Quadro 1.1. Componentes do pensamento estatístico que desenvolvem o letramento estatístico



(Fonte – GAL, 2002, p.4)

Segundo o autor, o letramento estatístico é constituído por um campo do conhecimento que inclui os conhecimentos matemáticos, estatísticos, do contexto além do conhecimento procedimental, ou seja, das habilidades do indivíduo em situações de leitura, interpretação e análise de dados. Outro componente identificado nesse campo é denominado de habilidade crítica, ou seja, aquela relacionada à capacidade crítica do sujeito que age com base nos dados, a partir e para além deles.

O segundo campo apontado por Gal (2002) refere-se ao comportamento, às atitudes e posturas críticas que incorporamos ao desenvolvermos os conhecimentos mencionados no primeiro campo. Nessa perspectiva, um sujeito alfabetizado estatisticamente será capaz de mobilizar tanto conhecimentos matemáticos, estatísticos, procedimentais e críticos, de forma que reflitam tais conhecimentos em suas ações e decisões.

Vale ressaltar que esses conhecimentos de base descritos no quadro 1.1 não podem ser operados independentemente uns dos outros. O que vale dizer, por exemplo, que a linguagem divulgada nos veículos de comunicação está impregnada de ambigüidades e relatos convencionais que requerem habilidades críticas para leitura, interpretação e análise, baseada nos conhecimentos matemáticos, estatísticos, procedimentais e do contexto. O conhecimento estatístico requer a

mobilização de conhecimentos matemáticos para que seja compreendido, por exemplo, na leitura e interpretação de dados em um registro gráfico precisamos dos conhecimentos de números, coordenadas cartesianas e outros.

O autor considera o *conhecimento matemático* como sendo aquele que abrange conceitos, teorias, teoremas, métodos e técnicas matemáticas essenciais ao desenvolvimento de habilidades estatísticas. O *sentido de número* é uma habilidade considerada cada vez mais apropriada na leitura, interpretação e comparação de decimais, frações, porcentagem e números demasiadamente grandes ou pequenos, além de contribuir para a compreensão de conceitos estatísticos de base, relacionados às medidas de tendência central e a variabilidade.

Gal (2002) menciona ainda a relevância dos conceitos de porcentagem e de *metade* no conhecimento estatístico, isto porque sua utilização é freqüente nos indicadores estatísticos. A habilidade no trato com números é muito valiosa desde que esteja em nível que possibilite uma interpretação correta dos mesmos quando utilizados tanto nos meios de comunicação como em relatórios estatísticos.

O *conhecimento estatístico* é considerado pelos autores como os conceitos, propriedades, métodos, técnicas e representações específicas da estatística como dados: população, amostra, amostragem, freqüência, distribuição de freqüência, medidas de posição, de tendência central, a variabilidade presente nestas medidas e outros.

Gal (2002) propõe uma estrutura hierárquica composta por cinco fases para que possamos identificar melhor esse conhecimento:

1. conhecimento das razões e pertinência dos dados, assim como da produção dos mesmos;
2. familiaridade com os termos e idéias básicas relacionadas à estatística descritiva;
3. familiaridade com termos e idéias básicas relacionadas às exposições gráficas e tabulares;
4. noções básicas compreendidas sobre probabilidade;
5. compreensão da maneira como as conclusões e inferências são alcançadas.

Dessa forma, é possível notar que o conhecimento estatístico além de ressaltar a importância dos dados, dos termos e idéias básicas da estatística descritiva, ou seja, dos conceitos estatísticos de base (freqüência, distribuição de

freqüência, medidas de tendência central e variabilidade), inclui também a familiaridade referente às representações tabulares e gráficas, às noções básicas de probabilidade (população, amostra, amostragem) e à compreensão das conclusões e inferências obtidas.

No entanto, para ler e interpretar informações estatísticas, são necessárias habilidades de leitura do contexto, ou seja, familiaridade com as informações em um ambiente determinado. Sabendo ler, reconhecer o mundo em que vive, o indivíduo se torna capaz de atuar, adaptar e até modificar essa realidade. Sabemos que o *conhecimento do contexto*, quando visto como números inclusos numa dada situação, torna-se fonte de medida e base para o tratamento dos dados. O conhecimento do contexto é o principal determinante de familiaridade do leitor com as fontes de variação e erro de informações estatísticas. Um cidadão, leitor, ou ouvinte, não familiar ao contexto no qual os dados foram coletados, terá dificuldades de fazer inferências baseadas nos dados, assim como propor interpretações alternativas que permitam uma tomada de decisões a partir desses dados ou, até mesmo, detectar possíveis erros nos mesmos.

A forma pela qual os dados são produzidos implica a mobilização de habilidades que Gal (2002) denomina *conhecimento procedimental* e *habilidade crítica.* Isto porque a maneira segundo a qual uma informação é divulgada pode facilmente mascarar, distorcer ou, até mesmo, contradizer uma informação disponível, fato este muito explorado na política, nos balanços comerciais e outros. Dessa forma, o conhecimento do contexto, juntamente com as habilidades do indivíduo alfabetizado estatisticamente, são pré-requisitos para uma reflexão crítica sobre as informações estatísticas, bem como para compreensão e possíveis implicações delas decorrentes.

Evidentemente que nesse trabalho Gal (2002) explicita os componentes do pensamento estatístico destacando, dentre eles, os conceitos matemáticos e estatísticos básicos. No entanto, o autor esclarece a importância do conhecimento do contexto e das habilidades críticas na formação de um cidadão.

Watson [8](1997) reforça tais idéias ao apresentar uma estrutura bem próxima da citada por Gal (2002), porém composta por três segmentos com crescente complexidade, entre eles:

[8] WATSON, T. (1997, Assessing Statistical literacy through the use of media surveys. In the assessement challenge in satatists education, p. 107-121, apud Gal, 2002)

1. compreensão básica da terminologia probabilidade e estatística;
2. compreensão da língua estatística e de conceitos inseridos no contexto de uma ampla discussão social;
3. atitude questionadora na aplicação de conceitos contradizendo reivindicações feitas sem fundamento estatístico apropriado.

Na visão desses pesquisadores, há uma concordância a respeito dos componentes do pensamento estatístico. Ambos consideram como elementos essenciais os conceitos estatísticos e probabilísticos, as representações (gráficas ou tabulares) das informações estatísticas e comportamentos questionadores impulsionados pela análise de dados ao considerar a variabilidade existente em torno deles.

Acreditamos que Watson[9] (1998) contempla as fases propostas por Gal (2002) de um modo abrangente, já que as três fases propostas incorporam as cinco por ele descritas. Podemos pensar que Watson (1998) ao se referir à compreensão da terminologia básica estocástica, além de considerar os conhecimentos estatísticos e probabilísticos em uma só fase, certamente inclui ainda o conceito de dados que Gal (2002) preferiu evidenciar em uma única fase. Quanto à fase relativa à linguagem estatística, Watson (1998) considerou não só as representações tabulares e gráficas como as demais formas de comunicação estatística culturalmente instituídas. Só então, o autor conclui sua estrutura por meio de uma postura questionadora frente a esses conceitos, atitude similar a de Gal (2002) na última fase do conhecimento estatístico.

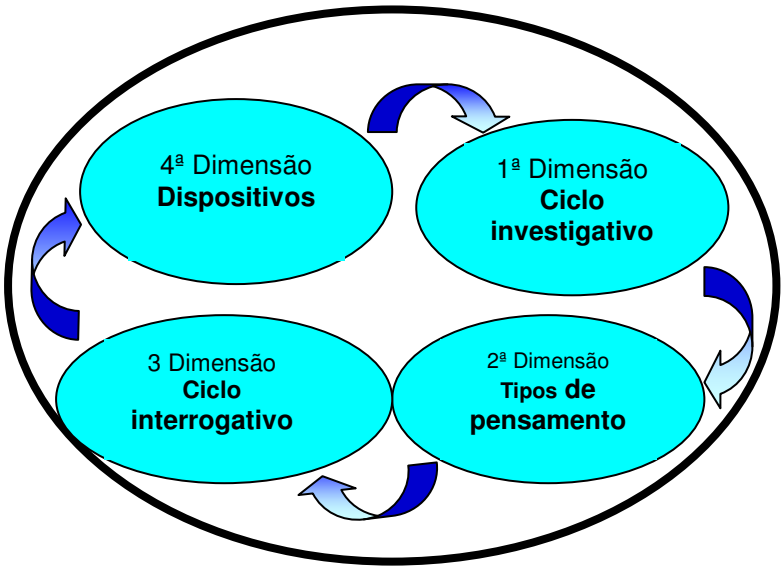
1.2.2. Pensamento estatístico: modelo PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusão)

Wild e Pfannkuch (1999) propõem uma nova estrutura que acreditamos ser complementar daquela apresentada por Gal (2002). Essa nova estrutura é composta por quatro dimensões: a primeira intitulada ciclo investigativo, a segunda, tipos de pensamento; a terceira, ciclo interrogativo e, a quarta, os dispositivos, ou seja, os

[9] WATSON, T. (1997, Assessing Statistical literacy through the use of media surveys. In the assessement challenge in satatists education, p. 107-121, apud Gal, 2002)

comportamentos atitudinais que esse pensamento envolve. O esquema 2 ilustra melhor o modelo.

Esquema 1.2. Modelo PPDAC



O modelo PPDAC, na sua primeira dimensão, o ciclo investigativo, propõe, inicialmente, a definição do problema numa dada situação, de modo que suscite a necessidade de um planejamento que permita a obtenção das amostras, assim como de um sistema de amostragem adequado à coleta, medida e interpretação desses dados no contexto. Essa primeira dimensão evidencia a importância da coleta de dados, gerada possivelmente por um problema inserido em um dado contexto, pertencente a uma dada população, que pode suscitar a necessidade de definição de amostras, bem como do processo de amostragem, de modo a permitir uma análise considerando a variação presente nesses dados. Observamos, no esquema 1.3, que as fases descritas compõem um sistema de processos interconectados, tal como apresentamos na definição de pensamento estatístico, adotada por Snee[10] apud Pfannkuch e Wild, (1999).

Esquema 1.3. Ciclo investigativo do modelo PPDAC

É importante ressaltar que, nesse momento, o sujeito raciocina sobre os dados, reconhecendo-os ou categorizando-os em quantitativos ou qualitativos, discretos ou contínuos, consciente de que o tipo de dados conduz a determinadas representações destes, podendo ser tabular, gráfica ou de medida estatística.

A segunda dimensão aborda os tipos de pensamento estatístico que vão dos gerais aos específicos. O quadro 1.2 permite uma visão mais detalhada destas categorias.

Quadro 1.2. Tipos de pensamento estatístico no modelo PPDAC

PENSAMENTO GERAL	PENSAMENTO ESPECÍFICO
• Estratégico • Explicativo • Modelar • Procedimental/ Tecnicista	• necessidade dos dados • transnumeração • onipresença da variação • modelos estatísticos • conhecimento estatístico, conhecimento do contexto e síntese.

O pensamento geral pode ser estratégico, explicativo, modelar ou tecnicista. O pensamento geral estratégico é caracterizado pelo planejamento e antecipação do

[10] SNEE (1990, p.118, apud Pfannkuch e Wild, 1999)

problema com uma limitada consciência da prática, apoiado no pensamento do tipo explicativo, que visa descrever um contexto ou situação. O modelar caracteriza-se pela construção e pela sua respectiva representação da realidade. O procedimental ou tecnicista, relacionado à técnica, marcado pela busca de procedimentos, métodos e técnicas de reconhecimento e uso de arquétipos como ferramentas utilizadas na resolução de problemas.

Já o pensamento específico contempla a necessidade dos dados, a transnumeração, a onipresença da variabilidade, a existência de modelos estatísticos, o conhecimento estatístico e do contexto, além da capacidade de sintetizar estas informações. Observamos que o segundo ciclo do modelo PPDAC é composto por elementos específicos do pensamento estatístico. Esses componentes propostos por Wild e Pfannkuch (1999) correspondem aos elementos mencionados pela ASA (American Statistical Association) na formação do pensamento específico e, apresentam elementos similares aos propostos por Gal (2002).

O primeiro componente desse pensamento é a necessidade dos dados, que implica no reconhecimento dos mesmos para que possam ser tratados devidamente. Assim, o tratamento realizado em dados discretos e contínuos requer primeiramente a identificação dos mesmos.

A transnumeração é o segundo componente apresentado por Wild e Pfannkuch (1999), definida como idéia fundamental de uma aproximação estatística, referindo-se às transformações numéricas, ou seja, às mudanças de representações que objetivam facilitar a compreensão dos dados. A transnumeração ocorre no momento em que encontramos maneiras de obter dados via medidas ou classificações dos elementos significativos coletados da realidade. Tais autores propõem três tipos de transnumeração:

1. a transnumeração obtida a partir da medida que captura as qualidades ou características do mundo real;
2. aquela que ao passar dos dados brutos a uma representação tabular ou gráfica permita significá-los;
3. a transnumeração que comunica este significado que surge dos dados, de forma que seja compreensível a outros.

Esse pensamento permite que o aluno raciocine sobre as representações dos dados, compreendendo-os, interpretando-os, analisando-os a partir dos registros, de

modo a escolher, dentre as representações, a mais adequada aos dados e ao contexto proposto. O exemplo abaixo ilustra a transnumeração acompanhada da análise da situação proposta, tal qual faremos no capítulo 3 desse trabalho.

Situação: "Observe os pesos de cinco jogadores de basquete da escola *Bom aprender*. Construa uma gráfico de colunas representando a situação descrita".

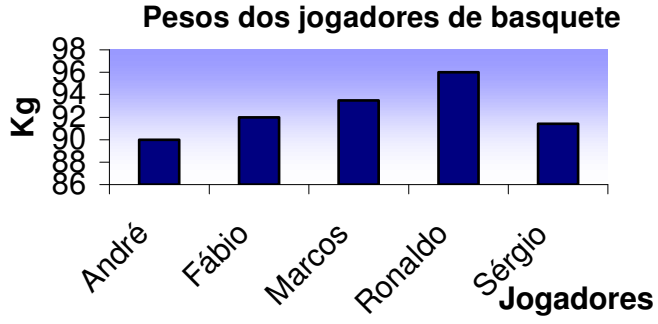
Tabela 1.1. "Pesos" dos jogadores de basquete

Jogadores	*Kg*
André	90
Fábio	92
Marcos	93,5
Ronaldo	96
Sérgio	91,4

***Tarefa (T_1)*- Representar em um gráfico de colunas os dados contidos em uma tabela.** (Transnumeração caracterizada pela passagem dos dados organizados em uma tabela para o gráfico de colunas)

Segundo Chevallard (1990), a tarefa exprime-se por verbos, ações solicitadas numa dada situação. Nesse exemplo, denominamos tarefa ***(T_1)*** aquela que pede a representação de dados contidos em tabelas num gráfico de colunas. O bloco formado por uma tarefa, no caso ***T_1*** e a técnica ***t_1*** a ela associada indica o saber-fazer. O bloco **$[T_1,t_1]$** indica tarefa 1 relacionada à técnica 1. Observamos que a técnica ***t_1*** envolve três etapas necessárias à realização da tarefa ***T_1***.

Gráfico 1.1. "Pesos" dos jogadores de basquete



(Fonte – IMENES e LELLIS, 1997 vol 1, p. 234)

Técnica (t_1)-1. Estabelecer o par ordenado (jogador, peso).

2. Localizar o par ordenado (jogador, peso) no plano cartesiano.

3. Construir barras correspondentes a cada par ordenado, sendo a base do retângulo colocada na abscissa (jogador) e a altura na ordenada (peso). A largura dos retângulos é de opção do aluno, mas deve ser única para todos os retângulos.

Discurso Teórico Tecnológico [T_1, t_1] - A técnica é desenvolvida segundo a classificação proposta por Gal (2002) sobre componentes do pensamento estatístico. Nessa situação, identificamos conhecimentos matemáticos e estatísticos como: conceito de número, gráfico de colunas abrangendo conhecimentos sobre coordenadas cartesianas, pares ordenados, localização de pares no plano, disposição dos eixos da abscissa e ordenada relacionados ao contexto. Também realizamos uma transformação numérica que Gal (2002) denomina *transnumeração*, caracterizada pela passagem dos dados organizados inicialmente em tabelas para representação gráfica.

Os autores Gal (2002), Watson (1998), Wild e Pfannkuch (1999) concordam com a relevância da transnumeração na compreensão de conceitos estocásticos (estatísticos e probabilísticos), já as representações, tabulares ou gráficas contribuem para mobilização de diferentes conceitos matemáticos e estatísticos. Por exemplo: um gráfico de colunas ou segmentos exige conhecimentos sobre plano cartesiano, par ordenado, localização de pares no plano, disposição dos eixos da abscissa e ordenada relacionados ao contexto, que, no exemplo acima, são utilizados para representar os jogadores e seus respectivos pesos.

Ao discutir a importância das representações gráficas e tabulares, Curcio[11], apud Batanero (2000) faz uma abordagem sobre a existência de diferentes níveis de compreensão de gráficos, independentemente do tipo. A compreensão dos registros gráficos envolve habilidades adequadas a cada um dos níveis de letramento estatístico proposto por Shamos (1995), como a habilidade de ler os dados, ler entre os dados e ler além dos dados. Ao considerar que existe uma evolução para a compreensão dos sujeitos acerca das diferentes formas de representação, Curcio

[11] CURCIO,F. R. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. Journal for Research in Mathematics Education,18 (5), 382 -393,1987.

(1989- apud Carvalho 2001), mais do que acentuar dicotomias entre a construção e a interpretação, concebe-a num contínuo. Mais do que valorizar uma, por oposição a outra, considera-as como um processo natural de construção e deixa, assim, um espaço essencial para o trabalho a ser desenvolvido com os alunos na sala de aula.

Além disto, o exemplo citado, permitiu-nos observar uma atividade matemática, envolvendo variáveis qualitativas, nomes dos jogadores de basquete e seus respectivos *pesos*, comumente disponíveis em livros didáticos e analisados segundo a organização praxeológica de Chevallard (1990). No entanto, não só as variáveis qualitativas integram uma atividade matemática e, portanto possíveis da passagem de um registro a outro, ou seja, da transnumeração. Por essa razão apresentamos outro exemplo envolvendo a transnumeração, dessa vez, com variáveis quantitativas.

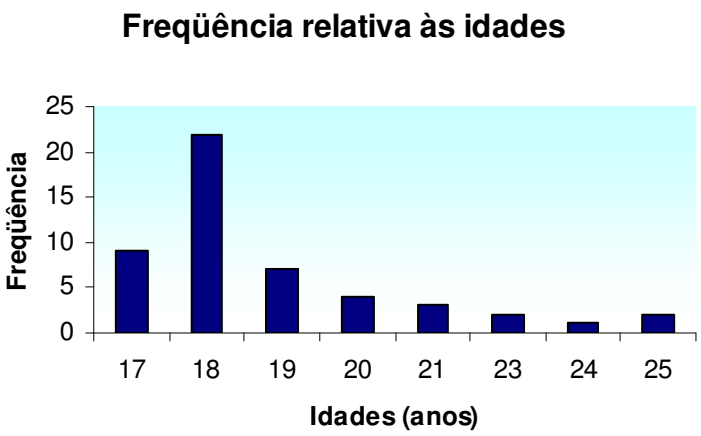
Situação- Observe a idade de 50 alunos. Construa um gráfico de colunas representando os valores observados dessa variável.

Tabela 1.2. Freqüência relativa das idades dos alunos

Idade	*freq (fi)*	*%*
17	9	18%
18	22	44%
19	7	14%
20	4	8%
21	3	6%
23	2	4%
24	1	2%
25	2	4%
	50	100%

***Tarefa (T_2)* - Representar graficamente os dados contidos em uma tabela de distribuição de freqüências de uma variável quantitativa discreta.** (Transnumeração sugerida pela passagem do registro tabular para o gráfico de colunas)

Gráfico 1 2. Freqüência relativa das idades dos alunos



Para essa tarefa, podemos identificar uma única técnica disponível para alunos no ensino fundamental que não tem o recurso de uma planilha eletrônica disponível, ou seja, devendo os alunos trabalhar em ambiente com papel e lápis.

Tarefa (T_2)- Representar graficamente os dados contidos em uma tabela de distribuição de freqüências de uma variável quantitativa discreta. (Transnumeração sugerida pela passagem do registro tabular para o gráfico de colunas).

Técnica (t_2)- 1. Estabelecer o par ordenado (x_i, y_i), no qual as idades representam as abscissas e a freqüência associada a cada valor da idade representa a ordenada do par em questão.

2. Localizar o par ordenado (x_i, y_i) no plano cartesiano.

3. Construir barras correspondentes a cada par ordenado, sendo a base do retângulo colocada na abscissa, representando as idades dos alunos e, na ordenada seu respectivo peso. A largura dos retângulos é de opção do aluno, mas deve ser única para todos os retângulos.

Aqui obtemos o bloco ***[T_2,t_2],*** em que a tarefa ***T_2*** solicita a transnumeração dos dados discretos contidos na tabela para o gráfico de colunas. Novamente encontramos neste bloco três técnicas relacionadas à tarefa ***t_2***.

Discurso teórico-tecnológico [T_2,t_2] - A técnica é desenvolvida segundo a classificação proposta por Gal (2002) sobre componentes do pensamento estatístico. Nessa situação, identificamos conhecimentos matemáticos como: conceito de número, gráfico de colunas abrangendo conhecimentos sobre coordenadas cartesianas, localização de pares no plano, disposição dos eixos da abscissa e ordenada relacionados ao contexto. Também realizamos uma transformação numérica que Gal (2002) denomina *transnumeração*, caracterizada pela passagem dos dados organizados inicialmente em tabelas para representá-los graficamente. O conhecimento estatístico mobilizado nessa tarefa foi o conceito de freqüência.

Observamos que essas duas situações são exemplos do pensamento específico envolvendo a necessidade dos dados, a transnumeração, conhecimentos matemáticos, estatísticos e do contexto. Em ambos os casos, os dados foram apresentados inicialmente em tabelas e, a tarefa solicitava a representação desses dados por meio do gráfico de colunas, ou seja, a transnumeração envolvia a passagem dos dados apresentados em tabelas para a representação gráfica, diferindo apenas na característica das variáveis, qualitativas no primeiro exemplo para quantitativas no segundo.

Percebe-se também que a transnumeração contempla, nesse caso, aspectos do pensamento geral (explicativo e estratégico) contribuindo também, para a formação do pensamento estatístico. Notamos ainda, que a disposição dos dados em tabelas mobiliza conhecimentos matemáticos distintos daqueles dispostos nos gráficos de colunas, como, por exemplo, o conhecimento sobre sistema de coordenadas cartesianas que, no registro tabular, não é necessário, enquanto, no gráfico, é indispensável.

É importante destacar que, se utilizássemos um gráfico de setores ou circular, a mudança, ou seja, a transnumeração ocorrida mobilizaria conceitos como os de proporção, ângulo, porcentagem diferentemente daqueles mobilizados para o gráfico de colunas e/ou segmento. Isso porque a construção de um gráfico de setor envolve conhecimentos de circunferência relacionados a ângulos e, conseqüentemente, à unidade de medida, grau. No entanto, para representarmos os dados numa circunferência, precisamos estabelecer uma porcentagem correspondente a cada

variável envolvida na situação proposta e, por meio da proporção entre porcentagem e ângulo da variável, poderemos localizá-la.

O terceiro componente do pensamento específico apresentado no quadro 1.2 é o de variabilidade, componente essencial à formação do pensamento estatístico.

Moore (1998), em seu estudo sobre a variabilidade associa essa idéia a um fato da vida estando presente em tudo a nossa volta e, acrescenta que a variabilidade permite o desenvolvimento do senso crítico intercedendo em nossas decisões. O autor considera a variação a diferença entre dois itens produzidos pelo mesmo processo e afirma que, sem a variação, haveria pouca necessidade de estudar e usar o pensamento estatístico.

Em seu artigo *Pensamento estatístico e seu papel para coordenadores industriais e gerenciais do século XXI* esse autor destaca a importância de compreender, analisar, quantificar e reduzir a variação de modo a obter sucesso em qualquer negócio. No entanto, faz-se necessário identificar a variação, para depois caracterizá-la e quantificá-la, a fim de que possamos compreendê-la, bem como o processo que a produziu. Dessa forma, teremos condições de trabalhar para mudar o processo instaurado, podendo alterar a variação encontrada. O desempenho de um processo é influenciado por sua média e a quantidade de variação em torno do desempenho médio. Ainda nesse artigo, Moore (1998) destaca que, numa empresa ou indústria, quando se pensa em algum tipo de melhoria, é necessário compreender os fatores que influenciam tal desempenho médio e a variabilidade envolvida nesse processo.

Contudo, é no pensamento estatístico que obtemos informações de como tratar a variabilidade, como coletar e usar dados de modo a contribuir para uma tomada de decisões eficaz nos diversos contextos. O primeiro princípio do pensamento estatístico é que todo trabalho ocorre em um sistema de processos interconectados como vimos em Snee[12], apud Wild e Pfannkuch (1999): “Assim podemos reconhecer que todo trabalho é uma série de processos interconectados onde identificar, caracterizar, quantificar, controlar, e reduzir a variação propiciam oportunidades de melhoria”.

Quanto aos modelos estatísticos utilizados para investigar o pensamento estatístico, tanto Gal (2002) quanto Wild e Pfannkuch (1999) concordam sobre a

[12] SNEE (1990, p.118, apud Pfannkuch e Wild, 1999)

importância deles e de suas transformações ao registrar tal pensamento. Os autores têm pensamentos similares em relação aos elementos básicos do pensamento estatístico que são: conhecimentos do contexto, conhecimentos estatísticos, a transnumeração e a informação dos dados, assim como a influência dos comportamentos atitudinais no desenvolvimento de uma postura crítica.

Uma diferença encontrada nesses dois trabalhos é que Wild e Pfannkuch (1999) explicitam a variabilidade na formação do pensamento estatístico, fato que Gal (2002) não chega a mencionar.

No entanto, os componentes do pensamento específico não devem ser analisados isoladamente, já que estão articulados entre si. Sobre o *conhecimento do contexto*, sabemos que este permite uma visão dos números e das informações dentro de um dado contexto da realidade. Ele é o determinante principal de familiaridade do leitor com as fontes de variação ou erro. Combinando o conhecimento do mundo com habilidades do letramento estatístico, teremos elementos para uma reflexão crítica sobre as mensagens estatísticas, além de uma melhor compreensão das implicações dos significados dos números evocados numa dada situação.

É importante ressaltar que cada um desses componentes não deve ser visto como entidades fixas e desarticuladas, mas como um conjunto *contexto-dependente*, dinâmico do conhecimento e atitudes que permitem, junto à estatística, o desenvolvimento de um comportamento crítico.

Conjuntamente com os componentes do conhecimento temos os dispositivos relativos aos valores e atitudes críticas do indivíduo que baseados na análise dos dados, formam o pensamento estatístico. A postura crítica está diretamente associada às relações estabelecidas pelo indivíduo nesses dois campos propostos por Gal (2002), que nos remete mais uma vez à presença da variabilidade no estudo das incertezas.

Ao analisarmos os livros didáticos, observamos como as atividades propostas aos alunos incentivam a transnumeração de registros numa ação conjunta com o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos e estatísticos necessários à formação do pensamento estatístico. Contudo, nesta análise, percebemos uma deficiência de atividades que solicitam a coleta de dados, bem como a busca por significados e pela natureza dos mesmos, o que acreditamos ser importante para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Em contrapartida, há uma priorização nos registros tabulares e gráficos, sem a devida exploração e institucionalização dos conceitos estatísticos envolvidos. A transnumeração sugerida enfatiza exclusivamente o registro, ou seja, a transformação é considerada como uma organização de dados mecânica, sem relacioná-los aos conceitos matemáticos e estatísticos presentes em cada registro, deixando ao aluno a responsabilidade de percebê-los e associá-los sozinho.

Há ainda maior ênfase nos conceitos estatísticos de média aritmética e ponderada e pouca ou nenhuma abordagem nos conceitos como distribuição de freqüência, mediana, moda e, lamentavelmente nenhuma, ênfase na variabilidade. Detalharemos melhor essa análise no capítulo 3 deste texto.

As terceira e quarta dimensões do pensamento estatístico, o ciclo interrogativo e os comportamentos atitudinais, retratam as ações necessárias à análise dos dados que contribuem para a formação de uma postura crítica do indivíduo numa instância não recomendada a esse segmento escolar. No entanto, como nossa pesquisa objetiva investigar os conceitos estatísticos de base em professores do ensino fundamental, restringiremos nossos estudos aos componentes do conhecimento (conhecimento matemático, conhecimento estatístico e conhecimento do contexto) propostos por Gal (2002) na formação do pensamento estatístico e, as duas primeiras dimensões do modelo PPDAC constituintes desse pensamento propostos por Wild e Pfannkuch (1999).

Adotamos neste trabalho as fases propostas por Gal (2002), particularmente procurando identificar os conhecimentos estatísticos, matemáticos e do contexto, bem como as habilidades do aluno.

Buscamos com este estudo identificar estágios do pensamento estatístico e, com base nessas leituras, nos questionamos sobre o ensino atual dos conteúdos dessa área do saber, seja na escola básica ou na formação de professores, inicial e continuada.

2. PROBLEMÁTICA E OBJETIVOS

2.1 Introdução

Esse capítulo está dividido em três partes: a primeira com a apresentação das questões de pesquisa que motivaram esse trabalho, a segunda com nossas hipóteses de pesquisa e, finalmente a terceira sobre os procedimentos metodológicos utilizados.

2.2. Problemática

Estudando o pensamento estatístico e considerando-o como fundamental ao desenvolvimento de conceitos necessários à formação estatística de um cidadão, deparamo-nos com inquietações que nos levaram às duas questões já explicitadas no final de cada secção do capítulo anterior. Acreditamos que as concepções docentes podem ser formadas, seja por sua formação inicial, seja por sua prática docente, esta última, por sua vez, muito mais freqüente que a primeira, como constatamos em Gonçalves (2004).

Diante dessas indagações, levantamos a seguinte questão.

Que relações podem ser estabelecidas entre as concepções docentes sobre sua prática no ensino da estatística e as formas de apresentação desses conteúdos nos livros didáticos?

Como nosso público-alvo são professores de matemática em exercício na educação básica, objetivamos analisar o livro didático, uma vez que tais professores utilizam esse recurso didático como fonte de formação e informação na elaboração de seu planejamento de aulas, ou seja, utilizam o livro como mediador de sua prática docente.

No intuito de aprofundar nossas investigações, formulamos duas questões complementares à primeira, que também pretendemos responder com o presente trabalho. São elas.

Qual organização matemática pode ser identificada nos livros didáticos?

Quais dimensões do pensamento estatístico são contempladas nessa organização matemática identificada?

2.3 Hipóteses da pesquisa

Nesse sentido, levantamos três hipóteses que pretendemos verificar sua validade.

1. Existe um desencontro entre as orientações dadas nos livros didáticos e os PCN's para o ensino fundamental e as concepções e crenças dos docentes frente à estatística e seus conceitos de base (freqüência, distribuição de freqüência, medidas de tendência central e variabilidade). Enquanto a orientação dos livros didáticos e dos PCN's enfatizam a necessidade de se trabalhar com os conceitos estatísticos de base, o professor, na sua prática, não segue tal recomendação.

A segunda hipótese parte da pesquisa realizada por Gonçalves (2004) que comprovou a existência de uma relação entre a concepção atual dos professores em probabilidade e a prática por eles adotada. Acreditamos que o mesmo acontece em estatística, isto é, as concepções dos professores têm origem em sua prática docente, favorecendo uma concepção da estatística que prioriza os métodos e técnicas algorítmicas.

A terceira e última hipótese de pesquisa levantada está relacionada aos conceitos elementares da estatística descritiva. Partimos da hipótese de que os professores tratam as representações tabulares e gráficas dos dados simplesmente como registro. É o registro pelo registro, não destacam os conceitos matemáticos e estatísticos mobilizados em cada um deles, ou seja, não consideram o processo de transnumeração, deixando ao aluno a responsabilidade de fazê-lo sozinho, o que constitui um obstáculo didático para a aprendizagem deste .

2.4 Procedimentos metodológicos

No intuito de responder nossas questões, aplicaremos um questionário para 20 professores de matemática do ensino fundamental e médio que estão atualmente

em exercício, seja em escolas públicas ou privadas de Belo Horizonte (MG). A escolha desses professores não obedeceu a uma amostragem aleatória, uma vez que buscamos a participação voluntária dos docentes, com os quais já tínhamos estabelecido vínculos profissionais. Esse primeiro contexto permitiu estender o convite a outros profissionais que lecionam nas mesmas escolas que nossos contatos iniciais.

Vale ressaltar que os professores, previamente selecionados e/ou convidados, recebiam o questionário e iniciavam sua resolução, principalmente, a Parte A, em nossa presença. Ao chegar à Parte B, segunda parte do questionário, faziam uma leitura inicial e solicitavam um tempo maior para respondê-lo, ou seja, levá-lo para casa. Permitimos a extensão do tempo, o que ocasionou o surgimento de um novo obstáculo: os professores não devolviam o questionário e dificultaram nosso acesso aos mesmos.

Diante de tal realidade, resolvemos contatá-los para marcar um encontro, em que juntos, discutiríamos e resolveríamos as duas situações-problema do questionário. Ainda assim, muitos não deram retorno, e outros não devolveram o questionário. Acreditamos que tal fato esteja relacionado ao medo do professor de ser avaliado, uma vez que não se sentem seguros quanto aos conhecimentos estatísticos.

O instrumento acima citado é composto por duas partes distintas: a primeira que identifica o perfil do professor em exercício explicitando seus dados pessoais e profissionais e, a segunda, as concepções desse docente quanto aos conceitos estatísticos de base por meio de duas situações-problema. A primeira situação-problema contempla dados discretos e, a segunda, dados contínuos. Ambas têm questões abertas e distintas, que exploram a resolução do professor em nível compatível com a resolução de seu aluno. Em cada situação-problema, o docente identifica os conceitos estatísticos e matemáticos presentes na resolução proposta, bem como indica os conceitos já conhecidos pelos alunos e, até mesmo aqueles cuja abordagem acreditam ser necessária ao nível de escolaridade dos alunos. Nas duas situações propostas em nosso questionário, solicitamos a indicação das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de tais conceitos.

Nossa intenção, ao utilizar esse questionário, é investigar as concepções dos professores sobre o pensamento estatístico, juntamente com a análise feita em livros didáticos, para, assim, identificarmos os conceitos estatísticos que esses

professores privilegiam para sua prática docente, bem como as tarefas e técnicas mais freqüentes nos livros didáticos em uso atualmente que influenciam a prática docente. Acreditamos que esses dados nos permitirão identificar o nível de letramento (cultural, funcional ou científico) de nossos professores, conforme descrição já feita no capítulo 1 deste trabalho.

Para analisar esse questionário, contamos com o auxílio do *software* Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva –C.H.I.C.– que possibilita análise hierárquica de similaridade e/ou coesitiva dos dados qualitativos coletados, evidenciando as inter-relações encontradas entre as respostas dadas por cada professor e as respostas dadas por todos os professores colaboradores.

Para utilizarmos o programa C.H.I.C., inicialmente, codificamos todas as respostas dadas pelos professores no instrumento diagnóstico. Estabelecemos, assim, um conjunto de variáveis estatísticas que dizem respeito aos dados pessoais como idade, gênero, anos de atuação na educação e outros, de cada sujeito participante, considerando-os como variáveis suplementares. Tais variáveis receberam o código de identificação (V – variáveis - seguidas de valores numéricos ordenados de forma crescente acompanhados da letra minúscula –*s*– indicando a classificação de variável suplementar). Assim, um professor do sexo masculino será codificado como: (V6s). Já, na parte B do questionário, composta por questões subjetivas e abertas, selecionamos palavras-chave de cada resposta, de tal forma que constituíssem o conjunto das variáveis estatísticas principais codificadas como (V- variáveis - seguido de um valor numérico). Por exemplo, para um professor que cita a representação do gráfico de colunas como necessário à resolução de uma situação—problema, selecionamos a palavra-chave *cita gráfico de colunas*, codificando-a como (V48).

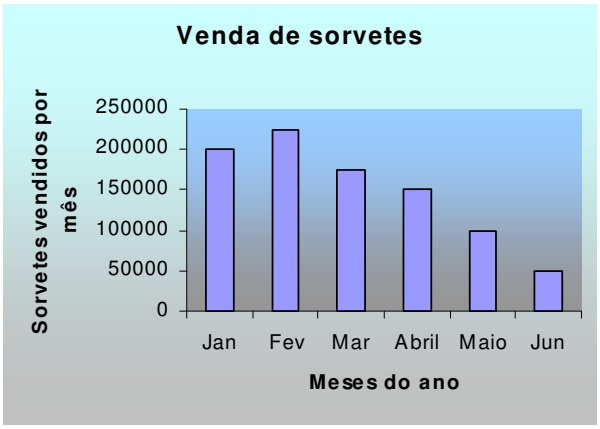
Depois de estabelecidas as variáveis principais e suplementares, ambas devidamente codificadas elaboramos uma planilha eletrônica explicitando os códigos atribuídos anteriormente a cada variável, em cada resposta dada por cada professor. Nessa tabela, cada linha identifica o professor e cada coluna a codificação recebida por ele, por questão. Cada código dessa planilha tinha duas possibilidades de ocorrência, 0 ou 1, as quais atribuímos 1 para a presença do atributo ou 0 para a ausência do mesmo (variáveis binárias e, portanto, dicotômicas). Assim, por exemplo, para a variável suplementar *gênero* identificamos duas possibilidades para as respostas, codificadas como (V6s) para o sexo masculino e (V7s) para o

feminino, de tal forma que o código (V6s) terá ocorrência 1 se o professor em questão for homem e 0 se for feminino. Assim que essa planilha ficou pronta, submetemo-la ao *software* C.H.I.C., solicitando, primeiramente, uma classificação das variáveis principais e das suplementares por meio de uma análise hierárquica de similaridade que possibilita uma visualização de semelhanças e classes de variáveis mapeadas em níveis de uma árvore hierárquica. As variáveis são organizadas e analisadas segundo agrupamentos e intersecções que esse *software* disponibiliza. Tal classificação é representada graficamente por uma árvore de similaridade. É possível identificar na árvore a similaridade existente, a partir dos cruzamentos explícitos entre variáveis e sujeitos, o que detalharemos melhor nos capítulos 5 e último desta pesquisa.

Complementando nossos estudos, optamos por analisar duas coleções de livros didáticos de matemática do ensino fundamental, segundo a Teoria Antropológica do Didático e, identificando em cada situação, os componentes do conhecimento propostos por Gal (2002) (conhecimento matemático, estatístico e do contexto) presentes nas atividades sugeridas nos livros. Nessa análise, explicitaremos as tarefas solicitadas em cada atividade, as técnicas apropriadas à resolução de cada tarefa e o discurso teórico-tecnológico (conceitos, teoremas, propriedades) mobilizado pelo aluno ao executar técnicas identificadas em cada tarefa. Vale ressaltar que esse discurso teórico-tecnológico é composto pelos componentes do conhecimento acima mencionados: o matemático, o estatístico e do contexto, conforme o exemplo abaixo.

Situação - "O gráfico mostra as vendas dos sorvetes QFRIO".

Gráfico 2.3- Venda de sorvetes



(Fonte – IMENES e LELLIS, 1997, p.248)

a) “Qual foi a média aritmética mensal do número de sorvetes vendidos?
b) Em que meses a venda esteve acima da média? Quando esteve abaixo da média?
c) Veja o que disse o pingüim e explique por que as vendas caíram do início para o fim do semestre?”

Tarefa (T_3)- Calcular a média aritmética da quantidade de valores apresentados em um gráfico de colunas.

Técnica (t_3)- 1. Somar a quantidade de sorvetes vendidos no semestre e dividi-los por 6.

Discurso Teórico- Tecnológico [T_3,t_3]- Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conhecimento de número; sistema de coordenadas cartesianas; operações da adição e divisão de naturais. O conhecimento estatístico mobilizado é o do algoritmo de média aritmética. Há indício da transnumeração, sugerida pela passagem dos dados do registro gráfico para o registro numérico.

Tarefa (T_4)- Ler e interpretar dados apresentados no gráfico de colunas.

Técnica (t_4)- 1. Buscar no gráfico os valores procurados, associando variável com mês do ano.
2. Localizar cada par (x_i,y_i) do plano.
3. Comparar o tamanho das barras do gráfico relacionando-as à quantidade de sorvetes vendidos;

Discurso Teórico- Tecnológico [T_4,t_4]- Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conhecimento de número e sistema de coordenadas cartesianas na localização de pares ordenados. Há indício da transnumeração sugerida pela passagem dos dados do registro gráfico para o registro numérico.

Com esses procedimentos, esperamos responder as questões que motivaram esta pesquisa, bem como validar ou não nossas hipóteses.

3. ASPECTO INSTITUCIONAL: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresentamos um estudo dos conceitos estatísticos de base e sua abordagem em livros didáticos do ensino fundamental adotados em um grande número de escolas de Belo Horizonte. Apoiar-nos-emos na Teoria Antropológica do Didático envolvendo a organização praxeológica Chevallard (1996), para investigar os tipos de tarefas, técnicas e discurso teórico-tecnológico contemplados nesses livros.

3.2. Uma abordagem histórica do pensamento estatístico em livros didáticos

Primeiramente, investigamos uma coleção da década de 60, mas, infelizmente, não encontramos atividades relacionadas aos conceitos estatísticos de base, o que pode indicar que o professor formado nessa época na escola básica teve contato com esses conceitos apenas no ensino superior.

Nas décadas de 70, 80 e 90 antes da publicação dos PCN's, deparamo-nos com a mesma ausência de abordagem encontrada na década de 60. É importante lembrar que a maioria dos professores em exercício tem sua formação básica e secundária nesse período, em que a estatística não era trabalhada na escola básica.

Somente na década de 90, mais precisamente depois da divulgação dos PCN's comprovamos a incorporação da estatística no ensino fundamental. A partir desse período, os livros didáticos passam a apresentar capítulos ou secções específicas sobre estatística ou contemplam conceitos estatísticos ao longo do livro.

Analisamos duas coleções completas do ensino fundamental da década de 90, mas, antes de iniciar tal estudo, detalhamos nosso entendimento pela organização praxeológica de Chevallard (1996) que fundamentará nossa análise.

3.3 Análise de livros didáticos segundo a organização praxeológica

A Teoria Antropológica do DIdático situa a atividade de estudo em matemática no conjunto das atividades humanas e também das instituições sociais, objetivando compreender o desenvolvimento dos conceitos e procedimentos matemáticos. Assim, podemos explicitar as tarefas e técnicas solicitadas em cada atividade e a teoria que o sujeito mobiliza ao se deparar com determinadas situações.

Em toda atividade humana e, com certeza, na atividade do professor, uma tarefa a ser cumprida está vinculada a uma ou mais técnicas que serão desenvolvidas com o objetivo de resolver o problema proposto na tarefa. Essa técnica está, por sua vez, associada a uma tecnologia que constitui a justificativa teórica que permite o desenvolvimento da técnica em questão e, finalmente, possibilitando identificarmos a teoria matemática que contém tal conceito, que é o campo no qual os elementos teóricos identificados na tecnologia estão inseridos. Esses elementos constituem a base da organização praxeológica.

Assim, consideramos *tarefa* o termo que determina uma tipologia de problemas que podem ser resolvidos por uma *técnica*, que constitui os procedimentos necessários à resolução da tarefa solicitada em determinado exercício, ou seja, a forma como os elementos ostensivos são manipulados com objetivo de resolver o problema proposto. Desse modo, por exemplo, se a tarefa é a realização de uma leitura e interpretação de tabelas ou gráficos de um conjunto de dados, poderemos ter mais de uma técnica que permite a sua resolução: como a de buscar nas tabelas ou gráficos valores procurados, associando freqüência com a variável considerada, a de calcular a média aritmética ou ponderada, a de decidir sobre os dados analisados e outras.

Cada uma dessas técnicas é justificada por uma *tecnologia*, que é formada pelo conjunto de conceitos (elementos não ostensivos) que são mobilizados pela técnica. Essa tecnologia por sua vez é explicada por uma *teoria*, que segundo Chevallard[13] (1995) é a justificativa da justificativa, ou ainda, a tecnologia da tecnologia. Neste trabalho utilizamos o termo discurso *teórico-tecnológico*, que é a explicitação da teoria e da tecnologia em relação a uma técnica, de forma simultânea.

Para o autor, essa organização, formada pela tríade tarefa, técnica e discurso teórico-tecnológico, permite uma organização local e uma global do estudo de um

[13] ["...]au délà technologie que justifie la technique, une justification de cette justification: soit une technologie de la technologie, que j'appelle la théorie de la technique..."

conceito ou tema e dos seus circundantes, fatores externos presentes no contexto escolar que interferem no processo de aprendizagem.

A primeira coleção analisada é a coleção intitulada *Matemática* de Imenes e Lellis com publicação datada do ano de 1997.

Essa coleção apresenta quatro volumes, um para cada série dos ciclos finais do ensino fundamental. Em cada um dos volumes encontramos um capítulo específico destinado ao ensino da estatística e probabilidade. Os autores apresentam o tema por meio de situações cotidianas envolvendo compra e venda de objetos, jogos, lançamento de dados, moedas e outros. Os exercícios são todos contextualizados e ricos em representações tabulares e gráficas.

Na 5ª série, são propostos 22 exercícios relativos ao ensino da estatística, na 6ª série são 34, dos quais 14 abordam aplicação do conceito de porcentagem sem referência ao pensamento estatístico, razão peça qual não analisaremos neste trabalho. Na 7ª série são 20 exercícios, na 8ª série seis, totalizando nesse segmento escolar 84 exercícios sobre a estatística.

A segunda coleção analisada é *Aprendendo matemática* (Novo) de Giovanni e Parente, 2002 (aprovada pelo PNLD 2005). Essa coleção, diferentemente da primeira, não apresenta capítulo específico de estatística em todos os volumes, exceto na 8ª série, em que os autores abordam a estatística em um capítulo específico. Nas demais séries, a estatística aparece em uma ou mais secções de um dado capítulo ou unidade.

Na 5ª série, há uma secção, a de número 4, na unidade 1 referente a tabelas e gráficos, que destaca o gráfico de colunas. Os autores fazem, inicialmente, uma abordagem sobre o gráfico de colunas como forma de representação de situações cotidianas. Orientam sobre a construção de um gráfico de colunas a partir de um texto ou tabela dados, para depois apresentar a série de exercícios. São 12 exercícios nessa secção e mais três ao longo do livro. Encontramos ainda nesse volume, uma secção na unidade 8 que aborda o conceito estatístico de média aritmética, enfatizando seu algoritmo em apenas três exercícios, num total de 18 exercícios sobre o pensamento estatístico.

Na 6ª série, há uma secção na unidade 5 intitulada “Sistema cartesiano” em que os autores exploram o gráfico de segmentos, orientam a construção deste por meio do gráfico de colunas, ou seja, explicitam e estimulam a transnumeração ocorrida na passagem do gráfico de colunas para o gráfico de segmentos. A ênfase

dada nessa secção é para o gráfico de segmentos totalizando oito exercícios exclusivamente sobre esse registro. No entanto, ao longo dos demais capítulos, encontramos exercícios abordando gráfico de colunas e tabelas, num total de 9 exercícios. Os autores dessa coleção apresentam, ao todo, na 6ª série, 17 exercícios envolvendo a estatística.

Na 7ª série, não encontramos nem unidade e nem secção que abordassem a estatística. Apenas cinco exercícios foram localizados ao longo do livro. Entretanto, no volume da 8ª série, a estatística recebe um capítulo ou unidade específica. Nela, os autores concluem o estudo sobre os conceitos estatísticos privilegiando os registros tabulares e gráficos (colunas, segmentos e setores) e, apresentando um estudo sobre média aritmética e ponderada. Ao todo, são 35 exercícios propostos para essa série.

Percebemos que essa coleção apresenta diferentemente da coleção anterior, orientações sobre a construção dos gráficos de colunas, segmentos e tabelas, como também apresenta exercícios, mesmo que em número insuficiente, que envolvem a transnumeração proposta por Wild e Pfannkuch (1999).

No intuito de compreender melhor a organização praxeológica adotadas nessas coleções, selecionamos exemplos em que descrevemos em cada tarefa a(s) técnica(s) envolvidas e o discurso teórico-tecnológico que as justifica.

Tarefa (T_5)- Organizar dados em tabelas a partir de um texto dado

Situação - *"*Leia a notícia:

"Fãs se agitam por seus ídolos"

O cantor Dogoberto Carlos recebeu 508 votos no Rio de Janeiro e 708 em São Paulo; Cláudio Ricardo tem 609 votos no Rio de Janeiro e 2.004 em São Paulo; e Raposão tem 903 votos no Rio de Janeiro e o dobro em São Paulo, enquanto Dudu tem 704 no Rio de Janeiro e só 600 em São Paulo!

A) A notícia se refere a uma consulta sobre a preferência popular entre quatro cantores famosos. Só que as informações são confusas. Para organizá-las, desenhe e complete uma tabela, usando o modelo.

Tabela 3.3. Preferência popular de cantores

CANTOR	***VOTOS***	
	Rio	São Paulo

(Fonte- IMENES e LELLIS, 1997 p 243)

B) Calcule o total de votos de cada cantor e faça uma nova tabela, apenas com o nome e o total. Atenção: organize os totais em ordem decrescente“..

Tarefa (T_5)- Organizar os dados em tabelas a partir da leitura de um texto.

Técnica (t_5)- 1. Identificar no texto o nome de cada cantor e a quantidade de votos obtidos por ele em cada cidade.

2. Registrar, na primeira coluna da tabela, os nomes dos cantores e, na segunda, a quantidade de votos obtidos por cada um de acordo com a cidade.

Discurso teórico-tecnológico [T_5,t_5]- O conhecimento matemático envolvido no bloco ***[T_5,t_5]*** é o conceito de número e operações matemáticas. Percebemos um indício de transnumeração, uma vez que os dados foram organizados em tabelas, a partir de um texto dado, ou seja, houve uma transformação marcada pela passagem do registro textual para o tabular, de modo a facilitar a leitura e interpretação desses dados.

Tarefa (T_6)- **Organizar os dados totalizados em uma tabela a partir de outra**.

Técnica (t_6)- 1. Efetuar a adição dos votos de cada cantor nas duas cidades, reorganizando-os.

Discurso teórico-tecnológico [T_6,t_6]- O conhecimento matemático mobilizado no bloco ***[T_6,t_6]:*** é o conceito de número. Novamente, um indício

de transnumeração, já que os dados foram organizados em uma tabela a partir de outra e, da inclusão de novos dados.

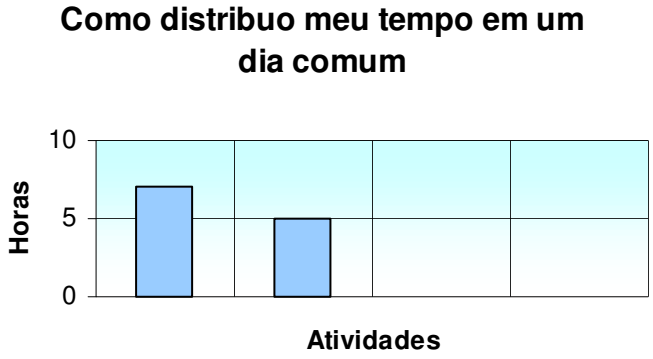
Encontramos na coleção do Imenes e Lellis (1997), três exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_5,t_5]*** na 5ª série, cinco na 7ª série e a penas um na 8ª série. Já na coleção de Giovanni e Parente (2002), esse bloco aparece somente na 6ª série com oito exercícios.

O bloco ***[T_6,t_6]***, referente à organização de dados totalizados em uma tabela a partir de outra, aparece em um único exercício na coleção do Imenes e Lellis e não aparece na coleção de Giovanni e Parente (2002).

Tarefa (T_7):- **Organizar gráfico de colunas a partir de dados coletados pelo próprio aluno.**

Situação - "Veja o gráfico que Marta está começando a fazer. Prepare um gráfico desse tipo você também, mostrando como seu tempo é distribuído. Será que você gasta mais tempo com lazer (TV, brincadeiras etc.) do que com estudo? Coloque um título em seu gráfico."

Gráfico 3 4. Distribuição do tempo num dia



(Fonte- IMENES e LELLIS, 1997, p.245)

Tarefa (T_7) - Organizar gráfico de colunas a partir de dados coletados pelo próprio aluno.

Técnica (t_7)- 1. Coletar dados envolvendo hábitos de estudo. As ações que permitem a representação dos dados em gráficos de colunas são as mesmas mencionadas na Tarefa ***(T_1).***

Discurso Teórico Tecnológico [T_7,t_7]- Os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados são: conceito de número, unidade de tempo e sistema de coordenadas cartesianas. A transnumeração evidencia-se pela coleta de dados e sua representação no gráfico de colunas.

Encontramos na primeira coleção analisada, Imenes e Lellis (1997), dois exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_7,t_7]*** na 5ª série, um na 6ª série e a penas um na 8ª série. Já, na coleção de Giovanni e Parente (2002), esse bloco não foi encontrado.

Tarefa (T_8)- **Construir gráfico de segmentos para representar dados coletados pelo aluno.**

Situação- "Faça uma pesquisa em sua turma, perguntando a altura e a idade de cada colega. Construa um gráfico de segmentos apresentando o resultado obtido em sua pesquisa".

Tarefa (T_8)- Construir gráfico de segmentos para representar dados coletados pelo aluno.

Técnica(t_8)- 1. Coletar dados brutos referentes à altura e à idade dos alunos de uma turma.

2. Estabelecer o par ordenado (x_i, y_i).

3. Localizar o par ordenado (x_i, y_i) no plano cartesiano.

4. Unir os pontos localizados no plano cartesiano utilizando segmentos de reta.

Discurso teórico-tecnológico [T_8,t_8]- Os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados são: conceito de número, sistema de coordenadas cartesianas, produção de dados e conceito de freqüência. A transnumeração

ocorre com a passagem dos dados produzidos em um registro qualquer escolhido pelo aluno durante a coleta de dados, para o gráfico de segmento.

Encontramos na coleção dos autores Imenes e Lellis (1997), apenas três exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_8,t_8]*** e somente na 6ª série, enquanto, na coleção de Giovanni e Parente (2002), esse bloco não foi encontrado.

***Tarefa (T_9)*- Construir um gráfico de setores para representar dados coletados pelo aluno.**

Situação- *"*Pesquise, em sua sala, a preferência de esportes dentre: vôlei, natação, futebol e outros. Determine a porcentagem de cada preferência e, através de uma regra de três, determine os ângulos correspondentes a cada porcentagem. Construa, agora, um gráfico de setores ilustrando sua pesquisa".

Tarefa (T_9)- Construir um gráfico de setores para representar dados coletados pelo aluno.

Técnica (t_9)- 1. Coletar dados sobre a preferência de esportes.
2. Fazer contagem relativa a cada esporte citado.
3. Encontrar a porcentagem correspondente à quantidade de alunos que preferem cada esporte, por meio da regra de três entre esporte preferido e a porcentagem correspondente.
4. Estabelecer nova regra de três entre a porcentagem obtida acima e o ângulo correspondente na circunferência.
5. Construir a circunferência e localizar o setor circular correspondente à porcentagem correspondente ao ângulo acima relacionado.

Discurso teórico-tecnológico [T_9,t_9]- Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conceito de número, razão, porcentagem, proporção, ângulo, medida de ângulo e setor circular. O conhecimento estatístico envolvido foi à necessidade e pertinência dos dados. A transnumeração ocorre com a

passagem dos dados produzidos em um registro qualquer escolhido arbitrariamente pelo aluno durante a coleta, para a organização destes no gráfico de setores.

Encontramos na primeira coleção analisada, dois exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_9,t_9]*** e, somente na 7ª série, enquanto, na coleção de Giovanni e Parente (2002), esse bloco não foi encontrado.

Tarefa (*T_{10}*)- Obter o valor de um dado conhecido à média aritmética e os demais valores.

Situação: "Márcio, Jorge e Ana Luísa jogaram três partidas de *pinball*. Veja os resultados":

Tabela 3.4- Pontuação dos jogadores por partida

Jogadores	*Partida 1*	*Partida 2*	*Partida 3*	*Média*
Márcio	20 000	23 000	26 000	M
Jorge	29 000	21 000	J	24 500
Ana Luísa	28 000	22 000	A	25 000

(Fonte- IMENES e LELLIS, 1997, p. 248)

A) Descubra os números A, J e M que faltam na tabela.
B) Quem ganhou mais partidas? Quem tem a maior média por partida? "

Tarefa referente à letra A da situação proposta.

Tarefa (*T_{10}*)- Obter o valor de um dado, conhecido à média aritmética e os demais valores.

Técnica **(t_{10})-**: 1. Multiplicar a média aritmética dos jogadores Jorge e Ana Luísa por 3.

2. Subtrair os valores encontrados no item 1 pelos demais valores correspondentes à pontuação de cada jogador.

Discurso teórico-tecnológico ***[T_{10},t_{10}]-*** Os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados são: conceito de número, operações da adição, multiplicação, subtração e divisão de números naturais e o conceito de média aritmética.

B) Quem ganhou mais partidas? Quem tem a maior média por partida?

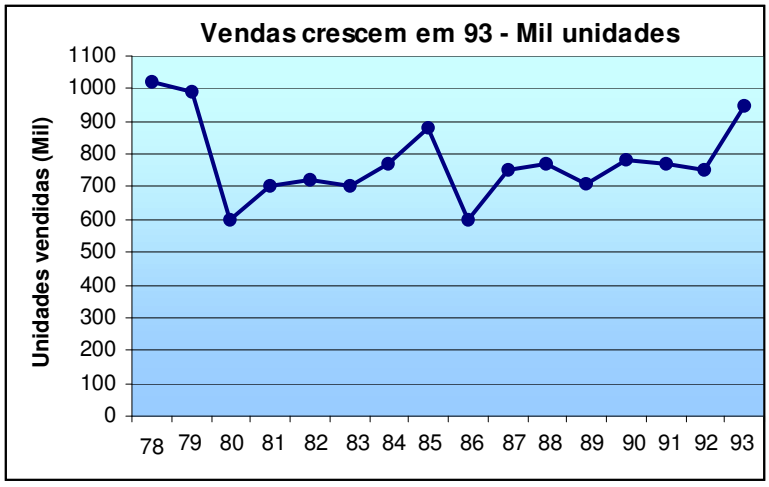
A tarefa que responde essa letra é a Tarefa [14]***(T_3):*** pertencente ao bloco ***[T_3,t_3],*** já mencionada anteriormente.

Encontramos na coleção dos autores Imenes e Lellis (1997), apenas um exercício envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_{10},t_{10}]*** e só na 5ª série. Já, na coleção de Giovanni e Parente (2002), esse bloco não foi encontrado.

Tarefa (T_{11})- Leitura e interpretação de dados dispostos em gráfico de segmentos

Situação-"Este gráfico sobre o desempenho da indústria automobilística brasileira foi publicado num jornal. Responda, de acordo com o gráfico:

Gráfico 3.5- Vendas de automóveis no período de 15 anos



(Fonte- IMENES e LELLIS, 1997, p.238)

[14] T_3- calcular a média aritmética de dados representados no gráfico de colunas

A) Quantos veículos, aproximadamente, foram vendidos em 1993?
B) Em que anos as vendas foram mínimas? Quanto se vendeu nesses anos?
C) Qual o ano em que foram vendidos mais veículos? Quantos foram vendidos nesse ano?
D) Por que será que, em certos anos, houve grande queda na venda de veículos? Tente explicar".

Tarefa **(T_{11})-** Leitura e interpretação de dados dispostos em gráfico de segmentos.

Técnica (t_{11})- 1. Localizar as coordenadas (x_i,y_i) no plano cartesiano associando carros vendidos e seu respectivo ano de venda.
2. Comparar a altura dos pontos representados no gráfico relacionando-os a quantidade de carros vendidos.

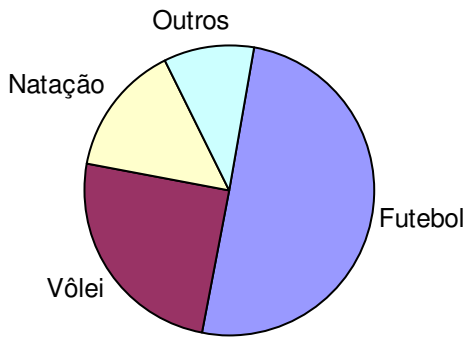
Discurso teórico-tecnológico [T_{11},t_{11}]- Os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados são: conceito de número, coordenadas cartesianas e freqüência. A transnumeração ocorre na passagem da representação gráfica por meio de segmentos para o registro numérico.

Encontramos na primeira coleção, sete exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_{11},t_{11}]*** na 6ª série e apenas um na 7ª série. Já, na coleção de Giovanni e Parente (2002), encontramos 7 exercícios na 6ª série e três na 8ª série.

Tarefa (T_{12})- Leitura e interpretação de dados em diagrama de setores

Situação- "Veja o resultado de uma pesquisa em que foi perguntado: qual é o seu esporte preferido?

Gráfico 3.6 Preferência de esportes



(Fonte- IMENES e LELLIS, 1997, p.247)

A) Meça os ângulos do gráfico e determine quanto por cento dos entrevistados optaram por cada esporte.

B) Parece que a maioria dos entrevistados na pesquisa era formada por meninos. Por quê?".

Tarefa **(T_{12})-** Leitura e interpretação de dados em diagrama de setores.

Técnica **(t_{12})-** 1. Usar o transferidor para medir os ângulos destacados na circunferência.

2. Calcular a porcentagem por meio da regra de três envolvendo ângulos destacados e porcentagem correspondente.

3. Comparar as partes do inteiro correspondentes a cada esporte.

Discurso teórico-tecnológico **[T_{12},t_{12}]-** Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conceito de número, porcentagem, proporção, razão, ângulos, circunferência e setor de uma circunferência. A transnumeração ocorre na passagem do registro gráfico (diagrama de setor) para o registro numérico.

Encontramos na primeira coleção, cinco exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_{12},t_{12}]*** na 5ª série e dois na 8ª série. Já, na coleção de Giovanni e Parente (2002), encontramos dois exercícios e somente na 5ª série.

Tarefa (T_{13})- Calcular a média ponderada de um conjunto de dados a partir de uma expressão fornecida no enunciado.

Situação- "Meu professor de matemática aplica três provas por bimestre. Depois, ele calcula a média das notas com esta fórmula:

$$M= (P1 + P2 + 3. P3) : 5$$

a) Minhas notas foram 6,5, na primeira prova, 7,5 na segunda e 8,0 na última. Qual foi a minha média?
b) Essa média é ponderada ou não?".

Tarefa (T_{13})- Calcular a média ponderada de um conjunto de dados a partir de uma expressão fornecida no enunciado.

Técnica (t_{13})- 1. Aplicar fórmula dada.

Discurso Teórico- Tecnológico **[T_{13},t_{13}]-** Os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados são: conceito de número, operações básicas envolvendo números naturais e algoritmo de média ponderada. A transnumeração, ocorre quando aplicamos a fórmula dada, visando transformar um conjunto de dados em uma medida representativa dos mesmos.

Encontramos na primeira coleção, três exercícios envolvendo o bloco prático-técnico **[T_{13},t_{13}]** só na 5ª série e, na coleção de Giovanni e Parente (2002), quatro na 8ª série.

Tarefa **(T_{14}) – Leitura e interpretação de dados organizados em tabelas**

Situação- "Uma estação de TV fez uma pesquisa sobre a preferência de seus telespectadores em relação a certos tipos de programas. Veja o resultado na tabela 3.5. Quantos por cento dos entrevistados disseram preferir":

Tabela 3.5- Preferência de programas de TV

Tipo de Programa	*Quantidade de pessoas*
Novelas	160
Noticiários	40
Filmes	120
Esportes	80
Total de entrevistados	400

(Fonte – GIOVANNI e PARENTE, 2002 p.249)

a) novelas?
b) noticiários?
c) filmes?
d) esportes? “

Tarefa **(T_{14})** – Leitura e interpretação de dados organizados em tabelas.

Técnica ***(t_{14})*****-** 1. Relacionar os dados contidos nas duas colunas da tabela apresentada.

2. Obter a porcentagem por meio da regra de três envolvendo a quantidade de pessoas entrevistadas em cada modalidade de programa de TV com a porcentagem correspondente a cada um.

Discurso teórico-tecnológico **[T_{14}, *t_{14}*]-** Os conhecimentos matemáticos mobilizados nesta tarefa são: conceito de número, porcentagem, razão e proporção. O contexto abordado refere-se ao senso sobre a preferência de programas de TV e há um indício de transnumeração sugerida pela passagem do registro tabular para o registro numérico.

Encontramos na primeira coleção, três exercícios envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_{14},t_{14}]*** na 5ª série, nove na 7ª série e quatro na 8ª série. Já, na coleção de Giovanni e Parente (2002), encontramos três exercícios na 6ª série e três na 7ª série.

Tarefa **(T_{15}) – Organizar dados dispostos no gráfico de colunas em tabela. (Transnumeração gráfico de colunas para tabelas)**

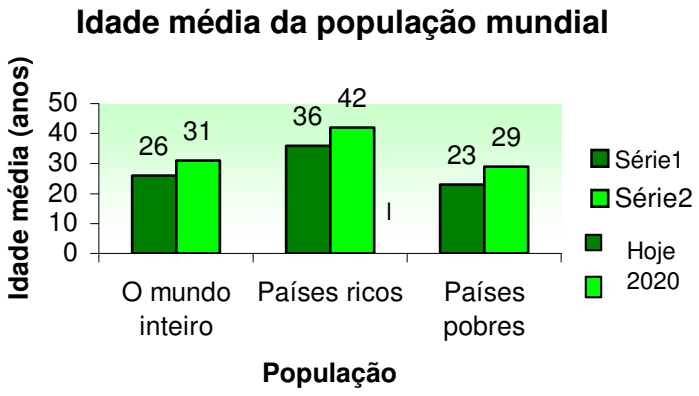
Situação- "A idade média da população mundial está aumentando. Veja no gráfico como ela é hoje e a estimativa para o ano 2020. De acordo com o gráfico, copie e complete a tabela".

Tabela 3.6- Idade média da população mundial

	Idade – Média (anos)	
	Hoje	***2020***
O mundo inteiro		
Países ricos		
Países pobres		

(Fonte, GIOVANNI e PARENTE, 2002, p.197)

Gráfico 3.7- Idade média da população mundial



(Fonte – GIOVANNI e PARENTE, 2002, p. 197)

Tarefa **(T_{15}) –** Organizar dados dispostos no gráfico de colunas em tabela. (Transnumeração gráfico de colunas para tabelas).

Técnica ***(t_{15})-*** 1. Localizar no plano cartesiano o par ordenado (x_i,y_i), correspondente a população e sua respectiva idade média.

2. Ler as coordenadas do par (x_i,y_i)no plano cartesiano.
3. Anotar as coordenadas obtidas na tabela, registrando os valores x_i nas linhas e os valores y_i nas colunas.

Discurso teórico-tecnológico [T_{15} ,t_{15}]- Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conceito de número e sistema de coordenadas cartesianas . A transnumeração ocorre na passagem do registro gráfico, no caso de colunas, para a tabela.

Encontramos na primeira coleção, um exercício envolvendo o bloco prático-técnico ***[T_{15},t_{15}]*** na 5ª série, seis na 6ª série e um na 8ª série. Na segunda coleção, de Giovanni e Parente (2002), encontramos um único exercício na 8ª série.

Tarefa (T_{16})- Organizar dados dispostos no gráfico de segmentos em tabela. (Transnumeração gráfico de segmentos para tabelas)

Situação- "Para melhor acompanhar o desenvolvimento de seu filho Pedro, Francisca mede periodicamente o *peso* e a altura dele".

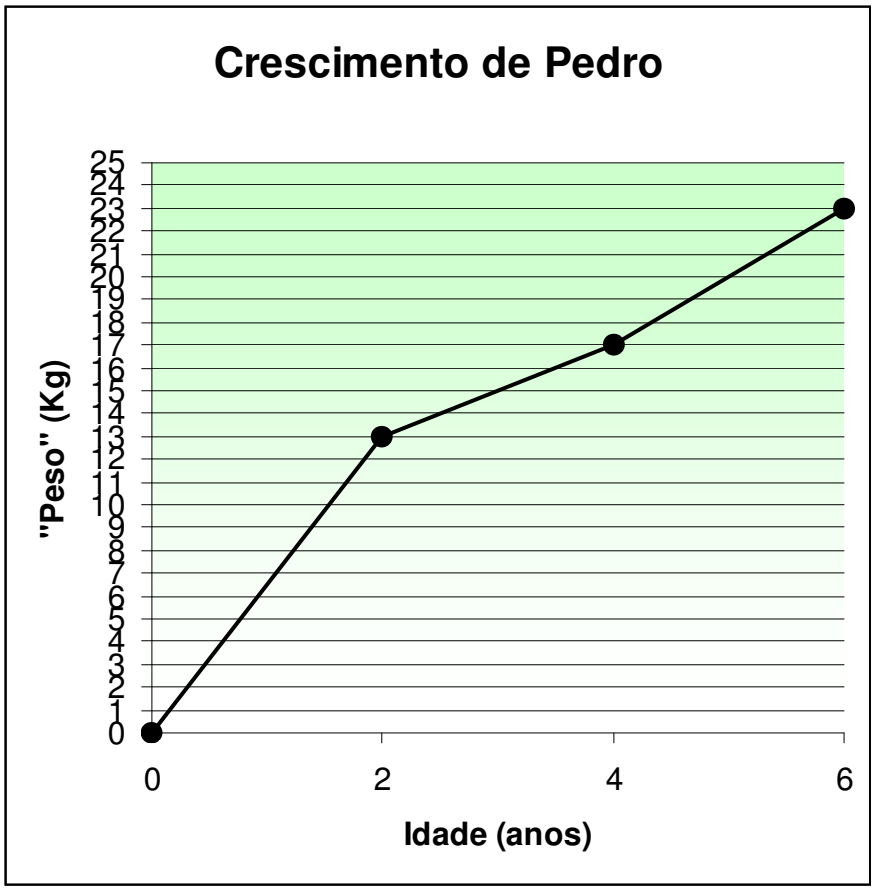
A) Observe o gráfico da variação de *peso* do Pedro e complete a tabela.

Tabela 3.7- Acompanhamento da idade e "peso" de Pedro

Idade (anos)	*"Peso" (Kg)*
0	
2	
4	
6	

(Fonte- GIOVANNI e PARENTE, 2002, p. 102)

Gráfico 3.8- Acompanhamento da idade e "peso" de Pedro



(Fonte- GIOVANNI e PARENTE, 2002, pág 102)

B) construa um gráfico de segmentos com os dados da tabela sobre a altura de Pedro".

Tabela 3.8 – Acompanhamento da idade e altura de Pedro

Idade (anos)	*Altura (metros)*
0	0,5
2	0,9
4	1,1
6	1,3

(Fonte- GIOVANNI e PARENTE, 2002, p. 102)

Tarefa **(T_{16})-** Registrar dados organizados no gráfico de segmentos em tabela (transnumeração gráfico de segmentos para tabelas).

Técnica (t_{16})- 1. Localizar no plano cartesiano o par ordenado (x_i,y_i), correspondente a altura e ao *peso* de Pedro.

2. Ler as coordenadas do par (x_i,y_i) localizado no plano cartesiano.

3. Registrar as coordenadas do par (x_i,y_i) na tabela.

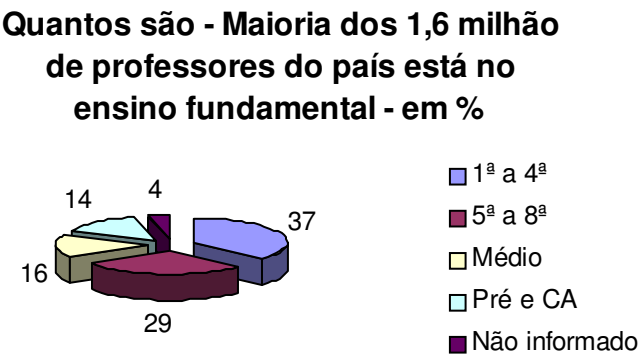
Discurso teórico-tecnológico **[T_{16}, *t_{16}*]-** Os conhecimentos matemáticos mobilizados nesse bloco são: conceito de número e coordenadas cartesianas. A transnumeração ocorre pela passagem dos dados organizados inicialmente no gráfico de segmentos para o registro tabular. O contexto é o acompanhamento do crescimento de uma criança.

Encontramos o bloco prático-técnico ***[T_{16},t_{16}]*** apenas na segunda coleção, de Giovanni e Parente (2002), sendo um exercício na 7ª série e, um na 8ª série.

Tarefa (T_{17})- Organizar dados dispostos no gráfico de setor em tabela. (Transnumeração gráfico de setor para tabelas)

Situação- "No Brasil, desde as classes de alfabetização até o ensino médio, havia, em 1999, aproximadamente 1 600 000 professores. Veja no quadro como eles se distribuíam e faça o gráfico de colunas correspondente".

Gráfico 3.9- Número de professores atuantes na escola básica



(Fonte, GIOVANNI e PARENTE, 2002, p.199)

Tarefa (T_{17})- Organizar dados dispostos no gráfico de setor em tabela. (Transnumeração gráfico de setor para tabelas)

Técnica (t_{17})-1. Associar dados registrados no gráfico circular e relacioná-los com os dados da legenda.

2. Estabelecer os pares ordenados (x_i,y_i), em que x_i será o segmento escolar e y_i o número de professores correspondentes a ele.
3. Localizar os pares ordenados formados no plano cartesiano.
4. Construir barras correspondentes a cada par ordenado, sendo a base do retângulo colocada na abscissa (segmento escolar) e a altura na ordenada (número de professores). A largura dos retângulos é de opção do aluno, mas deve ser única para todos os retângulos.

Discurso teórico-tecnológico **[T_{17},t_{17}]-** Os conhecimentos matemáticos mobilizados nesse bloco são: conceito de número, porcentagem, proporção, circunferência, setor de circunferência e coordenadas cartesianas. A transnumeração ocorre pela passagem dos dados organizados inicialmente no gráfico de setores para o gráfico de colunas. O contexto é o acompanhamento do número de professores da escola básica.

Encontramos somente na segunda coleção, um único exercício referente ao bloco **[T_{17},t_{17}]**.

Tarefa (T_{18})- Organizar dados dispostos em tabelas em gráfico de setor (Transnumeração tabelas para gráfico de setor)

Situação: "Numa pesquisa para estudar a preferência sobre tipos de programas de televisão, foram entrevistadas 500 pessoas,e os resultados obtidos estão na tabela abaixo. Construa um gráfico circular com esses dados".

Tabela 3.9- Preferência de programas de TV

Preferência	*Número de pessoas*
Esporte	**90**
Novela	**190**
Telejornal	**125**
Filme	**95**

(Fonte, GIOVANNI e PARENTE, 2002, p.199)

Tarefa (T_{18})- Organizar dados dispostos em tabelas em gráfico de setor (Transnumeração tabelas para gráfico de setor)

Técnica (t_{18}): 1. Ler os dados na tabela representados nas linhas e colunas.
2. Estabelecer a proporção entre o número de pessoas (coluna) e o setor circular (ou ângulo) correspondente a esse valor.
3. Construir a circunferência e, com auxílio de um transferidor marcar os setores circulares encontrados.

Discurso teórico-tecnológico **[T_{18},t_{18}]:** Os conhecimentos matemáticos mobilizados são: conceito de número, proporção, ângulo, circunferência e setor circular. A transnumeração ocorre na passagem dos dados dispostos em tabelas para o gráfico circular.

Encontramos apenas um exercício relativo ao bloco **[T_{18},t_{18}]** e, somente na coleção de Giovanni e Parente (2002).

3.4 Comparando abordagem dada nos livros didáticos

A tabela 3.10 possibilitará uma análise entre as duas coleções sob a luz da organização praxeológica.

Tabela 3.10- Análise das duas coleções segundo organização praxeológica

	COLEÇÃO IMENES E LELLIS				COLEÇÃO GIOVANNI E PARENTE			
SÉRIE/TAREFA	5ª SÉRIE	6ª SÉRIE	7ª SÉRIE	8ª SÉRIE	5ª SÉRIE	6ª SÉRIE	7ª SÉRIE	8ª SÉRIE
$[T_1,t_1]$	1	3	0	0	7	0	0	4
$[T_2,t_2]$	1	0	0	0	0	0	0	2
$[T_3,t_3]$	1	0	0	0	0	0	0	14
$[T_4,t_4]$	1	6	1	0	9	3	0	5
$[T_5,t_5]$	3	0	5	1	0	8	0	0
$[T_6,t_6]$	1	0	0	0	0	0	0	0
$[T_7,t_7]$	2	1	0	1	0	0	0	0
$[T_8,t_8]$	0	3	0	0	0	0	0	0
$[T_9,t_9]$	0	0	2	0	0	0	0	0
$[T_{10},t_{10}]$	1	0	0	0	0	0	0	0
$[T_{11},t_{11}]$	0	7	1	0	0	0	0	3
$[T_{12},t_{12}]$	5	0	2	0	2	0	0	0
$[T_{13},t_{13}]$	3	0	0	0	0	0	0	4
$[T_{14},t_{14}]$	3	0	9	4	0	3	3	0
$[T_{15},t_{15}]$	0	0	0	0	0	0	0	1
$[T_{16},t_{16}]$	0	0	0	0	0	3	1	0
$[T_{17},t_{17}]$	0	0	0	0	0	0	0	1
$[T_{18},t_{18}]$	0	0	0	0	0	0	0	1
TOTAL DE EXERCÍCIOS	22	20	20	06	18	17	04	35

Constatamos que a primeira coleção analisada, de Imenes e Lellis, explora um número maior de blocos prático-teóricos, mesmo com quantidade insuficiente para o desenvolvimento do pensamento estatístico adequados ao nível *funcional*. Das situações propostas, não encontramos orientação sobre as construções de gráficos sejam de colunas, segmentos ou circulares e, da passagem de um registro a outro. A ênfase dada nesses livros é para leitura e interpretação simples de dados dispostos em gráficos.

Percebemos que a coleção de Giovanni e Parente, busca orientar detalhadamente a representação de dados, quer sejam em tabelas ou gráficos

(colunas, segmentos e setores). Propõem tarefas que envolvem a transnumeração de gráficos de colunas para gráficos de segmentos, de tabelas para gráficos circulares e outros não explorados na primeira coleção.

Os gráficos 3.10 e 3.11, ilustram a quantidade de exercícios por bloco [tarefa,técnica] e por coleção em todo ensino fundamental:

Gráfico 3.10- Bloco [tarefa,técnica]

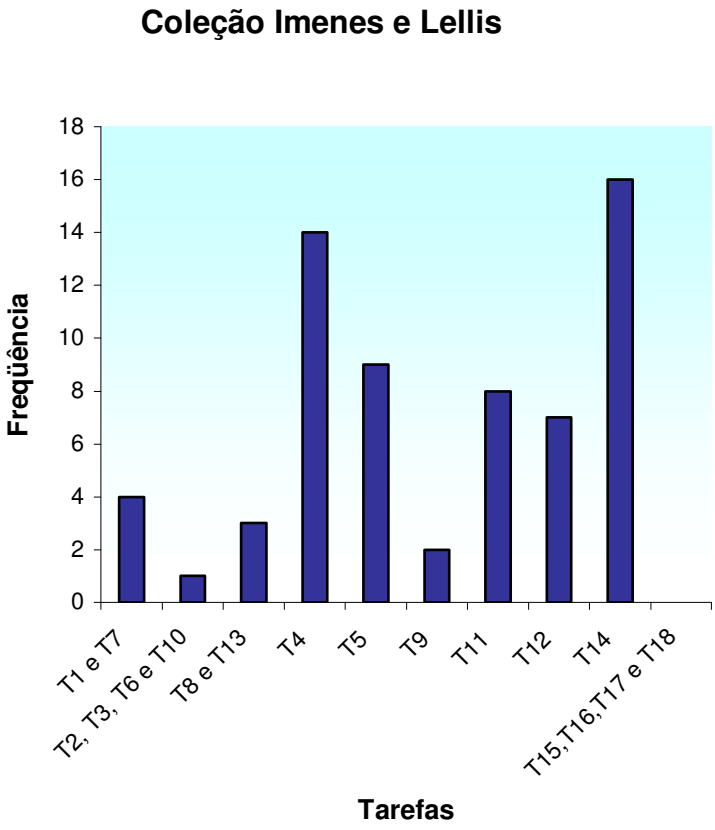
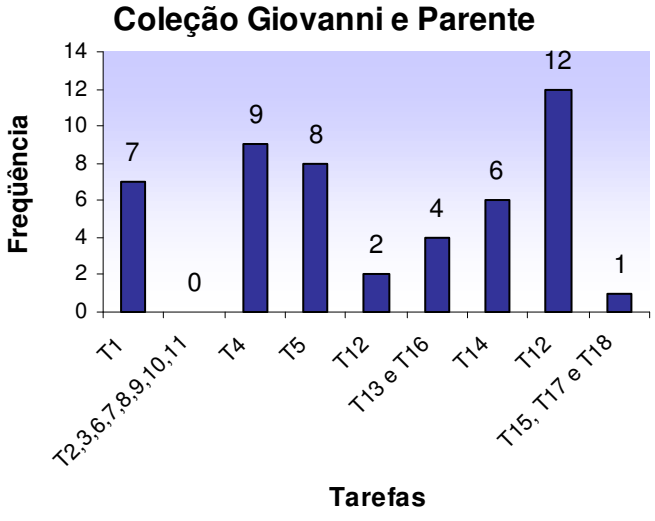


Gráfico 3.11- Bloco [tarefa, técnica]



Notamos que a primeira coleção, dos autores Imenes e Lellis (1997) prioriza os blocos $[T_4,t_4]$ e $[T_{14},t_{14}]$ ou seja, a leitura e interpretação de dados dispostos em tabelas e gráfico de colunas. Considerando a quantidade de blocos práticos-técnicos previstos para o ensino fundamental, essa coleção propõe em média três exercícios por bloco.

A coleção de Giovanni e Parente mesmo priorizando o bloco $[T_{12},t_{12}]$, tem menor variação com relação aos demais blocos. A quantidade de exercícios por bloco é ainda menor, em média dois exercícios por bloco.

4.5 Considerações finais

Este estudo permitiu-nos observar que os livros didáticos privilegiam determinadas tarefas e, conseqüentemente, determinados blocos prático-técnicos, contribuindo para a difusão de uma concepção tecnicista da estatística. Vemos que a primeira coleção, de Imenes e Lellis, prioriza no ensino fundamental, os blocos $[T_4,t_4]$, $[T_5,t_5]$, $[T_{11},t_{11}]$, $[T_{12},t_{12}]$, $[T_{14},t_{14}]$, $[T_{15},t_{15}]$ referentes à aplicação do algoritmo de média aritmética, assim como a leitura e interpretação simples de dados dispostos em tabelas, gráficos de colunas, de segmentos e setores e a organização de dados em tabelas. Os demais blocos, apesar de presentes no ensino fundamental aparecem em um número reduzido de exercícios.

Tendo em vista essa priorização da coleção de Imenes e Lellis e baseado nos estudos teóricos apresentados no capítulo 1 sobre o pensamento estatístico, mais especificamente sobre o letramento estatístico, concluímos que o nível de letramento desenvolvido a partir das atividades propostas nesses livros didáticos é o *cultural*. Assim, os alunos serão capazes de ler e interpretar informações simples apresentadas em tabelas e gráficos, além de conceber o algoritmo de média como o próprio conceito de média aritmética. O que certamente contribuirá para futuras dificuldades nessa área de conhecimento. As demais medidas de tendência central não são trabalhadas, e a variabilidade nem chega a ser considerada.

Desta forma o ensino de estatística fica reduzido a procedimentos e técnicas característicos de uma concepção tecnicista, uma vez que o nível de letramento adequado a este segmento escolar é o *funcional*, mas, infelizmente, o número e a abordagem dados nas atividades não são suficientes para o desenvolvimento de habilidades deste nível.

Segundo a classificação de letramento descrita no capítulo 1, um sujeito será alfabetizado estatisticamente no nível *funcional* quando é capaz de ler e interpretar dados dispostos em tabelas e gráficos, bem como representá-las nesses registros considerando a variabilidade, os conhecimentos matemáticos e estatísticos (média, moda, mediana, freqüência, dados contínuos e discretos) envolvidos num dado contexto.

Já a coleção de Giovanni e Parente dá ênfase aos blocos prático-técnicos $[T_1,t_1]$, $[T_4,t_4]$, $[T_5,t_5]$, $[T_{14},t_{14}]$, $[T_{12},t_{12}]$, relativos à representação de dados no gráfico de colunas a partir de uma tabela (transnumeração), à aplicação do algoritmo de média aritmética, à organização e leitura de dados em tabelas e à leitura e interpretação de dados dispostos em gráficos de colunas e segmentos. Observamos que essa coleção, apesar de privilegiar alguns blocos diferentemente da primeira, mantém a concepção tecnicista da estatística, contribuindo também para formação do pensamento estatístico no nível *cultural*. Novamente o letramento *funcional* indicado para alunos do ensino fundamental praticamente não é desenvolvido.

Tais fatos nos fazem refletir sobre a quantidade de exercícios, bem como pela qualidade dos mesmos na formação do pensamento estatístico. Discussão essa que esperamos suscitar futuros trabalhos e pesquisas.

Nestas condições, é possível chegar ao letramento estatístico no nível *científico*? Será essa uma das razões que justificam a dificuldade de alunos e professores no trabalho com a estatística? Nossos professores de matemática do ensino fundamental têm consciência da concepção sobre a estatística favorecida pelos livros didáticos?

4- INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

4.1 Introdução

Apresentamos neste presente capítulo nosso instrumento diagnóstico. Escolhemos um questionário composto por duas partes, a primeira, Parte A, apresentando contendo nove questões cujo objetivo é coletar informações pessoais e profissionais de cada docente e cujas respostas constituem-se nas variáveis suplementares. A segunda, Parte B, composta de duas situações práticas envolvendo o pensamento estatístico condizente com o nível de letramento estatístico esperado em alunos do ensino fundamental. As respostas à parte B são nossas variáveis principais.

4.2 Justificativa do instrumento diagnóstico

Nosso instrumento diagnóstico baseia-se na pesquisa de Gonçalves (2004), integrante do projeto de pesquisa PEA-ESTAT (Projeto de pesquisa sobre o ensino aprendizagem da estatística e probabilidade). Em sua pesquisa, este autor utilizou um questionário que buscava identificar relações entre a prática docente e os conhecimentos probabilísticos do mesmo.

De forma análoga, esperamos com este questionário identificar as concepções dos professores sobre o pensamento estatístico e suas relações com sua prática docente, retornando assim ao nosso problema de pesquisa enunciado no capítulo 2:

> Que relações podem ser estabelecidas entre as concepções docentes sua prática no ensino da estatística e as formas de apresentação desses conteúdos nos livros didáticos?

Este problema nos leva a outras questões específicas.

1. Que conceitos estatísticos de base são identificados pelo professor do ensino fundamental e como estão categorizados em relação às dimensões do pensamento estatístico, adotados neste trabalho?
3. Quais dimensões do pensamento estatístico são contempladas nesses livros?

A questão de número 2, referente aos tipos de tarefas e técnicas priorizadas nos livros didáticos, acreditamos ter contemplado no capítulo anterior.

Das questões apresentadas, a primeira está relacionada diretamente ao instrumento diagnóstico, já que as outras necessitam, também, da análise dos livros didáticos.

Para analisar as respostas de nosso instrumento diagnóstico, contamos com o auxílio do *software* C.H.I.C. A interpretação das respostas textuais, dadas pelos professores colaboradores, baseia-se nos pressupostos teóricos apresentados no capítulo 1 deste documento, ou seja, na compreensão do pensamento estatístico, seus componentes e habilidades necessárias ao letramento estatístico presentes nos três níveis apontados por Shamos (1995). Em nossa análise, consideramos também o estudo dos livros didáticos realizado segundo a organização praxeológica de Chevallard (1996), visando obter dados que indiquem a contribuição desses livros na formação do professor, bem como na prática docente por ele desempenhada.

O *software* C.H.I.C. permite extrair de um conjunto de relações entre sujeitos (ou objetos) e variáveis (ou atributos), regras de associação entre as variáveis, bem como fornecer um índice de qualidade dessa associação e uma estrutura representativa dessas variáveis. Num primeiro momento, escolhemos as variáveis principais e as suplementares, ambas devidamente codificadas e reconhecidas distintamente pelo *software* usado. Depois, organizamos os dados em uma planilha eletrônica, indicando a presença ou ausência de cada variável nas respostas fornecidas por cada professor.

Consideramos como variáveis principais àquelas relacionadas às concepções dos professores sobre o pensamento estatístico, seus componentes e habilidades. Como variáveis suplementares, aquelas relativas aos dados pessoais e profissionais de cada docente. Tanto as variáveis principais como as suplementares são binárias, assumindo unicamente dois valores, 0 ou 1. Tomemos um exemplo: a variável suplementar V1s indica a *idade* de um sujeito e assume valor 1, caso a idade do

professor seja um número que pertença ao grupo de 21 a 28 anos e, valor 0, caso a idade não pertença a este mesmo grupo.

Os dados dessa planilha feita no Excel são submetidos ao tratamento do *software* C.H.I.C. podendo ser expressos ou pela árvore coesitiva, ou pelo grafo implicativo, ou pela árvore de similaridade. Em nossa análise, utilizamos a árvore de similaridade e a coesitiva.

4.3 Instrumento diagnóstico

Visto que a primeira parte, Parte A, de nosso questionário é constituída apenas por variáveis suplementares, apresentaremos somente os objetivos de cada uma das questões que a integram.

PARTE A

1. Idade: _____(anos)

2. Gênero: _____

3. Tempo no magistério:

a) ( ) até cinco anos
b) ( ) mais de cinco anos até 10 anos
c) ( ) mais de 10 até os 15 anos
d) ( ) mais de 15 anos até 20 anos
e) ( ) mais de 20 anos-

4. Atuação docente nos últimos seis anos:

	REDE PÚBLICA		**REDE PRIVADA**	
ANOS	E. Fundamental	Ensino Médio	E. Fundamental	Ensino Médio
2005				
2004				
2003				
2002				
2001				

5. Sobre sua formação acadêmica: ( ) matemática ( ) estatística ( ) outros

a) ( ) Graduação não concluída
b) ( ) Graduação concluída
c) ( ) Especialização de 200ha
d) ( ) Especialização com 360 ha
e) ( ) Mestrado em andamento
f) ( ) Mestrado concluído
g) ( ) Doutorado em andamento
h) ( ) Doutorado concluído

6. Na sua formação, você estudou/aprendeu conteúdos relativos ao Bloco de Tratamento da Informação?

( ) sim, escola básica
( ) sim, graduação
( ) sim, em outros cursos
( ) não

Objetivo: As questões de 1 a 6 nos permitirão obter informações pessoais de cada professor, bem como fornecer dados sobre sua formação acadêmica e profissional. Assim as implicações encontradas pelo *software* C.H.I.C. possibilitarão a caracterização do grupo de respondentes, contribuindo para melhor interpretação das relações estabelecidas na análise de dados.

7. Você usa o livro didático com freqüência para:

a) ( ) preparar a aula
b) ( ) usar a parte de exercícios como reforço para os alunos
c) ( ) como livro texto
d) ( ) não uso freqüentemente
e) ( ) outros _____

Objetivo- Nossa intenção é identificar a relação do professor com o livro didático, identificando os momentos em que ele utiliza esse material didático, bem como suas possíveis contribuições e influências destes à sua formação.

8. Indique o livro didático adotado por você em 2005:

_____

Objetivo- Esta questão permitirá que observemos se o livro didático utilizado atende as orientações dos PCN's, garantindo a inclusão da estatística no ensino fundamental e, juntamente com as demais questões, verificar suas influências na concepção dos professores.

9. O livro didático indicado no item anterior tem capítulo específico sobre estatística?

( ) sim
( ) não, mas apresenta a estatística ao longo dos demais capítulos do livro.
( ) não apresenta capítulo específico de estatística.

Objetivo- Essa questão complementa as três questões anteriores, possibilitando-nos verificar as contribuições e influências do livro didático na concepção dos professores sobre a Estatística.

PARTE B

As variáveis integrantes dessa segunda parte de nosso questionário são as variáveis principais, uma vez que nos permitirão identificar as concepções dos professores sobre o pensamento estatístico. Sendo assim, as duas situações têm como objetivo identificar os conhecimentos matemáticos, estatísticos, procedimentais e do contexto, bem como verificar se o professor analisa e estuda a variação dos dados nas questões propostas.

SITUAÇÃO I

Rubens, professor de matemática do ensino fundamental apresenta o consumo de luz de sua casa dos últimos seis meses e solicita a seus alunos que:

Tabela 4.11- Consumo de luz em seis meses

CONSUMO EM 6 MESES/2005	*KWH*
Setembro	110
Agosto	120
Julho	11
Junho	100
Maio	120
Abril	80

A) represente graficamente a situação acima;

B) analise a variação destes dados.

1ª Questão - Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados nesta situação?

3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nesta questão? Comente sua resposta.

SITUAÇÂO II

Um professor do ensino fundamental resolve coletar as idades e a medida dos palmos dos alunos de sua turma, encontrando os seguintes dados:

Tabela 4.12- Idade e medida dos palmos dos alunos

ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES	ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES
Adriano	16,5	11	Mariana	14	11
Alexandre	15	12	Mercedes	14,2	12
Ana Luiza	14,3	11	Mauro	15	11
Casio	14	11	Otávio	14,3	11
Cristina	14,5	12	Olga	14,5	12
Dado	15	13	Orlando	15	12
Fernanda	15,5	12	Paula	15	12
Fabrício	15,2	12	Pedro	14,1	13
Felipe	14	11	Rodrigo	14,2	11
Eduardo	14,1	11	Rebeca	15,5	12
Luís	14,3	12	Sérgio	15	12
Luciana	14,5	12	Sílvio	14	12
Laura	15	12	Túlio	14,5	12
Matheus	15,2	13	Tâmara	15	11

Depois solicita as seguintes tarefas:

A- represente graficamente as situações propostas;

B- analise a variação dos dados.

1ª Questão: Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados nesta situação?

3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nessa questão? Comente sua resposta.

4.4. Análise matemática e categorização das respostas

Como as respostas relativas às questões da parte B desse instrumento constituem nossas variáveis principais, apresentamos possíveis soluções numeradas, que permitirão uma melhor organização, bem como a formação de grupos afins representados pelas respostas comuns. Essa numeração possibilitará o

agrupamento das possíveis respostas comuns dos professores em categorias, que nos auxiliarão na análise qualitativa dos dados obtidos.

Possíveis respostas:

SITUAÇÃO I

Rubens, professor de matemática do ensino fundamental apresenta o consumo de luz de sua casa dos últimos seis meses e solicita a seus alunos que:

Tabela 4.13- Consumo de luz em seis meses

CONSUMO EM 6 MESES/2005	KWH
Setembro	110
Agosto	120
Julho	11
Junho	100
Maio	120
Abril	80

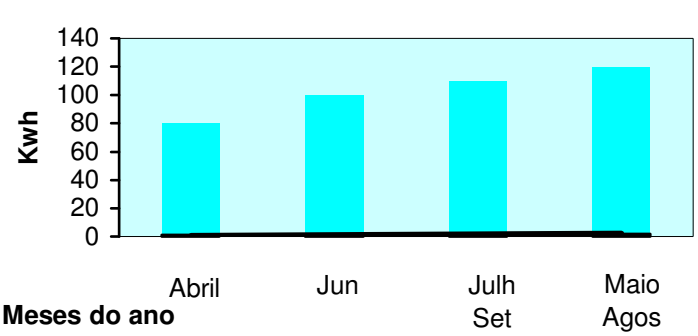
1ª Questão - Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

Situação I – Letra A

Letra A – *Registros gráficos possíveis:*

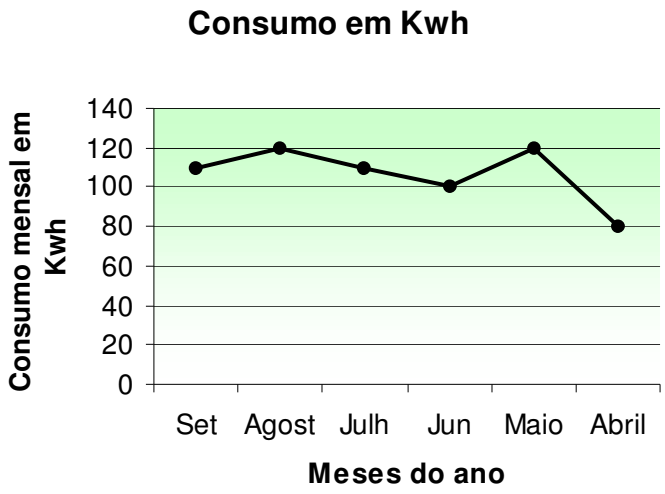
1. Gráfico de Colunas

Gráfico 4.12- Consumo de luz em Kwh



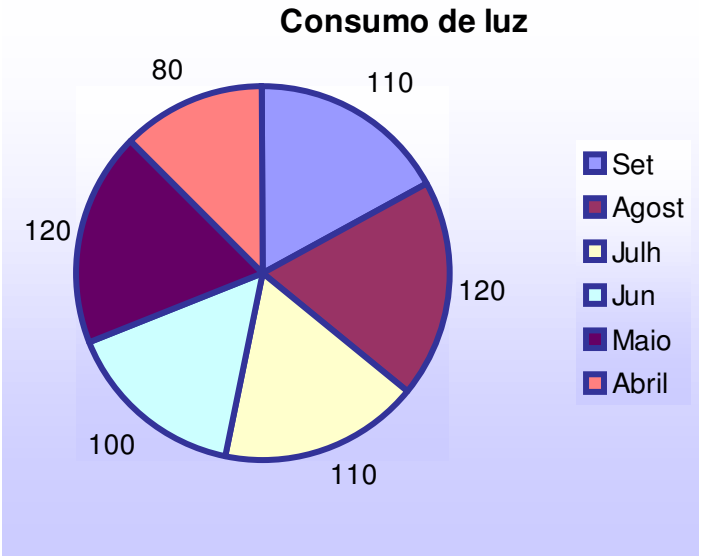
2. Gráfico de segmentos

Gráfico 4.13- Consumo de luz em Kwh



3. Gráfico de setores

Gráfico 4 14- Consumo de luz em Kwh



Categorização das respostas:

I. Menciona os registros gráficos.

II. Registra a situação I no gráfico de colunas.

III. Registra a situação I, no gráfico de colunas, segmentos e setores.

Situação I – Letra B

B) analise a variação destes dados.

Categorização das respostas:

I. Não faz o estudo da variação dos dados.

II. Menciona a necessidade de considerar a variação dos dados.

III. Faz o estudo da variação dos dados.

Apresentamos dois estudos possíveis para a variação dos dados pertencentes à situação I.

III. 1. Variação: 80 á 120

III.2 Calculando a média aritmética e a mediana.

$$\text{Mediana: } \frac{110 + 100}{2} = \frac{210}{2} = 105$$

$$\text{Média: } \frac{110 + 120 + 110 + 100 + 120 + 80}{6} = \frac{640}{6} = 106{,}6$$

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados nesta situação?

Categorização das respostas:

I. Não responde a questão.

II. Menciona alguns conceitos matemáticos como o conceito de número, decimais e sistema de coordenadas cartesianas. O único conceito estatístico citado é o conceito de média aritmética.

III. Menciona os conceitos matemáticos: número, decimais, sistema de coordenadas cartesianas, função, proporção, ângulos, circunferência e setor circular. Conceitos estatísticos: de média, moda e mediana, ou seja, medidas de tendência central, dados discretos e freqüência.

3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

Resposta possível:

Categorização das respostas:

I. Não identifica os conceitos matemáticos ou estatísticos.

II. Menciona a representação gráfica como conceito matemático ou estatístico.

III. Menciona os conceitos matemáticos de número, decimais, sistema de coordenadas cartesianas, proporção, ângulo, circunferência e setor circular. Os conceitos estatísticos de dados discretos, dados contínuos, freqüência, medidas de tendência central, média, moda e mediana. Recomenda o ensino dos conceitos mencionados anteriormente, acrescentando o estudo da variação dos dados.

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nesta questão? Comente sua resposta.

Categorização das respostas:

I. Não identifica as dificuldades dos alunos.

II. Cita dificuldades na representação dos dados seja no gráfico de colunas ou no gráfico de segmentos.

III. Identifica dificuldades explicitando aquelas referentes aos conceitos matemáticos: sistema de coordenadas cartesianas, proporção, ângulo, circunferência, setor circular, porcentagem e, aos conceitos estatísticos os conceitos de média, moda e mediana.

SITUAÇÂO II

Um professor do ensino fundamental resolve coletar as idades e a medida dos palmos dos alunos de sua turma, encontrando os seguintes dados:

Tabela 4.13- Idade e medida dos palmos dos alunos

ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES	ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES
Adriano	16,5	11	Mariana	14	11
Alexandre	15	12	Mercedes	14,2	12
Ana Luiza	14,3	11	Mauro	15	11
Casio	14	11	Otávio	14,3	11
Cristina	14,5	12	Olga	14,5	12
Dado	15	13	Orlando	15	12
Fernanda	15,5	12	Paula	15	12
Fabrício	15,2	12	Pedro	14,1	13
Felipe	14	11	Rodrigo	14,2	11
Eduardo	14,1	11	Rebeca	15,5	12
Luís	14,3	12	Sérgio	15	12
Luciana	14,5	12	Sílvio	14	12
Laura	15	12	Túlio	14,5	12
Matheus	15,2	13	Tâmara	15	11

1ª Questão: Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

Situação II Letra A

A- Represente graficamente as situações propostas.

Registros possíveis:

I. Tabela relativa à freqüência dos agrupamentos medidos em palmos.

Tabela 4.14- Medida de palmos

Palmos em cm	*Freqüência*
14 ├ 14,5	12
14,5 ├ 15	5
15 ├ 15,5	10
15,5 ├ 16	2
16 ├ 16,5	0
16,5 ├ 17	1

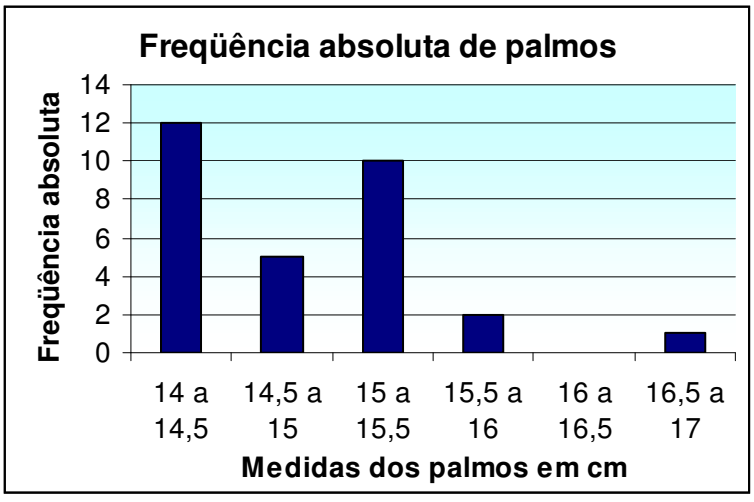
2. Tabela relativa à freqüência das idades dos alunos

Tabela 4.15- Idades dos alunos

Idade em anos	*Freqüência*
11 ├ 12	11
12 ├ 13	16
13 ├ 14	3

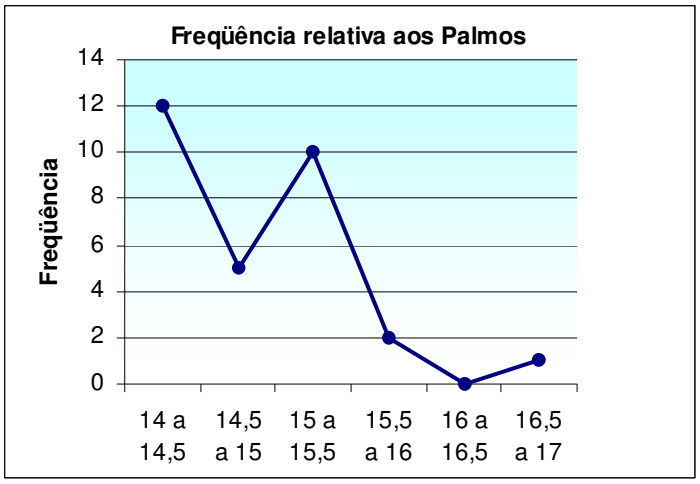
3. Gráfico de colunas- Acreditamos que a representação mais adequada é o histograma, no entanto pela análise de livros didáticos feita no capítulo 3 e, pelas respostas dos docentes dadas em nosso questionário, percebemos que um registro possível é o gráfico de colunas. Tal fato evidencia a necessidade de maior aprofundamento nos estudos relativos à estatística.

Gráfico 4.15 – Colunas ilustrativas letra A



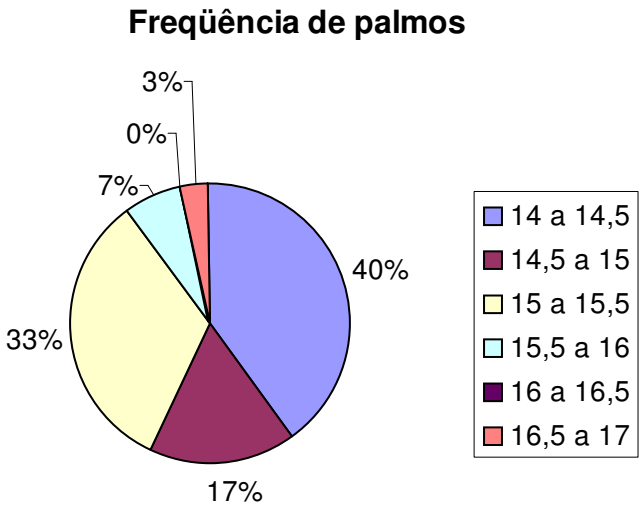
4. Gráfico de segmentos

Gráfico 4.16 – Gráfico de segmentos ilustrativo da letra A



5. Gráfico de setores

Gráfico 4.17- Gráfico de setores ilustrativo da letra A



Categorização das possíveis respostas:

I. Não resolve a questão.

II. Menciona registro gráfico sem referência ao agrupamento dos dados contínuos em intervalos.

III. Registra a situação II, no gráfico de colunas, segmentos ou setores agrupando os dados contínuos em intervalos.

Situação II – Letra B

B- Analise a variação dos dados.

Categorização das respostas:

I. Não faz o estudo da variação dos dados.

II. Menciona a necessidade de considerar a variação dos dados.

III. Faz o estudo da variação dos dados.

Apresentamos dois estudos possíveis para a variação dos dados pertencentes à situação II. Tal situação envolve dados contínuos que evidenciam a necessidade de agrupamento dos mesmos. Dessa forma, apresentamos uma classificação arbitrária que acreditamos ser a escolhida pelos professores e alunos. Optamos por citar uma tabela de freqüência com intervalos de 0,5cm em 0,5 cm, uma vez que os alunos do ensino fundamental já estão familiarizados com esse intervalo e, portanto, uma possível escolha dos professores.

III.1ª Variação das idades: 11 a 13 anos.

III.1.b Variação da medida dos palmos: variação de 14cm á 16,5cm.

III. 2.a Variação das idades:

Moda= 12 anos

Mediana = 12

$$\text{Média} = \frac{110 + 210 + 39}{30} = \frac{359}{30} = 11{,}9 \text{ portanto } 12 \text{ anos}$$

III.2.b Variação da medida dos palmos: variação de 14cm á 16,5cm:

Moda= 14cm

$$\text{Mediana} = \frac{15 + 15{,}5}{2} = \frac{30{,}5}{2} = 15{,}2$$

$$\text{Média} = \frac{16{,}5 + (15{,}5 \times 2) + (15 \times 10) + (14{,}5 \times 5) + (14 \times 12)}{30} =$$

$$= \frac{16{,}5 + 31 + 150 + 72{,}5 + 168}{30} = \frac{438}{30} = 14{,}6\text{cm}$$

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados nesta situação?

Categorização das respostas:

I. Não responde a questão.

II. Menciona alguns conceitos matemáticos como o conceito de número, decimais e sistema de coordenadas cartesianas. O único conceito estatístico citado é o conceito de média aritmética.

III. Menciona os conceitos matemáticos: número, decimais, sistema de coordenadas cartesianas, função, proporção, ângulos, circunferência e setor circular. Conceitos estatísticos: de média, moda e mediana, ou seja, medidas de tendência central, dados discretos, dados contínuos e freqüência.

3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

Categorização das respostas:

I. Não identifica conceitos matemáticos ou estatísticos.

II. Menciona os conceitos matemáticos como números, decimais e porcentagem. O conceito estatístico citado é o de média aritmética.

III. Menciona os conceitos matemáticos de número, decimais, sistema de coordenadas cartesianas, proporção, ângulo, circunferência e setor circular. Os conceitos estatísticos relativos a dados discretos, dados contínuos, freqüência, medidas de tendência central, média, moda e mediana. Recomenda o ensino dos conceitos mencionados anteriormente, acrescentando o estudo da variação dos dados.

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nesta questão? Comente sua resposta.

Categorização das respostas:

I. Dificuldades relacionadas aos conhecimentos matemáticos de decimais e porcentagem.

II. Dificuldades na representação dos dados contínuos seja no gráfico de colunas ou no gráfico de segmentos.

III. Dificuldades relacionadas às medidas de tendência central e no estudo da variação de dados.

4.5. Análise dos resultados

Mantemos a numeração que indica a categorização de cada questão integrante da parte B de nosso instrumento diagnóstico, visando facilitar nossa análise de possíveis agrupamentos apontados pelo C.H.I.C. e, adequados aos níveis de letramento estatístico proposto por Shamos (1995).

As tabelas 4.16 e 4.17, explicitam a quantidade de professores que responderão em cada um dos níveis de categorização.

Tabela 4.16- Número de respostas por níveis de categorização

Situação I – Questões	*Quantidade de respostas por nível de categorização*		
	I	*II*	*III*
1ª Questão-letra A	3	3	13
1ª Questão- letra B	12	06	1
2ª Questão	04	15	0
3ªQuestão	08	02	05
4ª Questão	02	17	0

Tabela 4.17- Número de respostas por níveis de categorização

Situação II – Questões	*Quantidade de respostas por nível de categorização*		
	I	*II*	*III*
1ª Questão-letra A	03	06	06
1ª Questão- letra B	20	02	0
2ª Questão	04	15	01
3ªQuestão	10	08	0
4ª Questão	06	10	01

Observamos que na parte B do questionário, tanto na situação I como na situação II, as respostas dos professores se encontram nos níveis I e II de nossa categorização e, que um número muito pequeno de professores apresenta conhecimentos e habilidades estatísticas adequadas ao nível III do letramento.

Segundo a classificação do letramento estatístico proposto por Shamos (1995), o nível *cultural,* considerado básico é atribuído ao sujeito capaz de reconhecer registros gráficos e tabulares, bem como ler dados neles representados. Vale ressaltar, que essa leitura é feita de forma literal, ou seja, nessa fase não se realiza interpretação das informações contidas no gráfico ou tabela.

Já o nível *funcional* é caracterizado pela capacidade do indivíduo em ler, interpretar e representar dados seja em registros tabulares ou gráficos e reconhecer conhecimentos matemáticos, estatísticos e do contexto presentes numa dada situação. Nessa fase do letramento estatístico, o indivíduo é capaz de ler através dos dados, ou seja, capacidade de interpretar e integrar dados num dado registro de representação, como também ter habilidades que permitam a comparação de quantidades e, o uso de outros conceitos e procedimentos matemáticos implícitos.

Assim, podemos inferir que os professores pesquisados estão no nível *cultural* do letramento estatístico, uma vez que a categorização que utilizamos no nível II requer outras habilidades próprias do letramento *funcional,* não identificadas nas respostas. Constatamos que tais docentes são capazes de ler dados representados em registros gráficos e/ou tabulares, encontrar as coordenadas desses dados, representá-los graficamente quando forem discretos e utilizar o algoritmo de média aritmética. No entanto, não lêem através dos dados, não lidam com questões sobre a variabilidade, não conseguem prever se os dados poderiam ser representados, ou não, mediante uma função linear, ou ainda se têm dependência direta ou inversa. Exemplificamos nosso argumento através da letra A da situação II, que solicitava a representação gráfica de dados contínuos, em que um número pequeno de professores conseguiu resolvê-la corretamente. Outro exemplo que fortalece nossa argumentação é o fato de que a maioria dos docentes reconhece poucos conhecimentos matemáticos e estatísticos necessários à formação do pensamento estatístico, limitando o ensino da estatística ao algoritmo de média aritmética e das representações tabulares e gráficas, esse último, com ênfase no gráfico de colunas.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Introdução

Neste capítulo, apresentaremos nossa análise do instrumento diagnóstico com auxílio do *software* estatístico C.H.I.C. Dividimos este capítulo em três partes, a saber: a análise de similaridade, a coesitiva e as conclusões da análise dos resultados.

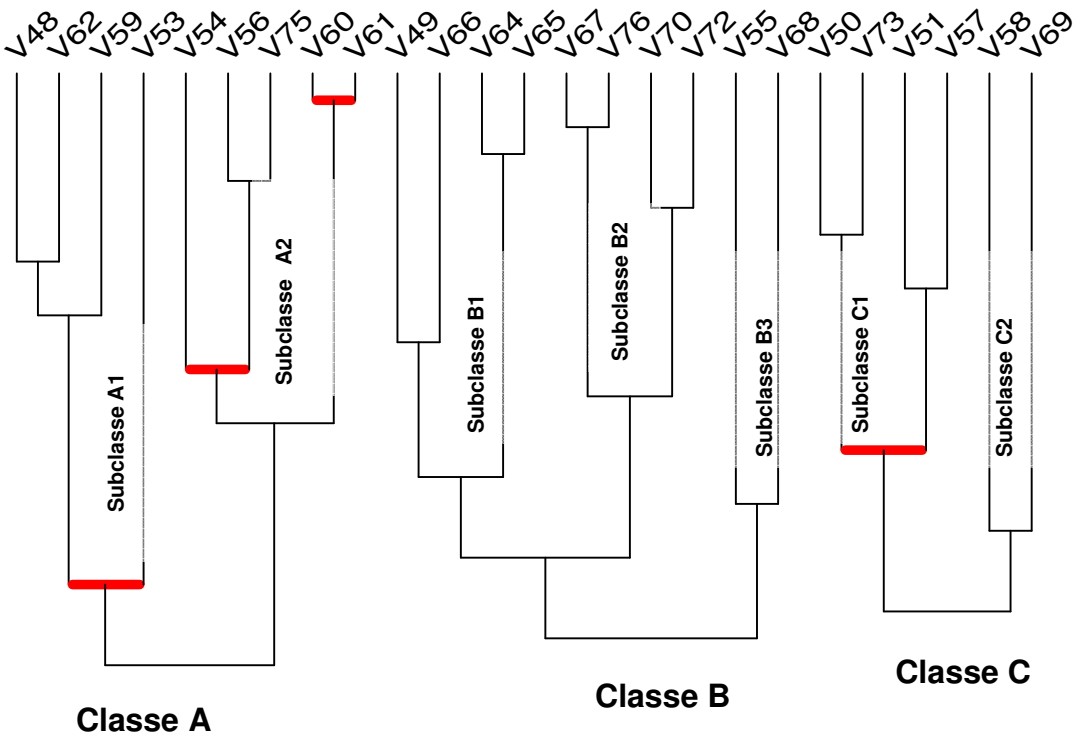
A primeira parte, análise de similaridade é baseada na árvore de similaridade obtida via C.H.I.C. estabelecendo agrupamentos significativos entre as variáveis principais e suplementares. O nível de similaridade atribuído a cada agrupamento permitirá identificar os prováveis sujeitos que contribuíram para a formação de tal agrupamento.

A segunda parte, a análise coesitiva, baseada na árvore de coesão, apresentará agrupamentos hierárquicos entre variáveis principais e suplementares, indicando o índice de coesão. Dessa forma, poderemos comparar os resultados obtidos nas duas árvores e relacioná-los aos aspectos teóricos elencados no capítulo 1.

Nas terceira e última partes, discutiremos os principais pontos da análise dos resultados, reunindo subsídios para nossas conclusões.

5.2. Análise de similaridades

Primeiramente, analisaremos a árvore de similaridade que apresenta três classes por nós denominadas: classe A (*reconhecendo o pensamento estatístico*) , B (*estruturando o pensamento estatístico*) e C (*mobilizando o pensamento estatístico*) como nos mostra a figura 5.3:



Árvore de similaridades : C:\Documents and Settings\All Users\Documents\Tula\questtula2.csv

Figura 5.3- Árvore de similaridade

Notamos que a Classe A intitulada *reconhecendo o pensamento estatístico* é formada pelo grupo das variáveis principais V48, V62, V59, V53, V54, V56, V75, V60 e V61 agrupadas em duas subclasses A1 e A2. Essa classe envolve o componente do conhecimento (Gal, 2002) e o pensamento específico (Wild e Pfannkuch, 1999) por meio do conhecimento estatístico (média, moda e mediana) e da transnumeração numérica (transformações das representações gráficas em tabulares), além do agrupamento e análise de dados encontrados no modelo PPDAC (Problema, plano, dados, análise e conclusão) de Wild e Pfannkuch (1999). A classe B, intitulada *estruturando o pensamento estatístico*, é constituída pelas variáveis principais V49, V66, V64, V65, V67, V76, V70 e V72 agrupadas nas subclasses B1 e B2, envolvendo o pensamento específico via conhecimento matemático e procedimental (GAL, 2002), como também pela transnumeração numérica do pensamento específico (WILD e PfANNKUCH,1999) e pela análise de dados pertencente ao modelo PPDAC de Wild e Pfannkuch (1999). As variáveis principais V50, V73, V51, V57, V58 e V69 constituem a classe C intitulada *mobilizando o pensamento estatístico*, sendo subdividida em duas subclasses C1 e

C2, envolvendo os componentes do conhecimento através do conhecimento do contexto, do conhecimento matemático, estatístico e procedimental (GAL, 2002) e pelo pensamento específico através da transnumeração (WILD e PFANNKUCH, 1999).

A classe A identificada nessa árvore de similaridade apresenta três nós significativos, indicando um grau de similaridade muito alto (próximo de 1) como no caso das variáveis principais V60 e V61 que se referem aos conceitos de moda e mediana, citados pelo professor como conceitos estatísticos de base a serem construídos no ensino fundamental. Tais variáveis apresentam grau de similaridade igual a um (1), indicando que existe uma grande probabilidade de que os sujeitos nos quais V60 foi observada mencionam também a variável V61, ou seja, que esses docentes identificam os conceitos estatísticos de moda e mediana como conceitos estatísticos de base e, portanto, devendo ser ensinados na escola básica. Vale ressaltar que tal associação é recomendada como formadora do pensamento estatístico proposto tanto por Gal (2002) quanto por Wild e Pfannkuch (1999), conforme quadros 1.1 e 1.2, do capítulo 1 deste trabalho, que explicitam o conhecimento estatístico como os conceitos de média, moda, mediana e outros como constituintes do pensamento estatístico, capazes de desenvolver habilidades do letramento estatístico.

No entanto, tal contexto não é geralmente visto nos livros didáticos, como vimos em nossas análises. Nos exercícios propostos, encontramos pouquíssimas tarefas solicitando a mobilização conjunta de tais conceitos. Diante desse quadro nos perguntamos: por que os livros didáticos não exploram conjuntamente os conceitos estatísticos de média, moda e mediana? Será que, na formação inicial do professor, ou mesmo, em outras práticas vividas por ele, ele não tem construído esses elementos do pensamento estatístico? Qual o reflexo disso na aprendizagem da estatística no ensino fundamental?

O segundo nó significativo envolve as variáveis principais V54, V56 e V75, sendo que há grande probabilidade de os sujeitos observados e que detectaram a presença da variável V54 serem os mesmos que detectaram a presença do grupo formado pelas variáveis V56 e V75. Esse alto índice probabilístico pode ser constatado pelo nível de similaridade 0,964649 bem próximo de um. Já o grupo formado por essas variáveis (V56 e V75), juntamente com a variável V54, apresenta nível igual a 0,868027. A variável V54 indica que os professores reconhecem a

presença da variabilidade na tarefa que solicita o estudo da variação dos dados sobre o consumo de luz, tarefa esta presente na situação I de nosso instrumento diagnóstico. Esse fato implica o reconhecimento da importância da organização e análise dos dados no estudo da variação dos mesmos. Resultado que indica um comportamento similar dos professores em relação à organização e análise dos dados e, conseqüentemente, em sua relação destes com a variação dos mesmos.

Diante de tal contexto, deparamo-nos com uma divergência entre a teoria e a prática docentes, já que, nas tarefas propostas nos livros didáticos analisados, identificamos tarefas que solicitam a organização de dados, mas poucas delas abrangem a análise dos mesmos, e nenhuma delas evoca o estudo da variação desses dados. Essa divergência acarreta o desenvolvimento de habilidades que promovam apenas o letramento estatístico *cultural*, no máximo, *funcional* (SHAMOS, 1995), não chegando ao nível *científico*. Em outras palavras, nossos alunos terão condições de ler, interpretar informações estatísticas expressas em gráficos e tabelas, assim como representá-las por meio dessas representações, mas a tomada de decisões ficará comprometida, uma vez que não analisam criticamente tais informações e nem consideram a variação dos dados. Nestas condições, questionamo-nos: qual a real contribuição da educação básica na formação do pensamento estatístico?

O terceiro nó significativo pertence à Classe A e envolve as variáveis V48 e V62 no primeiro grupo, que, juntamente com a variável V59, constituem o segundo grupo, e todas elas agrupadas à variável V53 constituem o terceiro grupo. O grau de similaridade do primeiro grupo (V48 e V62) dessa classe é de 0,948765, ou seja, novamente grande probabilidade de os sujeitos que citam a representação gráfica por meio de colunas serem os mesmos que mencionam a necessidade de agrupar dados quando eles são contínuos. Isso porque a variável V48 indica a menção feita pelos docentes sobre a representação dos dados via gráfico de colunas na resolução da situação I do questionário, enquanto a variável V62 refere-se ao fato de o professor citar a necessidade de agrupamento dos dados, quando esses forem contínuos. podemos supor que esses elementos fazem parte apenas do discurso teórico do professor e, não, de sua prática, ou seja, o que ele efetivamente faz. Vale ressaltar ainda que, na situação II do questionário, poucos professores perceberam a necessidade do agrupamento, e um número ainda menor de docentes conseguiu resolver essa situação explicitando o agrupamento utilizado. É incontestável que os

professores demonstram comportamentos semelhantes, fato comprovado pelo grau 0,948765 de similaridade reconhecendo que a representação gráfica resume dados, mesmo quando tais dados são contínuos e agrupados em intervalos. O segundo subgrupo [(V48 e V62) V59] apresenta grau 0,900155 de similaridade. Agrupados à variável principal V59 relativa ao cálculo da média aritmética na resolução das questões de número 02 das situações I e II, essa probabilidade demonstra que o conceito de média aritmética tem relação significativa com a representação gráfica e que esta, por sua vez, mobiliza o agrupamento dos dados, principalmente se eles forem contínuos. Não poderíamos deixar de mencionar que a maioria das tarefas propostas nos livros didáticos, conforme a análise apresentada no capítulo 3, utiliza dados discretos no cálculo da média aritmética e na representação gráfica. E, ainda, um número menor de tarefas solicita a representação gráfica de dados contínuos, o que acreditamos limitar o ensino da estatística descritiva apenas a dados discretos, criando um possível efeito de contrato didático: um conjunto de dados sempre será representado de forma não contínua.

O terceiro subgrupo {[(V48 e V62) V539] V53} apresenta grau 0,415327 de similaridade isto porque a variável V53 referente à menção do professor sobre a representação gráfica das questões 01 e 02 da Parte B do questionário não é significativa. Os professores não citam a representação gráfica quando solicitados em uma tarefa. Eles efetivamente a representam graficamente, utilizando, principalmente, o gráfico de colunas e tabelas, o que justifica tal índice de similaridade e uma segurança dos docentes quanto a essas representações. Nos livros didáticos, encontramos uma quantidade razoável de tarefas que solicitam a organização de dados em gráficos de colunas, segmentos e setores. Esta, sim, é uma variável que contempla uma concordância entre a teoria e a prática, já que tanto Gal (2002) quanto Wild e Pfannkuch (1999) abordam a importância das representações tabulares e gráficas no ensino e aprendizagem da estatística. No entanto, essa abordagem não é feita de forma satisfatória com leitura, interpretação, análise e conclusão a partir dos dados, conforme sugere o modelo PPDAC, proposto por Wild e Pfannkuch (1999) e que apresentamos no capítulo 1.

A Classe C é composta por duas subclasses C1 e C2, sendo que a subclasse C1 apresenta um nó significativo envolvendo as variáveis de dois subgrupos: o primeiro das variáveis (V50 e V73) e o segundo das variáveis (V51 e V57). A variável V50 relativa à transformação de registros utilizados pelo professor, na passagem dos

dados inicialmente organizados em tabelas para o gráfico de segmento. Lembremo-nos de que Wild e Pfannkuch (1999) consideram essa passagem do registro tabular para o gráfico como um dos componentes do pensamento estatístico específico por eles denominado *transnumeração*, enquanto Gal (2002) considera essa passagem como integrante do conhecimento procedimental. A variável V73 refere-se ao tratamento da variável contínua feita pelo professor ao responder as questões propostas na situação II do questionário. O índice de similaridade dessas duas variáveis é de 0,959572, o que significa dizer que o comportamento dos professores é similar diante de tarefas que envolvam a organização de dados contínuos inicialmente propostos em tabelas, para um posterior agrupamento desses em intervalos. Assim, a probabilidade dos professores que agrupam dados contínuos em intervalos para posterior representação gráfica é grande, embora pouquíssimos deles tenham resolvido a questão que apresentava dados contínuos. Infelizmente, atividades como essa não foram encontradas em nenhuma coleção analisada.

A variável V51 representa a menção feita pelo professor ao gráfico de setor como registro adequado aos conceitos estatísticos de base, enquanto a variável V57 indica o conhecimento do contexto mobilizado e aplicado na resolução da atividade proposta. O nível de similaridade dessas variáveis é de 0,92221, nível também muito próximo de um (1), indicando grande probabilidade de os professores que apontaram o conhecimento do contexto serem os mesmos que reconheceram as representações gráficas em situações que envolvam conceitos estatísticos de base. Sabemos que o conhecimento do contexto e o procedimental são integrantes do componente do conhecimento (GAl, 2002) e pertencentes ao pensamento específico segundo Wild e Pfannkuch (1999), ambos constituintes do pensamento estatístico. Outra relação importante, que possivelmente justifique essa aproximação da representação gráfica do conhecimento do contexto, seja a grande utilização desse gráfico nos meios de comunicação. O nó significativo encontrado na Classe C abrange esses dois grupos da subclasse C1 com nível de similaridade igual a 0,793319. O nível diminui ainda mais quando analisamos todas as variáveis da subclasse C1, chegando a 0,278184. Essa queda provavelmente esteja relacionada ao fato de que o professor não tem oportunidade de trabalhar com atividades envolvendo dados contínuos, como verificamos na análise dos livros didáticos. Realidade que nos faz refletir sobre a possibilidade de se trabalhar a estatística

descritiva somente com dados discretos e sobre as conseqüências da ausência de dados contínuos na aprendizagem de conceitos estatísticos de base.

A subclasse C2 formada pelas variáveis V58 e V69 representando respectivamente a menção sobre a importância do conceito de média no ensino fundamental e a menção quanto ao uso do plano cartesiano nas representações gráficas apresentam nível de similaridade igual a 0,561865. Esse nível de similaridade indica o grau de concordância dos professores sobre a importância do ensino de média e das representações gráficas no ensino fundamental. Probabilidade essa que talvez justifique o fato de muitos professores não trabalharem a estatística no ensino fundamental e médio.

Finalizamos o estudo dessa árvore com a Classe B (Estruturando o Pensamento Estatístico), composta por duas subclasses B1 e B2 sem nós significativos. A subclasse B1 tem dois grupos: o primeiro com o agrupamento de duas duplas de variáveis principais (V49 e V66) e (V64 e V65); o segundo pelo agrupamento das duplas (V67 e V76) e (V70 e V72). A subclasse B2 é composta apenas pelo grupo das variáveis principais V55 e V68. As variáveis V49 e V66, ambas pertencentes ao primeiro grupo desta subclasse, referem-se respectivamente, à menção da representação gráfica em colunas como registro utilizado pelos alunos e a menção e reconhecimento dos professores sobre a importância do conceito de proporção no ensino da estatística. O nível de similaridade dessas variáveis é de 0,89242 indicando que grande parte dos professores percebe a importância da representação gráfica e do conceito de proporção como componentes do pensamento estatístico, fato também comprovado nos estudos de Gal (2002). As variáveis V64 e V65 referem-se ao conceito de número e números decimais como conhecimentos matemáticos necessários à resolução de situações envolvendo a estatística. Vimos em Gal (2002), no capítulo 1 deste trabalho, que o conceito de número é um dos conhecimentos matemáticos básicos constituintes do pensamento estatístico, e o nível de similaridade encontrado nos questionários é bem significativo, ou seja, 0,979387 bem próximo de um (1) indicando grande probabilidade de os professores reconhecerem o conhecimento matemático como constituinte do pensamento estatístico. O primeiro grupo da subclasse B1 agrupa as variáveis V49, V66, V64 e V66 o que nos conduz a uma interpretação de que os conhecimentos matemáticos como conceito de número, números decimais e proporção também constituem o pensamento estatístico, no

entender dos professores que responderam nosso questionário. O conceito matemático de porcentagem também foi identificado no questionário pela variável V67, em que os professores o citam como necessário ao ensino da estatística. A variável V67 compõe, juntamente com a variável V76, o segundo grupo da subclasse B1, sendo que a última variável indica a análise dos dados presentes na situação I de nosso questionário. É importante observar que poucos professores realizaram tal análise e que o nível de similaridade entre essas variáveis é de 0,991189, indicando uma grande probabilidade de comportamentos semelhantes entre os professores, no que diz respeito ao conhecimento matemático de porcentagem e a análise dos dados em uma situação que envolva a estatística. Wild e Pfannkuch (1999) em seu trabalho PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusão), exploram a importância da análise dos dados na formação do pensamento estatístico. No entanto, não explicitam uma relação entre essa análise de dados e o conceito de porcentagem, o que nos faz pensar na contribuição do conceito de porcentagem numa análise de dados estatísticos e na razão que leva os professores a estabelecerem tal relação.

As variáveis V70 e V72, também pertencentes ao segundo grupo da subclasse B1, referem-se ao fato de o professor citar a comparação de números na interpretação de dados, seja em registros tabulares ou gráficos e a necessidade de agrupá-los em intervalos, caso sejam dados contínuos. Esse grupo tem nível 0,963181 de similaridade, embora um número reduzido de professores tenha reconhecido o agrupamento de intervalos como necessário ao tratamento de dados contínuos. É interessante observar que o nível de similaridade envolvendo as variáveis constituintes da subclasse B1, [(V49, V66) e (V64, V65)] com [(V67, V76) e (V70, V72)] é igual a 0.43625, o que significa que a probabilidade de os professores relacionarem essas oito variáveis simultaneamente é pequena. Percebemos também uma carência quanto ao uso de dados contínuos nas tarefas encontradas nas duas coleções de livros didáticos analisados, o que acreditamos deva ser repensado de modo a não limitar o ensino da estatística unicamente a dados discretos.

A subclasse B2 envolve as variáveis V55 e V68 que indicam, respectivamente, a menção ao conhecimento do contexto e ao conceito de função como constituintes do pensamento estatístico com nível de similaridade igual a 0,66874. Novamente elementos citados por Gal (2002) com nível de similaridade igual a 0,66874.

Notamos que o nível de similaridade cai significativamente quando pensamos na Classe B considerando as duas subclasses B1 e B2, cujo nível de similaridade chega a 0,120011. Fato este que reflete ainda mais a necessidade de investigarmos a estatística no ensino fundamental e médio, visto que poucos professores identificam todos os elementos do pensamento estatístico geral e específico.

Contudo, ao analisar essa árvore de similaridade com suas Classes A, B e C, encontramos outra relação significativa, relacionada aos níveis de letramento propostos por Shamos (1995). Percebemos que a Classe A (reconhecendo o pensamento estatístico) é caracterizada pela percepção dos professores quanto aos conceitos estatísticos de base, a transnumeração, ao conhecimento procedimental, à organização, ao agrupamento e à análise de dados. Nessa fase, os docentes apresentam um discurso distante da prática, demonstram aparente estágio letárgico em que as idéias são concebidas, mas sem reflexo na prática, ou seja, apenas identificam os conceitos ou procedimentos estatísticos em seu discurso, porém não o utilizam na resolução das situações propostas. Estão sensíveis à importância do pensamento estatístico e são capazes de explicitá-los, mas o fato de não refletirem na prática tal discurso demonstra que estão provavelmente no nível *cultural* de letramento mencionado por Shamos (1995) no capítulo 1.

A Classe B (Estruturando o Pensamento Estatístico) evidencia uma ação mais próxima do discurso teórico anteriormente declarado pelos docentes. Nessa fase, ele representa graficamente e analisa a variação dos dados, identifica elementos do conhecimento matemático como conceito de número, números decimais, comparação de números, porcentagem, proporção e função, além de mencionar o conhecimento do contexto e a necessidade de tratamento de dados contínuos. Assim, podemos dizer que o nível de letramento adequado a essa fase é o *funcional*, já que há uma perceptível identificação dos componentes e habilidades do pensamento estatístico, mas ainda sem condições reais de tomada de decisões a partir dos dados, apesar de percebermos ações nesse sentido. Prova disso é o fato de ele precisar de auxílio no estudo da variação dos dados, bem como no agrupamento de dados contínuos em intervalos.

Nova alteração é notada na Classe C (Mobilizando o Pensamento Estatístico), uma vez que, nessa fase, o discurso é menor que a prática na resolução das situações propostas em nosso questionário. Ao invés de citar o que faria, o professor efetivamente resolve a questão, demonstrando maior segurança e conhecimento.

Faz o tratamento de dados contínuos, considera o conhecimento do contexto, representa dados graficamente e em tabelas, além de realizar as transformações de um registro tabular em um registro gráfico e vice-versa. Nessa fase, acreditamos que o letramento está mais próximo do *científico* de Shamos (1995), necessitando para tal a consideração de aspectos do modelo PPDAC de Wild e Pfannkuch (1999), como capacidade de planejar, a partir dos dados coletados ou propostos, análise de dados, estudo da variação dos mesmos para, então, chegar a conclusões, ou seja, a tomada de decisões pautada na segurança e na estatística .

5.3 Análise hierárquica coesitiva

Na árvore coesitiva, diferentemente da de similaridade, encontramos duas classes maiores com três nós significativos e sete classes menores formadas apenas por duas variáveis e um nó significativo, como nos mostra a figura 5.4.

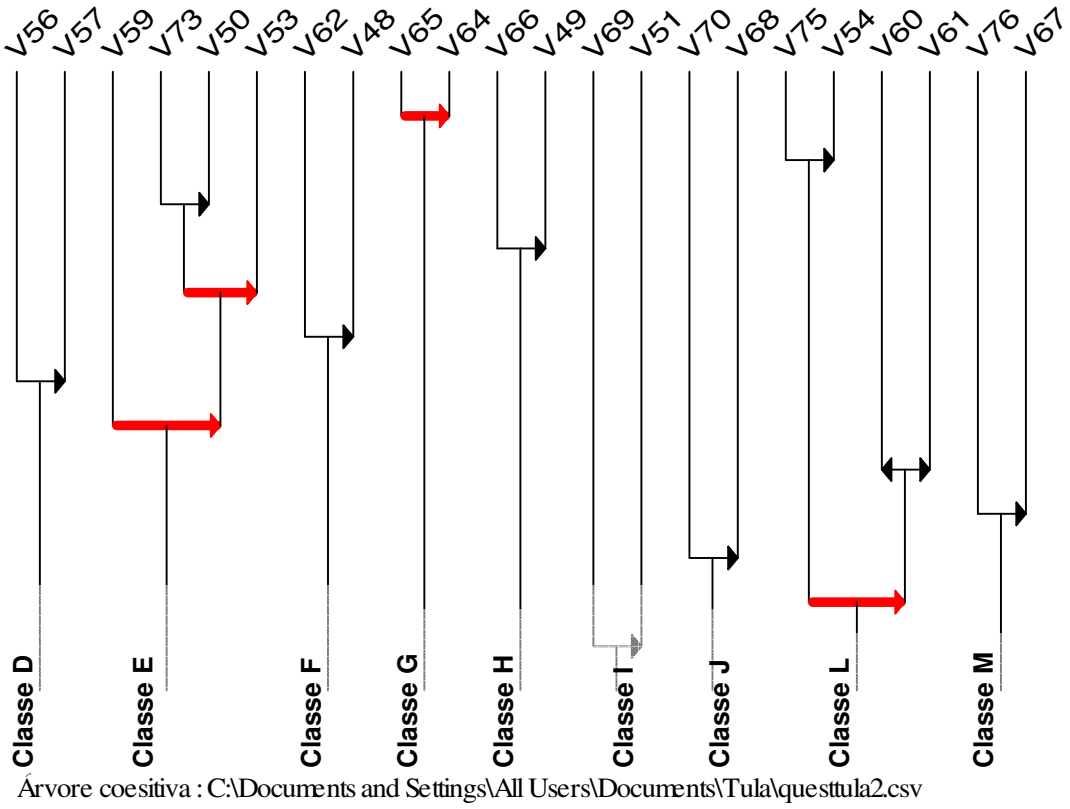


Figura 5. 4- Árvore coesitiva

A formação dessas classes de duas variáveis, provavelmente, esteja relacionada ao número de variáveis consideradas por grande parte dos professores, como importantes ao pensamento estatístico. Analisaremos cada uma dessas classes, respeitando a sua ordem de qualidade de coesão decrescente.

O primeiro nó significativo é representado pela Classe H que contém as variáveis V65→V64 de índice de coesão igual a 0,848, indicando que o conceito de números decimais implica o conceito de número, ou seja, o conceito de números decimais envolve o conceito de número, ressalvando as características e representações particulares dos decimais. Observamos que o índice de coesão é o mais próximo de um, o que significa dizer que os professores que mencionaram o conceito de decimais também ressaltaram o conceito de número. Ambos os conceitos estão inseridos no conhecimento matemático identificado por Gal (2002) como componente do pensamento estatístico. O segundo nó significativo envolve o grupo de variáveis (V73→V50) → V53 e apresenta índice de coesão igual a 0,628, indicando que o tratamento de dados contínuos favorece a passagem desses dados do registro tabular ao gráfico. O índice de coesão desse nó significativo cai em relação ao primeiro nó, talvez pelo fato de que poucos professores tenham mencionado ou feito o tratamento de dados contínuos. Os que, porém, consideraram o tratamento de dados contínuos estabeleceram relação entre o agrupamento desses com sua representação gráfica e/ou tabular. Tanto Wild e Pfannkuch (1999) como Gal (2002) consideram a passagem do registro tabular ao gráfico e vice-versa como elemento constituinte do pensamento estatístico. A diferença é que os primeiros autores denominam esse processo de transnumeração, enquanto Gal (2002), de conhecimento procedimental conforme apresentamos no capítulo 1. No entanto, o tratamento de dados contínuos na visão desses autores é elemento integrante do conhecimento estatístico e, portanto, importante na formação do pensamento estatístico. Infelizmente, como já comentamos, a prática constatada por nossa análise de livros didáticos revela a inexistência de situações que contemplem dados contínuos, comprometendo, assim, o ensino da estatística na escola básica.

O terceiro nó significativo compõe a Classe E dessa árvore e envolve as variáveis [(V73→V50)→V53] → V59, ou seja, aquelas pertencentes ao segundo nó agrupadas à variável V59, com índice de coesão igual a 0,345. Esse nó indica que a representação gráfica de dados contínuos implica um agrupamento desses em intervalos, de modo a favorecer sua representação gráfica e um possível estudo das

medidas de tendência central como a média aritmética. Esse agrupamento evidencia que os professores percebem a necessidade de um trabalho diferenciado, caso os dados sejam discretos ou contínuos, embora contextos como esse não tenham sido propostos nos livros didáticos que nós analisamos e, que apenas um número reduzido de professores tenha resolvido a situação do questionário que contempla dados contínuos. Fato que possivelmente justifique um índice de coesão ainda menor que o do segundo nó significativo. Essa implicação indicando um índice de coesão tão pequeno nos permite fazer uma leitura de modo contraposto: *se o professor não tivesse feito o tratamento de dados contínuos, provavelmente não teria representado esses dados graficamente, e nem estudado a variação dos mesmos.*

O quarto nó significativo constitui a Classe L e envolve dois grupos de variáveis (V75→V54) →(V60→V61). O primeiro grupo desse nó apresenta índice de coesão igual a 0,828 e relaciona a análise de dados ao estudo da variabilidade dos mesmos. Notamos que, no primeiro grupo desse nó, a análise de dados implica no estudo da variabilidade e o fato de o índice de coesão ser próximo de um indica que os sujeitos que identificaram a análise de dados provavelmente relacionaram-na à necessidade de se estudar a variação dos mesmos. O segundo grupo, (V60→V61), apresenta índice de coesão igual 0, 3 e relaciona os conceitos estatísticos de base, moda e mediana, tornando esse nó muito significativo. A relação existente entre a análise de dados - o estudo da variação desses por meio das medidas de tendência central - demonstra que o discurso do professor sobre o pensamento estatístico requer, entre outros, um estudo da variabilidade obtida a partir das medidas de tendência central. Dizemos discurso, porque os professores apenas citam a análise de dados e o estudo da variação, sem efetivamente fazê-lo. O fato de o índice de coesão ter sido pequeno, possivelmente, esteja relacionado ao pequeno número de sujeitos que estabeleceram tal relação. Essa implicação de baixo índice de coesão pode ser lida assim *se o professor não indicasse o conceito de moda como necessário ao ensino da estatística descritiva básica, também não indicaria o conceito de mediana.*

Portanto, a Classe L (V75→V54) →(V60→V61) explicita uma complementação entre as duas teorias apresentadas neste trabalho, a de Gal (2002) sobre os componentes do conhecimento (matemático, estatístico, do contexto e procedimental) e a de Wild e Pfannkuch (1999) sobre o modelo Problema, Plano,

Dados, Análise e Conclusão- PPDAC-. Enquanto na proposta de Gal (2002) são dados os primeiros passos para a formação do pensamento estatístico, Wild e Pfannkuch (1999) partem de tais conhecimentos (matemático, do contexto, estatístico e procedimental) de modo a identificar o problema, elaborar estratégias de coleta e análise de dados, para, então, contribuir para uma tomada de decisões mais consciente e segura baseada nos dados.

As demais classes não apresentam nó significativo e são formadas por duas variáveis. Atendendo a ordem decrescente de coesão temos: Classe I das variáveis V66→V49, com índice de coesão igual a 0,736, relacionando o conceito de proporção à passagem dos dados organizados inicialmente em tabelas para o gráfico de colunas. É interessante observar que o conceito de proporção está diretamente relacionado ao gráfico de setor, fato não identificado nesse agrupamento. O conceito de proporção é componente do conhecimento matemático (GAL, 2002) e a passagem do registro tabular ao gráfico ou vice-versa a transnumeração (WILD e PFANNKUCH, 1999) e ao conhecimento procedimental (GAL, 2002).

A classe F, formada pelas variáveis V62→V48 de índice de coesão igual a 0,572, indica que o agrupamento citado pelo professor tem implicação direta na representação desses dados, quer seja no gráfico de colunas ou no gráfico de segmentos. Ressaltamos que, nessa classe, o professor apenas identifica em seu discurso a relação entre agrupamento e representação gráfica, sem, contudo, comprová-las em suas resoluções. Os componentes do pensamento mobilizados nessa classe são o conhecimento estatístico (WILD e PFANNKUCH, 1999 e GAL, 2002) e, transnumeração (WILD e PFANNUKUCH, 1999) e conhecimento procedimental (Gal, 2002). Quanto ao índice de coesão, percebemos que se aproxima de 50%, fato que acreditamos estar relacionado ao número reduzido de sujeitos que mencionaram o tratamento de dados contínuos.

A classe D, formada pelas variáveis V56→V57 apresenta índice de coesão 0,372 e indica que a organização de dados implica o conhecimento do contexto, relação não presente na árvore de similaridade, mas igualmente significativa. Essa classe ressalta dois componentes do pensamento específico: o conhecimento do contexto (GAl, 2002 ;WILD e PFANNUKUCH, 1999) e a organização de dados (Modelo PPDAC de WILD e PFANNKUCH, 1999). Este baixo índice de coesão permite-nos ler a implicação destas variáveis assim: *se o professor não*

mencionasse a importância da organização de dados, não consideraria o conhecimento do contexto.

A classe M das variáveis V76→V67 indica que os professores, ao analisarem os dados, relacionaram essa ação ao conceito de porcentagem explicitando a necessidade desse conhecimento ao ensino da estatística. O nível de coesão dessa classe é de 0,204, nível este possivelmente atribuído ao fato de que poucos professores submetidos ao questionário analisaram os dados. Outros elementos do pensamento estatístico são mencionados nessa classe: o conhecimento matemático de porcentagem (GAL, 2002) e a análise de dados (Modelo PPDAC de WILD e PFANNKUCH, 1999). Devido ao baixo índice de coesão, a leitura dessa implicação pode ser feita assim: *se o professor não analisasse a variação dos dados, não reconheceria a importância do conceito matemático de porcentagem no ensino da Estatística.*

A classe J das variáveis V70→V68 indica que os professores que consideraram a comparação de números na análise de dados mencionaram o conceito de função como conceito matemático necessário ao ensino da estatística. O nível de coesão dessa classe é menor ainda e igual a 0,193, o que representa um número pequeno de docentes que estabeleceram tal relação, além de permitir uma leitura contraposta dessa implicação: *se o professor não mencionasse a comparação de dados na interpretação destes nos registros tabulares ou gráficos, provavelmente não reconheceria o conceito de função no ensino da estatística.* Nesse caso, o componente do pensamento estatístico destacado é o conhecimento matemático de número e função. (GAL, 2002)

A Classe I, formada pelas variáveis V69→V51, indica relação existente entre o conhecimento matemático sobre plano cartesiano e o gráfico de setor. Gostaríamos de comentar que tal relação não era esperada, pelo contrário, tínhamos a expectativa de que os professores estabelecessem relação entre o conhecimento de plano cartesiano e as representações gráficas de colunas e segmentos. Talvez essa razão possa explicar o baixo nível de coesão dessa classe 0,0306. O conceito matemático, coordenadas cartesianas, é citado como componente do conhecimento matemático, assim como o conhecimento procedimental (GAL, 2002) e pensamento geral (Procedimental de WILD e PFANNKUCH, 1999).

Comparando as árvores de similaridade e de coesão, encontramos agrupamentos e nós significativos coincidentes, como no caso das variáveis V60 e

V61. Esse agrupamento aparece como nó significativo nas duas árvores, fato que reforça a relação existente entre essas duas medidas de tendência central (moda e mediana), ou seja, que o ensino do conceito de moda implica o ensino do conceito de mediana e vice-versa. Faltando apenas a inclusão do conceito de média nesse agrupamento para que tenhamos elementos significativos para um estudo da variação de dados num nível elementar de escolaridade. Encontramos na subclasse A2 da árvore de similaridade composta pelas variáveis {(V60 ,V61) e [V54 (V56, V75)]} semelhança com a classe L da árvore de coesão formada pelas variáveis (V75→V54) →(V60↔V61) assegurando, assim, que, nos dois casos, quem cita a análise dos dados cita também a variabilidade considerando nesse processo as medidas de tendência central moda e mediana.

O grupo pertencente à subclasse A1 da árvore de similaridade formado pelas variáveis V48 e V62 é o mesmo da árvore coesitiva V62→V48 reforçando, desse modo, que o professor estabelece relação entre o agrupamento de dados e a representação gráfica dos mesmos, condicionando que o agrupamento de dados nos permite representá-los graficamente.

Outro grupo similar nas duas árvores é o das variáveis V50 e V73 da subclasse C1 e da classe V59→(V73→ V50)→V53 reiterando a relação existente entre o tratamento da variável contínua e a transnumeração representada pela passagem dos dados organizados inicialmente em tabelas para o gráfico de segmento. Fato exemplificado na situação II de nosso questionário, e os professores que resolveram tal situação identificaram esta relação.

No entanto, não encontramos apenas semelhanças, mas diversidades entre as duas árvores analisadas, como vemos na subclasse C1 que apresenta divergências quanto à classe que contém as variáveis V50 e V73 da árvore de coesão. A subclasse C1 da árvore de similaridade relaciona ao grupo das variáveis V50 e V73 as variáveis V51 e V57 associando ao tratamento dos dados contínuos e a transnumeração desses na passagem do registro tabular para o gráfico de segmentos, outras representações gráficas como o gráfico de setor, bem como o conhecimento do contexto. Já, na árvore de coesão, outro agrupamento é sugerido V59→(V73→V50)→V53, associando outras variáveis às variáveis V50 e V73. Tal agrupamento inclui o cálculo da média ao tratamento de dados contínuos e sua representação gráfica. Classe esta que evidencia dificuldades no trabalho com dados contínuos, possivelmente pelo número insignificante de atividades que

explorem dados contínuos no ensino fundamental e pela necessidade de maior capacitação dos docentes no trabalho com a estatística. Argumento fortalecido pelo agrupamento das variáveis V69 e V51, pertencentes à classe C da árvore de similaridade. Tal agrupamento na árvore de coesão estabelece uma relação direta, classe I, de apenas dois elementos, o que exige atenção especial, uma vez que a variável V69 refere-se aos conhecimentos matemáticos presentes no plano cartesiano e à variável V51 da representação gráfica por meio de setores. Parece-nos que os professores precisam de maiores esclarecimentos quanto à construção e representação de dados num gráfico de setor, visto que as respostas correspondentes a esse grupo fazem parte do discurso do professor sem que o mesmo o tenha submetido à prática.

O grupo de variáveis V64 e V65 da subclasse B1 permanece inalterado nas duas árvores, mesmo estando atrelado às variáveis V49 e V66 na árvore de similaridade e separados na árvore de coesão. Isso porque os conceitos de número e de número decimal têm relação direta um com o outro. A associação dessas variáveis as variáveis V49 e V66 incluem aos conceitos já descritos o conceito matemático de proporção relacionando-os à representação gráfica por meio de colunas.

O grupo formado pelas variáveis V76 e V67 também permanece o mesmo com uma associação a mais na árvore de similaridade. Assim, a análise de dados está relacionada ao conceito de porcentagem nos dois casos. Já, na árvore de similaridade, além desse agrupamento, outro é sugerido envolvendo a comparação e tratamento de dados contínuos. O grupo de variáveis V70 e V68 aparece na classe B da árvore de similaridade e numa única classe na árvore de coesão. Numa árvore, a relação é direta, a comparação de dados e função, enquanto, na de similaridade, esses conhecimentos matemáticos são incorporados ao de números, decimais, proporção e função, além do conhecimento do contexto. Percebemos que a árvore de similaridade nesse caso dá uma idéia mais completa dos conhecimentos matemáticos constituintes do conhecimento matemático, relacionando-os ao contexto no qual estão inseridos, enquanto a árvore coesitiva enfatiza o conceito de números sem relacioná-los aos demais conceitos matemáticos.

As árvores de similaridade e coesitiva possibilitam ainda detectar a tipicalidade dos sujeitos que responderam nosso instrumento diagnóstico, ou seja, permitem identificar os sujeitos que mais contribuíram para as relações

apresentadas em cada árvore. Assim, por exemplo, os sujeitos que mais contribuíram para o agrupamento das variáveis V60 (citam conceito de moda) e V61(citam conceito de mediana) são professores com idade entre 21 e 28 anos de idade. Agrupamento este que permite afirmar que professores, no início de carreira, reconhecem a importância dos conceitos estatísticos de moda e mediana no ensino de estatística.

Outro grupo destacado é o daqueles que mencionam a inclusão de um capítulo específico de estatística no livro didático adotado por eles em 2005. Tais sujeitos citam a representação gráfica, assim como explicitam a necessidade do agrupamento de dados contínuos e do cálculo da média como procedimentos de resolução das situações I e II, Parte B do questionário. Percebemos, no discurso do professor, o reconhecimento da representação gráfica e do agrupamento de dados como etapas importantes na resolução de tarefas que envolvam a estatística. No entanto, percebemos que sua prática fica limitada somente ao cálculo da média aritmética, quando a mesma é solicitada. A análise por meio do *software* C.H.I.C. sobre a menção do professor quanto às representações gráficas, ao agrupamento de dados e ao cálculo da média aritmética, aliada à análise de livros didáticos realizada neste trabalho, nos leva a pensar que os livros de estatística priorizam as representações gráficas e tabulares, bem como o cálculo de média aritmética. Fato que certamente traz conseqüências para a aprendizagem da estatística. Contexto este previsto em uma das hipóteses levantadas nesta pesquisa, referente à contribuição dos livros didáticos na formação acadêmica do professor. Sendo assim, acreditamos que o professor terá uma formação comprometida sobre a Estatística, reduzindo o pensamento estatístico de base à representação gráfica e ao conceito estatístico de média aritmética e, conseqüentemente, ao letramento *cultural* proposto por Shamos (1995).

O mesmo não acontece nas respostas dadas por professores que afirmaram adotar livros didáticos que não apresentam capítulo específico de estatística e que tem até cinco anos de carreira. Tais professores citam a variabilidade, a organização e análise de dados, bem como o conhecimento do contexto, o conhecimento matemático envolvendo o plano cartesiano e o conhecimento procedimental na resolução das tarefas propostas em nosso questionário. Reconhecimento este restrito apenas ao discurso do professor. Observemos que, mesmo em contextos diferentes, podemos inferir a contribuição do livro didático na formação acadêmica

do professor, isto porque ele é capaz de identificar alguns aspectos importantes do pensamento estatístico de base, mas não demonstra segurança em aplicá-los: indício de que o livro didático colabora com a formação continuada do professor.

Uma terceira relação envolvendo livros didáticos é identificada no caso daqueles livros em que a estatística é desenvolvida ao longo dos capítulos. Os sujeitos típicos que se encontram nessa posição, além de citarem a representação gráfica, representam-nas por meio do gráfico de colunas ou segmentos, agrupam dados para, só então, representá-los graficamente. Não é nossa intenção afirmar que a estatística, quando abordada ao longo dos capítulos, favoreça sua aprendizagem, mas acreditamos que a forma pela qual a estatística é abordada nos livros didáticos favoreça a formação do pensamento estatístico, principalmente se essa não for limitada à representação gráfica e ao conceito de média.

Outra relação importante foi detectada na tipicalidade dos sujeitos que têm mais de 10 anos de carreira. Os docentes mais experientes citam o conceito matemático de números e o estatístico de média como conceitos mobilizados pelos alunos, talvez pelo fato de sua formação inicial não ter contemplado a estatística, bem como por sua prática docente, já que nossa análise de livros didáticos mostra a recente inclusão da estatística e probabilidade na educação Básica. Assim, temos mais um indício da contribuição do livro didático na formação continuada do professor, elencada anteriormente em nossa hipótese de pesquisa. Vale ressaltar que as tipicalidades encontradas nas duas árvores (similaridade e coesitiva) nos conduzem às mesmas observações.

5.4 Considerações finais

A análise de nosso instrumento diagnóstico, auxiliada pelo software C.H.I.C. por meio das árvores de similaridade e de coesão, nos permitiu identificar elementos do pensamento estatístico presentes no discurso e/ou na prática dos docentes.

Sobre o conhecimento matemático, componente do conhecimento apontado por Gal (2002), visto no capítulo 1, o autor destaca os conceitos de número, decimais e porcentagem como essenciais ao desenvolvimento de habilidades estatísticas. No entanto, em nossa análise de livros didáticos identificamos além dos conceitos matemáticos acima citados, os conceitos de proporção, função e coordenadas cartesianas presentes nas atividades propostas. Fato confirmado pela

análise de nosso instrumento diagnóstico, em que os professores reconhecem tais conceitos na formação do pensamento estatístico.

Do conhecimento estatístico (componente do conhecimento; Gal, 2002) e (pensamento específico; Wild e Pfannkuch, 1999) os autores consideram noções básicas, os conceitos de média aritmética, moda e mediana, medidas de tendência central, bem como o reconhecimento de dados. Infelizmente, as análises de livros didáticos e instrumento diagnóstico, apresentados anteriormente diferem dessa concepção, uma vez que apenas o conceito de média aritmética é explorado no ensino fundamental e, com ênfase apenas no algoritmo desse conceito.

É interessante observar que o conceito de média é facilmente reconhecido pelos docentes, visto que um número significativo identifica e explicita tal conceito como estatístico, um número menor de sujeitos, porém, mencionam os demais conceitos estatísticos e um número ainda menor relaciona estas medidas de tendência central, o que poderia indicar uma predisposição ou uma habilidade para comparações e análises críticas de dados. Tal fato certamente traz implicações quanto ao ensino-aprendizagem da estatística, sobre a análise de dados (Modelo PPDAC de Wild e Pfannkuch, 1999) e o estudo da variação envolvendo esses dados. Como é realizado o estudo da média? E como a variabilidade em relação a essa medida é discutida e analisada?

O conhecimento do contexto está relacionado à organização e necessidade dos dados, bem como à análise e conclusão dos mesmos. Elementos constituintes do conhecimento (GAL, 2002) e do pensamento específico (WILD e PFANNKUCH, 1999).

Outro elemento constituinte do pensamento estatístico bastante citado pelos professores é referente às representações tabulares e gráficas pertencentes ao conhecimento procedimental (GAL, 2002) e ao pensamento específico denominado de transnumeração (WILD e PFANNKUCH, 1999). Os livros didáticos exploram demasiadamente as representações gráficas e tabulares, sem, contudo, associá-las à análise e ao estudo da variação de dados, sendo esses, na maioria das vezes, discretos. Além disso, as tarefas solicitam interpretações simples de gráficos ou tabelas e, ainda, construções dos mesmos, com prioridade para o gráfico de colunas. Nos livros não se percebe também a articulação entre as representações que caracterizam o processo de transnumeração. Pode-se assim supor que apesar do trabalho anunciado sobre tabelas e gráficos, esse não é suficiente para a

construção do pensamento estatístico. Na verdade, os docentes consideram o registro pelo registro, esquecendo-se dos conceitos matemáticos, estatísticos e do contexto mobilizados em tais representações.

Nossa análise permitiu uma observação relacionando o tempo de atuação dos docentes com o ensino da estatística. Os resultados evidenciam que, no grupo pesquisado, os professores com aproximadamente 15 anos de carreira têm uma visão reducionista da estatística, identificando apenas o conceito estatístico de média aritmética e o conhecimento matemático de números e decimais nas tarefas propostas. Acreditamos que a razão para tal comportamento se deva, entre outros, à recente inclusão da estatística no ensino fundamental e, sendo assim, a maioria dos livros didáticos publicados antes de 1996 não contemplava a estatística no nível elementar.

Já professores recém-formados identificam conceitos matemáticos como números, porcentagem, proporção, coordenadas cartesianas, conceitos estatísticos de média, moda e mediana, reconhecem a variabilidade na análise de dados, identificam o conhecimento do contexto e o procedimental, além da transnumeração, não ficando apenas no discurso, já que demonstram nas resoluções das tarefas propostas suas concepções. É fato que todos eles estudaram estatística na graduação. Talvez por isso estejam mais familiarizados com o pensamento estatístico. Mas não podemos nos esquecer de que a prática desses docentes é alimentada por livros didáticos e outros recursos que abordam a estatística na escola básica, já que, atualmente, a maioria das coleções e *softwares* contempla a estatística e a probabilidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar as concepções dos professores de matemática dos ensinos fundamental e médio sobre os componentes e a formação do pensamento estatístico. A fundamentação teórica baseia-se no pensamento estatístico, seus componentes e habilidades, propostos por Gal (2002), Wild e Pfannkuch (1999) e pelos níveis de letramento estatístico segundo Shamos (1995). Para este estudo teórico, apresentamos concepções sobre o pensamento estatístico (Snee,1990 e ASA, 1990), investigamos os componentes do conhecimento matemático, estatístico, do contexto, procedimental (GAL, 2002), o pensamento geral estratégico, explicativo, modelar, tecnicista (WILD e PFANNKUCH, 1999) e específico via reconhecimento da necessidade dos dados, da transnumeração, da onipresença da variação, dos modelos estatísticos, do conhecimento estatístico, do contexto e pela capacidade do sujeito de sintetização. Finalizamos este estudo teórico com o Modelo PPDAC em seu ciclo investigativo (WILD e PFANNKUCH, 1999), visando responder a seguinte questão de pesquisa:

> Que relações podem ser estabelecidas entre as concepções docentes sobre sua prática no ensino da estatística e as formas de apresentação desses conteúdos nos livros didáticos?

Tal questão foi desdobrada em sub-questões, visando uma organização mais operacional na análise dos dados que iríamos coletar:

> Qual organização matemática pode ser identificada nos livros didáticos?
>
> Quais dimensões do pensamento estatístico são contempladas na prática docente?

Na tentativa de responder essas questões, buscamos identificar as crenças dos professores por meio de um instrumento diagnóstico, visto no capítulo 4. Nesse questionário, além de informações pessoais e profissionais, cada professor foi convidado a analisar e resolver duas situações-problema envolvendo o pensamento

estatístico, da forma como acreditasse que seu aluno o faria. pedimos também que fossem identificados conceitos matemáticos e estatísticos envolvidos nessa resolução, bem como possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos em cada uma. Por último, os docentes explicitaram os conceitos estatísticos de ensino necessário à formação básica.

Complementamos nossa investigação com a análise de livros didáticos, visando identificar a organização matemática por eles sugerida em termos de tarefas, técnicas e discurso teórico-tecnológico propostos e sua influência na concepção docente sobre a estatística.

Nossa análise de livros didáticos, apresentada no capítulo 3, nos leva a concluir que as tarefas solicitadas permitem o desenvolvimento de algumas das habilidades do letramento estatístico *cultural*, uma vez que a maioria dos exercícios solicita tarefas de leitura e interpretação simples de dados registrados em tabelas e gráficos, implicando a localização direta desses nos registros utilizados. Outra tarefa indicada no material analisado e parcialmente adequada a esse nível de letramento é aquela que utiliza a aplicação do algoritmo de média aritmética, reduzindo o ensino desse conceito estatístico apenas ao ensino de seu algoritmo.

Assim, o bloco [tarefa, técnica] favorecido nos livros didáticos contribui para um desenvolvimento do pensamento estatístico de forma ainda insuficiente, mesmo que no nível *cultural*, visto que limita seu ensino aos conhecimentos procedimental e matemático, não chegando a contemplar os conhecimentos estatísticos e do contexto adequados a este nível de letramento.

Sendo assim, vimos que os livros didáticos exploram atividades que privilegiam técnicas e procedimentos, ou seja, são tecnicistas, uma vez que não propõem situações que permitem o desenvolvimento dos demais componentes do conhecimento (estatístico, do contexto) e do pensamento específico (necessidade dos dados, transnumeração e estudo da variabilidade) de conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais, propiciando o desenvolvimento de habilidades estatísticas mais abrangentes do que as do nível *cultural* e mais coerente com o letramento no nível *funcional* indicado para esse segmento escolar.

Certamente o discurso sobre a prática docente reflete tal realidade, uma vez que o professor baseia seu trabalho nesses tipos de tarefas sugeridas nos livros didáticos. À medida que propõe somente as atividades contempladas nos livros didáticos, ele tem a falsa sensação de trabalhar a estatística e, portanto, de

desenvolver o pensamento estatístico. Entretanto, o reflexo dessas ações é outro bem diferente de tal forma, que acaba reforçando uma concepção errônea da estatística, numa visão tecnicista e limitada a interpretações simples de dados em registros tabulares e gráficos. Assim respondemos nossa primeira sub-questão de pesquisa.

Aprofundando nossa reflexão, remetemo-nos à hipótese de pesquisa enunciada no capítulo 2, sobre o desencontro existente entre as recomendações nos documentos oficiais, nos livros didáticos e nas concepções dos professores sobre os conceitos estatísticos de base. Concluímos que nossa hipótese de pesquisa apontava uma concordância entre os Parâmetros Curriculares Nacionais e as tarefas propostas nos livros didáticos. No entanto, os resultados mostram uma divergência neste sentido, já que os Parâmetros Curriculares Nacionais apóiam o ensino de matemática propiciando o desenvolvimento do pensamento estatístico por meio de situações que levem o aluno a coletar, organizar, analisar dados, construir, interpretar tabelas e gráficos (colunas, segmentos e setores), a fim de formular argumentos convincentes que permitam uma tomada de decisões consciente, ou seja, contemplando o letramento estatístico no nível *funcional* e, possibilitando o acesso desse aluno ao nível *científico*. Os livros didáticos, por sua vez, contradizem a teoria proposta neste trabalho, capítulo 2, e recomendada nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Isto porque exploram tarefas limitadas exclusivamente ao uso de procedimentos e técnicas, conhecimento procedimental, cujos dados são sempre fornecidos, e a análise e o estudo da variação não são estimulados, contribuindo para a difusão de uma visão equivocada do professor sobre o ensino da estatística. Relação esta reforçada pelas respostas obtidas em nosso instrumento diagnóstico, bem como pela dificuldade enfrentada pelos professores ao respondê-las.

Tal fato evidencia uma ruptura na formação do pensamento estatístico, ocorrida nesse segmento escolar, visto que a teoria orienta um trabalho voltado para o desenvolvimento do letramento *funcional*, enquanto a prática docente empenha poucos esforços para o desenvolvimento do letramento no nível *cultural*. Essa ruptura pode ser comprovada pelas atividades propostas nos livros didáticos analisados, uma vez que eles propõem um número insuficiente de situações que envolvem a coleta e representação de dados em tabelas e gráficos (colunas, segmentos, setores), bem como a transnumeração existente entre eles, capaz de

explorar a passagem do registro tabular ao gráfico e vice-versa em todas as possibilidades, além da análise e estudo da variação dos dados estimulando, assim, uma tomada de decisões.

Nossa segunda sub-questão de pesquisa propunha uma investigação sobre as dimensões do pensamento estatístico contempladas no discurso sobre a prática docente. Verificamos por meio das concepções docentes que influenciam a prática desses professores, elementos que acreditamos responder tal questão. Nossa análise comprova que cerca de 90% dos professores trabalha no nível cultural do letramento estatístico, já que não abordam atividades com dados contínuos, não exploram a análise de dados, não estudam a variação existente nesses dados, não dando assim, reais condições ao aluno de tomar decisões baseadas nos dados.

Dos componentes do conhecimento propostos por Gal (2002), apenas os conhecimentos matemáticos de número e decimais são reconhecidos pela maioria dos professores. O conceito de sistema de coordenadas cartesianas é trabalhado sem a devida sistematização, fato que não contribui para uma compreensão das representações gráficas utilizadas para resumir os dados. Vimos que o único conhecimento estatístico abordado é o conceito de média, com ênfase em seu algoritmo, favorecendo uma compreensão equivocada desse conceito. Nem mesmo a primeira dimensão do pensamento estatístico, o ciclo investigativo, (WILD e PFANNKUCH, 1999) é contemplada satisfatoriamente, uma vez que os alunos poucas vezes coletam dados, dificultando portanto, o reconhecimento da necessidade dos mesmos, bem como a definição clara do problema envolvendo esses dados, a escolha de um sistema de amostragem adequado a essa coleta, como também a maneira adequada de medi-los e interpretá-los num certo contexto.

Na perspectiva de Shamos (1995), o sujeito passa pelos níveis de letramento estatístico, à medida que desenvolve o pensamento estatístico. A prática revela que os professores do ensino fundamental trabalham com o pensamento estatístico no nível *cultural*, de tal forma que o nível *funcional* não chega a ser desenvolvido. Assim, terminamos a escolaridade básica num nível elementar da estatística, sem condições reais de atingir o letramento *científico*, visto que não alcançamos o nível *funcional*.

Dessa forma, tendo em vista os resultados apontados nesse trabalho, é de se esperar que nossos alunos tenham dificuldades na aprendizagem da estatística seja na escola básica ou em cursos mais avançados. Portanto, percebemos a

necessidade de um número maior de pesquisas investigando o pensamento estatístico e a aprendizagem da estatística em todos os níveis de escolaridade. Trabalhos futuros que auxiliem o professor em sua prática docente, de modo a complementar satisfatoriamente as atividades propostas nos livros didáticos e, que fomentem discussões que certamente contribuirão para desenvolver habilidades estatísticas podendo até propor intervenções necessárias em sala de aula.

Acreditamos que a formação do pensamento estatístico seja fundamental para a aprendizagem da estatística, assim como um caminho possível que minimize os problemas já existentes nessa área de conhecimento. Nesse sentido, nosso trabalho aponta um caminho que possibilita incorporar efetivamente o ensino da estatística no ensino fundamental e médio, por meio de estudos e pesquisas futuras que indiquem uma complementação do trabalho docente na passagem do letramento estatístico do nível *funcional* para o nível *científico*, por meio de situações ou seqüências didáticas que estimulem a coleta, organização, análise e estudo da variação dos dados, bem como explorem a transnumeração dos registros tabulares e gráficos, explorando o letramento no nível *funcional* auxiliando, assim, a passagem desse nível ao *científico*.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA**,** M. E. B. **Formação de professores para inserção do computador na escola: inter-relações entre percepções evidenciadas pelo uso do software C.H.I.C.** Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 125- 143, semestral 2002.

ALMOULOUD, S.AG. **Dificuldades e obstáculos ao pensamento estatístico e probabilístico.** Santos: SIPEM , 2003.

ALMOULOUD, S. AG. **Une étude diagnostique en vue de la formation dês enseignants em géométre.** Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 49-69, semestral 2002.

ALMOULOUD, S. AG.; GRAS, R. **A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais**. Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 75- 88, semestral 2002.

_____. **Fundamentos da didática da matemática**. Programa de Pós-Graduação. PUC-SP, 2000.

BATANERO, C; **Análisis de datos Y su didáctica**. Granada: reprografia de La Faculdad de Ciencias de la Universidad de Granada, 2001b.

_____ **Didactica de la estadística**. Granada: Reprografia de La Facultad de Ciencias Universidad de Granada, 2001a.

BATANERO, C. et al. **Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts.** International Journal of Mathematics Education in Science and Technology**,**[25 (4 0, 527-547]. Disponível em: < http:// www.ugr.es/batanero>. Acesso em: 15 abr. 2003.

BATANERO, C. **Los retos de la cultura estadistica. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la estadistica.** Buenos Aires. Conferência inaugural, 2002. Também disponível em:< www.ugr.es/batanero>. Acesso em: 20 abr.2005.

_____; **Significado y comprensión de las medidas de posicion central.** UNO, 25 (p. 41-58), 2000. Disponível em: < http:// www.ugr.es/~batanero/ListadoEstadistica.htm>. Acesso em: 20 abr.2005.

BERNAL, M. M. **Estudo do objeto proporção*:*** elemento de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado**.** 2004. f.169. Dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica-: UFSC. Florianópolis.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: SEF/MEC. 1998.

CHEVALLARD, Y.; JOSHUA, M. **La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné.** Grenoble: La Penseé Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Y. **La fonction professoral e: Esquisse d'un modèle didactique. In: ECOLE ET UNIVERSITE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES**,8, 1995, Saint- sauves d'Auvergne. Acts de lécole d'étè. Saint-sauves d'Auvergne: IREM de Clermont- Ferrand, 1996. p..83 – 122.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas*:*** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

CORDANI, L. K.; **O ensino de estatística na universidade e a controvérsia sobre os fundamentos da inferência.** Tese de doutorado.FE/USO. São Paulo,2001.

COURANT, R; ROBBINS, H. **O que é matemática?**Uma abordagem elementar de métodos e conceitos**.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

COUTINHO, C.Q.S; **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista.** Estudo epistemológico e didático**.** 1994. nf.151. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. São Paulo.

COUTINHO, C. Q. S.; GONÇALVES, M. ; MORAIS, T. M. R. **A análise de livros didáticos como ferramenta docente**.In: VIII ENEM. Recife, PE: **Anais...** Recife: MEC, 2004.

_____ Educação matemática pesquisa. **Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática,** São Paulo, v.4, n.2, p. 1- 150, mês 2002..

FACCHINI, O. **Matemática.** Volume único. São Paulo: Saraiva,1996.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, S. (Org). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo. EDUC, 1999, p. inicial e final.

GAL, I. Adults' statistical literacy : meanings, components, responsibilites. **International Statistical Review**, cidade, v. 70, n.1, p. 1-50, abril 2002.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G. **Matemática fundamental**. Volume único. São Paulo: FTD, 1994.

GIOVANI, J. R.; PARENTE, E. **Aprendendo matemática**. São Paulo: FTD, 1999. (Coleção Aprendendo Matemática)

GONÇALVES, M. C; **Concepções dos professores e o ensino de probabilidade na escola básica.** 2004. nf.149. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática PUC/SP. São Paulo.

GUIMARÃES, R. G; CABRAL, J. A. S.; **Estatística**. Lisboa: Mc Graw – Hill, 1999.

GRAS, R. **L'analyse statistique implicative: ser bases, sés developpements.** Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 11- 48, semestral 2002.

GRAS, R.; ALMOULOUD, S. AG **A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais**. Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 75- 88, semestral 2002.

IMENES, L.M. P.; LELLIS, M. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1999. (Coleção Ensino Fundamental)

KOCH, M.C. Educação, metodologia. Caderno *AMAE*, Belo Horizonte, n.63, p.62.

LOPES, C. Literária estatística e INAF (2002**).** In: Fonseca M. C. (Org) **Letramento no Brasil** – habilidades matemáticas. Cidade: Global. P. 187 – 97.

LOPES, C.A.E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998. nf. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) UNICAMP, Campinas São Paulo.

MANRIQUE, A. L.; ANDRÉ, M. E. D. **Possíveis relações entre o processo de formação e a prática pedagógica proposta de procedimentos de pesquisa.** Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 90- 100, semestral 2002.

MACHADO, S. D. A. (Org) **Aprendizagem em matemática*:*** registros de representação semiótica. Campinas: S.P. Papirus, 2003. (Coleção Papirus Educação).

MOORE, D. **Statistics among the liberal arts**. Journal of the American Statistical Association, v.10, n.3, p. 1253-1259, 2002.

MOORE, D. **Teaching Statistics as a Respectable Subject, "in Statistics for the Twenty-first Century**, eds. F. Gordon and S. Gordon, Washington, DC: Mathematical Association of America, p. 14-25.

NOVAES, D. V; **A mobilização de conceitos estatísticos:** estudo exploratório com alunos de um curso de Tecnologia em Turismo. 2004. Número de folhas 115. Dissertação Mestrado em Educação Matemática) - PUC/SP, São Paulo.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar-** Porto Alegre: Artmed, 1996.

PRADO, M. E. B. B. **O uso do C.H.I.C. na análise de registros textuais em ambiente virtual de formação de professores**. Educação matemática pesquisa. Revista do Programa de Estudos Pós_Graduação em Educação Matemática. São Paulo, v.4, n.2, p. 103- 123, semestral 2002.

SANTOS, S. S; **A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco. Tratamento de Informação:** um estudo de caso no ambiente computacional. 2003. Número de folhas 127. Dissertação Mestrado em Educação Matemática - PUC/SP, São Paulo.

SILVA, C. B. **Atitudes em relação à estatística*:*** um estudo com alunos de graduação. 2000. Número de folhas 102. Dissertação Mestrado em Educação Matemática) _ Fea-UNICAMP. Campinas.

SILVA, C.; CAZORLA, I. B.; FERREIRA, M. R. **Concepções e atitudes em relação à Estatística.** In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL "EXPERIÊNCIAS E PERSPECTIVAS DO ENSINO DA ESTATÍSTICA: desafio para o século XXI. Cidade, 1999. **Anais ...** Cidade: Entidade promotora, 1999 p. 18-29.

STELLA, C.A. **Um estudo sobre o conceito de média com alunos do ensino médio*.*** 2003. Número de folhas 149. Dissertação Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP, São Paulo.

VERGNAUD, G; **Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation**. In: Actes de l'Ecole D'été, 1995, Noirfalise, R. (Org). Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand- 1996b.

WILD, C. y PFFANNKUCH, .M; Statistical thinking in empirical enquiry**. International Statistical Review,** Auckland, v. 67, n.3, p. 223-65, dezembro 1999.

APÊNDICE

APÊNDICE A

Codificação das variáveis principais e suplementares de nosso instrumento diagnóstico

Codificação das variáveis principais e suplementares de nosso instrumento diagnóstico

PARTE A

1. Idade: _____(anos)

V1s – 21 a 28 anos
V2s – 29 a 32 anos
V3s – 32 a 37 anos
V4s – 38 a 50 anos
V5s – acima de 50 anos

2. Gênero: _____

V6s – Homens
V7s – Mulheres

3. Tempo no magistério:

a) ( ) até cinco anos- **V8s**
b) ( ) mais de cinco anos até 10 anos – **V9s**
c) ( ) mais de 10 até os 15 anos – **V10s**
d) ( ) mais de 15 anos até 20 anos – **V11s**
e) ( ) mais de 20 anos- **V12s**

4. Atuação docente nos últimos cinco anos:

	REDE PÚBLICA		**REDE PRIVADA**	
ANOS	E. Fundamental	Ensino Médio	E. Fundamental	Ensino Médio
2005				
2004				
2003				
2002				
2001				
2000				

5. Sobre sua formação acadêmica: ( ) matemática - **V25s** ( ) estatística-**V26s** ( ) outros – **V27s**

a) ( ) Graduação não concluída – **V28 s**
b) ( ) Graduação concluída **V29s**
c) ( ) Especialização de 200h/a **V30s**
d) ( ) Especialização com 360 h/a **V31s**
e) ( ) Mestrado em andamento **V32s**
f) ( ) Mestrado concluído **V33s**
g) ( ) Doutorado em andamento **V34s**
h) ( ) Doutorado concluído **V35s**

10. Na sua formação, você estudou/aprendeu conteúdos relativos ao Bloco de Tratamento da Informação?

( ) sim, escola básica **V36s**
( ) sim, graduação **V37s**
( ) sim, em outros cursos **V38s**
( ) não **V39s**

11. Você usa o livro didático com freqüência para:

a) ( ) preparar a aula **V40s**
b) ( ) usar a parte de exercícios como reforço para os alunos – **V41s**
c) ( ) como livro texto **V42s**
d) ( ) não uso freqüentemente **V43s**
e) ( ) outros _____ **V44s**

12. Indique o livro didático adotado por você em 2005:

_____

13. O livro didático indicado no item anterior tem capítulo específico sobre estatística?

( ) sim **V45s**
( ) não, mas apresenta a estatística ao longo dos demais capítulos do livro. **V46s**
( ) não apresenta capítulo específico de estatística. – **V47s**

PARTE B

SITUAÇÃO I

Rubens, professor de matemática do ensino fundamental apresenta o consumo de luz de sua casa dos últimos seis meses e solicita a seus alunos que:

Tabela 4.18 - Consumo de luz em seis meses

CONSUMO EM 6 MESES/2005	KWH
Setembro	110
Agosto	120
Julho	11
Junho	100
Maio	120
Abril	80

Fonte- Elaborada pela autora da dissertação

A) represente graficamente a situação acima;

B) analise a variação destes dados.

1ª Questão - Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados nesta situação?
3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nesta questão? Comente sua resposta.

SITUAÇÂO II

Um professor do ensino fundamental resolve coletar as idades e a medida dos palmos dos alunos de sua turma, encontrando os seguintes dados:

Tabela 4.19 – Idade e medida dos palmos dos alunos

ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES	ALUNOS	PALMOS EM cm	IDADES
Adriano	16,5	11	Mariana	14	11
Alexandre	15	12	Mercedes	14,2	12
Ana Luiza	14,3	11	Mauro	15	11
Casio	14	11	Otávio	14,3	11
Cristina	14,5	12	Olga	14,5	12
Dado	15	13	Orlando	15	12
Fernanda	15,5	12	Paula	15	12
Fabrício	15,2	12	Pedro	14,1	13
Felipe	14	11	Rodrigo	14,2	11
Eduardo	14,1	11	Rebeca	15,5	12
Luís	14,3	12	Sérgio	15	12
Luciana	14,5	12	Sílvio	14	12
Laura	15	12	Túlio	14,5	12
Matheus	15,2	13	Tâmara	15	11

Depois solicita as seguintes tarefas:

A- represente graficamente as situações propostas;

B- analise a variação dos dados.

1ª Questão: Resolva os itens A e B propostos na situação acima de forma similar a de seu aluno do ensino fundamental.

2ª Questão- Que conceitos estatísticos e matemáticos são identificados?

3ª Questão- Considerando alunos do ensino fundamental, quais desses conceitos eles conhecem? Quais deveriam/poderiam ser introduzidos?

4ª Questão- Que dificuldades os alunos do ensino fundamental vivenciam nessa questão? Comente sua resposta.

Variáveis principais categorizadas segundo respostas dadas por professores às situações I e II.

V48 O professor cita a representação do gráfico de colunas. O estudo dessa variável é feito no momento em que o professor menciona como provável resolução da questão 01 situação I e 01 situação II a construção do gráfico de colunas.

V49 Transnumeração implicando transformação dos dados apresentados em tabelas para o gráfico de colunas. Verificamos a construção do gráfico de colunas que o professor utilizou para representar os dados inicialmente apresentados em tabela (situação I).

V50 Transnumeração implicando transformação dos dados apresentados em tabelas para o gráfico de segmento. Verificamos a construção do gráfico de segmento que o professor utilizou para representar os dados inicialmente apresentados em tabela (situações I e II).

V51 O professor cita gráfico de setor. Observamos que o professor menciona a utilização do gráfico de setor como possível representação de conceitos estatísticos (3ª questão – situações I e II).

V52 O professor cita gráfico de segmento. Observamos que o professor menciona a utilização do gráfico de segmento como possível representação de conceitos estatísticos (situações I e II questão 01).

V53 O professor cita representação de dados em gráficos. Como resposta para a primeira questão, situações I e II da Parte B do presente questionário, o professor propõe a representação de dados em gráficos, mas não os representa efetivamente.

V54 O professor cita a Variabilidade- Observamos que a variabilidade é mencionada como necessária à resolução da questão 01 letra b da Parte B do questionário ao solicitarmos o estudo da variação dos dados.

V55 O professor cita conhecimento do contexto. Ao responder as situações I e II (2ª questão) da Parte B do questionário, o professor explicita a necessidade de considerar o cotidiano do aluno no ensino de estatística.

V56 O professor cita a organização de dados. O professor reconhece a importância da organização de dados, mas não organiza os dados nas questões propostas nas situações I e II (1ª questão- Parte B).

V57 Contempla o conhecimento do contexto. O professor reconhece e explicita o contexto em questão em suas respostas (situações I e II – questão 1, Parte B).

V58 Cita a média – Em respostas à 3ª questão- Situações I e II do questionário, o professor menciona a importância do conceito de média nas resoluções, bem como recomenda o ensino desse conceito no ensino fundamental.

V59 Calcula a média. Essa variável refere-se aos professores que calcularam a média aritmética nas questões 01 (situações I e II) da Parte B.

V60 Cita o conceito de moda. Em respostas à 2ª questão (situações I e II- Parte B) do questionário o professor menciona o conceito de moda como necessário ao ensino de estatística no fundamental.

V61 Cita mediana. Em respostas a duas questões (situações I e II – Parte B), o professor menciona o conceito de moda como necessário ao ensino de estatística no fundamental.

V62 Cita a necessidade de agrupamento. O professor cita que o agrupamento é necessário ao tratamento de dados contínuos ,a situação II, questão 01- Parte B.

V63 O professor cita a necessidade de agrupamento. Em resposta à questão 04 da situação II – Parte B, o professor aponta, como dificuldade possível, o tratamento com variáveis contínuas.

V64 Cita conceito de número. Em resposta à questão 02 das situações I e II – Parte B, é identificado pelo professor o conceito matemático número, bem como a mobilização dele nas respostas dadas no presente questionário .

V65 O professor cita o conceito de números decimais. Nas 3 e 4ª questões das situações I e II, Parte B, o professor menciona a importância dos números decimais no ensino de estatística.

V66 Cita o conceito de proporção. Na questão 3 das situações I e II, o professor reconhece a importância do conceito matemático de proporção no ensino de estatística.

V67 Cita porcentagem. Questão 3, situações I e II, O professor cita a importância do conceito matemático de proporção no ensino de estatística.

V68 Cita função. O professor reconhece a importância do conceito de proporção no ensino de estatística, nas questões de número três das situações I e II.

V69 Cita plano cartesiano. O professor menciona a importância de conhecer o plano cartesiano nas representações gráficas, questão 3 das situações I e II.

V70 Cita comparação de números. Para analisar os números representados graficamente, é citada a comparação de números (questão 2 da situação I).

V71 Faz a comparação de dados. Questão 1, situações I e II, caso em que o professor compara os dados representados auxiliando-o na interpretação dos mesmos.

V72 Evoca o tratamento da variável contínua. Como resolução possível à questão 1 da situação II, o professor menciona a necessidade de agrupar os dados, resumi-los para, então, representá-los no gráfico pedido.

V73 Faz tratamento da variável contínua. Na questão 01 da Parte B –situação II- o professor agrupa os dados em intervalos, estabelece a diferença entre os extremos de cada intervalo para posterior representação gráfica.

V75 Cita análise de dados. O professor reconhece a importância de analisar os dados no estudo da estatística, resposta obtida na questão 3 das situações I e II.

V76 Faz análise da variação. O professor analisa a variação dos dados apresentados na questão 01 - Parte B na situação II.

APÊNDICE B

TIPICALIDADE APRESENTADA NA ÁRVORE DE SIMILARIDADE

Tipicalidade à classe : V60,V61 (1)
A variável típica a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333
Tipicalidade à classe : V67,V76 (2)
A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967
Tipicalidade à classe : V64,V65 (3)
A variável típica a esta classe é V10 com um risco de : 0.133
Tipicalidade à classe : V56,V75 (4)
A variável típica a esta classe é V16 com um risco de : 0.0667
Tipicalidade à classe : V70,V72 (5)
A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.211
Tipicalidade à classe : V50,V73 (6)
A variável típica a esta classe é V6 com um risco de : 0.158
Tipicalidade à classe : V48 ,V62 (7)
A variável típica a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Tipicalidade à classe : V51,V57 (8)
A variável típica a esta classe é V13 com um risco de : 0.263
Tipicalidade à classe : V48 ,V62,V59 (7,9)
A variável típica a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Tipicalidade à classe : V49,V66 (10)
A variável típica a esta classe é V5 com um risco de : 0.233
Tipicalidade à classe : V54,V56,V75 (4,11)
A variável típica a esta classe é V16 com um risco de : 0.0667
Tipicalidade à classe : V67,V76,V70,V72 (2,5,12)
A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967
Tipicalidade à classe : V54,V56,V75,V60,V61 (1,4,11,13)
A variável típica a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333
Tipicalidade à classe : V50,V73,V51,V57 (6,8,14)
A variável típica a esta classe é V13 com um risco de : 0.263
Tipicalidade à classe : V49,V66,V64,V65 (3,10,15)
A variável típica a esta classe é V10 com um risco de : 0.0667
Tipicalidade à classe : V55,V68 (16)
A variável típica a esta classe é V26 com um risco de : 0.1
Tipicalidade à classe : V58,V69 (17)
A variável típica a esta classe é V18 com um risco de : 0.0562

Tipicalidade à classe : V49,V66,V64,V65,V67,V76,V70,V72 (2,3,5,10,12,15,18)

A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967

Tipicalidade à classe : V48 ,V62,V59,V53 (7,9,19)

A variável típica a esta classe é V45 com um risco de : 0.189

Tipicalidade à classe : V50,V73,V51,V57,V58,V69 (6,8,14,17,20)

A variável típica a esta classe é V13 com um risco de : 0.263

Tipicalidade à classe : V49,V66,V64,V65,V67,V76,V70,V72,V55,V68 (2,3,5,10,12,15,16,18,21)

A variável típica a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967

Tipicalidade à classe : V48 ,V62,V59,V53,V54,V56,V75,V60,V61 (1,4,7,9,11,13,19,22)

A variável típica a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333

APÊNDICE C

CONTRIBUIÇÕES DOS AGRUPAMENTOS OBTIDOS NA ÁRVORE DE SIMILARIDADE

Contribuição à classe : V60,V61 (1)
A variável que contribui mais a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333
Contribuição à classe : V67,V76 (2)
A variável que contribui mais a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967
Contribuição à classe : V64,V65 (3)
A variável que contribui mais a esta classe é V10 com um risco de : 0.133
Contribuição à classe : V56,V75 (4)
A variável que contribui mais a esta classe é V16 com um risco de : 0.0667
Contribuição à classe : V70,V72 (5)
A variável que contribui mais a esta classe é V18 com um risco de : 0.211
Contribuição à classe : V50,V73 (6)
A variável que contribui mais a esta classe é V6 com um risco de : 0.158
Contribuição à classe : V48 ,V62 (7)
A variável que contribui mais a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Contribuição à classe : V51,V57 (8)
A variável que contribui mais a esta classe é V13 com um risco de : 0.263
Contribuição à classe : V48 ,V62,V59 (7,9)
A variável que contribui mais a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Contribuição à classe : V49,V66 (10)
A variável que contribui mais a esta classe é V5 com um risco de : 0.233
Contribuição à classe : V54,V56,V75 (4,11)
A variável que contribui mais a esta classe é V14 com um risco de : 0.211
Contribuição à classe : V67,V76,V70,V72 (2,5,12)
A variável que contribui mais a esta classe é V18 com um risco de : 0.0746
Contribuição à classe : V54,V56,V75,V60,V61 (1,4,11,13)
A variável que contribui mais a esta classe é V21 com um risco de : 0.0667
Contribuição à classe : V50,V73,V51,V57 (6,8,14)
A variável que contribui mais a esta classe é V13 com um risco de : 0.263
Contribuição à classe : V49,V66,V64,V65 (3,10,15)
A variável que contribui mais a esta classe é V10 com um risco de : 0.0667
Contribuição à classe : V55,V68 (16)
A variável que contribui mais a esta classe é V26 com um risco de : 0.1
Contribuição à classe : V58,V69 (17)
A variável que contribui mais a esta classe é V18 com um risco de : 0.0562

Contribuição à classe : V49,V66,V64,V65,V67,V76,V70,V72 (2,3,5,10,12,15,18)
A variável que contribui mais a esta classe é V3 com um risco de : 0.175
Contribuição à classe : V48 ,V62,V59,V53 (7,9,19)
A variável que contribui mais a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Contribuição à classe : V50,V73,V51,V57,V58,V69 (6,8,14,17,20)
A variável que contribui mais a esta classe é V13 com um risco de : 0.263
Contribuição à classe : V49,V66,V64,V65,V67,V76,V70,V72,V55,V68 (2,3,5,10,12,15,16,18,21)
A variável que contribui mais a esta classe é V3 com um risco de : 0.175
Contribuição à classe : V48,V62,V59,V53,V54,V56,V75,V60,V61 (1,4,7,9,11,13,19,22)
A variável que contribui mais a esta classe é V8 com um risco de : 0.2

APÊNDICE D

TIPICALIDADE APRESENTADA NA ÁRVORE COESITIVA

Tipicalidade à classe : V65,V64 (1)
A variável típica a esta classe é V7 com um risco de : 0.105
Tipicalidade à classe : V75,V54 (2)
A variável típica a esta classe é V47 com um risco de : 0.22
Tipicalidade à classe : V73,V50 (3)
A variável típica a esta classe é V46 com um risco de : 0.0766
Tipicalidade à classe : V66,V49 (4)
A variável típica a esta classe é V4 com um risco de : 0.16
Tipicalidade à classe : V73,V50,V53 (3,5)
A variável típica a esta classe é V46 com um risco de : 0.0766
Tipicalidade à classe : V62,V48 (6)
A variável típica a esta classe é V31 com um risco de : 0.0711
Tipicalidade à classe : V56,V57 (7)
A variável típica a esta classe é V47 com um risco de : 0.181
Tipicalidade à classe : V59,V73,V50,V53 (3,5,8)
A variável típica a esta classe é V14 com um risco de : 0.367
Tipicalidade à classe : V60,V61 (9)
A variável típica a esta classe é V1 com um risco de : 1
Tipicalidade à classe : V76,V67 (10)
A variável típica a esta classe é V1 com um risco de : 1
Tipicalidade à classe : V70,V68 (11)
A variável típica a esta classe é V41 com um risco de : 0.398
Tipicalidade à classe : V75,V54,V60,V61 (2,9,12)
A variável típica a esta classe é V28 com um risco de : 0.0358
Tipicalidade à classe : V69,V51 (13)
A variável típica a esta classe é V47 com um risco de : 0.161

APÊNDICE E

CONTRIBUIÇÕES DOS AGRUPAMENTOS OBTIDOS NA ÁRVORE COESITIVA

Contribuição à classe : V65,V64 (1)
A variável que contribui mais a esta classe é V10 com um risco de : 0.133
Contribuição à classe : V75,V54 (2)
A variável que contribui mais a esta classe é V14 com um risco de : 0.0958
Contribuição à classe : V73,V50 (3)
A variável que contribui mais a esta classe é V6 com um risco de : 0.158
Contribuição à classe : V66,V49 (4)
A variável que contribui mais a esta classe é V5 com um risco de : 0.233
Contribuição à classe : V73,V50,V53 (3,5)
A variável que contribui mais a esta classe é V6 com um risco de : 0.158
Contribuição à classe : V62,V48 (6)
A variável que contribui mais a esta classe é V45 com um risco de : 0.189
Contribuição à classe : V56,V57 (7)
A variável que contribui mais a esta classe é V16 com um risco de : 0.0667
Contribuição à classe : V59,V73,V50,V53 (3,5,8)
A variável que contribui mais a esta classe é V6 com um risco de : 0.158
Contribuição à classe : V60,V61 (9)
A variável que contribui mais a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333
Contribuição à classe : V76,V67 (10)
A variável que contribui mais a esta classe é V3 com um risco de : 0.0967
Contribuição à classe : V70,V68 (11)
A variável que contribui mais a esta classe é V34 com um risco de : 0.1
Contribuição à classe : V75,V54,V60,V61 (2,9,12)
A variável que contribui mais a esta classe é V21 com um risco de : 0.0333
Contribuição à classe : V69,V51 (13)
A variável que contribui mais a esta classe é V13 com um risco de : 0.263