 unesp Universidade Estadual Paulista  
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira  
Departamento de Engenharia Elétrica  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

“Desenvolvimento de Técnicas Heurísticas e de  
Otimização Clássica Para o Problema de  
Planejamento da Expansão a Longo Prazo de  
Sistemas de Transmissão”

Carlos Roberto Mendonça da Rocha

**Orientador:**

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro - DEE/FEIS/UNESP

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica de Ilha Solteira da UNESP  
como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia  
Elétrica

Ilha Solteira SP, Novembro / **2004**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## RESUMO

Neste trabalho, é feita uma análise dos principais algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, e as principais propostas são estendidas para o planejamento multiestágio e são desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos. Assim, o tema de pesquisa principal deste trabalho é a análise de algoritmos heurísticos construtivos. Entretanto, também foi iniciada uma pesquisa relacionada com o desenvolvimento de algoritmos de otimização clássica como os algoritmos *Branch and Bound*, iniciando esses trabalhos com o modelo linear disjuntivo.

Desta forma, são analisados os seguintes tópicos: (1) O modelo de Transportes e sua aplicação no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (2) Os modelos Híbridos para o planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (3) O algoritmo de Villasana-Garver-Salon e sua extensão para o planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (4) Um novo AHC para o modelo DC; (5) Um novo AHC em uma estrutura *Branch and Bound*; e (6) Um algoritmo *Branch and Bound* utilizando o modelo Linear Disjuntivo, em *Anexo*.

## ABSTRACT

In this work is made an analysis of the principal constructive heuristic algorithms used in planning of the expansion of transmission systems, and the principal proposed are extended for the multistage planning and new constructive heuristic algorithms are developed. In this manner, the theme of main research of this work is the analysis of constructive heuristic algorithms. However, it was also initiate a research related with the development of algorithms of classic optimization as the algorithms Branch and Bound, beginning those works with the model lineal disjuntivo.

This way, the following topics are analyzed: (1) the model of Transports and your application in the planning multistage of the expansion of transmission systems; (2) the Hybrid models for the static planning and multistage of the expansion of transmission systems; (3) the algorithm of Villasana-Garver-Salon and your extension for the planning multistage of the expansion of transmission systems; (4) a new AHC for the model DC; (5) a new AHC in a structure Branch and Bound; and (6) An algorithm Branch and Bound using the Lineal model Disjuntivo, *Annex*.

*À meus Pais.*

## AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus sinceros agradecimentos:

- Ao professor Rubén Augusto Romero Lázaro pela dedicação e pelo estímulo durante a orientação deste trabalho;
- Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Feis pelo apoio e pela colaboração;
- À FAPESP, por tornar possível meus estudos no DEE-FEIS-UNESP;
- Aos meus colegas de departamento pela amizade e pelo excelente convívio, em especial Tadao, Marilene, Toshiaki e Wagner;
- Aos meus colegas de trabalho da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, em especial Lotero, pelas discussões realizadas, e Lobão, pelo apoio e incentivo;
- Ao pessoal da secretaria de Pós-Graduação, pela ajuda e esclarecimentos prestados;
- A toda minha família e a minha companheira Fabiana pelo apoio, carinho e compreensão durante esta etapa de minha vida.

**Prefácio, 1**

**Abreviaturas, 3**

**Lista de Figuras, 3**

**Lista de Tabelas, 3**

## **CAPÍTULO 1**

### **Introdução**

**1 Introdução, 4**

## **CAPÍTULO 2**

### **O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão**

**2.1 Introdução, 10**

**2.2 Modelagem Matemática: Planejamento Estático e Dinâmico, 14**

**2.3 Técnicas de Solução, 27**

**2.4 Revisão Bibliográfica Recente e o Estado da Arte em Planejamento de Sistemas de Transmissão, 39**

## **CAPÍTULO 3**

### **Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo de Transportes**

**3.1 Introdução, 49**

**3.2 Algoritmo de Garver para o Modelo de Transportes, 49**

**3.3 Testes e Resultados, 56**

## **CAPÍTULO 4**

### **Algoritmo Heurístico Construtivo Para Modelo Híbrido**

- 4.1 Introdução, 63
- 4.2 Algoritmos para o Modelo Híbrido Linear, 63
- 4.3 Algoritmo Convencional para o Modelo Híbrido Linear, 67
- 4.4 Algoritmo Modificado para o Modelo Híbrido Linear, 68
- 4.5 Algoritmo Heurístico para o planejamento multiestágio, 69
- 4.6 Testes e Resultados, 72

## **CAPÍTULO 5**

### **Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon**

- 5.1 Introdução, 80
- 5.2 Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon, 80
- 5.3 Algoritmo de VGS para Planejamento Multiestágio, 83
- 5.4 Testes e Resultados, 84

## **CAPÍTULO 6**

### **Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo DC**

- 6.1 Introdução, 91
- 6.2 Algoritmo Heurístico Construtivo para o Modelo DC, 91
- 6.3 Testes com o Algoritmo, 93

## **CAPÍTULO 7**

### **Algoritmo Heurístico Construtivo em uma estrutura do tipo Branch and Bound**

**7.1 Introdução, 98**

**7.2 O AHC de Garver em estrutura Branch and Bound, 98**

**7.3 Testes com o algoritmo, 101**

## **CAPÍTULO 8**

### **Conclusões**

**Conclusões, 105**

**Referências Bibliográficas, 108**

**Apêndice, 111**

**Anexos, 124**



## PREFÁCIO

Este trabalho faz uma revisão e análise crítica dos algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, um tema de pesquisa relevante no contexto atual do mercado de energia elétrica. Na análise são priorizados os algoritmos que usam dados da resolução do próprio modelo matemático após relaxar as restrições complicantes como a exigência da integralidade das variáveis de investimento. Em consequência desse trabalho inicial, as principais propostas de algoritmos heurísticos construtivos foram estendidas para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão, um tema ainda pouco pesquisado. Também foram desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos que contornam os principais problemas existentes nos algoritmos heurísticos tradicionais. O mais importante desses algoritmos, denomina-se de algoritmo heurístico construtivo em estrutura branch and bound. Adicionalmente, foram realizadas pesquisas preliminares desenvolvendo um algoritmo branch and bound para o problema de planejamento quando for usado o modelo linear disjuntivo.

No planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão, existe a possibilidade de se usar diferentes modelos matemáticos para a representação do problema. Os principais modelos utilizados são versões relaxadas do modelo ideal de operação: o Modelo AC. Os principais modelos usados para resolver este problema são: o modelo de Transportes, os modelos Híbridos, o modelo DC e o modelo Linear Disjuntivo. O modelo AC ainda não foi usado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão como um *modelo a ser resolvido*, usando uma técnica de otimização eficiente. Entretanto, representa um modelo a ser utilizado no futuro para a representação do problema. Um dos objetivos das pesquisas com métodos de pontos interiores, para a solução de problemas de programação linear, é o desenvolvimento no futuro, de técnicas de otimização que trabalhem diretamente com o modelo AC.

Neste trabalho, são analisados os seguintes tópicos: (1) O modelo de Transportes e sua aplicação no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (2) Os modelos Híbridos para o planejamento estático e multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (3) O algoritmo de Villasana-Garver-Salon e sua extensão para o planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão; (4) Um novo AHC para o modelo DC;

(5) Um novo AHC em uma estrutura *Branch and Bound*; e (6) Um algoritmo *Branch and Bound* utilizando o modelo Linear Disjuntivo, em apêndice.

Os “sistemas testes”, utilizados nos itens citados, são muito utilizados por pesquisadores em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Estes sistemas são de dimensão e de complexidade variadas. O sistema de Garver é muito utilizado por pesquisadores em planejamento. Ele representa um sistema para fins acadêmicos, mas a alternativa com reprogramação da geração é difícil de ser resolvida. Muitos algoritmos não têm a capacidade de encontrar a solução ótima desta opção. Este sistema permite o trabalho com e sem a reprogramação da geração. Os outros sistemas, com exceção do sistema Norte-Nordeste Brasileiro, apresentam uma complexidade mediana, ou seja, poucos circuitos devem ser adicionados para a determinação das soluções ótimas ou sub-ótimas. Os dados disponíveis do sistema Sul-Brasileiro permitem trabalhar com e sem o redespacho da geração. Por outro lado, os dados do sistema Colombiano permitem trabalhar também, com o planejamento multiestágio com três estágios. O sistema Norte-Nordeste Brasileiro representa um verdadeiro sistema *benchmark* em planejamento de sistemas de transmissão. Para solucionar o Plano P2, devem ser adicionados mais de 100 circuitos para encontrar soluções com qualidade. Desta forma, este sistema é altamente complexo e apresenta um número elevado de soluções de qualidade. Ainda não se conhecem as soluções ótimas deste sistema. Este sistema permite o trabalho com planejamento multiestágio com dois estágios.

A análise e os resultados obtidos no item (1) foram divulgados [36]. Os resultados obtidos no item (4) foram aceitos, também em [36], e serão publicados em breve.

## ABREVIATURAS

AHC- Algoritmo Heurístico Construtivo;	PL 's- Problemas de Programação Linear;
B&B- Algoritmo Branch and Bound;	Plan- Plano;
MHL- Modelo Híbrido Linear	PNLIM- Programação Não Linear Inteira Mista;
P1- Primeiro Estágio;	PNL 's- Problemas de Programação não Linear;
P2- Segundo Estágio;	VGS- Villasana-Garver-Salon;
PL- Programação Linear;	

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Duração dos Estágios.....	8
Figura 2- Um nó da árvore de Branch and bound.....	111
Figura 3- Solução para 46 barras com reprogramação.....	113

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Algoritmo Híbrido.....	81
Tabela 2 - Algoritmo Híbrido Modificado.....	81
Tabela 3 - Sistema de Garver com redespacho.....	92
Tabela 4 - Sistema de Garver sem redespacho.....	93
Tabela 5 - Sistema de Garver sem redespacho.....	94
Tabela 6 - Sistema de 46 barras sem redespacho.....	95
Tabela 7 - Sistema de Garver sem redespacho.....	103
Tabela 8 - Sistema de 46 barras sem redespacho.....	104
Tabela 9 - Estratégia.....	125
Tabela 10 - Soluções Inteiras - Sistema de Garver com redespacho.....	126
Tabela 11 - Soluções Inteiras - Sistema de Garver sem redespacho.....	127

# Capítulo 1

## Introdução

O planejamento é um ato de sabedoria que consiste na capacidade de prever conseqüências a longo prazo de ações atuais, na disposição de sacrificar ganhos a curto prazo em favor de benefícios a longo prazo.

O planejamento, mais do que um exercício de previsão, é uma forma de quantificar expectativas para perseguir metas. Desta forma, o planejamento deve ser um processo contínuo de tomada de decisões, onde os planos são permanentemente revistos, e conforme as circunstâncias, vão evoluindo, não necessariamente de acordo com o cronograma pré-estabelecido.

Um sistema interligado de potência, responsável pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, tem grande influência na economia de um país, por exigir um alto volume de recursos e por sua importância estratégica, busca-se centralizar decisões e esforços.

O sistema completo é uma estrutura extremamente complexa, diversificada e distribuída. Para simplificar sua operação e planejamento, procura-se dividi-lo em partes relativamente independentes, a partir de características técnicas e funcionais, de regiões, de companhias operadoras, etc. Contudo, como o processo de decisão é relativamente

centralizado, é vantajoso fazer um planejamento que leve em conta o inter-relacionamento entre estas partes.

O problema de planejamento da expansão de sistema de energia elétrica tem sua origem na necessidade de suprir a crescente demanda de energia elétrica que ocorre com o passar dos anos. Conforme esta demanda aumenta, passa a existir a necessidade de construção de novas unidades geradoras, com o objetivo de satisfazer as novas necessidades de carga do sistema.

No âmbito do ideal, poder-se-ia construir as novas unidades geradoras *sob medida* para o suprimento das novas necessidades dos mercados consumidores, porém existe um problema, pois quase sempre não é possível, e até econômico, construir as novas unidades geradoras próximas aos centros consumidores, sendo estas construídas, quase sempre, em lugares distantes. Assim sendo, torna-se necessário à construção de novos circuitos de transmissão com a finalidade de transmitir a potência elétrica produzida nestas unidades.

As decisões, dentro do processo de planejamento, estão relacionadas com a determinação das melhores unidades geradoras, das melhores rotas para a transmissão de energia e da melhor malha para a distribuição desta energia, produzidas nas unidades geradoras. Todo este processo de decisões, origina um problema de otimização de grande porte que deve ser solucionado pelos engenheiros de planejamento.

Existe a necessidade do desenvolvimento de técnicas e de estratégias que garantam que as decisões tomadas durante todo o processo de planejamento, sejam as decisões ótimas ou estejam, economicamente, próximas a elas. O objetivo do planejamento é estabelecer, ou determinar, um *sistema elétrico futuro*, minimizando os custos de investimento e de operação, atendendo aos novos requisitos de carga e a critérios de confiabilidade preestabelecidos. O processo, resumidamente descrito acima, recebe o nome de “Planejamento da Expansão de Sistemas Elétricos de Potência”. Ele é considerado um processo extremamente complexo e que não pode ser solucionado sem que sejam feitas simplificações.

Mais particularmente, em termos de características funcionais, o sistema elétrico de potência pode ser decomposto em: (1) sistema de geração, (2) sistema de transmissão, (3) sistema de distribuição. Este processo de divisão é uma simplificação e faz parte da

metodologia de planejamento de sistemas complexos e de grande porte, onde o planejamento é dividido em relação aos seus principais agentes, ou seja: (1) o planejamento do parque gerador, (2) o planejamento de sistemas de transmissão e (3) o planejamento da rede de distribuição. Cada uma dessas etapas de planejamento modela a rede para seus próprios propósitos. A proposta desta pesquisa é o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão no horizonte do longo prazo.

Atualmente, o sistema elétrico vem sendo modificado mundialmente em sua estrutura, passando de uma organização, antes centralizada, para um esquema descentralizado. O principal motivo que leva a esta reorganização é um aumento da eficiência dos agentes participantes do setor (entre outros: agentes de geração, agentes de transmissão, agentes de distribuição).

Na organização centralizada, as tarefas de planejamento da expansão do sistema elétrico são desenvolvidas de uma maneira integrada, garantindo a minimização dos custos, otimizando a solução do processo de planejamento. Na estrutura descentralizada (novo cenário para o setor elétrico) estas atividades são executadas de forma individualizada, ou seja, cada agente do setor elétrico é responsável por determinar onde e quando seus próprios investimentos serão realizados. Contudo, ainda visando garantir a otimização dos recursos disponíveis e garantir a minimização dos custos para os consumidores, as tarefas tradicionais de planejamento da expansão do sistema elétrico deverão ser executadas por uma organização independente, na figura de um plano de referência. Isto garante um vasto campo para a aplicação das técnicas descritas nesta pesquisa, que tratam da solução de problemas de planejamento estático e dinâmico da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica no horizonte de longo prazo.

Um sistema de transmissão de energia elétrica é uma estrutura extremamente complexa e diversificada. Este tipo de planejamento pode ser otimizado com o auxílio de técnicas de programação matemática. O planejamento pode admitir algumas simplificações, sendo possível, desta forma, contornar algumas dificuldades de modelagem e resolução.

As decisões do planejador podem ser facilitadas pelo uso de métodos científicos de planejamento e sua eficiência pode ser aumentada através de ferramentas (programas) computacionais para auxiliá-lo a determinar as opções mais satisfatórias. É de

responsabilidade do planejador a tarefa de coordenar o uso dessas ferramentas, interpretar os resultados e fornecer um elenco de alternativas viáveis baseadas em uma visão global do processo de planejamento.

O sucesso desta metodologia de planejamento depende da capacidade de interação entre o planejador e os programas de auxílio à decisão. É preciso que estes programas sejam suficientemente poderosos para solucionar problemas realmente complexos, fornecendo ao planejador informações precisas, e facilmente interpretáveis. Além disso, devem ser capazes de se ajustar facilmente às decisões do planejador, baseados nas informações gerais sobre o processo completo de planejamento.

Os estudos para o planejamento do sistema de transmissão baseiam-se em previsões das condições futuras de operação deste sistema, tais como: crescimento e distribuição geográfica da demanda, capacidade de geração instalada, etc. A definição do horizonte de planejamento é função direta do grau de confiança das avaliações necessárias para a execução de um estudo de planejamento. Desta forma, em função dos objetivos de estudo, são definidos os seguintes horizontes de planejamento: (1) Estabelecimento de cenários – 30 anos, (2) Planejamento a Longo Prazo – 20 anos, (3) Planejamento a Médio Prazo – 10 anos, (4) Planejamento a Curto Prazo – 5 anos.

O objeto de estudo deste trabalho é o planejamento a longo prazo. Existem duas justificativas básicas para a sua importância dentro do sistema de transmissão. A primeira é de natureza prática: pode ser necessário um longo tempo para implantar uma ampliação neste sistema, por isso as decisões devem ser tomadas com uma antecedência adequada. A segunda razão é de natureza metodológica: para evitar decisões “míopes” (que ignoram os efeitos a longo prazo das decisões atuais) é necessário fazer o planejamento para um horizonte de tempo que, na prática, se aproxime de horizontes de tempo infinitos.

Neste trabalho, é feito uma análise dos principais algoritmos heurísticos construtivos usados em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, as principais propostas são estendidas para o planejamento multiestágio e são desenvolvidos novos algoritmos heurísticos construtivos. Assim, o tema de pesquisa principal deste trabalho é a análise de algoritmos heurísticos construtivos. Entretanto, também foi iniciada uma pesquisa relacionada com o

desenvolvimento de algoritmos de otimização clássica como os algoritmos *Branch and Bound*, iniciando esses trabalhos com o modelo linear disjuntivo.

Os capítulos restantes deste trabalho foram separados na forma que será mostrada a seguir. O capítulo 2 aborda o problema geral de planejamento de sistemas de transmissão mostrando de forma resumida os principais modelos matemáticos, as técnicas de otimização usadas e uma revisão sobre o estado da arte em planejamento de sistemas de transmissão. No capítulo 3 analisa-se o algoritmo heurístico construtivo (AHC) de Garver para o modelo de transportes e é feita uma extensão desse algoritmo para o planejamento multiestágio. No capítulo 4 é apresentada a proposta de dois AHC para o modelo híbrido linear e também é feita uma extensão desta para o planejamento multiestágio. Essas propostas são inéditas mas estão inspiradas na proposta de Garver para o modelo de transportes. No capítulo 5 analisa-se o AHC de Villasana-Garver-Salon que usa o modelo híbrido, mas encontra soluções de boa qualidade para o modelo DC. Foi verificado que este algoritmo é um dos melhores AHC existentes na literatura especializada. Também é feita uma extensão desse algoritmo para o planejamento multiestágio. No capítulo 6 é apresentada a proposta de um AHC para o modelo DC e para o planejamento estático. Este algoritmo representa uma mudança significativa em relação aos outros AHC, mencionados anteriormente, devido à necessidade de resolver um problema de programação não linear (PNL) em cada passo do algoritmo enquanto que nos outros AHC são resolvidos problemas de programação linear (PL). Esta proposta, embora conceitualmente simples, também representa uma proposta inédita. Nesse caso não foi estendida a proposta para o planejamento multiestágio devido à falta de disponibilidade de um algoritmo de PNL que fosse eficiente e robusto. No capítulo 7 apresentada a proposta de um novo AHC em estrutura *Branch and Bound* com a finalidade de contornar os principais problemas que aparecem nos AHC mencionados anteriormente, de uma maneira simples e sem elevar muito o tempo de processamento (número de problemas de PL ou PNL que devem ser resolvidos). Uma das vantagens desse tipo de algoritmo é que pode ser usado qualquer modelo matemático, inclusive o próprio modelo AC no futuro. Nessa proposta, todos os outros algoritmos analisados anteriormente podem ser considerados como casos particulares da proposta apresentada no capítulo 7. A proposta também pode ser facilmente estendida para o planejamento multiestágio. Entretanto, neste trabalho, pela extensão do tema é apresentada apenas a proposta do algoritmo heurístico construtivo em estrutura *Branch and Bound* para o planejamento estático e para o modelo de transportes. Assim, pode-se verificar que existem vários temas de pesquisa correlata para o futuro. No capítulo 8 são mencionadas as principais



conclusões. No *Apêndice* são apresentados os dados dos sistemas elétricos e em *Anexo*, são apresentadas: uma proposta de um algoritmo branch and bound para o modelo linear disjuntivo, os resultados resumidos obtidos com os sistemas elétricos testes e os trabalhos publicados relacionados com a tese.

## Capítulo 2

# O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

### 2.1 Introdução

O objetivo do planejamento de sistemas de transmissão é determinar como ampliar a capacidade do sistema, satisfazendo a crescente demanda. Para isso é necessária a aquisição de novos equipamentos e instalações, compra de serviços, etc., e elaborar um plano de expansão para verificar qual tipo de equipamento, qual a capacidade das instalações, o local e a data para a implementação destas obras, pois a seqüência e conforme a necessidade com que os equipamentos vão sendo instalados é importante para minimizar os custos. O problema de determinar quais as adições na rede de transmissão e data de instalação dos equipamentos é chamado planejamento dinâmico. Se for considerado que todos os equipamentos devem ser instalados em um mesmo período, o problema é chamado planejamento estático.

Em planejamento de sistemas de transmissão de energia elétrica, são dados do problema: a topologia do ano base, os circuitos candidatos, os dados de geração e demanda do horizonte de planejamento, as restrições de investimento, entre outros. Desta maneira, a solução do problema deve especificar onde, quantos e quando devem ser instalados os novos equipamentos de expansão. Em planejamento estático, existe apenas um horizonte de planejamento. Uma generalização do planejamento estático é o planejamento dinâmico ou multiestágio, onde o horizonte de planejamento é separado em vários estágios.

A resolução do problema de planejamento dinâmico normalmente é muito mais complexa do que a resolução do problema de planejamento estático. Por isso, costuma-se empregar métodos de planejamento estático para auxiliar no problema de planejamento dinâmico. As formas de como as soluções do problema de planejamento estático são

aproveitadas depende das dimensões do problema e da precisão desejada. Na formulação do problema de otimização correspondente ao planejamento dinâmico, o contínuo crescimento da demanda e da geração ao longo do tempo – que é delimitado pelo horizonte considerado – é aproximado por crescimentos discretos que ocorrem em anos específicos que definirão os diversos estágios representados. Após cada um dos estágios, considera-se que o sistema permanece inalterado até o estágio subsequente, conforme ilustra a figura 1.

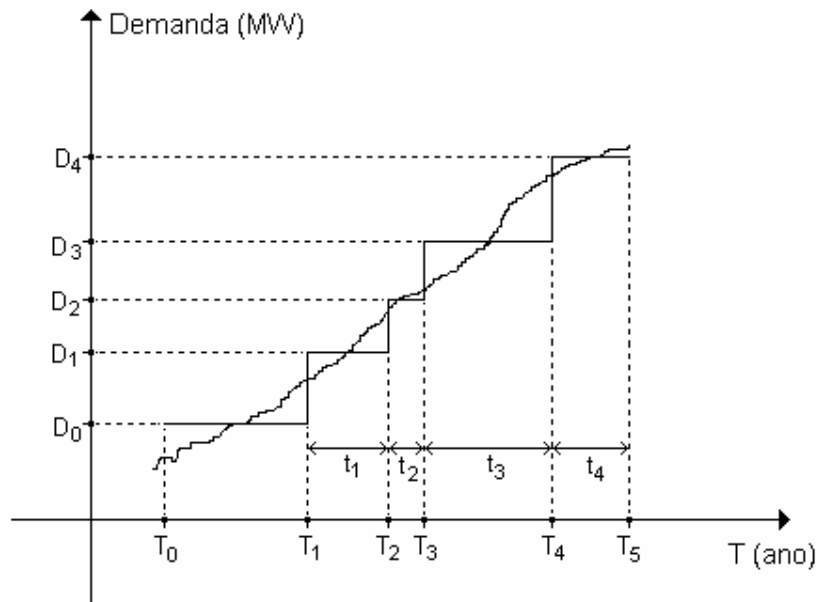


Figura 1: Duração dos Estágios.

Considerando a taxa de desconto anual “ $I$ ”, os valores presentes dos custos de investimento e operação, no ano base  $T_0$ , são dados por:

$$c(x) = (1-I)^{T_1-T_0} c_1(x) + (1-I)^{T_2-T_0} c_2(x) + \dots + (1-I)^{T_t-T_0} c_t(x) \quad (1)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento do estágio  $t$  da expressão (1) será representado por  $\delta_{inv}^t$ . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^t c_t(x) \quad (2)$$

Como todo problema de otimização matemática, o problema de planejamento de sistemas de transmissão pode ser separado em duas partes claramente definidas: (1) a

modelagem matemática e (2) a técnica de solução escolhida para resolver esse modelo matemático. Assim, nas pesquisas apresentadas em 2.4, aparece evidente a modelagem matemática e a técnica de solução adotada pelos algoritmos desenvolvidos nos últimos anos.

Na literatura especializada, existem quatro modelos ou formulações matemáticas para realizar a modelagem do problema de planejamento de sistema de transmissão: o modelo de transportes, o modelo híbrido, o modelo DC e o modelo disjuntivo. Tradicionalmente, o modelo DC é considerado como sendo o modelo ideal para a representação do problema de planejamento, sendo os outros modelos, versões relaxadas ou simplificadas do modelo DC. Para solucionar estes modelos foram usadas várias técnicas que podem ser agrupadas em três grupos: *métodos heurísticos ou aproximados*, *métodos de otimização exata* e *metaheurísticas*.

A modelagem matemática consiste na representação de um problema da vida real, por um modelo matemático que relacione um conjunto de variáveis de decisão através de um conjunto de relações matemáticas que podem assumir formas e tipos variados. A modelagem matemática pode ser uma representação exata ou simplificada do problema da vida real. De uma forma geral, quanto mais exata for a modelagem matemática que represente um problema da vida real, mais complexa será a resolução desse modelo matemático. Assim, deve existir o compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida: a modelagem matemática deve representar de maneira adequada o problema da vida real e, além disso, deve permitir sua resolução por técnicas de soluções disponíveis com esforços computacionais aceitáveis. Nesse contexto, o conceito de modelagem adequada varia com o tempo, pois modelos muito complexos podem vir a se tornarem adequados no futuro com o aparecimento de novas técnicas de solução e/ou com a fabricação de computadores muito mais velozes que os disponíveis atualmente. É também evidente que a técnica de solução escolhida encontra uma solução para o modelo matemático e não necessariamente para o problema da vida real.

Em planejamento de sistemas de transmissão, o problema na vida real é um sistema elétrico com uma topologia corrente e deseja-se determinar um plano de expansão ótimo para este sistema (construção de novos circuitos) para um horizonte de planejamento definido, ou seja, procura-se determinar onde e que tipo de circuitos deverão ser construído para que o sistema opere adequadamente num horizonte de planejamento para um crescimento especificado da demanda. Neste contexto, a modelagem matemática ideal para indicar a operação adequada do sistema seria a representação do problema, através das relações matemáticas de fluxo de carga AC. Entretanto, em planejamento de sistemas de transmissão

ainda não se usa a modelagem de fluxo de carga AC por vários motivos e os mais importantes são os seguintes: (1) a topologia inicial do sistema elétrico, usada para o planejamento é um sistema não conexo, isto é, o sistema apresenta um conjunto de barras isoladas ou ilhadas da parte principal do sistema e, no contexto atual, ainda é difícil resolver sistemas deste tipo usando a modelagem matemática de fluxo de carga AC, e (2) o problema de planejamento de sistemas de transmissão resolve somente o fornecimento de potência ativa no sistema elétrico, o problema de fornecimento de reativos (planejamento de reativos) é resolvido numa fase de planejamento seguinte. Ainda não existem técnicas de solução que resolvam simultaneamente o problema da expansão dos sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores ou planejamento de sistemas de transmissão) e de alocação de reativos no sistema elétrico.

Levando em conta as observações anteriores, atualmente ainda considera-se a modelagem matemática conhecida como fluxo de carga DC como sendo a modelagem ideal para ser usada no problema de planejamento de sistema de transmissão. Os principais motivos para esse consenso são os seguintes: (1) testes experimentais exaustivos mostraram que os resultados obtidos usando o modelo DC apresentaram resultados muito próximos aos resultados obtidos usando o fluxo de carga AC em relação a distribuição dos fluxos de potência ativa; e (2) existem várias técnicas de solução (algoritmos) que resolvem de maneira adequada os problemas de planejamento que usam o modelo DC. Entretanto, nas três décadas de pesquisas realizadas em planejamento de sistemas de transmissão foram propostos vários modelos matemáticos para representar o problema de planejamento. Quatro destes modelos têm obtido destaque no campo de pesquisas: o modelo de transportes, o modelo híbrido, o modelo linear disjuntivo e o modelo DC.

Usando os quatro modelos matemáticos mencionados anteriormente, o problema resultante é um problema de otimização matemática envolvendo relações algébricas lineares e/ou não lineares e com variáveis de decisão inteiras e contínuas. Assim, os problemas resultantes correspondem a um campo da pesquisa operacional conhecida como programação não linear inteira mista e, a princípio, para resolver esses problemas, poderiam ser utilizadas as técnicas de solução de problemas de programação não linear inteira mista.

O modelo DC usa as duas leis de Kirchhoff para realizar a modelagem matemática do problema de planejamento. O modelo disjuntivo (que considera as duas leis de Kirchhoff eliminando as não linearidades do problema) é uma simplificação do modelo DC, no sentido

de contornar o problema das não linearidades desta modelagem. Os modelos de transportes e híbrido são versões relaxadas (aproximadas) do modelo DC.

## 2.2 Modelagem Matemática: Planejamento Estático e Dinâmico

### 2.2.1 Modelo de Transportes

No modelo de transportes deseja-se encontrar uma configuração que produza o menor investimento no plano da expansão do sistema elétrico e as suas adequadas condições de operação. As condições de operação adequadas significam que o sistema deverá satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e os circuitos e as usinas de geração deverão operar dentro de seus limites especificados. No contexto desta pesquisa, a primeira lei de Kirchhoff simplesmente especifica que o somatório dos fluxos de potência que entra numa barra do sistema deve ser igual ao somatório do fluxo de potência que sai dessa barra do sistema. Usando o modelo de transportes, a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (3) \\ \text{s.a.} & \\ & S f + g = d \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ inteiro} \\ & f_{ij} \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

sendo  $v$  o investimento referente às adições de circuitos no sistema,  $c_{ij}$  é o custo de um circuito no caminho  $i$ - $j$ ,  $n_{ij}$  é o número de circuitos adicionados no caminho  $i$ - $j$ ,  $S$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema elétrico,  $f$  é o vetor de fluxos cujos elementos  $f_{ij}$  representam o fluxo total no caminho  $i$ - $j$ ,  $g$  é o vetor de geração cujos elementos  $g_i$  representam o nível de geração na barra de geração  $i$ ,  $d$  é o vetor de demanda cujos elementos  $d_i$  representam a demanda na barra de carga  $i$ ,  $n_{ij}^0$  representa o número de circuitos na configuração base no caminho  $i$ - $j$ ,  $\bar{f}_{ij}$  é o fluxo máximo permitido para um circuito no caminho  $i$ - $j$ ,  $\bar{g}$  é o vetor da máxima capacidade de geração nas barras de geração e  $\bar{n}_{ij}$  é o vetor do número máximo de adições permitidas no caminho  $i$ - $j$ . As variáveis de decisão e a

estrutura matemática do modelo de transportes apresentado originalmente por Garver é diferente de (3) mas as duas formulações são conceitualmente equivalentes.

No modelo de transportes, o conjunto de restrições  $S f + g = d$  representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema; as restrições  $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$  representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário pois os fluxos de potência podem fluir em ambos os sentidos. As outras restrições são triviais e representam apenas restrições de limite de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato i-j. Finalmente, as variáveis  $f_{ij}$  são irrestritas em valor e as variáveis  $n_{ij}$  devem ser inteiras representando a maior fonte de complexidade no problema.

Do ponto de vista de otimização, o modelo de transporte (3) é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). A resolução para este sistema (3), ou seja, a determinação da solução ótima, não é simples, especialmente para sistemas elétricos de grande porte. Entretanto, se fossem permitidas adições fracionárias de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), ou seja, se fosse permitido que os  $n_{ij}$  assumissem valores contínuos, então o sistema (3) se transformaria num simples problema de programação linear (PL) mesmo para o caso dos sistemas de grande porte. Assim, fica evidente que a restrição “ $n_{ij}$  inteiro” produz a maior complexidade na solução do sistema (3). Esta característica de relaxação da integralidade da variável  $n_{ij}$  é aproveitada para o desenvolvimento de vários tipos de algoritmos para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão quando a modelagem matemática de transportes for utilizada.

A grande vantagem do modelo de transportes é a natureza linear do modelo matemático, permitindo o uso de técnicas de programação linear como elemento básico de otimização. A desvantagem principal é que a solução encontrada pelo modelo de transportes pode estar distante da solução correspondente ao modelo DC, considerado como sendo a modelagem ideal. Em outras palavras, a solução ótima do modelo de transportes às vezes pode ficar muito afastada da solução ótima do modelo DC pois a solução do modelo de transportes não necessariamente satisfaz a segunda lei de Kirchhoff.

Quando o sistema de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema dinâmico do planejamento da expansão assume a forma estabelecida em (4).

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados durante os diversos estágios  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ . As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores existentes,  $g_k^t$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos,  $f_{ij}^t$ . O limite máximo  $\bar{n}_{ij}^t$  representa as restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo e o limite  $\bar{n}_{ij}$  representa os limites naturais sobre a capacidade física.

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (4) \\ \text{s.a.} & \\ S^t f^t + g^t &= d^t \\ |f_{ij}^t| &\leq \left( n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) \bar{f}_{ij} \\ 0 &\leq g_k^t \leq \bar{g}_k \\ 0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\ \sum_{t=1}^T n_{ij}^t &\leq \bar{n}_{ij} \\ n_{ij}^t &\text{ inteiro} \\ f_{ij}^t &\text{ irrestrito} \\ t &= 1, 2, \dots, T \end{aligned}$$

sendo que:

- $v$  - Valor presente do custo total de expansão do sistema ao longo de todos os anos que constituem o horizonte de planejamento;
- $\delta_{inv}^t$  - Fator de desconto (amortecimento) para a determinação do valor presente do investimento realizado no estágio  $t$  – vide equação (2);
- $n_{ij}^t$  - É o número de linhas adicionadas ao caminho  $i - j$  no estágio  $t$ ;
- $S$  - É a matriz incidência nó-ramo transposta da rede inicial e dos ramos candidatos;
- $f^t$  - Vetor dos fluxos de potência ativa, nos ramos, no estágio  $t$ ;
- $g^t$  - Vetor das injeções de potência ativa dos geradores no estágio  $t$ ;
- $d^t$  - Vetor das demandas de potência ativa no estágio  $t$ ;
- $f_{ij}^t$  - Fluxo de potência ativa total no caminho  $i - j$  no estágio  $t$ ;



- $n_{ij}^0$  - Numero de linhas / transformadores existentes no caminho  $i - j$  na rede inicial;
- $\overline{f}_{ij}$  - Fluxo máximo de potência ativa, por circuito, no caminho  $i - j$ ;
- $\overline{g}_k^t$  - Geração máxima do gerador  $k$  no estágio  $t$ ;
- $\overline{n}_{ij}^t$  - Número máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho  $i - j$  no estágio  $t$ ;
- $\overline{n}_{ij}$  - Número total máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho  $i - j$ ;
- $T$  - Número de estágios considerados;

## 2.2.2 Modelo Híbrido

A idéia de utilizar uma modelagem híbrida para solucionar o problema de planejamento de sistemas de transmissão surgiu como uma forma de contornar alguns problemas que apresentavam a modelagem de transportes e DC. O modelo de transporte apresenta uma excelente flexibilidade para trabalhar com modelos lineares de otimização mas as soluções encontradas podem ficar muito distante da solução ótima do modelo DC. Por outro lado, o modelo DC geralmente exige trabalhar com modelos não lineares de otimização. Assim, o modelo híbrido permite encontrar soluções mais próximas da solução ótima do modelo DC com a vantagem de trabalhar com modelos lineares de otimização. Entretanto, encontrar a solução ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo híbrido, pode ser de uma complexidade quase equivalente que a necessária para o modelo DC. Isto explica o fato em parte da falta de pesquisas publicadas usando o modelo híbrido de maneira independente.

Usando o modelo híbrido, a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (5)$$

s.a.

$$S \quad f + g = d \quad (5a)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) \quad \forall (i, j) \in \Omega_0 \quad (5b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \overline{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (5c)$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \quad (5d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \quad (5e)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro, } f_{ij} \text{ irrestrito} \quad (5f)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall j \in \Omega_2 \quad (5g)$$

sendo que  $\Omega_0$  representa o conjunto de linhas que apresentam adição na configuração base,  $\Omega_1$  representando o conjunto de linhas correspondentes aos novos caminhos,  $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$ ,  $\Omega_2$  representa o conjunto de barras que fazem parte da configuração base, ou seja, representa o conjunto das barras que não estão ilhadas, e  $\theta_j$  representa a magnitude do ângulo de tensão das barras existentes na configuração base, isto é, para as barras pertencentes a  $\Omega_2$ .

No sistema (5), o conjunto de restrições (5a) representa as equações da primeira lei de Kirchhoff, uma equação por barra, para todas as barras do sistema e, o conjunto de equações (5b) representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff com uma equação para cada caminho que apresentar pelo menos um circuito adicionado na configuração base. Sendo assim, no modelo de transportes, o conjunto de equações (5b) simplesmente não aparece, já no modelo híbrido aparece somente uma parcela dessas equações, constituídas pelos caminhos em que existam circuitos adicionados na configuração base e, no modelo DC aparecem todas as equações desse tipo, uma para cada caminho existente e/ou novos caminhos candidatos à adição de circuitos.

A presença de todas as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff no modelo DC, transformam, este modelo, num problema mais restrito que o modelo de transportes e híbrido. Assim, do ponto de vista de otimização matemática, pode-se dizer que o modelo híbrido é um problema relaxado em relação ao modelo DC, ou seja, um conjunto de restrições presentes no modelo DC são eliminadas no modelo híbrido. Da mesma forma, o modelo de transportes é um problema relaxado em relação aos modelos híbrido e DC porque no modelo de transportes foram eliminadas todas as restrições correspondentes à segunda lei de Kirchhoff. Uma consequência natural desse processo de relaxação é que uma solução ótima para o modelo de transportes não necessariamente será uma solução ótima para os modelos híbridos e DC e, freqüentemente, uma solução ótima para o modelo de transportes poderá ser infactível para os outros modelos. A mesma observação é verdadeira com a solução ótima do modelo híbrido em relação ao modelo DC. Este é um tema aberto a análise teórica e experimental sobre a qualidade das soluções encontradas pelos modelos relaxados. A vantagem evidente dos modelos relaxados é que podem ser mais facilmente resolvidos. Uma observação importante é verificar que cada uma das equações da segunda lei de Kirchhoff (5b), são equações ou restrições não lineares transformando o problema em não linear e produzindo um nível de complexidade maior em relação ao modelo de transportes.

Após algumas manipulações algébricas pode-se chegar a uma formulação equivalente, para o modelo híbrido, que assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (6)$$

s.a.

$$S_1 f + B^0 \theta + g = d$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{\phi}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$n_{ij}$  inteiro

$f_{ij}$  irrestrito

$\theta_j$  irrestrito  $\forall j \in \Omega_2$

sendo que:

$B^0$  - Matriz susceptância da rede inicial:

$$B = \begin{cases} B_{ij}^0 = -\gamma_{ij}^0 & \text{se } ij \in \Omega_0 \\ B_{ij}^0 = 0 & \text{se } ij \notin \Omega_0 \\ B_{ii}^0 = \sum_{i \in \Omega_i} \gamma_{ij}^0 \end{cases}$$

$\gamma_{ij}^0$  - Susceptância inicial no ramo  $i - j$ :  $\gamma_{ij}^0 = n_{ij}^0 \cdot \gamma_{ij}$   $\forall ij \in \Omega_0$ ;

$\Omega_0$  - Conjunto dos ramos que fazem parte da rede inicial;

$\theta$  - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial;

$S_1$  - Matriz de incidência nó ramo transposta dos ramos candidatos;

$f$  - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos;

$\theta_i$  - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  da rede inicial;

$f_{ij}$  - Fluxo de potência ativa total no caminho  $i - j$ ;

$\Omega_1$  - Conjunto dos ramos candidatos;

$\Omega_2$  - Conjunto das barras que fazem parte da rede inicial;

Para o planejamento dinâmico usando a modelagem híbrida, o problema assume a forma descrita por (7).

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[ \delta'_{inv} \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (7)$$

s.a.

$$B^0 \theta^t + S_1 f^t + g^t = d^t$$

$$|\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \bar{\Phi}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0$$

$$|f_{ij}^t| \leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_1$$

$$0 \leq g_k^t \leq \bar{g}_k^t$$

$$0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij}^t \text{ inteiro}$$

$$f_{ij}^t \text{ irrestrito}$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

sendo que:

$\theta^t$  - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial no estágio  $t$ ;

$f^t$  - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio  $t$ ;

$\theta_i^t$  - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  da rede inicial no estágio  $t$ ;

$f_{ij}^t$  - Fluxo da potência ativa no ramo candidato  $i - j$  no estágio  $t$ .

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados nos vários estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores existentes,  $g_j^t$ , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial,  $\theta_i^t$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}^t$ . Deve ser observado que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial,  $\forall ij \in \Omega_0$ . E por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos,  $\forall ij \in \Omega_1$ .

### 2.2.3 Modelo Linear Disjuntivo

A modelagem matemática considerada como sendo ideal é a chamada modelo DC que é um problema de PNLIM. Entretanto, existe a possibilidade de transformar o modelo DC, não linear, num problema equivalente, cuja modelagem matemática corresponderia a um

“modelo linear”. Em geral, sempre é possível transformar um problema não linear quadrático com variáveis binárias e reais em um problema linear com variáveis binárias e reais usando uma transformação que permita “separar” os termos quadráticos em relações lineares. Este processo é obtido incorporando ao problema um parâmetro  $M$  de valor muito grande. Esta modelagem, chamada de linear disjuntiva, foi proposta por vários autores. A modelagem linear disjuntiva, cuja solução ótima é a mesma que o modelo DC [30], assume a forma de (8).

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} y_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \quad (8)$$

s.a.

$$S_0 f^0 + S_1 f^1 + g + r = d \quad (8a)$$

$$f_{ij}^0 - n_{ij}^0 \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (8b)$$

$$f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - n_{ij}) \quad (8c)$$

$$f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \geq -M(1 - n_{ij}) \quad (8d)$$

$$|f_{ij}^0| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad (8e)$$

$$|f_{ij}^1| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij} \quad (8f)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (8g)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (8h)$$

$$n_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in \Omega_T \quad (8i)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij}^1, \theta_j \text{ irrestritos} \quad (8j)$$

Sendo que  $c_{ij}$  é o custo de investimento associado a decisão de construção do circuito candidato  $n_{ij}$  entre as barras i-j. O  $\alpha$  representa um parâmetro de penalidade para o corte de carga nas barras,  $r$  é o vetor do montante da carga cortado. O  $n_{ij}$  é uma variável binária igual a 1 se é adicionado um circuito no caminho i-j, caso contrário é igual a zero,  $S_0$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos existentes na configuração base com fluxos  $f^0$  e  $S_1$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos candidatos considerados como variáveis binárias e com fluxos  $f^1$ . As grandezas “g” e “d” representam, respectivamente, a geração de potência ativa injetada e a demanda (carga ativa) a ser atendida pela barra.  $\theta_i$  é o ângulo de tensão na barra  $i$ . Finalmente,  $\bar{f}_{ij}$  é fluxo de potência no circuito i-j e  $\bar{g}$  é a capacidade de geração do gerador.

Em relação ao modelo linear disjuntivo apresentado, deve-se fazer as seguintes observações:

- 1) O conjunto de restrições (8a) representa a primeira lei de Kirchhoff e corresponde a  $n_b$  restrições lineares (sendo  $n_b$  o número de barras do sistema).
- 2) O conjunto de restrições (8b) representa as restrições da segunda lei de Kirchhoff para os circuitos existentes na configuração base e existe uma equação para cada caminho em que exista circuito na configuração base. Neste contexto,  $S_0$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta dos circuitos existentes na configuração base. Portanto se existirem  $n_{l_0}$  caminhos em que existam circuitos na configuração base, a matriz  $S_0$  será de dimensão  $n_{l_0} \times n_b$ . Deve-se observar que se num caminho existirem vários circuitos na configuração base, essa informação será armazenada numa única coluna da matriz  $S_0$ .
- 3) O conjunto de restrições (8c) e (8d), realmente, pode ser representado da seguinte forma compactada:

$$\left| f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M (1 - n_{ij}) \quad (8k)$$

e representa a segunda lei de Kirchhoff para cada circuito candidato a adição. Na modelagem existirá uma restrição do tipo (8k) para cada circuito candidato a adição. Assim, por exemplo, se num caminho i-j for possível a adição de até quatro circuitos então deverá existir quatro restrições do tipo (8k) pois cada circuito candidato à adição é considerado separadamente como uma variável binária. Considerando a adição de cada circuito isoladamente como uma variável binária então a matriz de incidência nó-ramo  $S_1$  deverá ter uma dimensão muito maior que a matriz  $S_0$ , sendo que a mesma observação é válida para as dimensões dos vetores  $f^0$  e  $f^1$ .

- 4) É fácil verificar que a relação (8k) representa a segunda lei de Kirchhoff para cada circuito binário candidato a adição. Assim, se um circuito no caminho i-j for adicionado ao sistema ( $n_{ij} = 1$ ), então de (8k) será verificado facilmente que:

$$\left| f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq 0 \Rightarrow f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0$$

Esta relação representa a segunda lei de Kirchhoff para o caminho i-j. Em caso contrário, se não for adicionado um circuito ao caminho i-j ( $n_{ij} = 0$ ), então (8k) se transformará em:

$$\left| f_{ij}^1 - \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M$$

que é uma restrição trivial, sempre verdadeira, se o parâmetro  $M$  for muito grande.

O modelo linear disjuntivo apresenta algumas vantagens e desvantagens em relação ao modelo DC não linear convencional. A principal desvantagem está relacionado com o aumento da dimensão do problema com a introdução de variáveis binárias (no modelo DC podem ser usadas as variáveis inteiras  $n_{ij}$ ) e, principalmente, com a escolha ou determinação do parâmetro  $M$  grande para cada restrição que passa a representar o fator complicante na solução do modelo linear disjuntivo. A principal vantagem está relacionada com a modelagem linear e, eventualmente, pode-se desenvolver algoritmos adequados com propriedades de convergência interessantes do ponto de vista teórico. Uma análise detalhada das vantagens e desvantagens da utilização do modelo linear disjuntivo pode ser encontrada em [29].

Para o planejamento dinâmico usando a modelagem linear disjuntiva, o problema assume a forma de (9) em que:

- $\theta^t$  - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial no estágio  $t$ ;
- $f^t$  - Vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio  $t$ ;
- $\theta_i^t$  - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  da rede inicial no estágio  $t$ ;
- $f_{ij}^t$  - Fluxo da potência ativa no ramo candidato  $i - j$  no estágio  $t$ .

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de transmissão,  $n_{ij}^t$ , a serem adicionados nos vários estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores existentes,  $g_j^t$ , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial,  $\theta_i^t$ , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata,  $f_{ij}^t$ . Deve ser observado que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial,  $\forall ij \in \Omega_0$ . Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos,  $\forall ij \in \Omega_1$ .

$$\begin{aligned}
\min v = & \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k^t \right] & (9) \\
\text{s.a.} & \\
& S^0 f^{T0} + S_1 f^t + g^t + r^t = d^t \\
& f_{ij}^{T0} - \gamma_{ij} n_{ij}^{T0} (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 & \forall_{ij} \in \Omega_0 \\
& f_{ij}^t - \gamma_{ij} n_{ij}^t (\theta_i^t - \theta_j^t) \leq M \left( 1 - \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \right) \\
& f_{ij}^t - \gamma_{ij} n_{ij}^t (\theta_i^t - \theta_j^t) \geq M \left( 1 - \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \right) \\
& |f_{ij}^{T0}| \leq \bar{f}_{ij} \\
& |f_{ij}^t| \leq \sum_{m=1}^T n_{ij}^m \bar{f}_{ij} \\
& 0 \leq g_k^t \leq \bar{g}_k \\
& 0 \leq r_k^t \leq \bar{r}_k \\
& n_{ij}^t \in \{0,1\} \\
& f_{ij}^t \text{ irrestrito} \\
& t = 1, 2, \dots, T
\end{aligned}$$

## 2.2.4 Modelo DC

No modelo DC, o sistema elétrico completo deve satisfazer as duas leis de Kirchhoff, isto é, todas as barras do sistema devem satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e todos os laços existentes devem satisfazer a segunda lei de Kirchhoff. Testes experimentais exaustivos mostraram que as topologias encontradas usando o modelo DC apresentam bom desempenho quando avaliadas com os modelos tradicionais de operação de sistemas de energia elétrica como o fluxo de carga AC.

A formulação matemática do modelo DC assume a forma estabelecida em (10):

$$\begin{aligned}
\text{Min } v = & \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (10) \\
\text{s.a.} & \\
& S f + g = d \\
& f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \\
& |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\
& 0 \leq g \leq \bar{g} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
& n_{ij} \text{ inteiro}
\end{aligned}$$



$f_{ij}$  irrestrito  
 $\theta_{ij}$  irrestrito

sendo que  $\gamma_{ij}$  representa a susceptância de um circuito no caminho i-j,  $n_{ij}^0$  representa os circuitos pertencentes a configuração base, e  $n_{ij}$  representa os circuitos adicionados no caminho i-j e a seguinte relação é válida:

$$\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$$

Após algumas manipulações algébricas, pode-se chegar a uma formulação equivalente que assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} & (11) \\ \text{s.a.} & \\ & B\theta + g = d \\ & (n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ inteiro} \\ & \theta_{ij} \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

sendo que:

$B$  - Matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos:

$$B = \begin{cases} B_{ij} = -\gamma_{ij} & \text{se } ij \in \Omega \\ B_{ij} = 0 & \text{se } ij \notin \Omega \\ B_{ii} = \sum_{i \in \Omega_i} \gamma_{ij} \end{cases}$$

$\Omega$  - Conjunto dos ramos definidos pela rede inicial e pelos ramos candidatos;

$\theta$  - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal;

$\theta_i$  - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$ ;

Na formulação (11), deve ser observado que as restrições do tipo:

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$$

só fazem sentido para  $i - j$  tal que  $n_{ij}^0 + n_{ij} > 0$ . No caso de  $n_{ij}^0 + n_{ij} = 0$ , estas restrições não existem.

O problema, representado pelas formulações (10) e (11) é o mais próximo do problema real do sistema elétrico, porém, apresenta os mesmos inconvenientes já observados no planeamento da expansão do sistema de transmissão [Romero, 1993]:

- i. Parte das restrições são não-lineares. Em (10) e em (11),  $n_{ij}$  aparece multiplicado por  $\theta_i - \theta_j$  e, além disso, em (11), a matriz  $B$  é função da variável de investimento  $n_{ij}$  e aparece multiplicado pela variável de operação  $\theta$ .
- ii. A região factível pode ser não convexa.

Assim sendo, mesmo que a função objetivo seja linear, existem restrições não lineares tanto em (10) quanto em (11) e, desta forma, o planeamento de expansão da capacidade de transmissão torna-se um problema de PNLIM.

Quando a rede de transmissão da configuração base (existente) e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo DC, o problema do planeamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \delta_{inv}^t \left( \sum_{i,j} c_{ij} n_{ij}^t \right) & (12) \\ \text{s.a.} & \\ & B^t \theta^t + g^t = d^t \\ & \left( \sum_{m=1}^T n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \left( \sum_{m=1}^T n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij} \\ & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\ & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\ & n_{ij}^t \text{ inteiro} \\ & \theta_i^t \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

sendo que:

$\theta^t$  - Vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal no estágio  $t$ ;

$B^t$  - Matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos no estágio  $t$ ;

$\theta_i^t$  - Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$  no estágio  $t$ ;

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de transmissão a serem adicionados nos diversos estágios  $t = 1, 2, \dots, T$ . As variáveis de operação, relativas ao estágio  $t = 1, 2, \dots, T$ , são representadas pelas injeções dos geradores existentes e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal,  $\theta_t^i$ .

Assim como em (11), o problema formulado é um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM).

## 2.3 Técnicas de Solução

### 2.3.1 Técnicas Heurísticas

Os métodos de solução que utilizam estas técnicas fazem o plano de expansão através de um processo *passo a passo*, em que, para uma dada configuração denominada configuração base ou inicial, os equipamentos que aumentam a capacidade do sistema, conforme o aumento da demanda, são adicionados um a um, ou em pequenos grupos. Assim, a configuração do sistema é modificada pela adição de um ou vários circuitos e, a configuração, então obtida, é denominada configuração corrente.

Estes métodos, geralmente fazem uma análise da sensibilidade de uma função que avalia o desempenho do sistema e custo da ampliação, em relação a adição de um equipamento específico, para escolher as “melhores” adições. Assim, em cada passo, um circuito é selecionado por um indicador de sensibilidade *próprio* de cada algoritmo heurístico.

Desta forma, o circuito escolhido, em cada passo, para ser adicionado à chamada configuração corrente será um circuito que corresponderá ao caminho mais atrativo identificado pela análise de sensibilidade ou indicador de sensibilidade ou ainda, índice de desempenho.

A análise de sensibilidade, conforme já dito, é basicamente um parâmetro que de alguma maneira está relacionada com a variação da função objetivo devido a alguma variação dos parâmetros do sistema, considerando, como sistema, a configuração corrente. Assim, um indicador de sensibilidade possui as seguintes características:

- Identifica os caminhos mais atrativos para realizar adição de circuitos;

- É um indicador de caráter local, isto é, identifica a melhor estratégia para a configuração corrente, ao contrário de um indicador de caráter global que identificaria a melhor estratégia para a determinação da melhor configuração do sistema;
- Como os indicadores locais nem sempre coincidem com os indicadores globais, os algoritmos heurísticos construtivos, frequentemente, não têm a capacidade de encontrar as configurações ótimas globais de sistemas reais.

A diferença fundamental de cada algoritmo heurístico está no indicador de sensibilidade usado para se determinar a solução do problema.

Os métodos com técnicas heurísticas simulam um procedimento manual clássico, definido a seguir:

- PASSO 1: Analisar a capacidade do sistema de atender a demanda em um novo período de planejamento;
- PASSO 2: Se existe alguma inadequação (sobrecargas ou cortes de carga), selecionar a adição de novos equipamentos baseado em algum critério técnico / econômico, voltar para o passo 1;
- PASSO 3: Se o sistema é considerado adequado, verificar se alguns dos equipamentos adicionados podem ser retirados mantendo a sua adequação;
- PASSO 4: Se nenhum elemento pode ser retirado, passar para o próximo período e voltar para o passo 1. O algoritmo termina quando todos os períodos de planejamento já foram estudados.

A desvantagem imediata deste tipo de método é que este procedimento não garante a otimalidade de uma solução. Os métodos que adotam técnicas heurísticas, não conseguem sequer avaliar a qualidade das soluções que encontram. Entretanto, este problema aparece em todas as técnicas de otimização de problemas complexos e multimodais.

Com relação a análise de sensibilidade, por mais sofisticados que sejam os critérios de adições de equipamentos e mesmo que testes mostrem soluções satisfatórias, na maioria das vezes a falta de uma estrutura consistente no método de solução compromete bastante a

confiabilidade nas soluções. Em termos técnicos, isto significa que é difícil determinar o domínio de aplicação das regras heurísticas.

A grande vantagem deste tipo de método de solução é a simplicidade de formulação. Em alguns casos, pode-se dizer que o método é uma tentativa do planejador de transformar seu conhecimento e desejo em um programa, adicionando alguma ferramenta matemática e contando com a lógica humana para a verificação da validade dos resultados.

Em alguns casos, estes métodos se tornam mais atrativos pelo fato de ser mais simples a consideração de muitos fatores pelos métodos heurísticos, ou seja, eles podem não garantir soluções ótimas mas, em contrapartida, podem levar em consideração uma maior quantidade de fatores que um planejador, em particular, considerar imprescindíveis.

Resumindo, do ponto de vista teórico, um algoritmo heurístico construtivo, nem sempre encontra a configuração ótima da expansão de um sistema elétrico. Na prática, estes algoritmos heurísticos encontram as configurações ótimas de sistemas pequenos e apenas configurações boas para sistemas elétricos de médio e grande porte. Entretanto, estes algoritmos são muito importantes pelos seguintes motivos:

- Na primeira fase de pesquisas (décadas de 60 e 70), esta era a única ferramenta que existia para solucionar os problemas de planejamento de sistemas elétricos de grande porte;
- A maioria destes algoritmos são robustos e simples de entender, programar e usar;
- Os esforços computacionais destes algoritmos são muito pequenos;
- Muitas características e propriedades destes algoritmos podem ser usadas no desenvolvimento de algoritmos mais complexos como as metaheurísticas (simulated annealing, algoritmo genético, busca tabu, GRASP, etc...);
- Ainda hoje, esses algoritmos são os mais usados pelas empresas elétricas.

### 2.3.2 Técnicas Clássicas de Otimização

Os *métodos de otimização clássica*, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, apresentam a capacidade de encontrar a solução ótima do problema de planejamento e são muito eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, mas, para

sistemas de grande porte ainda apresentam problemas de esforço computacional e de convergência.

### 2.3.2.1 Branch and Bound

O algoritmo Branch and Bound é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma *árvore* onde os *nós* representam os problemas candidatos e os *ramos* representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa *árvore*, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas no caso de problemas convexos. A estrutura geral apresenta três elementos fundamentais que serão detalhados a seguir: separação, relaxação e sondagem. Na etapa de separação, o problema original (P) é separado em “q” subproblemas ( $P_1$ ), ( $P_2$ ), ..., ( $P_q$ ) sujeitos às seguintes condições:

(S<sub>1</sub>) Toda solução viável de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$ .

(S<sub>2</sub>) Uma solução viável de qualquer um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$  é, também, uma solução viável de (P).

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$ , é uma partição do conjunto das soluções viáveis de (P). Os subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$  são denominados *descendentes* de (P) e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

O interesse na separação (*branching*) é utilizar a estratégia de “dividir para conquistar” para resolver o problema (P). Quando a solução de (P) não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos ( $P_C$ ). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é, novamente, separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos, caso contrário, o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é, então, comparado com o valor da solução *incumbente*, que é a melhor solução viável conhecida até o momento. Se caso a nova solução for melhor que a solução *incumbente*, ela se tornará a nova *incumbente*. Logo a seguir, retoma-se à lista

e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando se pode afirmar que a solução do problema é dada pela solução *incumbente* final.

A forma usual de separação (*branching*) de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). Assim, a partir do problema original, denominado nó zero, originam-se dois novos subproblemas<sup>1</sup>, representados pelos nós “um” e “dois” que são sucessivamente divididos formando uma *árvore*. A cada nó se associa um subproblema candidato<sup>2</sup> e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação. Portanto, à medida que se desce na *árvore* a região viável dos descendentes gerados vai ficando cada vez mais restrita.

A relaxação consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema (P) visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original (P) esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado ( $P_R$ ). Isto implica que:

- (R<sub>1</sub>) Se ( $P_R$ ) não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para (P).
- (R<sub>2</sub>) O valor mínimo de (P) não é menor que o valor mínimo de ( $P_R$ )
- (R<sub>3</sub>) Se uma solução ótima de ( $P_R$ ) é viável em (P), então ela é uma solução ótima de (P).

Dentre as formas possíveis de relaxação, destaca-se a eliminação das restrições de integralidade das variáveis, o que transforma o problema misto em um problema linear (PL) padrão.

Na análise dos problemas candidatos existe a necessidade de determinar quais são promissores e, portanto, que devem ser examinados, e quais podem ser sumariamente descartados. Isto é realizado na etapa de *sondagem* onde o problema candidato ( $P_C$ ) é eliminado (descartado para análises futuras), juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer a pelo menos um dos critérios:

---

<sup>1</sup> Cada um dos subproblemas descendentes é mais fácil de resolver que o subproblema candidato de origem, uma vez que foi acrescentada uma restrição na variável de separação.

(CS<sub>1</sub>) O problema candidato relaxado (PC<sub>R</sub>) não tem solução viável. Devido a (R<sub>1</sub>), isto significa que o problema candidato (P<sub>C</sub>) também não tem solução viável.

(CS<sub>2</sub>) A solução ótima do problema candidato relaxado (PC<sub>R</sub>) é pior (*bounding*) do que a melhor solução atualmente conhecida para (P) (solução *incumbente*). Observar que a solução ótima do problema candidato relaxado é sempre melhor ou igual à solução do problema candidato e de seus descendentes.

(CS<sub>3</sub>) Uma solução ótima do problema relaxado (PC<sub>R</sub>) é viável, também, em (P<sub>C</sub>). Neste caso, devido a (R<sub>3</sub>), ela é ótima em (P<sub>C</sub>) e, devido a (S<sub>2</sub>) ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a *incumbente* atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova *incumbente*.

No caso do subproblema de investimento do planejamento da expansão da capacidade dos sistemas elétricos, o número de variáveis inteiras é igual ao produto do número de investimentos candidatos pelo número de estágios considerados. Em um primeiro momento, através da relaxação, supõem-se que é possível realizar investimentos fracionários e resolver o PL resultante. A solução ótima assim obtida, geralmente apresenta diversas variáveis de investimento com valores fracionários. Dentre estas deve-se selecionar uma para separação. Depois de realizada a separação é necessário que seja escolhido, dentre os problemas candidatos armazenados, qual será o próximo a ser examinado e, se necessário, sucessivamente separado até que algum dos critérios de sondagem seja satisfeito. Este procedimento se repete até que a lista de candidatos esteja vazia e a solução *incumbente* possa ser declarada solução ótima do problema (P).

No algoritmo Branch and Bound a escolha do problema candidato que será avaliado também é realizada de acordo com algum critério. Nesse caso, busca-se reduzir as necessidades de armazenamento ou o número de nós a serem avaliados.

### 2.3.2.2 Decomposição de Benders

A Decomposição de Benders é uma técnica de decomposição matemática usada para solucionar problemas complicados ou muito grandes através da solução repetida de uma série de problemas mais fáceis, ou menores.



Nesta técnica, um problema de programação linear inteiro misto é decomposto em uma série de subproblemas menores, um denominado de *Mestre* (um problema de programação linear inteiro), e outro chamado de *Escravo* (um problema de programação linear). Assim, o problema é resolvido iterativamente, com os subproblemas (mestre e escravo) trocando informação. A decomposição de Benders ainda pode ser aplicado a problemas de programação não linear inteiro misto mas, na maioria dos casos, sem a garantia de otimalidade. Para ver detalhes da utilização da Decomposição de Benders em planejamento da expansão de sistemas de transmissão ver [7,30].

### 2.3.3 Metaheurísticas

As Metaheurísticas são métodos de busca que combinam métodos heurísticos. Estes métodos tem-se mostrado muito efetivos na solução de problemas difíceis de grande porte, tal como o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Exemplos de Metaheurística são os métodos de Recozimento Simulado, Algoritmos Genéticos, Grasp, entre outros. A seguir será descrita a lógica de algumas destas técnicas.

#### 2.3.3.1 Recozimento Simulado (Simulated Annealing)

Em 1953 foi publicado um trabalho para analisar o comportamento microscópico dos corpos. Um trabalho da Mecânica Estatística usando a metodologia de Monte Carlo. Este trabalho ficou conhecido como algoritmo de Metrópolis e foi um dos trabalhos usados pelos físicos para desenvolver uma técnica de construção de Cristais Perfeitos. Para explicar esta técnica faremos um breve resumo do problema.

Seja dado uma substância específica, as moléculas não se encontram com a mesma energia e pode-se afirmar que as partículas se encontram em distintos níveis de energia. O menor nível de energia acontece na temperatura do zero absoluto e esse estado é conhecido como “estado fundamental de energia mínima”.

Cada nível de energia é conhecido como microestado e cada microestado tem um nível de ocupação definido por  $n_i$  que é o número de partículas que existem no nível  $i$ . Assim,  $n_i$  ficaria determinado da seguinte forma:

$$n_i = P e^{-E_i/kT}$$

sendo que:

P: Um fator de proporcionalidade;

- k: A constante de “Boltzman”;  
 T: A temperatura da substância;  
 $E_i$ : A energia do microestado  $i$ ;

Observação:

$E_i$  aumenta = = =  $n_i$  diminui

T aumenta = = =  $n_i$  aumenta

A aplicação de um algoritmo de SA para resolver um problema de otimização combinatorial precisa da especificação de três aspectos significativamente distintos e independentes:

1. Uma representação adequada do problema;
2. Um mecanismo de transição;
3. Um programa de esfriamento (“cooling schedule”).

Para cada tipo de problema, deve ser definido claramente cada um destes três aspectos e geralmente existem várias maneiras de se definir ou caracterizar cada um destes itens, o que leva a algoritmos SA substancialmente diferentes.

Mais tarde, foi publicado a primeira pesquisa apresentando um algoritmo Simulated Anneling (SA), baseada na analogia entre o processo físico descrito no problema acima e o problema de otimização combinatorial.

<u>Mecânica Estatística</u>	↔	<u>Problema de Otimização</u>
Configuração	↔	Sol. Factível
Configuração fundamental (perfeita)	↔	Sol. Ótima
Energia da Configuração	↔	Valor da função objetivo
Temperatura	↔	Um parâmetro inventado (Temperatura)

A seguir será descrita resumidamente a estratégia de funcionamento de (SA) .

Supondo que seja conhecido o parâmetro  $T$  e a configuração (solução) corrente  $x_{corrente}$  com função objetivo  $f(x_{corrente})$ , definimos uma vizinhança  $N(x)$  de  $x_{corrente}$ . Assim todos os elementos (configurações) de  $N(x)$  podem ser “visitados” a partir de  $x_{corrente}$  através de um mecanismo de transição ou movimento.

De maneira aleatória é escolhido um vizinho  $x_{candidato}$ .

Seja:  $\delta = f(x_{candidato}) - f(x_{corrente})$

Se  $\delta < 0$ , a configuração candidata é aceita e se transforma em configuração corrente (Problema de minimização);

Se  $\delta \geq 0$ , a configuração candidata é aceita se  $U(0,1) < e^{-\delta/T}$ , em outras palavras, a função objetivo sofre uma degradação.

O símbolo  $U(0,1)$  representa um número aleatório gerado no intervalo  $[0,1]$ .

### 2.3.3.2 Algoritmo Genético

Na natureza os indivíduos “mais fortes” têm maior capacidade de sobrevivência quando os recursos se tornam escassos ou ocorre alguma mudança no meio ambiente. O termo “mais fortes” significa que um indivíduo possui um conteúdo genético de excelente qualidade. A unidade básica do conteúdo genético é o gene, e um conjunto dos genes forma o cromossomo que em última instância define a qualidade do indivíduo.

O algoritmo genético usa um conjunto de configurações (população dos indivíduos) para resolver um problema complexo, simulando o que ocorre na genética natural. Um algoritmo genético pode ser dividido nas seguintes etapas:

- Etapa 1: Nesta primeira etapa, deve ser representada adequadamente uma configuração do problema. Essa representação implica usar uma codificação e, originalmente, a codificação binária foi muito usada. Usando a codificação binária, é fácil implementar os operadores de recombinação e mutação.
- Etapa 2: Deve-se encontrar uma forma adequada de avaliar a função objetivo ou seu equivalente. Assim, identificamos as configurações de excelente qualidade como sendo aquelas que apresentarem uma função objetivo de excelente qualidade ou seu equivalente.
- Etapa 3: Deve-se criar uma estratégia de seleção para as configurações que tenham direito de participar na formação das configurações da nova geração.
- Etapa 4: Deve existir uma estratégia de recombinação que forneça informações de como as configurações devem ser recombinadas para gerar as novas configurações.

- Etapa 5: Deve haver um mecanismo de mutação que realize mutações esporádicas como acontece com a mutação do material genético na biologia.
- Etapa 6: Deve ser definido o tamanho da população, isto é, o número de configurações que faz parte da população.
- Etapa 7: Deve-se ter uma estratégia para gerar a população inicial.
- Etapa 8: Deve existir uma estratégia para parar o algoritmo.

Equivalência:

Solução (configuração)	↔	Cromossomo (indivíduo)
Variável	↔	Gene
Valores das variáveis (0, 1)	↔	Alelo

Um algoritmo genético simples deve seguir os seguintes passos:

- 1- Gerar uma população inicial após escolher a forma de codificação;
- 2- Calcular a função objetivo de cada configuração e armazenar a incumbente;
- 3- Realizar a seleção;
- 4- Implementar a recombinação;
- 5- Implementar a mutação e terminar de gerar a nova geração;
- 6- Estabelecer um critério de parada, se o critério de parada for satisfeito, pare. Em caso contrário voltar para o passo 2.

O ciclo entre os passos 2 e 5 é chamado “ciclo geracional”.

O mecanismo de codificação depende da natureza das variáveis do problema. Existem problemas com variáveis binárias que são mais simples de se implementar. Outros problemas podem apresentar variáveis inteiras ou contínuas. Os primeiros algoritmos genéticos usavam a codificação binária, assim, para esses algoritmos, as variáveis que originalmente eram inteiras ou contínuas eram transformadas em binária.

Deve ser criada uma estratégia para calcular a função objetivo para cada configuração. As vezes, deve ser usado uma estratégia para formular um equivalente da função objetivo que pode ser mais adequado para o algoritmo genético. Às vezes é necessário padronizar a função objetivo. Por último, este parâmetro que identifica a qualidade de uma configuração (que pode

ser a própria função objetivo ou seu equivalente) é chamada de *fitness function* (função de aptidão).

Para a seleção, tipicamente é usada a seleção baseada em torneio em que em cada jogo é escolhida a configuração ou topologia ganhadora. Tipicamente em cada jogo participam um número reduzido de configurações, isto é, de duas a quatro configurações. A seleção baseada em torneio tem a vantagem de não precisar modificar a função objetivo.

Uma vez selecionadas as configurações, devemos formar os pares de acasalamentos e realizar a recombinação. Na recombinação, um par de configurações misturam seu conteúdo genético e formam 2 descendentes. O ponto de recombinação é escolhido aleatoriamente. Para a recombinação de um simples ponto (single point) é feita a escolha de um número aleatório entre 1 e  $(k-1)$ , em uma configuração com  $k$  elementos. Uma vez escolhido o ponto de recombinação, as duas configurações candidatas são geradas trocando-se a parcela à direita do ponto de recombinação das duas configurações. Nem todas as configurações são recombinadas. Uma parcela pequena pode passar para a próxima etapa sem recombinação. Assim é definido a taxa de recombinação  $P_c$ . O índice  $P_c$  específica, em forma estatística, a porcentagem de configurações que deveriam ser recombinadas. Por exemplo, se  $P_c = 0.8$ , isto indica que 80% das configurações devem ser recombinadas.

Na codificação binária, a mutação consiste em transformar o valor de uma posição do arranjo de 0 para 1 ou vice-versa. Na maioria das pesquisas, a mutação é considerada um operador secundário. Uma taxa de mutação é definida como sendo o seguinte: para cada bite de cada configuração, gera-se um número aleatório  $p \in [0, 1]$  e se  $P < P_m$  existirá mutação da posição. Se  $P_m = 0.05$ , significa dizer que existe uma probabilidade de 0.05 de se realizar uma mutação.

O ciclo geracional é o processo de seleção – recombinação – mutação, que permite encontrar as configurações da nova geração a partir da população corrente. O ciclo geracional é controlado pelo chamado *Programa de Controle do Algoritmo Genético*. Este programa é composto de parâmetros que definem o tamanho da população, a taxa de recombinação e a taxa de mutação, definindo a qualidade do algoritmo.

Existem vários critérios de parada, entre eles podemos citar:

- 1- *Parar* após a execução de um número determinado de gerações;

- 2- *Parar* quando a incumbente atingir um valor especificado;
- 3- *Parar* se as configurações da população ficarem muito homogêneas.

A população inicial do algoritmo pode ser gerada aleatoriamente ou através de um algoritmo heurístico muito rápido.

#### 2.3.3.3 Grasp (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

O Grasp é um processo iterativo que tem duas fases associadas com cada iteração: uma fase de construção, onde uma solução viável é construída por um procedimento “guloso” aleatório e, uma fase de busca local, que busca por um mínimo local pertencente a uma dada vizinhança a partir da solução obtida pela fase de construção. A melhor solução, considerando todas as iterações do Grasp, é mantida como a resposta para o problema.

Para a explicação do algoritmo, deveremos entender que:  $x$  e  $x^*$  representarão respectivamente, uma solução viável para o problema e a melhor solução obtida até certa iteração conhecida “ $k$ ” do algoritmo.

As principais funções da metaheurística Grasp são os procedimentos da *fase de construção*, onde uma solução viável é, iterativamente, construída, e a *fase de busca local*, onde se busca por uma solução mínima local que esteja dentro de uma vizinhança pré-determinada da solução obtida na fase de construção.

GRASP está sendo usado na otimização de muitos problemas da pesquisa operacional e também foi usado no planejamento de sistemas de transmissão [31]. Deve-se observar que um dos inventores do GRASP foi o pesquisador brasileiro Maurício Resende. Para maiores detalhes sobre a teoria e aplicação de GRASP ver [45].

#### 2.3.3.4 Busca Tabu

O Busca Tabu (Tabu Search – TS) é um procedimento metaheurístico utilizado para gerenciar um algoritmo heurístico de busca local evitando que o processo pare em um ótimo local. Assim, TS realiza uma exploração através do espaço de configurações contornando adequadamente os ótimos locais.

O TS foi inventado por Fred Glover na década de 80 e está sendo intensamente usado para a solução de problemas complexos em áreas muito variadas da pesquisa operacional.

Entretanto, a aplicação de TS em problemas de sistemas de energia elétrica ainda se encontra na fase inicial. O algoritmo de Busca Tabu é amplamente desenvolvido em [46].

## 2.4 Revisão Bibliográfica Recente e o Estado da Arte em Planejamento de Sistemas de Transmissão

Nesta seção é feita a análise de algumas propostas, para a solução do problema de planejamento estático de sistemas de energia elétrica a longo prazo, indicando as suas características mais interessantes.

Em [24,25] são apresentados algoritmos com técnica de solução baseada em Busca Tabu (TS) e com o modelo DC adotado (por ambos), como modelagem matemática.

Em [24] o algoritmo envolve três fases distintas: durante a primeira fase, o algoritmo TS é introduzido basicamente como um algoritmo de busca com uma memória de curto prazo, uma lista-tabu e um critério de aspiração que permite determinar dentre os movimentos permitidos, aquele mais atrativo; na segunda fase é incluído um mecanismo de diversificação, um de intensificação e um de memória a longo prazo; e finalmente, na terceira fase, são incluídos “Path Relinking”, configurações elite, seleção inteligente de configuração inicial, oscilação estratégica, redução de vizinhos e versões híbridas adicionando características de outros métodos combinatoriais como Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing (SA). Em [24] é proposto não apenas uma configuração inicial, mas sim uma família de configurações concorrentes mantidas durante todo o processo de otimização. Esta família de configurações são obtidas ou através do Algoritmo de Garver modificado que, apesar de utilizar como modelagem matemática um modelo relaxado (modelo de transportes), possui a capacidade de localizar com precisão a maioria dos eixos de transmissão para a expansão da rede, ou randomicamente (através de uma função randômica).

Em [25], o algoritmo descrito foi dividido nas seguintes etapas: *Etapa 1*: nesta etapa, é obtido uma configuração inicial determinada por um conjunto de indicadores de sensibilidade; *Etapa 2*: com a configuração inicial determinada, é iniciada a fase de expansão; *Etapa 3*: com o término da fase de expansão, a fase de intensificação é iniciada. Esta etapa é subdividida em duas fases: Intensificação 1 e Intensificação 2. *Etapa 4*: com o término da fase de intensificação, é iniciada a fase de diversificação. Dentro do contexto de [25], a fase de expansão é considerada a fase de busca por configurações factíveis. Desta forma, diferentes

planos de expansão podem ser obtidos iniciando esta fase com configurações iniciais distintas. Na fase de intensificação, “um movimento” consiste em trocar dois ou mais circuitos, ou seja, um circuito candidato construído previamente é removido e outro candidato é adicionado. Este movimento (permuta) é baseado em indicadores de sensibilidade e são permitidos somente dentro de uma região factível. Na Intensificação 1, apenas movimentos para soluções com menores custos de investimento são permitidos e em contrapartida, na Intensificação 2, movimentos para soluções mais caras são permitidos com o objetivo de contornar soluções ótimas locais. Na fase de diversificação, o objetivo é direcionar a busca para regiões não exploradas dentro do espaço de buscas. Nesta fase, os circuitos candidatos que apresentarem uma maior frequência na última iteração serão proibidos na próxima fase de expansão. O critério de parada do algoritmo é o número de fases de diversificação executadas.

O algoritmo de [24] foi testado no sistema de 6 barras de Garver, no sistema de 46 barras Sul Brasileiro e no sistema de 87 barras Norte Nordeste Brasileiro. O algoritmo de [25] foi testado no sistema de 46 barras Sul brasileiro e no sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.

Para o sistema de 6 barras de Garver, o algoritmo de [24] determinou a família de configurações iniciais “randomicamente” pois da outra forma, a busca se tornaria trivial. Para este teste não foi permitido o redespacho da geração, tornando o problema mais difícil e sua convergência mais complicada. A algoritmo encontrou a solução ótima com o custo do investimento  $v = 200$  e com as seguintes adições de circuitos:  $n_{2-6} = 4$ ,  $n_{3-5} = 1$  e  $n_{4-6} = 2$ .

Já para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, ambos os algoritmos [30,31] encontraram a solução ótima com o custo de investimento  $v = 154,42$  milhões de dólares e com as seguintes adições de circuitos:  $n_{20-21} = 1$ ,  $n_{42-43} = 2$ ,  $n_{46-6} = 1$ ,  $n_{19-25} = 1$ ,  $n_{31-32} = 1$ ,  $n_{28-30} = 1$ ,  $n_{26-29} = 3$ ,  $n_{24-25} = 2$ ,  $n_{29-30} = 2$  e  $n_{5-6} = 2$ .

Para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução encontrada pelo algoritmo [25] prevê um investimento  $v = 444,39$  milhões de dólares, com a adição de 21 circuitos.

A solução ótima para o sistema de 87 barras Norte Nordeste Brasileiro sem redespacho não é conhecida e a melhor configuração obtida pelo algoritmo [24] prevê um investimento de 2,574 bilhões de dólares com a adição de 107 circuitos.

O Algoritmo Genético é uma metodologia usada para resolver problemas de otimização combinatorial e apresentou um grande sucesso na última década para solucionar



problemas de grande porte em áreas muito diversas. O algoritmo foi, inicialmente, formulado por Holland [27], baseado no princípio da seleção natural que acontece na natureza e que fornece maiores chances de sobrevivência aos indivíduos melhores dotados. Matematicamente, o Algoritmo Genético pode ser considerado como uma técnica de otimização combinatorial com uma alta probabilidade de encontrar a solução ótima global de problemas grandes e complexos e com muitas soluções ótimas locais.

Em [26] é descrito um Algoritmo Genético que utiliza como modelagem matemática o modelo DC. Neste trabalho, um indivíduo representa uma e somente uma solução candidata do problema. Um gene é associado a cada caminho (existente ou candidato) através do sistema de potência. Desta maneira, o tamanho do indivíduo corresponde ao somatório do número de caminhos (existente ou candidato). Um alelo (valor numérico de cada gene) corresponde ao número de adições em um caminho específico (existente ou candidato), sendo assim, um indivíduo com todos os genes iguais a zero representará uma rede de transmissão sem adições de circuitos. Foram implementados dois mecanismos de seleção: o primeiro chamado de “Remainder Stochastic Sampling Without Replacement”, e o segundo chamado “Tournament Selection”.

Os resultados obtidos usando a segunda maneira de seleção foram melhores que os encontrados quando considerado a primeira forma de seleção. No primeiro método de seleção, para quase todos os casos testados, verificou-se uma convergência prematura.

Três técnicas de Crossover foram implementadas e testadas: (1) em um ponto; (2) em dois pontos e (3) por máscara. Não foi observada uma melhor performance quando compararam-se as três técnicas.

O mecanismo de mutação foi implementado baseado em “Simulated Annealing”. Neste mecanismo, para cada gene, um número randômico é gerado no intervalo [0-1]. Se este número fosse menor que a taxa de mutação, o respectivo alelo do gene corrente seria trocado por outro valor randômico dentro de um intervalo específico. Se o novo indivíduo gerado por este mecanismo possuísse uma função objetivo de melhor qualidade, ou seja, possuísse uma melhor configuração, a mutação seria aceita. Em caso contrário, ela só seria aceita com alguma probabilidade que dependeria de um valor de temperatura. Esta temperatura iniciava-se com um alto valor e era vagarosamente reduzida de acordo com uma lista de resfriamento.

O algoritmo foi testado em três sistemas reais: o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro e o sistema de 171 barras Colombiano.

Para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro, o algoritmo levou 23 gerações para determinar a solução ótima, com investimento de  $v = 154,42$  milhões de dólares e com um tempo computacional da ordem de 1,5 minutos.

No caso do sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor configuração encontrada previa um custo de investimento de 478,99 milhões de dólares com um tempo computacional gasto da ordem de 46 minutos.

Para o sistema de 171 barras Colombiano, a melhor solução encontrada previa um custo de investimento de 564,72 milhões de dólares, com um tempo computacional gasto da ordem de 3 horas.

Uma metodologia adequada para encontrar a configuração ótima do problema de planejamento de sistemas de transmissão, quando se utiliza o modelo de transportes, consiste em usar um algoritmo de Branch and Bound. Entretanto deve ser desenvolvido um algoritmo de Branch and Bound eficiente e uma implementação computacional adequada para que o esforço computacional não seja proibitivo na resolução de problemas de grande porte.

Em [28] é apresentado um algoritmo especializado Branch and Bound que utiliza como modelagem matemática o modelo de transportes. O algoritmo é baseado numa busca em árvore, onde os nós representam os problemas candidatos e os ramos correspondem às decisões tomadas para um dado caminho. Todas as soluções são, explícita ou implicitamente, representadas numa árvore, o que garante que todas as soluções ótimas serão obtidas pelo algoritmo. O algoritmo parte com os procedimentos básicos: separação, relaxação e sondagem. A operação de separação consiste em dividir o problema corrente (um nó na árvore de decisão) em dois descendentes. A variável de separação é uma variável que assume um valor não inteiro em um nó corrente e pode ser forçada a assumir valores inteiros vizinhos e, em ambos os casos, uma nova restrição é então adicionada ao problema corrente. O problema corrente é então eliminado da lista de problemas candidatos e os dois problemas descendentes são adicionados à lista (como resultado da operação de separação). A operação de relaxação consiste em relaxar algumas restrições complicantes do problema original para torná-lo mais fácil de resolver. Assim, ao invés de se resolver um problema linear inteiro misto, resolve-se um problema linear chamado problema linear correspondente. A operação de sondagem consiste em verificar qual dos subproblemas candidatos podem ser eliminados (ou sondados) da lista de candidatos. A seleção do subproblema candidato é feita por pseudocustos e a variável para separação é escolhida através de um parâmetro baseado na seguinte regra

empírica: escolhe-se a variável que estiver mais longe de valores inteiros, isto porque é esperado que as variáveis cujos valores correntes estejam perto de valores inteiros naturalmente tenderão para esses valores no decorrer do processo de busca, sendo assim, escolhe-se para “branching” as variáveis que estejam mais distantes de valores inteiros. Para melhorar o desempenho do algoritmo, foram utilizadas restrições de cerca.

O algoritmo foi testado em 4 sistemas: o sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com e sem redespacho, o modelo reduzido do sistema Sudeste Brasileiro de 78 barras sem redespacho e o sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras com e sem redespacho.

No sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o algoritmo encontrou as soluções ótimas. Uma destas soluções, é a solução ótima para o modelo DC. O algoritmo convergiu após 112 PL's sem a utilização de restrições de cerca.

No sistema Sul Brasileiro de 46 barras com redespacho, o algoritmo encontrou a solução ótima com um custo de investimento de  $v = 53,334$  milhões de dólares e após a solução de 269 PL's (sem a utilização de restrições de cerca e sem uma incumbente inicial). Quando não se permite o redespacho, a complexidade do problema aumenta significativamente. Sem a utilização de restrições de cerca e sem a determinação de uma incumbente inicial, o algoritmo encontrou a solução ótima após 3500 PL's. Usando as restrições de cerca e uma incumbente inicial (obtida com um método heurístico baseado no método de Garver) este número foi reduzido para 1220 PL's.. Foram encontradas soluções ótimas múltiplas com investimentos de  $v = 127,012$  milhões de dólares.

Para o sistema Sudeste Brasileiro, sem a inclusão de restrições de cerca, o algoritmo encontrou a solução ótima após solucionar 1.006 PL's, com investimentos de  $v = 284,1$  milhões de dólares.

No sistema de 87 barras Norte-Nordeste Brasileiro com redespacho e são incluídas restrições de cerca, o algoritmo encontrou a solução ótima após 2.299.279 de PL's. Quando as restrições de cerca não foram incluídas, o número de PL's aumentou para 7.965.438. O investimento ótimo obtido foi de 614,9 milhões de dólares. Sem o redespacho e usando as restrições de cerca, o processo parou quando o número de PL's bateu o limite de 100.000.000. O melhor investimento obtido foi  $v = 1,194$  bilhões de dólares.

Outra alternativa para resolver problemas de planejamento de sistemas de transmissão consiste em usar técnicas de decomposição matemática que permitem decompor o problema complexo de planejamento em dois subproblemas: um subproblema de investimento também

chamado mestre e um subproblema de operação chamado escravo. A técnica do decomposição matemática usada é a Decomposição de Benders e os dois subproblemas, mestre e escravo, são resolvidos de maneira iterativa até que seja encontrada a solução ótima global. O subproblema de operação é um problema de programação linear e o subproblema de investimento é um problema de programação inteira. Portanto, a complexidade do problema foi transferida para a resolução do subproblema mestre em forma iterativa. O subproblema mestre, que é um problema de programação inteira, pode ser resolvido usando vários métodos, como por exemplo, um algoritmo de Branch and Bound.

Em [29], a modelagem matemática usada para a modelagem da rede é o modelo de transportes e o problema é resolvido usando a Decomposição Hierárquica de Benders. O problema é decomposto em dois subproblemas: o mestre e o escravo. O método hierárquico consiste em resolver o problema em dois estágios. No primeiro estágio, o problema é resolvido relaxando a integridade das restrições (variáveis de adição de circuitos). O objetivo deste estágio é determinar um conjunto de cortes de Benders e uma solução relaxada do problema original. Embora sejam aproximados, estes cortes simplificam a solução no segundo estágio. No segundo estágio, a integridade das restrições são reintroduzidas no problema. Neste estágio, o subproblema de operação permanece relaxado e o subproblema de investimento torna-se um problema inteiro misto. Assim, o esforço computacional aumenta significativamente pois existe a necessidade de se resolver um problema inteiro em cada iteração. A metodologia hierárquica reduz este esforço pois os cortes de Benders gerados no primeiro estágio são aproveitados no segundo estágio e são boas aproximações para os cortes do problema não relaxado. Para a solução do subproblema de investimento deste estágio é utilizado um algoritmo de Branch and Bound. Algumas implementações alternativas para a seleção do subproblema candidato foram testadas, pode-se utilizar a regra LIFO (last in, first out) ou os conceitos de Pseudocusto. Para a seleção da variável de branching, o algoritmo pode usar o conceito de selecionar a primeira variável não inteira obtida, pode fazer a seleção através do custo ou pode, também, utilizar os conceitos de Pseudocustos. Alguns conhecimentos específicos para a melhoria da eficiência do algoritmo foram implementadas, como as restrições de cerca e de caminhos.

O método foi testado em dois sistemas. O sistema de 6 barras de Garver sem redespatcho e o sistema de 46 barras Sul Brasileiro.

No teste do sistema de 6 barras de Garver, sem considerar as restrições de cerca, o algoritmo levou 121 PL's para encontrar a solução ótima: foram gerados três cortes de

Benders durante a fase 1 e o algoritmo de B&B foi chamado apenas uma vez durante a fase 2. Os “Pseudocustos” foram usados para selecionar os subproblemas candidatos e as variáveis de separação. Quando as restrições de cerca foram consideradas, nove cercas foram criadas e a solução ótima foi obtida após 87 PL’s e nenhum corte de Benders foi gerado. O método proposto encontrou cinco soluções alternativas, todas com investimento  $v = 200$ . Uma destas soluções também é factível para a modelagem DC.

O teste realizado no sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho, encontrou um custo de investimento de  $v = 53,334$  milhões de dólares. No estágio 1, 19 cortes de Benders foram gerados e no estágio 2 foram feitas 4 chamadas do algoritmo Branch and Bound. A melhor performance foi obtida quando o algoritmo B&B usou Pseudocustos para as seleções do subproblema candidato e das variáveis de separação, onde foram utilizados 2.285 PL’s. Com o redespacho, o algoritmo encontrou duas soluções alternativas com custo de investimento  $v = 127,212$  milhões de dólares. Neste caso, 33 cortes de Benders foram gerados na fase 1 e 139 na fase 2, com 82 chamadas para o algoritmo B&B. A melhor performance foi observada quando o algoritmo utilizou para a seleção do subproblema candidato o critério LIFO e para a seleção da variável o Pseudocustos. A configuração ótima foi encontrada após a solução de 1.507.710 PL’s. Quando foram introduzidas as restrições de cerca e de caminho, o número de PL’s resolvidos caiu para 16.763 com somente 13 cortes de Benders gerados na fase 2.

Em [30] o problema é resolvido também por decomposição de Benders, mas agora ele é formulado pela modelagem (0-1) disjuntiva. Uma das dificuldades encontradas para a aplicação desta formulação foi em relação ao valor do parâmetro  $M$ . Os valores numéricos grandes para a constante disjuntiva provocaram instabilidade numérica nos cortes de Benders, o que trouxe problemas de convergência para o processo de decomposição. Para contornar este problema, utilizou-se um esquema iterativo para variar o valor da constante disjuntiva com o objetivo de melhorar o condicionamento numérico dos cortes de Benders gerados durante o processo de decomposição. Para tornar mais rápida a convergência, foi considerado a inclusão de outros cortes (restrições) como os cortes de Gomory e outros, além dos de Benders, no problema mestre, acerca das restrições do problema escravo. Estes “outros cortes” foram gerados a partir de relaxações do problema escravo. Assim, foi proposto a utilização de cortes de Benders gerados a partir de modelos de transportes e híbridos, que são relaxações do problema escravo formulado pelo modelo linear disjuntivo. Desta maneira,

estes cortes foram usados em conjunto com os cortes de Benders tradicionais gerados pelo subproblema escravo e com os cortes de Gomory, para o problema mestre.

Esta metodologia foi testada no sistema de 46 barras Sul Brasileiro sem redespacho. A solução ótima obtida pelo método foi um custo de investimento  $v = 154,4$  milhões de dólares, melhor conhecida até o momento. Com os resultados obtidos, pode-se verificar a importância da utilização dos cortes de Gomory pois estes reduzem o número de problemas mestre a serem resolvidos, reduzindo o tempo de processamento em casos de difíceis soluções. Foi verificada também a importância de um valor mínimo em conjunto com o ajuste (nas iterações iniciais) para a constante disjuntiva  $M$ , o que reduziu drasticamente o número de iterações e o tempo de processamento para atingir a convergência e se não fosse considerado os cortes de Benders para relaxações do problema escravo, no caso os problemas de transportes e híbrido, o processo não convergiria por falta de memória.

Um outro método classificado como uma metaheurística é o denominado GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure).

O GRASP é um processo iterativo que tem duas fases associadas com cada iteração: uma fase de construção, onde uma solução viável é construída por um procedimento “guloso” aleatório e, uma fase de busca local, que busca por um mínimo local pertencente a uma dada vizinhança a partir da solução obtida pela fase de construção. A melhor solução, considerando todas as iterações do GRASP é mantida como a resposta para o problema. Estes métodos de busca, que combinam métodos heurísticos, têm se mostrado muito efetivos na solução de problemas difíceis e de grande porte.

Em [31], a solução do problema é baseada na metodologia metaheurística GRASP. Esta técnica heurística iterativa é associada por escolha aleatória e busca local compondo um sistema de duas fases, a fase de construção e a fase de busca local. Estas duas fases aparecem em cada iteração. Na fase de construção, é construído uma solução factível por uma técnica randômica e, a fase de busca local, é iniciada a partir da solução da fase de construção e encontra o ótimo local de uma dada vizinhança. A melhor de todas as iterações é escolhida como solução final (configuração final).

Esta metodologia foi testada em três sistemas: o sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho e o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.

No sistema de 6 barras de Garver com redespacho, o algoritmo foi processado quatro vezes, para cada vez, os principais parâmetros eram modificados: o tamanho da lista de candidatos (randômica) e a vizinhança da fase de busca local. Para todos os casos analisados, GRASP encontrou a solução ótima.

Para o sistema de 46 barras Sul Brasileiro com redespacho, GRASP encontrou a melhor solução, já conhecida, até o momento, com o custo de investimento previsto de  $v = 70,289$  milhões de dólares.

No sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução encontrada estabeleceu um custo de investimento de 512,8 milhões de dólares.

Os melhores resultados já obtidos para os sistemas testados também foram encontrados por GRASP e melhores soluções foram encontradas para o sistema Sudeste Brasileiro. Para os sistemas de grande porte, o esforço computacional requerido pelo GRASP foi moderado.

Em [32] é descrito um algoritmo Branch and Bound que utiliza, para a representação matemática da rede, o modelo disjuntivo. Uma solução heurística é usada como incumbente inicial. Esta solução heurística é obtida através do algoritmo metaheurístico GRASP.

O algoritmo Branch and Bound do trabalho é resolvido pelo software XPRESS [39] Solver (release 11). Com o software, existe a possibilidade de, além de utilizar a modelagem disjuntiva padrão, utilizar uma modelagem disjuntiva alternativa e é permitida, também, a variação do parâmetro  $M$  durante as iterações do algoritmo<sup>3</sup>.

O algoritmo foi testado para os sistemas de 46 barras Sul Brasileiro com e sem redespacho e para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro.

Para o sistema de 46 barras sem redespacho, a melhor solução obtida por Decomposição Hierárquica de Benders e GRASP estabelece uma configuração com um custo de 154,26 milhões de dólares. Com os parâmetros de penalidade ( $M$ ), da formulação disjuntiva, fixos e sem a determinação da incumbente inicial, o algoritmo demorou 4 horas para encontrar esta configuração. Usando a formulação disjuntiva alternativa, com a otimização dos fatores de penalidade, a mesma solução foi obtida em 2 horas e 10 minutos de processamento, mostrando a superioridade desta versão quando comparada a primeira. Usando GRASP para a determinação da incumbente inicial, o algoritmo encontrou esta solução em 81 minutos.

---

<sup>3</sup> Para maiores informações consulte [32]

No sistema de 46 barras com redespacho, a melhor solução obtida conhecida implica em um investimento de 70,21 milhões de dólares. Usando o algoritmo com a formulação padrão e com a otimização dos parâmetros de penalidade, o algoritmo demorou 33 segundos para determinar esta solução. Usando a formulação matemática disjuntiva, o tempo de processamento passou para 57 segundos.

Para o sistema de 79 barras Sudeste Brasileiro, a melhor solução conhecida estabelece um investimento de 422 milhões de dólares, encontrada por GRASP. Sem a determinação de uma incumbente inicial e usando a modelagem disjuntiva alternativa, não foi possível obter a solução ótima devido ao tamanho da árvore de busca, porém, soluções sub-ótimas foram encontradas, como por exemplo, uma solução factível com um gap de 8% (comparado com a melhor solução conhecida) foi obtida em um período de 33 minutos de processamento. Com uma incumbente inicial de \$423 milhões, o algoritmo B&B encontrou esta solução em 50 minutos e, a melhor encontrada até o momento, em 90 minutos de processamento.



## Capítulo 3

# Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo de Transporte

### 3.1 Introdução

Neste capítulo é realizada uma análise detalhada do algoritmo heurístico construtivo, evidenciando a importância do algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transporte usado em planejamento de sistemas de transmissão. A proposta do algoritmo é estendida para o planejamento dinâmico (multiestágio) usando vários indicadores de sensibilidade. As propostas são testadas usando diferentes indicadores de sensibilidade em sistemas elétricos de complexidade variada [36].

### 3.2 Algoritmo de Garver para o Modelo de Transportes

Quem apresentou, pela primeira vez, o modelo de transportes e um algoritmo heurístico construtivo para resolvê-lo foi Garver. Um algoritmo heurístico construtivo (AHC) é um processo de solução iterativo para encontrar uma solução factível de um problema complexo, através de um processo passo a passo. Em cada passo, é adicionada um componente da solução e o processo termina quando é encontrado uma solução geralmente de boa qualidade. Um AHC é robusto e converge rapidamente mas, para problemas grandes e complexos, este tipo de algoritmo converge apenas para uma solução de boa qualidade e, às vezes, estas podem estar muito distantes da solução ótima.

Em cada passo do AHC deverá ser escolhido um componente da solução do problema, ou seja, no caso do problema de planejamento, um circuito que deverá ser adicionado ao sistema. A escolha desse componente é determinada por um indicador de sensibilidade do

AHC. Esse indicador de sensibilidade pode ser muito simples como uma decisão intuitiva, pode ser uma relação matemática aproximada ou pode ser uma decisão sofisticada como a solução do próprio problema após relaxar alguns aspectos complicantes. O AHC de Garver usa este último tipo de indicador de sensibilidade.

A idéia fundamental de Garver está no tipo de indicador de sensibilidade proposto. Garver sugeriu resolver, em cada passo do algoritmo, o próprio modelo de transportes após relaxar a integralidade das variáveis de investimento, ou seja, se no problema (3) fizermos  $n_{ij} \geq 0$ , o modelo de transportes se transformará em um simples problema de programação linear (PL). A solução desse PL poderá indicar o circuito mais importante que deverá ser adicionado ao sistema no estágio corrente de implementação do AHC. Deve ser observado que a solução do problema de PL é usada apenas para identificar o circuito mais importante no passo corrente do algoritmo, ou seja, ela é utilizada para o cálculo do indicador de sensibilidade do algoritmo, que identificará o circuito que deverá ser adicionado ao sistema no passo corrente.

Em cada passo do AHC de Garver, a solução do PL identificará um conjunto de valores de  $n_{ij} \neq 0$  e geralmente não inteiros. Assim, Garver sugeriu que deveria ser adicionado ao sistema o circuito com  $n_{ij} \neq 0$  e que levaria o maior fluxo de potência na solução do PL, ou seja, o circuito com maior valor de  $f_{ij} = n_{ij} \cdot \bar{f}_{ij}$ . Assim, o algoritmo de Garver para o planejamento estático assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente com valores de  $n_{ij}^0$  conhecidos.
2. Resolver um PL para o modelo de transportes relaxado ( $n_{ij} \geq 0$ ) e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar  $v = 0 \Rightarrow n_{ij} = 0$ , pare, porque foi encontrada uma solução factível para o modelo de transportes. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Indicador de sensibilidade: Na solução do PL, identificar o circuito que levará o maior fluxo de potência. Atualizar a topologia corrente ( $n_{ij}^0$ ) com a adição do circuito identificado pelo indicador de sensibilidade. Ir ao passo 2.

Uma das primeiras limitações observadas nos AHC é que alguns circuitos adicionados durante o processo se tornam irrelevantes com a adição posterior de outros circuitos mais importantes. Este problema foi observado, por exemplo, em [5] mas é uma característica de todos os AHC. Para contornar este problema é sugerido incrementar um passo adicional de retirada de circuitos irrelevantes. Assim, uma modificação trivial para o algoritmo de Garver

consistia em adicionar esse passo adicional de retiradas de circuitos, também chamada de fase de otimização local. A estrutura básica do AHC de Garver foi usada por todos os AHC para o problema de planejamento que apareceram posteriormente.

Podemos usar a idéia fundamental de Garver para propor um algoritmo heurístico generalizado para o problema de planejamento que incorpore todos os outros AHC, inclusive o algoritmo de Garver, como casos particulares desse algoritmo heurístico generalizado. Assim, o AHC generalizado para planejamento estático assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e escolher o modelo matemático (Modelo de Transportes, Modelo DC, etc.)
2. Resolver um PL para o modelo matemático escolhido e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar que o sistema está operando adequadamente com as adições já implementadas, pare, porque foi encontrada uma solução para o modelo matemático escolhido e, deve-se ir ao passo 4.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema. Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em adequadas condições de operação. Se o sistema operar adequadamente, retirar o circuito e em caso contrário o circuito deverá ser mantido. Repita o processo, simulando a retirada de cada circuito, até analisar todos os circuitos. Assim, os circuitos adicionados e que não foram retirados, representarão a solução do AHC.

O AHC de Garver é um caso especial do AHC generalizado com as seguintes características específicas: (1) usa o modelo de transportes, (2) o indicador de sensibilidade é o fluxo de potência que passa pelos circuitos adicionados na solução do PL correspondente (PLI relaxado) para a topologia corrente e, (3) não usa o passo 4 de busca local que corresponde a retirada de circuitos. Entretanto, nos testes realizados com o algoritmo de Garver, nós incorporamos o passo 4 de busca local. Outra limitação do Modelo de Transportes é que a solução ótima desse modelo pode ficar muito distante da solução ótima do modelo DC. Este problema foi contornado por Garver usando, posteriormente, o modelo Híbrido.

O algoritmo de Garver é na verdade uma proposta sofisticada entre os algoritmos heurísticos. Segundo a classificação de algoritmos heurísticos proposta em [34], podemos considerar o algoritmo de Garver como sendo um heurístico construtivo mas que usa uma outra heurística como módulo básico na determinação do indicador de sensibilidade. Na determinação deste índice, é usada uma heurística chamada de manipulação do modelo matemático, onde se resolve o PL correspondente da topologia corrente para identificar o circuito mais importante que deverá ser adicionado ao sistema. A fase de busca local representa outra proposta heurística adicional.

O principal problema do AHC de Garver acontece quando o indicador de sensibilidade se torna pouco eficiente. Deve-se observar que, se o PL correspondente apresentar uma solução com valores inteiros de  $n_{ij}$ , então o algoritmo encontrou o ótimo global. Em sistemas elétricos pequenos, mesmo quando a solução do PL correspondente apresentar valores de  $n_{ij}$  não inteiros, é possível que o AHC de Garver encontre a solução ótima do Modelo de Transportes. O problema aparece em sistemas grandes e complexos e, especialmente, nas fase finais do processo. Nesses casos, nossa experiência mostra que é típico aparecer uma solução do PL correspondente para uma topologia corrente nas fases finais do processo, por exemplo, com 20 circuitos com valores de  $n_{ij} \leq 0,2$ . Nessas condições, a relaxação da integralidade pode levar a sérios desvios. Assim, por exemplo, o PL correspondente poderia indicar que é interessante adicionar  $n_{ij} = 0,08$  circuitos de um circuito que custa  $c_{ij} = 100$  milhões de dólares. Nessas condições a função objetivo do PL indicará um investimento de 8 milhões, mas ao adicionar um circuito inteiro deste tipo, o AHC de Garver adicionará um investimento de 100 milhões de dólares. Obviamente pode existir alternativas melhores.

O problema mencionado anteriormente pode ser contornado de várias formas. Uma proposta consiste em parar o algoritmo de Garver quando o PL correspondente indicar valores de  $n_{ij}$  abaixo de um limite especificado, por exemplo,  $\bar{n}_{ij} = 0.2$  e resolver o problema restante usando um algoritmo branch and bound. Neste caso, todos os circuitos já adicionados pelo algoritmo de Garver serão adicionados na topologia base. Assim, o problema resultante poderá ser resolvido por um algoritmo branch and bound pois restaram poucas adições e nestes casos, o algoritmo branch and bound é eficiente. Este tipo de algoritmo heurístico é chamado de algoritmo heurístico de decomposição [34]. O algoritmo de decomposição

sugerido encontra soluções de melhor qualidade que o algoritmo de Garver mas leva um tempo de processamento muito maior.

Um outro tema relacionado com o AHC de Garver é o indicador de sensibilidade escolhido. Garver sugeriu escolher o circuito que, na solução do PL, transportar o maior fluxo de potência. Esse indicador de sensibilidade pode ser substituído ou modificado usando outras propostas a partir da solução do PL correspondente. Duas propostas alternativas são as seguintes: (1) após a resolução do primeiro PL correspondente, adicionar a parte inteira de todos os circuitos com valores de  $n_{ij} \geq 1$  e continuar o processo restante como o sugerido por Garver, e (2) em cada passo adicionar o circuito com maior valor de  $n_{ij}$  na solução do PL correspondente. Essas mudanças levam a algoritmos ligeiramente diferentes e em sistemas grandes e complexos apresentam soluções diferentes. Geralmente, a proposta original de Garver sobre o indicador de sensibilidade é a mais eficiente.

Outro problema acontece nas fases iniciais do AHC de Garver, no momento em que são adicionados circuitos caros e de elevadas capacidades de transmissão. Nesse caso, quando existem várias alternativas parecidas, o AHC escolhe uma dessas alternativas e inviabiliza as outras possibilidades. Assim, os “*pitfalls*” do AHC acontecem nas fases iniciais e finais do processo. Outros algoritmos heurísticos importantes para o problema de planejamento podem ser encontrados em [5,35].

Existe escassa bibliografia sobre o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão. Deve-se observar também, que não é trivial estender um algoritmo do planejamento estático para o planejamento multiestágio. Uma forma aproximada de implementar o planejamento multiestágio, consiste em considerar esse problema como uma seqüência de planejamentos estáticos. Neste tipo de planejamento, chamado também de pseudo-dinâmico, é usado, em cada estágio, um algoritmo de planejamento estático e, os circuitos adicionados em um estágio passarão a ser considerados como parte da topologia base para o início do planejamento estático do estágio seguinte. Deve-se esperar que esse tipo de planejamento adicione um número maior de circuitos quando comparado ao caso do planejamento multiestágio.

No planejamento multiestágio, deve-se resolver o problema de planejamento dos diferentes estágios de uma forma integrada. As mesmas técnicas de solução usadas para o

planejamento estático poderão ser usadas no planejamento multiestágio. Assim, por exemplo, é possível encontrar a solução ótima do planejamento multiestágio para o modelo de transportes de sistemas pequenos usando um algoritmo de branch and bound.

O aspecto crucial de um AHC para o planejamento multiestágio é a escolha do indicador de sensibilidade. Desta forma, um AHC para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão, usando o modelo de transportes, pode ser uma adaptação do AHC generalizado apresentado. Assim, o AHC para o planejamento multiestágio assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo de transportes. Fazer  $k = 1$ , onde  $k$  define o estágio corrente de trabalho.
2. Resolver o PL correspondente de (20) para a topologia corrente. Se  $n_{ij}^k = 0, \forall (i,j) \in \Omega$ , então terminou a fase de adições no estágio  $k$  e, deve-se implementar a fase de busca local e, portanto, ir para o passo 4. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema no estágio  $k$ . Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Implementar o passo 4 do algoritmo estático para o estágio  $k$ . Portanto, os circuitos adicionados e que não foram retirados representam a proposta de adições no estágio  $k$ . Ir ao passo 5.
5. Fazer  $k = k + 1$  e ir ao passo 2.

No passo 2, o algoritmo resolveria um PL para a topologia corrente. Esse PL é ligeiramente diferente do problema (3) porque deverão ser levadas em conta, de forma separada, as adições realizadas em cada passo do algoritmo.

Assim, no passo 2, resolve-se o seguinte PL:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (13) \\
\text{s.a. } S^t f^t + g^t &= d^t \\
|f_{ij}^t| &\leq \left( n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^T (n_{ij}^{T0} + n_{ij}^m) \right) \bar{f}_{ij} \\
0 &\leq g_k^t \leq \bar{g}_k^t \\
0 &\leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
\sum_{t=1}^T (n_{ij}^{T0} + n_{ij}^t) &\leq \bar{n}_{ij} \\
n_{ij}^T &\text{ inteiro} \\
f_{ij}^T &\text{ irrestrito} \\
t &= 1, 2, \dots, T
\end{aligned}$$

Sendo que  $n_{ij}^{T0}$  representa os circuitos adicionados no estágio  $t$  pelo processo iterativo do AHC proposto e assumindo valores definidos.

O passo 2 deve ser analisado, com detalhes, em dois aspectos fundamentais: (1) a lógica de adições e (2) o uso do indicador de sensibilidade. No algoritmo aparece explicitamente que, primeiro, deve ser resolvido o problema de capacidade de transmissão dos estágios iniciais. Em outras palavras, o algoritmo primeiro realiza todas as adições de circuitos necessários para que o primeiro estágio se encontre em adequadas condições de operação, depois se passa para o segundo estágio e assim sucessivamente até terminar com o último estágio. Esta proposta é a mais lógica pois os circuitos adicionados nos estágios iniciais trabalham nos estágios posteriores e, portanto, reduzem a necessidade de investimento nos estágios posteriores.

O indicador de sensibilidade usado, identifica o circuito mais atrativo no caminho  $(i,j)$  com  $n_{ij} \neq 0$  no estágio  $k$  como sendo aquele que leva a maior somatória de fluxo de potência considerando todos os circuitos adicionados pela subrotina de PL para todos os estágios  $t \geq k$ . Assim, para cada caminho com  $n_{ij}^k \neq 0$  encontramos  $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$ , em que  $f_{ij}^{k+1}$  é o fluxo de potência no caminho  $(i,j)$  e no estágio  $k + 1$  pelos circuitos adicionados pela subrotina de PL. Todos estes valores de fluxo estão disponíveis após a solução do PL.

Para exemplificar, mostraremos o uso do indicador de sensibilidade em um sistema simples. Suponha um sistema de 3 barras e 3 circuitos, com todos os circuitos com  $\bar{f}_{ij} = 100\text{MW}$  e a solução do PL indicando os seguinte resultados: (1) Estágio 1:  $n_{12}^1 = 0.6$ ,  $n_{13}^1 =$

0.2 e  $n_{23}^1 = 0.7$ ; (2) Estágio 2:  $n_{12}^2 = 0.3$ ,  $n_{13}^2 = 0.6$  e  $n_{23}^2 = 0$ . Deve ser observado que se  $n_{ij}^2 \neq 0$  então  $n_{ij}^1$  estará trabalhando na capacidade máxima no estágio 2 e quando  $n_{ij}^2 = 0$ , então  $n_{ij}^1$  não necessariamente estará trabalhando com capacidade máxima no estágio 2. Assim, suponha que  $n_{23}^1$  esteja trabalhando com 90% de sua capacidade no estágio 2. Neste contexto, os valores de fluxo usados como indicador de sensibilidade assumiriam a seguinte forma:  $f_{12} = 100 [0.6+(0.6+0.3)] = 150\text{MW}$ ,  $f_{13} = 100 [0.2+(0.2+0.6)] = 100\text{MW}$ ,  $f_{12} = 100 (0.7) + 63 = 133\text{MW}$ . Portanto, o indicador de sensibilidade indicaria que deveria ser adicionado um circuito no caminho (1,2) para o estágio 1.

É possível a implementação de formulações alternativas para o AHC do planejamento multiestágio. Uma alternativa consiste em realizar a otimização local, o passo 4, depois de terminar o processo de adições em todos os estágios. Deve ser observado que no AHC proposto, a fase de retirada de circuitos acontece após terminar cada estágio de planejamento. Outra mudança pode acontecer no indicador de sensibilidade proposto, como por exemplo, para o estágio  $k$ , o caminho mais interessante poderia ser aquele caminho com  $n_{ij}^k \neq 0$  com o maior valor de  $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$ .

### 3.3 Testes e Resultados

O algoritmo foi implementado em FORTRAN utilizando-se o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL.

#### 3.3.1 Sistema de 6 barras de Garver

Este sistema tem 6 barras, 15 circuitos e 760 MW de demanda e foi, originalmente, usado por Garver. É possível fazer o planejamento com e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento sem redespacho:  $v = 200$

$$n_{2-3} = 3, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 3$$

2. Planejamento com redespacho:  $v = 110$

$$n_{2-6} = 1, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 2$$



Deve ser observado que AHC encontrou uma das 5 soluções ótimas alternativas do modelo de transportes para o caso sem redespacho, sem a necessidade do passo 4, após resolver 11 PL's. Usando outros softwares é possível encontrar as outras soluções ótimas alternativas, sendo uma delas também ótima para o modelo DC.

Para o caso com redespacho, o AHC encontrou uma das 4 soluções ótimas alternativas para o modelo de transportes, após resolver 10 PL's, mas, com o auxílio do passo 4, que retirou um circuito em 2-3. Assim, neste caso, o passo 4 de otimização local é fundamental para encontrar a solução ótima.

### 3.3.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras de Garver

Este sistema tem 46 barras, 79 circuitos e 6880 MW de demanda e existem dados apenas para o planejamento estático. Entretanto, também é possível fazer o planejamento com e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento sem redespacho:  $v = 154.100.000$  US\$

$$\begin{array}{llllll} n_{19-21} = 1 & n_{20-21} = 1 & n_{42-43} = 2 & n_{46-06} = 1 & n_{21-25} = 1 & n_{31-32} = 1 \\ n_{28-31} = 1 & n_{28-30} = 1 & n_{26-29} = 1 & n_{24-25} = 2 & n_{29-30} = 1 & n_{05-06} = 1 \end{array}$$

2. Planejamento com redespacho:  $v = 63.130.000$  US\$

$$n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{05-06} = 2$$

Para o caso sem redespacho da geração, a solução ótima prevê um investimento de  $v = 127.212.000$  US\$ [35]. O AHC encontrou a solução apresentada após retirar um circuito no passo 4 e após resolver 28 PL's. Deve ser observado, também, que na solução mostrada, existem 7 dos 13 circuitos da topologia ótima do modelo de transportes e 11 dos 16 circuitos da topologia ótima do modelo DC, com  $v = 154.420.000$  US\$ [35]. Assim, a topologia

encontrada está mais próxima da solução ótima do modelo DC do que do modelo de transportes, representando uma característica desejável.

Para o caso com redespacho da geração, a solução ótima é  $v = 55.334.000$  US\$ [35]. O AHC encontrou a solução apresentada sem retirar circuitos no passo 4, após resolver 13 PL's. Deve-se observar também que na solução mostrada existem 3 dos 7 circuitos da topologia ótima do modelo de transportes [35] e 7 dos 8 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Novamente, a topologia encontrada se aproxima mais da solução ótima do modelo DC do que do modelo de transportes, restando apenas adicionar o circuito 20-23 para encontrar a solução ótima do modelo DC de  $v = 70.289.000$  US\$.

### 3.3.3 Sistema Colombiano

Este sistema tem 93 barras, 155 circuitos e 14559 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Existe a possibilidade de se realizar planejamento multiestágio através de 3 estágios mas sem redespacho da geração. Neste item mostramos os resultados do planejamento multiestágio e sem redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou a seguinte topologia:

1. Estágio  $P_1$ : 2002 - 2005:  $v = 180.414.000$  US\$

$$n_{55-57} = 1 \quad n_{55-62} = 1 \quad n_{56-57} = 1$$

2. Estágio  $P_2$ : 2005 - 2009:  $v = 73.750.000$  US\$

$$n_{43-88} = 1 \quad n_{52-58} = 1$$

3. Estágio  $P_3$ : 2009 - 2012:  $v = 66.186.000$  US\$

$$n_{19-66} = 1 \quad n_{34-70} = 1 \quad n_{55-84} = 1 \quad n_{60-69} = 1 \quad n_{68-86} = 1$$

O investimento total é de  $v = 265.815.000$ US\$ (os investimentos em  $P_2$  e  $P_3$  foram multiplicados pelos fatores 0,729 e 0,478 respectivamente). Para verificar a qualidade da

solução encontrada, foi realizado o planejamento pseudo-dinâmico do sistema colombiano. A estrutura deste teste previu três problemas de planejamento estático e, a topologia base de um estágio, foi constituída pela topologia base inicial e pelas adições realizadas em estágios anteriores e, o investimento de cada estágio, foi multiplicado pelo fator correspondente para a obtenção de valores atualizados de investimento para que a comparação fosse adequada. Assim, o algoritmo de planejamento pseudo-dinâmico encontrou uma topologia com investimento  $v = 298.672.000$  US\$. Comparando os resultados, pode ser observado que o algoritmo de planejamento multiestágio é muito mais eficiente.

### 3.3.4 Sistema Norte–Nordeste Brasileiro

Este sistema tem 87 barras, 183 circuitos e 29748 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Os dados deste sistema estão em [35] e permitem a realização do planejamento sem redespacho da geração e o planejamento multiestágio com 2 estágios. Este sistema é muito complexo e as soluções ótimas não são conhecidas. São apresentados os testes de planejamento estático e multiestágio. Neste sistema, consideramos para o ano base o ano “1998”, para  $P_1$  o ano “2002” e para  $P_2$  o ano “2008”. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 são considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos são atualizados para o ano base.

Considerando  $P_1$  isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

#### 1. Plano $P_1$ : $v = 1.332.569.000$ US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$
$n_{06-67} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{15-16} = 3$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-29} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$
$n_{49-50} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$		

O AHC resolveu 91 PL's e retirou dois circuitos durante o passo 4. Deve-se observar que a melhor solução conhecida para o modelo de transportes é de  $v = 1.194.240.000$  US\$ e para o modelo DC é de  $v = 1.356.272.000$  US\$ [35]. Também deve ser notado que para sistemas complexos, o AHC é pouco eficiente. Para este caso, foi realizado um teste com o algoritmo de decomposição. Assim, o AHC parou após ultrapassar um investimento de  $\bar{v} = 1.100.000.000$ . O AHC parou com uma configuração de investimento  $v = 1.118.438.000$ . Os circuitos identificados foram incorporados na topologia base e a otimização foi terminada com um algoritmo branch and bound [28]. Esta última fase terminou após a solução de 6896 PL's, com investimento total de  $v = 1.285.345.000$ , produzindo uma redução de investimento de  $\Delta v = 47.224.000$  US\$ quando comparado com o AHC trabalhando isoladamente. O teste foi repetido para um  $\bar{v} = 900.000.000$ . Nesse caso, o algoritmo branch and bound parou após solucionar 175727 PL's produzindo o mesmo investimento local. Este teste mostrou que os "pitfalls" do algoritmo heurístico aconteceram nas fases iniciais e nas fases finais do algoritmo e, na fase intermediária, ele apresentou um bom desempenho.

Considerando o plano  $P_2$  isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

## 2. Plano $P_2$ : $v = 2.571.040.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{06-07} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-15} = 1$	$n_{15-16} = 5$	$n_{16-44} = 7$	$n_{16-61} = 2$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 3$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 3$	$n_{42-44} = 4$	$n_{42-85} = 1$	$n_{43-55} = 1$
$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 3$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-58} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

O algoritmo heurístico construtivo resolveu 154 PL's e retirou dois circuitos no passo 4. Para este caso, não é conhecida uma solução sub-ótima para o modelo de transportes e, para o modelo DC, a melhor solução conhecida apresentou um investimento de  $v = 2.574.745.000$ . Novamente, a topologia encontrada pelo AHC encontra-se mais próxima da melhor topologia do modelo DC.

Para o planejamento multi-estágio, o AHC encontrou a seguinte topologia:

1. Plano P<sub>1</sub>: v = 1.481.923.000 US\$

$n_{02-60} = 1$	$n_{02-87} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-81} = 1$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$
$n_{05-60} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$
$n_{49-50} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-69} = 2$
$n_{67-71} = 2$	$n_{68-83} = 1$	$n_{69-87} = 1$	$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

2. Plano P<sub>2</sub>: v = 1.198.698.000 US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 2$	$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$
$n_{14-45} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 5$
$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{30-31} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$
$n_{54-55} = 1$	$n_{54-79} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{78-79} = 1$
$n_{78-80} = 1$	$n_{80-83} = 1$	$n_{81-83} = 1$			

O AHC resolveu 186 PL's e retirou circuitos no final dos estágios 1 e 2. O investimento foi de  $v = 2.268.388.758$  US\$ sendo que os circuitos adicionados em P<sub>1</sub> participam na função objetivo com seus valores reais, e os adicionados durante P<sub>2</sub> são multiplicados por um fator de 0,6561.

Neste sistema, uma mudança de indicador de sensibilidade melhorou o desempenho do algoritmo. Assim, quando o algoritmo usou como indicador de sensibilidade, no estágio k, o maior valor de  $n_{ij} = n_{ij}^k + \dots + n_{ij}^T$  sempre que  $n_{ij}^k \neq 0$  na solução do PL, o algoritmo encontrou a seguinte solução:

1. Plano P<sub>1</sub>: v = 1.552.813.000 US\$

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-69} = 1$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$n_{05-58} = 1$	$n_{05-60} = 1$	$n_{08-73} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 2$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$
$n_{30-63} = 1$	$n_{36-46} = 2$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-71} = 2$	$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{73-75} = 1$	$n_{75-81} = 1$			

## 2. Plano P<sub>2</sub>: $v = 973.489.000$ US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{05-58} = 2$	$n_{05-68} = 2$	$n_{10-11} = 1$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$	$n_{15-16} = 1$	$n_{15-45} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 2$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-29} = 2$
$n_{29-30} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$
$n_{48-49} = 1$	$n_{48-50} = 1$	$n_{49-50} = 1$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-85} = 1$
$n_{67-69} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 1$		

O AHC resolveu 194 PL's e retirou circuitos no final dos estágios 1 e 2. O investimento foi de  $v = 2.191.519.133$  US\$, muito menor que no caso do algoritmo padrão. Entretanto, essa solução produziu um corte de carga de 6 MW no estágio 1 (existe a necessidade de adicionar  $n_{63-64} = 0,006$ ) e de 5 MW no estágio 2 (existe a necessidade de adicionar  $n_{06-07} = 0,005$ ). Deve ser observado que a convergência do algoritmo aconteceu quando todos os  $n_{ij} \leq 0,01$ . Entretanto, mesmo adicionando os circuitos mencionados, o investimento é menor que no caso do algoritmo padrão. Mesmo com a adição dos dois circuitos mencionados, o investimento foi significativamente menor.

## Capítulo 4

# Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo Híbrido

### 4.1 Introdução

Neste capítulo é analisada a aplicação de algoritmos heurísticos para o Modelo Híbrido Linear no problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. O Modelo Híbrido Linear é um modelo relaxado que ainda não foi suficientemente explorado. Neste contexto, são analisados com detalhes dois algoritmos heurísticos construtivos para o Modelo Híbrido Linear e é feita uma extensão da modelagem e da técnica de solução para o planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão. Também é feita uma avaliação da qualidade das soluções encontradas pelo Modelo Híbrido Linear e as possibilidades de aplicação desse modelo em planejamento de sistemas de transmissão. São apresentados testes com sistemas conhecidos na literatura especializada [40].

### 4.2 Algoritmos para o Modelo Híbrido Linear

Quando no modelo DC as equações (10) são relaxadas as restrições “ $f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$ ”, que representam a segunda Lei de Kirchhoff, obtém-se o chamado modelo de transportes, que leva em conta apenas a primeira Lei de Kirchhoff e as restrições operacionais dos circuitos. É denominado modelo híbrido qualquer modelo intermediário entre os modelos DC e transportes. Deve-se observar que o modelo de transportes é linear e o modelo DC é não linear. Assim, qualquer modelo que levar em consideração apenas uma parcela da restrição mencionada acima, representará um modelo

híbrido. Dentro deste contexto, é possível formular um modelo híbrido linear ou não linear. Aqui, analisa-se o modelo híbrido linear.

A matriz  $S^0$  é a representação da matriz de incidência barra-nó transposta do sistema formado pelos circuitos existentes na topologia base e as barras conectadas a esses circuitos,  $f^0$  é o vetor de fluxo de potência através dos circuitos existentes na topologia base e com elementos  $f_{ij}^0$ ,  $S$  é a matriz de incidência barra nó transposta do sistema completo e  $f$  são os vetores de fluxos que deverão passar pelos novos circuitos que serão adicionados ao sistema e com elementos  $f_{ij}$ . Portanto,  $\Omega_0$  representa os índices dos circuitos existentes na topologia base e  $\Omega$  os índices de todos os circuitos. Assim, o modelo híbrido (MH) assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (14)$$

s.a.

$$S f + S^0 f^0 + g = d \quad (14a)$$

$$f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_0 \quad (14b)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0 \quad (14c)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (14d)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ int eiro}$$

$$f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}$$

Na modelagem híbrida, os fluxos através dos circuitos existentes na topologia base são representados separadamente dos fluxos que deverão passar pelos novos circuitos adicionados ao sistema. Assim, por exemplo, se na topologia base existir um circuito no caminho  $i - j$  e o processo de otimização adicionar um circuito em paralelo nesse caminho  $i - j$ , então o fluxo no primeiro circuito será  $f_{ij}^0$  e no novo circuito será igual a  $f_{ij}$  e poderão ter valores diferentes. Na modelagem apresentada, apenas os circuitos existentes na topologia base deverão obedecer a segunda Lei de Kirchhoff. Essa exigência aparece em (14b), onde apenas os circuitos existentes na topologia base são obrigados a satisfazer a segunda Lei de Kirchhoff. Portanto, quando exigimos que apenas os circuitos existentes na topologia base devam obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, a modelagem híbrida é linear.



O modelo linear híbrido apresentado é um problema de programação linear inteira mista. É possível encontrar a solução ótima desse modelo para sistemas de complexidade pequena e média, usando um algoritmo de branch and bound como apresentado em [28]. Entretanto, em sistemas elétricos reais de grande complexidade, os algoritmos branch and bound apresentam um tempo de processamento proibitivo. A seguir, são apresentados dois algoritmos originais mas inspirados na estratégia fundamental usada por Garver para formular um algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transportes [35].

O indicador de sensibilidade é definido a partir da solução ótima do próprio modelo linear híbrido relaxado. Deve ser observado que se relaxamos a integralidade das variáveis de investimento, isto é, se  $n_{ij} \geq 0$  no modelo linear híbrido, então o sistema (14) se transforma em um programa linear (PL). A solução deste PL fornece a solução ótima do problema relaxado (quando é possível a adição de circuitos fracionários). A solução do PL pode ser usada para identificar o circuito mais adequado e que deve ser adicionado ao sistema. Neste contexto, o indicador de sensibilidade escolhido, é o fluxo que passa pelos circuitos com  $n_{ij} \neq 0$  na solução do PL. Assim, em cada passo do AHC, o circuito que deve ser adicionado ao sistema, é identificado pelo seguinte indicador de sensibilidade:

$$IS = \max\{IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij}; \quad n_{ij} \neq 0\} \quad (15)$$

em que os  $n_{ij}$  são a solução do PL, obtido após a relaxação das integralidades do modelo híbrido linear. Em cada passo do AHC, deve-se atualizar a chamada topologia corrente. A topologia corrente é formada pelos circuitos da topologia base e pelos circuitos adicionados no processo iterativo.

Uma das principais características favoráveis do AHC, baseadas na solução do próprio modelo matemático após o relaxamento das variáveis inteiras de investimento é que a estratégia tenta identificar o circuito mais importante em termos de investimento e de restrições operacionais. Assim se, em cada passo do algoritmo, é escolhido um circuito que, na solução do PL apresenta um valor de  $n_{ij}$  inteiro, então o algoritmo encontra a solução ótima global. A principal desvantagem deste tipo de algoritmo aparece geralmente nas fases finais do processo iterativo, onde todos os valores de  $n_{ij}$  na solução ótima do PL, correspondente à topologia corrente, assumem valores fracionários e próximos de zero. Neste caso, o algoritmo perde eficiência porque decisões tomadas comparando valores pequenos de  $n_{ij}$  podem

produzir sérios desvios de investimento quando é realizada a adição de um circuito inteiro como resposta ao processo de planejamento. Esse desvio é parcialmente contornado incorporando uma fase de retirada de circuitos irrelevantes após terminar a fase de adição de circuitos. Outra opção, pode ser trocar de indicador de sensibilidade.

Pode-se usar a idéia fundamental de Garver, usado no modelo de transportes, para propor um algoritmo heurístico construtivo para o problema de planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão, para utilizar o modelo linear híbrido. O AHC assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo linear híbrido;
2. Resolver um PL para o modelo linear híbrido e para a topologia corrente. Se a solução do PL indicar que o sistema está operando adequadamente com as adições já implementadas, pare, porque foi encontrada uma solução para o modelo linear híbrido e, vá ao passo 4;
3. Usar um indicador de sensibilidade (22) para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema. Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2;
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em adequadas condições de operação. Se o sistema operar adequadamente, retire o circuito e em caso contrário o circuito deve ser mantido. Repetir o processo, simulando a retirada de cada circuito até analisar todos os circuitos. Assim sendo, os circuitos adicionados, e que não foram retirados, representarão a solução do AHC.

No AHC mostrado anteriormente, existe um aspecto fundamental relacionado com a forma de comportamento dos circuitos adicionados na topologia corrente no processo iterativo. Os circuitos adicionados no processo iterativo podem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff ou as duas Leis de Kirchhoff. Se pretendermos encontrar uma solução sintonizada com o modelo linear híbrido apresentado em (21), os circuitos adicionados no processo iterativo deverão obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Entretanto, se pretende-se encontrar uma solução final factível para o modelo DC, então todos os circuitos adicionados devem obedecer as duas leis de Kirchhoff. Existe ainda a possibilidade intermediária em que os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base passem a obedecer as duas leis de Kirchhoff e aqueles adicionados em

caminhos novos continuem a obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Assim, existem três formas de implementar o AHC, produzindo topologias finais diferentes, com desempenhos diferentes. Nos três casos, em cada passo do algoritmo, resolve-se um problema de PL. Nas próximas seções serão analisados dois destes algoritmos.

### 4.3 Algoritmo Convencional para o Modelo Híbrido Linear

Neste caso, a estratégia do algoritmo consiste em encontrar uma topologia de boa qualidade para o modelo linear híbrido apresentado em (14). Se o AHC identifica, em cada passo, o circuito ótimo para o modelo linear híbrido, então a solução encontrada com o AHC deve ser a mesma da encontrada com o algoritmo Branch and Bound. Assim, esta estratégia corresponde ao processo normal de otimização de um modelo matemático usando um AHC. Nesta situação, todos os circuitos adicionados durante o processo iterativo devem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff. A vantagem de se usar esta forma de otimização é que a solução final encontrada deve ser uma solução de boa qualidade para o modelo linear híbrido apresentado em (14). Um outro aspecto importante é que o processo de otimização deve ser mais coerente e consistente pois a solução do PL fornece os circuitos  $n_{ij}$  que estão obrigados apenas a obedecer a primeira Lei de Kirchhoff e o circuito selecionado, uma vez incorporado ao sistema, também deve obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Desta maneira, é esperado um desempenho eficiente do circuito selecionado e adicionado ao sistema. A desvantagem da proposta é que se perde a oportunidade de gerar uma topologia que seja factível para o modelo DC ou tenha menor infactibilidade para esse modelo. Este aspecto pode ser importante quando se pretende usar essa topologia para encontrar uma topologia factível para o modelo DC. Deve-se observar que o objetivo fundamental, em planejamento a longo prazo, é encontrar topologias factíveis e de boa qualidade para o modelo DC.

O problema de PL que se resolve no passo 2 do AHC assume uma forma ligeiramente diferente do PL relaxado obtido em (14), pois os circuitos adicionados no processo iterativo, devem ser armazenados separadamente. Assim, no passo 2 do AHC, o seguinte PL deve ser resolvido:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (16) \\
\text{s.a.} & \\
S f + S^0 f^0 + S^1 f^1 + g &= d \\
f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) &= 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
|f_{ij}^0| &\leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
|f_{ij}^1| &\leq n_{ij}^1 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\
|f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \\
0 &\leq g \leq \bar{g} \\
0 &\leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad n_{ij} \geq 0 \\
f_{ij}^0, f_{ij} &\text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}
\end{aligned}$$

Em que  $\Omega_1$  representa o conjunto de caminhos (i,j) em que são adicionados circuitos no processo iterativo e  $f_{ij}^1$  é o fluxo pelos circuitos do caminho (i,j) adicionados no processo iterativo. Assim, a única diferença de (16) em relação a (14) é que os fluxos através dos circuitos adicionados no processo iterativo do AHC são colocados separadamente e é relaxada a integralidade das variáveis inteiras,  $n_{ij}$ . Em cada passo do AHC, deve ser atualizado apenas um elemento  $n_{ij}^1$  com a adição de um circuito e o conjunto  $\Omega_1$ .

#### 4.4 Algoritmo Modificado para o Modelo Híbrido Linear

A estratégia deste algoritmo consiste em encontrar uma topologia mais restritiva que o modelo linear híbrido. Neste contexto, a topologia encontrada deve ser mais cara que a solução ótima global do modelo linear híbrido.

Neste caso, os circuitos adicionados durante o processo iterativo em paralelo com os circuitos existentes na topologia base, devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff e os circuitos adicionados em novos caminhos devem obedecer somente a primeira Lei de Kirchhoff. A vantagem de usar essa forma de otimização é que a solução final encontrada geralmente apresenta menor infactibilidade quando testada para o modelo DC. Também nesta estratégia preserva-se parcialmente o desempenho eficiente e consistente do algoritmo. Assim, deve-se observar que todos os circuitos adicionados em caminhos novos, devem apresentar excelente desempenho porque são obrigados a obedecer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Entretanto, os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base, não necessariamente apresentam excelente desempenho pois são selecionados

visando seu desempenho, apenas com a primeira Lei de Kirchhoff e, uma vez adicionados ao sistema, estão obrigados a obedecer as duas Leis de Kirchhoff.

No algoritmo modificado para o modelo linear misto, o PL que se resolve em cada passo do AHC tem a mesma forma matemática do PL apresentado em (16) mas os circuitos adicionados no processo iterativo são armazenados em conjuntos diferentes. Assim, se o circuito selecionado corresponde a um caminho  $(i,j) \in \Omega_0$  então, deve-se atualizar um elemento de  $n_{ij}^0$  e, em caso contrário, deve-se atualizar um elemento de  $n_{ij}^1$ . Portanto, neste caso,  $\Omega_1$  representa apenas os caminhos que não têm circuitos na topologia base mas que são adicionados no processo iterativo.

Um outro tema relacionado com o AHC apresentado é a possibilidade de se trocar o indicador de sensibilidade. O indicador de sensibilidade escolhido pode ser trocado ou modificado usando-se outras propostas a partir da solução do PL correspondente. Duas propostas alternativas são as seguintes: (1) após a resolução do primeiro PL correspondente adiciona-se a parte inteira de todos os circuitos com valores de  $n_{ij} \geq 1$  e continua-se o processo restante como sugerido por Garver, e (2) em cada passo, adiciona-se o circuito com maior valor de  $n_{ij}$  na solução do PL correspondente. Essas mudanças levam a algoritmos ligeiramente diferentes e em sistemas grandes e complexos apresentam soluções diferentes.

## 4.5 Algoritmo heurístico para o planejamento multiestágio

O AHC para o planejamento estático pode ser estendido para o problema de planejamento multiestágio de sistemas de transmissão de forma similar como foi realizado para o modelo de transportes em [36]. Deve-se salientar também que não é trivial estender um AHC do planejamento estático para o planejamento multiestágio.

No planejamento multiestágio, deve-se resolver o problema de planejamento dos diferentes estágios de uma forma integrada. Nesta seção, é apresentado uma extensão do AHC para o problema de planejamento multiestágio. O aspecto crucial de um AHC para o planejamento multiestágio é a escolha do indicador de sensibilidade. O AHC para o planejamento multiestágio de sistema de transmissão usando o modelo linear híbrido que estamos propondo, assume a seguinte forma:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo linear híbrido. Fazer  $k=1$  em que  $k$  define o estágio corrente de trabalho.
2. Resolver o PL correspondente de (15) para a topologia corrente. Se  $n_{ij}^k = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega$  então terminou a fase de adições no estágio  $k$  e, deverá ser implementado a fase de busca local e, portanto, ir ao passo 4. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Usar um indicador de sensibilidade para identificar o circuito mais atrativo que deverá ser adicionado ao sistema no estágio  $k$ . Atualizar a topologia corrente com a adição do circuito escolhido e ir ao passo 2.
4. Implementar o passo 4 do algoritmo estático para o estágio  $k$ . Portanto, os circuitos adicionados e que não forem retirados representam a proposta de adições no estágio  $k$ . Ir ao passo 5.
5. Fazer  $k = k + 1$  e ir ao passo 2.

No passo 2, o algoritmo resolve um PL para a topologia corrente. Esse PL é ligeiramente diferente do problema (7) porque devem ser levadas em conta, de forma separada, as adições realizadas em cada passo do algoritmo. Desta forma, no passo 2, o algoritmo de planejamento multiestágio convencional resolve o seguinte PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{mv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (17) \\
 \text{s.a.} & \\
 & S^0 f^{0t} + S^t f^t + S^{1t} f^{1t} + g^t = d^t \\
 & |f_{ij}^{0t}| - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \\
 & |f_{ij}^{0t}| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^{1t}| \leq \left[ \sum_{m=1}^T n_{ij}^{1m} \right] \bar{f}_{ij} \\
 & |f_{ij}^t| \leq n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
 & \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{t0} + n_{ij}^t] \leq \bar{n}_{ij} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & f_{ij}^t \text{ e } \theta_k \text{ irrestrito} \\
 & \forall (i,j) \in \Omega \quad t = 1, 2, \dots, T
 \end{aligned}$$

Em que  $n_{ij}^{lm}$  representa os circuitos adicionados no estágio  $t = m$  pelo processo iterativo do AHC proposto e assumem valores definidos.

Se for usado o algoritmo modificado para a modelagem híbrida, no passo 2 do algoritmo, é resolvido um PL que assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] & (18) \\
 \text{s.a.} & \\
 & S^0 f^{0t} + S^t f^t + S^{1t} f^{1t} + g^t = d^t \\
 & |f_{ij}^{0t}| - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \\
 & |f_{ij}^{0t}| \leq \left( n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^T n_{ij}^{0m} \right) \overline{f_{ij}}; \quad \forall (i, j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^{1t}| \leq \left[ \sum_{m=1}^T n_{ij}^{1m} \right] \overline{f_{ij}}; \quad \forall (i, j) \in \Omega_{1t} \\
 & |f_{ij}^t| \leq n_{ij}^t \overline{f_{ij}} \\
 & 0 \leq g^t \leq \overline{g^t} \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \overline{n_{ij}^t} \\
 & \sum_{t=1}^T [n_{ij}^{t0} + n_{ij}^t] \leq \overline{n_{ij}} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & f_{ij}^t \text{ e } \theta_k^t \text{ irrestrito} \\
 & \forall (i, j) \in \Omega \quad t = 1, 2, \dots, T
 \end{aligned}$$

Os  $n_{ij}^{lm}$  e  $n_{ij}^{0t}$  representam os circuitos adicionados no estágio  $t = m$  pelo processo iterativo do AHC proposto, para os caminhos em que não existe e existe circuitos na topologia base, respectivamente, e assumem valores definidos. Assim,  $\Omega_{1t}$  representa os caminhos novos em que são adicionados circuitos no estágio  $t$ .

Como no capítulo anterior, o passo 2 deve ser analisado em dois aspectos fundamentais: (1) a lógica de adições e (2) o uso do indicador de sensibilidade. No algoritmo, aparece explicitamente que primeiro deve ser resolvido o problema de capacidade de transmissão dos estágios iniciais. Em outras palavras, o algoritmo primeiro realiza todas as adições de circuitos necessários para que o primeiro estágio se encontre em adequadas condições de operação, depois se passa para o segundo estágio e assim sucessivamente até terminar com o último estágio. Esta proposta é a mais lógica e foi usada no capítulo anterior

[36] pois os circuitos adicionados nos estágios iniciais trabalham nos estágios posteriores e, portanto, reduzem a necessidade de investimento nos estágios posteriores.

O indicador de sensibilidade usado identifica o circuito mais atrativo no caminho (i,j) com  $n_{ij} \neq 0$  no estágio k como sendo aquele que leva o maior somatório de fluxo de potência considerando todos os circuitos adicionados pela subrotina de PL para todos os estágios  $t \geq k$ . Assim, para cada caminho com  $n_{ij}^k \neq 0$  encontra-se  $f_{ij} = f_{ij}^k + f_{ij}^{k+1} + \dots + f_{ij}^T$  em que  $f_{ij}^{k+1}$  é o fluxo de potência no caminho (i,j) e no estágio k+1 pelos circuitos adicionados pela subrotina de PL. Todos esses valores de fluxo estão disponíveis após a solução do PL.

É possível implementar formulações alternativas para o AHC do planejamento multi-estágio. Uma alternativa consiste em realizar a otimização local, ou o passo 4, depois de terminar o processo de adições em todos os estágios. Deve-se observar que, no AHC proposto, a fase de retirada de circuitos acontece após terminar cada estágio de planejamento. Outra mudança pode acontecer no indicador de sensibilidade proposto. Assim, por exemplo, para o estágio k, o caminho mais interessante poderia ser aquele caminho com  $n_{ij}^k \neq 0$  com o maior valor de  $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$ .

## 4.6 Testes e Resultados

O algoritmo foi computacionalmente implementado em FORTRAN e foi usado o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL. Nos testes foram utilizados apenas dois sistemas conhecidos na literatura especializada, a fim de apresentar em detalhe os resultados parciais.

### 4.6.1 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras

Este é o mesmo sistema de 46 barras que foi testado pelo algoritmo de Garver. Primeiro foi analisado o planejamento com redespacho da geração.

O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento com o algoritmo Híbrido :  $v = 86.194.000$  US\$

$$N_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 2 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{21-25} = 1 \quad n_{24-25} = 1 \quad n_{05-06} = 2$$



## 2. Planejamento com o algoritmo Híbrido modificado: $v = 87.617.000$ US\$

$$N_{19-21} = 1 \quad n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{06-46} = 1 \quad n_{05-06} = 1$$

Nas tabelas 1 e 2 são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo sendo  $v_{PL}$  é o investimento fornecido pelo PL e  $v$  o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo. A seqüência de adições realizadas pelo algoritmo híbrido, mostrada na tabela 1, é a seguinte:  $n_{20-21}$ ,  $n_{42-43}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{06-46}$ ,  $n_{20-21}$ ,  $n_{24-25}$ ,  $n_{05-06}$  e  $n_{21-25}$ . O algoritmo convergiu após resolver 15 PL's e não retirou circuitos na fase 2.

A seqüência de adições realizadas pelo algoritmo híbrido modificado, mostrada na tabela 2, é a seguinte:  $n_{20-21}$ ,  $n_{42-43}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{06-46}$ ,  $n_{20-21}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{20-23}$  e  $n_{19-21}$ . O algoritmo convergiu após resolver 16 PL's e retirou um circuito em  $n_{05-06}$ , durante a fase 2.

Deve-se observar que a solução ótima para o sistema analisado é de  $v = 72.780.000$  para o modelo DC e 63.163.000 para o modelo híbrido [35]. A solução ótima para o modelo híbrido é formada pelos circuitos encontrados pelo algoritmo híbrido modificado exceto o circuito  $n_{19-21}$ .

Em relação aos resultados obtidos pelo algoritmo híbrido é importante observar os seguintes aspectos: (1) é a versão que tinha capacidade de encontrar a topologia ótima do modelo híbrido linear, (2) o algoritmo realizou as adições ótimas durante 5 iterações e o desvio aconteceu na sexta iteração, com a adição do circuito  $n_{24-25}$ , (3) quando acontece o erro de escolha de circuito, todos os circuitos identificados pelo PL tem valores menores de 0,25 e (4) a topologia encontrada é factível para o modelo DC.

Em relação aos resultados obtidos pelo algoritmo híbrido modificado é importante observar os seguintes aspectos: (1) esta versão não pode encontrar a solução ótima do modelo híbrido linear porque os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base deverão obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, (2) o algoritmo realiza as adições ótimas até a oitava iteração quando resta apenas uma adição do circuito  $n_{19-21}$  com valor 0,016, (3) as adições realizadas até a oitava iteração são ótimas para os modelos híbrido linear e DC e, mais importante ainda, até essa iteração o algoritmo já encontrou a solução ótima do modelo linear mas como alguns circuitos adicionados devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, então o algoritmo identifica a necessidade de uma nova adição, (4) no último

passo em que acontece o erro de escolha de circuito o PL identifica apenas a proposta de um circuito de valor insignificante, e (5) a topologia encontrada é factível para o modelo DC.

TABELA 1 – Algoritmo Híbrido

Iter	PL adição	$V_{PL}$	v
1	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 1,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,235$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,233$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$n_{13-18} = 0,544$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,231$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,770$	25420,4	16356
4	$n_{13-18} = 0,332$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,300$ ; $n_{19-25} = 0,024$ ; $n_{25-32} = 0,083$ ; $n_{24-25} = 0,249$	17779,0	24534
5	$n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{19-25} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,250$ ; $n_{05-06} = 0,358$	12133,1	40539
6	$n_{21-25} = 0,035$ ; $n_{25-32} = 0,056$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,176$	6309,1	48717
7	$n_{21-25} = 0,035$ ; $n_{25-32} = 0,056$ ; $n_{05-06} = 0,176$	4270,4	56895
8	$n_{21-25} = 0,075$	1579,5	65073
9		0	86194

TABELA 2 – Algoritmo Híbrido Modificado

Iter	PL adição	$V_{PL}$	v
1	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 1,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,233$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,233$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$n_{13-18} = 0,544$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,231$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,770$	25420,4	16356
4	$n_{13-18} = 0,332$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,300$ ; $n_{25-32} = 0,075$ ; $n_{24-25} = 0,249$	17784,1	24534
5	$n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{19-25} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,250$ ; $n_{05-06} = 0,358$	12135,9	40539
6	$n_{25-32} = 0,075$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,252$	8087,1	48717
7	$n_{20-23} = 0,357$ ; $n_{24-25} = 0,089$	3727,0	58895
8	$n_{19-21} = 0,016$	521,1	63163
9		0	95795
	Retira um circuito em $n_{05-06}$		87617

#### 4.6.2 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro

Este é o mesmo sistema de 87 barras usado no algoritmo de Garver e os dados estão no apêndice. É permitido realizar o planejamento sem redespacho da geração e planejamento multiestágio com dois estágios. Neste sistema consideramos o ano base de 1998, o Plan P1 em 2002 e o Plan P2 em 2008. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 serão considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos serão atualizados para o ano base.

Considerando o Plan P1 e P2 isoladamente (planejamento estático), o algoritmo híbrido encontrou as seguintes topologia:

- Plano P<sub>1</sub>:  $v = 1.403.390.000$  US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$
$n_{06-67} = 1$	$n_{10-11} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 2$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{26-29} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{15-16} = 3$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{24-43} = 1$
$n_{27-53} = 1$	$n_{52-59} = 1$				

- Plano P<sub>2</sub>:  $v = 2.593.585.000$  US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{15-45} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 6$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 4$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 2$	$n_{24-43} = 1$	$n_{43-55} = 2$
$n_{43-58} = 3$	$n_{26-54} = 1$	$n_{49-50} = 5$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{39-86} = 2$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 1$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 2$	$n_{72-83} = 2$	$n_{73-74} = 2$	$n_{15-16} = 4$
$n_{81-83} = 1$					

No plano P1, o algoritmo convergiu após resolver 102 PL's e retirou-se 3 circuitos na fase 2. Por outro lado, o plano P2 convergiu após a solução de 151 PL's e não houve retirada de circuitos na fase 2.

Para o planejamento multiestágio, a melhor topologia foi encontrada usando o indicador de sensibilidade alternativo, que identifica o melhor caminho com  $n_{ij}^k \neq 0$  com o maior valor de  $n_{ij} = n_{ij}^k + n_{ij}^{k+1} + \dots + n_{ij}^T$ . Nestas condições, encontrou-se a seguinte topologia:

- Plano P<sub>1</sub>: 1998-2002:  $v = 1.499.155.000$  US\$

$n_{02-60} = 1$	$n_{02-04} = 1$	$n_{04-68} = 2$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$	$n_{05-58} = 2$
$n_{05-60} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{04-69} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 4$	$n_{06-67} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-69} = 1$
$n_{22-23} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{35-51} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{73-74} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{63-64} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$					

- Plano P<sub>2</sub>: 2002-2008:  $v = 842.040.000$  US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{14-59} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{04-81} = 1$	$n_{12-13} = 1$	$n_{13-15} = 1$
$n_{14-45} = 1$	$n_{15-16} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{16-44} = 2$	$n_{43-58} = 1$	$n_{18-50} = 5$
$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{58-78} = 1$	$n_{61-85} = 1$
$n_{68-83} = 3$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{49-50} = 1$	$n_{52-59} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{54-79} = 1$	$n_{81-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{78-79} = 1$
$n_{78-80} = 1$	$n_{80-81} = 1$				

No planejamento multiestágio, o algoritmo convergiu após resolver 198 PL's, sendo retirados 2 circuitos na fase 2 do primeiro estágio e 7 circuitos na fase 2 do segundo estágio. O investimento total foi de  $v = 2.341.195.000$  US\$ porque os custos dos circuitos adicionados no segundo estágio estão multiplicados pelo fator 0,6561.

Finalmente, foi realizado um teste usando o algoritmo híbrido modificado. Considerando os Planos P1 e P2 isoladamente, o algoritmo híbrido modificado encontrou as seguintes topologias:

- Plano P<sub>1</sub>:  $v = 1.409.295.000$  US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{06-67} = 1$	$n_{16-61} = 2$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{10-11} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-16} = 3$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$
$n_{22-58} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{26-29} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{68-83} = 1$	

- Plano P<sub>2</sub>:  $v = 2.612.307.000$  US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-81} = 4$	$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{06-67} = 1$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 4$	$n_{15-16} = 4$	$n_{15-45} = 1$	$n_{16-44} = 6$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 11$	$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 4$	$n_{26-54} = 1$
$n_{30-63} = 2$	$n_{39-86} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 2$	$n_{43-55} = 2$	$n_{43-58} = 3$
$n_{02-60} = 1$	$n_{05-56} = 1$	$n_{49-50} = 5$	$n_{52-59} = 1$	$n_{53-86} = 1$	$n_{61-85} = 2$
$n_{13-14} = 1$	$n_{14-59} = 1$	$n_{15-46} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{36-46} = 1$
$n_{42-44} = 2$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$
$n_{67-71} = 1$	$n_{72-73} = 2$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{72-83} = 2$	$n_{81-83} = 2$

No plano P1, o algoritmo convergiu após resolver 102 PL's e foi retirado um circuito na fase 2. Por outro lado, o plano P2 convergiu após solucionar 157 PL's e retirou-se 2 circuitos na fase 2.

Para o planejamento multiestágio, a melhor topologia foi encontrada também usando o indicador de sensibilidade alternativo. Nestas condições, encontrou-se a seguinte topologia:

- Plano P<sub>1</sub>: 1998-2002:  $v = 1.464.559.000$  US\$

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-68} = 2$	$n_{04-69} = 1$	$n_{04-81} = 3$	$n_{05-56} = 1$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$n_{05-58} = 2$	$n_{05-60} = 1$	$n_{06-67} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{13-14} = 1$	$n_{15-16} = 2$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-23} = 1$	$n_{25-55} = 2$
$n_{22-58} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{39-86} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{42-44} = 1$
$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$	$n_{49-50} = 2$	$n_{23-24} = 1$	$n_{56-57} = 1$
$n_{26-54} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{61-86} = 1$	$n_{67-69} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{73-74} = 1$
$n_{73-75} = 1$	$n_{75-81} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$	$n_{35-51} = 1$	$n_{53-86} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{63-64} = 1$				

- Plano P<sub>2</sub>: 2002-2008:  $v = 872.939.000$  US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{12-13} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-45} = 1$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-46} = 1$	$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{15-16} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{21-57} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$	$n_{22-23} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-79} = 2$	$n_{61-85} = 2$	$n_{67-71} = 1$
$n_{68-83} = 3$	$n_{71-75} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$	$n_{75-82} = 1$
$n_{79-82} = 1$					

No planejamento multiestágio o algoritmo convergiu após solucionar 199 PL's e retirou 6 circuitos na fase 2 do primeiro estágio e 3 circuitos na fase 2 do segundo estágio. O investimento total foi  $v = 2.337.498.000$  US\$.

O Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) apresentado para o modelo linear híbrido encontrou topologias de qualidade para os sistemas testados. Para sistemas de pequeno e de médio porte as duas versões do AHC apresentado encontrou topologias quase-ótimas. Entretanto, quando a complexidade do sistema aumenta, o desempenho do AHC apresenta um desempenho menos eficiente. Deve-se observar que o principal problema do AHC apresentado acontece nas fases finais do processo quando os valores dos  $n_{ij} \neq 0$  obtidos da resolução do PL são pequenos. Nestas condições, o critério de sensibilidade usado se torna pouco eficiente porque pequenos valores de  $n_{ij}$  podem se tornar muito caros quando se adiciona um circuito inteiro com  $n_{ij} = 1$  ao sistema elétrico. Este problema já foi observado no AHC para o modelo de transportes apresentado em [36]. Contornar adequadamente este problema representaria uma contribuição significativa para os AHC que usam como indicador de sensibilidade a solução do próprio modelo relaxado.

Deve-se observar, também, que o algoritmo modificado apresentou desempenho ligeiramente superior. Em alguns testes, o algoritmo modificado apresentou valores de investimento ligeiramente menores. Este fato é significativo levando-se em conta que a topologia encontrada pelo algoritmo modificado é mais restritiva (todos os circuitos adicionados em paralelo com circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff).

As topologias encontradas pelo AHC apresentaram vários atrativos no contexto atual de pesquisas em planejamento de sistema de transmissão: (1) essas soluções são topologicamente mais próximas das soluções ótimas ou sub-ótimas para o modelo DC e, portanto, geralmente apresentam menor corte de carga que a solução ótima do modelo linear híbrido, (2) essas soluções podem ser usadas como “bounds” em algoritmos tipo branch and bound para encontrar as soluções ótimas do modelo linear híbrido, e (3) essas topologias podem ser usadas para gerar topologias iniciais de metaheurísticas mais poderosas como algoritmos genéticos, busca tabu, etc. Esta última aplicação é mais importante e variantes do algoritmo podem ser usados para encontrar uma população inicial de alta qualidade para um algoritmo genético ou topologias de elite em algoritmos busca tabu.

## Capítulo 5

# Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana – Garver – Salon

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, é realizada uma análise dos aspectos teóricos do algoritmo proposto por Villasana-Garver-Salon para o planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão. O algoritmo emprega o modelo híbrido. A modelagem matemática utilizada pelo algoritmo é estendida para o planejamento multiestágio e finalmente são realizados: (1) uma avaliação da qualidade das soluções encontradas através dos testes computacionais e (2) uma análise crítica do desempenho dos algoritmos [41].

### 5.2 Algoritmo Heurístico Construtivo de Villasana-Garver-Salon

Uma característica especial do algoritmo VGS é que a estratégia de otimização usa o modelo híbrido linear no processo de otimização, mas encontra uma topologia factível e de boa qualidade para o modelo DC. Essa propriedade é uma consequência da forma em que é montado o algoritmo heurístico construtivo e apresenta um conjunto de vantagens e desvantagens que serão analisadas neste capítulo.

O modelo híbrido linear (MHL) é usado no algoritmo VGS para calcular o indicador de sensibilidade que identifica o circuito que deve ser adicionado no sistema elétrico em cada passo do AHC. Denomina-se modelo híbrido, qualquer modelo em que uma parcela dos circuitos está obrigada a obedecer apenas a primeira lei de Kirchhoff. Neste contexto, o modelo híbrido linear que é usado pelo algoritmo VGS assume a forma de (19).

A matriz  $S^0$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema formado pelos circuitos existentes na topologia base e pelas barras conectadas a esses circuitos,  $f^0$  é o vetor



de fluxo de potência através dos circuitos existentes na topologia base e com elementos  $f_{ij}^0$ ,  $S$  é a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema completo e  $f$  é o vetor de fluxos que devem passar pelos novos circuitos que são adicionados ao sistema e com elementos  $f_{ij}$ . Assim sendo,  $\Omega_0$  representa os índices dos circuitos existentes na topologia base e  $\Omega$  os índices de todos os circuitos.

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (19) \\ \text{s.a.} & S f + S^0 f^0 + g = d & (19a) \\ & f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 & (19b) \\ & |f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega_0 & (19c) \\ & |f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega & (19d) \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ int eiro; } f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

Na modelagem híbrida, os fluxos através dos circuitos existentes na topologia base são representados separadamente dos fluxos que devem passar pelos novos circuitos adicionados ao sistema. Assim, por exemplo, se na topologia base existe um circuito no caminho i-j e o processo de otimização adiciona um circuito em paralelo neste caminho i-j, então o fluxo no primeiro circuito é  $f_{ij}^0$  e no novo circuito é igual a  $f_{ij}$  e podem ter valores diferentes. Na modelagem apresentada, apenas os circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff. Essa exigência aparece na restrição (19b) em que apenas os circuitos existentes na topologia base são obrigados a satisfazer a segunda lei de Kirchhoff. Portanto, quando exigimos que apenas os circuitos existentes na topologia base devem obedecer a segunda Lei de Kirchhoff, a modelagem híbrida é linear.

O MHL apresentado é um problema de programação inteira mista. É possível encontrar a solução ótima desse modelo para sistemas de complexidade pequena e média usando um algoritmo de branch and bound como o apresentado em [34]. Logicamente a solução ótima deverá ser factível apenas para o modelo híbrido linear. Neste trabalho, usamos o MHL em um outro contexto apenas para calcular o indicador de sensibilidade de um AHC para o modelo DC. Deve ser observado que se relaxamos a integralidade das variáveis de

investimento  $n_{ij}$  então o MHL é apenas um problema de Programação Linear (PL). Esta característica foi observada por Villasana-Garver-Salon para formular um algoritmo heurístico construtivo. Assim, a solução ótima do MHL relaxado, resolvido usando um algoritmo de PL, pode ser usado para identificar o circuito mais adequado para ser adicionado no sistema elétrico em cada passo do AHC.

Como o objetivo principal de planejamento a longo prazo é encontrar soluções de boa qualidade para o modelo DC, Villasana-Garver-Salon desenvolveram um algoritmo que, na verdade, resolve o modelo DC, resolvendo um problema de PL em cada passo do algoritmo heurístico construtivo.

Relaxando-se a integralidade das variáveis de investimento, ou seja, fazendo  $n_{ij} \geq 0$ , o HLM se transforma em um problema de programação linear (PL). A solução deste PL é usada para identificar o circuito mais adequado e que deve ser adicionado ao sistema. Neste contexto, o indicador de sensibilidade escolhido é o fluxo que passa pelos circuitos com  $n_{ij} \neq 0$  na solução do PL. Portanto, em cada passo do AHC, o circuito que deve ser adicionado ao sistema é identificado pelo seguinte indicador de sensibilidade:

$$IS = \max \{ IS_{ij} = n_{ij} \bar{f}_{ij} \} \quad n_{ij} \neq 0 \quad (20)$$

Sendo que cada  $n_{ij}$  é a solução do PL obtido após relaxar a integralidade do MHL.

Em cada passo do AHC deve-se atualizar a chamada topologia corrente. A topologia corrente é formada pelos circuitos da topologia base e pelos circuitos adicionados no processo iterativo.

Outra excelente contribuição do algoritmo VGS é a exigência de que todo circuito adicionado no processo iterativo deve obedecer as duas Leis de Kirchhoff. Em outras palavras, todos os circuitos da topologia corrente devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff. Com essa estratégia, é possível encontrar uma topologia de boa qualidade para o modelo DC resolvendo, em cada passo, um PL correspondente ao MHL da topologia corrente.

O algoritmo de VGS assume a forma do algoritmo heurístico generalizado proposto no capítulo 3. Assim, no passo 2 é resolvido um PL para o modelo híbrido linear. No passo 3 é utilizado o indicador de sensibilidade (20) para identificar o circuito mais atrativo que deve ser adicionado ao sistema.

Deve-se enfatizar que o aspecto fundamental do algoritmo de VGS está relacionado com a forma de comportamento dos circuitos adicionados na topologia base no processo iterativo. Neste caso, todos os circuitos adicionados no processo iterativo devem obedecer as duas Leis de Kirchhoff produzindo uma topologia factível para o modelo DC. Portanto, o MHL é usado apenas como estratégia de solução, ou seja, para calcular o indicador de sensibilidade. Também é importante observar que a estratégia de VGS evita a resolução de problemas de programação não linear para encontrar uma solução de boa qualidade do modelo DC, que é um problema de PNLIM.

Uma vantagem muito importante do algoritmo VGS é que, em cada passo, é resolvido apenas um PL, mas é encontrada uma solução para o modelo DC. A desvantagem da proposta pode aparecer na eficiência do indicador de sensibilidade utilizado. Assim, deve-se observar que a solução ótima do PL apresenta um conjunto de valores  $n_{ij} \neq 0$  que identifica a melhor proposta de investimento não inteira, satisfazendo apenas a primeira Lei de Kirchhoff. O circuito escolhido, uma vez incorporado ao sistema elétrico, passa a satisfazer as duas Leis de Kirchhoff e, portanto, pode não apresentar a mesma eficiência que apresentava na solução do PL em que era obrigado a satisfazer apenas a primeira Lei de Kirchhoff. Neste contexto, espera-se que o indicador de sensibilidade não seja muito eficiente comparado, por exemplo, com o indicador de sensibilidade usado para o modelo de transportes. Nos testes experimentais, este aspecto é analisado.

Um outro tema relacionado com o AHC apresentado é a possibilidade da troca de indicador de sensibilidade. Assim, é possível usar todas as propostas do indicador de sensibilidade apresentadas para o modelo de transportes.

### 5.3 Algoritmo de VGS para Planejamento Multiestágio

Nesta seção, apresentamos uma extensão do algoritmo de VGS para o problema de planejamento multiestágio.

O algoritmo de VGS pode ser estendido para o problema de planejamento multiestágio de forma similar como foi realizado para o modelo de transportes. Assim, o problema de programação linear para o algoritmo de VGS para planejamento multiestágio, assume a forma

estabelecida em (21), em que  $n_{ij}^{It}$  são os circuitos adicionados pelo AHC e assumem valores conhecidos ao resolver o PL e os  $n_{ij}^t$  são os circuitos identificados na solução do PL.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{t=1}^T \left( \delta_{\text{inv}}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right) & (21) \\
 \text{s.a.} & \\
 & S^{t0} f^{t0} + S^t f^t + g^t = d^t \\
 & f_{ij}^{t0} - \gamma_{ij} \left( n_{ij}^0 + \sum_{t=0}^T n_{ij}^{It} \right) (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \\
 & |f_{ij}^{t0}| \leq \left( n_{ij}^0 + \sum_{t=1}^T n_{ij}^{It} \right) \bar{f}_{ij}; \forall (i, j) \in \Omega_0 \\
 & |f_{ij}^t| \leq \sum_{t=1}^T n_{ij}^t \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g^t \leq \bar{g}^t \\
 & 0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \\
 & \sum_{t=1}^T (n_{ij}^{It} + n_{ij}^t) \leq \bar{n}_{ij} \\
 & n_{ij}^t \geq 0 \\
 & \theta_k^t, f_{ij}^{t0}; e f_{ij}^t \text{ irrestrito} \\
 & t = 1, 2, \dots, T.
 \end{aligned}$$

## 5.4 Testes usando o algoritmo

Os algoritmos apresentados foram implementados computacionalmente em FORTRAN e foi usado o MINOS 5.3 como uma subrotina de PL.

### 5.4.1 Sistema de 6 barras de Garver

Utilizando como arquivo de entrada os dados do sistema de 6 barras de Garver, e considerando as duas opções para o planejamento (com e sem redespacho), o algoritmo encontrou as seguintes topologias:

- Planejamento com redespacho:  $v = 130$

$$n_{02-03} = 1 \quad n_{02-06} = 1 \quad n_{03-05} = 1 \quad n_{04-06} = 2$$

- Planejamento sem redespacho:  $v = 200$

$$n_{02-06} = 4 \quad n_{03-05} = 1 \quad n_{04-06} = 2$$

Nas tabelas a seguir, são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo, sendo  $v_{PL}$  o investimento fornecido pelo PL e  $V$  o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo.

No planejamento com redespacho da geração, a seqüência de adições foi a seguinte:  $n_{02-06}$ ,  $n_{04-06}$ ,  $n_{03-05}$ ,  $n_{04-06}$ ,  $n_{02-03}$ . O algoritmo convergiu após resolver 10 PL's sem remover circuitos no passo 4. O processo esta apresentado na tabela 3. Neste caso, o algoritmo não encontrou a solução ótima do modelo. Comparando com a solução ótima [41], o erro na escolha acontece na iteração 1, quando o caminho 2-6 é escolhido. A solução ótima global é  $v = 110$ .

TABELA 3 – Sistema de Garver com redespacho

Iter	PL adição	$v_{PL}$	$V$
1	$n_{02-06} = 1,800$ ; $n_{03-05} = 1,200$ ; $n_{04-06} = 0,700$ ;	99	0
2	$n_{02-03} = 0,188$ ; $n_{02-06} = 1,012$ ; $n_{04-06} = 1,500$ ;	69	30
3	$n_{02-03} = 0,182$ ; $n_{02-06} = 0,027$ ; $n_{03-05} = 0,018$ ; $n_{04-06} = 0,473$ ;	39	80
4	$n_{02-03} = 0,182$ ; $n_{02-06} = 0,027$ ; $n_{03-05} = 0,018$ ;	19	80
5	$n_{02-03} = 0,058$	1,15	110
6		0	130

No planejamento sem redespacho da geração, a seqüência de adições foi a seguinte:  $n_{04-06}$ ,  $n_{04-06}$ ,  $n_{02-06}$ ,  $n_{02-06}$ ,  $n_{02-06}$ ,  $n_{03-05}$ , e  $n_{02-06}$ . O algoritmo convergiu após resolver 11 PL's sem remover nenhum circuito no passo 4. O processo esta apresentado na tabela 4. Neste caso, o algoritmo encontrou a solução ótima do modelo.

TABELA 4 – Sistema de Garver sem redespacho

Iter	PL adição	$v_{PL}$	$V$
1	$n_{02-06} = 2,137$ ; $n_{03-05} = 0,612$ ; $n_{04-06} = 3,313$ ;	175,7	0
2	$n_{02-06} = 2,137$ ; $n_{03-05} = 0,612$ ; $n_{04-06} = 2,313$ ;	145,7	30
3	$n_{02-06} = 2,137$ ; $n_{03-05} = 0,612$ ; $n_{04-06} = 1,312$ ;	115,7	60
4	$n_{02-06} = 2,486$ ; $n_{03-05} = 0,837$ ;	91,3	90
5	$n_{02-06} = 1,486$ ; $n_{03-05} = 0,837$ ;	61,3	120
6	$n_{02-06} = 0,486$ ; $n_{03-05} = 0,837$ ;	31,3	150
7	$n_{02-06} = 0,492$ ;	14,75	170
8		0	200

## 5.4.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras

Este é o mesmo sistema de 46 barras que foi testado com o algoritmo de Garver.

O algoritmo apresentado encontrou as seguintes topologias:

1. Planejamento com redespacho:  $v = 95.795.000$  US\$

$$n_{19-21} = 1 \quad n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{05-06} = 2 \quad n_{46-06} = 1$$

2. Planejamento sem redespacho:  $v = 166.041.000$  US\$

$$\begin{aligned} n_{20-21} = 2 & \quad n_{42-43} = 1 & \quad n_{46-06} = 1 & \quad n_{25-32} = 1 & \quad n_{31-32} = 1 & \quad n_{28-31} = 1 \\ n_{31-41} = 1 & \quad n_{24-35} = 2 & \quad n_{40-41} = 1 & \quad n_{05-06} = 2 & & \end{aligned}$$

Nas tabelas 5 e 6 são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo. Considerando o caso com redespacho da geração, a seqüência de adições obtida com o algoritmo foi a seguinte:  $n_{20-21}$ ,  $n_{42-43}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{06-46}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{20-21}$ ,  $n_{20-23}$  e  $n_{19-21}$ . O algoritmo convergiu após resolver 15 PL's e não retirou circuitos na fase 2. A solução ótima para o modelo dc é  $v = 72.870.000$  \$US. Deve ser observado que as 7 primeiras adições corresponderam as adições ótimas e o erro de adição ocorreu somente na última iteração com a adição do circuito 19-21 ao invés do circuito 13-20, que é a adição ótima.

A seqüência de adições realizadas pelo algoritmo, desconsiderando o redespacho da geração, foi a seguinte:  $n_{20-21}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{46-06}$ ,  $n_{42-43}$ ,  $n_{28-31}$ ,  $n_{31-32}$ ,  $n_{24-25}$ ,  $n_{25-32}$ ,  $n_{05-06}$ ,  $n_{31-41}$ ,  $n_{40-41}$ ,  $n_{24-25}$  e  $n_{20-21}$ . O algoritmo convergiu após resolver 24 PL's sem encontrar a solução ótima global de  $v = 154.420.000$ \$US. O desvio da solução ótima acontece na iteração de número 5 quando o circuito 28-31 é selecionado. Fazendo uma comparação com a topologia ótima, podemos perceber que o algoritmo selecionou 8 dos 16 circuitos presentes na topologia ótima. Entretanto, esta solução é a melhor solução encontrada por um algoritmo heurístico construtivo.

TABELA 5 – Sistema de 46 barras com redespacho

Iter	PL adição	$v_{PL}$	$v$
1	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 1,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,235$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	41018,3	0
2	$n_{13-18} = 0,526$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 0,904$ ; $n_{06-46} = 0,235$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ; $n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,777$	32840,3	8178
3	$n_{13-18} = 0,544$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,231$ ; $n_{25-32} = 0,107$ ;	25420,4	16356

	$n_{24-25} = 0,249$ ; $n_{05-06} = 0,770$		
4	$n_{13-18} = 0,332$ ; $n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{06-46} = 0,300$ ; $n_{19-25} = 0,032$ ; $n_{25-32} = 0,075$ ; $n_{24-25} = 0,249$	17784,0	24534
5	$n_{20-21} = 0,310$ ; $n_{19-25} = 0,078$ ; $n_{25-32} = 0,029$ ; $n_{24-25} = 0,25$ ; $n_{05-06} = 0,63$	13740,9	40539
6	$n_{20-21} = 0,267$ ; $n_{21-25} = 0,038$ ; $n_{25-32} = 0,056$ ; $n_{24-25} = 0,259$	7226,3	48717
7	$n_{20-23} = 0,324$ ; $n_{21-25} = 0,021$ ; $n_{25-32} = 0,015$ ; $n_{24-25} = 0,104$	3856,8	56895
8	$n_{19-21} = 0,021$	700,9	63163
9		0	95795

### 5.4.3 Sistema Norte – Nordeste Brasileiro

Este sistema tem 87 barras, 183 circuitos e 29748 MW de demanda para o horizonte total de planejamento. Os dados deste sistema estão em [35] e permitem a realização do planejamento sem redespacho da geração e o planejamento multiestágio com 2 estágios. Este sistema é muito complexo e as soluções ótimas não são conhecidas. São apresentados os testes de planejamento estático e multiestágio. Neste sistema consideramos para o ano base “1998”, para  $P_1$  “2002” e para  $P_2$  “2008”. Portanto, os circuitos necessários para 2002 são considerados como custos de 1998 (valores originais de tabela) e os circuitos necessários em 2008 são considerados como sendo construídos em 2002 e seus custos são atualizados para o ano base.

TABELA 6 – Sistema de 46 barras sem redespacho

Iter	PL adição	$V_{PL}$	$v$
1	$n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 1,333$ ; $n_{06-46} = 0,407$ ; $n_{25-32} = 0,391$ ; $n_{31-32} = 0,313$ ; $n_{28-31} = 0,365$ ; $n_{31-41} = 0,276$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,689$ ; $n_{05-06} = 1,356$ ; $n_{09-10} = 0,028$	73786,8	0
2	$n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 1,333$ ; $n_{06-46} = 0,407$ ; $n_{25-32} = 0,391$ ; $n_{31-32} = 0,313$ ; $n_{28-31} = 0,365$ ; $n_{31-41} = 0,276$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,689$ ; $n_{05-06} = 1,356$ ; $n_{09-10} = 0,028$	73786,8	8178
3	$n_{20-21} = 0,382$ ; $n_{42-43} = 1,333$ ; $n_{06-46} = 0,407$ ; $n_{25-32} = 0,391$ ; $n_{31-32} = 0,313$ ; $n_{28-31} = 0,365$ ; $n_{31-41} = 0,276$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,689$ ; $n_{05-06} = 0,356$ ; $n_{09-10} = 0,028$	65608,8	16356

4	$n_{20-21} = 0,280$ ; $n_{42-43} = 1,333$ ; $n_{25-32} = 0,389$ ; $n_{31-32} = 0,333$ ; $n_{28-31} = 0,365$ ; $n_{31-41} = 0,250$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,625$ ; $n_{05-06} = 0,764$	60004,4	32361
5	$n_{20-21} = 0,280$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{25-32} = 0,389$ ; $n_{31-32} = 0,333$ ; $n_{28-31} = 0,365$ ; $n_{31-41} = 0,250$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,625$ ; $n_{05-06} = 0,764$	51826,4	40539
6	$n_{20-21} = 0,280$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{25-32} = 0,389$ ; $n_{31-32} = 0,333$ ; $n_{31-41} = 0,250$ ; $n_{24-25} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,625$ ; $n_{05-06} = 0,764$ ;	48973,2	48358
7	$n_{20-21} = 0,280$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{25-32} = 0,389$ ; $n_{31-41} = 0,250$ ; $n_{31-41} = 0,925$ ; $n_{40-41} = 0,625$ ; $n_{05-06} = 0,764$	46628,1	55410
8	$n_{20-21} = 0,220$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{21-25} = 0,024$ ; $n_{25-32} = 0,395$ ; $n_{31-41} = 0,244$ ; $n_{40-41} = 0,611$ ; $n_{05-06} = 0,764$	38885,6	63588
9	$n_{20-21} = 0,030$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{31-41} = 0,196$ ; $n_{25-32} = 0,395$ ; $n_{40-41} = 0,487$ ; $n_{05-06} = 0,754$ ;	22454,0	100697
10	$n_{20-21} = 0,028$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{31-41} = 0,195$ ; $n_{24-25} = 0,359$ ; $n_{40-41} = 0,487$	16233,9	108875
11	$n_{20-21} = 0,028$ ; $n_{42-43} = 0,333$ ; $n_{24-25} = 0,359$ ; $n_{40-41} = 0,487$ ;	9874,6	11507
12	$n_{20-21} = 0,026$ ; $n_{24-25} = 0,033$ ;	2909,9	149685
13	$n_{20-21} = 0,0067$	54,7	157863
14		0	166041

Considerando  $P_1$  isoladamente, o AHC para o planejamento estático encontrou a seguinte topologia:

- Plano  $P_1$ :  $v = 1.578.278.000$  US\$

$n_{02-87} = 2$	$n_{03-83} = 1$	$n_{03-87} = 2$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 2$	$n_{06-67} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 2$	$n_{14-45} = 1$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-16} = 2$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-45} = 1$	$n_{16-61} = 1$	$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$
$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 1$	$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 2$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-58} = 1$	$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$
$n_{61-85} = 2$	$n_{63-64} = 1$	$n_{67-68} = 1$	$n_{68-69} = 1$	$n_{68-83} = 2$	$n_{72-73} = 1$
$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$				



O AHC resolveu 110 PL's e retirou um circuito durante o passo 4. A solução é a melhor configuração conhecida obtida por um AHC para o modelo DC. Considerando apenas o plano  $P_2$ , a configuração encontrada foi a seguinte:

- Plano  $P_2$ :  $v = 2.770.985.000$  US\$

$n_{01-02} = 1$	$n_{02-60} = 1$	$n_{04-05} = 1$	$n_{04-68} = 1$	$N_{04-81} = 4$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 3$	$n_{05-60} = 1$	$n_{05-68} = 1$	$n_{06-07} = 1$	$N_{06-67} = 1$	$n_{12-15} = 1$
$n_{13-15} = 4$	$n_{14-15} = 1$	$n_{15-16} = 5$	$n_{16-44} = 7$	$N_{16-61} = 2$	$n_{18-50} = 11$
$n_{18-74} = 6$	$n_{21-57} = 2$	$n_{22-58} = 1$	$n_{25-55} = 3$	$N_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 2$	$n_{40-45} = 2$	$n_{41-64} = 3$	$n_{42-44} = 4$	$n_{42-85} = 1$	$n_{43-55} = 1$
$n_{43-58} = 1$	$n_{48-49} = 2$	$n_{49-50} = 3$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-58} = 1$
$n_{54-63} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-64} = 1$	$n_{61-85} = 1$	$n_{67-71} = 1$	$n_{68-69} = 1$
$n_{68-83} = 2$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 2$	$n_{73-75} = 1$
$n_{75-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$				

O AHC resolveu 184 PL's e retirou 10 circuitos durante o passo 4. Mais uma vez, esta topologia representa a melhor solução conhecida fornecida por um AHC para o modelo DC.

Para o planejamento multi-estágio, o AHC encontrou a seguinte topologia:

Estágio  $P_1$ : 1998–2002:  $v_1 = 1.803.520.000$  \$US

$n_{02-04} = 1$	$n_{02-87} = 1$	$n_{04-81} = 2$	$n_{05-56} = 1$
$n_{05-58} = 1$	$n_{13-14} = 1$	$n_{13-15} = 3$	$n_{14-59} = 1$
$n_{15-16} = 2$	$n_{15-46} = 1$	$n_{16-44} = 3$	$n_{16-61} = 1$
$n_{18-50} = 6$	$n_{18-74} = 3$	$n_{21-57} = 1$	$n_{22-58} = 2$
$n_{25-55} = 2$	$n_{26-54} = 1$	$n_{27-53} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 2$	$n_{48-49} = 1$
$n_{49-50} = 2$	$n_{52-59} = 1$	$n_{54-55} = 1$	$n_{54-63} = 1$
$n_{54-79} = 2$	$n_{56-57} = 1$	$n_{61-85} = 2$	$n_{63-64} = 1$
$n_{67-69} = 1$	$n_{67-71} = 2$	$n_{68-83} = 2$	$n_{68-87} = 1$
$n_{71-72} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{72-83} = 1$	$n_{73-74} = 1$
$n_{78-79} = 1$	$n_{78-80} = 1$	$n_{80-81} = 1$	$n_{81-83} = 1$

Estágio P2: 2002-2008:  $v_2 = 1.013.744.000$  \$US

$n_{01-02} = 1$	$n_{04-05} = 2$	$n_{04-68} = 1$	$n_{04-81} = 2$
$n_{12-15} = 1$	$n_{13-15} = 1$	$n_{15-16} = 2$	$n_{15-45} = 1$
$n_{16-44} = 3$	$n_{18-50} = 5$	$n_{18-74} = 2$	$n_{21-57} = 1$
$n_{24-43} = 1$	$n_{25-55} = 1$	$n_{30-31} = 1$	$n_{30-63} = 1$
$n_{35-51} = 1$	$n_{36-46} = 1$	$n_{40-45} = 1$	$n_{41-64} = 1$
$n_{42-44} = 1$	$n_{43-55} = 1$	$n_{43-58} = 1$	$n_{49-50} = 2$
$n_{51-52} = 1$	$n_{54-63} = 1$	$n_{54-79} = 1$	$n_{58-78} = 1$
$n_{61-85} = 1$	$n_{71-83} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{73-74} = 1$

O algoritmo resolveu 195 PL's e retirou circuitos no final do estágio 1 e 2. O investimento foi de  $v = 2.468.637.000$  \$US. Os circuitos adicionados para o estágio P1 participam da função objetivo com seus valores originais e os circuitos adicionados no estágio P2 são multiplicados por um fator de 0,6561.

Para a maioria dos sistemas testados, o AHC de VGS encontrou melhores topologias quando comparados com outros AHC. Para sistemas grandes e com grande complexidade, as meta-heurísticas têm melhor performance embora com um alto custo de processamento. Resumindo, o algoritmo de VGS apresentou as seguintes características relevantes: (1) apresentou uma excelente performance quando comparado com os outros AHC; (2) fez pequeno uso da fase 2, especialmente no caso de sistemas pequenos e médios; (3) é robusto e seguro; (4) não apresentou qualquer problema durante a simulação para sistemas isolados ou desconectados; (5) pode ser facilmente estendido para o planejamento multiestágio.

## Capítulo 6

# Algoritmo Heurístico Construtivo Para o Modelo DC

### 6.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado um novo algoritmo heurístico construtivo para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A idéia básica vem da aplicação do trabalho de Garver para o modelo de transportes, contudo, a proposta do algoritmo é para o modelo DC [42].

### 6.2 Algoritmo Heurístico Construtivo para o Modelo DC

A proposta inicial de Garver para o modelo de transportes (a qual foi estendida por Villasana-Garver-Solon para trabalhar com modelo híbridos) pode ser adaptada, diretamente, usando o modelo DC. A idéia básica consiste em resolver o modelo DC após o relaxamento da integralidade das variáveis de investimento, ou seja, “ $n_{ij}$  inteiro =  $n_{ij} \geq 0$ ”, e o problema acaba tornando-se, um problema PNL. Assim, o indicador de sensibilidade encontrado na solução do PNL pode ser usado como um indicador dos circuitos potenciais para adição. É esperado que esta solução seja mais adequada que uma busca linear [4, 5]. A principal desvantagem do método é a necessidade de se resolver um PNL em cada passo do algoritmo heurístico construtivo. Um problema PNL, em larga escala, é muito mais difícil de ser resolvido do que um problema PL. Podemos mencionar duas limitações significantes no uso deste algoritmo: (1) não há programas suficientemente robustos para PNL, isto é, usualmente, a maioria dos algoritmos e softwares têm dificuldades para convergir na simulação problemas com sistemas grandes e complexos, e (2), o algoritmo pode convergir para soluções ótimas locais, causando desvios no processo de busca. Outros problemas relacionados com a

relaxação das integralidades das variáveis [4, 5, 6], afetam o estágio final do processo de busca, tal como os pequenos valores fracionários de  $n_{ij}$ , que ainda podem ocorrer.

O algoritmo heurístico construtivo para resolver o modelo DC é resumido nos passos a seguir:

1. Assumir a topologia base como topologia corrente e usar o modelo DC;
2. Resolver um PNL e determinar os parâmetros usados no indicador de sensibilidade:

$$IS = \max \{ IS_{IJ} = n_{ij} \bar{f}_{ij} \} \quad n_{ij} \neq 0$$

Se a solução do PNL indicar que o sistema está operando adequadamente com as novas adições, pare. Uma nova solução para o modelo DC foi encontrada, siga para o passo 4.

3. Use o indicador de sensibilidade, representado acima, para identificar o circuito mais atrativo. Atualize a topologia corrente com o circuito escolhido, e então siga para o passo 2.
4. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente dos custos. Usando um PL, em cada passo, verificar se a retirada de um circuito mantém o sistema em condições adequadas de operação. Se o sistema operar adequadamente, retire o circuito e, em caso contrário, o circuito deverá ser mantido. Repita o processo, simulando a retirada de cada circuito até analisar todos os circuitos. Assim, os circuitos adicionados e que não foram retirados representarão a solução do AHC.

No passo 2, o seguinte problema PNL é resolvido:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (22) \\ \text{s.a.} & Sf + g = d \\ & f_{ij}^0 - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}^1 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \\ & |f_{ij}^0| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^1 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq n_{ij} + n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & n_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in \Omega \\ & f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito} \end{aligned}$$

No problema acima, em cada passo o algoritmo adiciona um circuito na topologia corrente e os circuitos são armazenados no vetor  $n^1 = \{ n_{ij}^1 \}$ . Em duas iterações consecutivas, o PNL muda apenas uma posição do vetor  $n_{ij}^1$ . Esta característica pode ser empregada para inicializar as variáveis do PNL, ou seja, a solução do PNL pode ser usada como inicialização do próximo PNL.

O objetivo do passo 4 é remover os circuitos que foram adicionados no sistema, mas que se tornam irrelevantes no estágio final do processo. A ocorrência de circuitos irrelevantes é comum em AHC. A verificação se o circuito opera adequadamente sem a presença de um determinado circuito, é feita através da solução do mesmo PNL do passo 2, entretanto ganha-se em eficiência resolvendo-se o PL (23).

Neste caso,  $w$  representa o corte de carga,  $n_{ij}^1$  é o vetor com a adição dos circuitos durante o processo e  $r$  é o vetor com a geração artificial em cada barra de carga. Se  $w = 0$ , então o sistema está operando corretamente e o circuito, que foi removido na simulação, pode ser removido definitivamente. Caso contrário, o circuito deve permanecer no sistema.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w = & \quad \sum r_i & (23) \\
 \text{s.a.} & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & f_{ij}^0 - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}^1) (\theta_i - \theta_j) = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^1) \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & (i, j) \in \Omega \\
 & f_{ij} \text{ e } \theta_j \text{ irrestrito}
 \end{aligned}$$

### 6.3 Testes com o Algoritmo

O algoritmo foi implementado usando a estrutura GAMS [44] para resolver o problema PNL em cada passo do algoritmo construtivo. A estrutura GAMS, disponível em nosso laboratório, possui três solvers de PNL, chamados de: SNOPT, CONOPT e MINOS.

#### 6.3.1 Sistema de 6 barras de Garver

Este é o mesmo sistema teste usado no capítulo 3 e é analisado apenas o planejamento com redespacho da geração. O algoritmo apresentado encontrou a seguinte topologia:

- Planejamento sem redespacho:  $v = 110$

$$n_{03-05} = 1 \qquad n_{04-06} = 3$$

Na tabela 7, são mostrados os resultados, passo a passo, obtidos pelo algoritmo, sendo  $v_{NLP}$  o investimento fornecido pelo PNL e  $v$ , o investimento parcial das adições realizadas pelo algoritmo. Em planejamento com redespacho, a sequência de adições realizada pelo algoritmo, e que é mostrada na tabela, é a seguinte:  $n_{04-06}$ ,  $n_{04-06}$ ,  $n_{03-05}$  e  $n_{04-06}$ . O algoritmo convergiu após a adição de 5 PNL's e 2 PL's, sem a retirada de circuitos no passo 4. A solução encontrada é a ótima global, sendo o primeiro algoritmo heurístico construtivo que encontrou a solução ótima deste sistema, que é pequeno mas que produz uma grande dificuldade para se encontrar a solução ótima. O solver usado foi o SNOPT. Esta solução foi encontrada antes apenas com o auxílio de técnicas de decomposição de Benders e metaheurísticas.

Deve-se observar que os solvers CONOPT e MINOS, incorporados ao GAMS não encontram a solução ótima e identificam apenas a solução ótima local de  $v = 130$ . Para o caso em que não se considera o redespacho, o SNOPT e CONOPT encontraram a solução ótima conhecida de  $v = 200$ , mas o MINOS encontrou uma solução inicial de  $v_{PNL} = 215,52$  na primeira iteração e maior que a solução ótima global, mostrando, assim, a dificuldade em usar o software de PNL.

### 6.3.2 Sistema IEEE de 24 barras

Este sistema tem 24 barras, 41 circuitos e 8550MW de demanda e os dados podem ser obtidos em [39] e em artigos anexos [42]. Neste caso, apresentamos dois dos cinco testes possíveis identificados por cinco planos de geração, em outras palavras, para os planos de programação chamados de  $G_1$  e  $G_3$ . O primeiro plano identificado por  $G_0$  corresponde ao caso com redespacho e os valores de geração são determinados pelo processo de otimização. Os outros casos correspondem ao caso sem redespacho em que os valores de geração são fixados aos valores indicados na tabela 3. Este sistema foi usado para testes em [39]. Todos os testes foram realizados usando o GAMS com o solver SNOPT, que apresentou o melhor desempenho para resolver os problemas de PNL, que apareceram no algoritmo proposto. Os outros solvers de GAMS apresentaram um desempenho menos eficiente.

Para o plano de geração  $G_1$ , o algoritmo heurístico construtivo encontrou um plano de expansão de  $v = 438.000.000$  US\$ com a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llll} n_{01-05} = 1 & n_{03-04} = 1 & n_{06-10} = 1 & n_{07-08} = 2 \\ n_{14-16} = 1 & n_{15-21} = 1 & n_{15-24} = 1 & n_{16-17} = 2 \\ n_{16-19} = 1 & n_{17-18} = 1 & & \end{array}$$

O algoritmo convergiu após resolver 13 PNL's e 10 PL's sem retirar circuitos no passo 4. A seqüência de adições foi a seguinte:  $n_{16-17}$ ,  $n_{14-16}$ ,  $n_{07-08}$ ,  $n_{17-18}$ ,  $n_{16-17}$ ,  $n_{16-19}$ ,  $n_{07-08}$ ,  $n_{03-24}$ ,  $n_{06-10}$ ,  $n_{01-05}$ ,  $n_{15-24}$ ,  $n_{15-21}$ .

TABELA 7 – Sistema de Garver sem redespacho

Iter	PL adição	$V_{npl}$	$v$
1	$n_{02-03} = 0,424$ ; $n_{03-05} = 0,776$ ; $n_{04-06} = 2,500$ ;	99	0
2	$n_{02-03} = 0,424$ ; $n_{03-05} = 0,776$ ; $n_{04-06} = 2,500$ ;	69	30
3	$n_{02-03} = 0,424$ ; $n_{03-05} = 0,776$ ; $n_{04-06} = 0,500$ ;	39	60
4	$n_{02-03} = 0,385$ ; $n_{03-05} = 0,5$	22,707	80
5		0	110

Na tabela 8 apresentamos os resultados passo a passo. Observe que na iteração 11 existe apenas um investimento de apenas 10,4 milhões de dólares para a solução do problema de operação quando consideramos valores de  $n_{ij}$  não inteiros. Entretanto, este problema é solucionado com a adição de dois circuitos, produzindo um investimento de 140 milhões de dólares, quase 32% do investimento total. Deve ser observado também que neste estágio do processo, os valores de  $n_{ij}$  fornecido pelo PNL são muito pequenos. Assim, embora a solução encontrada seja melhor que a encontrada em [39], é pouco provável que a topologia encontrada seja a ótima global.

Para o plano de geração  $G_3$ , o AHC encontrou um plano de expansão de  $v = 218.000.000$  US\$ com a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llll} n_{06-10} = 1 & n_{07-08} = 2 & n_{10-12} = 1 & n_{14-16} = 1 \\ n_{16-17} = 1 & n_{20-23} = 1 & & \end{array}$$

TABELA 8 – Sistema de 46 barras sem redespacho

Iter	PL adição	V <sub>PL</sub>	v
1	$n_{01-05} = 0,299$ ; $n_{03-24} = 0,312$ ; $n_{06-10} = 0,535$ ; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,072$ ; $n_{14-16} = 0,745$ $n_{15-21} = 0,083$ ; $n_{15-24} = 0,049$ $n_{16-17} = 1,517$ ; $n_{16-19} = 0,523$ $n_{17-18} = 0,637$ ;	199832,3	0
2	$n_{01-05} = 0,299$ ; $n_{03-24} = 0,312$ ; $n_{06-10} = 0,535$ ; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,072$ ; $n_{14-16} = 0,745$ $n_{15-21} = 0,083$ ; $n_{15-24} = 0,049$ $n_{16-17} = 0,517$ ; $n_{16-19} = 0,523$ $n_{17-18} = 0,637$ ;	163832,3	36000
3	$n_{01-05} = 0,282$ ; $n_{03-24} = 0,286$ ; $n_{06-10} = 0,543$ ; $n_{07-08} = 2,000$ $n_{10-11} = 0,096$ ; $n_{15-21} = 0,071$ $n_{15-24} = 0,029$ ; $n_{16-17} = 0,529$ $n_{16-19} = 0,501$ ; $n_{17-18} = 0,648$	120962,3	90000
4	$n_{01-05} = 0,282$ ; $n_{03-24} = 0,286$ ; $n_{06-10} = 0,543$ ; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,096$ ; $n_{15-21} = 0,071$ $n_{15-24} = 0,029$ ; $n_{16-17} = 0,529$ $n_{16-19} = 0,501$ ; $n_{17-18} = 0,648$	104962,32	10600
5	$n_{01-05} = 0,276$ ; $n_{03-24} = 0,277$ ; $n_{06-10} = 0,546$ ; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,100$ ; $n_{15-21} = 0,003$ $n_{15-24} = 0,021$ ; $n_{16-17} = 0,597$ $n_{16-19} = 0,505$	89006,66	126000
6	$n_{01-05} = 0,271$ ; $n_{03-24} = 0,269$ $n_{06-10} = 0,548$ ; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,104$ ; $n_{15-24} = 0,015$ $n_{16-19} = 0,507$	66670,30	162000
7	$n_{01-05} = 0,263$ ; $n_{03-24} = 0,250$ $n_{06-10} = 0,551$ ; $n_{07-08} = 1,000$ $n_{10-11} = 0,097$ ; $n_{15-24} = 0,0001$	47953,76	194000
8	$n_{01-05} = 0,263$ ; $n_{03-24} = 0,250$ $n_{06-10} = 0,551$ ; $n_{10-11} = 0,097$ $n_{15-24} = 0,0001$	31953,76	210000
9	$n_{01-05} = 0,360$ ; $n_{06-10} = 0,509$ $n_{10-11} = 0,026$ ; $n_{15-24} = 0,132$	26837,55	260000
10	$n_{01-05} = 0,391$ ; $n_{10-11} = 0,033$ $n_{15-24} = 0,129$	19536,25	276000
11	$n_{10-11} = 0,026$ ; $n_{15-24} = 0,132$	10441,06	298000
12	$n_{15-21} = 0,009$	611,81	370000
13		0	438000

O algoritmo convergiu após resolver 8 PNL's e 6 PL's, sem retirar circuitos no passo 4. A seqüência de adições foi a seguinte:  $n_{07-08}$ ,  $n_{07-08}$ ,  $n_{20-23}$ ,  $n_{14-16}$ ,  $n_{10-12}$ ,  $n_{06-10}$ , e  $n_{16-17}$ . Deve-se observar que as topologias encontradas apresentam investimentos menores que os encontrados em [39], mostrando o excelente desempenho do AHC em algumas aplicações. Entretanto, em dois dos casos dos cinco testes realizados em [39], o AHC apresentou



propostas com investimentos maiores que os obtidos em [39]. Foi verificado que esse comportamento acontece por problemas de desempenho do algoritmo do PNL usado e também por desvios do algoritmo quando o PNL apresenta valores de  $n_{ij}$  muito pequenos, isto é, nas fases finais do processo de otimização.

Outro aspecto importante do algoritmo é que para sistemas de complexidade pequena e média não acontecem retiradas de circuitos no passo 4, ou seja, não aparecem circuitos irrelevantes. Este fato pode ser interpretado também como um indicador de excelente desempenho do algoritmo proposto. Esta característica também foi observada para o algoritmo de Villasana-Garver-Salon, mas a mesma coisa não acontece nos outros algoritmos analisados neste trabalho e em outros AHC.

### 6.3.1 Extensões do AHC e análise dos resultados obtidos

O algoritmo apresentado para o modelo DC pode ser facilmente estendido para o problema de planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão usando a mesma lógica usada para o modelo de transportes em [28]. Deve-se observar que a maior dificuldade para implementar um algoritmo deste tipo é a disponibilidade de um algoritmo de PNL para resolver o problema de programação não linear em cada passo do algoritmo. Os algoritmos de PNL usados neste trabalho se mostraram pouco robustos e pouco confiáveis e esse problema deverá aumentar ao serem feitos testes para o planejamento multiestágio em que o número de variáveis do problema aumentará consideravelmente.

O nosso grupo de pesquisa trabalha no desenvolvimento de algoritmos de pontos interiores para resolver o problema de programação não linear que aparece no algoritmo proposto. É esperado que este tipo de algoritmo seja robusto e confiável para estender o algoritmo proposto para solução de sistemas grandes e complexos, assim como realizar testes com planejamento multiestágio.

No algoritmo apresentado, podem ser usados outros indicadores de sensibilidade, usando os resultados obtidos pelo PNL, da mesma forma em que foi sugerido no capítulo 3 [36]. Entretanto, a maior dificuldade em desempenho do algoritmo aparecem nas fases finais do processo, onde aparecem valores muito pequenos de  $n_{ij}$  e o processo de integralização pode produzir sérios desvios de investimento.

## Capítulo 7

# Algoritmo Heurístico Construtivo em uma estrutura do tipo Branch and Bound

### 7.1 Introdução

Neste capítulo, um novo algoritmo heurístico construtivo para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão, é proposto. A idéia básica vem da aplicação do trabalho de Garver para o modelo de transportes, contudo, a proposta é trabalhar com o algoritmo de Garver porém em uma estrutura Branch and Bound.

### 7.2 O AHC de Garver em estrutura Branch and Bound

Na resolução de problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão correspondentes a sistemas elétricos complexos, um AHC converge após resolver dezenas de problemas de programação linear. Por outro lado, nesses tipos de problemas, os algoritmos de otimização clássica (como os algoritmos de branch and bound ou as metaheurísticas como os algoritmos evolutivos) convergem em soluções subótimas após resolver centenas de milhares de problemas de PL. A vantagem dos AHC heurísticos é a simplicidade na implementação porém, em sistemas complexos, a qualidade da solução pode ficar comprometida. Nesse contexto, é importante desenvolver algoritmos que tenham capacidade de encontrar soluções de qualidade após resolver centenas ou milhares de problemas de PL. Os algoritmos heurísticos em estrutura *B&B* ocupariam uma posição intermediária entre os AHC tradicionais, muito rápidos mas pouco eficientes, e os algoritmos *Branch and Bound* e as Metaheurísticas, muito lentas mas que encontram soluções de excelente qualidade.

O AHC em estrutura *Branch and Bound* pretende contornar os dois problemas críticos que acontecem nos AHC tradicionais, ou seja, quando se escolhe uma linha de transmissão de elevado custo (que tipicamente acontece nas fases iniciais do processo) e quando é escolhida, para adição, uma linha no caminho (i; j) mesmo quando o valor de  $n_{ij}$  na resolução do PL seja muito pequena (que acontece nas fases finais do processo). Portanto, o AHC em estrutura *B & B* consiste em encontrar outras alternativas de investimento sempre que acontece pelo menos um dos seguintes fatos: (1) se foi escolhido para adição um caminho (i; j) em que  $c_{ij}$  está acima de um valor especificado, então, deve-se procurar também outra proposta de expansão forçando a opção  $n_{ij} = 0$  nessa nova busca e, (2) se foi escolhido para adição um caminho (i; j) em que o valor de  $n_{ij}$  na solução do PL para a topologia corrente é menor que um valor especificado, então, deve-se procurar também outra proposta de expansão forçando a opção  $n_{ij} = 0$  nessa nova busca. Esses valores críticos para comparar os valores de  $c_{ij}$  e  $n_{ij}$  são chamados de  $c_{ij}^c$  e  $n_{ij}^c$ . Quando  $n_{ij}^c$  é muito pequeno, por exemplo  $n_{ij}^c = 0$  e quando  $c_{ij}^c$  é maior que o circuito mais caro então o AHC em estrutura *B & B* se transforma em um AHC tradicional. Por outro lado, quando  $n_{ij}^c = 1$  e  $c_{ij}^c = 0$  o AHC em estrutura *B & B* se transforma em um algoritmo *branch and bound* ineficiente. Assim, os valores de  $n_{ij}^c$  e de  $c_{ij}^c$  devem ser adequadamente escolhidos para que o algoritmo cumpra os objetivos de convergir após resolver um número de PL's da ordem nas centenas ou milhares de PL's e encontrando soluções de qualidade para sistemas altamente complexos.

Um algoritmo heurístico construtivo em estrutura *Branch and Bound* Básico assume a seguinte forma:

#### 1. Inicialização:

Escolher o modelo matemático e o AHC. Escolher os parâmetros  $n_{ij}^c$  e  $c_{ij}^c$  do processo. Resolver o PL correspondente (PL ou PNL). Se a solução do PL correspondente é inteira pare porque a solução encontrada é ótima global (no caso de PL). Em outro caso, armazenar o valor da função objetivo como limitante inferior  $v_{inf}$  para os subproblemas sucessores e passar ao passo 2.

#### 2. Escolha da variável para separar o subproblema:

Identificar a variável  $n_{ij}^k$  para separação, isto é, o circuito (i; j) que deve ser usado na separação e identificado pelo indicador de sensibilidade do algoritmo heurístico construtivo. Caso exista uma condição crítica, isto é, se para o caminho (i; j) escolhido o valor de  $n_{ij}^{PL}$  na solução do PL satisfaz  $n_{ij}^{PL} < n_{ij}^c$  e/ou  $c_{ij} > c_{ij}^c$ , então, gerar um subproblema descendente

impondo a condição  $n_{ij} = 0$  para o caminho escolhido. Neste caso o valor de  $v1$  é o mesmo do nó gerador.

Gerar um novo descendente adicionando na topologia corrente um circuito no caminho (i; j) selecionado pelo indicador de sensibilidade. Neste caso, atualizar o valor de  $v1$  para o subproblema gerado adicionando o custo do circuito selecionado.

### 3. Escolha e resolução do subproblema candidato:

Se não existem subproblemas armazenados pare porque foi terminado o processo e a solução do problema é a incumbente armazenada. Em caso contrário, escolha o próximo subproblema usando o critério LIFO (escolha do último subproblema gerado) quando o último subproblema resolvido não foi sondado, e, usando o menor valor de  $v_{inf}$  quando o último subproblema analisado foi sondado.

Resolver o subproblema selecionado usando o algoritmo de PL (ou PNL) e cuja função objetivo ótima será denominada de  $v2$ . Armazene a limitante inferior dos subproblemas sucessores usando a relação  $v_{inf} = v1 + v2$ .

### 4. Testes de sondagem:

Após resolver o subproblema usando um algoritmo de PL (ou PNL) verificar os seguintes testes de sondagem:

- (a) Teste 1: Se  $v_{inf} > v^*$ , em que  $v^*$  é o valor da incumbente ou o valor da função objetivo do algoritmo heurístico tradicional.
- (b) Teste 2: Se a solução do PL (ou PNL) é infactível.
- (c) Teste 3: Se o ótimo do PL (ou PNL) é igual a  $v2 = 0$ . Significa que foi encontrada uma solução factível para o modelo matemático escolhido. Nesse caso, verificar se a função objetivo do subproblema analisado  $v = v1$  é menor que a incumbente. Se for verdadeira então trocar de incumbente e aplicar novamente o teste 1.
- (d) Se o subproblema não foi sondado ir ao passo 2. Em caso contrário voltar ao passo 3.

Para mostrar o verdadeiro significado de um nó da árvore de *Branch and Bound*, é analisado este aspecto com mais detalhe usando a informação da figura 2. A figura mostra o nó  $k$  em que após resolver o PL são conhecidos os valores de limitante inferior  $v_{inf}^k$ , custo dos circuitos já adicionados  $v1^k$ , a função objetivo do PL (ou PNL) do nó  $k$  igual a  $v2^k$  e foi decidida a adição de um circuito no caminho (i; j). O  $n_{ij}^{PL}$  é o número de circuitos no caminho (i;j) encontrado pelo algoritmo de PL (ou PNL) e  $v^k = v1^k + v2^k$ . Assim, o nó  $k$  representa a topologia corrente identificada por um AHC, isto é, representa o PL (ou PNL) correspondente com as adições já realizadas e com algumas restrições do tipo  $n_{ij} = 0$  incorporadas.

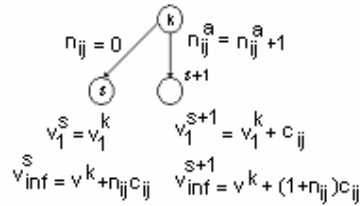


Figura 2: Um nó da árvore de Branch and Bound

Se o nó  $k$  não é sondado então pode ser gerado o nó sucessor  $s$  caso sejam cumpridas uma das condições críticas após a escolha do circuito  $n_{ij}$ . Adicionalmente, se o nó  $k$  não é sondado, o nó  $s+1$  sempre é gerado e o processo de busca passa para o nó  $s+1$ . O subproblema  $s$  tem todas as restrições existentes no nó  $k$  mas a restrição adicional de que  $n_{ij} = 0$ , isto é, em todos os nós sucessores desse nó não é mais possível adicionar circuitos no caminho  $(i, j)$ . O subproblema  $s+1$  tem todas as restrições existentes para o subproblema do nó  $k$  mas a adição de um novo circuito no caminho  $(i, j)$ . Assim, pode-se encontrar facilmente os valores de  $v_1$  e de  $v_{inf}$  para os novos subproblemas usando as seguintes relações:

$$\begin{aligned} v_1^s &= v_1^k; \quad v_{inf}^s = v^k + n_{ij}^{PL} c_{ij} \\ v_1^{s+1} &= v_1^k + c_{ij}; \quad v_{inf}^{s+1} = v^k + (1 + n_{ij}^{PL}) c_{ij} \end{aligned}$$

## 7.3 Testes usando o algoritmo

O sistema sul brasileiro reduzido de 46 barras, 79 circuitos e 6880 MW de demanda é usado para apresentar o desempenho do algoritmo branch and bound. Os dados desse sistema se encontram em anexo. Usamos dois algoritmos heurísticos construtivos para ser incorporados na estrutura tipo branch and bound: (1) O algoritmo de Garver para o modelo de transportes e (2) o algoritmo de Villasana-Garver-Salon que trabalha com o modelo híbrido mas encontra soluções para o modelo DC.

### 7.3.1 Algoritmo de Garver com redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo de transportes. Deve-se observar que a solução ótima para o modelo de transportes para o caso com redespacho é igual a  $v = 53.340.000$  US \$ encontrado em [28] após resolver 260 PL's. Por outro lado, o algoritmo de

Garver encontra uma solução com investimento  $v = 63.163.000$  US \$ [36] após resolver 13 PL's.

Na figura 3, é apresentado a estrutura tipo *Branch and Bound* do AHC proposto. Os testes foram realizados usando os valores  $n_{ij}^c = 0,35$  e  $c_{ij}^c = 35.000.000$  US \$. O algoritmo encontrou a solução ótima para o modelo de transportes após gerar 34 nós na estrutura *Branch and Bound* e resolver 27 PL's. Neste caso foi usado como teste de sondagem o valor da incumbente e após sondar um nó, o próximo nó escolhido era aquele de menor valor de  $v_{inf}$ . A solução ótima com  $v = 53.340.000$  US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{5-11} = 2 \quad n_{46-11} = 1 \quad n_{33-34} = 1$$

Na figura 3,  $v1$  é o investimento parcial dos circuitos já adicionados,  $v2$  é o investimento restante do modelo relaxado fornecido pelo algoritmo de PL e  $v$  é o investimento total. Deve-se observar que a primeira topologia factível para o modelo de transportes encontrada é aquela encontrada pelo algoritmo de Garver e identificado pelo nó 8. A solução ótima está indicada no nó 23. Quando foi escolhido como teste de sondagem o valor de  $v$  do AHC de Garver, isto é, quando pretendeu-se encontrar topologias factíveis e de investimento menores que o encontrado pelo algoritmo de Garver além da melhor topologia encontrada pelo algoritmo, então, o algoritmo encontrou duas topologias factíveis de excelente qualidade e com valores de  $v = 57.005.000$  US \$ (ver os nós 30 e 32 na figura 3).

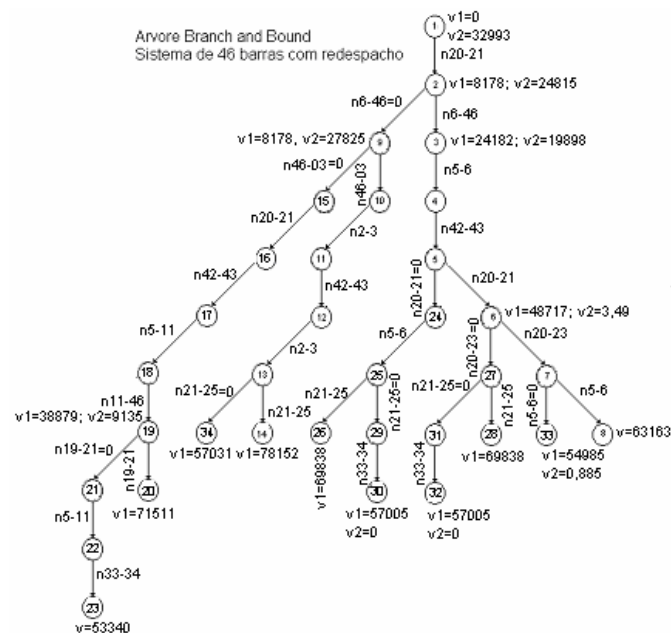


Figura 3: Árvore-Solução para 46 barras com reprogramação

### 7.3.2 Algoritmo de Garver sem redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo de transportes sem redespacho. Deve-se observar que, neste caso, a solução ótima é igual a  $v = 127.272.000$  US \$ encontrado em [28] após resolver em torno de 12000 PL's. Por outro lado, o algoritmo de Garver encontra uma solução com investimento  $v = 154.100.000$  US \$ [36] após resolver 28 PL's. Neste caso, foi realizado um teste com os valores  $n_{ij}^c = 0,45$  e  $c_{ij}^c = 35.000.000$  US \$. O algoritmo soluciona o problema para o modelo de transportes após resolver 3011 PL's, encontrando a solução ótima após resolver 1803 PL's. A solução ótima com  $v = 127.272.000$  US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{14-22} = 1 & n_{20-21} = 2 & n_{42-43} = 2 & n_{05-11} = 2 & n_{25-32} = 1 & n_{31-32} = 1 \\ n_{28-31} = 1 & n_{11-46} = 1 & n_{24-25} = 2 & & & \end{array}$$

Deve-se observar que caso for usado o valor de  $n_{ij}^c = 0,40$ , o algoritmo encontra apenas uma solução ótima local de  $v = 130.943.000$  US \$.

### 7.3.3 Algoritmo de Villasana-Garver-Salon com redespacho

Neste caso, pretendeu-se resolver o modelo DC com redespacho usando o algoritmo VGS. Deve-se observar que, neste caso, a solução ótima é igual a  $v = 70.289.000$  US \$ encontrado usando decomposição de Benders após resolver milhares de PL's. Por outro lado, o algoritmo VGS encontra uma solução com investimento  $v = 95.795.000$  US\$ após resolver 15 PL's. Neste caso foi realizado um teste com os valores  $n_{ij}^c = 0,35$  e  $c_{ij}^c = 35.000.000$  US \$. O algoritmo encontrou a solução ótima para o modelo DC após resolver 115 PL's. A solução ótima com  $v = 70.289.000$  US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{13-20} = 1 & n_{20-23} = 1 & n_{20-21} = 2 & n_{42-43} = 1 & n_{46-06} = 1 & n_{05-06} = 2 \end{array}$$

### 7.3.4 Algoritmo de Villasana-Garver-Salon sem redespacho

Neste caso pretendeu-se resolver o modelo DC sem redespacho usando o algoritmo VGS. Deve-se observar que neste caso a solução ótima é igual a  $v = 154.420.000$  US \$ encontrado usando decomposição de Benders após resolver dezenas de milhares de PL's. Por outro lado, o algoritmo VGS encontra uma solução com investimento  $v = 166.041.000$  US \$ após resolver 24 PL's. Neste caso, foi realizado um teste com os valores  $n_{ij}^c = 0,40$  e  $c_{ij}^c$

=35.000.000 US \$. O algoritmo encontrou a configuração ótima para o modelo DC após resolver 1175 PL's, encontrando a solução ótima após resolver 259 PL's. A solução ótima com  $v = 154.420.000$  US \$ apresenta a seguinte topologia:

$$\begin{array}{llllll} n_{20-21} = 1 & n_{42-43} = 2 & n_{46-06} = 1 & n_{19-25} = 1 & n_{31-32} = 1 & n_{28-30} = 1 \\ n_{26-29} = 3 & n_{24-25} = 2 & n_{29-30} = 2 & n_{05-06} = 2 & & \end{array}$$

Deve-se observar que também neste caso se for usado um valor de  $n_{ij}^c = 0,35$ , o algoritmo não encontra o ótimo global.



## Capítulo 8

### Conclusões

Neste trabalho, foram analisados seis algoritmos: (1) algoritmo de Garver, (2) algoritmo para solução da modelagem híbrida, (3) algoritmo de Villasana Garver Salon, (4) algoritmo para solução do modelo DC, (5) AHC em estrutura *Branch and Bound* e (6) algoritmo *Branch and Bound* para o modelo linear disjuntivo.

Os algoritmos (1), (2) e (3) foram aplicados, além do planejamento estático, também no planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão.

As topologias encontradas por AHC apresentam vários atrativos adicionais no contexto atual de pesquisas em planejamento de sistemas de transmissão, tais como: (1) essas soluções podem ser usadas como bounds em algoritmos tipo branch and bound para encontrar as soluções ótimas do modelo DC, (2) essas topologias podem ser usadas para gerar topologias iniciais de metaheurísticas mais poderosas como algoritmo genético, busca tabu, etc. e (3) essas topologias podem ser usadas como topologias de elite para estratégias eficientes em algoritmos tipo busca tabu como, por exemplo path relinking. Portanto topologias geradas pelos AHC podem ser usadas para melhorar o desempenho de metaheurísticas como os apresentados em [7, 8, 9]. Uma boa revisão sobre modelos matemáticos e técnicas de otimização usadas em planejamento de sistemas de transmissão pode ser encontrada em [10].

O algoritmo de Garver encontrou topologias de qualidade para todos os sistemas testados. Sua eficiência diminui com o incremento de complexidade do problema. Quando a proposta foi estendida para o planejamento multi-estágio, os resultados obtidos foram promissores. Também foram analisados os indicadores de sensibilidade e formas alternativas desses indicadores.

No capítulo 4 foram apresentados 2 versões de um algoritmo heurístico construtivo para resolver problemas de expansão da transmissão que utilizavam, como modelagem matemática, o modelo híbrido. A proposta foi estendida para o planejamento multiestágio, apresentando excelentes resultados. Os testes com as versões mostraram um desempenho eficiente e mostraram os “pitfalls” que podem acontecer neste tipo de algoritmo. O algoritmo é rápido e robusto.

O algoritmo de VGS é um dos mais eficientes da família de algoritmos heurísticos construtivos. Também verificou-se, este desempenho, para o planejamento multiestágio. Uma característica muito importante do algoritmo de VGS é que este encontra uma topologia de boa qualidade para o modelo DC resolvendo, em cada passo, apenas um PL. Um dos problemas deste algoritmo acontece nas fases iniciais do processo em que circuitos muito importantes competem e a escolha de um deles inviabiliza os outros e nas fases finais do processo quando os valores de investimento não inteiros fornecidos pelo PL são muito pequenos, ou seja, quando aparece valores de  $n_{ij}$  muito pequenos. Assim, é possível desenvolver algoritmos heurísticos construtivos mais eficientes encontrando formas adequadas para contornar os problemas mencionados anteriormente. Uma alternativa consistiria em desenvolver um algoritmo heurístico em estrutura tipo *Branch and Bound* em que o módulo básico seria um AHC que seria ramificado se o valor do circuito escolhido estivesse acima de um valor previamente especificado (os circuitos mais importantes geralmente tem valores elevados) e se o valor do  $n_{ij}$  escolhido estivesse abaixo de um valor previamente especificado.

Um algoritmo deste tipo foi desenvolvido e apresentado no capítulo 7. O algoritmo foi testado em sistemas de médio porte. Os resultados obtidos foram excelentes, com tempos de processamento muito inferiores, quando comparados aos tempos de processamento utilizados por algoritmos B&B tradicionais. O número de soluções de PL's para se determinar as soluções ótimas foram bastante reduzidos, para os dois casos testados.

No capítulo 6 foi desenvolvido um algoritmo que trabalha diretamente com o modelo DC. O algoritmo proposto encontrou soluções de excelente qualidade para o modelo DC como foi verificado nos testes apresentados. O algoritmo apresentou excelente desempenho para sistemas com pequena e média complexidades. A grande vantagem deste algoritmo é que ele trabalha diretamente com a solução do modelo DC, com as variáveis inteiras relaxadas,

produzindo informação de excelente qualidade para o indicador de sensibilidade que identifica o circuito mais adequado e que deverá ser adicionado ao sistema. Também deve ser observado que a maior dificuldade na implementação do algoritmo é a disponibilidade de um software de PNL que seja robusto e confiável e que permita usar o algoritmo em testes com sistemas grandes e complexos, assim como estender o algoritmo para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão.

Na fase de resultados não foram mencionados os tempos de processamento. Deve-se mencionar que os AHC são muito rápidos e convergem em tempos de processamento muito pequenos para trabalhos de planejamento e também, quando são comparados com os tempos de processamento necessários nos algoritmos de Otimização Clássica e nas Metaheurísticas. Entretanto, em todos os testes foram mencionados o número de problemas de PL ou PNL necessários para convergência nos testes. Desta forma, quase todo o tempo de processamento requerido pelos AHC apresentados são utilizados para resolver os problemas de PL ou PNL.

Em anexo, é apresentado um algoritmo *Branch and Bound* que utiliza o modelo linear disjuntivo para a síntese de redes de sistemas de transmissão. O algoritmo foi testado em sistemas de pequeno porte. Em ambos os testes foram encontradas as soluções ótimas. Assim, verificou-se a convergência e a eficiência do algoritmo e da modelagem matemática, empregados para a solução de sistemas de pequeno porte. Como sugestão para trabalhos futuros, melhorias poderiam ser implementadas no algoritmo, como a inclusão de características especiais para a solução deste problema específico e de técnicas de pseudocustos e comparação de custos para a seleção dos subproblemas e variáveis candidatas, com o objetivo de diminuir o tamanho da árvore de busca, tornando o processo de busca mais rápido e menos complexo, tornando possível testes iniciais em sistemas mais complexos.

Também em Anexo, são mostradas tabelas com os principais resultados obtidos os algoritmos desenvolvidos.

## Referências Bibliográficas

- [1] *L.L. Garver*: "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688-1697, September - October, 1970.
- [2] *A. Monticelli, A. Santos Jr, M. V. F. Pereira, S. H. Cunha, B. J. Parker, J. C. G. Praça*: "Interactive Transmission Network Planning Using a Least - Effort Criterion", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-101, nº 10, October, 1982.
- [3] *M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto*: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, nº 2, pp 381-389, February, 1985.
- [4] *R. Villasana, L. L. Garver, S. J. Salon*: "Transmission Network Planning Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-104, nº 2, February 1985.
- [5] *V. A. Levi, M. S. Calovic*: "A New Decomposition Based Method for Optimal Expansion Planning of Large Transmission Networks", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, nº 3, pp 937-943, October, 1991.
- [6] *M. V. P. Pereira, L. M. V. G. Pinto., G. C. Oliveira, S. H. F. Cunha*: "Composite Generation Transmission Expansion Planning", EPRI Research Project 2473-9, EL-5179, 1987.
- [7] *R. Romero, A. Monticelli*: "A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, nº 1, pp. 373-380, February 1994.
- [8] *R. A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero*: "Comparative Studies of Non-Convex Optimization Methods for Transmission Network Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol.13, nº 3, August 1998.
- [9] *C. R. Rocha*: "Algoritmo Heurístico Integrado Aplicado ao Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo", dissertação de Mestrado, DEE-FEIS-UNESP, Outubro de 1999.
- [10] *H. Crowder, M. W. Padberg*: "Solving large-scale symmetric traveling salesman problems to optimality", Management Science 26, 495-509, 1980.
- [11] *M. Grotschel, O. Holland*: "Solution of large-scale symmetric traveling salesman problems", Mathematical Programming 51, 141-202, 1991.
- [12] *M. Junger, G. Reinelt, S. Thienes*: "Provably good solutions for the traveling salesman problem", Zeitschreft fur Operations Research 40, 183-217, 1994.
- [13] *J. M. Gauthier, G. Ribiere*: "Experiments in mixed-integer linear programming using pseudo costs" Mathematical Programming 12, 26-47, 1977.
- [14] *E. M. L. Beale*: "Branch and Bound methods for mathematical programming systems", Annals of Discrete Mathematics 5, 201-219, 1979.

- [15] *E. Balas, P. Toth*: "Branch and Bound methods", in: E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, D. B. Shmoys, *The traveling salesman problem*, John Wiley & Sons, Chichester, 361-401, 1985.
- [16] *Cplex*: "Using the Cplex callable library and Cplex mixed integer library", Cplex Optimization, Inc, 1994.
- [17] *M. Grotschel, M. Junger, G. Reinelt*: "A cutting plane algorithm for the linear ordering problem", *Operations Research* 32, 1195-1220, 1984.
- [18] *M. W. Padberg*: "Linear optimization and extensions", Springer, Berlin, 1995.
- [19] *J. Desrosters, F. Soumis, M. Desrochers*: "Routing with time windows by column generation", *Networks* 14, 545-565, 1984.
- [20] *A. A. Farley*: "A note on bounding a class of linear programming problems, including cutting stock problems", *Operations Research* 38, 922-923, 1990.
- [21] *E. L. Lawler*: "Procedure for computing the k-best solutions to discrete optimization problems and its applications to the shortest path problem", *Management Science* 18, 401-405, 1972.
- [22] *C. C. Ribeiro, M. Minoux, M. C. Penna*: "An optimal Column-generation-with-ranking algorithm for very large scale set partitioning problems in traffic assignment", *European Journal of Operational Research* 41, 232-239, 1989.
- [23] *S. Binato*: "Expansão Ótima de Sistemas de Transmissão através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes", Tese de doutoramento – Universidade Federal do Rio de Janeiro, abril de 2000
- [24] *Ramon A. Gallego, Ruben Romero, Alcir J. Monticelli*: "Tabu Search Algorithm for Network Syntesis", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.15, nº 2, maio de 2000
- [25] *E. L. Silva, J. M. A. Ortiz, G.C. Oliveira, S. Binato*: "Transmission Network Expansion Planning Under a Tabu Search Approach", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.16, nº 1, fevereiro de 2001
- [26] *E. L. Silva, H. A. Gil, J.M. A. Ortiz*: "Transmission Network Expansion Planning Under an Improved Genetic Algorithm", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.15, nº 3, agosto de 2000
- [27] *D. E. Goldberg*: "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison Wesley, Reading, Mass., 1989
- [28] *S. Haffner, A. J. Monticelli, A. Garcia, R. Romero*: "Specialized Branch And Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning", *IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib.*, Vol.148, nº 5, setembro de 2001
- [29] *S. Haffner, A. J. Monticelli, A. Garcia, J. Mantovani, R. Romero*: "Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning using a Transportation Model", *IEE Proc.- Gener. Transm. Distrib.*, Vol.147, nº 3, maio de 2000
- [30] *S. Binato, M. V. F. Pereira, S. Granville*: "A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems", *IEEE Transactions on Power System*, Vol.16, nº 2, maio de 2001

- [31] *S. Binato, G. C. Oliveira, J. L. Araújo*: “A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for Transmission Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power System, Vol.16, nº 2, maio de 2001
- [32] *L. B., G. C. Oliveira, M Pereira*: “A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion”, IEEE Transactions on Power System, Vol.16, nº 3, agosto de 2001
- [33] *Dash Associates*: “XPRESS - MP”, User Guide and reference manual, <http://www.dashoptimization.com>.
- [34] *A. Diaz, F. Glover, H. Ghasiri, J.L. Gonzales, M. Laguna, P. Moscato, F.T. Tseng*: “Optimization Heurística y redes neuronales”, Editorial Paraninfo, Madri, 1996.
- [35] *R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia., and S. Haffner*: “Test system and mathematical models for transmission network expansion planning”, IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2002, 148. (5). pp. 482-488.
- [36] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani*: “Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in Static and multistage planning in network expansion systems”, IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.
- [37] *R. Gallego; A Monticelli; R. Romero*: “Tabu search algorithm for network synthesis”, IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [38] *R. A. Gallego; A. Monticelli; R. Romero*: “Tabu search algorithm for network synthesis”, IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15, (2), pp. 490-495.
- [39] *R. Fang, D.J Hill*: “A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets”, IEEE Transactions on Power Systems, 2003, 18, (1), pp. 374-380.
- [40] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani*: “Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning”, artigo submetido a Revista de nível internacional.
- [41] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; E. Asada*: “Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning”, artigo submetido a revista de nível internacional.
- [42] *R. Romero; C. Rocha; J.R.S. Mantovani, I.G. Sánchez*: “Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning”, artigo aceito para publicação em IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution.
- [43] *C. Rocha; R. Romero; J.R.S. Mantovani*, “Análise do modelo de Transportes e do Algoritmo de Villasana Garver Salon e Aplicação no Planejamento Multiestágio da Expansão de Sistemas de Transmissão”, artigo aceito em XXIV IEEE CONCAPAN.
- [44] *Gams*: “User’s Guide and reference manual”, 2001.
- [45] *T.A. Fev, M.G.C. Resende*: “Greedy Randomized Adateive Search Procedures”, Journal of Global Optimization, 6, pp. 109-133, 1995.
- [46] *F. Glover, M.Laguna*, “Tabu Search”, Kluwer Academic Publishers, 1996.

## Apêndice

## Apêndice A

### Dados dos Sistemas Testes

#### A.1 SISTEMA DE 6 BARRAS DE GARVER

##### A.1.1 Dados das barras

A.1.1.1 Dados das barras considerando a reprogramação da geração

<i>Nº da barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	150	80
2	0	240
3	360	40
4	0	160
5	0	240
6	600	0

A.1.1.2 Dados das barras sem considerar a reprogramação da geração

<i>Nº da barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	50	80
2	0	240
3	165	40
4	0	160
5	0	240
6	545	0

##### A.1.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 6 BARRAS					
<i>Nº da linha</i>	<i>Barra inicial</i>	<i>Barra final</i>	<i>Capacidade de Transmissão (MW)</i>	<i>Reatância <math>\Omega</math></i>	<i>Custo US\$. 10<sup>3</sup></i>
1	1	2	100	0,4	40
2	1	3	100	0,38	38
3	1	4	80	0,6	60
4	1	5	100	0,2	20
5	1	6	70	0,68	68
6	2	3	100	0,2	20
7	2	4	100	0,4	40
8	2	5	100	0,31	31
9	2	6	100	0,30	30
10	3	4	82	0,59	59
11	3	5	100	0,20	20
12	3	6	100	0,48	48
13	4	5	75	0,63	63
14	4	6	100	0,3	30
15	5	6	78	0,61	61



## A.2 SISTEMA SUL BRASILEIRO DE 46 BARRAS

### A.2.1 Dados das barras

A.2.1.1 Dados das barras com a reprogramação da geração

Nº da barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	0
2	0	443,1
3	0	0
4	0	300,7
5	0	238
6	0	0
7	0	0
8	0	72,8
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	511,9
13	0	185,8
14	1257	0
15	0	0
16	2000	0
17	1050	0
18	0	0
19	1670	0
20	0	1091,2
21	0	0
22	0	81,9
23	0	458,1
24	0	478,2
25	0	0
26	0	231,9
27	220	0
28	800	0
29	0	0
30	0	0
31	700	0
32	500	0
33	0	229,1
34	748	0
35	0	216
36	0	90,1
37	300	0
38	0	216
39	600	0
40	0	262,1
41	0	0
42	0	1607,9
43	0	0
44	0	79,1
45	0	86,7
46	700	0

A.2.1.2 Dados das barras sem a reprogramação da geração

Nº da barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	0	0
2	0	443,1
3	0	0
4	0	300,7
5	0	238,0
6	0	0
7	0	0
8	0	72,2
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	511,9
13	0	185,8
14	944,0	0
15	0	0
16	1366,0	0
17	1000,0	0
18	0	0
19	773,0	0
20	0	1091,2
21	0	0
22	0	81,9
23	0	458,1
24	0	478,2
25	0	0
26	0	231,9
27	54,0	0
28	730,0	0
29	0	0
30	0	0
31	310,0	0
32	450,0	0
33	0	229,1
34	221,0	0
35	0	216,0
36	0	90,1
37	212,0	0
38	0	216,0
39	221,0	0
40	0	262,1
41	0	0
42	0	1607,9
43	0	0
44	0	79,1
45	0	86,7
46	599,0	0

## A.2.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 46 BARRAS					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Retância $\Omega$	Custo (US\$,10 <sup>6</sup> )
1	1	7	270	0,0616	4349
2	1	2	270	0,1065	7076
3	4	9	270	0,0924	6217
4	5	9	270	0,1173	7732
5	5	8	270	0,1132	7480
6	7	8	270	0,1023	6823
7	4	5	270	0,0566	4046
8	2	5	270	0,0324	2581
9	8	13	240	0,1348	8793
10	9	14	220	0,1756	11267
11	12	14	270	0,0740	5106
12	14	18	240	0,1514	9803
13	13	18	220	0,1805	11570
14	13	20	270	0,1073	7126
15	18	20	200	0,1997	12732
16	19	21	1500	0,0278	32632
17	16	17	2000	0,0078	10505
18	17	19	2000	0,0061	8715
19	14	26	220	0,1614	10409
20	14	22	270	0,0840	5712
21	22	26	270	0,0790	5409
22	20	23	270	0,0932	6268
23	23	24	270	0,0774	5308
24	26	27	270	0,0832	5662
25	24	34	220	0,1647	10611
26	24	33	240	0,1448	9399
27	33	24	270	0,1265	8288
28	27	36	270	0,0915	6167
29	27	38	200	0,2080	13237
30	36	37	270	0,1057	7025
31	34	35	270	0,0491	3591
32	35	38	200	0,1980	12631
33	37	39	270	0,0283	2329
34	37	40	270	0,1281	8389
35	37	42	200	0,2105	13388
36	39	42	200	0,2030	12934
37	40	42	270	0,0932	6268
38	38	42	270	0,0907	6116
39	32	43	1400	0,0309	35957
40	42	44	270	0,1206	7934
41	44	45	200	0,1864	11924
42	19	32	1800	0,0195	23423
43	46	19	1800	0,0222	26365
44	46	16	1800	0,0203	24309
45	18	19	600	0,0125	8178
46	20	21	600	0,0125	8178
47	42	43	600	0,0125	8178
48	2	4	270	0,0882	5965
49	14	15	270	0,0374	2884
50	46	10	2000	0,0081	10889
51	4	11	240	0,2246	14247
52	5	11	270	0,0915	6167
53	46	6	2000	0,0128	16005
54	46	3	1800	0,0203	24319
55	16	28	1800	0,0222	26365
56	16	32	1400	0,0311	36213
57	17	32	1700	0,0232	27516
58	19	25	1400	0,0325	37748
59	21	25	2000	0,0174	21121
60	25	32	1400	0,0319	37109
61	31	32	2000	0,0046	7052
62	28	31	2000	0,0053	7819
63	28	30	2000	0,0058	8331
64	27	29	270	0,0998	6672
65	26	29	270	0,0541	3894
66	28	41	1300	0,0339	39283
67	28	43	1200	0,0406	46701
68	31	41	1500	0,0278	32632
69	32	41	1400	0,0309	35957
70	41	43	2000	0,0139	17284
71	40	45	180	0,2205	13994
72	15	16	600	0,0125	8178
73	46	11	600	0,0125	8178
74	24	25	600	0,0125	8178
75	29	30	600	0,0125	8178
76	40	41	600	0,0125	8178
77	2	3	600	0,0125	8178
78	5	6	600	0,0125	8178
79	9	10	600	0,0125	8178

## A.3 SISTEMA NORDESTE BRASILEIRO DE 87 BARRAS

## A.3.1.1 Dados das barras (Plano P1)

<i>Nº da Barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>	<i>Nº da Barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	0	1857	46	0	205
2	4048	0	47	0	0
3	0	0	48	0	347
4	517	0	49	0	777
5	0	0	50	0	5189
6	0	0	51	0	290
7	0	31	52	0	707
8	403	0	53	0	0
9	465	0	54	0.5	0
10	538	0	55	0	0
11	2200	0	56	0	0
12	2257	0	57	0	0
13	4510	0	58	0	0
14	542	0	59	0	0
15	0	0	60	0	0
16	0	0	61	0.5	0
17	0	0	62	0	0
18	0	0	63	0	0
19	0	86	64	0	0
20	0	125	65	0.5	0
21	0	722	66	0	0
22	0	291	67	1242	0
23	0	58	68	888	0
24	0	159	69	902	0
25	0	1502	70	0	0
26	0	47	71	0.5	0
27	0	378	72	0.5	0
28	0	189	73	0	0
29	0	47	74	0	0
30	0	189	75	0.5	0
31	0	110	76	0	0
32	0	0	77	0	0
33	0	0	78	0	0
34	0	28	79	0.5	0
35	1635	0	80	0.5	0
36	0	225	81	0	0
37	169	0	82	0.5	0
38	0	0	83	0.5	0
39	0	186	84	0	0
40	0	1201	85	0	487
41	0	520	86	0	0
42	0	341	87	0	0
43	0.5	0			
44	0	4022			
45	0	0			

## A.3.1.2 Dados das barras (Plano P2)

<i>Nº da Barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>	<i>Nº da Barra</i>	<i>Geração (MW)</i>	<i>Carga (MW)</i>
1	0	2747	46	0	297
2	4550	0	47	0	0
3	0	0	48	0	432
4	6422	0	49	0	1124
5	0	0	50	0	7628
6	0	0	51	0	420
7	0	31	52	0	1024
8	82	0	53	0	0
9	465	0	54	0.5	0
10	538	0	55	0	0
11	2268	0	56	0	0
12	4312	0	57	0	0
13	5900	0	58	0	0
14	542	0	59	0	0
15	0	0	60	0	0
16	0	0	61	0.5	0
17	0	0	62	0	0
18	0	0	63	0	0
19	0	125	64	0	0
20	0	181	65	0.5	0
21	0	1044	66	0	0
22	0	446	67	1242	0
23	0	84	68	888	0
24	0	230	69	902	0
25	0	2273	70	0	0
26	0	68	71	0	0
27	0	546	72	0	0
28	0	273	73	0	0
29	0	68	74	0	0
30	0	273	75	0	0
31	0	225	76	0	0
32	0	0	77	0	0
33	0	0	78	0	0
34	0	107	79	0	0
35	1531	0	80	0	0
36	0	325	81	0	0
37	114	0	82	0	0
38	0	0	83	0	0
39	0	269	84	0	0
40	0	1738	85	0	705
41	0	752	86	0	0
42	0	494	87	0	0
43	0.5	0			
44	0	5819			
45	0	0			

## A.3.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância $\Omega$	Custo (US\$.10 <sup>6</sup> )
1	1	2	1000	0,0374	44056
2	2	4	1000	0,0406	48880
3	2	60	1000	0,0435	52230
4	2	87	1000	0,0259	31192
5	3	71	3200	0,0078	92253
6	3	81	3200	0,0049	60153
7	3	83	3200	0,0043	53253
8	3	87	1200	0,0058	21232
9	4	5	1000	0,0435	52230
10	4	6	1000	0,0487	58260
11	4	32	300	0,0233	7510
12	4	60	1000	0,0215	26770
13	4	68	1000	0,007	10020
14	4	69	1000	0,0162	20740
15	4	81	1200	0,0058	21232
16	4	87	1000	0,0218	26502
17	5	6	1000	0,0241	29852
18	5	38	600	0,0117	8926
19	5	56	1000	0,0235	29182
20	5	58	1000	0,022	27440
21	5	60	1000	0,0261	32130
22	5	68	1000	0,0406	48880
23	5	70	1000	0,0464	55580
24	5	80	1200	0,0058	21232
25	6	7	1000	0,0288	35212
26	6	37	300	0,0233	7510
27	6	67	1000	0,0464	55580
28	6	68	1000	0,0476	56920
29	6	70	1000	0,0371	44860
30	6	75	1200	0,0058	21232
31	7	8	1000	0,0234	29048
32	7	53	1000	0,0452	54240
33	7	62	1000	0,0255	31460
34	8	9	1000	0,0186	23420
35	8	12	1000	0,0394	47540
36	8	17	1000	0,0447	53570
37	8	53	1200	0,0365	44190
38	8	62	1000	0,0429	51560
39	8	73	1200	0,0058	21232
40	9	10	1000	0,0046	7340
41	10	11	1000	0,0133	17390
42	11	12	1200	0,0041	6670
43	11	15	1200	0,0297	36284
44	11	17	1200	0,0286	35078
45	11	53	1000	0,0254	31326
46	12	13	1200	0,0046	7340
47	12	15	1200	0,0256	31594
48	12	17	1200	0,0246	30388
49	12	35	600	0,0117	8926
50	12	84	1200	0,0058	21232
51	13	14	1200	0,0075	10690
52	13	15	1200	0,0215	26770
53	13	17	1200	0,0232	28780
54	13	45	1200	0,0290	35480
55	13	59	1200	0,0232	28780
56	14	17	1200	0,0232	28780
57	14	45	1200	0,0232	28780
58	14	59	1200	0,0157	20070
59	15	16	1200	0,0197	24760
60	15	45	1200	0,0103	13906
61	15	46	600	0,0117	8926
62	15	53	1000	0,0423	50890
63	16	44	600	0,0117	8926
64	16	45	1200	0,022	27440
65	16	61	1000	0,0128	16720
66	16	77	1200	0,0058	21232
67	17	18	1200	0,017	21678
68	17	59	1200	0,017	21678
69	18	50	600	0,0117	8926
70	18	59	1200	0,0331	40170
71	18	74	1200	0,0058	21232
72	19	20	170	0,0934	5885
73	19	22	170	0,1877	11165
74	20	21	300	0,0715	6960
75	20	21	170	0,1032	6435
76	20	38	300	0,1382	12840
77	20	56	600	0,0117	8926
78	20	66	170	0,2064	12210
79	21	57	600	0,0117	8926

## DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS (continuação)

<i>Nº da linha</i>	<i>Barra inicial</i>	<i>Barra final</i>	<i>Capacidade de Transmissão (MW)</i>	<i>Restância Ω</i>	<i>Custo (US\$.10<sup>6</sup>)</i>
80	22	23	170	0,1514	9130
81	22	37	170	0,2015	11935
82	22	58	300	0,0233	7510
83	23	24	170	0,1651	9900
84	24	25	170	0,2153	12705
85	24	43	300	0,0233	7510
86	25	26	300	0,1073	29636
87	25	26	170	0,1691	10120
88	25	55	600	0,0117	8926
89	26	27	300	0,1404	25500
90	26	27	170	0,2212	12760
91	26	29	170	0,1081	6710
92	26	54	600	0,0117	8926
93	27	28	170	0,0826	5335
94	27	35	300	0,1367	25000
95	27	53	600	0,0117	8926
96	28	35	170	0,1671	9900
97	29	30	170	0,0688	4510
98	30	31	170	0,0639	4235
99	30	63	300	0,0233	7510
100	31	34	170	0,1406	8525
101	32	33	170	0,1966	11660
102	33	67	300	0,0233	7510
103	34	39	170	0,116	7150
104	34	39	80	0,2968	6335
105	34	41	170	0,0993	6215
106	35	46	170	0,2172	12705
107	35	47	170	0,1327	8085
108	35	51	170	0,1602	9625
109	36	39	170	0,1189	7315
110	36	46	170	0,0639	4235
111	39	42	170	0,0973	6105
112	39	86	300	0,0233	7510
113	40	45	600	0,0117	8926
114	40	46	170	0,0875	5500
115	41	64	300	0,0233	7510
116	42	44	170	0,0698	4565
117	42	85	170	0,0501	3465
118	43	55	1000	0,0254	31326
119	43	58	1000	0,0313	38160
120	44	46	170	0,1671	10010
121	47	48	170	0,1966	11660
122	48	49	170	0,0757	4895
123	48	50	170	0,0256	2090
124	48	51	170	0,2163	12760
125	49	50	170	0,0835	5335
126	51	52	170	0,056	3795
127	52	59	600	0,0117	8926
128	53	54	1000	0,027	32120
129	53	70	1000	0,0371	44860
130	53	76	1200	0,0058	21232
131	53	86	1000	0,0389	46870
132	54	55	1000	0,0206	25028
133	54	58	1000	0,051	60940
134	54	63	1000	0,0203	25430
135	54	70	1000	0,036	43520
136	54	79	1200	0,0058	21232
137	56	57	1000	0,0122	16050
138	58	78	1200	0,0058	21232
139	60	66	300	0,0233	7510
140	60	87	1000	0,0377	45530
141	61	64	1000	0,0186	23420
142	61	85	300	0,0233	7510
143	61	86	1000	0,0139	18060
144	62	67	1000	0,0464	55580
145	62	68	1000	0,0557	66300
146	62	72	1200	0,0058	21232
147	63	64	1000	0,029	35480
148	65	66	170	0,3146	18260
149	65	87	300	0,0233	7510
150	67	68	1000	0,029	35480
151	67	69	1000	0,0209	26100
152	67	71	1200	0,0058	21232
153	68	69	1000	0,0139	18060
154	68	83	1200	0,0058	21232
155	68	87	1000	0,0186	23240
156	69	87	1000	0,0139	18060
157	70	82	1200	0,0058	21232
158	71	72	3200	0,0108	125253
159	71	75	3200	0,0108	125253
160	71	83	3200	0,0067	80253
161	72	73	3200	0,01	116253
162	72	83	3200	0,013	149253
163	73	74	3200	0,013	149253
164	73	75	3200	0,013	149253
165	73	84	3200	0,0092	107253
166	74	84	3200	0,0108	125253
167	75	76	3200	0,0162	185253
168	75	81	3200	0,0113	131253
169	75	82	3200	0,0086	101253

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE 87 BARRAS (continuação)

Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância $\Omega$	Custo (US\$.10 <sup>9</sup> )
170	75	83	3200	0,0111	128253
171	76	77	3200	0,013	149253
172	76	82	3200	0,0086	101253
173	76	84	3200	0,0059	70953
174	77	79	3200	0,0151	173253
175	77	84	3200	0,0115	132753
176	78	79	3200	0,0119	137253
177	78	80	3200	0,0051	62253
178	79	82	3200	0,0084	98253
179	80	81	3200	0,0101	117753
180	80	82	3200	0,0108	125253
181	80	83	3200	0,0094	110253
182	81	83	3200	0,0016	23253
183	82	84	3200	0,0135	153253

#### A.4 SISTEMA COLOMBIANO

##### A.4.1.1 Dados das barras (Plano P1)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)	Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0	48	775	600
2	4048	352.9	49	0	130
3	0	393	50	240	424
4	517	0	51	0	128
5	40	235	52	0	38
6	34	0	53	280	0
7	0	300	54	0	76
8	100	339	55	40	223
9	0	348	56	0	0
10	0	60	57	0	226
11	80	147	58	190	0
12	47	0	59	160	0
13	0	174	60	1191	0
14	0	0	61	155	0
15	0	377	62	0	0
16	0	236	63	900	35
17	35	136	64	0	88
18	480	36.2	65	0	132
19	900	19.6	66	200	0
20	0	202.4	67	474	266
21	0	186	68	0	0
22	200	53	69	0	71.4
23	0	203	70	30	0
24	120	0	71	0	315
25	86	0	72	0	0
26	70	0	73	0	0
27	0	266	74	0	0
28	0	326	75	0	0
29	618	339	76	40	0
30	0	137	77	0	55
31	189	234	78	0	36.65
32	0	126	79	0	98
33	0	165	80	0	60
34	0	77.5	81	0.5	0
35	200	172	82	0.5	0
36	0	112	83	0	0
37	138	118	84	0.5	0
38	0	86	85	0.5	0
39	0	180	86	0	0
40	305	0	87	0	487
41	70	54.8	88	0	0
42	0	102	89	0	0
43	0	35.4	90	0	0
44	23	257	91	0	0
45	950	0	92	0	0
46	150	121	93	0	0
47	0	41.15			

## A.4.1.2 Dados das barras (Plano P2)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0
2	165	406.53
3	0	490.5
4	0	0
5	40	293.56
6	34	0
7	0	374.26
8	230	423
9	0	434.12
10	0	74.21
11	108	183.9
12	47	0
13	0	217.26
14	0	0
15	0	470.17
16	0	294
17	35	169.57
18	540	45.2
19	1340	24.46
20	0	252.5
21	0	231.7
22	200	66.13
23	0	252.5
24	150	0
25	86	0
26	70	0
27	0	331.4
28	0	406.3
29	618	422.6
30	0	166.7
31	189	327.3
32	0	157.3
33	0	206.53
34	0	96.7
35	200	214.6
36	0	140
37	138	147.3
38	15	108.4
39	0	224
40	305	0
41	100	68.4
42	0	127.3
43	0	44.2
44	23	321.3
45	1208	0
46	150	151.7
47	0	51.5

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
48	885	750
49	0	162
50	240	528
51	0	159
52	0	46.5
53	320	0
54	0	95.3
55	40	279
56	0	0
57	130	281
58	190	0
59	160	0
60	1216	0
61	155	0
62	0	0
63	1090	44
64	0	110.55
65	0	165
66	300	0
67	474	332.45
68	0	0
69	0	89
70	180	0
71	211	393
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	40	0
77	0	70
78	0	45.1
79	0	123
80	0	72
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	0	0
85	0	0
86	300	0
87	0	0
88	0	0
89	0	0
90	0	0
91	0	0
92	0	0
93	0	0

## A.4.1.3 Dados das barras (Plano P3)

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
1	240	0
2	165	486.66
3	0	587.8
4	0	0
5	40	351.42
6	34	0
7	136	448.03
8	230	505.87
9	0	519.69
10	0	88.84
11	108	220.15
12	47	0
13	0	260.08
14	0	0
15	0	562.84
16	0	351.9
17	35	203
18	540	54.1
19	1340	29.28
20	45	302.27

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
21	0	277.44
22	200	79.17
23	0	302.27
24	150	0
25	86	0
26	70	0
27	0	396.71
28	14	486.39
29	618	505.96
30	0	199.55
31	189	391.88
32	0	188.33
33	0	247.24
34	0	115.81
35	200	256.86
36	44	167.29
37	138	176.3
38	15	129.72
39	15	268.19
40	305	0



**DADOS DAS BARRAS PARA SISTEMA  
COLOMBIANO PLANO P3  
(CONTINUAÇÃO)**

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
41	100	81.85
42	0	152.39
43	0	52.9
44	23	384.64
45	1208	0
46	150	181.62
47	0	61.6
48	885	896.26
49	0	193.27
50	240	632.75
51	0	190.45
52	0	55.6
53	320	0
54	0	114.19
55	40	333.59
56	0	0
57	130	336.94
58	190	0
59	160	0
60	1216	0
61	155	0
62	0	0
63	1090	52.77
64	280	132.35
65	0	197.58
66	300	0
67	474	397.98

Nº da Barra	Geração (MW)	Carga (MW)
68	0	0
69	0	106.61
70	180	0
71	424	471.21
72	0	0
73	0	0
74	0	0
75	0	0
76	40	0
77	0	82.85
78	0	54.07
79	300	146.87
80	0	88.34
81	0	0
82	0	0
83	0	0
84	500	0
85	0	0
86	850	0
87	0	0
88	300	0
89	0	0
90	0	0
91	0	0
92	0	0
93	0	0

#### A.4.2 Dados das linhas

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Resistência $\Omega$	Custo (US\$.10 <sup>6</sup> )
1	52	88	300	0,0980	34190
2	43	88	250	0,1816	39560
3	57	81	550	0,0219	58890
4	73	82	550	0,0374	97960
5	27	89	450	0,0267	13270
6	74	89	550	0,0034	14570
7	73	89	550	0,0246	66650
8	79	83	350	0,0457	15400
9	8	67	250	0,2240	29200
10	39	86	350	0,0545	9880
11	25	28	320	0,0565	9767
12	25	29	320	0,0570	9882
13	13	14	350	0,0009	3902
14	13	20	350	0,0178	5742
15	13	23	350	0,0277	7007
16	14	31	250	0,1307	18622
17	14	18	250	0,1494	20232
18	14	60	300	0,1067	15977
19	2	4	350	0,0271	6662
20	2	9	350	0,0122	5282
21	2	83	570	0,0200	5972
22	9	83	400	0,0200	5972
23	15	18	450	0,0365	7927
24	15	17	320	0,0483	9422
25	15	20	320	0,0513	9652
26	15	76	320	0,0414	9882
27	15	24	350	0,0145	5282
28	37	61	350	0,0139	4937
29	19	61	250	0,1105	16092
30	61	68	250	0,0789	12412
31	37	68	320	0,0544	9652
32	40	68	320	0,1320	18162
33	12	75	320	0,0641	11492
34	24	75	350	0,0161	5512
35	35	36	250	0,2074	27362
36	27	35	250	0,1498	22072
37	35	44	250	0,1358	20347
38	38	68	350	0,0389	7927
39	38	39	350	0,0300	6317
40	27	80	350	0,0242	7007
41	44	80	250	0,1014	17587
42	56	81	550	0,0114	32858
43	45	54	320	0,0946	13562

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO (continuação)					
Nº da linha	Barra inicial	Barra final	Capacidade de Transmissão (MW)	Reatância $\Omega$	Custo (US\$.10 <sup>6</sup> )
44	45	50	350	0,007	4362
45	10	78	350	0,0102	4937
46	7	78	350	0,0043	4132
47	30	64	250	0,1533	20577
48	30	65	250	0,0910	13677
49	30	72	350	0,0173	5512
50	55	57	600	0,0174	46808
51	57	84	600	0,0087	26658
52	55	84	600	0,0087	26658
53	56	57	600	0,0240	62618
54	9	77	350	0,0190	5857
55	77	79	350	0,0097	5167
56	1	59	350	0,0232	6202
57	59	67	250	0,1180	16667
58	8	59	250	0,1056	15402
59	1	3	250	0,1040	15862
60	3	71	450	0,0136	5167
61	3	6	350	0,0497	9422
62	55	62	550	0,0281	70988
63	47	52	350	0,0644	10572
64	51	52	250	0,0859	12872
65	29	31	250	0,1042	32981
66	41	42	350	0,0094	4707
67	40	42	350	0,0153	5167
68	46	53	250	0,1041	14597
69	46	51	250	0,1141	16322
70	69	70	350	0,0228	6202
71	66	69	250	0,1217	17127
72	9	69	350	0,1098	15747
73	60	69	350	0,0906	13677
74	31	32	350	0,0259	6547
75	32	34	350	0,0540	9767
76	16	18	350	0,0625	10917
77	16	23	350	0,0238	6892
78	16	21	350	0,0282	6892
79	31	34	250	0,0792	12412
80	31	33	350	0,0248	6432
81	31	60	250	0,1944	25982
82	31	72	350	0,0244	6317
83	47	54	250	0,1003	14252
84	47	49	250	0,0942	13562
85	18	58	350	0,0212	5742
86	18	20	350	0,0504	9537
87	18	66	350	0,0664	11377
88	18	21	350	0,0348	7467
89	18	22	350	0,0209	6432
90	19	22	350	0,0691	11722
91	4	5	350	0,0049	4247
92	5	6	350	0,0074	4477
93	17	23	250	0,0913	12987
94	17	76	350	0,0020	3902
95	12	17	350	0,0086	4707
96	1	71	250	0,0841	14367
97	1	8	250	0,0810	13217
98	1	11	250	0,0799	12527
99	4	36	250	0,0850	13562
100	19	58	320	0,0826	11722
101	27	64	350	0,0280	6777
102	27	28	350	0,0238	6202
103	27	44	250	0,0893	16322
104	26	27	350	0,0657	10917
105	27	29	350	0,0166	5052
106	19	66	350	0,0516	9307
107	73	74	600	0,0214	58278
108	64	65	350	0,0741	11837
109	29	64	350	0,0063	4362
110	4	34	270	0,1016	14942
111	34	70	350	0,0415	8272
112	33	34	320	0,1139	16322
113	8	71	400	0,0075	4477
114	54	63	320	0,0495	9077
115	48	63	350	0,0238	6317
116	67	68	250	0,1660	22072
117	39	68	350	0,0145	5282
118	8	9	350	0,0168	5972
119	79	87	350	0,0071	4477
120	8	87	350	0,0132	5167
121	39	43	250	0,1163	16552
122	41	43	250	0,1142	16322
123	23	24	350	0,0255	6317
124	21	22	350	0,0549	9882
125	26	28	350	0,0512	9307
126	28	29	350	0,0281	6777
127	6	10	350	0,0337	7582
128	33	72	350	0,0228	6202
129	39	40	250	0,1020	16207
130	12	76	350	0,0081	4707
131	48	54	350	0,0396	8042
132	50	54	250	0,0876	12872
133	62	73	750	0,0272	73158
134	49	53	250	0,1008	14252

DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA COLOMBIANO (continuação)					
<i>Nº da linha</i>	<i>Barra inicial</i>	<i>Barra final</i>	<i>Capacidade de Transmissão (MW)</i>	<i>Reatância <math>\Omega</math></i>	<i>Custo (US\$.10<sup>6</sup>)</i>
135	40	41	350	0,0186	5742
136	45	81	450	0,0267	13270
137	64	74	500	0,0267	13270
138	54	56	450	0,0267	13270
139	60	62	450	0,0257	13270
140	72	73	500	0,0267	13270
141	19	82	450	0,0267	13270
142	55	82	550	0,0290	77498
143	62	82	600	0,0101	30998
144	83	85	450	0,0267	13270
145	82	85	700	0,0341	89898
146	19	86	300	0,1513	20922
147	68	86	350	0,0404	8272
148	7	90	350	0,0050	4247
149	3	90	350	0,0074	4592
150	90	91	550	0,0267	13270
151	85	91	600	0,0139	40298
152	11	92	450	0,0267	13270
153	1	93	450	0,0267	13270
154	92	93	600	0,0097	30068
155	91	92	600	0,0088	27588

## Anexos

## Anexo A

# Algoritmo Branch and Bound para o Modelo Linear Disjuntivo

### 1. Introdução

Para a solução de problemas de programação inteira mista, não existem condições de otimalidade conhecidas para testar se uma dada solução viável é ótima a não ser através de comparação explícita ou implícita desta solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Este é o motivo pelo qual os problemas inteiros de otimização são resolvidos por intermédio de métodos de enumeração que buscam a solução ótima no conjunto das soluções viáveis.

Para resolver problemas de programação inteira existem diversos métodos mas, ao contrário dos problemas lineares, onde poucos algoritmos provaram ser adequados para a esmagadora maioria dos problemas, o sucesso nessa área, freqüentemente, requer métodos habilidosamente especializados para cada aplicação individual. Considerando este fato, na seção 2-3-2 foram apresentados os fundamentos teóricos necessários para a implementação computacional de um algoritmo Branch and Bound (especializado) aplicado ao problema de planejamento estático de sistemas de transmissão de energia elétrica a longo prazo e neste capítulo são apresentados os resultados desta implementação em sistemas de pequeno porte.

## 2 Algoritmo Branch and Bound

### 2.1 Algoritmo Geral

O algoritmo Branch and Bound usado para resolver o subproblema de investimento apresenta a seguinte estrutura:

1. Inicialização: Fazer  $i = 0$ , definir a *incumbente* inicial e inicializar a lista dos subproblemas candidatos com o problema original (P).
2. Teste de convergência: Se a lista dos candidatos é vazia então o processo terminou e a solução *incumbente* atual é a solução ótima do problema (P); caso contrário prossiga.
3. Seleção do candidato: Dentre os subproblemas candidatos ainda não sondados, escolher qual será o próximo a ser examinado, usando uma das estratégias discutidas a seguir, e retirá-lo da lista. Resolver o PL relativo ao problema selecionado relaxado ( $PC_R^K$ ) e armazenar a solução ótima como limitante inferior para todos os seus descendentes,
 
$$v_{\text{inf}}^K = v_{(PC_R^K)}^* .$$
4. Testes de sondagem: O subproblema candidato ( $PC^K$ ) pode ser sondado se satisfizer uma das seguintes condições:
  - (a) Se ( $PC_R^K$ ) não tem solução viável.
  - (b) Se  $v_{\text{inf}}^K > v^*$ , onde  $v^*$  é o valor da *incumbente* atual.
  - (c) Se a solução ótima de ( $PC_R^K$ ) é inteira, isto é, viável, também, em ( $PC^K$ ). Ainda, se o valor ótimo obtido é menor do que a *incumbente*, então  $v^* = v_{\text{inf}}^K$  e deve-se aplicar o teste 4(b) para todos os subproblemas candidatos ainda não sondados.
 Se o subproblema candidato ( $PC^K$ ) foi sondado, então retornar para o passo 2.
5. Separação: A partir do subproblema ( $PC^K$ ), selecionar uma variável para separação, dentre aquelas que são inteiras e ainda apresentam valor contínuo usando uma das estratégias descritas a seguir. Para a variável escolhida  $n_j$ , cujo valor atual é  $n_j^*$ , gerar dois novos subproblemas descendentes e adicioná-los à lista de candidatos. Os problemas são gerados acrescentando-se à ( $PC^K$ ) as seguintes restrições

$$(P_c^{i+1}): n_j \leq [n_j^*]$$

$$(P_c^{i+2}): n_j \geq [n_j^*] + 1$$

onde  $\lceil n_j^* \rceil$  é o maior inteiro de  $n_j^*$ .

Fazer  $i = i+2$  e retornar ao passo 3.

Uma questão de fundamental importância na eficiência do algoritmo *branch and bound* está relacionada com duas decisões que são realizadas no decorrer do processo:

- Seleção do subproblema candidato - no passo 3, deve-se escolher, dentre uma lista de subproblemas candidatos, qual será o próximo a ser examinado.
- Seleção da variável de separação - no passo 5, deve-se escolher, dentre um grupo de variáveis inteiras que possuem parte fracionária, qual será empregada para realizar a separação.

A maneira pela qual são realizadas estas escolhas influencia diretamente o número de nós que precisa ser examinado e, portanto, determina o esforço computacional que será empregado para resolver o problema.

## 2.2 Pseudocusto

Uma possibilidade de busca para a seleção de subproblemas candidatos e das variáveis de separação está baseada na estimativa de “pseudocustos”.

O *pseudocusto* de uma variável inteira é dado pela taxa de degradação do valor ótimo, obtido para o problema relaxado, por unidade de variação desta variável quando ela é reduzida ou aumentada. Deste modo, para uma variável inteira  $n_j$ , definem-se dois *pseudocustos*, um de redução, notado por  $P_j^-$ , e outro de aumento, notado por  $P_j^+$ :

$$P_j^- = \frac{v_{PL}^{k-} - v_{PL}^k}{f_j^k} \quad (1)$$

$$P_j^+ = \frac{v_{PL}^{k+} - v_{PL}^k}{1 - f_j^k} \quad (2)$$

em que:

$v_{PL}^k$  - valor ótimo do problema relaxado  $k$ ;

$v_{PL}^{k-}$  - valor ótimo do problema descendente de  $k$  obtido com a redução da variável  $n_j$ ;

$v_{PL}^{k+}$  - valor ótimo do problema descendente de  $k$  obtido com o aumento da

variável  $n_j$ ;

$f_j^k$  - Parte fracionária de  $n_j^k$ , dada por:  $f_j^k = n_j^k - [n_j^k]$ , sendo  $[n_j^k]$  o maior inteiro contido em  $[n_j^k]$ .

Para o cálculo exato desses pseudocustos, são necessários dois PLs. Uma forma alternativa para se obter valores aproximados é descrita a seguir:

- (a) Antes do início do processo de separação e sondagem os *pseudocustos*, das variáveis que apresentarem valor fracionário na solução do problema inicial relaxado, são calculados explicitamente. Os *pseudocustos* das demais variáveis (com valores inteiros na solução do problema inicial), são inicializados com os próprios coeficientes da função objetivo.
- (b) Após a avaliação de cada subproblema candidato, o respectivo *pseudocusto* (aumento ou redução), relativo à variável empregada na separação, é atualizado pela média de todas as observações realizadas.

Deste modo, no início do processo são resolvidos 2 PLs para cada variável com valor não inteiro e, posteriormente, um *pseudocusto* é atualizado após a resolução de cada PL.

### 2.3 Escolha do Subproblema candidato

Embora não exista uma técnica sistemática para determinar qual subproblema conduz mais rápido a solução, existem algumas regras empíricas que permitem identificar caminhos atrativos. Por exemplo, a regra LIFO (*Last in, First Out*) que produz uma busca em profundidade. Esta estratégia permite que o subproblema descendente seja resolvido a partir do problema anterior (pois estes diferem em apenas um limite de uma variável) e minimiza as necessidades de memória para armazenar as informações dos candidatos.

Por outro lado, existem métodos que utilizam estimativas do valor da função objetivo e selecionam, dentre todos os candidatos, o subproblema mais promissor. Esta regra tende a reduzir o número total de problemas a serem examinados mas, simultaneamente, aumenta as necessidades de memória e faz com que os PLs consecutivos não apresentem o mesmo grau



de semelhança existente na busca em profundidade. Uma forma de determinar uma estimativa  $v_{est}^K$  para os problemas candidatos emprega pseudocustos e é dada por:

$$v_{est}^K = v_{inf}^K + \sum_{i \in I} \min[P_i^- f_i^K; P_i^+ (1 - f_i^K)] \quad (3)$$

onde  $v_{inf}^K$  é o valor do limite inferior do candidato ( $PC^K$ ) e  $I$  é o conjunto das variáveis inteiras do problema (P). A estimativa (3) busca quantificar o valor da melhor solução inteira que poderia ser obtida entre todos os descendentes do candidato K. Para tanto, são utilizados os produtos  $P_i^- f_i^K$  e  $P_i^+ (1 - f_i^K)$  que quantificam a alteração esperada na função objetivo quando a variável  $n_i^K$  deixa seu valor original para assumir os valores inteiros vizinhos. A *melhor estimativa* é, então, obtida através da soma do limite inferior do candidato com o somatório dos menores valores associados às alterações necessárias para tornar todas as variáveis inteiras. Observar que essa expressão assume que os *pseudocustos* são estáveis e que existe uma espécie de independência entre as variáveis inteiras.

De um modo geral, a seleção pela melhor estimativa nem sempre é implementada de modo rigoroso. Para aproveitar a afinidade entre o nó de origem e seus descendentes, usualmente, realiza-se a busca em profundidade selecionando-se sempre o descendente mais promissor até o momento em que o problema possa ser sondado. Quando isto ocorrer, seleciona-se entre todos os candidatos aquele que apresentar a melhor estimativa. Ainda, quando existem limites de armazenamento para os candidatos pendentes, é importante realizar a seleção de modo adaptativo. Nesse caso, no momento em que o número de candidatos armazenados atinge um determinado limite, próximo à capacidade total de armazenagem, a seleção passa a ser implementada pela regra LIFO até que volte a existir espaço para os novos candidatos e possa ser realizada a seleção pela melhor estimativa. Essa é uma forma de viabilizar a implementação de uma seleção mais elaborada sem, no entanto, tornar os requisitos de memória proibitivos.

## 2.4 Seleção da Variável de Separação

Quando a solução do problema candidato relaxado ( $PC_R^K$ ) apresenta diversas variáveis inteiras com valor contínuo, deve-se selecionar uma delas para ser utilizada na separação. A escolha de uma variável inadequada implica na avaliação de inúmeros subproblemas

descendentes que poderiam ser eliminados através da sondagem de seus antecedentes. Novamente, não existe uma técnica sistemática que permita identificar a variável ótima de separação mas existem regras empíricas que indicam quais variáveis são mais atrativas. Se a opção for a simplicidade, pode se realizar a separação a partir de uma ordem pré-determinada em função dos coeficientes da função objetivo (do maior custo para o menor, no problema de planejamento da expansão) ou do conhecimento das características específicas do problema. Uma alternativa mais elaborada consiste em buscar, entre todas as variáveis com valores fracionários, a variável  $n_j$  que proporcionaria o maior aumento estimado para a função objetivo, tendo em vista sondar o mais rapidamente possível os descendentes gerados. Existem duas formas de estimar qual é a variável que proporcionaria a maior degradação no valor da função objetivo:

$\max_i \{ \max [ P_j^- f_j^K; P_j^+ (1 - f_j^K) ] \}$  – Deste modo, escolhe-se sempre a variável que provoca a maior degradação na função objetivo visando obter rapidamente um subproblema descendente que possa ser sondado.

$\max_i \{ \min [ P_j^- f_j^K; P_j^+ (1 - f_j^K) ] \}$  – Neste caso, seleciona-se a variável cuja menor variação provocada é máxima. Desta maneira, ambos descendentes apresentarão um bom potencial para serem sondados.

### 3. Algoritmo Branch and Bound Especializado para o Modelo Linear Disjuntivo

O algoritmo Branch and Bound especializado implementado, nesta etapa da pesquisa, utiliza a modelagem matemática Disjuntiva, cujas vantagens e desvantagens já foram discutidas anteriormente, para o problema da expansão a longo prazo de sistemas de energia elétrica. Para a obtenção dos resultados, o algoritmo adotou a regra LIFO (*last in, first out*), que produz uma busca em profundidade, para a seleção do subproblema candidato. Para a seleção da variável de separação, o algoritmo adotou a regra empírica: “selecione a primeira variável que tiver valor não inteiro”. É importante deixar claro que os resultados obtidos, e que na seqüência serão relatados, fazem parte de uma pesquisa mais ampla e que numa próxima etapa melhorias serão implementadas no algoritmo, com a inclusão de características especiais para a solução deste problema específico e técnicas de Pseudocustos e comparação

de custos para a seleção dos subproblemas e variáveis candidatas com o objetivo de diminuir o tamanho da árvore de busca, tornando o processo de busca mais rápido e menos complexo e testes iniciais serão realizados em sistemas mais complexos.

O algoritmo foi aplicado ao sistema de 6 barras de Garver com e sem reprogramação (redespacho) da geração..

#### 4. Características Específicas do Modelo Linear Disjuntivo

Um dos problemas que apareceram, com a utilização da modelagem disjuntiva, foi o aumento da dimensão do problema causado pela introdução de variáveis binárias.

No problema, as variáveis podem assumir apenas dois valores inteiros: ou um (1) ou zero (0). Desta forma, para cada circuito candidato existirá uma variável de decisão correspondente, aumentando, conseqüentemente o tamanho do problema.

Uma estratégia foi desenvolvida para tentar contornar este problema. Esta estratégia estabelece que, para o algoritmo, no máximo três serão os circuitos candidatos para cada caminho de um sistema, com as seguintes características e condições:

- (a) Que o segundo circuito tenha o dobro da capacidade de transmissão e do custo, quando comparado ao primeiro;
- (b) Que o terceiro circuito tenha a mesma relação anterior quando comparado ao segundo.

Desta forma, considerando-se que, para um dado caminho  $i-j$ : " $\bar{f}_{ij}$ " seja capacidade de transmissão de um circuito neste caminho, " $\gamma_{ij}$ " a sua respectiva susceptância e " $C_{ij}$ " o seu custo, teremos então, para um determinado sistema:

Tabela 9: Estratégia

Circuito Candidato	Tipo	Capacidade de Transmissão	Susceptância	Custo
1	1	" $\bar{f}_{ij}$ "	" $\gamma_{ij}$ "	" $C_{ij}$ "
2	2	2" $\bar{f}_{ij}$ "	2" $\gamma_{ij}$ "	2" $C_{ij}$ "
3	3	4" $\bar{f}_{ij}$ "	4" $\gamma_{ij}$ "	4" $C_{ij}$ "

Assim, observando a tabela 9, o circuito tipo 1 representará a adição de um circuito candidato ao caminho  $i-j$ , o de tipo 2 representará a adição de dois circuitos e o de tipo 3 representará a adição de quatro circuitos, melhorando assim, significativamente, o desempenho do algoritmo.

## 5. Testes e Resultados

O algoritmo foi aplicado no sistema de 6 barras de Garver com reprogramação da geração (redespacho). Para este teste, não se determinou uma incumbente inicial e o parâmetro disjuntivo  $M$  foi fixado em 1000 durante todas as iterações. O algoritmo obteve a configuração ótima e o processo iterativo terminou em aproximadamente 4 minutos após a execução de 550 iterações.

A tabela 10 representa os resultados inteiros obtidos pelo algoritmo.

Tabela 10: Soluções Inteiras – Sistema de Garver com redespacho

	Soluções Inteiras						Circuito Adicionado	Custo do Circuito
	1	2	3	4	5	6		
	1	0	0	1	0	0	Na2-3	20
	1	1	1	0	0	0	Na2-6	30
	1	0	0	1	0	1	Na3-5	20
	0	0	0	1	1	1	Na4-6	30
	0	0	1	0	0	0	Nb2-6	60
	0	1	1	0	1	0	Nb3-5	40
	1	1	0	1	1	1	Nb4-6	60
Investimento Total (v)	130	130	130	130	130	110	-----	-----

Nas tabelas 10 e 11 (mostrada a seguir), em circuitos adicionados, os circuitos “Na” representam os circuitos tipo 1, “Nb” os circuitos tipo 2 e “Nc” os de tipo 3, e, os respectivos números representam as barras de indicação do circuito (barra de saída e de chegada).

Todas as soluções inteiras obtidas pelo algoritmo e mostradas na tabela 6 são factíveis para o modelo DC. Uma delas, a solução inteira de número 6, é a solução ótima para o sistema, com as seguintes adições:  $n_{3-5} = 1$ ,  $n_{4-6} = 3$ , totalizando um investimento de 110.

Para o sistema de 6 barras de Garver sem reprogramação da geração (redespacho), não foi determinado uma incumbente inicial e o parâmetro  $M$  foi fixado em 500 para todas as

iterações. O algoritmo obteve a configuração ótima e o processo iterativo terminou em aproximadamente 5 minutos e 40 segundos após a execução de 784 iterações.

A tabela 11 representa os resultados inteiros obtidos pelo algoritmo.

Tabela 11: Soluções Inteiras – Sistema de Garver sem redespacho

	Soluções Inteiras						Circuito Adicionado	Custo do Circuito
	1	2	3	4	5	6		
	0	0	1	0	0	0	Na1-5	20
	1	1	1	1	1	0	Na2-6	30
	1	1	1	1	1	1	Na3-5	20
	0	1	1	0	0	0	Na3-6	48
	1	1	0	0	0	0	Na4-6	30
	0	0	0	1	0	0	Na5-6	61
	0	1	1	1	0	0	Nb2-6	60
	1	1	1	1	1	1	Nb4-6	60
	1	0	0	0	1	1	Nc2-6	120
Investimento Total (v)	260	248	238	231	230	200	-----	-----

As soluções inteiras obtidas pelo algoritmo e mostradas na tabela 7 são factíveis para o modelo DC. Uma delas, a solução inteira de número 6, é a solução ótima para o sistema, com as seguintes adições:  $n_{3-5} = 1$ ,  $n_{2-6} = 4$  e  $n_{4-6} = 2$ , totalizando um investimento de 200.

## Anexo B

# Resultados Obtidos com Sistemas Testes

## 1. Sistema de Garver com Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv.	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	110	Após 10 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Encontrou uma das 4 Soluções Ótima alternativas para o Modelo de Transportes
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	130	Após 10 PL's sem auxílio da fase 2	O erro ocorreu na primeira adição com a adição do circuito n2-6
AHC - Garver	Modelo DC	110	Após 5 PNL's e 2 PL's sem auxílio da fase 2	Primeiro AHC a encontrar a solução ótima deste sistema usando o solver SNOPT
B&B – Alg especial	Modelo Linear Disjuntivo	110	Após 550 PL's	Encontrou seis configurações factíveis para o modelo DC sendo uma delas a solução ótima global

## 2. Sistema de Garver sem Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv.	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	200	Após 11 PL's sem auxílio da fase 2	Encontrou uma das 5 Soluções Ótima alternativas para o Modelo de Transportes
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	200	Após 11 PL's sem auxílio da fase 2	O algoritmo encontrou a solução ótima do modelo
B&B – Alg especial	Modelo Linear Disjuntivo	200	Após 784 PL's	Encontrou seis configurações factíveis para o modelo DC sendo uma delas a solução ótima global

### 3. Sistema de 46 barras sem Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10 <sup>3</sup> US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	154100	Após 28 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Nesta configuração existem 7 dos 13 circuitos da topologia ótima do mod de transportes e 11 dos 16 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Mod Trans = 127.212.000 Mod DC = 154.420.000
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	166041	Após 24 PL's sem auxílio da fase 2	O algoritmo selecionou 8 dos 16 circuitos presentes na topologia ótima. Esta solução é a melhor solução obtida por um AHC para este sistema.
AHC - em estrutura B&B	Modelo de Transportes	127212	Após 615 PL's	Nesta simulação, os parâmetros nmin e vmin foram fixados em 0.5 e 35000 Foi encontrada a solução ótima e algumas configurações interessantes

### 4. Sistema de 46 barras com Reprogramação

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10 <sup>3</sup> US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	63130	Após 13 PL's sem auxílio da fase 2	Nesta configuração existem 3 dos 7 circuitos da topologia ótima do mod de transportes e 7 dos 8 circuitos da topologia ótima do modelo DC. Mod Trans = 55.334.000 Mod DC = 72.780.000
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	86194	Após 15 PL's sem auxílio da fase 2	O erro ocorreu na sexta iteração. No momento do erro, todos os circuitos identificados pelo PL tiveram valores menores que 0,25. A topologia encontrada é factível para o modelo DC.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	87617	Após 16 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O erro ocorreu na nona iteração. A topologia encontrada é factível para o modelo DC.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	95795	Após 15 PL's sem auxílio da fase 2	Neste caso o erro ocorreu na última iteração, quando o circuito n19-21 é adicionado ao invés do n13-20, e o processo continua com a adição final do circuito n2-5
AHC - em estrutura B&B	Modelo de Transportes	55334	Após 15 PL's	Nesta simulação, os parâmetros nmin e vmin foram fixados em 0.3 e 35000 Foi encontrada a solução ótima e algumas configurações interessantes

## 5. Sistema de 87 barras – Plano P1 2002

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. $10^3$ US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	1332569	Após 91 PL's com auxílio da fase 2 (-2 cir)	Mod Trans = 1.194.240.000 Mod DC = 1.356.272.000 Para sistemas grandes e complexos o AHC é pouco eficiente. Os "piffals" aconteceram nas fases iniciais e finais do processo de iteração. Nas fases intermediárias o algoritmo teve bom desempenho.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	1403390	Após 102 PL's com auxílio da fase 2 (-3 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	1409295	Após 102 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	1578278	Após 110 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	Esta é a melhor solução conhecida, encontrada por um AHC factível para o modelo DC.

## 6. Sistema de 87 barras – Plano P2 2008

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. $10^3$ US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	2571040	Após 154 PL's com auxílio da fase 2 (-2 cir)	Mod Trans = não é conhecida nenhuma sol sub-ótima deste sistema Mod DC = 2.574.745.000 A topologia determinada encontra-se próxima da melhor sol conhecida do modelo DC.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	2593585	Após 151 PL's sem auxílio da fase 2	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	2612307	Após 157 PL's com auxílio da fase 2 (-1 cir)	O principal problema de desempenho acontece durante as fases finais do processo quando os valores $n_{ij} \neq 0$ obtidos pelo PL são pequenos.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	2770985	Após 184 PL's com auxílio da fase 2 (-10 cir)	Novamente, esta é a melhor solução conhecida, encontrada por um AHC factível para o modelo DC.



## 7. Sistema de 87 barras – Planejamento Multiestágio

Téc. de Otimização	Mod. Matemático	Inv. 10 <sup>3</sup> US\$	Convergência	Comentários
AHC- Garver	Modelo de Transportes	P1: 1552813 P2: 973489 TOT:~ 2191519	Após 194 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	A convergência do algoritmo aconteceu quando todos os $n_{ij} < 0,01$ . Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Versão 1	Modelo Híbrido	P1: 1499155 P2:~ 1283401 TOT:~ 2341195	Após 198 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Versão 2	Modelo Híbrido	P1: 1464559 P2:~ 1330496 TOT:~ 2337498	Após 199 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.
AHC - Villasana-Garver-Salon	Modelo Híbrido	P1: 1803520 P2: 1013744 TOT: 2468637	Após 195 PL's com auxílio da fase 2 nos dois estágios	Os circuitos adicionados em P1 participam com seus valores reais e os adicionados em P2 são multiplicados pelo fator de 0,6561.

## Anexo C

### Artigos Elaborados

Estão em anexo os artigos relacionados com a tese de doutorado:

[1] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani*: “Analysis of Heuristic Algorithms for the transportation model in Static and multistage planning in network expansion systems”, IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150, (5), pp. 521-526.

[2] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; J.R.S. Mantovani*: “Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning”, artigo submetido a Revista de nível internacional.

[3] *R. Romero; C. Rocha; M. Mantovani; E. Asada*: “Analysis of Villasana-Garver-Salon Algorithm and an Extension to Transmission System Multi-Stage Expansion Planning”, artigo submetido a revista de nível internacional.

[4] *R. Romero; C. Rocha; J.R.S. Mantovani, I.G. Sánchez*: “Novel constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning”, artigo aceito para publicação em IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)