



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# **SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS USANDO MODELAGEM DINÂMICA**

***Ricardo Lopes Ferreira***

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

**Orientador: Prof. Dr. Sérgio Said Mansur**

Ilha Solteira, Março de 2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

A Deus, pela saúde.

Aos meus pais, Pedro e Cleusa, que se realizam com minhas conquistas.

Aos meus irmãos, Paulo, Eliseu e Eunice, e a todos meus amigos, pelo apoio moral e emocional.

---

## AGRADECIMENTOS

---

Ainda durante minha graduação em Engenharia Mecânica na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, comecei a desenvolver projetos de iniciação científica sob a orientação do Prof. Dr. Edson Del Rio Vieira, o qual, com seus conhecimentos, muito me motivou, auxiliando-me a iniciar minhas atividades de pesquisa acadêmica. A ele, meus sinceros agradecimentos.

Durante o desenrolar deste programa de mestrado, muitas pessoas contribuíram, direta ou indiretamente, para que este trabalho fosse levado a bom termo. Em especial, sou grato Ao meu orientador, Prof. Dr. Sérgio Said Mansur, que, com paciência e humildade, muito ajudou na minha vida acadêmica, profissional e pessoal.

Ao Prof. Dr. André Luiz Seixlack e ao Dr. Elie Luis Martinez Padilla que, na qualidade de membros da banca examinadora, aceitaram a incumbência de julgar este trabalho. Ao Dr. Padilla agradeço, ainda, sua disposição em me auxiliar na interpretação de diversos aspectos inerentes ao modelo implementado ao longo deste trabalho.

Ao Prof. Dr. José Luiz Gasche e ao Prof. Dr. João Campos Silva pela participação como membros da banca do exame geral de qualificação deste trabalho, pelas suas sugestões e correções incorporadas ao texto final da presente dissertação.

Ao colega Rubens Campregher, pela colaboração incondicional na compreensão de algumas partes do programa computacional Fluids, de sua própria autoria, utilizado como principal ferramenta no desenvolvimento deste trabalho.

Aos técnicos de informática Alex, Elias e, principalmente, Jean, que colocaram inúmeras horas de trabalho a meu dispor.

À MSX International - Ford Motor Co. que, nesses últimos meses, me proporcionou todas as condições necessárias para a conclusão deste trabalho.

À FAPESP, pelo suporte financeiro que viabilizou a execução deste projeto.

À todos meus amigos, que me ofereceram o indispensável suporte moral e emocional.

À minha família, que sempre me amparou e me apoiou.



---

# SUMÁRIO

---

**Resumo**

**Abstract**

**Preâmbulo**

## **1. Introdução**

1.1 Simulação numérica de escoamentos turbulentos	1
1.2 Motivação e objetivos do trabalho	4
1.3 Revisão da literatura	6
1.4 Organização do trabalho	12

## **2. Formulação Matemática** **15**

2.1 Equações governantes	15
2.2 Conceito e processo de filtragem	16
2.2.1 Propriedades da decomposição de escalas por meio de operações de filtragens	18
2.3 Equações governantes filtradas	19
2.4 Tensor das tensões sub-malha	20
2.5 Modelagem sub-malha da turbulência	21
2.5.1 Modelagem sub-malha de Smagorinsky	22
2.5.2 Modelagem sub-malha dinâmica	23
2.5.2.1 Características dos filtros teste	28

## **3 Programa Computacional** **33**

3.1 Preliminares	33
3.2 Estrutura do código computacional	34
3.2.1 Solução numérica das equações de Navier-Stokes	35
3.3 Arquivo principal	36

3.4 Construção da malha	38
3.4.1 Compressibilidade da malha	40
3.5 Condições de contorno	41
3.6 Sonda Numéricas	44
3.7 Execução dos cálculos	46
<b>4 Resultados e Discussão</b>	<b>47</b>
4.1 escoamento a jusante de degraus descendentes	47
4.1.1 Caracterização física e geométrica do problema	47
4.1.2 Revisão da literatura	48
4.1.3 Condições de cálculo	51
4.1.4 Apresentação e análise dos resultados	52
4.2 Cavidade com tampa deslizante	73
4.2.1 Caracterização física e geométrica do problema	73
4.2.2 Revisão da Literatura	74
4.2.3 Cavidades quadradas	76
4.2.4 Cavidades cúbicas	97
<b>5 Conclusão e Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	<b>131</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>135</b>
<b>Apêndice A – Modelagem Sub-Malha Dinâmica</b>	<b>141</b>
<b>Apêndice B – Fluxogramas</b>	<b>145</b>

---

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1.1	Escoamento bidimensional em transição, no escoamento em filme de sabão à jusante de uma placa plana .....	01
Figura 2.1	Ilustração esquemática da separação de escalas através de uma filtragem associada ao espectro de energia cinética turbulenta $E(k)$ .....	16
Figura 2.2	Ilustração do conceito da função de filtro do tipo caixa, utilizada em filtros Kenel unidimensionais .....	18
Figura 2.3	Ilustração dos processos de filtragem de uma função qualquer.....	19
Figura 2.4	Ilustração do espectro de energia associado à dupla operação de filtragem.....	24
Figura 2.5	Volume do filtro em duas dimensões e localizações das variáveis em uma malha deslocada .....	29
Figura 2.6	Esquema de um volume tridimensional.....	29
Figura 2.7	Sinal da propriedade a ser submetido a um processo bidimensional de filtragem.....	30
Figura 2.8	Filtragem bidimensional usando a média aritmética (a) e a regra trapezoidal (b) .....	30
Figura 2.9	Filtragem bidimensional usando a média ponderada com diferentes pesos .....	31
Figura 3.1	Regiões verticais e horizontais sob ação do $f_c$ .....	40
Figura 3.2	Janelas de aviso que as malhas não estão propriamente distribuídas.....	41
Figura 4.1	Definição de parâmetros geométricos para um degrau 2D.....	48
Figura 4.2	Degrau descendente bidimensional – malha computacional utilizada.....	52
Figura 4.3	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ – sem modelagem .....	53
Figura 4.4	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1, $Re = 4,5.10^4 - C_s = 0,18$ .....	54

Figura 4.5	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ – Dinâmico MA.....	55
Figura 4.6	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 1, $Re = 4,5.10^4 - C_S = 0,18$ .....	57
Figura 4.7	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ – Dinâmico MA.....	58
Figura 4.8	Comparação do perfil de velocidade $u$ com o uso de duas $C_S$ , em $x = 2,77h$ , Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ .....	59
Figura 4.9	Comparação do perfil de velocidade $u$ para os modelos dinâmicos, em $x = 2,77h$ , Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ .....	59
Figura 4.10	Comparação do perfil de velocidade $u$ , em $x = 2,77h$ , Grupo 1, $Re = 4,5.10^4$ ....	60
Figura 4.11	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2, . $Re = 4,5.10^4$ –sem modelagem.....	61
Figura 4.12	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2, $Re = 4,5.10^4 - C_S = 0,18$ .....	62
Figura 4.13	Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ – Dinâmico MA .....	63
Figura 4.14	Linhas de corrente, Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ .....	64
Figura 4.15	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 2, $Re = 4,5.10^4 - C_S = 0,18$ .....	65
Figura 4.16	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ , Dinâmico MA .....	66
Figura 4.17	Comparação do perfil de velocidade $u$ com o uso de três $C_S$ , em $x = 2,77h$ , Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ .....	67
Figura 4.18	Comparação do perfil de velocidade $u$ para os modelo dinâmico, em $x = 2,77h$ , Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ .....	67
Figura 4.19	Comparação do perfil de velocidade $u$ , em $x = 2,77h$ , Grupo 2, $Re = 4,5.10^4$ ....	68
Figura 4.20	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5.10^4$ .....	69
Figura 4.21	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5.10^4$ .....	69
Figura 4.22	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5.10^4$ .....	70

Figura 4.23	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .....	70
Figura 4.24	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .....	71
Figura 4.25	Comparação do perfil de velocidade $u$ entre o Grupo 1 e 2, em $x = 2,77h$ , $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .....	71
Figura 4.26	Esquema da cavidade 2D, $z = 0,5$ .....	74
Figura 4.27	Esquema da aproximação do domínio da cavidade 2D .....	77
Figura 4.28	Perfil da componente $u$ de velocidade, $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	78
Figura 4.29	Perfil da componente $v$ de velocidade, $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	78
Figura 4.30	Mapas de isovalores da componente $u$ de velocidade para $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	79
Figura 4.31	Mapas de isovalores da componente $v$ de velocidade para $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	80
Figura 4.32	Contorno de isovorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ) para $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	81
Figura 4.33	Mapas de linhas de correntes para $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	82
Figura 4.34	Evolução temporal das linhas de corrente do modelo dinâmico MP – $P = 0,2$ para $Re = 5 \cdot 10^3$ , $t^* = t \times U_p/H$ .....	83
Figura 4.35	Campo de viscosidade efetiva para a cavidade 2D com $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	84
Figura 4.36	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva para $Re = 5 \cdot 10^3$ , $t^* = t \times U_p/H$ .....	85
Figura 4.37	Sinal temporal da componente $u$ de velocidade para $Re = 5 \cdot 10^3$ .....	86
Figura 4.38	Perfil de velocidade da componente $u$ , $Re = 10^4$ .....	87
Figura 4.39	Perfil de velocidade da componente $v$ , $Re = 10^4$ .....	88
Figura 4.40	Mapas de isovalores da componente $u$ para $Re = 10^4$ .....	89
Figura 4.41	Mapas de isovalores da componente $v$ para $Re = 10^4$ .....	90
Figura 4.42	Contorno de isovorticidade ( $\omega_z$ ) para $Re = 10^4$ .....	91
Figura 4.43	Mapas de linhas de correntes para $Re = 10^4$ .....	92
Figura 4.44	Evolução temporal das linhas de corrente para $Re = 10^4$ , $t^* = t \times U_p/H$ .....	93
Figura 4.45	Campo de viscosidade efetiva para a cavidade 2D com $Re = 10^4$ .....	94
Figura 4.46	Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva para $Re = 10^4$ , $t^* = t \times U_p/H$ .....	95
Figura 4.47	Sinal temporal da componente $u$ de velocidade para $Re = 10^4$ .....	96
Figura 4.48	Esquema da cavidade tridimensional .....	97
Figura 4.49	Perfil da componente $u_{RMS}$ de velocidade para $Re = 10^4$ .....	99
Figura 4.50	Perfil da componente $v_{RMS}$ de velocidade para $Re = 10^4$ .....	99

Figura 4.51	Isosuperfícies da vorticidade na direção $x$ ( $\omega_x$ ) para $Re = 10^4$ .....	100
Figura 4.52	Perfil da componente $u$ de velocidade, $Re = 5.10^3$ .....	101
Figura 4.53	Perfil da componente $v$ de velocidade, $Re = 5.10^3$ .....	101
Figura 4.54	Perfil da componente $u_{RMS}$ de velocidade, $Re = 5.10^3$ .....	102
Figura 4.55	Perfil da componente $v_{RMS}$ de velocidade, $Re = 5.10^3$ .....	103
Figura 4.56	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	103
Figura 4.57	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	103
Figura 4.58	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $z = 0,25$ para $Re = 5.10^3$ .....	104
Figura 4.59	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	104
Figura 4.60	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	104
Figura 4.61	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	105
Figura 4.62	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	105
Figura 4.63	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	105
Figura 4.64	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	106
Figura 4.65	Mapas de isovorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ) no plano $x = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ ....	107
Figura 4.66	Mapas de isovorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ) no plano $y = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ ...	107
Figura 4.67	Mapas de isovorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ) no plano $z = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ ....	107
Figura 4.68	Mapas de linhas de corrente no plano $x = 0,5$ para $Re = 5.10^3 B$ .....	108
Figura 4.69	Mapas de linhas de corrente no plano $y = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	108
Figura 4.70	Mapas de linhas de corrente no plano $z = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ .....	108
Figura 4.71	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 5.10^3$ .....	110
Figura 4.72	Vórtices do tipo TGL, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega_x$ ) e em diferentes ângulos para $Re = 5.10^3$ .....	111
Figura 4.73	Isosuperfícies da vorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ), $Re = 5.10^3$ .....	112
Figura 4.74	Linhas de corrente adjacentes às faces da cavidade, $Re = 5.10^3$ .....	113
Figura 4.75	Mapas de viscosidade nos planos $x = 0,5$ , $y = 0,5$ e $z = 0,5$ para $Re = 5.10^3$ ....	114
Figura 4.76	Perfil da componente $u$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	115
Figura 4.77	Perfil da componente $v$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	115
Figura 4.78	Perfil da componente $u_{RMS}$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	116
Figura 4.79	Perfil da componente $v_{RMS}$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	116
Figura 4.80	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	117
Figura 4.81	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	117

Figura 4.82	Mapas de isovalores da componente $u$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	118
Figura 4.83	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	118
Figura 4.84	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	118
Figura 4.85	Mapas de isovalores da componente $v$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	119
Figura 4.86	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	119
Figura 4.87	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $y = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	119
Figura 4.88	Mapas de isovalores da componente $w$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	120
Figura 4.89	Mapas de isovalores de vorticidade na direção $z$ no plano $x = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	120
Figura 4.90	Mapas de isovalores de vorticidade na direção $z$ no plano $y = 0,5$ . para $Re = 10^4$ .....	120
Figura 4.91	Mapas de isovalores de vorticidade na direção $z$ no plano $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	121
Figura 4.92	Mapas de linhas de corrente no plano $x = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	121
Figura 4.93	Mapas de linhas de corrente no plano $y = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	121
Figura 4.94	Mapas de linhas de corrente no plano $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	122
Figura 4.95	Linhas de corrente adjacente às faces da cavidade, $Re = 10^4$ .....	122
Figura 4.96	Mapas de viscosidade efetiva nos planos $x = 0,5$ , $y = 0,5$ e $z = 0,5$ para $Re = 10^4$ .....	123
Figura 4.97	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, $Re = 10^4$ .....	125
Figura 4.98	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega_\lambda$ ) e em diferentes ângulos para $Re = 10^4$ .....	126
Figura 4.99	Isosuperfícies da vorticidade na direção $z$ ( $\omega_z$ ), $Re = 10^4$ .....	127
Figura 4.100	Perfil da componente $u_{RMS}$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	128
Figura 4.101	Perfil da componente $v_{RMS}$ de velocidade, $Re = 10^4$ .....	128
Figura 4.102	Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega_\lambda$ ) e em diferentes ângulos, $Re = 10^4$ .....	128
Figura B.1	Fluxograma da estrutura da rotina <i>Main</i> .....	146
Figura B.2	Fluxograma representativo da subrotina <i>solve_ns</i> .....	148
Figura B.3	Fluxograma representativo do algoritmo do modelo de Smagorinsky modificado. ....	149
Figura B.4	Fluxograma representativo do algoritmo do modelo dinâmico implementado	150

---

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 4.1	Condições de simulação das características da malha computacional.....	51
Tabela 4.2	Comparação do comprimento de recolamento $X_R/h$ para os casos do Grupo 1 e 2.....	72
Tabela 4.3	Relação em porcentagem entre o desempenho computacional dos diferentes modelos.....	73



---

## LISTA DE QUADROS

---

Quadro 3.1	Subrotinas empregadas na rotina principal <i>Main</i> .....	34
Quadro 3.2	Descrição das sub-rotinas empregadas no módulo <i>solve_ns</i> .....	35
Quadro 3.3	Arquivo <i>main.txt</i> , contendo informações necessárias à execução do programa	37
Quadro 3.4	Arquivo <i>*.msh</i> contendo as informações para o domínio e malhas numéricas .	39
Quadro 3.5	Arquivo <i>*.bnd</i> , condições de contorno, propriedades do fluido e ajustes do solver .....	43
Quadro 3.6	Arquivo <i>*.prb</i> com as configurações das sondas numéricas .....	45

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

### Símbolos Latinos

$C_s$	constante de Smagorinsky
$fc$	fator de compressão da malha; frequência de corte [ $s^{-1}$ ]
$F$	fluxo nas interfaces do volume de controle elementar [ $kg.s^{-1}$ ]
$\ell$	comprimento característico das pequenas escalas [m]
$L$	comprimento característico das grandes escalas [m]
$k$	energia cinética turbulenta
$p$	Pressão [Pa]
$Sc$	termo fonte da equação de transporte
$t$	tempo[s]
$T$	temperatura [K]
$u_i$	componentes cartesianas do vetor velocidade ( $i = 1, 2, 3$ )
$U_B$	velocidade média na entrada do domínio do caso do degrau [ $m.s^{-1}$ ]
$U_P$	velocidade da parede deslizante no caso da cavidade [ $m.s^{-1}$ ]
$U_\infty$	velocidade de corrente livre do fluido [ $m.s^{-1}$ ]
$x, y, z$	coordenadas cartesianas[m]

### Símbolos Gregos

$\alpha$	relação entre os comprimentos característicos do segundo filtro com o primeiro
$\beta$	coeficiente horizontal de compressão da malha

$\delta$	distância entre pontos nodais adjacentes [m]
$\Delta$	diferença ou intervalo
$\bar{\Delta}$	comprimento característico da filtragem a nível da malha
$\tilde{\Delta}$	comprimento característico do filtro teste
$\phi$	variável discretizada
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido [ $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ]
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$\nu_{ef}$	viscosidade efetiva [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$\nu_t$	viscosidade turbulenta [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$\rho$	densidade do fluido [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$\omega$	vorticidade []

### Índices / expoentes

$i, j, k$	índices da malha
-----------	------------------

### Adimensionais

$Pe$	número de Peclet
$Re$	número de Reynolds
$t^*$	tempo adimensional

### Operadores matemáticos

$\partial$	derivada parcial
$\int$	integral
$\Sigma$	somatória
$\nabla$	operador diferencial

## **Abreviaturas**

CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DLM	<i>Dynamic Localization Model</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier Stokes Equations</i>
SIMPLE	<i>Semi Implicit Method</i>
SIMPLEC	<i>SIMPLE Consistent</i>
TDMA	<i>Tri-Diagonal Matrix Algorithm</i>
TGL	<i>Taylor-GörtlerLike</i>
TIE	Transferência Inversa de Energia
URANS	<i>Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes Equations</i>

---

## RESUMO

---

A metodologia de simulação de grandes escalas (LES) constitui um instrumento de reconhecida eficiência na representação de escoamentos turbulentos e transicionais. A base desse procedimento apóia-se na separação entre as grandes e as pequenas escalas presentes no escoamento, mediante uma operação de filtragem das equações governantes. Em consequência desse processo, tensores sub-malha adicionais surgem nas equações de Navier-Stokes filtradas. Estes tensores aparecem como incógnitas adicionais à solução do problema, devendo ser adequadamente modelados. Dentre todos os modelos sub-malha descritos na literatura, o mais conhecido e utilizado é o modelo de Smagorinsky, que, embora seja simples e fácil de ser implementado, apresenta uma série de deficiências importantes, que têm origem na utilização de um coeficiente *ad hoc* constante para o cálculo da viscosidade turbulenta. Nos modelos sub-malha do tipo dinâmico, ao contrário, esse coeficiente deixa de ser imposto e passa a ser calculado durante a simulação, transformando-se numa propriedade local e instantânea do escoamento. Com isso, os principais problemas da modelagem de Smagorinsky são amenizados ou suprimidos. No presente trabalho, diferentes variantes de modelos sub-malha dinâmicos foram implementadas no programa Fluids, desenvolvido por Campregher (2002) e aperfeiçoado por Frigo (2004), para permitir a simulação de escoamentos turbulentos e transicionais utilizando LES. Exaustivos testes foram conduzidos, permitindo testar as modificações inseridas no código computacional e, sobretudo, avaliar o desempenho da modelagem dinâmica em relação ao modelo clássico de Smagorinsky e à simulação de escoamentos sem o uso de modelagem explícita de turbulência. Como casos-teste, foram considerados o escoamento sobre expansões bruscas (*backward facing step*) e no interior de cavidades quadradas com tampa deslizante (*lid-driven cavity*). Os resultados obtidos mostraram que a modelagem dinâmica é capaz de produzir resultados melhores que o modelo clássico de Smagorinsky, penalizando de 30 a 40% o tempo de CPU para problemas bidimensionais e aproximadamente 15% para problemas tridimensionais. Mesmo assim, a utilização do modelo dinâmico pode ser considerada como bastante vantajosa, uma vez que o seu uso dispensa a realização de simulações prévias para a busca de uma constante *ad hoc* ótima, como habitualmente é feito quando se utiliza o modelo de Smagorinsky, sobretudo na solução de problemas ainda pouco conhecidos do usuário.

---

## ABSTRACT

---

Large eddy simulation (LES) is an instrument of recognized efficiency to simulate transitional and turbulent flows. This procedure is essentially sustained by a scale separation process performed by filtering the governing equations. As a consequence, additional sub-grid tensors arise in the filtered Navier-Stokes equations, which must be appropriately modeled.

Smagorinsky model is the most known and employed sub-grid model described in the literature. Despite its simplicity and implementation facility, Smagorinsky model presents some deficiencies, due to the utilization of a *ad-hoc* coefficient for calculating eddy viscosity that must be conveniently adjusted before computational simulations. To suppress that drawback, dynamic sub-grid models allow evaluating that coefficient during simulation, as an instantaneous local property of the flow. In the present work, three different dynamic models were implemented in a simulation program developed by Campregher (2002) and improved by Frigo (2004), which solve the Navier-Stokes equations using the volume finite method. A great number of tests were conducted to validate the new implementations and investigate the performance of the dynamic procedure in comparison with the Smagorinsky method. Transitional and turbulent flow past over a backward-facing step and inside of a lid-driven cavity were considered as benchmark problems. In a general way, the simulations showed that, for the same calculation conditions, dynamic modeling is able to yield better results than Smagorinsky one, consuming 30% to 40% additional CPU time for 2D problems, and about 15% additional CPU time for 3D problems. Even so, the use of the dynamic model can be considered rather advantageous, because previous simulations to estimate the optimum Smagorinsky *ad-hoc* constant are not necessary.

---

## PREÂMBULO

---

Em 1996, estudos experimentais envolvendo o escoamento ao redor de cilindros de diferentes seções transversais – cilíndrica, quadrada, retangular, triangular e outras – passaram a ser desenvolvidos no túnel hidrodinâmico vertical do Laboratório de Visualização de Escoamentos (LVE) da UNESP Ilha Solteira. De lá para cá, uma tese de doutorado – Vieira (1997) – e duas dissertações de mestrado – Lindquist (2000) e Gonçalves (2001) – foram defendidas, versando sobre este tema.

Com a intenção de aliar a prática experimental à simulação numérica de escoamentos, foi criado, em 1998, o Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional (LMFC), com o apoio parcial da FAPESP. Na ocasião, com recursos de outras agências de fomento, foi adquirida a licença do programa comercial Fluent®, para um período de dois anos. Além de bastante utilizado por docentes do Departamento de Engenharia Mecânica e alunos do curso de graduação, uma dissertação de mestrado foi desenvolvida pelo Eng. Odenir de Almeida, com o auxílio dessa ferramenta computacional.

Após esse período, principalmente em razão do alto custo para a manutenção da licença daquele programa comercial, o Fluent deixou de ser uma alternativa viável para a simulação de escoamentos no LMFC. Além disso, a partir da utilização do programa Fluent, a equipe do LMFC sentiu a real necessidade de produzir um código computacional próprio, melhor direcionado para atender às suas necessidades científicas. Com isso, o programa de simulação Fluids passou a ser desenvolvido no âmbito da dissertação de mestrado do Eng. Rubens Campregher Júnior, para resolver, inicialmente, escoamentos turbulentos bidimensionais, isotérmicos e incompressíveis, via equações de Navier-Stokes, escritas em coordenadas cartesianas e discretizadas no espaço por meio do método dos volumes finitos, utilizando a metodologia de simulação de grandes escalas. A partir daí, um número crescente de alunos de graduação e de pós-graduação tem se integrado à equipe do LMFC, para desenvolver trabalhos

de iniciação científica ou de mestrado, centrados na utilização ou no aprimoramento desta ferramenta computacional.

Neste contexto, o trabalho de Frigo (2004) passou a ser desenvolvido, com o principal objetivo de aperfeiçoar o programa Fluids, tornando-o habilitado à simulação de escoamentos turbulentos tridimensionais. O trabalho de Viana (2005), iniciado logo em seguida, foi desenvolvido no intuito de aumentar as opções de condições de contorno na entrada de um domínio computacional, permitindo a imposição de velocidades variáveis no tempo, na entrada do domínio de cálculo.

Como principal contribuição à evolução do programa Fluids, a presente pesquisa tem por finalidade introduzir a opção de modelagem sub-malha dinâmica da turbulência no código computacional, como alternativa à modelagem clássica de Smagorinsky, disponível para a simulação de escoamentos turbulentos empregando-se a metodologia de simulação de grandes escalas.



# Introdução

## 1.1. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

A turbulência é um fenômeno altamente complexo, marcado pela presença de uma ampla gama de escalas temporais e espaciais, e que se faz presente na maioria dos escoamentos naturais. Para ilustrar esta multiplicidade de escalas, a Figura 1.1 mostra estruturas turbilhonares de diferentes tamanhos, observadas num escoamento em transição à turbulência, a jusante de uma chapa plana posicionada perpendicularmente à corrente livre. Este escoamento, inicialmente considerado bidimensional, foi gerado introduzindo-se o obstáculo sólido estacionário em um filme de sabão que desliza da esquerda para a direita. Posteriormente, constatou-se que, mesmo num escoamento com estas características, que ocorre no interior de uma película de sabão com alguns poucos décimos de milímetros de espessura, estruturas turbulentas tridimensionais se fazem presentes, dando conta que a turbulência nos fluidos é, em sua essência, um fenômeno eminentemente tridimensional.



<http://home.earthlink.net/~marutgers/science/turbulence/gallery.html>

**Figura 1.1:** Escoamento bidimensional em transição, no escoamento em filme de sabão à jusante de uma chapa plana.

Durante um longo período, a única ferramenta disponível para a análise de escoamentos turbulentos era a prática experimental. Em meados do século passado, com o avanço dos computadores digitais e a crescente disponibilidade desses equipamentos nas universidades e centros de pesquisa, programas de simulação capazes de representar diferentes tipos de escoamentos, via solução numérica das equações de Navier-Stokes, passaram a ser implementados. Durante várias décadas, entretanto, a confiabilidade de tais ferramentas foi alvo de sérias críticas e questionamentos por parte dos experimentalistas mais incrédulos. A divergência entre experimentalistas e numericistas é muito bem retratada no comentário de Orzag e Israeli (1974), que pode ser assim traduzido:

*“Aos olhos de mais de um mecanicista dos fluidos céptico, os computadores são apenas um pouco mais que geradores de números aleatórios, cujas previsões devem ser verificadas pela experiência. Em oposição, um numericista convicto não hesitará em afirmar que o amontoado de resultados produzidos pelo seu computador é menos susceptível a erros sistemáticos que os instrumentos utilizados pelo experimentalista”.*

Não obstante, os programas de simulação evoluíram e se proliferaram, transformando-se, pouco a pouco, num instrumento de inestimável valor para a análise de escoamentos turbulentos. Atualmente, códigos computacionais de grande versatilidade encontram-se disponíveis no mercado e o hábito de utilizá-los se instala como cultura, não apenas no ambiente científico, mas, também, nos meios industriais. Apesar disso, existem, ainda hoje, sérias dificuldades para a simulação numérica de escoamentos turbulentos, sobretudo quando se trata da sua aplicação na solução de problemas de interesse prático, nos quais elevados números de Reynolds se fazem presentes.

De fato, um escoamento turbulento caracteriza-se pela presença de uma ampla variedade de escalas de comprimento e de tempo. As maiores estruturas turbilhonares possuem baixa frequência e apresentam tamanhos comparáveis à dimensão característica do sistema no qual ocorre o escoamento. A dimensão das escalas dissipativas de Kolmogorov ( $l$ ) é definida pela fórmula de Heisenberg:

$$l = 6,25 L (Re k)^{-3/4} \quad (1)$$

na qual  $L$  é o tamanho das maiores estruturas turbilhonares,  $Re$  é o número de Reynolds e o valor de  $k$  é uma constante adimensional de valor aproximadamente unitário – Hermann *et al.* (1998). Assim, quanto maior o número de Reynolds, menor a dimensão das pequenas escalas.

As grandes estruturas determinam a configuração do escoamento médio, enquanto os pequenos vórtices são responsáveis pelo processo de dissipação viscosa da energia. Portanto, uma simulação adequada de um escoamento turbulento somente será possível se todas essas estruturas turbilhonares – ou, pelo menos, o papel exercido por elas no seio do escoamento – estiverem, de alguma forma, contempladas na solução numérica do problema. Em razão disso, diferentes metodologias existem atualmente para viabilizar a simulação de escoamentos turbulentos, as quais serão brevemente explanadas nos próximos parágrafos.

Dentre as metodologias disponíveis, a mais intuitiva é a simulação numérica direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*), que consiste na solução numérica das equações de Navier-Stokes, resolvendo-se todo o espectro de energia associado ao movimento do fluido. Como consequência disto, malhas extremamente refinadas devem ser empregadas, a fim de que todas as escalas presentes no escoamento possam ser devidamente calculadas. Evidentemente, esta técnica é extremamente exigente em termos de recursos computacionais e, em vista disso, sua utilização é, ainda hoje, restrita à solução de escoamentos em geometrias razoavelmente simples e números de Reynolds baixos ou moderados.

Outra metodologia bastante empregada, principalmente na solução de problemas práticos de engenharia é a modelagem clássica da turbulência, na qual o conceito de média é utilizado. Esta metodologia envolve a solução das equações médias de Reynolds (RANS<sup>1</sup> – *Reynolds Average Navier-Stokes*), com a consequente utilização de um modelo de turbulência, como forma de contornar o chamado problema de fechamento, decorrente da presença das tensões de Reynolds, que aparecem como incógnitas adicionais à solução do problema. Embora menos exigente em tempo de processamento e espaço de memória que a DNS, a modelagem clássica da turbulência fornece, via de regra, bons resultados apenas para as variáveis médias do escoamento, sendo inadequada para a análise de detalhes mais finos, como, por exemplo, o emparelhamento de vórtices ou a formação de dipolos e de outras estruturas turbilhonares. Além disso, a simulação via equações médias de Reynolds requer ajuste de várias constantes *ad hoc* e não possibilita a predição de instabilidades dinâmicas.

Finalmente, a simulação de grandes escalas (LES – *Large Eddy Simulation*), sobre a qual se concentra o foco deste trabalho, pode ser vista como uma metodologia intermediária entre as

---

<sup>1</sup> Caso o escoamento médio não seja permanente, fala-se em URANS – *Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes*, na qual o processo de média é substituído por um processo de filtragem.

duas anteriores, na medida em que permite a simulação explícita das grandes escalas turbulentas e utiliza um modelo sub-malha para representar a ação das pequenas estruturas, as quais possuem dimensões menores que o tamanho das malhas. Assim, a metodologia LES exige recursos computacionais muito mais modestos que a DNS, oferecendo resultados bem mais refinados que a modelagem clássica da turbulência. Além disso, considerando-se que as menores escalas tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e, assim, menos afetadas pelas condições de contorno, é natural esperar que os modelos utilizados em LES possam ser mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamento, quando comparados com as demais metodologias clássicas.

Em razão do aprimoramento dos métodos numéricos e com a evolução da própria técnica LES – desenvolvimento de novos filtros e de modelos sub-malha – já se pratica, hoje em dia, a simulação de grandes escalas de escoamentos de interesse industrial, como os que ocorrem em câmaras de combustão ou no interior de uma turbina – Moin (2002). Deve-se ressaltar, entretanto, que a escolha por qualquer uma destas metodologias deve ser pautada nos objetivos que se pretende atingir com uma dada simulação, conforme discutido por Silveira-Neto *et al.* (2002).

## 1.2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DO TRABALHO

O uso da simulação de grandes escalas pressupõe que as equações de Navier-Stokes sejam submetidas a um processo de filtragem, que permite separar as grandes das pequenas escalas, ou escalas sub-malha, as quais podem ser representadas por diferentes tipos de modelos. Como, nesse caso, as maiores estruturas turbulentas – responsáveis pelo transporte da maior parte da energia cinética turbulenta – são resolvidas explicitamente, os modelos de turbulência que se associam ao uso dessa metodologia podem ser bem mais simples que os usualmente empregados em RANS e URANS. Em vista disso, os principais modelos sub-malha apóiam-se no conceito de viscosidade turbulenta, baseada na hipótese de Bousinesq.

Na modelagem clássica de Smagorinsky (1963), o cálculo da viscosidade turbulenta é efetuado com o auxílio de uma constante *ad hoc*, denominada de constante de Smagorinsky,  $C_S$ , cujo valor numérico foi determinado analiticamente por Lilly (1966) como sendo  $C_S = 0,18$ . No entanto, diferentes estudos têm demonstrado a necessidade do ajuste dessa constante para cada tipo de problema, como discutido no trabalho de Almeida (2001).

O modelo de Smagorinsky é extremamente fácil de ser implementado, mas apresenta deficiências importantes. Com efeito, toda a teoria utilizada na sua dedução está relacionada à turbulência desenvolvida. Em consequência disso, o modelo não é adequado para simular escoamentos transicionais, uma vez que o processo de transferência de energia das pequenas para as grandes escalas, conhecido como cascata inversa de energia (*backscatter*), não pode ser capturado, conforme indicam as experiências numéricas de Piomelli *et al.* (1990). Além disso, o modelo de Smagorinsky, por si só, também não representa o comportamento assintoticamente nulo das tensões de cisalhamento nas proximidades de paredes, causado pelo alto nível de dissipação que ocorre tipicamente nessas regiões obrigando ao uso de funções de amortecimento para contornar esse inconveniente. Por último, a viscosidade turbulenta obtida por este modelo não se aproxima de zero nas regiões onde o escoamento é laminar e, também, não leva em consideração eventuais efeitos de compressibilidade – Moin *et al.* (1991). Todas essas razões serviram de motivação para a busca de novos tipos de modelagens, mais robustas e, principalmente, de aplicação mais geral.

O modelo sub-malha dinâmico, proposto originalmente por Germano *et al.* (1991) representa uma ferramenta de grande potencial na simulação de escoamentos complexos, pois ameniza os principais problemas típicos do modelo sub-malha de Smagorinsky, tais como a excessiva dissipação, que inibe a formação das instabilidades físicas, e a superestimativa da viscosidade turbulenta nas regiões parietais, que obriga ao uso de funções de amortecimento na parede. Na modelagem dinâmica, ao contrário da modelagem clássica, o coeficiente necessário ao cálculo da viscosidade turbulenta deixa de ser imposto e passa a ser calculado durante a simulação, como uma função do espaço e do tempo, deixando de ser uma constante, para transformar-se numa propriedade local e instantânea do escoamento. Além de tornar-se praticamente zero nas regiões de escoamento laminar e nas proximidades de fronteiras sólidas. Esse coeficiente, dependendo do tipo do modelo dinâmico, é calculado de forma a contemplar o efeito de transferência inversa de energia cinética turbulenta (*backscatter*), das escalas sub-malha para as maiores escalas.

O principal objetivo do presente trabalho concentra-se na implementação do modelo sub-malha dinâmico no programa Fluids, desenvolvido por Campregher (2002) e aperfeiçoado por Frigo (2004), para simular escoamentos turbulentos utilizando LES. Exaustivos testes foram conduzidos, gerando resultados que permitiram testar as modificações introduzidas no código computacional e, sobretudo, avaliar o desempenho da modelagem dinâmica em relação ao

modelo de Smagorinsky e à simulação de escoamentos sem o uso de modelagem explícita de turbulência. Para os casos bidimensionais, foram empregados como casos-teste o escoamento sobre degraus descendentes (*backward facing step*) e no interior de cavidades quadradas com tampa deslizante (*lid-driven cavity*), por se tratarem de problemas com razoável grau de complexidade e para os quais existe considerável disponibilidade de dados na literatura. Para as simulações tridimensionais, o escoamento dentro de uma cavidade cúbica com tampa deslizante foi considerado.

### 1.3. REVISÃO DA LITERATURA

Diferentemente da modelagem de Smagorinsky, que emprega um único filtro – determinado pelo tamanho dos elementos da malha computacional – para separar as grandes estruturas turbilhonares das escalas sub-malha, o modelo dinâmico lança mão de um duplo processo de filtragem, utilizando dois filtros conceitualmente distintos – o chamado filtro teste ( $\tilde{\Delta}$ ) e o filtro da malha ( $\bar{\Delta}$ ). No trabalho em que Germano *et al.* (1991) propõe o conceito de modelagem dinâmica, ensaios de validação são apresentados, envolvendo a comparação entre resultados fornecidos por seu modelo e por simulações numéricas diretas de Kim *et al.* (1987) e Zang *et al.* (1990), respectivamente, para o escoamento turbulento e transicional em um canal. A relação  $\alpha = \tilde{\Delta}/\bar{\Delta} > 1$  é o único parâmetro que deve ser imposto neste tipo de modelagem. Segundo comprovam os testes realizados pelos autores, a escolha adequada do valor de  $\alpha$  é importante para a obtenção das tensões turbulentas resolvidas, que podem ser mal calculadas, quando valores muito próximos de 1 são empregados. Por outro lado, a utilização de valores elevados para esta relação, também pode afetar os resultados. Neste trabalho, os resultados que ofereceram melhor concordância com os dados oriundos das simulações numéricas diretas para escoamentos turbulentos e transicionais foram obtidos com o emprego de  $\alpha = 2$ . A boa qualidade dos resultados obtidos realçou, de maneira inequívoca, as vantagens do modelo dinâmico, em relação ao modelo clássico de Smagorinsky.

Reconhecendo as potencialidades deste tipo de modelagem, nos anos que se seguiram, diferentes autores testaram a utilização da modelagem sub-malha dinâmica na solução de problemas de interesse na engenharia. Os trabalhos nesta área apresentam enfoques bastante diversificados, mas poderiam ser agrupados em duas grandes categorias – aqueles que

introduzem modificações e aperfeiçoamentos no modelo original de Germano *et al.* (1991) e aqueles que apenas fazem uso do modelo, como ferramenta para a análise de problemas físicos.

Dentre aqueles que aperfeiçoaram o modelo dinâmico, destaca-se o artigo de Lilly (1992), que modifica o modelo dinâmico original pelo uso da técnica dos mínimos quadrados para diminuir o erro no cálculo do coeficiente dinâmico. Neste caso, o coeficiente dinâmico é dado por uma fórmula cujo denominador não se anula, diferentemente do que pode acontecer com a utilização do modelo original de Germano *et al.* (1991). Caso este denominador torne-se zero, o numerador também é anulado, para tornar o cálculo estável. Com isto, a alteração proposta por Lilly (1992) foi capaz de remover a principal fonte de singularidade responsável pela desestabilização dos cálculos e passou a servir de base para quase todos os modelos dinâmicos desenvolvidos posteriormente.

O trabalho de Padilla (2004) é uma referência da utilização do modelo dinâmico otimizado por Lilly (1992). Nesse trabalho, o pesquisador implementou o modelo dinâmico em um programa computacional que utiliza a técnica dos volumes finitos para a discretização espacial das equações governantes em coordenadas cilíndricas. Para validação do modelo numérico, foi simulado o escoamento em dois sistemas térmicos diferentes. O primeiro deles constitui-se de um cilindro horizontal rotativo e aquecido imerso em um meio infinito. O segundo, por sua vez, compreende em um sistema constituído de dois cilindros concêntricos à temperatura diferentes, dos quais o cilindro interno é rotativo. Neste trabalho o autor realizou testes para a segunda filtragem característica dos modelos sub-malha dinâmicos. O filtro baseado na média ponderada sobressaiu em relação aos outros tipos de filtros quando avaliado o tempo computacional requerido e a qualidade dos resultados. Os resultados, tanto das simulações do cilindro rotativo em meio infinito a altos números de Rayleigh como também do sistema dos cilindros concêntricos do modelo dinâmico mostraram-se satisfatoriamente melhores do que os resultados obtidos pelo modelo de Smagorinsky.

Uma generalização do modelo dinâmico de Lilly (1992) para aplicação em escoamentos compressíveis e incompressíveis com transporte de um escalar foi proposta por Moin *et al.* (1991). Num primeiro momento, os autores estudaram o processo de decaimento da turbulência isotrópica, comparando os resultados da modelagem dinâmica com os obtidos por DNS. Em uma segunda etapa, foram avaliadas as evoluções temporais do coeficiente dinâmico ( $C$ ) e do número de Prandtl turbulento ( $Pr_t$ ) ao longo de um escoamento cisalhante homogêneo e incompressível. Os testes foram realizados para alguns valores de Prandtl molecular, com duas

diferentes malhas computacionais – uma grosseira e outra mais refinada – e em dois regimes de escoamento distintos, mostrando uma boa concordância com resultados provenientes de DNS. Também foi realizada a simulação de grandes escalas da turbulência isotrópica em situações incompressíveis, para o escoamento transiente e turbulento no interior de canais, sendo estes resultados confrontados com dados experimentais de Comte-Bellot & Corrsin (1971). Em virtude da inexistência de dados experimentais para a situação compressível, os autores compararam seus resultados apenas com aqueles de sua própria simulação numérica direta, encontrando uma excelente concordância.

Piomelli (1993) simulou o escoamento turbulento em um canal plano com números de Reynolds – baseado na velocidade de atrito e na metade da espessura do canal – variando de 200 a 2000, usando LES, aliada ao modelo sub-malha dinâmico proposto por Lilly (1992). De acordo com o autor, suas simulações foram as primeiras a representarem numericamente a camada limite no interior de um canal percorrido por um escoamento com um número de Reynolds com esta ordem de magnitude, sem o uso de modelagens adicionais ou funções de amortecimento na parede. Embora tivessem como principal objetivo testar o desempenho do modelo nas regiões parietais, onde as malhas utilizadas foram razoavelmente grosseiras, estas simulações permitiram avaliar, também, o uso de dois filtros nas regiões da camada limite. Os resultados obtidos foram comparados com dados provenientes de DNS e de ensaios experimentais, mostrando uma boa concordância.

A simulação do escoamento transicional dentro de uma cavidade com tampa deslizante foi feita por Zang *et al.* (1993a), utilizando a modelagem sub-malha dinâmica proposta por Lilly (1992). Os cálculos foram realizados para um número de Reynolds igual a 7500 e os resultados, quando comparados com os resultados experimentais de Prasad & Koseff (1989), foram considerados satisfatórios. As simulações foram realizadas de duas maneiras. Primeiramente, o programa computacional foi ajustado para desconsiderar valores negativos do coeficiente dinâmico. Em uma etapa posterior, os valores negativos foram levados em conta, permitindo, desse modo representar uma parcela do processo de transferência inversa de energia (*backscatter*). Entretanto, os autores ressaltam que valores negativos de viscosidade total ou efetiva são propícios ao desencadeamento de instabilidades numéricas, que comprometem a qualidade dos resultados. Como artifício para contornar esse inconveniente, os autores recomendam que sejam tomados apenas os valores de viscosidade turbulenta que tenham, no



máximo, a mesma magnitude da viscosidade molecular, resultando sempre em uma viscosidade efetiva não negativa.

Na engenharia, o controle da turbulência pode ser realizado com uma grande diversidade de objetivos, que vão desde a redução do arrasto superficial e a supressão de ruídos em veículos aéreos, terrestres e marítimos, até a modificação de coeficientes de troca de calor no interior de dispositivos e equipamentos térmicos. De acordo com Collis & Chang (1999), no contexto de controle de turbulência (*Turbulence Control*), a teoria do controle ótimo (*Optimal Control Theory*) tem sido aplicada para reduzir o arrasto em números de Reynolds baixos em escoamentos turbulentos no interior de canais usando DNS. Entretanto, a inviabilidade da prática de DNS em escoamentos a altos números de Reynolds, sobretudo em torno de geometrias de interesse prático, motivou esses autores a investigarem se a estratégia do controle ótimo pode ser empregada em associação com LES. Para a realização desse estudo, o modelo sub-malha dinâmico de Lilly (1992) foi implementado em um código computacional com recursos de processamento paralelo, no qual as equações do movimento são discretizadas com o auxílio de uma metodologia híbrida, que agrega o método espectral ao das diferenças finitas. O caso teste utilizado pelos autores foi o escoamento tridimensional no interior de um canal, para o qual se definem as direções como longitudinal, normal e transversal. Esse tipo de escoamento é caracterizado pela presença de duas regiões direcionalmente homogêneas, quais sejam, a direção longitudinal e a direção transversal. Já na direção normal às paredes do canal, o escoamento se apresenta direcionalmente não-homogêneo. O método espectral foi utilizado para resolver os termos provenientes das direções homogêneas do escoamento, enquanto um esquema conservativo de segunda ordem de diferenças finitas foi empregado no tratamento dos termos concernentes à direção normal à parede do canal, com um arranjo desencontrado de variáveis. O escoamento avançou no tempo segundo o método implícito de Crank-Nicholson, para os termos derivados da direção não-homogênea. Já para os termos da direção homogênea do escoamento, foi utilizado o método explícito de Runge-Kutta de terceira ordem. O algoritmo do passo fracionado foi usado para promover o acoplamento pressão-velocidade.

Inicialmente, simulações do escoamento turbulento em um canal foram realizadas com uma malha trinta e duas vezes mais grosseira que a necessária para a solução desse mesmo problema via DNS, empregando LES, mas sem o uso de técnicas de controle. Os cálculos foram efetuados para  $Re_{\tau} = 100$  e 180, baseados na velocidade da malha adjacente à parede e na metade da espessura do canal. Como resultado, os autores obtiveram o comportamento da velocidade de

atrito na região da camada limite do canal e o perfil de intensidade turbulenta nas três direções principais do escoamento, os quais apresentaram boa concordância com os resultados usando uma lei de parede já validada e com dados oriundos de DNS.

Para testar as potencialidades da associação de LES a técnicas de controle ótimo, as simulações para o caso do canal plano com  $Re_\tau = 100$  foram repetidas. Utilizando uma malha com apenas  $32 \times 49 \times 32$  volumes, Collis & Chang (1999) obtiveram resultados de excelente qualidade, quando comparados com DNS de Thomas *et al.* (1999), no qual uma malha  $42 \times 65 \times 42$  foi empregada. Reproduzindo o que já havia sido observado com o uso de DNS, o uso de controle ótimo associado a LES foi capaz de capturar o processo de relaminarização do escoamento, identificado por intermédio da evolução temporal do coeficiente de arrasto e da energia cinética turbulenta.

A tendência é a evolução dos modelos dinâmicos para reproduzir resultados com maior precisão, como mostra os trabalhos disponíveis na literatura. Claramente, houve um gradual desenvolvimento de novos modelos por meio da melhoria do modelo modificado por Lilly (1992). Nesse contexto, incluem-se diferentes modelos de localização dinâmica (*Dynamic Localization Models*), alguns dos quais são utilizados no trabalho de Carati *et al.* (1995). A filosofia dos modelos de localização dinâmica é obter um modelo generalizado que pode ser usado na simulação de escoamentos completamente não homogêneos. Carati *et al.* (1995) usa três diferentes tipos de modelos de localização dinâmica (DLM – *Dynamic Localization Model*). Um deles é o modelo DLM(+), sendo o mais simples deles, uma vez que é tomado somente os valores positivos da viscosidade turbulenta, eliminando totalmente a simulação da transferência inversa de energia.

O modelo DLM(k) proposto por Ghosal *et al.* (1993) e (1995), por sua vez, possui uma equação de transporte adicional de energia cinética das escalas sub-malhas (k). Nesse caso é considerado o valor negativo da viscosidade turbulenta, permitindo que ocorra na totalidade o processo de transferência inversa de energia. O modelo DLM(k) é um modelo que considera a cascata inversa de energia segundo um processo puramente determinístico. Ao contrário, o modelo DLM(s), já mais sofisticado, permite a determinação da viscosidade turbulenta por meio de um processo estocástico. Carati *et al.* (1995) comparam resultados fornecidos por esses três diferentes modelos de localização dinâmica, com os fornecidos pelo modelo dinâmico otimizado por Lilly (1992) e, ainda, com dados experimentais referentes ao decaimento da turbulência isotrópica a jusante de uma grelha. Os resultados de todos os modelos apresentaram uma boa

concordância com os resultados experimentais. Entretanto, o modelo DLM(s) obteve melhores resultados em relação aos outros modelos com apenas 20% mais caro computacionalmente em relação ao modelo clássico de Smagorinsky.

Um outro modelo variante do modelo dinâmico é o modelo de mistura dinâmico (*Dynamic Mixed Subgrid-Scale Model*), proposto por Zang *et al.* (1993b). Os autores encontraram resultados mais precisos para o problema da cavidade com tampa deslizante, utilizando o modelo de mistura dinâmico. Segundo Zang *et al.* (1993b), Lund (1991) mostrou que, embora o modelo dinâmico preveja com precisão a taxa média de dissipação da energia cinética turbulenta, os valores encontrados para as taxas locais de dissipação no escoamento turbulento em um canal não se comparam bem com os resultados da simulação direta de Kim *et al.* (1987), tal como ocorre com o emprego do modelo de Smagorinsky. Em outras palavras, o modelo dinâmico pode capturar com boa precisão as quantidades médias do escoamento quando é realizada uma média do coeficiente do modelo, mas não representa devidamente as propriedades locais do escoamento. Essa média do coeficiente dinâmico é realizada na direção homogênea de um escoamento.

Ainda segundo Zang *et al.* (1993b), pelo fato de basear-se no cálculo da viscosidade turbulenta, o uso adequado da modelagem dinâmica requer que o eixo principal do tensor das tensões sub-malha esteja alinhado com o tensor das taxas de deformação. Se essa condição não for satisfeita, a modelagem dinâmica pode superestimar a transferência inversa de energia, devido às grandes flutuações do coeficiente dinâmico  $C$ , resultando em um crescimento exponencial de instabilidades. Para amenizar este inconveniente, Zang *et al.* (1993b) também modificaram o modelo otimizado de Lilly (1992), utilizando o conceito do modelo de mistura de Bardina *et al.* (1983). Com essa alteração, as instabilidades decorrentes das flutuações do coeficiente dinâmico são naturalmente amortecidas, resultando em um modelo de base que não assume um alinhamento do tensor das tensões da escalas sub-malhas com o tensor taxa de deformação das escalas resolvidas. Como teste para validar esse novo modelo, os autores fizeram diversas simulações para o caso da cavidade com tampa deslizante, tanto nos regimes laminar e transicional, como também no estágio de turbulência totalmente desenvolvida. Como conclusão, Zang *et al.* (1993b) ressaltam as qualidades do modelo de mistura dinâmico, quando comparado com o modelo clássico de Smagorinsky e mesmo com o modelo sub-malha dinâmico.

Mais trabalhos apresentando modelagens dinâmicas mais elaboradas podem ser encontrados na literatura, como é o caso de Krajnovic & Davidson (2002),

Piomelli & Liu (1995), Sohankar *et al.* (1999), Porté-Agel *et al.* (2000), Wang & Moin (2002), Shen & Yue (2001), entre outros. Entretanto, o uso do modelo dinâmico modificado por Lilly (1992) tem sido bastante utilizado, por oferecer bons resultados, combinando relativa simplicidade, facilidade de implementação e custo computacional acessível, características estas nem sempre encontradas juntas nas demais variantes do modelo dinâmico. Por outro lado, Piomelli & Liu (1995) e Carati *et al.* (1995) consideram que a principal limitação desse tipo de modelagem reside na sua inadequação para simular escoamentos que não sejam homogêneos em pelo menos uma direção. Esse argumento, entretanto, não encontra sustentação nas simulações de Zang *et al.* (1993a), que obtiveram bons resultados utilizando o modelo sub-malha dinâmico de Lilly (1992) para representar o escoamento no interior de cavidades com tampa deslizante, cuja topologia é, por natureza, altamente não-homogênea. Em vista disso, esse tipo de modelagem foi empregado no presente trabalho.

#### **1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Além desse capítulo introdutório – que inclui uma revisão da literatura sobre modelagem dinâmica da turbulência – esta dissertação contém quatro outros capítulos e dois apêndices, conforme a descrição apresentada a seguir.

No Capítulo 2, aborda-se, de forma cuidadosa e, ao mesmo tempo, sintética, toda a formulação matemática empregada no trabalho, incluindo as equações governantes em sua forma primitiva, os conceitos envolvidos nos processos de filtragem e as equações governantes filtradas, além de abordar o problema de fechamento e modelagem sub-malha da turbulência. Ainda nesse capítulo, foram apresentados quantitativamente os comportamentos dos diferentes filtros testes utilizados na modelagem dinâmica.

No Capítulo 3, faz-se uma breve abordagem do funcionamento do programa computacional, com ênfase nas modificações realizadas durante a execução deste trabalho. Esse capítulo visa facilitar a utilização da nova versão do programa computacional Fluids por futuros usuários.

O Capítulo 4, por sua vez, é inteiramente dedicado à apresentação dos resultados, no qual aparecem, também, dados e comentários de outros autores referentes aos casos-teste empregados neste trabalho para a validação das implementações efetuadas.

Por último, no Capítulo 5 são tecidas as considerações finais, juntamente com as sugestões para a continuidade deste trabalho.

# Formulação Matemática

## 2.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para fluidos newtonianos, as equações de Navier-Stokes são capazes de representar a natureza física de escoamentos, sem eles laminares ou turbulentos, cujo número de Mach seja inferior a 15. Sob esta condição, o livre caminho médio molecular é muitas ordens de grandeza inferior às micro-escalas dissipativas de Kolmogorov, satisfazendo inteiramente a hipótese do contínuo, como discutido por Lesier (1994). Em outras palavras, seja qual for o regime – laminar, transicional ou turbulento –, escoamentos tridimensionais incompressíveis e isotérmicos podem ser representados matematicamente pelas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, como segue:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \text{com } i = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + Sc_i, \text{ com } i = 1, 2, 3 \text{ e } j = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

na qual  $u$  representa a velocidade,  $\rho$  é a densidade,  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $p$  a pressão e  $Sc_i$  é o termo fonte.

Tais equações, juntamente com as condições de contornos necessárias para a solução do problema, formam um sistema fechado, composto por quatro equações e quatro incógnitas. Entretanto, sua solução analítica para casos gerais é, ainda hoje, impossível, devido à forte não-linearidade apresentada pelos termos advectivos da equação de quantidade de movimento, principalmente para números de Reynolds elevados. Assim, a solução desse sistema só se torna possível por meio do emprego de métodos numéricos adequados, como descrito nos trabalhos de Campregher (2002) e de Frigo (2004).

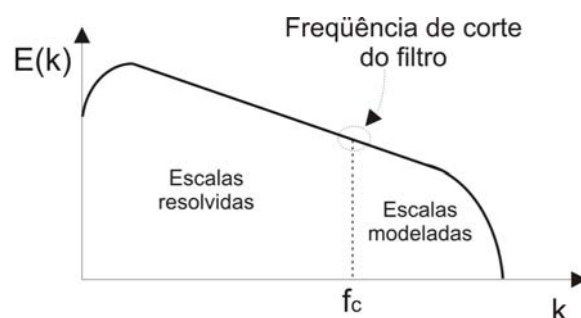
Por outro lado, a boa representação de escoamentos com números de Reynolds elevados, acarreta, em geral, esforços computacionais proibitivos, tanto em termos de capacidade de

armazenamento como em tempo de processamento. Dessa forma, métodos alternativos foram concebidos para viabilizar a simulação de escoamentos turbulentos e transicionais. Dentre as principais metodologias desenvolvidas para essa finalidade, destaca-se a simulação de grandes escalas (LES), proposta por Smagorinsky (1963) para a utilização em aplicações meteorológicas. Sua utilização na solução de problemas de engenharia foi iniciada somente alguns anos depois, com o trabalho de Deardoff (1970). Por requerer menos capacidade computacional do que DNS e proporcionar resultados com maior riqueza de detalhes do que RANS/URANS, o método encontrou grande aceitação nos meios científicos e, hoje, vem assumindo importância crescente na solução de problemas industriais.

Em síntese, a metodologia baseia-se na aplicação de uma operação de filtragem sobre as equações governantes, de modo a separar as grandes escalas das pequenas escalas, também chamadas de escalas sub-malha.

## 2.2. CONCEITO E PROCESSOS DE FILTRAGEM

Um escoamento turbulento é caracterizado por um largo espectro de comprimentos e de frequências. Na simulação de grandes escalas, define-se um filtro com uma dada frequência de corte ( $f_c$ ), em que as frequências menores do que  $f_c$  serão resolvidas e as maiores modeladas. A Figura 2.1 ilustra esquematicamente o conceito de separação de escalas associada ao espectro de energia cinética turbulenta, em função do número de onda ( $k$ ), que é uma frequência espacial.



**Figura 2.1:** Ilustração esquemática da separação de escalas por meio de uma filtragem associada ao espectro de energia cinética turbulenta  $E(k)$ .

Conceitualmente falando, os processos de filtragem podem ser tanto temporais como espaciais. Entretanto, na simulação de escoamentos turbulentos via LES, utiliza-se, apenas, a

operação de filtragem espacial, uma vez que a simulação do escoamento avança segundo um processo de marcha no tempo. Por esse motivo, neste trabalho apenas será discutida brevemente a utilização de filtros espaciais.

Em LES, cada campo ( $f$ ), vetorial ou escalar, é decomposto em uma parte representativa das grandes escalas ( $\overline{f}$ ) e em outra componente sub-malha ( $f'$ ), como segue:

$$f = \overline{f} + f' \quad (2.3)$$

De maneira geral, uma operação de filtragem espacial de um campo randômico  $f(\vec{x}, t)$ , de acordo com Leonard (1974) *apud* Germano (1992), é feita por meio de uma integral de convolução em um volume  $V$ , conforme a equação:

$$\overline{f}(\vec{x}, t) = \int_V G(\vec{x} - \vec{x}') f(\vec{x}', t) d\vec{x}' \quad (2.4)$$

onde  $G(\vec{r})$  é uma função filtro, sendo  $\vec{r} = \vec{x} - \vec{x}'$ .

Existem diferentes tipos de funções de filtro. Uma função comumente utilizada como filtro é do tipo "caixa" (*top hat filter*). Esse tipo de filtro é homogêneo, simétrico e não negativo, sendo derivado de um filtro do tipo kernel, o qual apresenta características mais generalizadas. Filtros do tipo kernel podem ser definidos como unidimensionais. Frequentemente, filtros multidimensionais são obtidos pela aplicação seqüencial de filtros unidimensionais, como descrito por Tejada-Martínez & Jasen (2000).

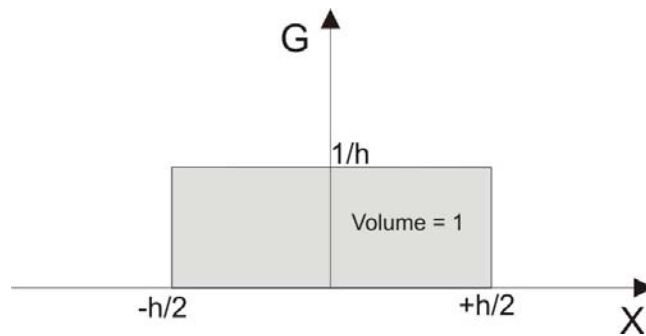
Com o filtro caixa, a função filtrada  $\overline{f}(\vec{x}, t)$  representa simplesmente uma média de  $f(\vec{x}, t)$  no intervalo  $(x - h/2; x + h/2)$ . Portanto, o filtro kernel do tipo caixa centrado em um  $x$  qualquer recebe o valor  $1/h$ , ao longo do intervalo definido anteriormente, e zero, em qualquer outra região, como ilustrado na Figura 2.2. Matematicamente, esta função pode ser definida pela equação:

$$G(\vec{x} - \vec{x}'; h) = \begin{cases} 1/h & \text{se } \vec{x} - \vec{x}' \leq h \\ 0 & \text{se } \vec{x} - \vec{x}' > h \end{cases} \quad (2.5)$$

Neste caso, o parâmetro  $h$  representa o tamanho característico do filtro, mais comumente representado pelo símbolo  $\Delta$ . O tamanho característico do filtro está intrinsecamente relacionado com a freqüência de corte de separação de escalas, mencionada anteriormente. É importante



salientar que, se  $\Delta$  for representado pelo tamanho da malha ( $\Delta_M$ ), a filtragem se confunde com a filtragem imposta pela própria discretização espacial das equações governantes, uma vez que o valor de todas as variáveis permanece constante no interior de cada volume elementar que constitui a malha computacional. Frequentemente, é usado  $\Delta = \beta \Delta_M$ , com  $\beta = 1$ . Entretanto, em simulações usando o modelo sub-malha dinâmico, é comum o uso de  $\beta = 2$  para o segundo processo de filtragem.



**Figura 2.2:** Ilustração do conceito da função de filtro do tipo caixa, utilizada em filtros kernel unidimensionais.

Na literatura são mencionados filtros diferentes do apresentado anteriormente, como, por exemplo, os propostos por Piomelli (1999). Um deles é representado por uma função filtro gauseana e o outro é o filtro utilizado nos métodos espectrais, representado pelas Equação 2.6 e 2.7, respectivamente.

$$G(\vec{x} - \vec{x}'; \Delta) = \sqrt{\left(\frac{6}{\pi \Delta^2}\right) \exp\left(-\frac{6(\vec{x} - \vec{x}')^2}{\Delta^2}\right)} \quad (2.6)$$

$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{se } k \leq \pi/\Delta. \\ 0 & \text{se não} \end{cases} \quad (2.7)$$

### 2.2.1. Propriedades da decomposição de escalas por meio de operações de filtragem

Com base na equação de decomposição, Equação 2.3, têm-se as seguintes propriedades:

- ✓ Uma flutuação filtrada não é nula.

$$f(\bar{x}, t) = \bar{f}(\bar{x}, t) + f'(\bar{x}, t) \Rightarrow f'(\bar{x}, t) = f(\bar{x}, t) - \bar{f}(\bar{x}, t) \Rightarrow \bar{f}'(\bar{x}) = \bar{f}(\bar{x}) - \bar{\bar{f}}(\bar{x}) \neq 0 \quad (2.8)$$

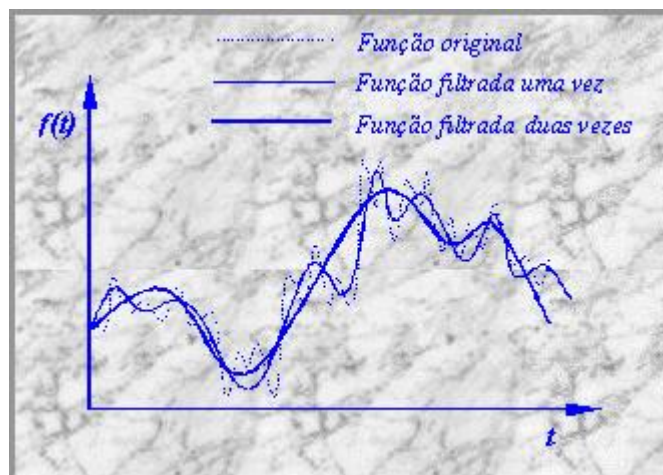
Esta propriedade se deve ao fato que uma variável filtrada pela segunda vez não é, forçosamente, igual à mesma variável filtrada pela primeira vez, como ilustra a Figura 2.3.

- ✓ O produto filtrado de uma variável filtrada por sua flutuação é diferente de zero.

$$\overline{\bar{f} f'} \neq \bar{f} \bar{f}' \neq 0 \quad (2.9)$$

- ✓ O produto de duas variáveis filtradas, filtrado novamente, é diferente do produto das duas variáveis filtradas separadamente.

$$\overline{\bar{f} \bar{f}} \neq \bar{f} \bar{f} \quad (2.10)$$



**Figura 2.3:** Ilustração dos processos de filtragem de uma função qualquer.

Retirada de Silveira-Neto (2000).

### 2.3. EQUAÇÕES GOVERNANTES FILTRADAS

Submetendo as Equações (2.1) e (2.2) a um processo de filtragem, como indicado na Equação (2.4), obtêm-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \bar{S}c_i \quad (2.12)$$

Essas equações são responsáveis pelo escoamento médio e pelo transporte de energia. O papel das pequenas escalas, responsáveis pela dissipação de energia, é representado pelo tensor de Reynolds Global, dado pela equação:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (2.13)$$

o qual deve ser modelado.

#### 2.4. TENSOR DAS TENSÕES SUB-MALHA

Se a velocidade característica das escalas sub-malha puder ser definida como:

$$u_i' = u_i - \bar{u}_i, \quad (2.14)$$

o tensor de Reynolds global poderá ser decomposto em três partes distintas, como descrito por Leonard (1974):

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}, \quad (2.15)$$

na qual,

$$\begin{aligned} L_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j && \Rightarrow \text{Tensor de Leonard} \\ C_{ij} &= \overline{u_i u_j'} + \overline{u_j' u_i} && \Rightarrow \text{Tensor cruzado} \\ R_{ij} &= \overline{u_i' u_j'} && \Rightarrow \text{Tensor de Reynolds sub-malha} \end{aligned} \quad (2.16)$$

O tensor de Leonard representa as interações entre as escalas resolvidas. O tensor cruzado representa as interações entre as escalas resolvidas e as modeladas, enquanto que o tensor de Reynolds representa as interações entre as escalas dissipativas, isto é, as modeladas. Essa decomposição do tensor  $\tau_{ij}$  tem sido, em grande parte, abandonada, devido à falta de invariância com respeito à transformação galileana dos tensores cruzados e de Leonard,

conforme relatado por Germano (1986). No trabalho de Germano (1986), é proposto uma redefinição para as tensões turbulentas, que obedece à regra de invariância com relação à transformação galileana.

## 2.5. MODELAGEM SUB-MALHA DA TURBULÊNCIA

Na impossibilidade de fechar o sistema formado pelas Equações (2.11) e (2.12), devido à presença de mais incógnitas do que equações, duas medidas diferentes podem ser adotadas. Uma delas é modelar o tensor de cisalhamento sub-malha  $\tau_{ij}$  diretamente. A outra é utilizar a hipótese de Boussinesq, expressando o tensor de Reynolds sub-malha  $R_{ij}$ , em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrado  $\bar{S}_{ij}$  e da energia cinética turbulenta ( $k$ ), como segue.

$$R_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} + \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (2.17)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.18)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad (2.19)$$

A viscosidade turbulenta  $\nu_t$  pode ser calculada via diferentes modelos sub-malha, conforme será mostrado posteriormente. A energia cinética turbulenta sub-malha é incorporada à pressão estática. Os tensores cruzados e de Leonard podem ser modelados seguindo a idéia de Clark *et al.* (1979) *apud* Silveira-Neto (2000), que sugere expressar a soma destes tensores como uma expansão de Taylor do campo de velocidade filtrado. Com base nisto, Findikakis & Street (1979) *apud* Silveira-Neto (2000), demonstraram que:

$$L_{ij} + C_{ij} \cong \frac{\Delta x_k}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \quad k = 1, 2, 3. \quad (2.20)$$

Assim, com a Equação 2.20 calculam-se explicitamente os tensores  $L_{ij}$  e  $C_{ij}$  em função do campo filtrado de velocidade.

Shaanan *et al.* (1975) *apud* Silveira-Neto (2000), estimaram que, quando um esquema de transporte advectivo de até segunda ordem é utilizado, os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados. Entretanto, quando se utiliza esquemas de ordens superiores ou métodos espectrais, estes tensores não podem ser desprezados. Porém, Silveira-Neto *et al.* (1993), em simulações sobre uma expansão brusca, revelaram que, mesmo para esquemas de terceira ordem, estes dois tensores podem ser desprezíveis, quando confrontados com o tensor de Reynolds sub-malha. Conforme descrito, neste trabalho, todos os efeitos de cisalhamento das escalas sub-malha é representado pelo tensor de Reynolds sub-malha. Deste modo, o tensor de Reynolds global (Equação 2.15) é igual ao tensor de Reynolds sub-malha (Equação 2.17).

### 2.5.1. Modelagem sub-malha de Smagorinsky

O modelo sub-malha de Smagorinsky baseia-se no conceito de viscosidade turbulenta e sua dedução apóia-se na hipótese de equilíbrio local para as pequenas escalas, de tal sorte que a energia injetada no espectro, definida como:

$$\wp = -\overline{u_i' u_j'} \overline{S_{ij}} = 2\nu_t \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}} \quad (2.21)$$

seja igual à energia dissipada pelos efeitos viscosos, dada por:

$$\varepsilon = -c_1 \frac{(\overline{u_i' u_j'})^{1/2}}{\Delta}. \quad (2.22)$$

Em outras palavras,  $\wp = \varepsilon$ . Na Equação (2.22),  $(\overline{u_i' u_j'})^{1/2}$  e  $\Delta$  são, respectivamente, as escalas características de velocidade e do comprimento sub-malha. Supõe-se que a viscosidade turbulenta sub-malha seja proporcional a essas duas escalas características, conforme a equação:

$$\nu_t = c_2 \Delta (\overline{u_i' u_j'})^{1/2} \quad (2.23)$$

Em seguida, combinando-se as Equações (2.21), (2.22) e (2.23), pode-se exprimir a viscosidade turbulenta como uma função da escala característica de comprimento e da taxa de deformação, segundo a expressão:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 |\overline{S}|, \quad (2.24)$$

na qual  $|\overline{S}|$  representa o módulo da taxa de deformação, dado por

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (2.25)$$

O comprimento característico  $\Delta$  é associado com o tamanho da malha. A constante  $C_S$  que aparece na Equação (2.24) é chamada de constante de Smagorinsky. Seu valor depende das características do programa computacional empregado e da natureza do escoamento simulado, devendo ser ajustado caso-a-caso. Um valor  $C_S = 0,18$  foi determinado analiticamente por Lilly (1967), para turbulência homogênea e isotrópica.

Apesar de requerer o ajuste de uma constante *ad hoc*, a simplicidade deste modelo favoreceu sua difusão como ferramenta de simulação de escoamentos turbulentos, servindo, ainda, como ponto de partida para o desenvolvimento de modelos mais sofisticados.

### 2.5.2. Modelagem sub-malha dinâmico

O modelo sub-malha de Germano *et al.* (1991) não requer a imposição de uma constante *ad hoc*, como na modelagem clássica de Smagorinsky. Nesse caso, o coeficiente dinâmico é expresso como uma função do tempo e do espaço, que depende das características intrínsecas do campo de escoamento.

Do ponto de vista formal, a modelagem sub-malha dinâmica está fundamentada na utilização de uma dupla operação de filtragem das equações governantes. Os filtros são definidos como:

- ✓ Filtro ao nível da malha: consiste numa primeira operação de filtragem, que separa as grandes escalas das escalas a serem modeladas. De forma idêntica ao que ocorre quando se utiliza o modelo clássico de Smagorinsky, a frequência de corte é determinada pela discretização espacial do domínio de cálculo.
- ✓ Filtro teste: consiste numa segunda operação de filtragem para permitir a interação entre as menores escalas resolvidas (com frequência ligeiramente inferior às encontradas nas escalas sub-malha) com as pequenas escalas, de modo a simular a transferência de energia entre elas, incluindo a transferência inversa de energia.

Para melhor ilustrar o processo de dupla filtragem, a Figura 2.4 mostra as divisões do espectro de energia pela operação dos filtros.



**Figura 2.4:** Ilustração do espectro de energia associado à dupla operação de filtragem.

Para separar as escalas segundo a filtragem implícita pela malha aplica-se se um filtro  $\bar{G}$  com um comprimento característico  $\bar{\Delta}$ , como já está representado pelas Equações (2.11) e (2.12).

Aplica-se, agora, o filtro teste  $\tilde{G}$ , de comprimento característico  $\tilde{\Delta} > \bar{\Delta}$ , sobre as equações (2.1) e (2.2), de forma a obter as seguintes equações:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \widetilde{u_i u_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \widetilde{Sc}_i \quad (2.27)$$

É interessante observar que o único parâmetro a ser ajustado neste modelo é a razão  $\tilde{\Delta}/\bar{\Delta} > 1$ . Se essa razão for pequena, as tensões turbulentas resolvidas podem ser afetadas por erros numéricos, conforme relatado por Germano *et al.* (1991). Por outro lado, um valor muito alto para essa relação, pode falsear a contribuição das escalas sub-malha. De forma geral, a relação  $\tilde{\Delta}/\bar{\Delta} = 2$  tem sido recomendada pelos pesquisadores.

O tensor cisalhamento sub-teste  $T_{ij}$ , é definido como sendo:

$$T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j. \quad (2.28)$$

Utilizando-se o tensor cisalhamento sub-teste acima, a Equação (2.27) pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \widetilde{Sc}_i \quad (2.29)$$

Tomando-se a Equação (2.12) e filtrando-se com o segundo filtro, obtém-se:

$$\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{u}_j \widetilde{u}_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \widetilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \widetilde{Sc}_i. \quad (2.30)$$

Subtraindo-se a Equação (2.30) da (2.29), tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}). \quad (2.31)$$

Utilizando-se a identidade representada pela Equação (2.31), define-se o tensor de Leonard global, como sendo a diferença entre o tensor cisalhamento sub-teste e o tensor cisalhamento sub-malha filtrado pelo segundo filtro, conforme a equação:

$$L_{ij} = \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}. \quad (2.32)$$

Essa igualdade é conhecida como identidade de Germano. Ela pode ser utilizada para a determinação da função coeficiente  $C(\vec{x}, t)$ , que aparece nos modelos dinâmicos de fechamento da turbulência.

A parte anisotrópica do tensor de Reynolds global sub-malha pode ser modelada pela hipótese de Boussinesq, como segue:

$$\tilde{\tau}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{\tau}_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} = -2C(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}, \quad (2.33)$$

onde  $\bar{S}_{ij}$  é o tensor da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrada e  $|\bar{S}|$  representa o módulo da taxa de deformação, representados pelas Equações (2.18) e (2.25), respectivamente.

Modelando-se as tensões turbulentas sub-teste  $T_{ij}$  de forma análoga, tem-se:

$$T_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} T_{kk} = -2C(\vec{x}, t) \widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij}. \quad (2.34)$$

e filtrando-se a Equação (2.33), obtém-se:



$$\tilde{\tau}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{\tau}_{ij} = -2\nu_t \tilde{S}_{ij} = -2C(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij}. \quad (2.35)$$

Definindo-se  $\alpha = \bar{\Delta} / \Delta$  e substituindo as Equações (2.34) e (2.35) na identidade de Germano, Equação (2.32), vem:

$$L_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} L_{ij} = -2\bar{\Delta}^2 C \left( \alpha^2 \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij} - \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij} \right), \quad (2.36)$$

cujo termo entre parênteses é convencionalmente identificado como tensor  $M_{ij}$ . Assim, o coeficiente dinâmico  $C$  pode ser definido pela expressão:

$$C = -\frac{1}{2\bar{\Delta}^2} \frac{L_{ij}}{M_{ij}} \quad (2.37)$$

Note-se que o termo isotrópico do tensor de Leonard não está presente no numerador da Equação (2.36). Germano *et al.* (1991) estabeleceram a contração da Equação (2.37) pela multiplicação de ambos os lados por  $\bar{S}_{ij}$ . Esta é uma possível maneira de extrair um escalar da Equação (2.37). No entanto, segundo Germano *et al.* (1991), o coeficiente dinâmico está propenso a introduzir flutuações numéricas nos cálculos, desestabilizando artificialmente o escoamento, uma vez que o denominador da Equação (2.37) pode anular-se ou aproximar-se muito de zero. De acordo com Lilly (1992), tais perturbações podem ser minimizadas, empregando-se a técnica dos mínimos quadrados para a obtenção de uma equação para a determinação do coeficiente dinâmico, conforme apresentado na discussão que se segue.

Retomando a Equação (2.36) com as possíveis simplificações tem-se a seguinte identidade:

$$L_{ij} + 2\bar{\Delta}^2 CM_{ij} = L_{ij} + \tilde{\tau}_{ij} - T_{ij} = 0 \quad (2.38)$$

Essa identidade é válida apenas se os tensores das tensões sub-malha exatos,  $\tilde{\tau}_{ij}$  e  $\widetilde{T}_{ij}$ , forem considerados. No entanto, na prática, se as tensões  $\tilde{\tau}_{ij}^M$  e  $\widetilde{T}_{ij}^M$  são obtidas de um determinado modelo  $M$ , não há dúvida de que a identidade da Equação (2.38) será violada. Dessa forma, pode-se calcular o erro de acordo com a equação:

$$E_{ij} = L_{ij} + 2\bar{\Delta}^2 CM_{ij} = L_{ij} + \tilde{\tau}_{ij}^M - T_{ij}^M \neq 0. \quad (2.39)$$

No procedimento dinâmico, utiliza-se o tensor  $E_{ij}$  como um indicador de qualidade para o modelo sub-malha. Lilly (1992), para obter uma equação estável para a determinação do coeficiente dinâmico, definiu  $Q$  como o quadrado do erro  $E_{ij}$  da seguinte forma:

$$Q = \left( L_{ij} + 2\bar{\Delta}^2 C M_{ij} \right)^2 \quad (2.40)$$

Estabelecendo-se  $\partial Q / \partial C = 0$ , para obter uma equação de  $C$  na qual o erro seja máximo ou mínimo, a equação é avaliada com sendo:

$$C(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2\bar{\Delta}^2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}. \quad (2.41)$$

Felizmente, a Equação (2.41) representa o mínimo de  $Q$  e pode ser facilmente mostrada, uma vez que  $\partial^2 Q / \partial C^2 > 0$ . A viscosidade turbulenta é determinada a partir da equação:

$$\nu_t = C(\vec{x}, t) (\bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (2.42)$$

A viscosidade efetiva é dada pela soma da viscosidade turbulenta com a viscosidade molecular, como segue:

$$\nu_{\text{efetiva}} = \nu_t + \nu_{\text{mol}} \quad (2.43)$$

A Equação (2.42) na forma apresentada admite valores negativos para o coeficiente dinâmico. Estes valores negativos permitem a simulação da transferência inversa de energia. Entretanto, valores negativos, isto é, magnitude da viscosidade turbulenta maior do que a viscosidade molecular, levam a valores negativos da viscosidade efetiva conforme a Equação (2.43). Isto resulta em instabilidades numéricas que são amplificadas durante a realização dos cálculos. Neste trabalho, foram admitidas somente as viscosidades turbulentas que resultasse em um valor positivo da viscosidade efetiva.

É importante ressaltar que, para o cálculo do coeficiente dinâmico, é requerida uma dupla operação de filtragem, nas quais as variáveis dependentes são todas resolvidas, impondo-se apenas o parâmetro  $\alpha$ , que relaciona os comprimentos característicos dos dois filtros.

### 2.5.2.1 Características dos filtros testes

Um dos passos fundamentais na utilização do modelo sub-malha dinâmico é o cálculo do coeficiente dinâmico, que está diretamente relacionado com o filtro teste. Portanto, a escolha de um filtro adequado é significativo no cálculo da viscosidade turbulenta. Quanto aos tipos de filtros testes, na literatura são citados diversos deles, tais como os filtros baseado na regra trapezoidal (RT), na média aritmética (MA) e na média ponderada (MP). O filtro RT, comumente utilizado na simulação de grandes escalas aliada à metodologia de diferenças finitas, tem a seguinte forma:

$$\tilde{\phi}_{ijk} = \frac{1}{8} \left( \bar{\phi}_{i-1,j,k} + \bar{\phi}_{i+1,j,k} + 2\bar{\phi}_{i,j,k} + \bar{\phi}_{i,j-1,k} + \bar{\phi}_{i,j+1,k} + \bar{\phi}_{i,j,k-1} + \bar{\phi}_{i,j,k+1} \right) \quad (2.44)$$

O filtro MA é um filtro mais simples, baseado na média aritmética da variável no volume do filtro teste (Figura 2.5), adquirindo a seguinte forma:

$$\tilde{\phi}_{ijk} = \frac{1}{7} \left( \bar{\phi}_{i-1,j,k} + \bar{\phi}_{i+1,j,k} + \bar{\phi}_{i,j,k} + \bar{\phi}_{i,j-1,k} + \bar{\phi}_{i,j+1,k} + \bar{\phi}_{i,j,k-1} + \bar{\phi}_{i,j,k+1} \right) \quad (2.45)$$

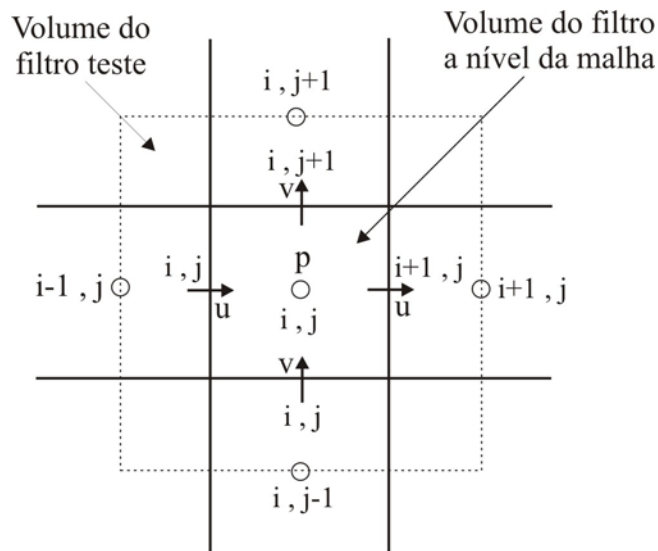
Finalmente, o terceiro filtro, baseado na média ponderada, incorpora o fator peso ( $P$ ), que determina o grau de influência da grandeza a ser filtrada da seguinte forma:

$$\tilde{\phi}_{ijk} = (1-P)\tilde{\phi}_{MP} + (P)\bar{\phi}_{ijk} \quad (2.46)$$

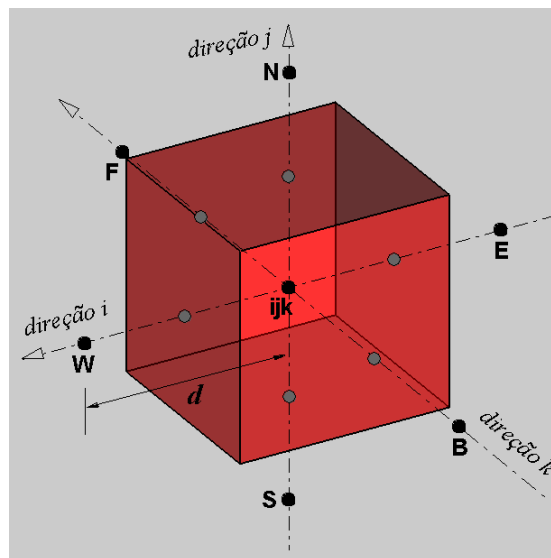
na qual,

$$\tilde{\phi}_{MP} = \frac{(\bar{\phi}_{i-1,j,k} / d_{i-1}) + (\bar{\phi}_{i+1,j,k} / d_{i+1}) + (\bar{\phi}_{i,j-1,k} / d_{j-1}) + (\bar{\phi}_{i,j+1,k} / d_{j+1}) + (\bar{\phi}_{i,j,k-1} / d_{k-1}) + (\bar{\phi}_{i,j,k+1} / d_{k+1})}{1/d_{i-1} + 1/d_{i+1} + 1/d_{j-1} + 1/d_{j+1} + 1/d_{k-1} + 1/d_{k+1}}$$

e  $d$  representa a distância entre os pontos centrais de cada volume no caso de uma propriedade a ser filtrada estar localizada nos centros dos volumes, como pode ser observado na Figura 2.6.



**Figura 2.5:** Volume do filtro teste em duas dimensões e localizações das variáveis em uma malha deslocada.

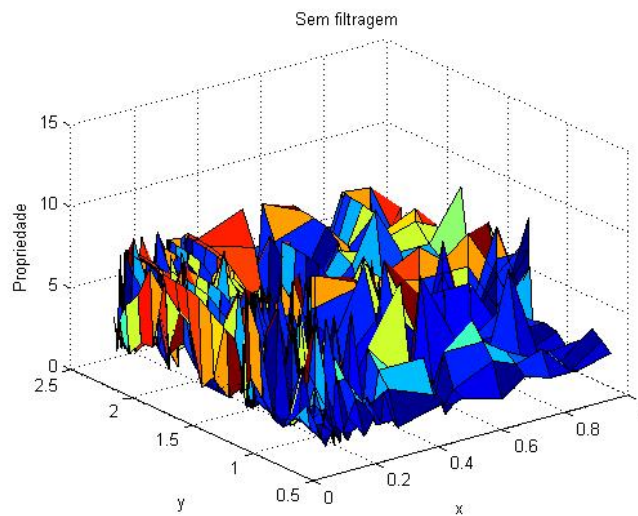


**Figura 2.6:** Esquema de um volume tridimensional. Retirada de Padilla (2004).

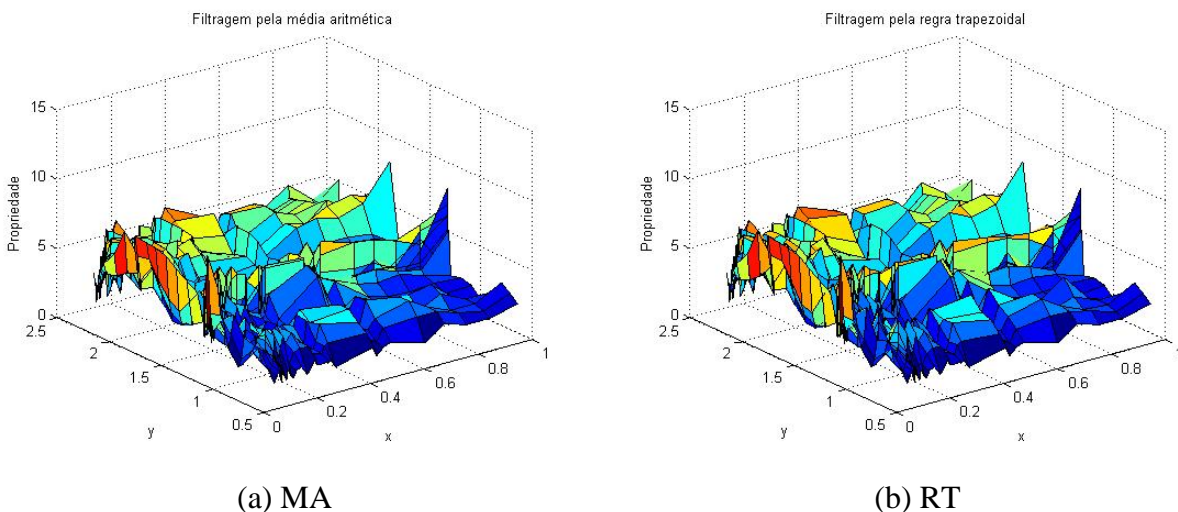
No intuito de compreender melhor o comportamento dos três tipos de filtros mencionados acima, foi feito um programa no ambiente Matlab<sup>®</sup> para simular uma filtragem no espaço bidimensional de uma propriedade qualquer. Os filtros avaliados foram os seguintes: filtros usando regra aritmética (MA), regra trapezoidal (RT) e média ponderada (MP) com diferentes pesos. A Figura 2.7 mostra o sinal de uma propriedade sem ser submetido a nenhum processo de filtragem, enquanto que as Figuras 2.8 e 2.9 mostram essa mesma propriedade submetida aos

filtros mencionados anteriormente. Esse processo de filtragem bidimensional foi realizado partindo-se da segunda célula em  $x$  e  $y$ .

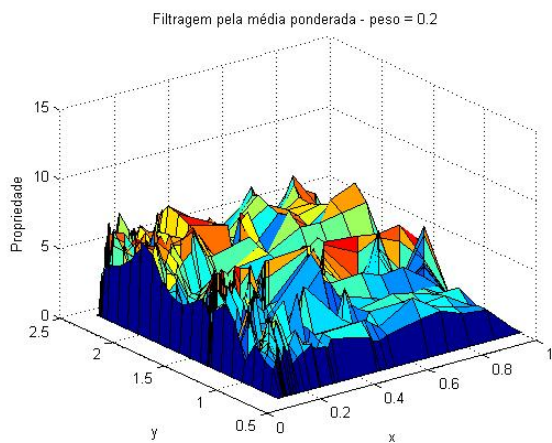
Percebe-se que as filtragens MA e RT possuem comportamentos idênticos. Já o filtro MP suaviza mais a propriedade em certas regiões do que os filtros MA e RT. Pela Figura 2.9, observa-se que o filtro (a) suaviza ligeiramente melhor a propriedade em certas regiões que a filtragem (b).



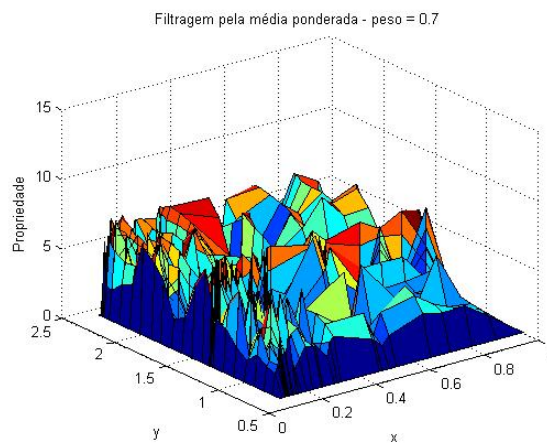
**Figura 2.7:** Sinal da propriedade a ser submetido a um processo bidimensional de filtragem.



**Figura 2.8:** Filtragem bidimensional usando a média aritmética (a) e a regra trapezoidal (b).



(a)  $P = 0,2$



(b)  $P = 0,7$

**Figura 2.9:** Filtragem bidimensional usando a média ponderada com diferentes pesos.

# ***Programa Computacional***

## **3.1. PRELIMINARES**

A maioria dos códigos comerciais para a solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor apresenta alto custo de aquisição, além do que, muitos deles possuem números de licenças restritas e exigem renovação periódica da licença de utilização. Entretanto, um dos maiores problemas no emprego de programas comerciais para uso científico está na impossibilidade de acesso ao programa fonte, o que comumente chamam de programa fechado. Os programas fechados, se não impedem, ao menos dificultam a implementação de novos modelos. Sendo assim, o desenvolvimento de um programa de simulação sempre constitui uma opção interessante para os laboratórios de mecânica dos fluidos computacional.

Como discutido por Campregher (2002), a elaboração de um programa voltado para a investigação científica de escoamentos não é uma tarefa trivial, exigindo que várias decisões e cuidados sejam tomados em todas as fases de sua elaboração. Com efeito, depois de decidir sobre o método numérico a ser empregado, vários outros detalhes devem, ainda, serem ponderados. Na escolha da linguagem de programação, por exemplo, é conveniente não apenas levar-se em conta a sua popularidade no meio científico, mas, principalmente, a cultura existente no laboratório onde o programa está sendo desenvolvido e onde, certamente, será utilizado e aprimorado por outros pesquisadores. Além disso, é importante que o programa requeira o mínimo possível de recursos computacionais, permitindo que problemas mais complexos, que necessitem uma maior densidade de células, possam ser simulados. A clareza da organização do programa, com comentários explicativos que facilitem sua utilização e futuras implementações, é, também, de extrema importância.

O programa Fluids, escrito na linguagem Fortran 90, possui duas versões, uma 2D e outra 3D. Essas duas versões do programa apresentam versatilidades nas condições de contorno. Algumas condições de contorno adicionais não estão habilitadas na interface gráfica do programa

Fluids 2D. O Fluids 3D não possui uma interface gráfica, de maneira que as informações necessárias à execução do programa são inseridas por meio de arquivos de entrada.

O presente capítulo visa documentar as modificações feitas no decorrer do presente trabalho para facilitar ao usuário a utilização adequada do programa. A maioria das informações a respeito do programa foi omitida aqui neste capítulo, pelo motivo de serem descritas com maiores detalhes nos trabalhos de Campregher (2002) referente ao programa bidimensional, e Frigo (2004), para o programa tridimensional. As modificações feitas no programa Fluids relacionadas com este trabalho se concentram especificamente na sub-rotina de cálculo da viscosidade turbulenta. Portanto, para selecionar um ou outro modelo sub-malha a ser utilizado, o usuário, procederá da mesma forma tanto para o programa 2D quanto para o 3D.

### 3.2. ESTRUTURA DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

O corpo principal do código computacional, denominado *Main*, se encarrega de gerenciar a leitura de todos os valores previamente ajustados para a montagem da malha, de monitorar a alocação de espaço para as matrizes e vetores, de controlar os passos iterativos durante a execução dos cálculos e de promover a liberação da memória reservada ao final da execução do programa. As sub-rotinas da rotina principal *Main*, acompanhadas de uma breve descrição funcional, estão relacionadas no Quadro 3.1.

**Quadro 3.1 :** Subrotinas empregadas na rotina principal *Main*.

Sub-rotina	Descrição
<i>Read_main</i>	Lê o arquivo <i>main.txt</i> , o qual informa os nomes e caminhos dos demais arquivos importantes do programa
<i>read_mesh</i>	Lê os dados das zonas numéricas: quantidades, número de malhas ( <i>grids</i> ), razão e direção de compressão.
<i>calc_values</i>	Calcula a quantidade total de malhas nas direções horizontal, vertical e transversal
<i>Create_mesh_arrays</i>	Aloca espaço na memória para os vetores que armazenam as coordenadas da malha.
<i>Create_flow_arrays</i>	Aloca espaço na memória para as matrizes que armazenam as variáveis primitivas e escalares passivos do escoamento.



<i>Create_fluid_arrays</i>	Aloca espaço na memória para armazenar as propriedades do fluido.
<i>Create_solver_arrays</i>	Aloca espaço na memória para as matrizes que armazenam os termos da equação discretizada.
<i>Init_cond</i>	Fornece os dados iniciais para as variáveis.
<i>read_bound</i>	Lê o arquivo <i>bound.bnd</i> , no qual estão armazenadas as condições de contorno (paredes do domínio, acoplamento, termos advectivos, passo de tempo e outros.).
<i>Startup</i>	Inicializa as variáveis do escoamento.
<i>calc_mesh</i>	Calcula todos os vetores com as coordenadas geométricas da malha.
<i>grid_faces</i>	Calcula as larguras e alturas dos volumes de controle.
<i>read_probe</i>	Lê informações nos arquivos <i>.prb</i> sobre configurações das sondas (coordenadas, variável a ser monitorada e frequência de aquisição).
<i>Probe</i>	Encontra os pontos nodais da malha mais próximos das coordenadas geométricas das sondas.
<i>solve_ns</i>	Monta os coeficientes e resolve as equações de Navier-Stokes e da Conservação da massa.
<i>write_probe</i>	Abre os arquivos e gerencia a gravação das sondas numéricas.
<i>Tecplotime</i>	Abre o arquivo e grava o campo das variáveis primitivas do escoamento em um formato padronizado.

### 3.2.1. A solução numérica das equações de Navier-Stokes

A sub-rotina *solve\_ns*, inserida no módulo *solver*, é responsável pelo cálculo dos coeficientes das equações do movimento discretizadas. Esse sistema de equações será resolvido por qualquer um dos *solvers* numéricos atualmente programados no módulo *abacus*, TDMA ou TDMA com correção em bloco, a critério do usuário. A descrição das sub-rotinas usadas no módulo *solve\_ns* encontra-se detalhada no Quadro 3.2.

**Quadro 3.2:** Descrição das sub-rotinas empregadas no módulo *solve\_ns*.

Sub-rotina	Descrição
<i>input</i>	Aplica as condições de contorno no domínio.
<i>solve_u</i>	Calcula os coeficientes para a solução da velocidade <i>u</i> .
<i>solve_v</i>	Calcula os coeficientes para a velocidade <i>v</i> .

<i>solve_w</i>	Calcula os coeficientes para a velocidade $w$
<i>solve_p</i>	Calcula os coeficientes para o cálculo da equação da correção da pressão.
<i>mi_turb_smg</i>	Calcula o valor da viscosidade turbulenta segundo o modelo de Smagorinsky.
<i>mi_turb_din</i>	Calcula o valor da viscosidade turbulenta via modelo dinâmico.

Para maior clareza dos procedimentos adotados na solução das equações de Navier-Stokes pelos métodos SIMPLE/SIMPLEC, são descritos, a seguir, os principais passos que caracterizam a sub-rotina *solve\_ns*:

1. Dado um campo de pressão arbitrário  $p^*$ , resolve-se as equações de quantidade de movimento - Equação (2.12) variando os índices  $i$  e  $j$ . Esse passo é resolvido chamando as rotinas *solve\_u*, *solve\_v* e *solve\_w*. O campo inicial é carregado na sub-rotina *input* com os valores lidos em *read\_bound*.
2. Resolve-se a equação para pressão corrigida  $p'$ . A sub-rotina *solve\_p* calcula os coeficientes da equação para pressão e chama o *solver* do sistema linear.
3. O próximo passo, é calcular o campo de pressão correto  $p$ .
4. Avança-se até o instante de tempo seguinte, usando o valor calculado de  $p$  como a estimativa inicial para o próximo passo e reiniciar o passo 1. O ciclo deve, então, se repetir, até que se atinja o tempo de cálculo previamente estipulado.

Como é de interesse obter a variação temporal das propriedades do escoamento, as iterações somente serão atualizadas para o novo instante de tempo quando a solução para o instante atual atingir o critério de convergência. Antes que isso ocorra, as iterações prosseguem no mesmo nível temporal. Maiores detalhes sobre o equacionamento e procedimentos para a solução das equações de Navier-Stokes e os método ligados à solução são apresentados nos trabalhos de Campregher(2002) e Frigo(2004).

### 3.3. ARQUIVO PRINCIPAL

As condições iniciais e de contorno, assim como as características da malha e outras informações necessárias a inicialização do programa são inseridas por meio de arquivos de entrada, cujo endereço, para localização, deve ser determinado no arquivo *main.txt*, da maneira ilustrada no Quadro 3.3.

**Quadro 3.3:** Arquivo *main.txt*, contendo informações necessárias à execução do programa.

Linha	
1	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\mesh.msh
2	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\bound.bnd
3	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\probe.prb
4	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\probe
5	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\tecplot
6	.TRUE.
7	D:\Ricardo\cavity\Fluids3D\tecplot0010.dat
8	100

#### Comentários:

- Linha 1:* Caminho e nome do arquivo de configuração do domínio e das malhas.
- Linha 2:* Caminho e nome do arquivo de configuração das condições de contorno.
- Linha 3:* Caminho e nome do arquivo de configuração das sondas.
- Linha 4:* Caminho e nome do arquivo no qual deverão ser gravados os resultados das sondas.
- Linha 5:* Caminho e nome do arquivo no qual deverão ser salvos os campos das propriedades.
- Linha 6:* Se deseja (.TRUE.) ou não (.FALSE.) recuperar um campo de escoamento.
- Linha 7:* Caminho e nome/extensão do arquivo a ser utilizado na reinicialização da simulação. No caso de FALSE., não fará sentido atribuir o caminho de localização de tal arquivo.
- Linha 8:* Tempo de cálculo, para reinicialização da simulação. No caso de FALSE., não fará sentido atribuir um tempo de reinicialização.

O programa permite recuperar um campo de escoamento já gravado, alimentar o domínio de cálculo com esse campo e continuar a simulação, até que se atinja o tempo computacional desejado. Esse recurso torna-se muito interessante, por exemplo, quando se deseja alterar, ao longo da simulação, o passo de tempo, o endereço de gravação dos campos calculados ou a

freqüência de coleta de dados das sondas numéricas. Além disso, essa facilidade permite recuperar resultados já gravados de cálculos que tenham sido interrompidos acidentalmente e prosseguir a simulação, a partir daquele instante.

### **3.4. CONSTRUÇÃO DA MALHA**

O programa é capaz de gerar malhas regulares e não uniformes, de modo a permitir um aumento da densidade da grade nas regiões do domínio de cálculo onde se verificam os maiores gradientes. Em cada subdomínio, a malha pode ser uniforme ou não uniforme, com o fator de expansão ou contração imposto pelo usuário. Com isto, detalhes mais refinados do escoamento podem ser capturados, sem grande penalização do tempo de CPU.

As coordenadas da malha assim como, as dimensões do domínio de cálculo, a quantidade, a localização e o tamanho de cada obstáculo sólido – cilindros de base quadrada ou retangular – devem ser inseridas pelo usuário por meio de um arquivo com extensão “\*.msh”. É interessante observar que geometrias cartesianas bidimensionais mais complexas podem ser montadas compondo-se dois ou mais quadrados ou retângulos numa mesma malha. Um modelo do arquivo “\*.msh”, está apresentado no Quadro 3.4.

**Quadro 3.4:** Arquivo \*.msh contendo as informações para o domínio e malhas numéricas.

Linha	
1	2.50
2	1.50
3	0.50
4	3
5	3
6	1
7	2
8	1.00 0.75 0.25 0.05 0.05 0.05
9	1.50 0.75 0.25 0.05 0.05 0.05
10	1.00 20 7 +
11	1.50 20 0 -
12	2.50 20 7 -
13	0.50 10 7 +
14	1.00 15 0 -
15	1.50 10 7 -
16	0.50 30 7 +

*Comentários:*

*Linhas 1,2 e 3:* Tamanho do domínio (m) no eixo *x* (linha 1), no eixo *y* (linha 2) e no eixo *z* (linha 3).

*Linhas 4,5 e 6:* Quantidade de Zonas numéricas na direção *x* (Zonas Verticais), na direção *y* (Zonas Horizontais) e na direção *z* (Zonas Transversais)

*Linha 7:* Quantidade de cilindros no domínio.

*Linhas 8 e 9:* Seis informações necessárias para a disposição dos cilindros no interior do domínio: localização do vértice inferior esquerdo nas coordenadas *x*, *y* e *z*, o comprimento *A*, a altura *B* e a largura *C*. Todas as unidades estão em metros. O programa usa uma linha para registrar os dados de cada cilindro .

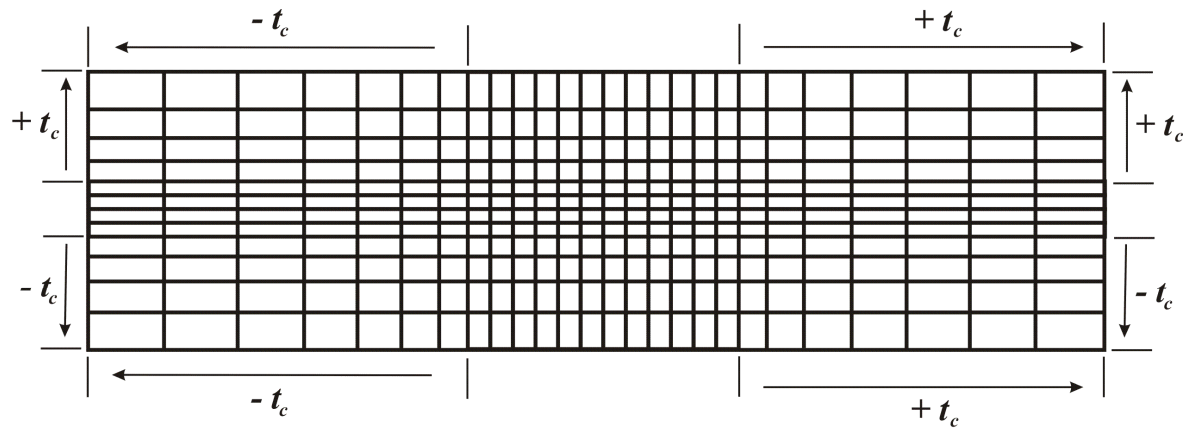
*Linhas 10 -12:* Dados para a construção das 3 zonas numéricas verticais (definidas na linha 4 ): Posição na coordenada *x* (em metros) correspondente ao final da zona (a coordenada inicial é definida automaticamente), quantidade de grades que está subdividindo a zona (número inteiro), razão de compressão (em %) para o tamanho das grades (em caso de malhas uniformes, este valor será zero) e direção de compressão (no caso de zonas verticais, o sinal “+” indica compressão para a direita enquanto que o sinal “-“ indica para a esquerda).

*Linhas 13– 15:* Contêm as mesmas informações das linhas 10-12, porém, para as zonas horizontais. A principal diferença é que o sinal de “+” significa direção de compressão para cima e o sinal de “-“ indica compressão para baixo.

*Linha 16:* Idem às linha anteriores, porém, para as zonas transversais. A principal diferença é que o sinal "+" significa direção de compressão crescente e o sinal "-" indica compressão decrescente.

### 3.4.1. Compressibilidade da malha

Nas regiões ocupadas por malhas não uniformes, a razão de compressão ( $t_c$ ) determina o quanto uma dada grade, de tamanho  $\delta_{x+1}$ , deve ser maior ou menor que a sua vizinha, de tamanho  $\delta_x$ . A Figura 3.1 ilustra, bidimensionalmente, regiões verticais e horizontais, onde o fator de compressão ( $f_c$ ) atua. Para o caso tridimensional, o fator de compressão age da mesma forma, esclarecendo-se, no entanto, que o sinal positivo ( $+t_c$ ) posiciona o vetor compressão para cima, para a direita e para frente, respectivamente, em zonas horizontais, verticais e transversais enquanto que o negativo ( $-t_c$ ) para baixo, para esquerda e para trás.



**Figura 3.1:** Regiões verticais e horizontais sob ação do  $f_c$  (fator de compressão)

Para evitar problemas de ordem numérica na solução das equações de Navier-Stokes, preconiza-se que a variação entre duas grades adjacentes não ultrapasse 10%, em relação ao menor  $\delta_x$ . Assim,

$$\delta_{x+1} = \delta_x f_c, \text{ na qual } f_c = 1 + t_c \quad (3.1)$$

sendo conveniente que:

$$\frac{\delta_x - \delta_{x+1}}{\delta_x} \leq 0.1 \text{ se } \delta_x < \delta_{x+1} \quad (3.2)$$

$$\frac{\delta_x - \delta_{x+1}}{\delta_{x+1}} \leq 0.1 \text{ se } \delta_x > \delta_{x+1} \quad (3.3)$$

Para uma quantidade  $n$  de grades contidas no interior de uma zona numérica de tamanho  $\Delta x$ , sujeito ao fator de compressão  $f_c$ , deve ser calculado o tamanho  $\delta_x$  de cada grade a ser introduzida na zona, sendo primordial, assim, definir  $\delta_1$ , partindo-se do fato que:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 + \delta_6 + \dots + \delta_n = \Delta x \quad (3.4)$$

O que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta_1 + \delta_1 f_c + \delta_1 f_c^2 + \delta_1 f_c^3 + \delta_1 f_c^4 + \delta_1 f_c^5 + \dots + \delta_1 f_c^{n-1} = \Delta x \quad (3.5)$$

Rearranjando os termos tem-se que:

$$\delta_1 (1 + f_c + f_c^2 + f_c^3 + f_c^4 + f_c^5 + \dots + f_c^{n-1}) = \Delta x \quad (3.6)$$

Então,

$$\delta_1 = \frac{\Delta x}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} f_c^k} \quad \text{e} \quad \delta_x = \delta_1 f_c^{x-1}, \text{ para } x = [1, n] \quad (3.7)$$

Por medida de precaução, quando a variação do tamanho entre duas malhas adjacentes ultrapassar a porcentagem anteriormente estabelecida, o programa emite uma mensagem de alerta e, em seguida, interrompe o processo. A Figura 3.2 apresenta duas das possíveis mensagens que poderão ser emitidas na tela, durante a construção da malha.

```
Warning: verificar a distribuicao da malha na direcao X,
na interface entre as zonas      1 e      2
Stop - Program terminated.
Press any key to continue
```

```
Warning: verificar distribuicao da malha na direcao Z,
dentro da zona                    2
Stop - Program terminated.
Press any key to continue_
```

**Figura 3.2:** Janelas de aviso que as malhas não estão propriamente distribuídas.

### 3.5. CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na entrada do domínio, pode-se impor quaisquer valores para as componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade, que permanecerão constantes durante toda a simulação. No entanto, atuando-se diretamente no programa fonte, pode-se subdividir a entrada do domínio de cálculo em regiões com velocidades uniformes ou perfis de velocidade pré-estabelecidos. Essa opção viabiliza o estudo de diferentes tipos de problemas, como degraus, cavidades abertas, jatos e camadas de mistura, alguns dos quais foram estudados durante a realização do presente trabalho.

Nas paredes superior e inferior (*upwall e downwall*) pode-se impor velocidades nulas, velocidades positivas ou negativas ou, até mesmo, condição de simetria. Nas paredes laterais (*frontwall e backwall*), entretanto, apenas velocidades nulas (condição de não deslizamento) ou condição de simetria estão disponíveis.

Na saída do domínio, é automaticamente imposto pelo programa a condição de Neumann ( $\partial u/\partial x = 0$ ), na simulação de escoamentos externos. No caso de escoamentos internos, como é o caso da cavidade com tampa deslizante (*lid-driven cavity*) a condição de Dirichlet deve ser introduzida mediante uma pequena alteração no programa fonte.

Todas as informações que estabelecem as condições de contorno nas fronteiras do domínio são inseridas num arquivo “\*.bnd”, juntamente com o valor dos coeficientes de relaxação para as velocidades e para a pressão, o passo de tempo computacional a ser utilizado, o número máximo de iterações permitidas em cada passo de tempo e o tempo total de escoamento a ser simulado, assim como, o tipo de acoplamento pressão-velocidade, o esquema de tratamento dos termos advectivos, dentre outras informações, como mostrado no Quadro 3.5.



**Quadro 3.5:** Arquivo \*.bnd, condições de contorno, propriedades do fluido e ajustes do solver

Linha	
1	0.15
2	0
3	0
4	3
5	3
6	1
7	1
8	5
9	2
10	2
11	.001
12	200
13	50
14	0.001
15	2
16	100
17	0.99
18	0.99
19	0.99
20	1.0
21	1.0
22	.00001
23	.TRUE.                         .TRUE.         .TRUE
24	1                                 2                 2
25	0.18                             1                 3
26	.TRUE.                                           0.2
27	.TRUE.
28	.TRUE.
29	.TRUE.
30	.FALSE.

*Comentários:*

*Linhas 1-3:* Velocidades (em m/s) na entrada do domínio, respectivamente, para a componente **u,v** e **w**.

*Linha 4:* Condição de contorno na parede superior do domínio (número inteiro): (1) condição de fronteira livre; (2) condição de velocidade imposta (neste caso deve ser seguido de um número – em m/s – do valor da velocidade); (3) condição de não-deslizamento (neste caso, a imposição de velocidade

nula é feita automaticamente).

- Linha 5:* Condição de contorno para a parede inferior: segue as mesmas indicações para a parede superior.
- Linha 6:* Condição de contorno na parede lateral anterior do domínio (número inteiro): (1) condição de fronteira livre; (3) condição de não-deslizamento .
- Linha 7:* Condição de contorno para a parede lateral posterior: segue as mesmas indicações para a parede anterior.
- Linha 8:* Tratamento dos termo advectivos (número inteiro): (1) upwind; (2) upwind de segunda ordem; (3); diferenças centrais (4) Power-Law; (5) QUICK.
- Linha 9:* Acoplamento pressão-velocidade (número inteiro): (1) SIMPLE; (2) SIMPLEC.
- Linha 10:* Condição de contorno na saída do domínio (número inteiro): (1) derivada segunda nula; (2) derivada primeira nula.
- Linha 11:* Passo de tempo  $\Delta t$  (em segundos).
- Linha 12:* Quantidade máxima de iterações por passo de tempo (número inteiro  $> 1$ ).
- Linha 13:* Tempo máximo (em segundos) de simulação.
- Linha 14:* Critério de convergência para a Conservação da Massa em todo o domínio.
- Linha 15:* Quantidade de passos obrigatórios a serem executados no TDMA.
- Linha 16:* Intervalo para a gravação dos campos das propriedades (em passos de tempo – número inteiro  $> 0$ ).
- Linhas 17 - 20:* Coeficientes de relaxação, respectivamente, para **u**, **v**, **w** e **p**.
- Linhas 21 e 22:* Viscosidade ( $\mu$ ) e densidade ( $\rho$ ) do fluido, respectivamente (em unidades do SI).
- Linhas 23 - 24:* Uso (.TRUE.) ou não (.FALSE.) da modelagem de turbulência (LES): (1) Uso do modelo sub-malha de Smagorinsky, neste caso deverá ser atribuído um valor para a constante do modelo na linha posterior; (2) Uso do Modelo Sub-Malha Dinâmico, neste caso, deverá ser atribuído o tipo de filtro teste a ser utilizado pelo modelo: (1) para o filtro baseado na média aritmética; (2) para o filtro baseado na regra trapezoidal; (3) para o filtro baseado na média ponderada, seguido do valor do peso de influência da propriedade. Nas duas colunas do lado direito do quadro acima, são mostrados dois exemplos de seqüência a ser seguida. A primeira coluna representa o caso de uso da modelagem dinâmica com filtro teste baseado na média aritmética e, na outra coluna, também se usa modelagem dinâmica, entretanto, o filtro teste é baseado na média ponderada com peso de valor 0,2. No caso de .FALSE., não faz sentido atribuir valores para a constante.
- Linhas 25:* Uso (.TRUE.) ou não (.FALSE.) do algoritmo de correção em bloco para o TDMA.
- Linhas 26:* Grava (.TRUE.) ou não (.FALSE.) o campo de propriedades na primeira convergência.
- Linhas 27:* Grava (.TRUE.) ou não (.FALSE.) o campo de propriedades na última convergência.
- Linhas 28:* As propriedades são (.TRUE.) ou não (.FALSE.) atualizadas a cada passo de tempo.
- Linhas 29:* Existe (.TRUE.) ou não (.FALSE.) transferência de calor na simulação.

### 3.6. SONDAS NUMÉRICAS

De maneira muito mais fácil que se faz experimentalmente, o programa permite ao usuário a inserção de um número quase ilimitado de sondas numéricas, para monitorar a evolução temporal das variáveis primitivas do escoamento –  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ou  $p$  – numa dada frequência de aquisição, especificada em  $Hz$ , definida pelo próprio usuário. A inserção e a configuração das sondas numéricas são feitas em um arquivo de extensão “\*.prb” e os dados de pressão ou de velocidades coletados pelas sondas serão gravados no endereço determinado pelo usuário, registrado no arquivo “main.txt”, como comentado anteriormente.

Um exemplo de um arquivo contendo um conjunto de sondas previamente configuradas é apresentado no Quadro 3.6.

**Quadro 3.6:** Arquivo \*.prb com as configurações das sondas numéricas.

Linha	
1	3
2	1 1 1 0.01 0.01 0.01 2 100
3	1 1 1 0.01 0.01 0.02 2 100
4	1 1 1 0.01 0.01 0.02 2 100

*Comentários:*

*Linhas 1:* Quantidade de sondas presentes no domínio.

*Linhas 2 - 4:* Informações necessárias para o programa distribuir e configurar as sondas: Coordenadas  $i, j$  e  $k$  no domínio computacional (pode ser qualquer número inteiro, este valor será encontrado e preenchido automaticamente pelo programa, baseado nas informações das coordenadas reais das sondas); Coordenadas  $x, y$  e  $z$  (m) da posição da sonda no domínio; propriedade a ser monitorada: (1) velocidade  $u$ , (2) velocidade  $v$ , (3) velocidade  $w$  e (4) pressão  $p$ ; frequência (Hz) de coleta de dados da sonda (número inteiro > 0). Quantidade de linhas (no atual exemplo são três) corresponde à quantidade de sondas numéricas no domínio.

Como as coordenadas que definem o posicionamento das sondas são fornecidas em números reais e as variáveis monitoradas estão dispostas num domínio discreto, nem sempre a posição  $(x,y,z)$  definida pelo usuário, irá coincidir exatamente com um nó  $(i,j,k)$  de pressão ou de velocidades na malha computacional. Existe, portanto, a necessidade de redefinição das coordenadas de posicionamento da sondas, localizando o ponto nodal mais próximo daquele

definido pelo usuário. Essa tarefa é realizada automaticamente pelo programa, por meio de um algoritmo criado e introduzido no código computacional para cumprir esta finalidade.

### **3.7. EXECUÇÃO DOS CÁLCULOS**

Depois de feitos todos os ajustes necessários à simulação, o programa irá buscar as informações contidas no arquivo *main.txt* e inicializará os cálculos, até que o tempo de simulação pré-estabelecido seja atingido. Caso seja detectado algum problema durante a execução do programa, tais como arquivos corrompidos, sinais de advertência serão emitidos.

Todos os dados calculados pelo programa são armazenados em arquivos com a extensão “\*.dat”, facilitando, assim, o pós-processamento dos resultados, que, no presente trabalho foi feito com o auxílio do programa Tecplot®, desenvolvido pela Amtec Inc. Para facilitar esta operação, o programa Fluids 3D gera, automaticamente, no arquivo contendo os campos das propriedades calculadas, um cabeçalho padrão, contendo informações necessárias à utilização do programa Tecplot®.

# **Resultados e Discussão**

Toda e qualquer modificação efetuada num código computacional direcionado à simulação de escoamentos deve, obrigatoriamente, ser submetida a um processo rigoroso de validação, sobretudo com o intuito de verificar se as novas implementações produzem resultados consistentes, permitindo uma boa representação de problemas físicos. Numa etapa seguinte, outros testes podem ser realizados, para avaliar o efeito das novas implementações sobre o desempenho do programa, em termos do uso de memória e do tempo de processamento. Um dos procedimentos tipicamente adotados para a validação de programas de simulação consiste na escolha de casos-teste para os quais se disponham de soluções analíticas ou, então, uma boa quantidade de dados numéricos ou experimentais que possam servir como elementos de comparação para os resultados obtidos.

No presente trabalho, dois problemas foram empregados como caso-teste – o escoamento bidimensional a jusante de um degrau descendente (*backward facing step*) e o escoamento no interior de cavidades com tampa deslizante (*lid-driven cavity*). Esses dois problemas são perfeitamente adaptados para a realização dessa tarefa, uma vez que, além de exaustivamente explorados na literatura, ambos se caracterizam por apresentarem geometrias bastante simples, no interior das quais se desenvolvem escoamentos bastante complexos.

Nas seções que se seguem, a fenomenologia e as principais características destes problemas serão discutidas, com base na revisão de trabalhos disponíveis na literatura e nos resultados oriundos das simulações efetuadas no presente trabalho, com o uso de diferentes tipos de modelagem sub-malha da turbulência.

## **4.1. ESCOAMENTO A JUSANTE DE DEGRAUS DESCENDENTES**

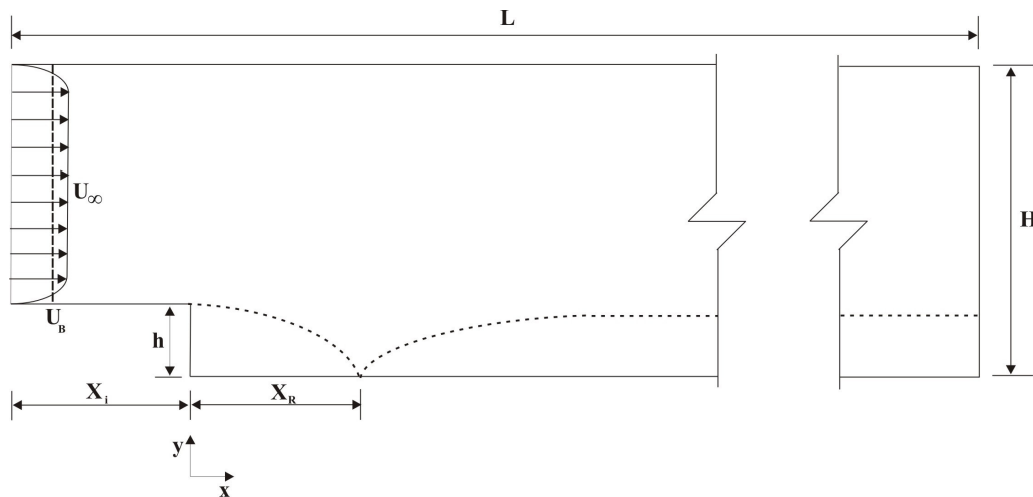
### **4.1.1. Caracterização física e geométrica do problema**

O escoamento a jusante de um degrau descendente – ou expansão brusca, como também é conhecido – constitui um exemplo clássico de escoamento complexo, por apresentar,

simultaneamente, desenvolvimento, descolamento e recolamento de camada limite, além de zonas de recirculação e o transporte de instabilidades de Kelvin-Helmholtz. Quase todos os mecanismos que aparecem neste tipo de escoamento estão presentes, também, em muitos problemas geofísicos e industriais, como, por exemplo, nos escoamentos atmosféricos e nos escoamentos ao redor de veículos aéreos, terrestres e marítimos.

Do ponto de vista numérico, o problema pode ser tratado bi ou tridimensionalmente. Em ambos os casos, todas as fronteiras inferiores são constituídas por paredes não deslizantes e impermeáveis, enquanto que, para a fronteira superior, também podem ser prescritas condições de não deslizamento e impermeabilidade ou, alternativamente, condição de simetria. As características geométricas de um degrau descendente 2D com paredes não deslizantes e impermeáveis nas fronteiras superior e inferior estão mostradas na Figura 4.1, na qual os dois tipos de perfis mais empregados na entrada do domínio são ilustrados.

Nesse tipo de escoamento, existem várias regiões e pontos que possuem nomenclaturas conhecidas pela comunidade científica. Por exemplo, pela Figura 4.1, ponto de separação é o ponto onde  $x = 0$  e  $y = h$ . Ponto de recolamento é o ponto em que  $x = X_R$  e  $y = 0$  e seu comprimento é dado por pela coordenada  $X_R$ .



**Figura 4.1:** Definição de parâmetros geométricos para um degrau 2D.

#### 4.1.2. Revisão da literatura

Na literatura, existe uma ampla variedade de trabalhos experimentais e numéricos que tratam do escoamento sobre degraus descendentes, alguns dos quais são discutidos nesta seção.

Armaly *et al.* (1983) realizou uma investigação experimental e teórica do escoamento sobre um degrau descendente numa faixa de Reynolds de 70 até 8000. Os seus estudos experimentais abrangeram os regimes laminares, transicional e turbulento. Os resultados concernentes ao comprimento de recolamento ( $X_R/h$ ) mostraram-se fortemente dependentes do número de Reynolds. No regime laminar, o comprimento  $X_R/h$  apresentou um comportamento puramente crescente, ao contrário do que ocorreu no regime transicional. Neste regime, o comprimento de recolamento flutua e seu valor médio apresenta uma tendência decrescente até um valor mínimo seguido de um comportamento crescente até atingir um valor constante, caracterizado pelo regime turbulento.

No trabalho de Elizarova *et al.* (2004), uma investigação experimental e numérica do escoamento incompressível sobre um degrau descendente foi também conduzida. A análise experimental foi feita em um túnel de vento de circuito aberto, utilizando-se um sistema de velocimetria por imagens de partículas (PIV). O modelo numérico é baseado na utilização de um conjunto de equações que os autores chamam de quasi-hidrodinâmica (*quasihydrodynamics system of equations*), e que diferem das equações de Navier-Stokes somente pela adição de um termo dissipativo. Os resultados numéricos foram consistentes com os resultados experimentais, levando os autores a concluírem que o sistema de equações quasi-hidrodinâmica é adequado para simular tanto o escoamento permanente laminar como, também, o escoamento turbulento.

Le *et al.* (1997) investigaram numericamente o escoamento a jusante de um degrau por meio de simulação numérica direta. Seus resultados foram validados mediante comparação com dados experimentais de Jovic & Driver (1994), mostrando, segundo uma análise estatística, uma ótima concordância. As simulações foram conduzidas para um degrau com razão de expansão de 1,2 e um número de Reynolds de 5100, baseado na altura do degrau ( $h$ ). Acompanhando a evolução temporal da velocidade, os autores obtiveram um número de Strouhal igual a 0,06 para a esteira de vórtices após o comprimento de recolamento. A análise de campos instantâneos de velocidade indicou que o comprimento de recolamento varia na direção  $z$ , e oscila sobre o valor médio de  $6,28 h$  na direção  $x$ . Observou-se um alto coeficiente de atrito negativo na região de recirculação, de tal modo que o pico do módulo do coeficiente de atrito é de duas vezes e meia maior do que o medido a altos números de Reynolds.

Kim *et al.* (1980), empregando um túnel de vento, estudaram a separação da camada cisalhante, o comprimento de separação e o redesenvolvimento da camada limite após o recolamento do escoamento sobre dois degraus de alturas diferentes – o primeiro com  $h = 3,81$  e

o segundo com  $h = 2,54$  cm. A experimentação foi feita com Reynolds próximo de  $1,3 \cdot 10^3$ , baseado na espessura de quantidade de movimento no ponto de separação. A pressão estática avaliada a partir do coeficiente de pressão e o perfil de velocidade são estudados ao longo da direção longitudinal do escoamento. Seus resultados evidenciaram a característica transiente predominante desse tipo de escoamento. Apenas em uma pequena parte do escoamento, localizada na região da recirculação ( $x/h \approx 3$ ) o escoamento pode ser considerado como permanente. Na região de recolamento, em particular, o escoamento é altamente transiente, posto que a distância instantânea de recolamento varia durante todo o tempo. A distância média de recolamento foi encontrada como sendo  $X_R/h = 7 \pm 1$ .

Silveira-Neto (1991) realizou uma investigação numérica do escoamento turbulento bidimensional em um degrau com diferentes alturas. O número de Reynolds, baseado no diâmetro de entrada do canal foi de  $6 \cdot 10^3$  e de  $9 \cdot 10^4$ . Posteriormente, Silveira-Neto (1993) retomou esse estudo, para uma avaliação minuciosa das estruturas tridimensionais formadas nesse tipo de escoamento, por meio da simulação numérica direta (SND) e da simulação de grandes escalas (SGE) usando o modelo sub-malha função estrutura de velocidade. Neste trabalho em particular, uma atenção foi dada ao estudo detalhado das estruturas do escoamento, além das investigações da estatística da turbulência desse tipo de escoamento. Os cálculos foram efetuados para um degrau de altura menor e outro com uma altura superior. Os resultados para o degrau inferior foram melhores quando comparados com os dados experimentais do que dos resultados fornecidos pelo modelo de Smagorinsky e o  $k-\epsilon$ .

Com a metodologia de simulação de grandes escalas, aliada ao modelo sub-malha de localização dinâmica, Akselvoll & Moin (1993) estudaram o escoamento tridimensional sobre um degrau. O domínio utilizado foi similar ao usado por Le *et al.* (1997) e o número de Reynolds foi 5100, baseado na máxima velocidade de entrada e na altura do degrau. Os resultados obtidos por Akselvoll & Moin (1993) foram confrontados com os resultados de Le *et al.* (1997), obtidos por simulação numérica direta, e com os dados experimentais de Jovic & Driver (1994). Além disso, o artigo mostra que foram efetuadas extensivas comparações entre os resultados produzidos pelos modelos sub-malha dinâmico e de localização dinâmica. Em todas as situações, foi encontrada uma concordância bastante satisfatória.



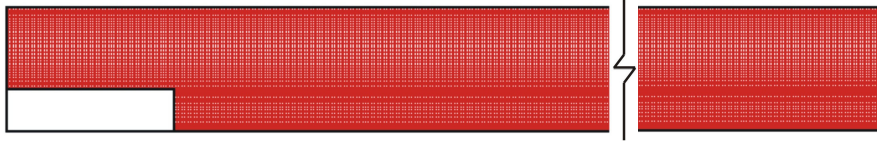
### 4.1.3. Condições de cálculo

As simulações do escoamento bidimensional sobre degraus descendentes foram realizadas usando o programa Fluids em sua versão 2D com modificações na condição de contorno de entrada do domínio. A configuração do domínio computacional e as condições de contorno foram escolhidas de maneira a permitir a comparação dos resultados obtidos com os dados experimentais de Kim *et al.* (1978). Em linhas gerais, as simulações foram efetuadas para escoamentos com o número de Reynolds  $4,5 \cdot 10^4$ , utilizando dois tipos de condições de contorno na entrada do domínio de cálculo – Grupo 1: perfil de velocidades uniforme; Grupo 2: perfil de velocidades achatado, retirado do próprio trabalho de Kim *et al.* (1978). O número de Reynolds foi definido com base na velocidade de corrente livre ( $U_\infty$ ) e na altura do degrau ( $h$ ), para o caso das simulações com o perfil achatado na entrada do domínio. Já para as simulações cuja condição de contorno é a imposição de um perfil uniforme na entrada do domínio, o número de Reynolds é baseado na altura do degrau e na velocidade média ( $U_B$ ) do perfil achatado, retirada dos experimentos de Kim *et al.* (1978). Deve-se ressaltar, entretanto, que a velocidade média ( $U_B$ ) é menor apenas 1,77% do que a velocidade máxima ( $U_\infty$ ).

Dentro de cada grupo, foram realizadas, primeiramente, cálculos sem o uso explícito de modelagem da turbulência. Em seguida, empregou-se a metodologia de simulação de grandes escalas, com o modelo sub-malha de Smagorinsky e com modelagem dinâmica utilizando-se três tipos de filtros – filtro baseado na média aritmética (MA), filtro baseado na regra trapezoidal (RT) e filtro baseado na média ponderada (MP). Todas as simulações foram realizadas com malhas não-uniforme na direção normal ( $y$ ) e uniforme na direção longitudinal ( $x$ ). A razão de compressão máxima utilizada na direção normal foi de 7%. As principais características da malha computacional utilizada nas simulações dos Grupos 1 e 2 são apresentadas na Tabela 4.1, podendo ser visualizada na Figura 4.2.

**Tabela 4.1:** Condições de simulação e das características da malha computacional.

Grupo	Perfil imposto na entrada	Malha	$\Delta x/h$ constante	$\Delta y_{\min}/h$ $x < 0$	$\Delta y_{\min}/h$ $x > 0$
1	uniforme	720 x 60	0,001	0,324	0,030
2	achatado				



**Figura 4.2:** Degrau descendente bidimensional – malha computacional utilizada.

Condições de não deslizamento foram impostas nas fronteiras superior e inferior, com condição de Neumann na saída do domínio de cálculo. O esquema QUICK-C foi utilizado para o tratamento dos termos advectivos, juntamente com o método SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. Ainda foi utilizado o método direto, TDMA, para a solução do sistema linear de equações.

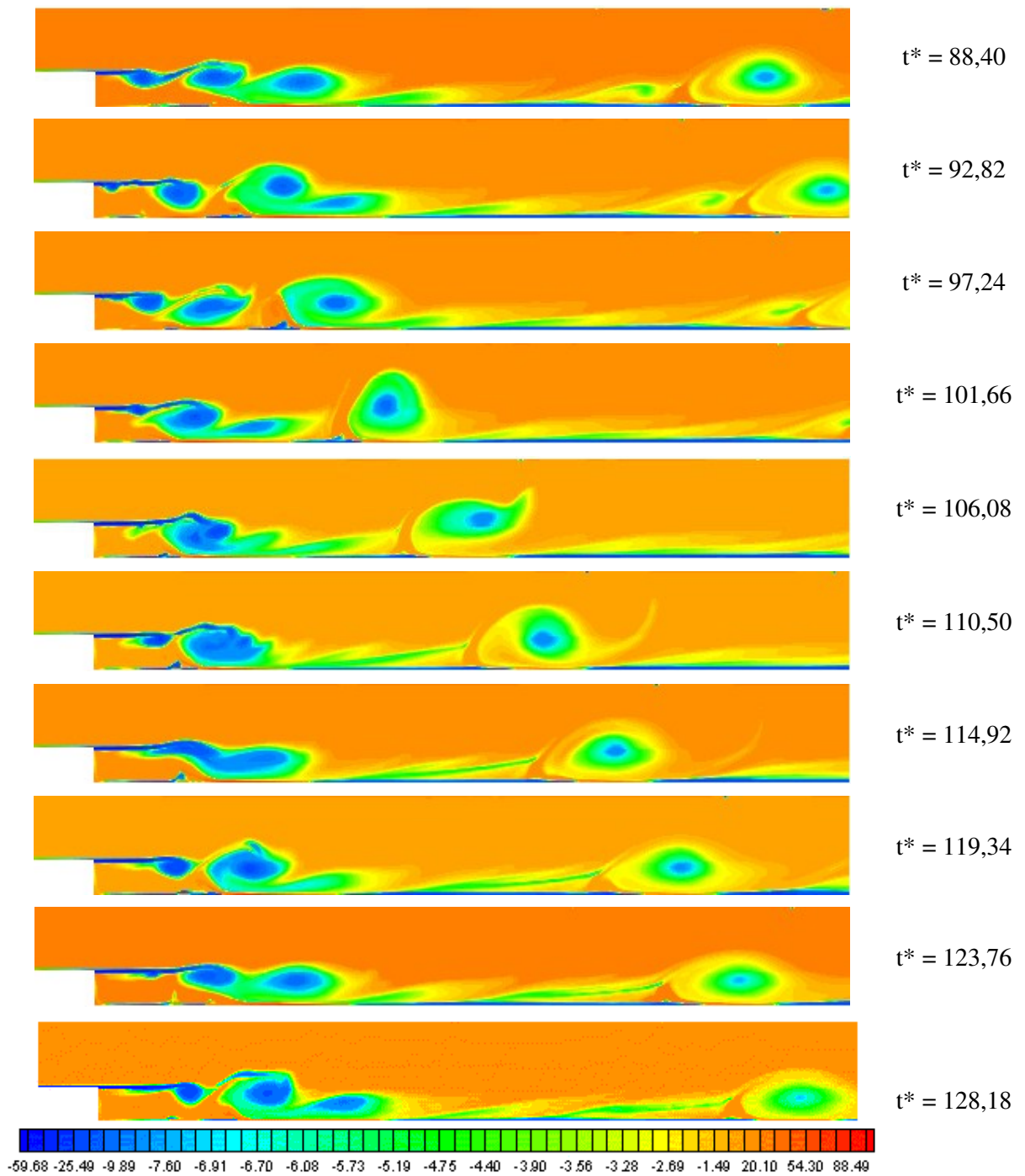
As dimensões geométricas do domínio computacional são:  $X_i = -4h$ ,  $L = 36h$ ,  $H = 3h$ , enquanto que o passo de tempo usado nestas simulações foi de  $10^{-3}$ .

#### 4.1.4. Apresentação e análise dos resultados

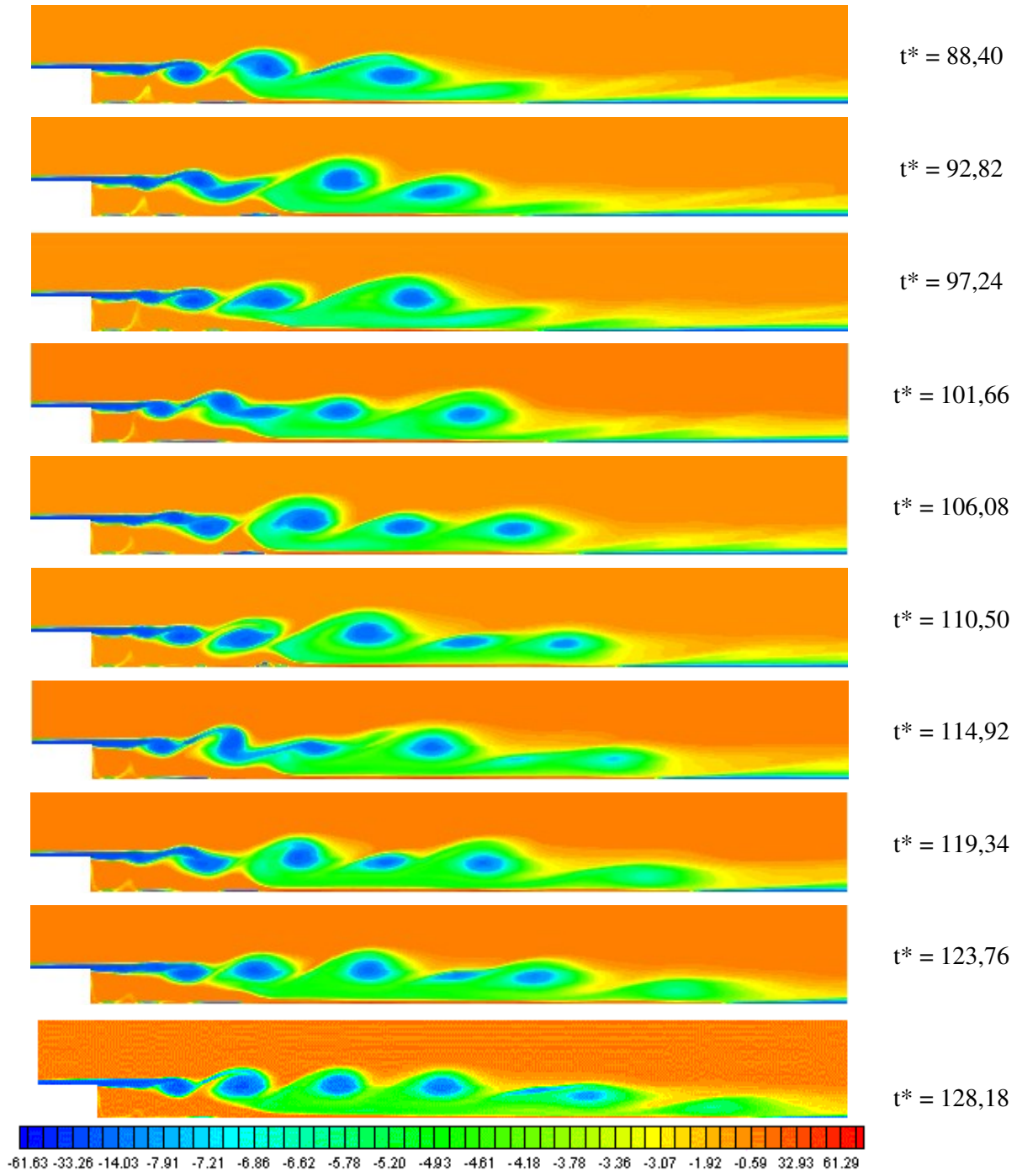
A evolução temporal do campo de isovorticidade para as simulações do Grupo 1, obtido sem modelagem explícita da turbulência é mostrada na Figura 4.3. As Figuras 4.4 e 4.5, por sua vez, mostram os mapas similares de isovorticidade, mas obtidos, respectivamente, com uso do modelo de Smagorinsky e da modelagem dinâmica MA. Para facilitar a comparação entre estes resultados, as imagens correspondentes nas três figuras foram tomadas nos mesmos instantes adimensionais, dados por:  $t^* = t U_B/h$ . Além disso, uma mesma escala de coloração foi empregada. Ainda é importante salientar que as componentes da vorticidade nas três direções principais foram definidas em todo o trabalho como sendo:

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad e \quad \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.1)$$

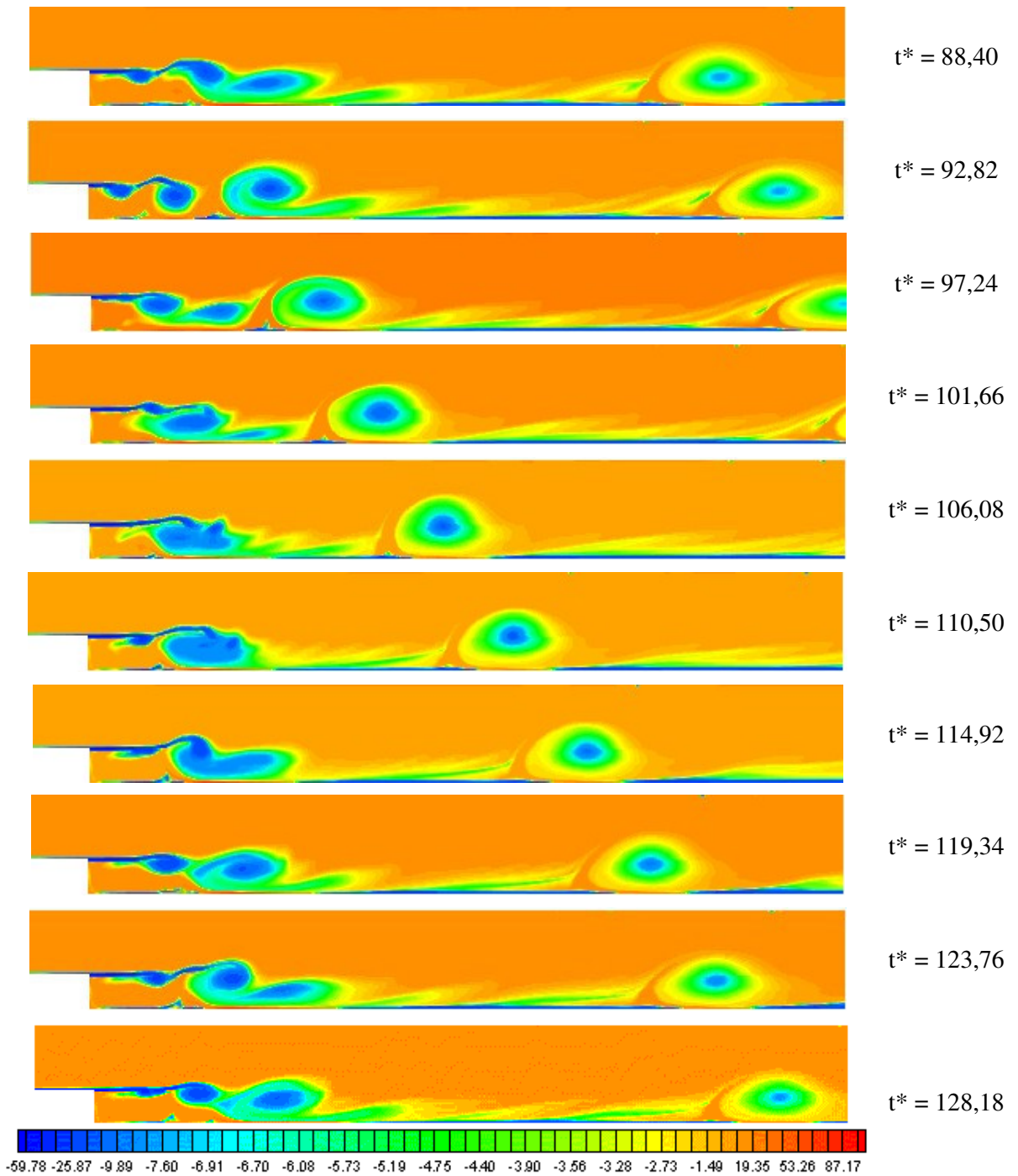
As Figuras 4.3 a 4.5 mostram a evolução temporal do campo de velocidades para os cálculos realizados sem o uso de modelagem e com o uso, respectivamente, da modelagem de Smagorinsky e da modelagem dinâmica.



**Figura 4.3:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  – sem modelagem.



**Figura 4.4:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  -  $C_s = 0,18$ .



**Figura 4.5:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  – Dinâmico MA.

Analisando-se os campos de isovorticidade, diferentes regiões podem ser identificadas ao longo do domínio de cálculo. Sobre o degrau, por exemplo, ocorre um escoamento do tipo camada limite, que não pode ser identificado nas imagens devido à resolução das mesmas. Logo após a expansão, o escoamento se desprende, gerando uma zona cisalhante, com a formação de

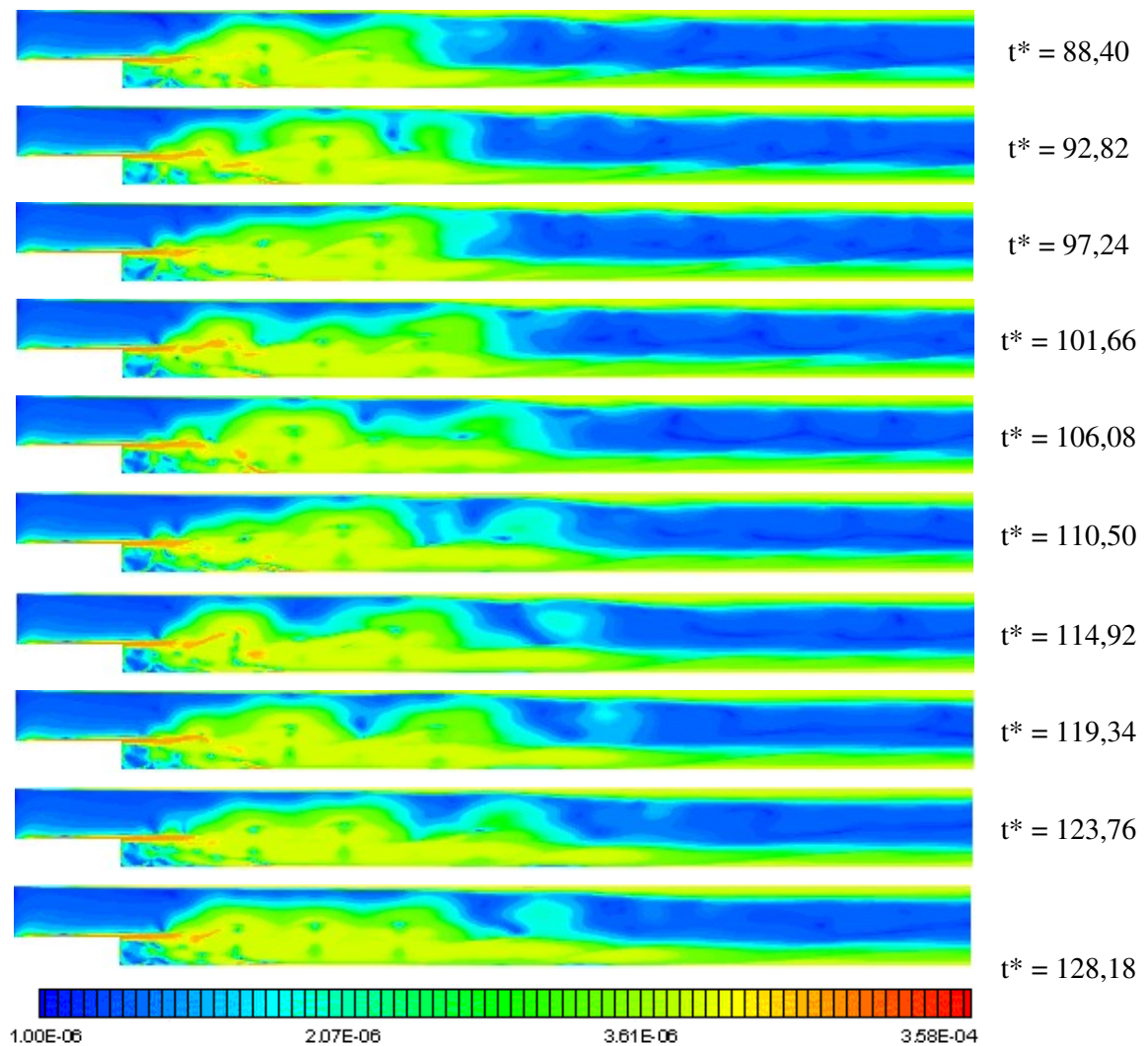
instabilidades do tipo Kelvin-Helmoltz. Sob o efeito de confinamento e devido à influência da região de recirculação nas proximidades da parede vertical do degrau, essas estruturas turbilhonares são transportadas em direção à região de recolamento da camada limite, onde se chocam contra a parede inferior do canal. Em seguida, a camada limite se desenvolve novamente, mantendo uma interação com as estruturas turbilhonares que são transportadas para a saída do canal. Nota-se, ainda, a presença de uma região de escoamento estável, localizada entre a camada limite da parede superior e as várias instabilidades presentes na parte inferior do canal.

Os campos de isovorticidade da Figura 4.4, referentes às simulações com a utilização do modelo de Smagorinsky, mostram que o comprimento de recolamento aumenta consideravelmente em relação às Figuras 4.3 e 4.5, correspondentes, respectivamente, aos resultados sem o uso de modelagem e com a utilização do modelo dinâmico MA.

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram a evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, respectivamente, para as simulações com o uso do modelo de Smagorinsky e sem a utilização de modelagem explícita da turbulência. Aqui também, os campos de viscosidade efetiva são tomados nos mesmos tempos adimensionais e foram construídos utilizando-se a mesma escala de cores.

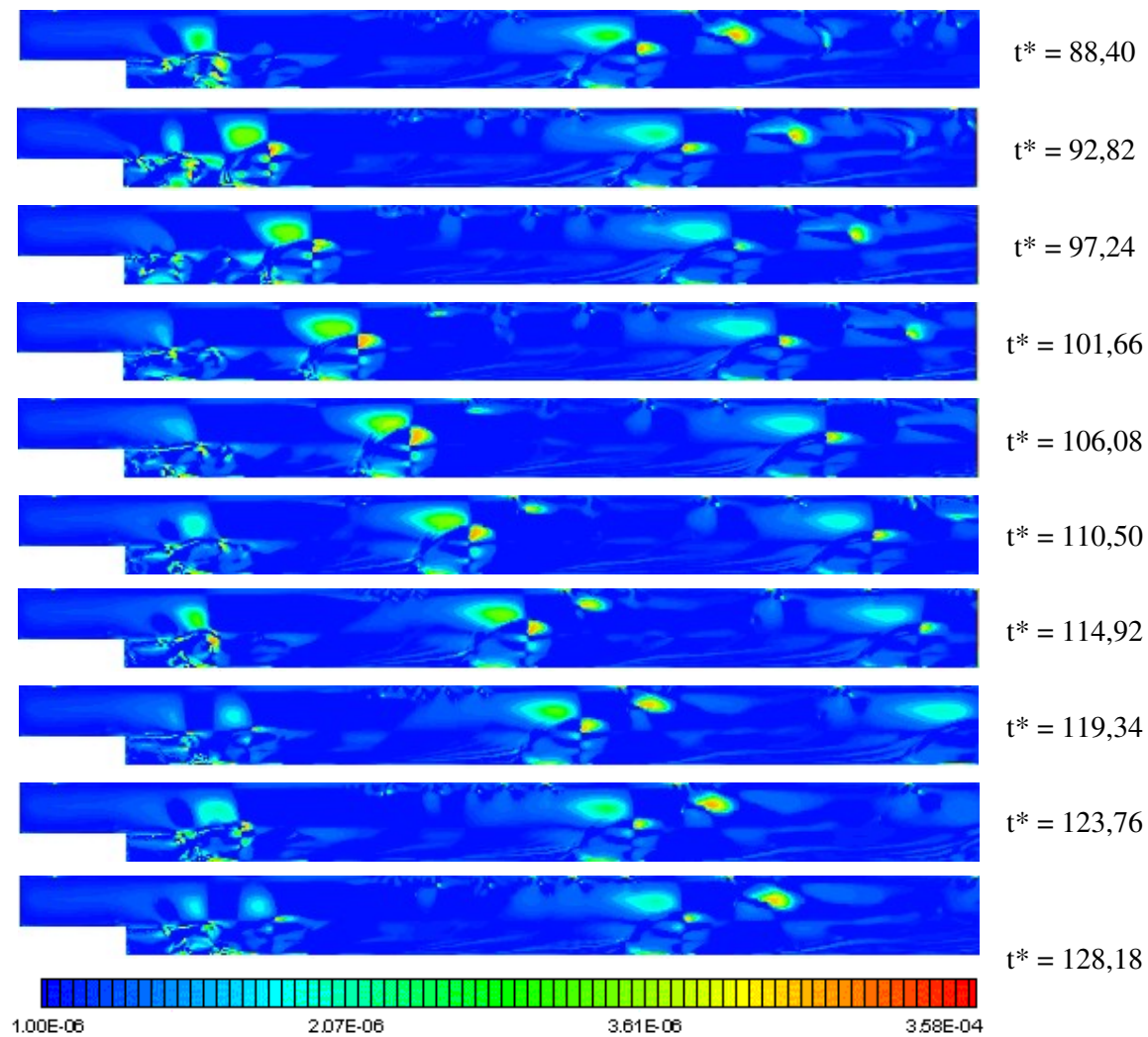
Observa-se, comparando as Figuras 4.6 e 4.7, a grande discrepância entre os mapas de viscosidade turbulenta fornecidos pelos dois modelos. As imagens do campo de viscosidade efetiva capturadas a partir das simulações usando o modelo de Smagorinsky permitem observar a existência de uma maior viscosidade turbulenta nas regiões parietais e na região de recirculação após a separação, quando comparada com as imagens referentes às simulações com a utilização do modelo dinâmico MA. Isto era de se esperar, pois a modelagem de Smagorinsky superestima a viscosidade turbulenta, uma vez que o coeficiente utilizado para o cálculo da mesma não é diminuído nas regiões onde ele deveria ser menor, o que acontece na modelagem dinâmica.





**Figura 4.6:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4 - C_S = 0,18$ .

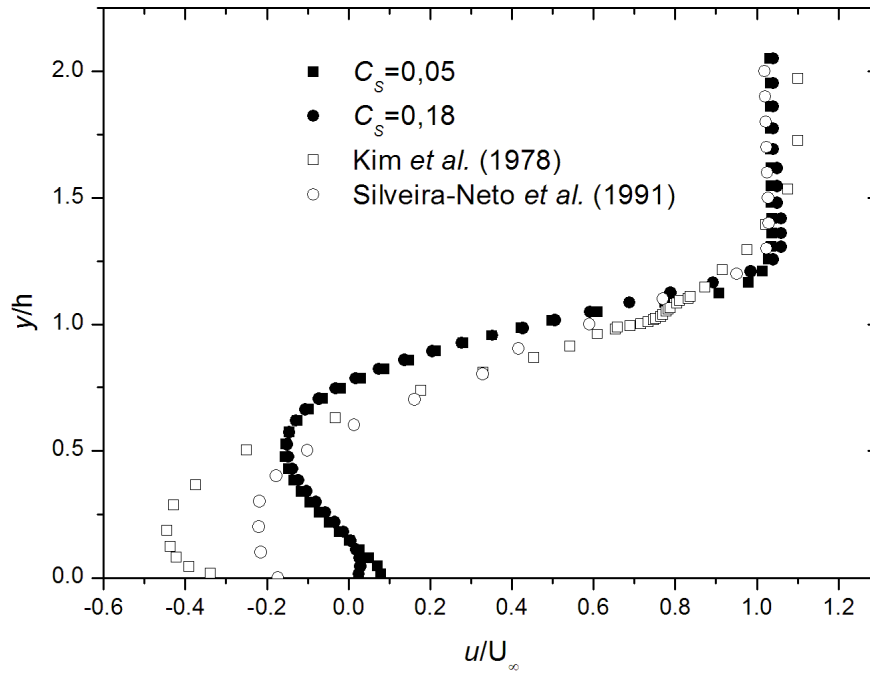
O gráfico da Figura 4.8 compara, com dados de outros autores, os perfis de velocidades da componente horizontal da velocidade  $u$ , adimensionalizada pela velocidade da corrente livre  $U_\infty$  na posição  $x = 2,77h$  a  $x = 2,77h$ . Tais resultados foram obtidos impondo-se dois diferentes valores para constante de Smagorinsky,  $C_S = 0,05$  e  $C_S = 0,18$ . Conforme pode ser notado, os perfis de velocidades pouco dependem da constante  $C_S$ , exceto na região próxima à parede inferior. No entanto, esses resultados se desviam dos resultados numéricos de Silveira-Neto *et al.* (1991) e dos resultados experimentais de Kim *et al.* (1978).



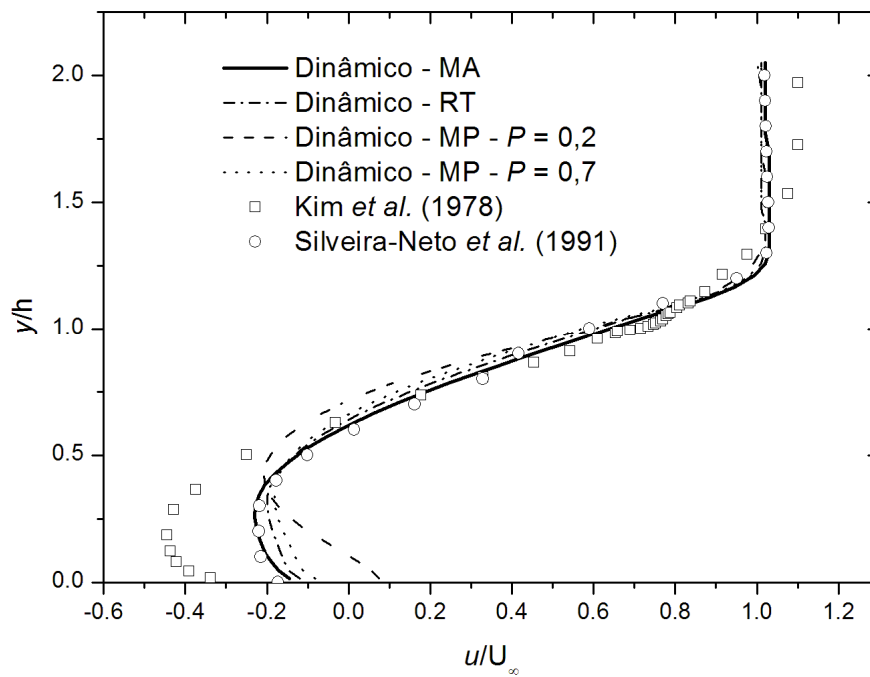
**Figura 4.7:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  – Dinâmico MA.

No gráfico mostrado na Figura 4.9, é feita uma comparação entre os perfis de velocidade  $u$  usando os três diferentes modelos dinâmicos implementados neste trabalho. Neste caso, observa-se que os modelos dinâmicos MA, RT e MP com  $P = 0,7$  fornecem resultados que concordam bem melhor com os resultados de Silveira-Neto *et al.* (1991), do que os apresentados na figura anterior. Esta concordância torna-se particularmente boa com a utilização do modelo dinâmico MA. Por outro lado, as maiores divergências foram obtidas usando-se o modelo dinâmico MP com  $P = 0,2$ .



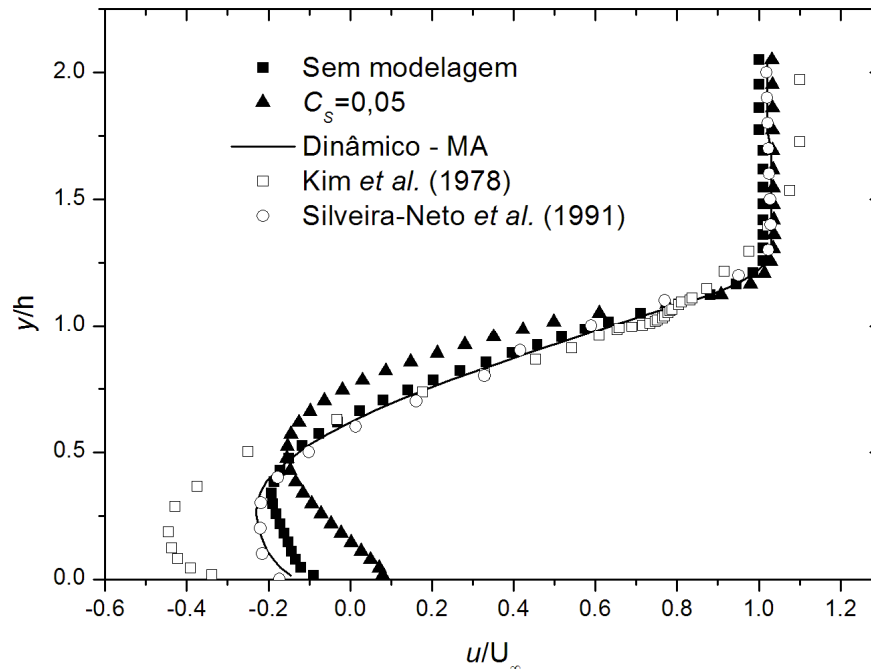


**Figura 4.8:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  com o uso de duas  $C_s$ , em  $x = 2,77h$ , Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .



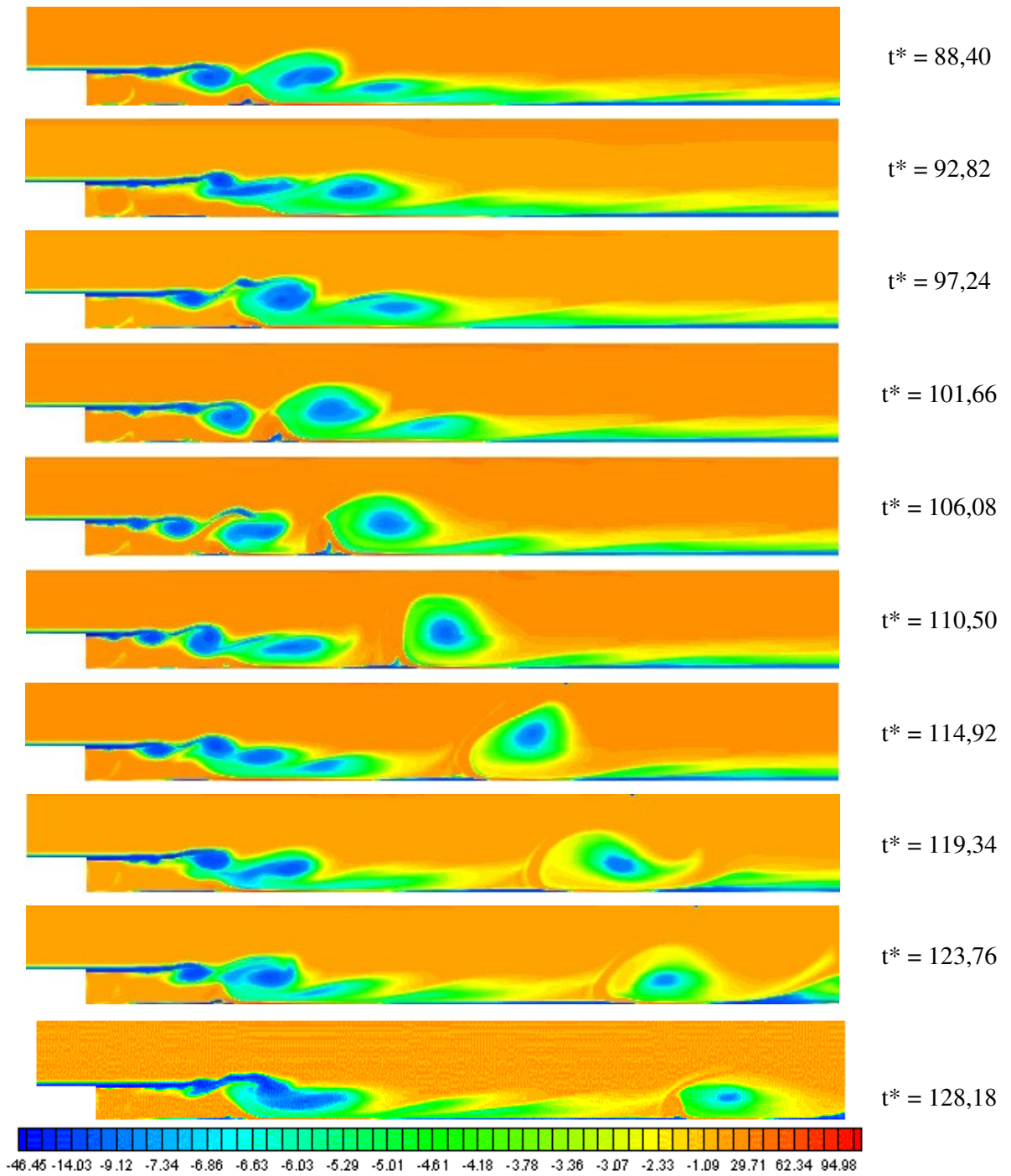
**Figura 4.9:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  para os modelos dinâmicos, em  $x = 2,77h$ , Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

No gráfico da Figura 4.10, é apresentada uma comparação entre os perfis de velocidade  $u$  fornecidos sem o uso de modelagem e com o uso de modelos sub-malha dinâmico MA e de Smagorinsky com  $C_S = 0,05$ . Estes resultados confirmam a melhor concordância do modelo dinâmico com os resultados numéricos de Silveira-Neto *et al.* (1991).

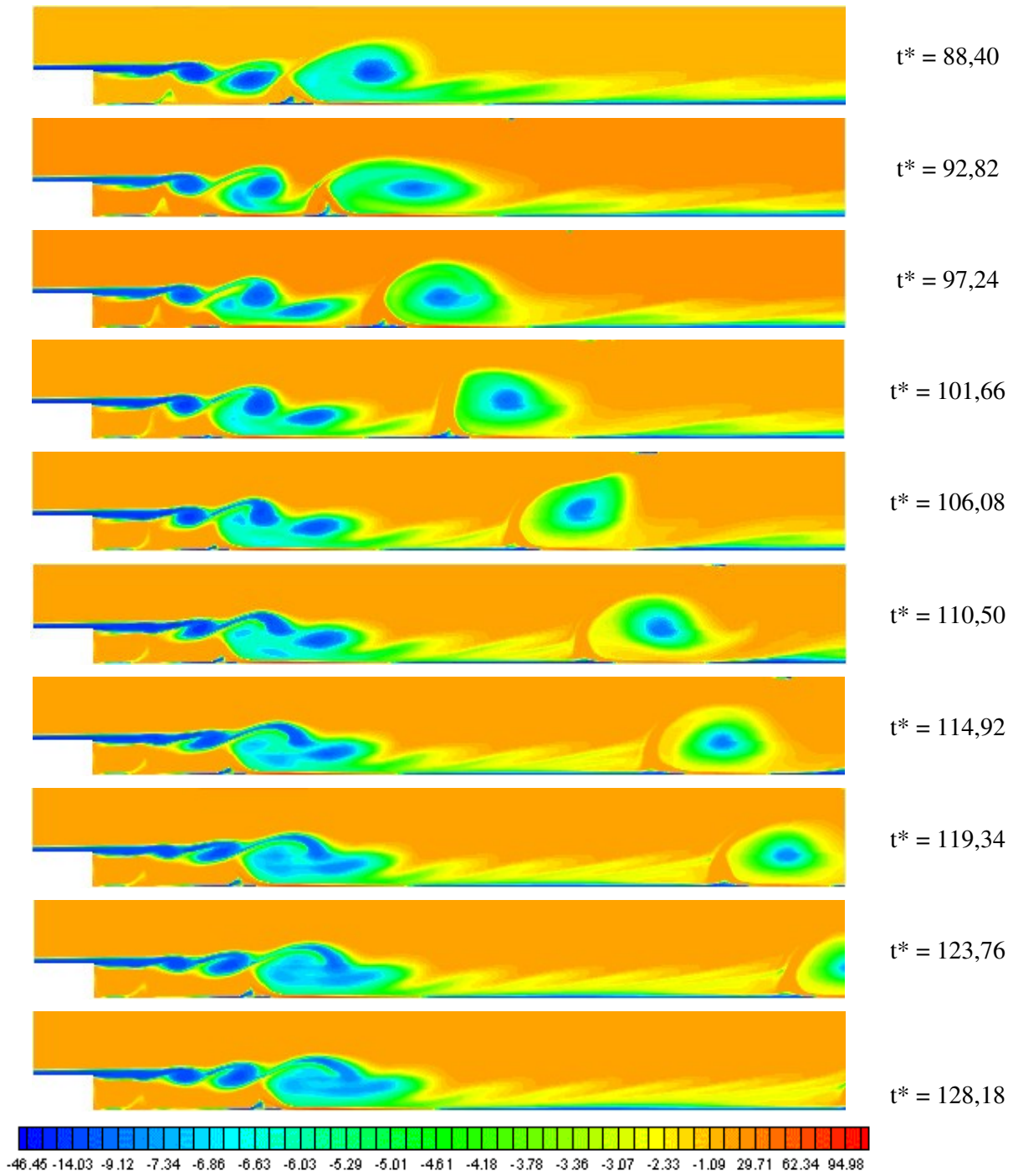


**Figura 4.10:** Comparação do perfil de velocidade  $u$ , em  $x = 2,77h$ , Grupo 1,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

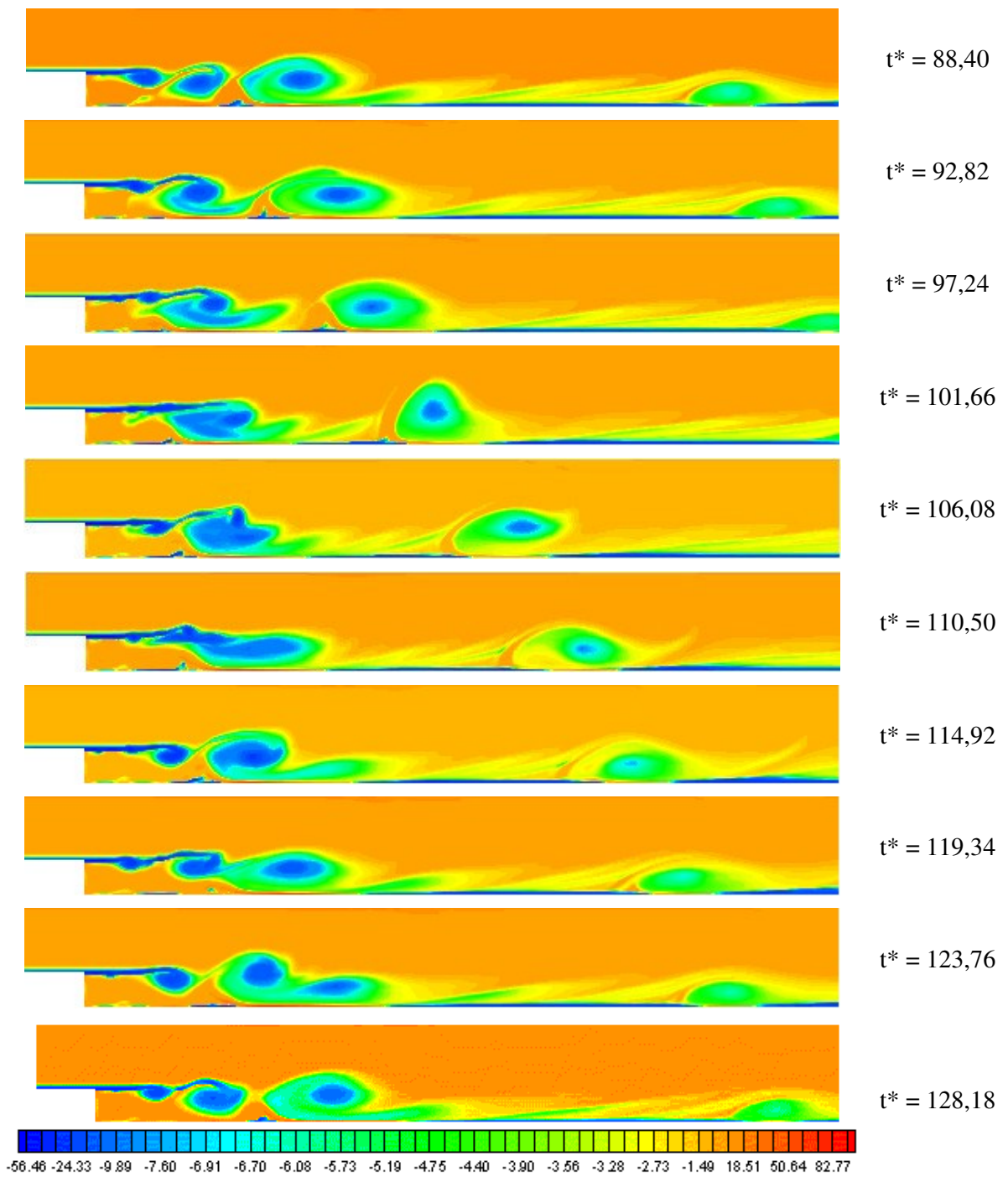
As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 apresentam a evolução temporal dos campos de isovorticidade obtidos nas simulações do Grupo 2, respectivamente, sem o uso de modelagem, usando o modelo de Smagorinsky com  $C_S = 0,18$  e empregando-se o modelo dinâmico MA. Novamente, esses resultados foram tomados em um mesmo tempo adimensional e o campo de isovorticidade é traçado com a utilização da mesma escala de cores. Comparando as Figuras 4.4 e Figura 4.12 verifica-se um maior comprimento de recolamento nas simulações do grupo 1 do que nas simulações do grupo 2.



**Figura 4.11:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  –sem modelagem.



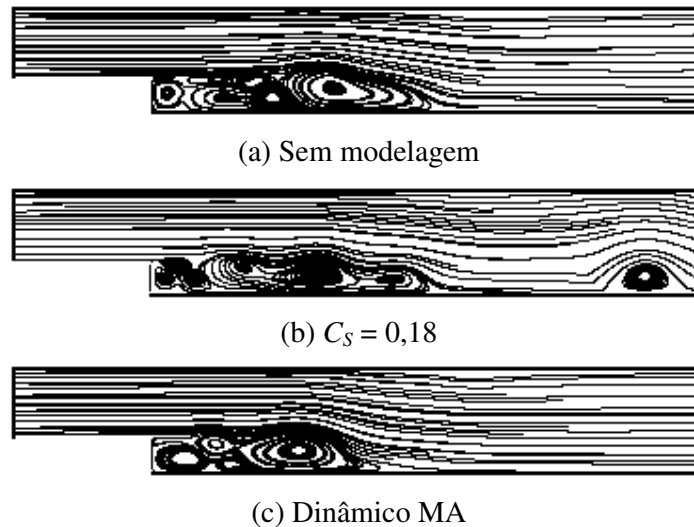
**Figura 4.12:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4 - C_S = 0,18$ .



**Figura 4.13:** Evolução temporal do campo de isovorticidade, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$  – Dinâmico MA.

A Figura 4.14 mostram os mapas de linhas de corrente para os três casos estudados em instantes diferentes. O intuito de mostrar essas imagens é apenas para a visualização do conjunto de recirculações que caracterizam o comprimento de recolamento. O comprimento do conjunto

dessas recirculações variam a cada passo de tempo. Desse modo, é indispensável uma análise estatística para determinar esse comprimento de recolamento.

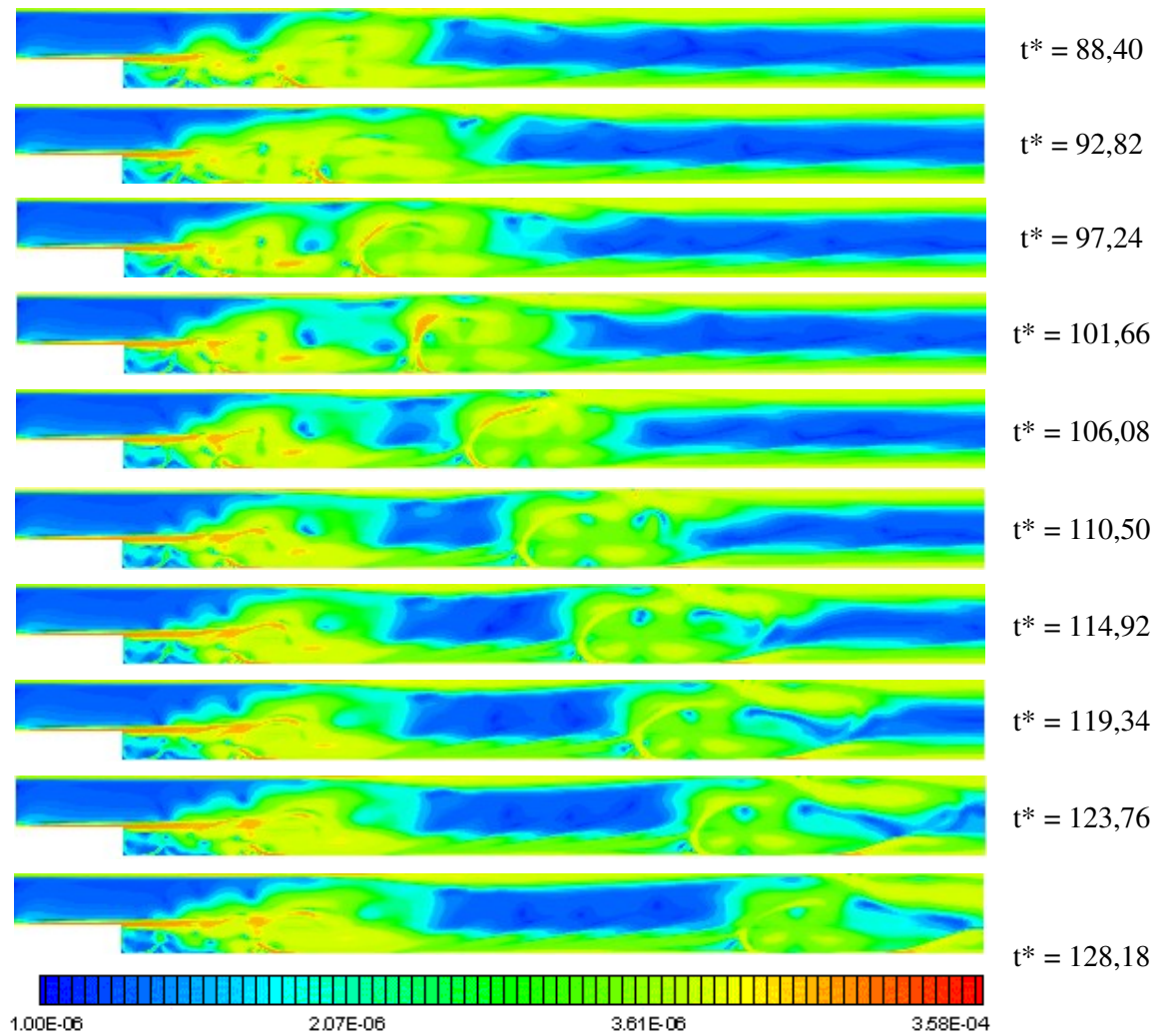


**Figura 4.14:** Linhas de corrente, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

As Figuras 4.15 e 4.16 apresentam as imagens do campo de viscosidade efetiva usando o modelo de Smagorinsky ( $C_S = 0,18$ ) e o modelo dinâmico MA, respectivamente. Estes resultados apresentam comportamento análogo aos resultados já mostrados do grupo 1, Figura 4.6 e 4.7. Como pode ser percebida na Figura 4.15, a viscosidade turbulenta é elevada nas regiões de fortes gradientes e nas proximidades da parede.

No gráfico da Figura 4.17, são comparados os perfis de velocidade  $u$  obtidos pelo uso de três diferentes constantes de Smagorinsky,  $C_S = 0,05$ ,  $0,18$  e  $0,30$ . Percebe-se pouca diferença nos perfis obtidos com o uso da constante igual a  $0,05$  e  $0,18$ . Já com a constante igual a  $0,30$  o perfil de velocidade  $u$  distancia dos dois perfis mencionados anteriormente, principalmente na região próxima à parede inferior do domínio.

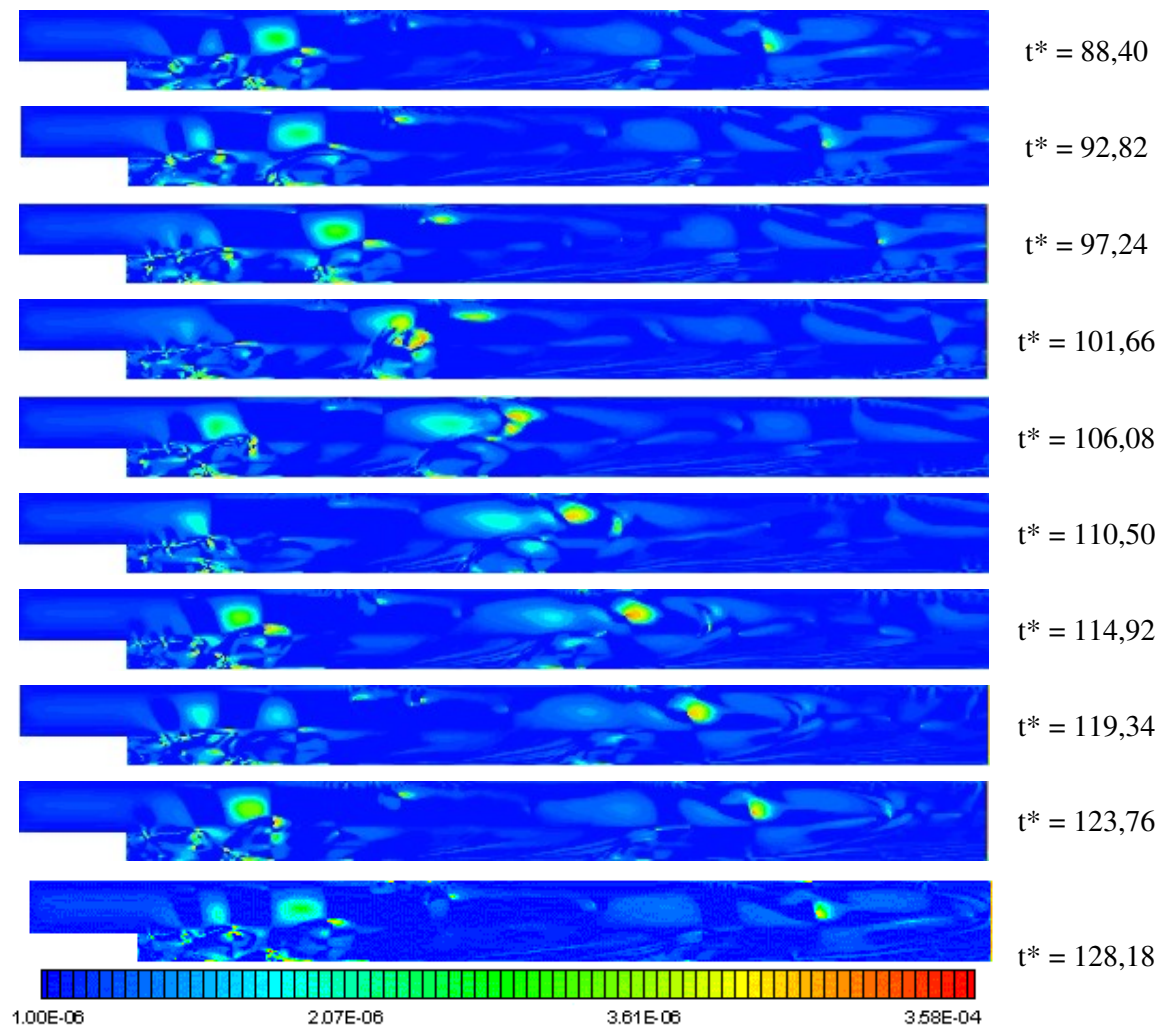
Com o propósito de comparação entre o desempenho dos três tipos de filtros teste do modelo dinâmico, foi feito o gráfico da Figura 4.18. Os resultados dos cálculos usando os modelos dinâmicos MA e RT são praticamente idênticos. Entretanto, estes perfis apresentam uma relativa diferença quando comparados com os perfis capturados nas simulações utilizando o modelo dinâmico MP com diferentes pesos  $P$ , os quais, por sua vez, apresentam pouca diferença entre si.



**Figura 4.15:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4 - C_S = 0,18$ .

A Figura 4.19 compara os perfis de velocidade  $u$  obtidos para três casos diferentes - sem utilização de modelagem, com modelagem de Smagorinsky e com modelagem dinâmica MA. Tais resultados mostraram comportamentos semelhantes, com exceção na região próxima da parede inferior do canal, onde os perfis distanciam dos perfis de Kim *et al.* (1978) e de Silveira-Neto *et al.* (1991)

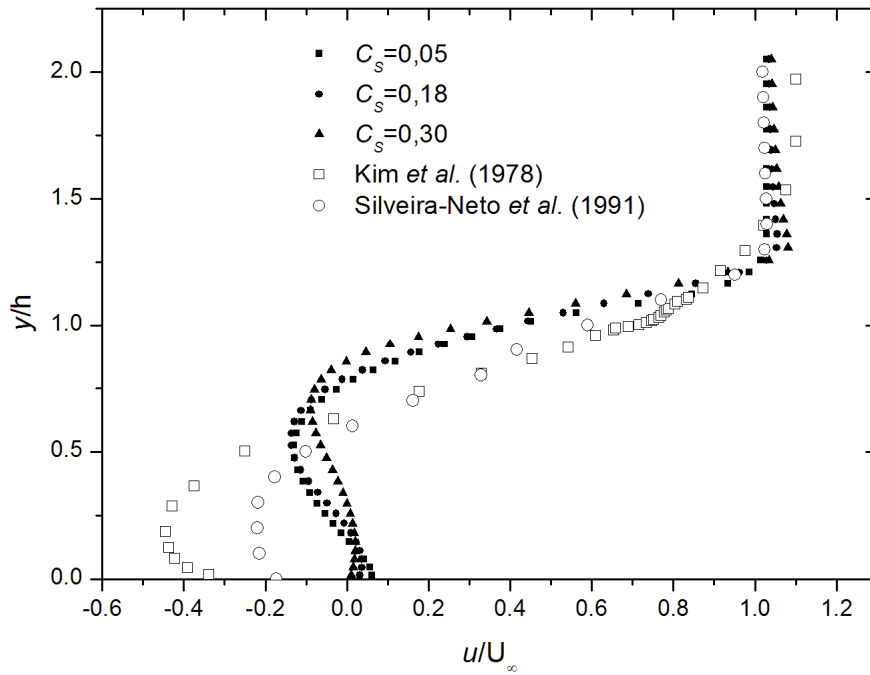




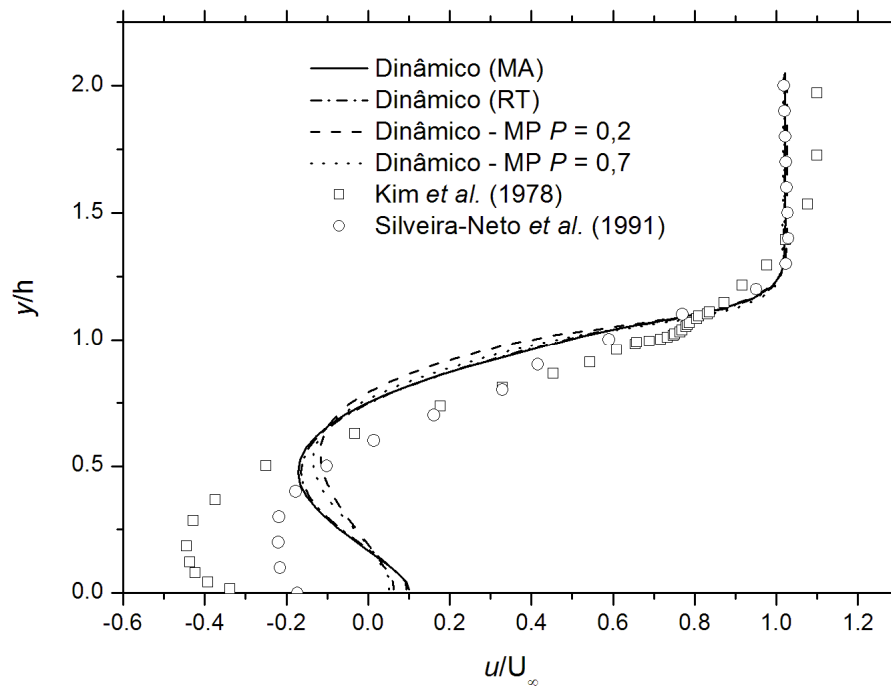
**Figura 4.16:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva, Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ , Dinâmico MA.

Os gráficos das Figuras 4.20 e 4.21 mostram a comparação quantitativa dos resultados fornecidos pelas simulações dos Grupos 1 e 2, utilizando a modelagem de Smagorinsky, com  $C_S = 0,05$  e  $0,18$ , respectivamente. Tais resultados apresentam uma fraca sensibilidade na imposição de um perfil de velocidades na entrada do domínio de cálculo.

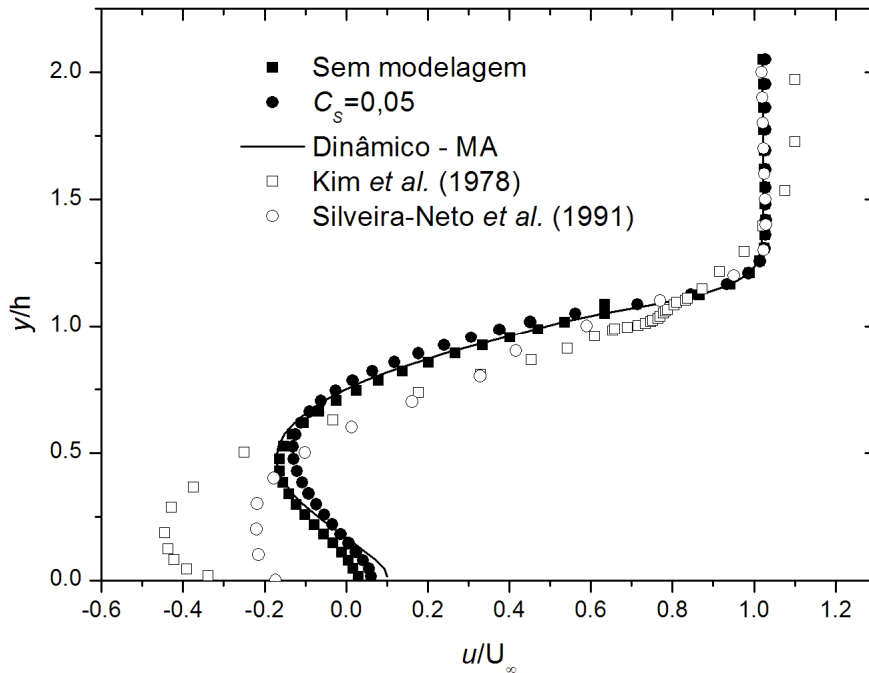




**Figura 4.17:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  com o uso de três  $C_s$ , em  $x = 2,77h$ , Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .



**Figura 4.18:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  para os modelo dinâmico, em  $x = 2,77h$ , Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

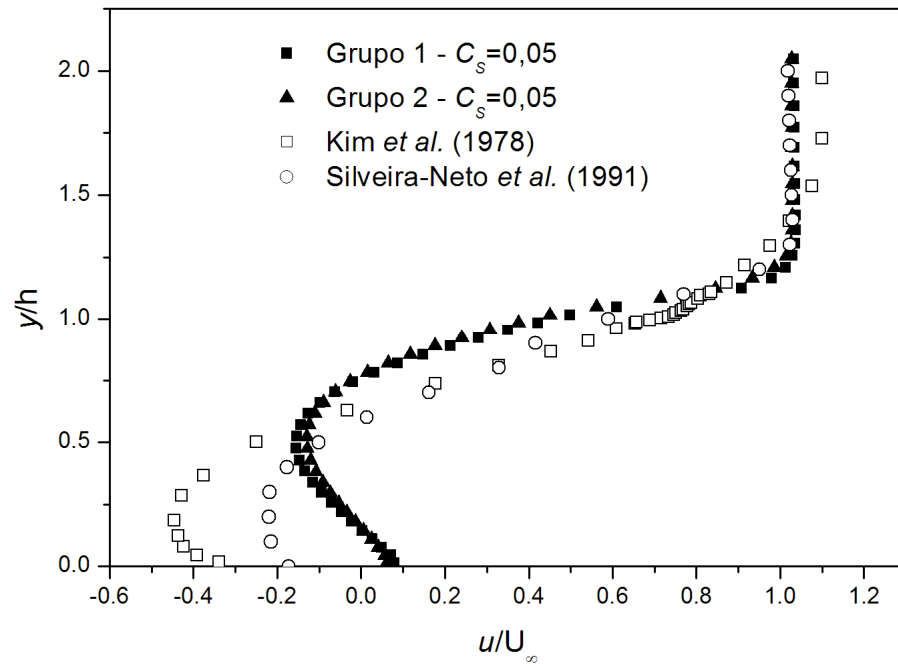


**Figura 4.19:** Comparação do perfil de velocidade  $u$ , em  $x = 2,77h$ , Grupo 2,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

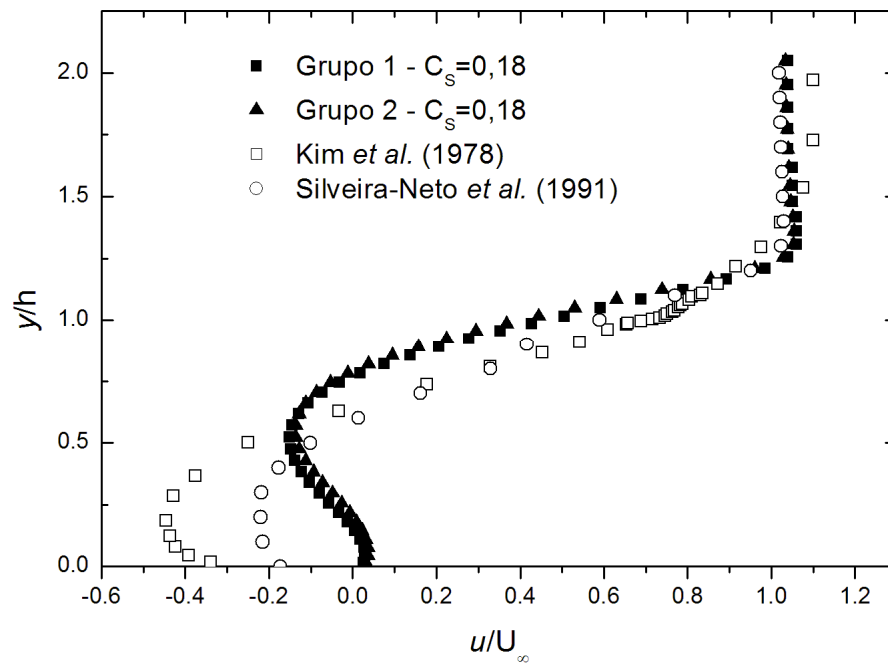
Este mesmo tipo de comportamento não é observado com o uso de modelagem dinâmica. De fato, os gráficos das Figuras 4.22 a 4.25, que apresentam os perfis de velocidade  $u$  para as simulações dos Grupos 1 e 2, respectivamente, com os modelos dinâmicos MA, RT e MP ( $P = 0,2$  e  $P = 0,7$ ), dão conta que o escoamento depende fortemente das condições de entrada no domínio, sobretudo quando o filtro teste MA é empregado.

No estudo do degrau descendente, o comprimento de recolamento – tamanho da bolha de recirculação a jusante do degrau – é um parâmetro freqüentemente empregado na validação de códigos computacionais. Dada às características bastante dinâmicas do escoamento nessa região, o ponto de recolamento altera-se constantemente, obrigando que sua identificação seja efetuada por critérios estatísticos. Uma metodologia tradicionalmente aceita para a sua identificação consiste na inserção de sondas para capturar a evolução temporal da velocidade  $u$  nas células adjacentes à parede inferior do canal. A partir destes sinais, podem ser calculadas as médias baseadas na quantidade positiva e negativa da componente  $u$  de velocidade em cada estação de aquisição. Sabe-se, entretanto, que, a montante do ponto de recolamento (onde  $x < X_R$ ), a maior parte das velocidades próximas à parede inferior devem ser negativas. De maneira contrária, após o comprimento de recolamento (onde  $x > X_R$ ), grande parte dos valores das velocidades será positivo. Assim, avalia-se o ponto onde, na média, aproximadamente 50% dos valores da

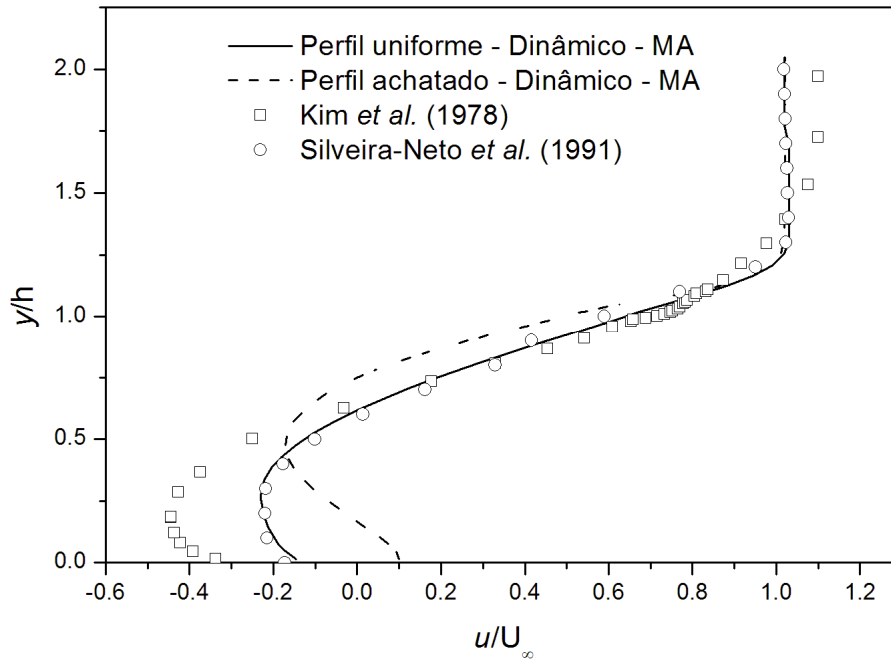
componente  $U$  são negativos e 50% são positivos. Este local é assumido como o comprimento de recolamento, possuindo uma coordenada  $X_R$ .



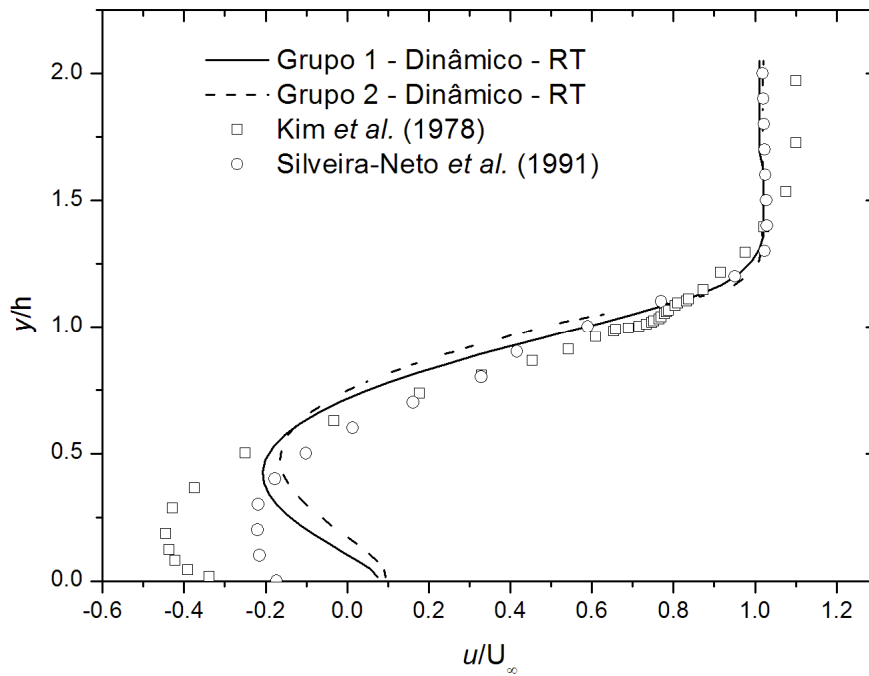
**Figura 4.20:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5.10^4$ .



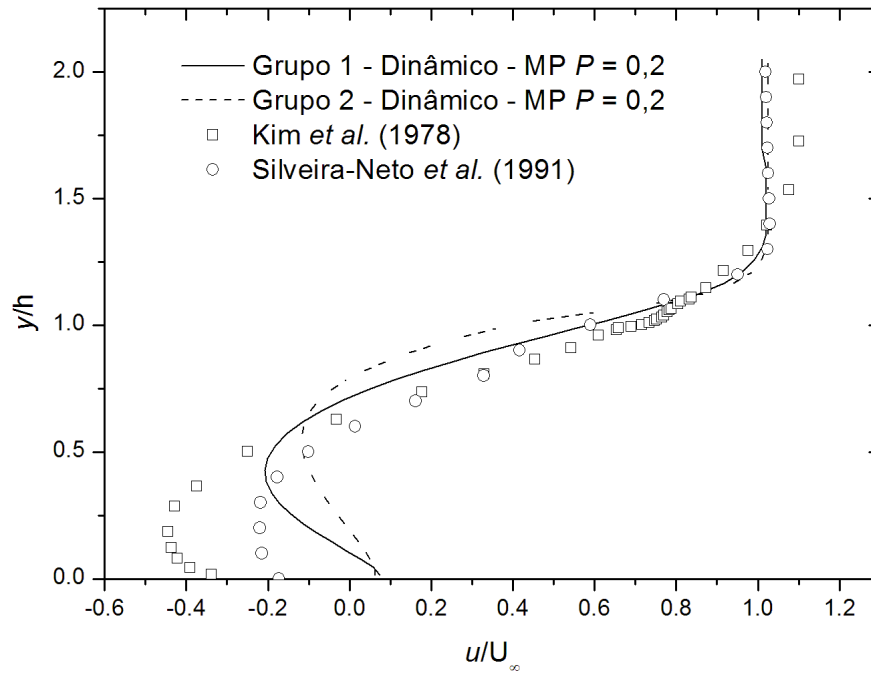
**Figura 4.21:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5.10^4$ .



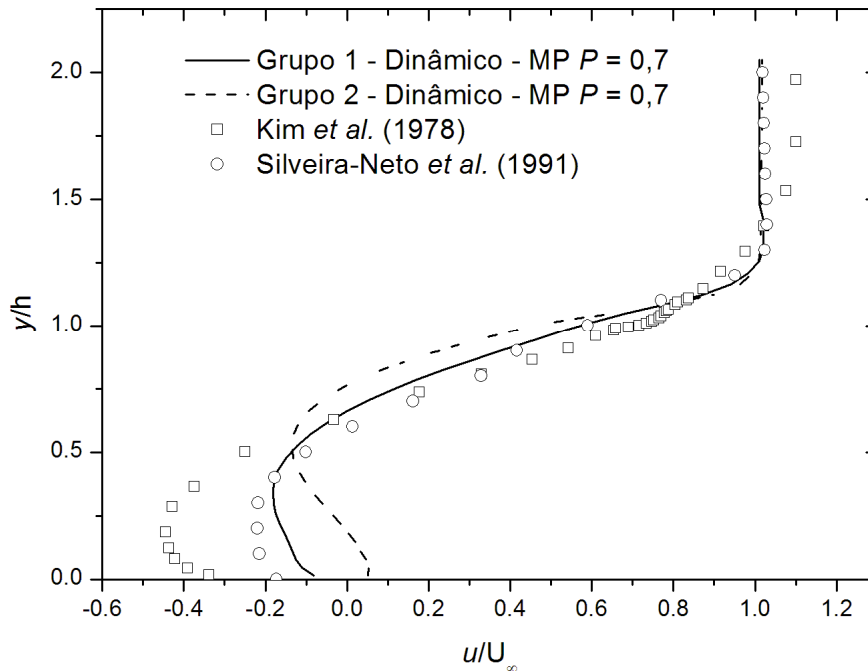
**Figura 4.22:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .



**Figura 4.23:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .



**Figura 4.24:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .



**Figura 4.25:** Comparação do perfil de velocidade  $u$  entre o Grupo 1 e 2, em  $x = 2,77h$ ,  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

A Tabela 4.2 apresenta uma comparação dos comprimentos de recolamento obtidos nas simulações dos Grupos 1 e 2 com o resultado experimental de Kim *et al.* (1978). É notável o

aumento do comprimento de recolamento quando um perfil achatado é imposto na entrada do domínio de cálculo. Os dois casos simulados cujos comprimentos de recolamento mais se aproximam do resultado de Kim *et al.* (1978) foram obtidos com a imposição de um perfil uniforme na entrada sem o uso de modelagem explícita e com o uso da modelagem dinâmica MA. Ainda assim, esses resultados encontram-se razoavelmente distantes dos valores experimentais de Kim *et al.* (1978), o que pode ser atribuído à realização de simulações bidimensionais para representar um escoamento de natureza nitidamente tridimensional. Certamente, que a utilização de um domínio tridimensional contribuiria para melhorar a concordância destes resultados.

Um outro fator importante a ser avaliado é o tempo computacional despendido em cada um dos casos considerados. Neste sentido, a Tabela 4.3 permite comparar, em termos percentuais, do custo computacional de cada simulação, em relação a um caso de referência. Com base nesses dados, conclui-se que, do ponto de vista computacional, o uso do modelo dinâmico MA torna as simulações 30,7% mais caras do que aquelas realizadas sem modelagem da turbulência e 23,0% mais caras que a modelagem clássica de Smagorinsky. Nessa mesma linha, é interessante adicionar, ainda, que a modelagem dinâmica MP é cerca de 9% mais cara que os modelos MA e RT.

**Tabela 4.2:** Comparação do comprimento de recolamento  $X_R/h$  para os casos do Grupo 1 e 2.

	$X_R/h$	
Experimental – Kim et al. (1978)	$7 \pm 1$	
Presente trabalho	Grupo 1	Grupo 2
<b>Sem modelagem</b>	7,78	8,88
$C_S = 0,05$	10,33	11,67
$C_S = 0,10$	—	11,37
$C_S = 0,18$	>13,00	>13,00
$C_S = 0,30$	—	>13,00
<b>Dinâmico MA</b>	8,50	9,27
<b>Dinâmico RT</b>	8,87	9,97
<b>Dinâmico MP – <math>P = 0,2</math></b>	9,40	>13,00
<b>Dinâmico MP – <math>P = 0,7</math></b>	9,07	10,97

**Tabela 4.3:** Relação em porcentagem entre o desempenho computacional dos diferentes modelos.

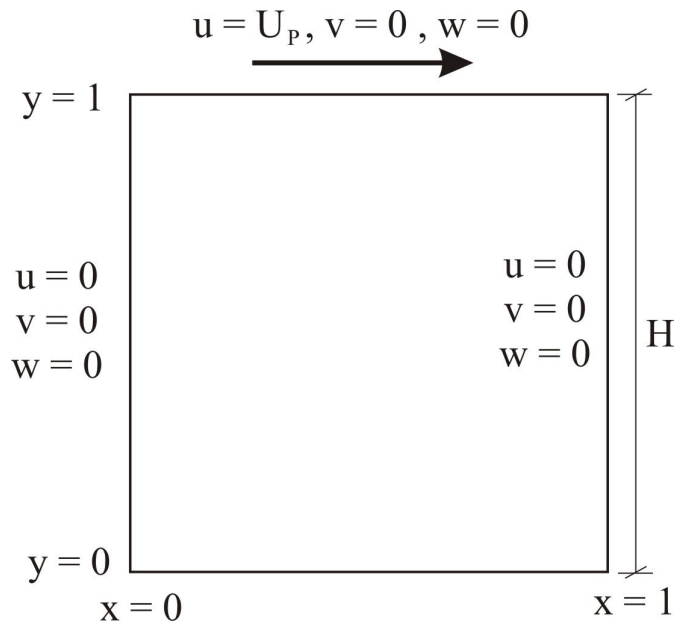
Referência	Dinâmico MA	Dinâmico RT	Dinâmico MP
Sem modelagem	30,7 %	30,7 %	43,1 %
Mod. de Smagorinsky	23,0 %	23,0 %	34,7 %

## 4.2. CAVIDADE COM TAMPA DESLIZANTE

### 4.2.1. Caracterização física e geométrica do problema

Simulações numéricas de escoamentos em cavidades retangulares com tampa deslizante são motivadas por quatro fatores principais, a saber: (a) esse escoamento constitui uma representação idealizada de várias situações encontradas na prática, tais como o sistema de deposição contínua de película foto sensível sobre filmes e papéis fotográficos, os escoamentos ao redor de placas divisoras (*cutouts*) e nos sulcos dos trocadores de calores ou, até mesmo, em escoamentos nas superfícies de aeronaves; (b) esse tipo de escoamento possui uma topologia altamente não homogênea, que agrega regiões laminares e turbulentas, com forte interação entre estruturas turbilhonares, como detalhado por Ghia *et al.* (1982); (c) a configuração geométrica do problema facilita sobremaneira a imposição das condições de contornos, além de necessitar de poucas malhas para a discretização espacial, ao contrário de outros problemas de base disponíveis na literatura; (d) existe na literatura um considerável número de artigos que tratam desse tema, oferecendo farto material para a comparação de resultados.

O escoamento no interior de cavidades pode ser simulado como bi ou tridimensional. Se tratado como bidimensional, este problema apresenta três fronteiras sólidas estacionárias, sobre as quais são impostas condições de não deslizamento e impermeabilidade, representadas, na Figura 4.26, pelas linhas verticais  $x = 0$  e  $x = 1$ , com  $y$  variando de 0 a 1, e pela linha horizontal  $y = 0$ , com  $x$  variando entre 0 e 1. No caso da cavidade com tampa deslizante, uma velocidade não nula  $u = U_p$  é imposta sobre a fronteira superior do domínio de cálculo. Em simulações tridimensionais, sobre os dois planos  $xy$  que delimitam essa geometria podem ser impostas condições de impermeabilidade e não deslizamento ou, ainda, a condição de simetria. Em ambas as situações, a altura  $H$  da cavidade é comumente usada na literatura como dimensão característica para o cálculo do número de Reynolds.



**Figura 4.26:** Esquema da cavidade 2D,  $z = 0,5$ .

#### 4.2.2. Revisão da literatura

Uma das investigações pioneiras concernentes ao problema da cavidade induzida bidimensional foi realizada por Burggraf (1966), que apresenta perfis analíticos e numéricos de velocidades sobre linhas de centro da cavidade, para números de Reynolds compreendidos entre 0 e  $4 \cdot 10^2$ .

Nallasamy & Prasad (1977) também investigaram este tipo de escoamento, para  $0 < Re < 5 \cdot 10^4$ , resolvendo as equações de Navier-Stokes por meio do método de diferenças finitas. Estes autores apresentaram soluções numéricas para o problema da cavidade quadrada a números de Reynolds abaixo de  $10^4$ , tornando-se referência para a maioria dos trabalhos desenvolvidos posteriormente.

Ghia *et al.* (1982) resolvem o problema da cavidade empregando a formulação função corrente – vorticidade, utilizando uma malha uniforme. Para acelerar a convergência, os autores usaram o método multigrid, que se mostrou eficaz na solução utilizando malhas de alto nível de refinamento. Os autores estudam o comportamento dos perfis de velocidade  $u$  e  $v$  na linha de centro da cavidade e no centro do vórtice primário, para uma faixa de número de Reynolds de 400 a  $10^4$ .



Segundo uma análise tridimensional deste problema, Koseff & Street (1984a,b,c) identificaram no interior da cavidade a presença de estruturas turbilhonares longitudinais do tipo Taylor-Göttlher (TGL).

Após a identificação dos vórtices TGL neste tipo de escoamento, Prasad & Koseff (1989) estudaram a influência do número de Reynolds e da razão de aspecto na direção transversal ao escoamento em uma cavidade de seção quadrada. Os autores conduziram um trabalho experimental com o auxílio da técnica de anemometria a laser-Doupler (LDA), capturando os perfis de velocidade  $u$  e  $v$ . A partir destas velocidades os autores ainda apresentaram gráficos mostrando os perfis de velocidades  $u_{\text{rms}}$ ,  $v_{\text{rms}}$  e  $\overline{u'v'}$ .

Jordan & Ragab (1993) investigaram numericamente o escoamento confinado em uma cavidade tridimensional para número de Reynolds entre  $2 \cdot 10^3$  e  $10^4$ . Para tanto, foi empregada a DNS como metodologia para a simulação a números de Reynolds moderados ( $Re \leq 5 \cdot 10^3$ ) e LES para números de Reynolds superior a esse valor. Neste último caso, o modelo sub-malha de Smagorinsky associado à função de amortecimento de van Driest foi empregado.

Shankar & Deshpande (2000) apresentaram uma interessante revisão de escoamentos confinados recirculantes, cujo movimento do fluido é induzido por uma ou mais paredes.

No trabalho de Sheu & Tsai (2002), que representa uma continuação de pesquisas anteriores dos mesmos autores, simulações foram realizadas para um número de Reynolds igual a  $4 \cdot 10^2$ , com o auxílio do método dos elementos finitos Petrov-Galerkin. Esse estudo contribuiu para a elaboração de uma teoria topológica para este tipo de escoamento, auxiliando na compreensão dos mecanismos que dão origem às diferentes estruturas turbilhonares que se manifestam no interior da cavidade.

Peng *et al.* (2003), por sua vez, por meio de simulação numérica direta, investigaram o processo transicional do escoamento laminar para o escoamento caótico confinado em uma cavidade quadrada com tampa deslizante, aumentando o número de Reynolds.

Zang *et al.* (1993a) simularam o escoamento no interior de uma cavidade cúbica com tampa deslizante, a  $Re = 7500$ , usando LES, associado ao modelo sub-malha dinâmico otimizado por Lilly (1992). Como resultados, os autores apresentaram os perfis médios e rms de velocidade, assim como as tensões de Reynolds. Esses perfis foram confrontados com resultados experimentais, mostrando boa concordância. Por último, os autores mostraram o efeito da transferência inversa de energia das pequenas para as grandes escalas, por meio de um sinal temporal de velocidade. O sinal em que a transferência inversa de energia não foi simulada

mostra um comportamento de tal modo que as flutuações foram levemente amortecidas no tempo. Ao contrário, o sinal de velocidade em que a transferência inversa de energia é simulada, esse amortecimento não acontece, uma vez que a essa energia sustenta a turbulência e garante a flutuação da velocidade no tempo.

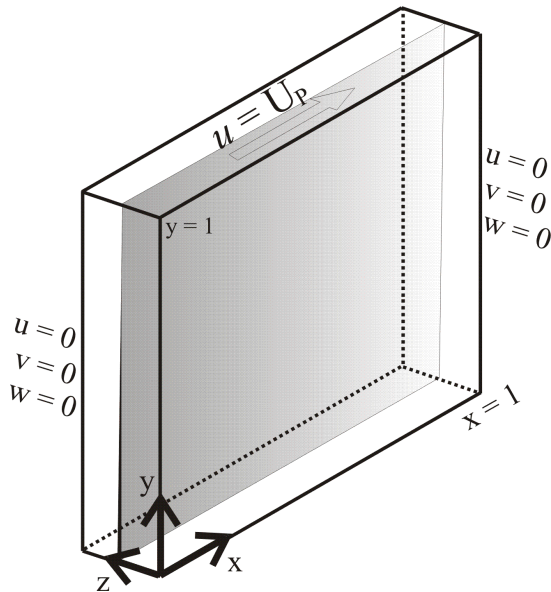
Dando prosseguimento ao trabalho anterior, Zang *et al.* (1993b) simularam o escoamento em uma cavidade com tampa deslizante, a  $Re = 3,2 \cdot 10^3$ ,  $7,5 \cdot 10^3$  e  $10^4$ , utilizando o modelo de mistura dinâmico, proposto pelos próprios autores. Utilizando malhas relativamente grosseiras, os autores conseguiram melhores resultados do que os publicados anteriormente.

Mais recentemente, no trabalho de Arruda (2004), resultados da simulação da cavidade com tampa deslizante são apresentados para Reynolds  $10^3$ ,  $4 \cdot 10^3$  e  $10^4$ , com intuito de testar o método da fronteira imersa em escoamentos internos forçados bidimensionais. A boa concordância com os resultados de Ghia *et al.* (1982) atribuíram validade a essa metodologia.

No trabalho de Padilla *et al.* (2005), também foram estudados os casos da cavidade com tampa deslizante bi e tridimensional. As simulações foram realizadas com o modelo de Smagorinsky e com o modelo dinâmico para efeito de comparação. O caso bidimensional foi tratado a números de Reynolds iguais a  $10^2$  e  $10^3$ , enquanto que o caso tridimensional foi testado com números de Reynolds iguais a  $3,2 \cdot 10^3$  e  $10^4$ . O modelo dinâmico mostrou superior em relação ao modelo de Smagorinsky, sobretudo na captura de instabilidades presentes no escoamento e na aproximação dos resultados calculados aos resultados experimentais de Prasad & Koseff (1989).

### 4.2.3. Cavidades quadradas

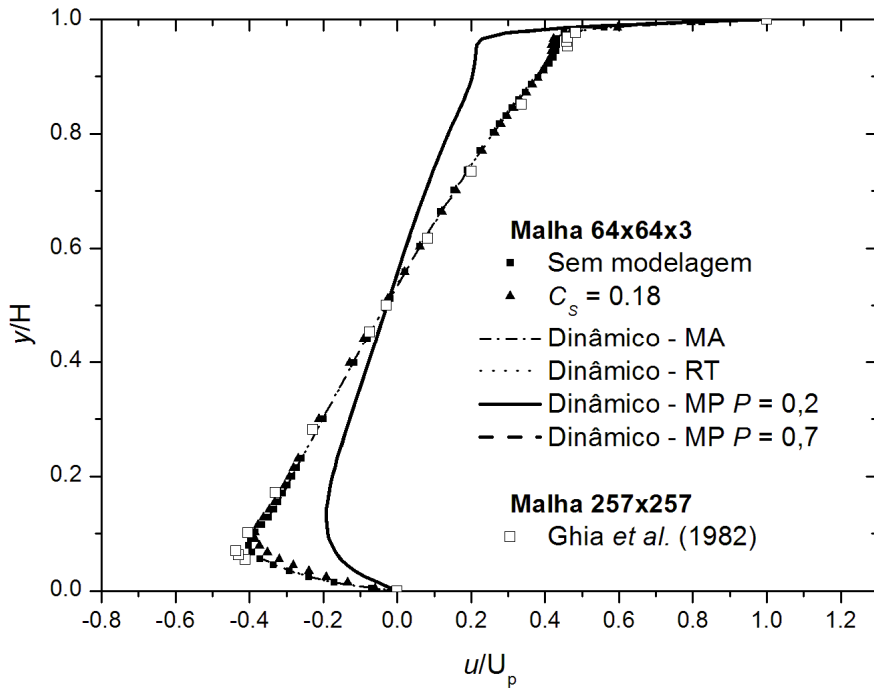
Nesta primeira etapa de simulação, foi utilizada a versão 3D do programa Fluids para tratar o caso da cavidade 2D. Para representar esta situação, foi construída uma malha com apenas três volumes na direção  $z$ , perpendicular ao plano da tampa deslizante. Como mostrado na Figura 4.27, os planos  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $y = 0$  foram submetidos à condição de não deslizamento e de impermeabilidade, fazendo-se  $u = v = w = 0$ . Sobre o plano  $y = 1$ , foi imposta a velocidade  $u = U_p$ , com  $v = w = 0$ , enquanto que nos planos  $z = 0$  e  $z = 1$  foram atribuídas condições de simetria. Nesta simulação, foi empregado o esquema das diferenças centradas para tratamento dos termos advectivos, juntamente com o método SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. Foi utilizado o método TDMA para a solução do sistema linear de equações.



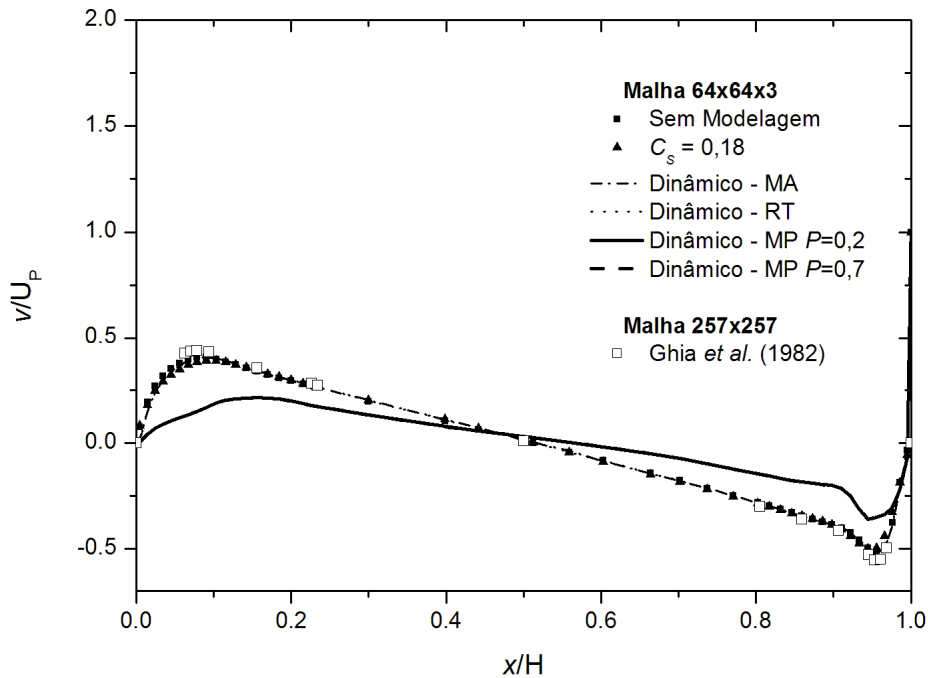
**Figura 4.27:** Esquema da aproximação do domínio da cavidade 2D.

As simulações foram realizadas para  $Re = 5 \cdot 10^3$  e  $10^4$ , baseada na altura do degrau  $H$  e na velocidade da tampa deslizante  $U_p$ . No primeiro regime de escoamento,  $Re = 5 \cdot 10^3$ , todas as simulações foram realizadas com um passo de tempo igual a 0,01. Nas duas situações, foi utilizada uma malha não uniforme no plano  $xy$  e uniforme na direção  $z$ , com  $64 \times 64 \times 3$  volumes. Os perfis de velocidades  $u$  e  $v$  foram comparados com os resultados das simulações de Ghia *et al.* (1982), que utilizou uma malha com  $257 \times 257$  pontos.

Os gráficos das Figuras 4.28 e 4.29 mostram os perfis de velocidade  $u$  e  $v$ , calculados sem o uso de modelagem e com o uso da modelagem de Smagorinsky e dinâmica, neste último caso, com os três diferentes filtros teste. Estes perfis de velocidade mostram que o modelo dinâmico com o filtro teste MA e RT proporcionam resultados idênticos e análogos aos resultados sem o uso de modelagem explícita da turbulência. Por outro lado, esses resultados são ligeiramente mais próximos dos resultados de Ghia *et al.* (1982) do que aqueles obtidos usando a modelagem clássica de Smagorinsky, com  $C_s = 0,18$ . Além disso, deve-se observar que os perfis usando o modelo dinâmico MP com  $P = 0,2$  e  $0,7$  aparecem sobrepostos nas Figuras 4.27 e 4.28 e se desviam dos demais perfis de velocidade.



**Figura 4.28:** Perfil da componente  $u$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .

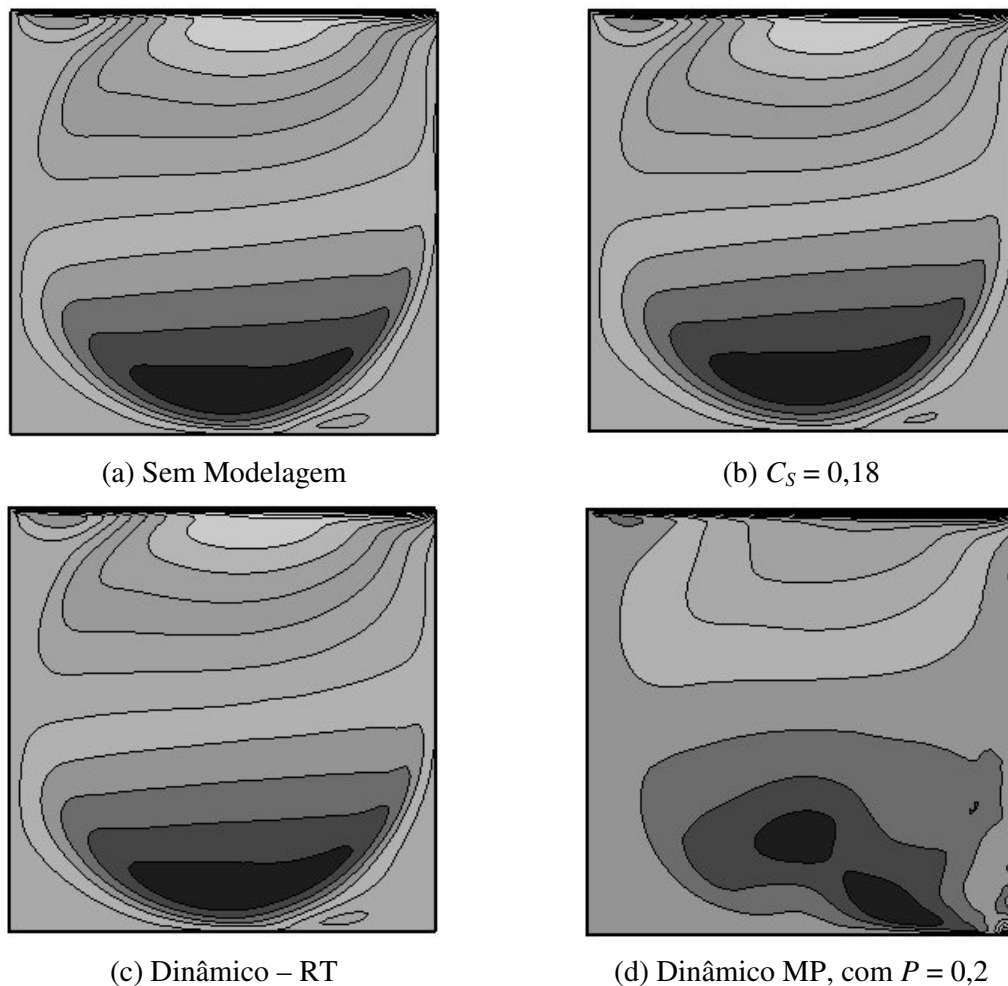


**Figura 4.29:** Perfil da componente  $v$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .

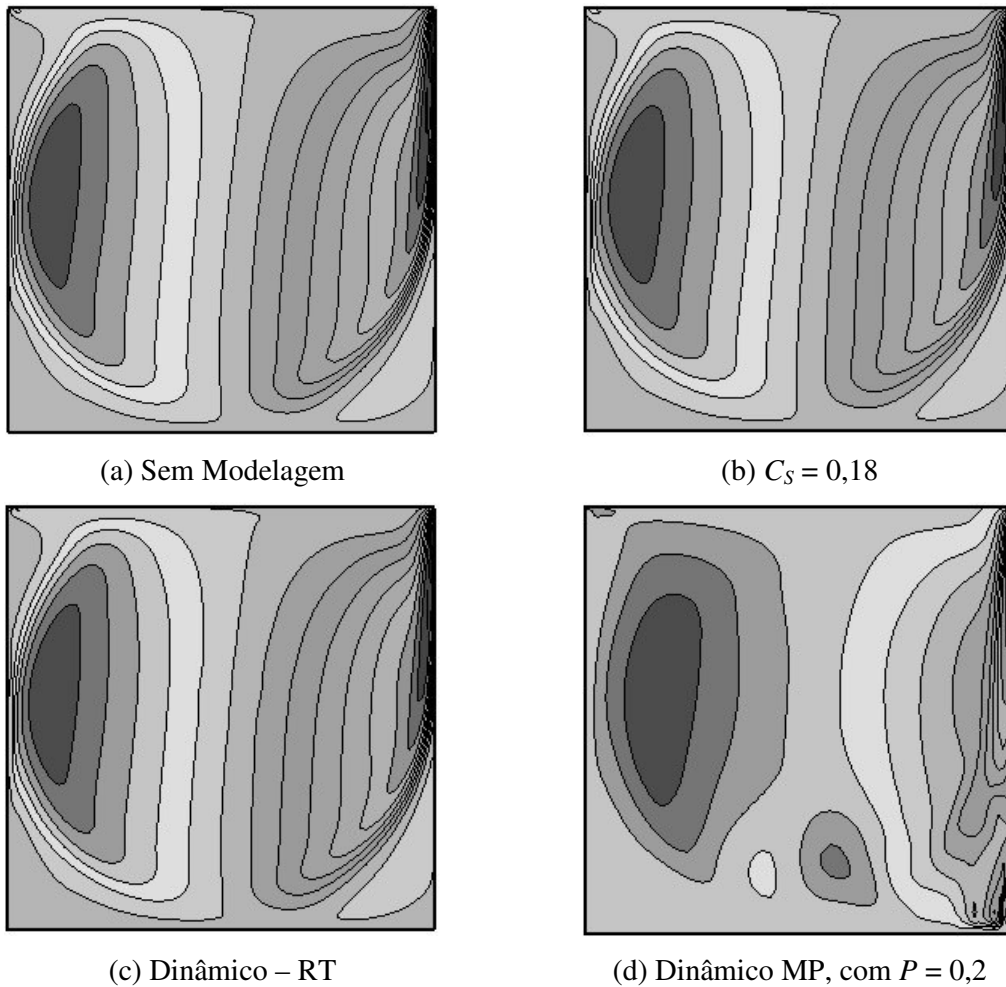
Esses resultados quantitativos mostram que, para essa condição de simulação, os modelos dinâmicos MA e RT geram resultados praticamente idênticos. O mesmo acontece com os

resultados referentes ao modelo MP, para  $P = 0,2$  e  $P = 0,7$ . Sendo assim, nas figuras que se seguem, apenas resultados qualitativos referentes à modelagem dinâmica RT e MP, com  $P = 0,2$ , são comparados com aqueles obtidos sem modelagem de turbulência ou empregando-se a modelagem clássica de Smagorinsky. Para todos os casos analisados, os resultados qualitativos foram obtidos em um mesmo tempo final de simulação, já com o escoamento em regime estatisticamente estabelecido.

As Figuras 4.30 e 4.31 mostram, respectivamente, os mapas de isovelocidade da componente  $u$  e  $v$  de velocidade, permitindo observar um comportamento análogo para as Figuras 4.30 (a), (b) e (c) e para as Figuras 4.31 (a), (b) e (c). Entretanto, para o caso da simulação utilizando o modelo dinâmico MP, verifica-se uma configuração diferente em relação aos demais casos, com a presença de algumas instabilidades não observadas nas demais imagens.



**Figura 4.30:** Mapas de isovalores da componente  $u$  de velocidade para  $Re = 5.10^3$ .

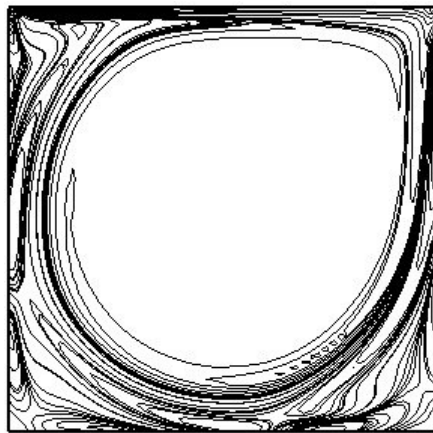


**Figura 4.31:** Mapas de isovalores da componente  $v$  de velocidade para  $Re = 5.10^3$ .

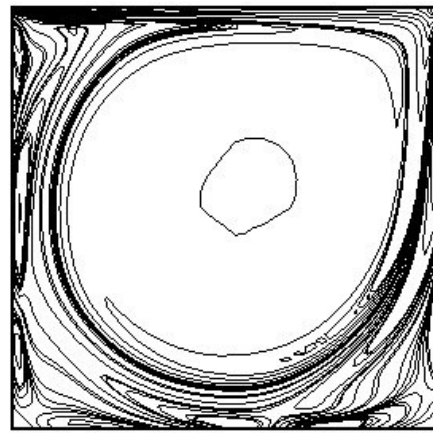
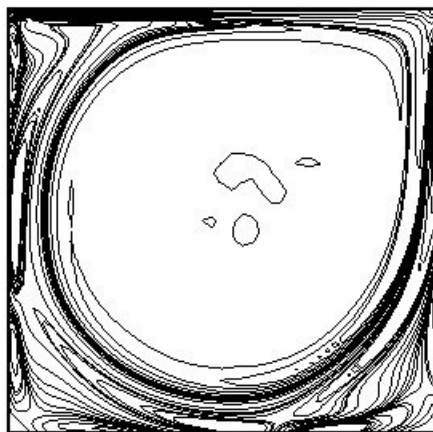
Na Figura 4.32, são apresentadas as linhas de isovorticidade na direção  $z$ , para quatro situações de cálculo diferentes. As recirculações principais, ou vórtices primários, que aparecem nas Figuras 4.32(a), (b) e (c) apresentam uma configuração aparentemente mais consistente do que a apresentada na Figura 4.32(d), na qual estão presentes instabilidades secundárias, só capturadas pelo uso do modelo dinâmico MP.

A Figura 4.33 mostra as linhas de corrente no interior da cavidade quadrada, na qual estão presentes os vórtices secundários no canto inferior esquerdo e direito da cavidade, análogo aos resultados qualitativos de Ghia et al. (1982). Nota-se que as Figuras 4.33(a), (b) e (c) refletem um comportamento semelhante do escoamento, ao contrário do que é apresentado pela Figura 4.33(d). Nessa última figura, o modelo dinâmico MP capturou a presença de vórtices que se formam no canto inferior direito e caminham em direção ao canto esquerdo. Esse fenômeno pode

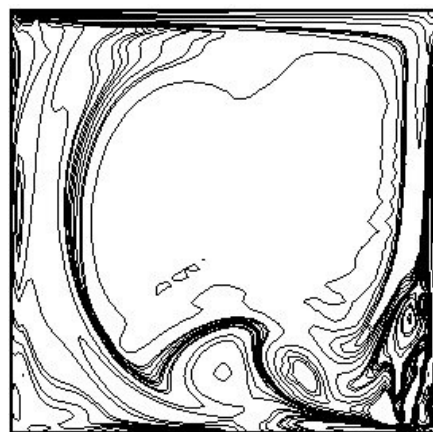
ser claramente observado na seqüência temporal de linhas de corrente apresentada na Figura 4.34, na qual um vórtice terciário é formado no canto inferior direito, provocando, na seqüência, um desprendimento de vórtice que desestabiliza o escoamento até a sua chegada no canto inferior esquerdo, onde se agrega ao vórtice secundário formando apenas uma estrutura turbilhonar. O tempo adimensional  $t^*$  é, aqui, dado por  $t^* = t U_p/H$ . Essa movimentação de vórtices junto à parede inferior da cavidade é mencionada no trabalho de Ghia *et al.* (1982) e deve se fazer presente em escoamentos com números de Reynolds suficientemente elevados. Embora tenha sido captada nas presentes simulações, para  $Re = 5.10^3$ , é de se esperar que este fenômeno se torne mais intenso para número de Reynolds maiores.



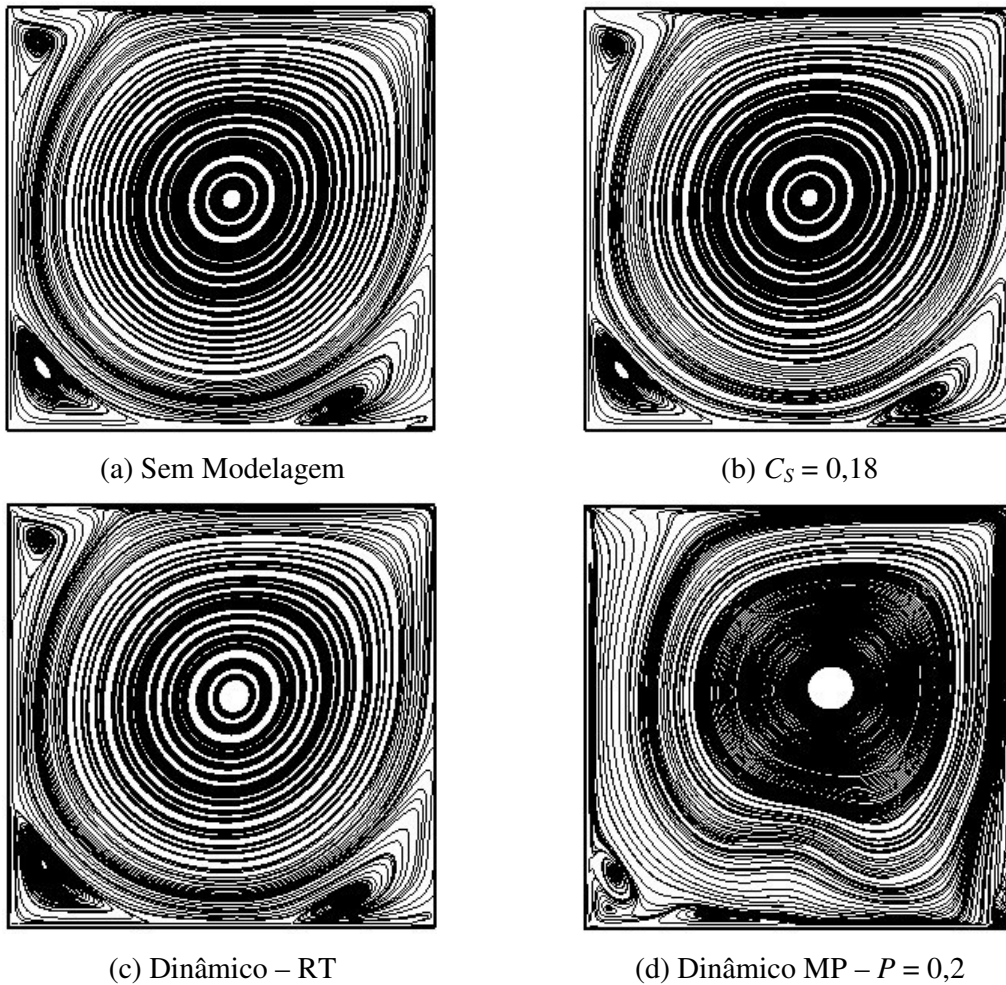
(a) Sem Modelagem

(b)  $C_S = 0,18$ 

(c) Dinâmico - RT

(d) Dinâmico MP -  $P = 0,2$ 

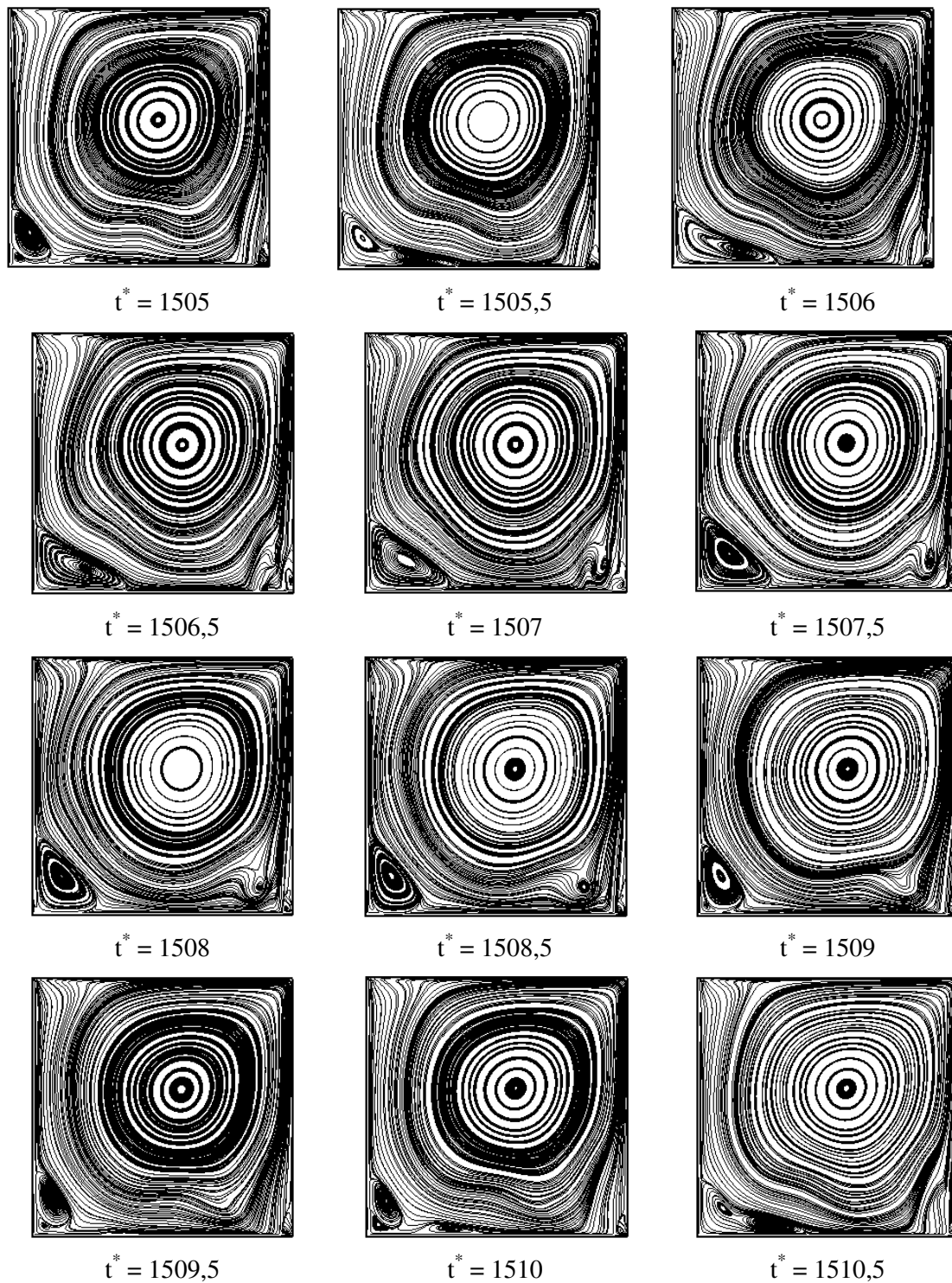
**Figura 4.32:** Contorno de isovorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ) para  $Re = 5.10^3$ .



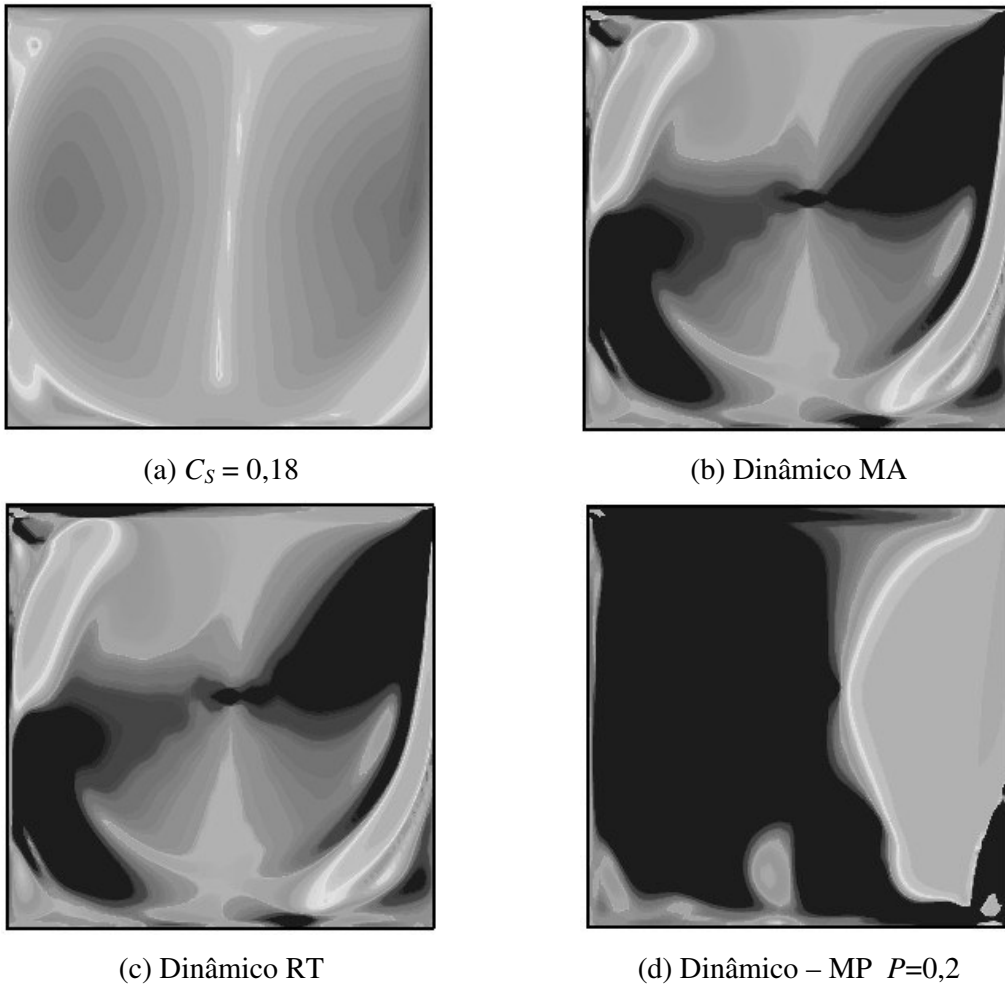
**Figura 4.33:** Mapas de linhas de correntes para  $Re = 5.10^3$ .

A Figura 4.35 mostra o campo de viscosidade efetiva usando-se o modelo de Smagorinsky e os modelos dinâmicos MA, RT e MP. Como seria de se esperar, o modelo de Smagorinsky superestima a viscosidade turbulenta em certas regiões onde ela deveria se anular, Figura 4.35(a), ao contrário do que acontece com o modelo dinâmico, Figuras 4.35(b), (c) e (d), nas quais a viscosidade turbulenta apresenta valores maiores na região de escoamento turbulento e valores nulos na região de escoamento laminar e nas regiões parietais. Os campos de viscosidade efetiva das Figuras 4.35 (b) e (c) possuem comportamentos quase que idênticos, enquanto que o comportamento mostrado na Figura 4.35(d) é diferente, tendo em vista as instabilidades capturadas pelo modelo dinâmico com o filtro teste baseado na média ponderada (MP).





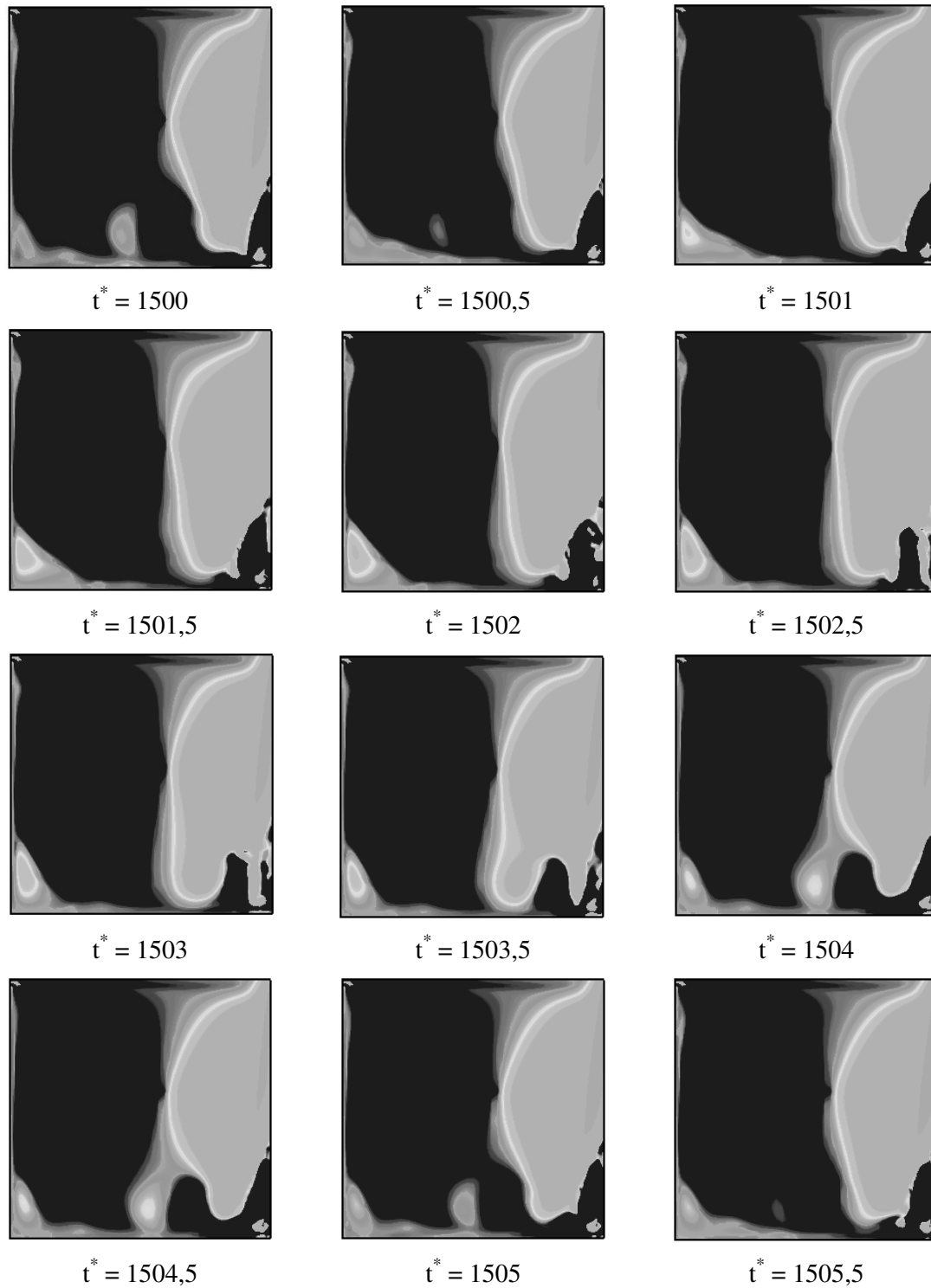
**Figura 4.34:** Evolução temporal das linhas de corrente do modelo dinâmico MP –  $P = 0,2$  para  $Re = 5.10^3$ ,  $t^* = t \times U_p/H$ .



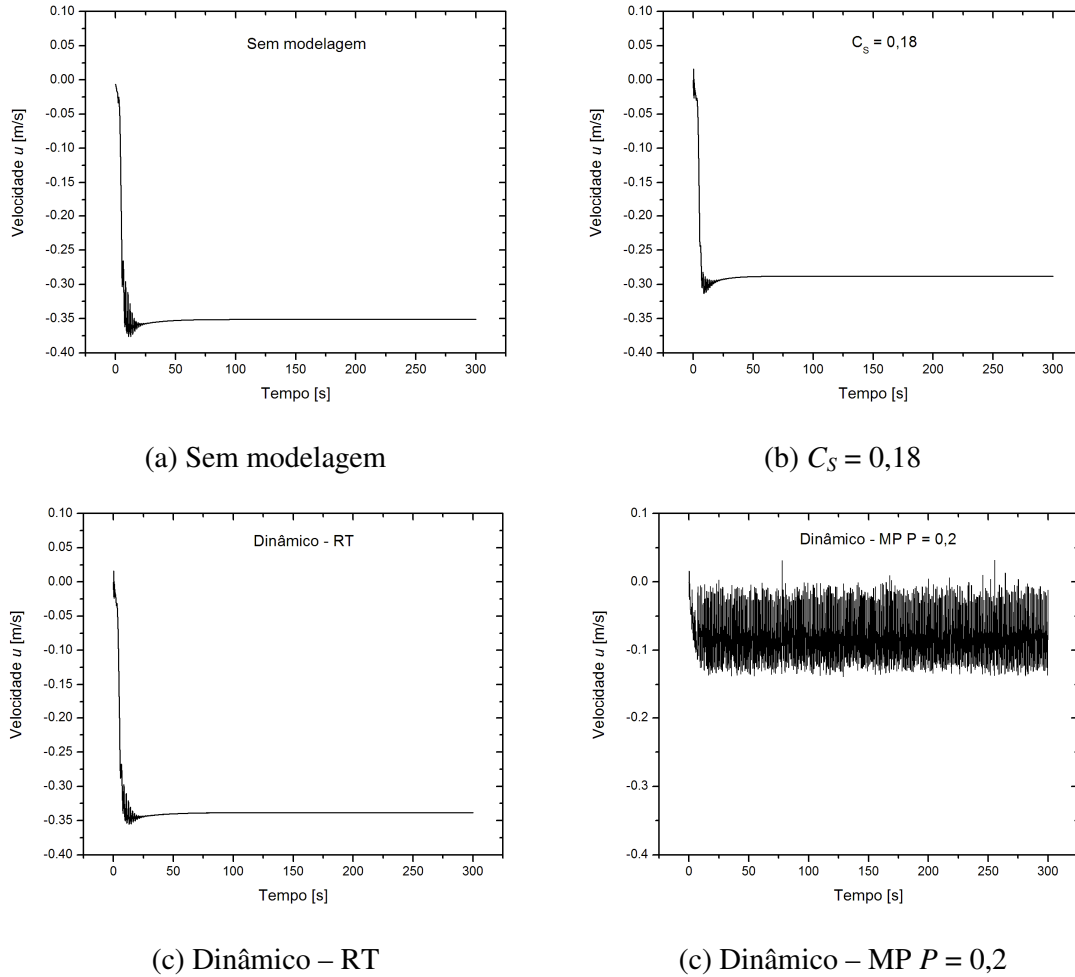
**Figura 4.35:** Campo de viscosidade efetiva para a cavidade 2D com  $Re = 5 \cdot 10^3$ .

A Figura 4.36 mostra a evolução temporal dos mapas de viscosidade efetiva para a simulação utilizando o modelo dinâmico MP, com  $P = 0,2$ . Observa-se, aqui, a evolução temporal das instabilidades na região inferior da cavidade. Essas instabilidades capturadas pelo modelo dinâmico MP mostram uma característica periódica no escoamento, ao contrário da característica permanente que o escoamento atinge nas situações sem o uso de modelagem da turbulência ou com o uso da modelagem de Smagorinsky e dos modelos dinâmicos MA e RT. Essa característica também pode ser observada nos gráficos dos sinais da componente  $u$  de velocidade da Figura 4.37. A sonda numérica que capturou esses sinais de velocidade  $u$  foi posicionada nas coordenadas:  $x = 0,5$ ,  $y = 0,0048$  e  $z = 0,5$ . Em uma análise feita da amplitude do sinal da componente  $w$  de velocidade, foi constatada que esta é da ordem de 5% em relação a a amplitude da componente  $u$  em uma mesma posição mediana em  $z$  para a simulação utilizando o modelo dinâmico MP –  $P = 0,2$ . Esse valor significativo da variação da componente  $w$  de

velocidade pode ser uma possível explicação para a formação de instabilidades e a flutuação do sinal de velocidade apresentado na Figura 4.37(c).



**Figura 4.36:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva para  $Re = 5 \cdot 10^3$ ,  $t^* = t \times U_p/H$ .

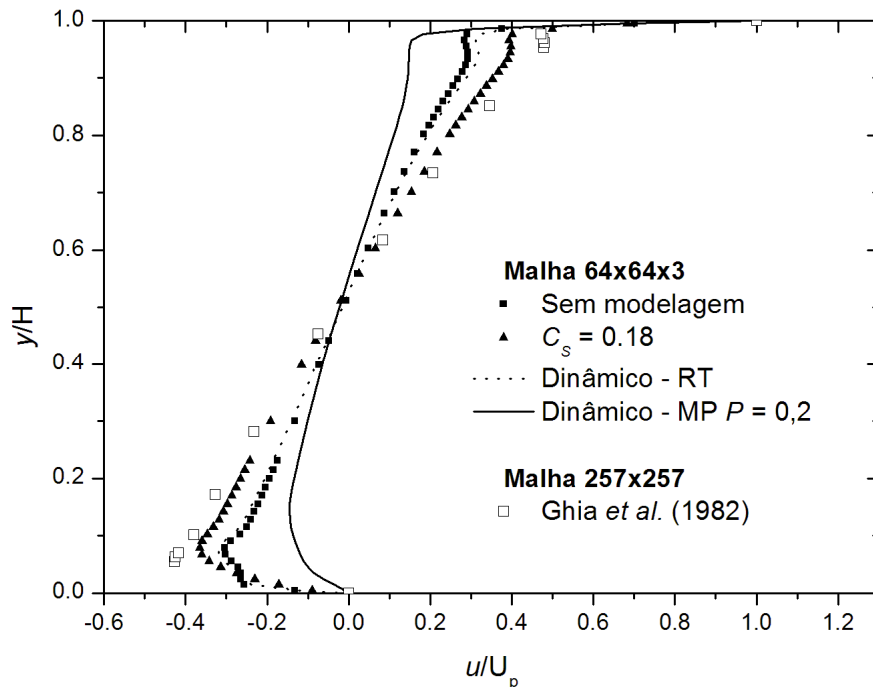


**Figura 4.37:** Sinal temporal da componente  $u$  de velocidade para  $Re = 5.10^3$ .

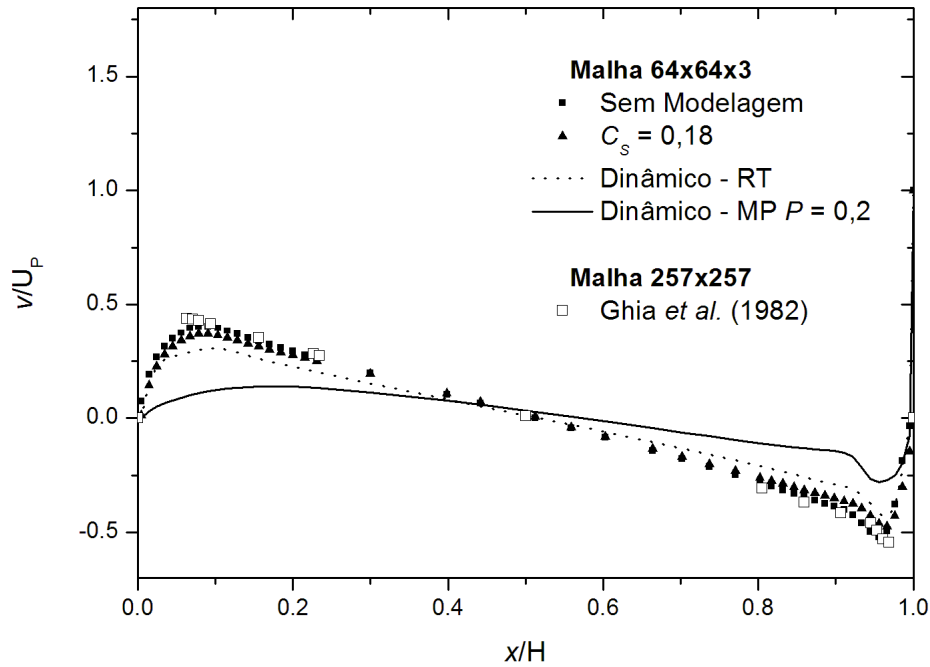
Em seguida, são apresentados os resultados do segundo regime de escoamento estudado, com número de Reynolds igual a  $10^4$ . Nas Figuras 4.38 e 4.39 estão mostrados os gráficos dos perfis de velocidade  $u$  e  $v$ , respectivamente. Observa-se que o resultado que mais se aproximou dos resultados de Ghia *et al.* (1982) foram fornecidos pelo modelo de Smagorinsky. O perfil captado pelo modelo dinâmico RT se aproximou mais do resultado de Ghia *et al.* (1982) do que o fornecido pelo modelo dinâmico MP. Este último modelo mostrou-se instável durante as simulações, obrigando a uma redução do passo de tempo para 0,001. As demais simulações foram realizadas com um passo de tempo igual a 0,005. É muito provável que o modelo dinâmico MP torna-se mais instável durante as simulações devido as instabilidades formadas por

uma valor significativo da componente  $w$  de velocidade, que desestabilizam o escoamento. A presença destas estruturas turbilhonares será apresentada mais adiante nos resultados qualitativos.

As Figuras 4.40 e 4.41 mostram os mapas de isovalores das componentes  $u$  e  $v$  da velocidade, respectivamente, para as simulações sem o uso de modelagem e com o uso de modelagem de Smagorinsky e dinâmica. Nota-se que as recirculações no canto inferior direito das Figuras 4.40(c) e 4.41(c) são mais visíveis do que as apresentadas nas Figuras 4.40(a) e 4.41(a). O esperado é que no modelo de Smagorinsky o desenvolvimento de instabilidades no escoamento seja amortecido, devido a imposição viscosa própria do modelo. Isto pode ser notado nas curvas de isovalores de  $u$  e  $v$  da Figura 4.40 (b) e 4.41 (b), sendo que essas imagens possuem menos detalhes de recirculação do que as oferecidas nos outros casos (a), (c) e (d). Já nas imagens das Figuras 4.40(d) e 4.41(d) pode ser observado que essas recirculações são desagregadas em estruturas ainda menores.



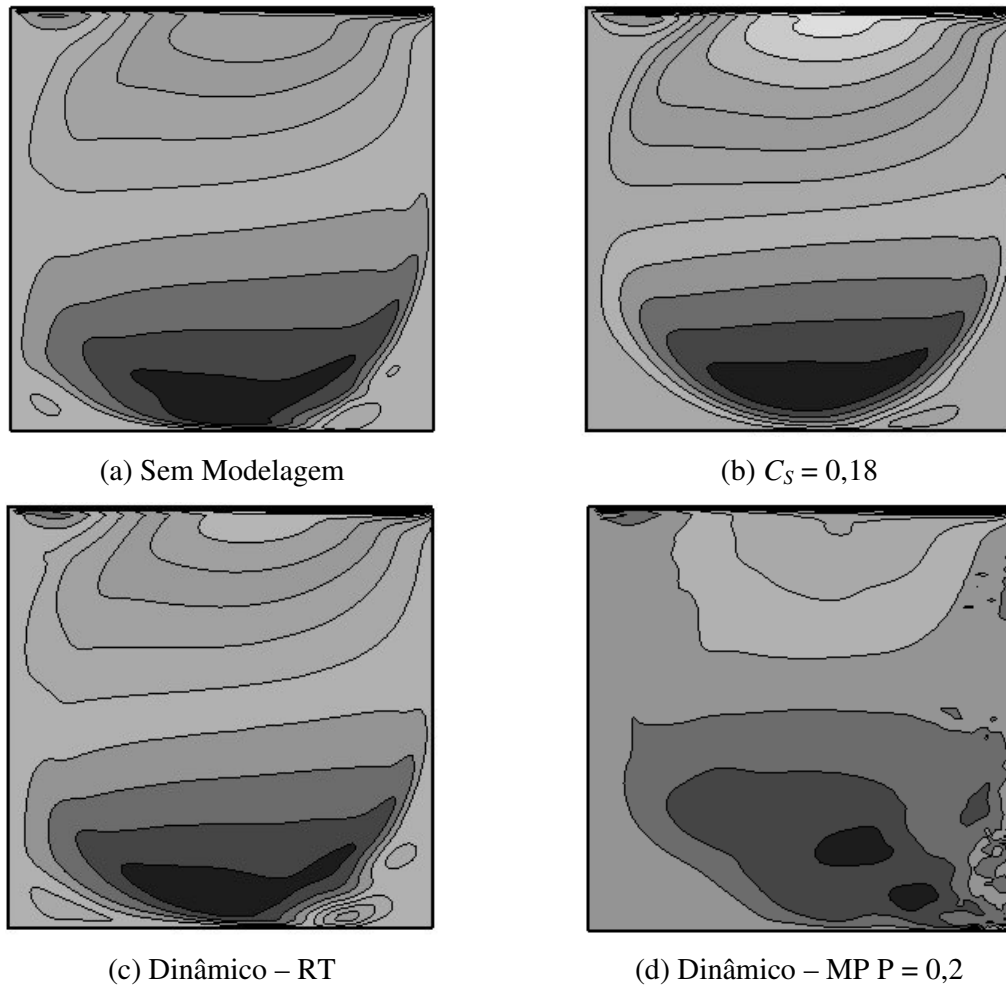
**Figura 4.38:** Perfil de velocidade da componente  $u$ ,  $Re = 10^4$ .



**Figura 4.39:** Perfil de velocidade da componente  $v$ ,  $Re = 10^4$ .

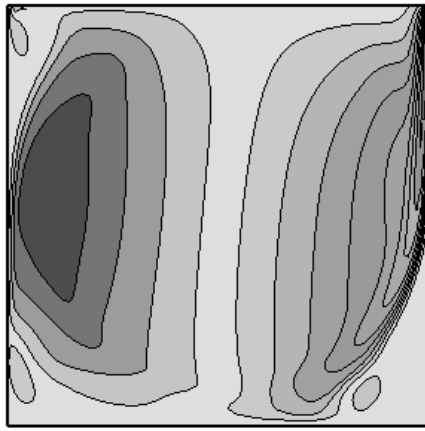
As Figuras 4.42 e 4.43 mostram, respectivamente, os mapas de isovorticidade na direção  $z$  e os mapas de linhas de correntes. Pela Figura 4.42(d), percebe-se a formação de várias estruturas turbilhonares menores, em comparação com as curvas de isovorticidade fornecidas pelos outros modelos.

Para números de Reynolds dessa magnitude, os resultados de Ghia *et al.* (1982) e de Arruda (2004) mostraram que o centro do grande vórtice tende a se localizar no centro geométrico da cavidade e, além disso, surge uma recirculação no alto da parede esquerda e recirculações terciárias nos cantos inferiores da cavidade. Os resultados qualitativos mostrados nas Figuras 4.42 e 4.43 estão em sintonia com os trabalhos de Ghia *et al.* (1982) e de Arruda (2004).

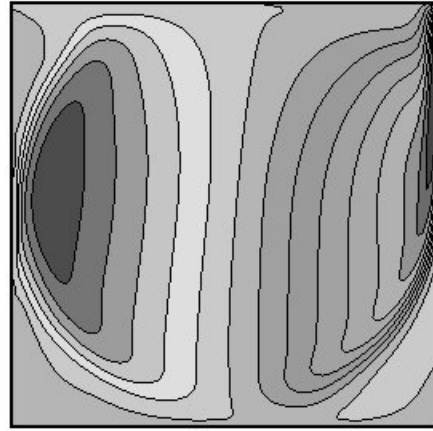
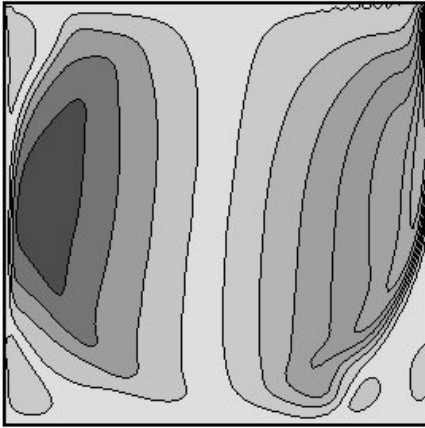


**Figura 4.40:** Mapas de isovalores da componente  $u$  para  $Re = 10^4$ .

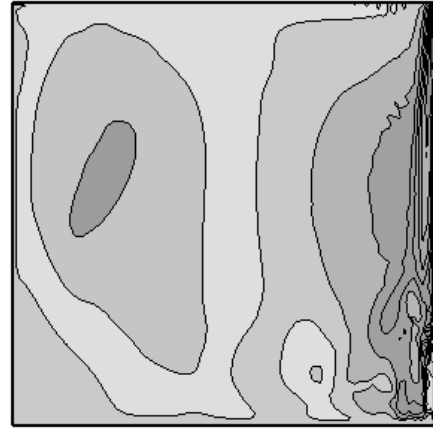
Na Figura 4.44, é mostrada uma seqüência temporal de mapas de linhas de correntes obtida a partir dos resultados fornecidos pelo modelo dinâmico – MP, com  $P = 0,2$ , permitindo visualizar o processo de advecção dos vórtices formados no canto inferior direito da cavidade.



(a) Sem Modelagem

(b)  $C_S = 0,18$ 

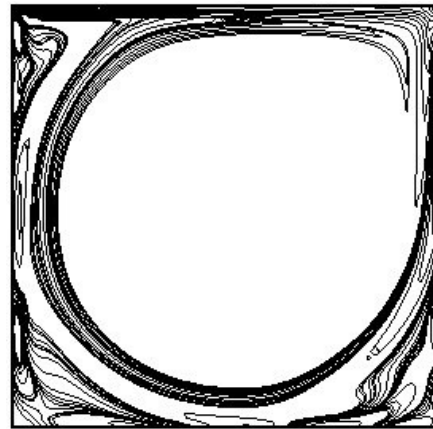
(c) Dinâmico – RT

(d) Dinâmico – MP  $P = 0,2$ **Figura 4.41:** Mapas de isovalores da componente  $v$  para  $Re = 10^4$ .

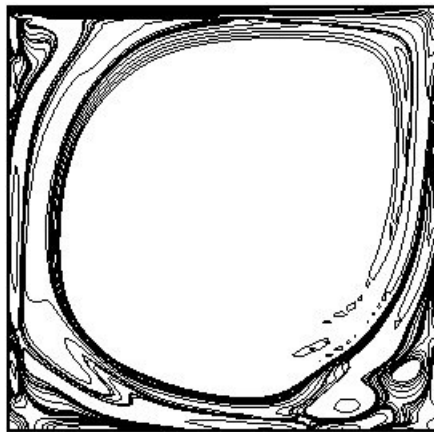




(a) Sem Modelagem



(b)  $C_S = 0,18$

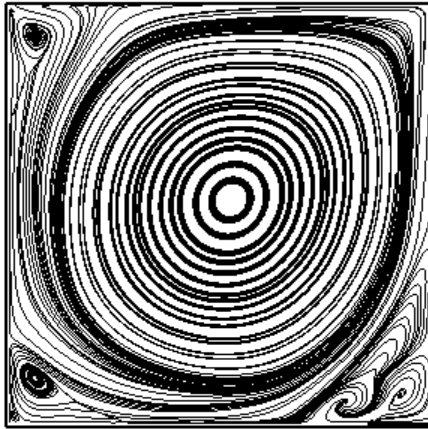


(c) Dinâmico – RT

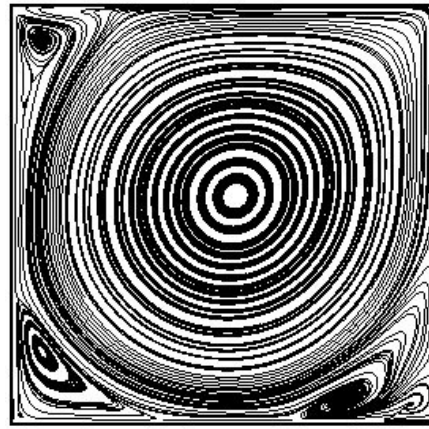
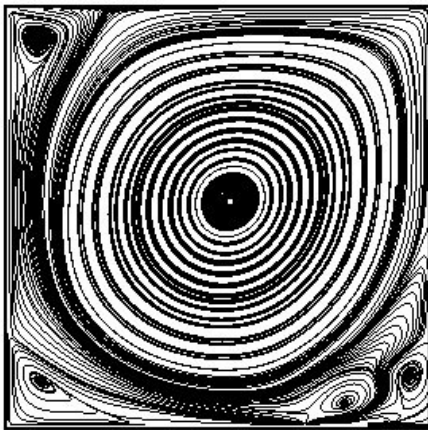


(d) Dinâmico – MP P = 0,2

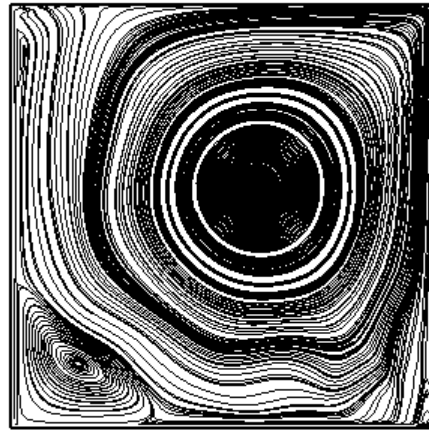
**Figura 4.42:** Contorno de isovorticidade ( $\omega$ ) para  $Re = 10^4$ .



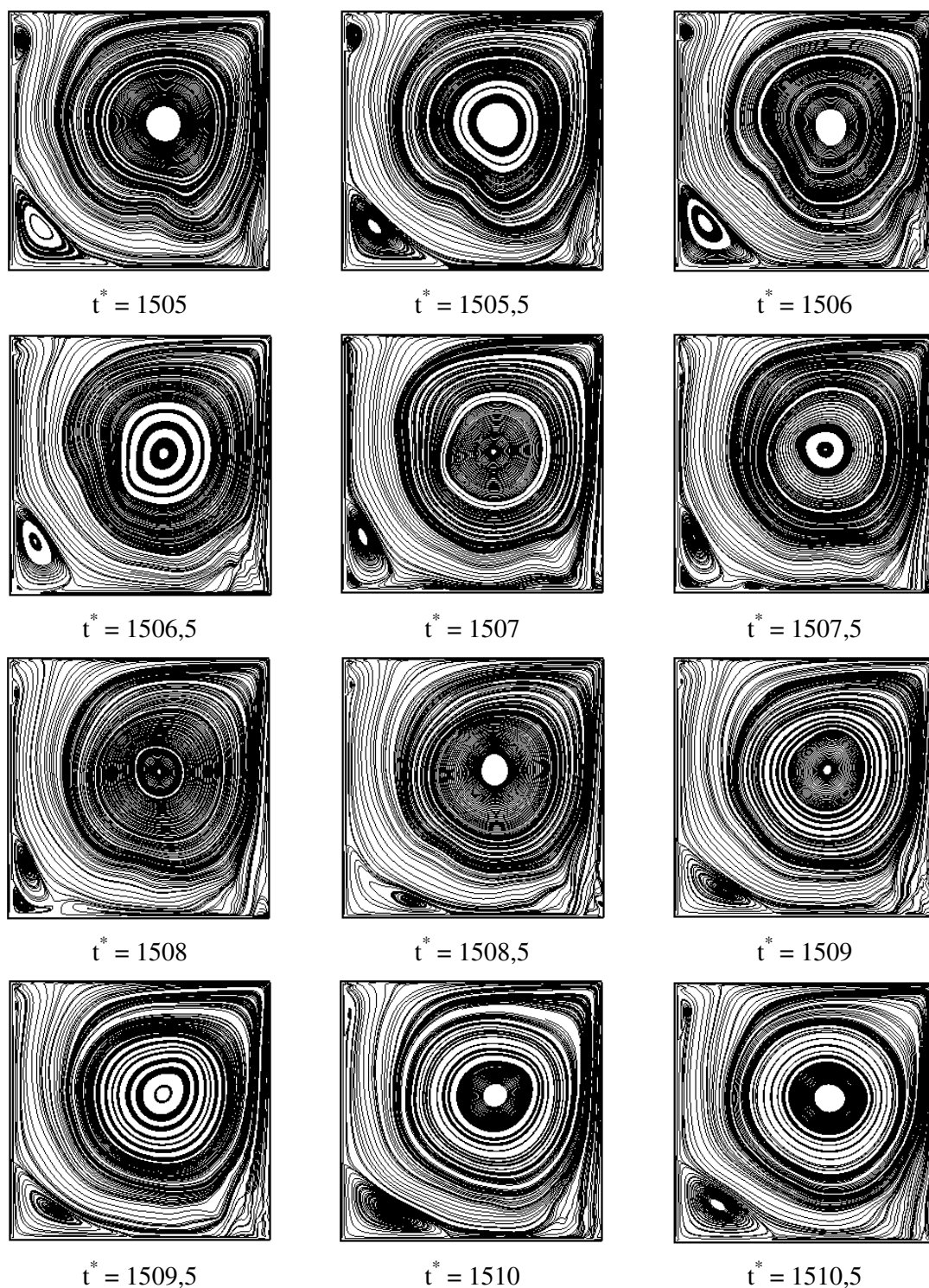
(a) Sem Modelagem

(b)  $C_S = 0,18$ 

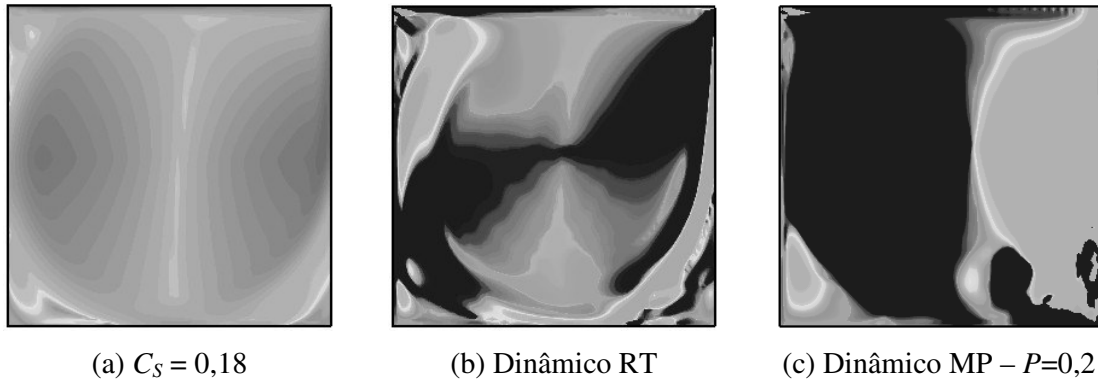
(c) Dinâmico – RT

(d) Dinâmico – MP  $P = 0,2$ **Figura 4.43:** Mapas de linhas de correntes para  $Re = 10^4$ .

A Figura 4.45 compara o campo de viscosidade efetiva das simulações usando o modelo de Smagorinsky e os modelos dinâmicos, em uma situação de escoamento estatisticamente permanente. Com o uso do modelo de Smagorinsky, a viscosidade turbulenta é nitidamente superestimada nos contornos da cavidade, onde deveria se anular. Já para os resultados fornecidos pelos modelos dinâmicos, a viscosidade turbulenta atinge um valor máximo nas regiões de escoamento turbulento e mínimo, ou até mesmo nulo, nas regiões de escoamento laminar.



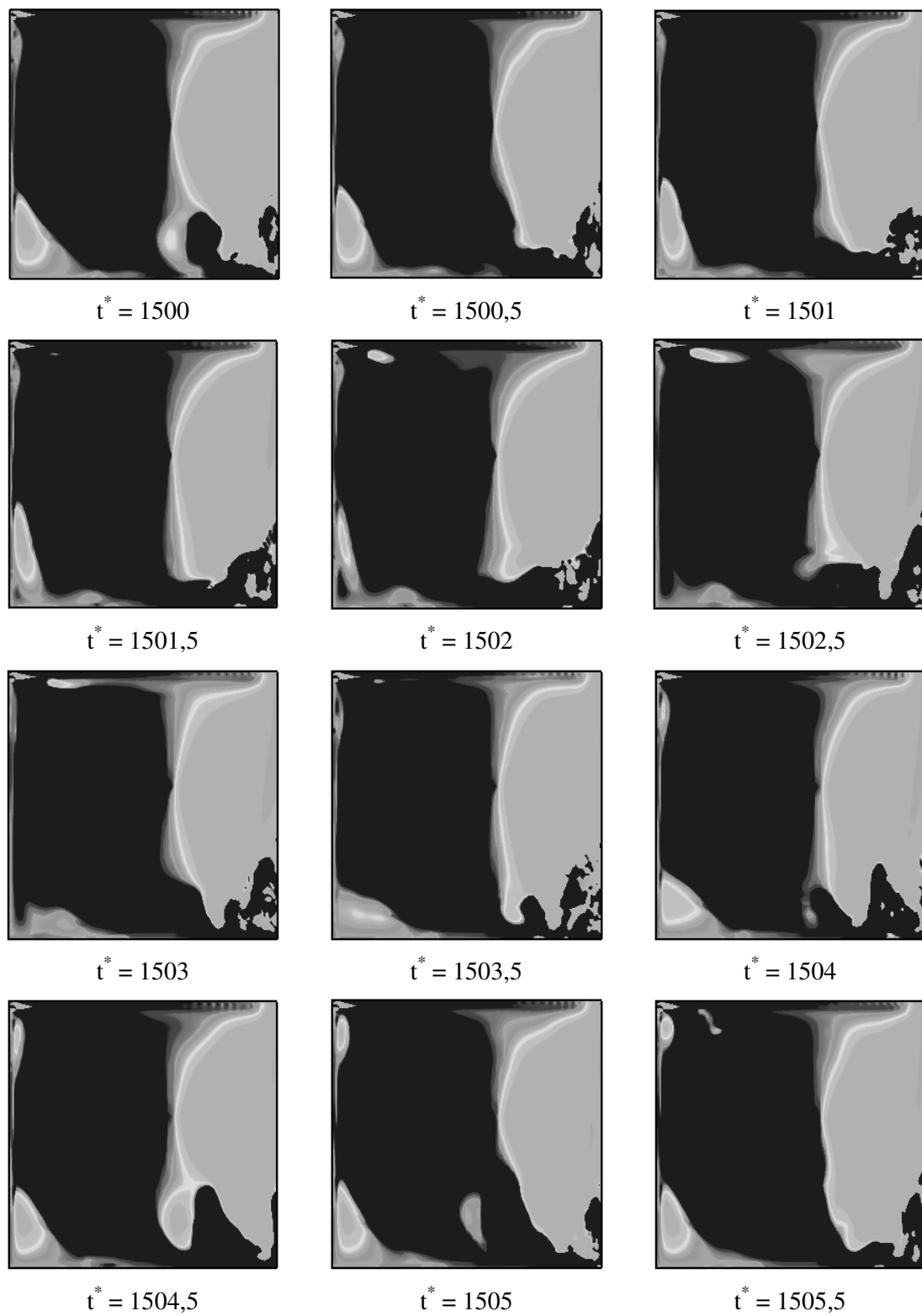
**Figura 4.44:** Evolução temporal das linhas de corrente para  $Re = 10^4$ ,  $t^* = t U_p/H$ .



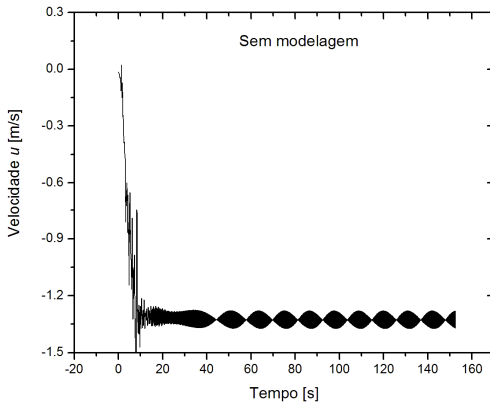
**Figura 4.45:** Campo de viscosidade efetiva para a cavidade 2D com  $Re = 10^4$ .

Na Figura 4.46 é mostrada uma seqüência temporal dos mapas de viscosidade efetiva para o caso de simulação usando o modelo sub-malha dinâmico MP, com  $P = 0,2$ . Essas imagens mostram novamente a advecção dos vórtices na região inferior da cavidade, os quais desestabilizam todo o escoamento, provocando instabilidades durante a simulação, requerendo o uso de um passo de tempo menor para a realização dos cálculos.

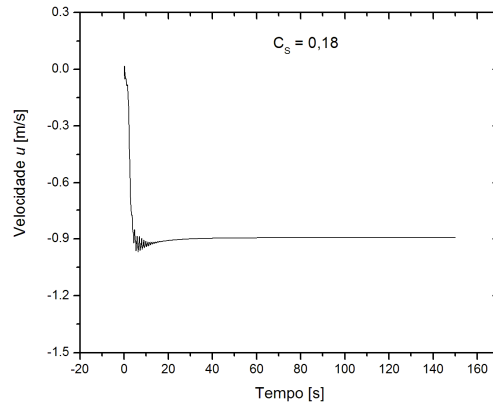
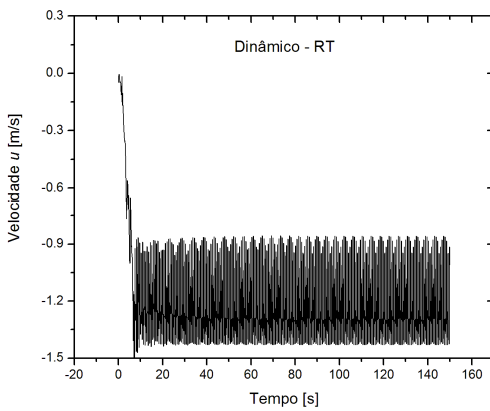
Nos gráficos da Figura 4.47, é feita uma comparação entre os sinais de velocidade  $u$  para os casos estudados. A sonda numérica que capturou esses sinais de velocidade  $u$  foi localizada nas coordenadas:  $x = 0,5$ ;  $y = 0,0048$  e  $z = 0,5$ . Para o caso de simulação sem o uso de modelagem explícita da turbulência, o sinal de velocidade apresentou um comportamento periódico, com uma frequência menor a partir dos 46 s de simulação. Devido ao amortecimento imposto pela modelagem de Smagorinsky, a velocidade  $u$  atingiu, a partir de um certo tempo, um regime permanente. Já os sinais fornecidos pela modelagem dinâmica RT e MP apresentaram comportamentos periódicos no tempo, sendo que, no modelo dinâmico MP, tal sinal apresenta-se com características tipicamente turbulentas.



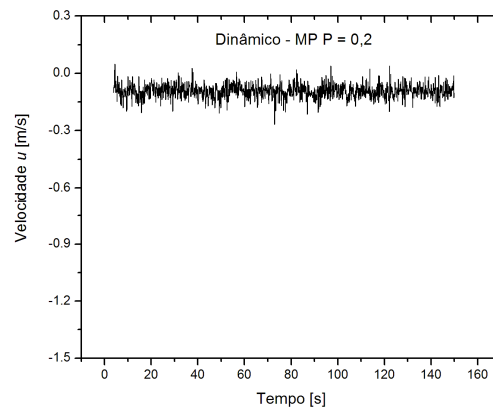
**Figura 4.46:** Evolução temporal do campo de viscosidade efetiva para  $Re = 10^4$ ,  $t^* = t U_p/H$ .



(a) Sem modelagem

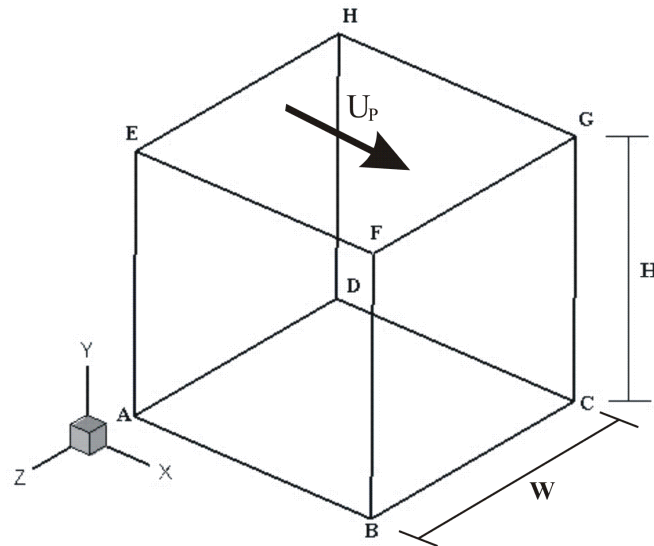
(b)  $C_s = 0,18$ 

(c) Dinâmico RT

(c) Dinâmico MP -  $P = 0,2$ **Figura 4.47:** Sinal temporal da componente  $u$  de velocidade para  $Re = 10^4$ .

#### 4.2.4. Cavidades cúbicas

A Figura 4.48 mostra o esquema da cavidade tridimensional simulada. Os planos ABCD, ADHE, BCGF, DCGH, ABFE são submetidos à condição de não deslizamento  $u = 0$  e condição de impermeabilidade  $v = w = 0$ , enquanto que, no plano EFGH, as velocidades  $u = U_p$  e  $v = w = 0$ , são impostas. Os resultados foram obtidos para o escoamento com o número de Reynolds igual a  $5 \cdot 10^3$  e  $10^4$ , baseado na altura  $H$  da cavidade e na velocidade da tampa deslizante,  $U_p$ . Para ambos os casos, foram utilizadas malhas não uniformes nas direções  $x$  e  $y$  e uniforme na direção  $z$ , contendo  $40 \times 40 \times 40$  volumes. O primeiro elemento adjacente à face na direção de  $y$  tem o comprimento relativo de 0,011, para um comprimento unitário de cada uma das faces da cavidade. A exemplo das simulações anteriores, aqui também foi empregado o esquema das diferenças centradas para tratamento dos termos advectivos, juntamente com o método SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. Para a solução do sistema linear de equações foi utilizado o método TDMA.



**Figura 4.48:** Esquema da cavidade tridimensional.

Como uma etapa preliminar à implementação dos cálculos tridimensionais, e como forma de evitar dispêndios desnecessários de tempo de processamento computacional, foram feitos testes iniciais para verificar a eficiência dos diferentes filtros teste inseridos no programa. Os resultados obtidos foram avaliados em termos da relação custo/benefício apresentada pelo filtro,

utilizando-se como indicadores a qualidade dos dados obtidos e o tempo computacional requerido para a sua obtenção.

Nas Figuras 4.49 e 4.50 comparam-se os perfis de  $u_{\text{RMS}}$  e  $v_{\text{RMS}}$ , respectivamente, resultantes do uso da modelagem dinâmica com diferentes filtros teste, para  $Re = 10^4$ . Os perfis  $u_{\text{RMS}}$  e  $v_{\text{RMS}}$  são dados pelas seguintes equações:

$$u_{\text{RMS}} = \frac{10\sqrt{u'^2}}{U_p} \quad \text{e} \quad v_{\text{RMS}} = \frac{10\sqrt{v'^2}}{U_p} \quad (4.1)$$

A razão para a escolha deste tipo de perfil de velocidade para essa comparação dos filtros teste se deve ao fato de que a intensidade turbulenta é a que mais varia de um caso para outro no problema da cavidade com tampa deslizante, permitindo uma boa comparação.

Pelas Figuras 4.49 e 4.50, conclui-se que o filtro teste capaz de produzir resultados que mais se aproximam dos dados experimentais de Prasad e Koseff (1989) é aquele que se baseia na média ponderada, com  $P = 0,2$ .

A Figura 4.51 permite observar, por meio das isosuperfícies de vorticidade na direção  $x$ , a influência que a utilização dos diferentes filtros analisados exerce sobre a dinâmica do escoamento. É fácil identificar que os filtros teste baseados na média ponderada produzem mais instabilidades no escoamento do que os filtros teste MA e RT.

Quanto ao tempo de processamento, o modelo dinâmico MP consumiu, em média, um tempo de CPU 14% superior àquele necessário à simulação do mesmo problema utilizando-se a modelagem clássica de Smagorinsky. Já os modelos dinâmicos MA e RT oneram os cálculos em torno de 9%, também em relação ao modelo de Smagorinsky. É de se esperar que, pela sua própria formulação matemática, o filtro teste baseado na média ponderada, se comportasse melhor em relação aos outros filtros quando se usa uma malha não-uniforme. De fato, tendo em vista os resultados mostrados nesta análise, o modelo dinâmico MP produz resultados quantitativos melhores do que o modelo de Smagorinsky, além de consumir pouco tempo a mais de processamento. A conclusão desse teste sobre filtros no presente trabalho está em sintonia com os resultados de Padilla (2004).



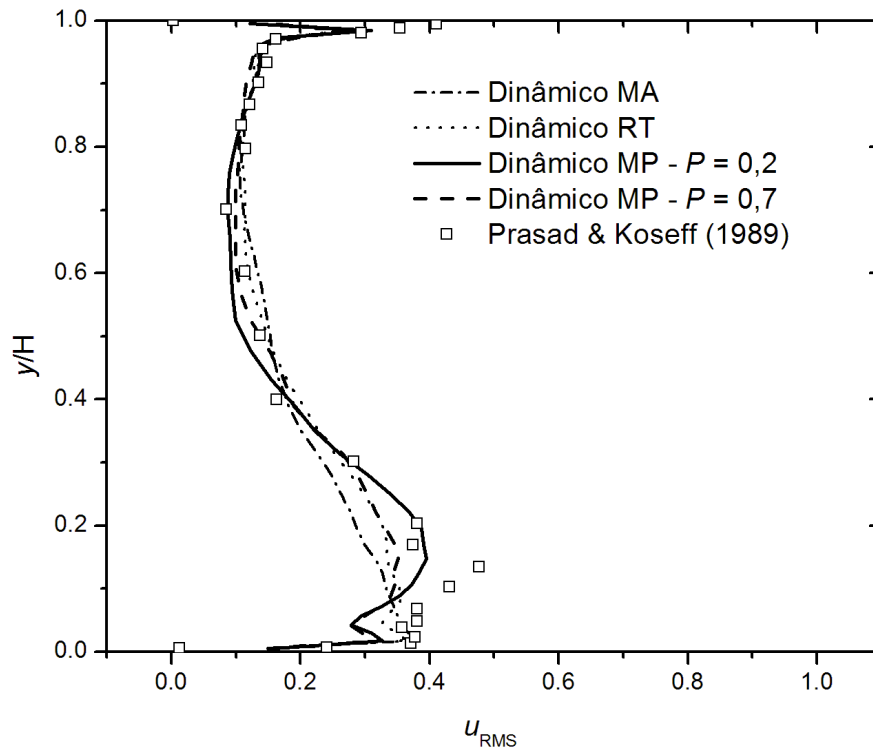


Figura 4.49: Perfil da componente  $u_{RMS}$  de velocidade para  $Re = 10^4$ .

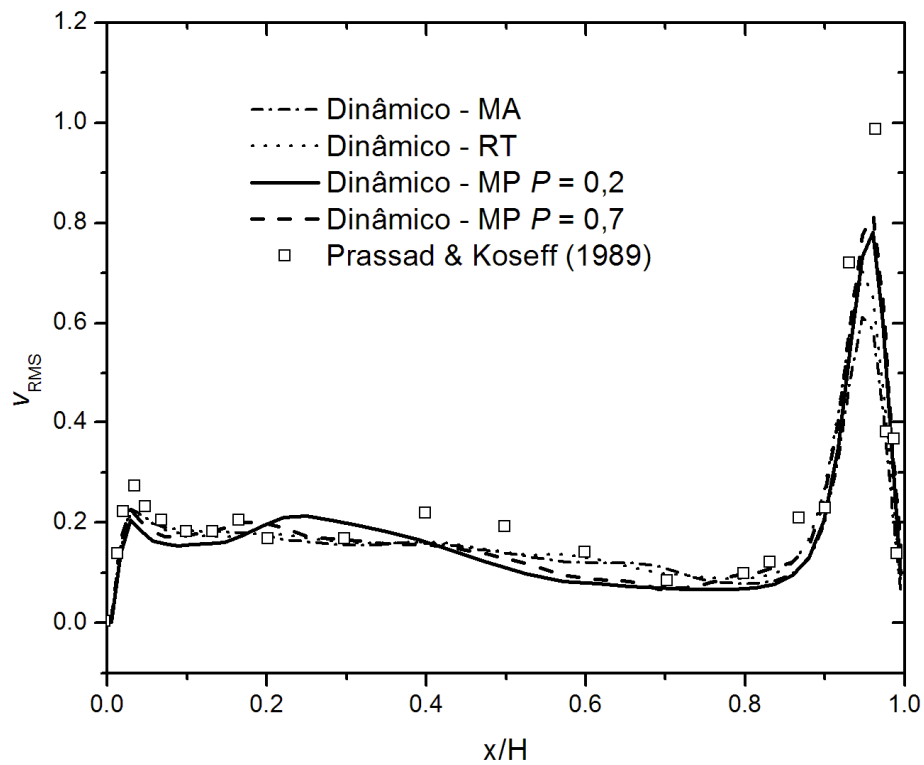
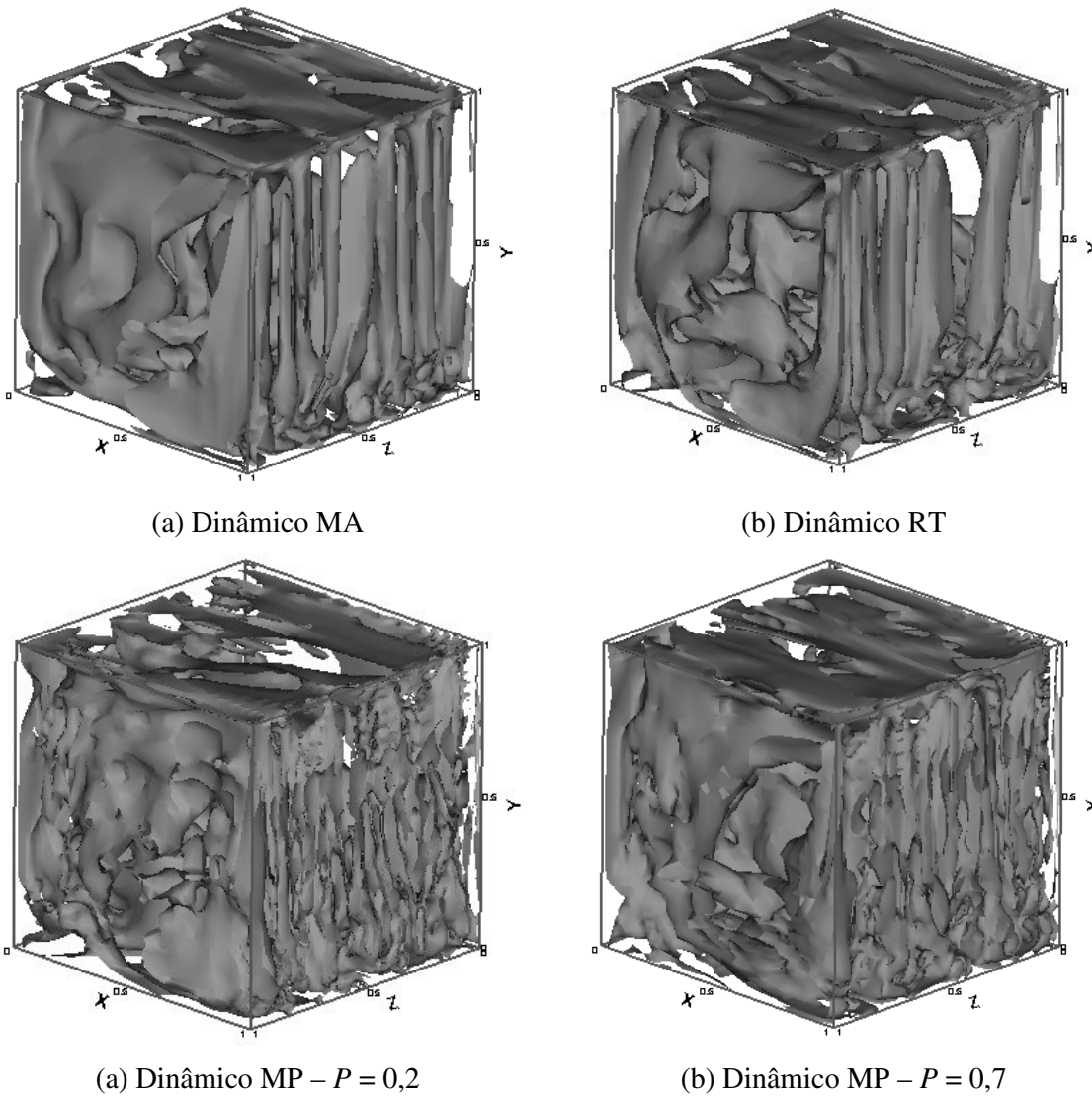
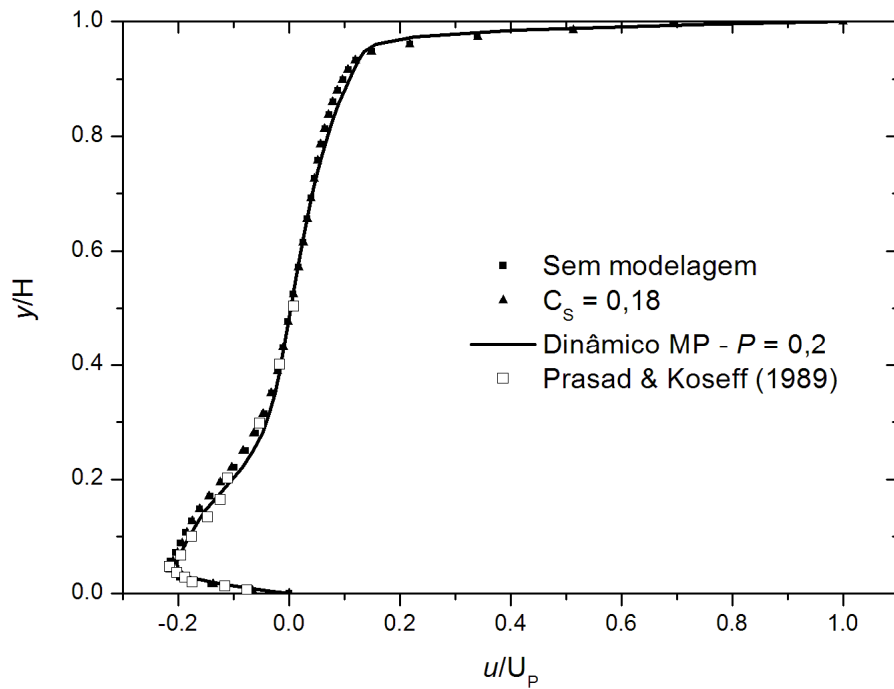


Figura 4.50: Perfil da componente  $v_{RMS}$  de velocidade para  $Re = 10^4$ .

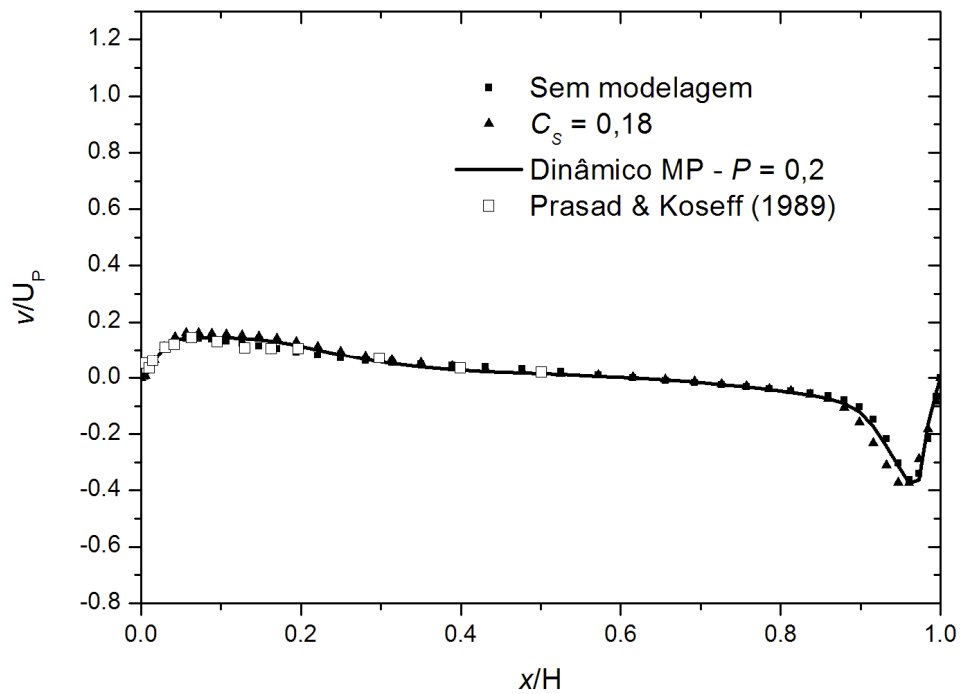


**Figura 4.51:** Isosuperfícies da vorticidade na direção  $x$  ( $\omega_x$ ) para  $Re = 10^4$ .

Os perfis de velocidade média  $u$  e  $v$  para  $Re = 5 \cdot 10^3$  foram capturados nos eixos vertical e horizontal que passam pelo centro geométrico da cavidade e apresentados nas Figuras 4.52 e 4.51, que compara os resultados de Prasad e Koseff (1989) com os obtidos em três diferentes condições de cálculo – sem modelagem de turbulência, com modelagem de Smagorinsky ( $C_S = 0,18$ ) e modelagem dinâmica MP ( $P = 0,2$ ). Nesse caso, observa-se que as três simulações produziram resultados muito semelhantes, embora possa se considerar que o perfil de velocidade  $u$  obtido com a modelagem dinâmica tenha apresentado uma concordância ligeiramente melhor que as demais, em relação aos pontos experimentais.



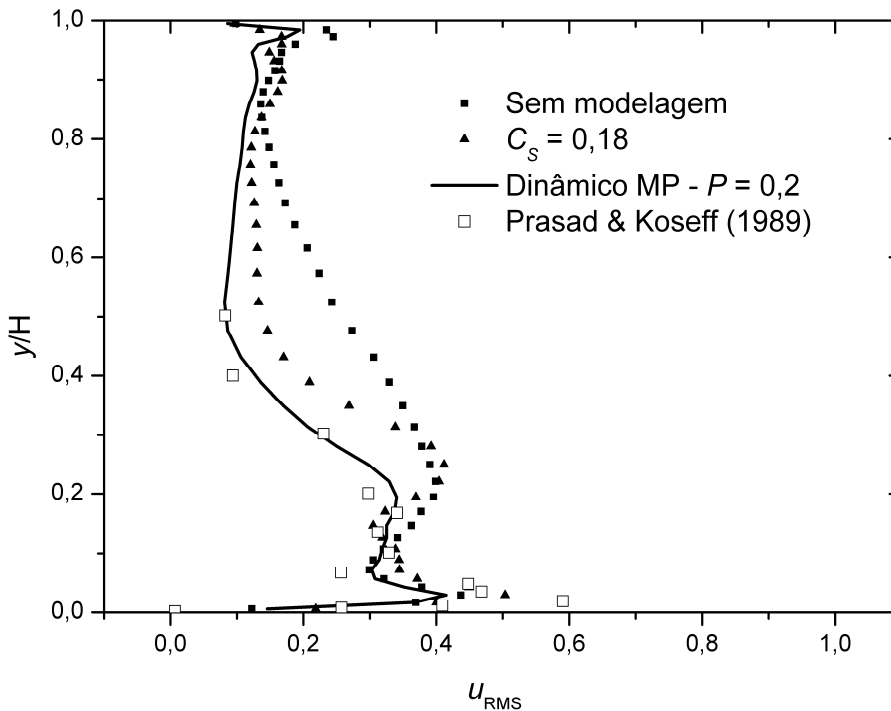
**Figura 4.52:** Perfil da componente  $u$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .



**Figura 4.53:** Perfil da componente  $v$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .

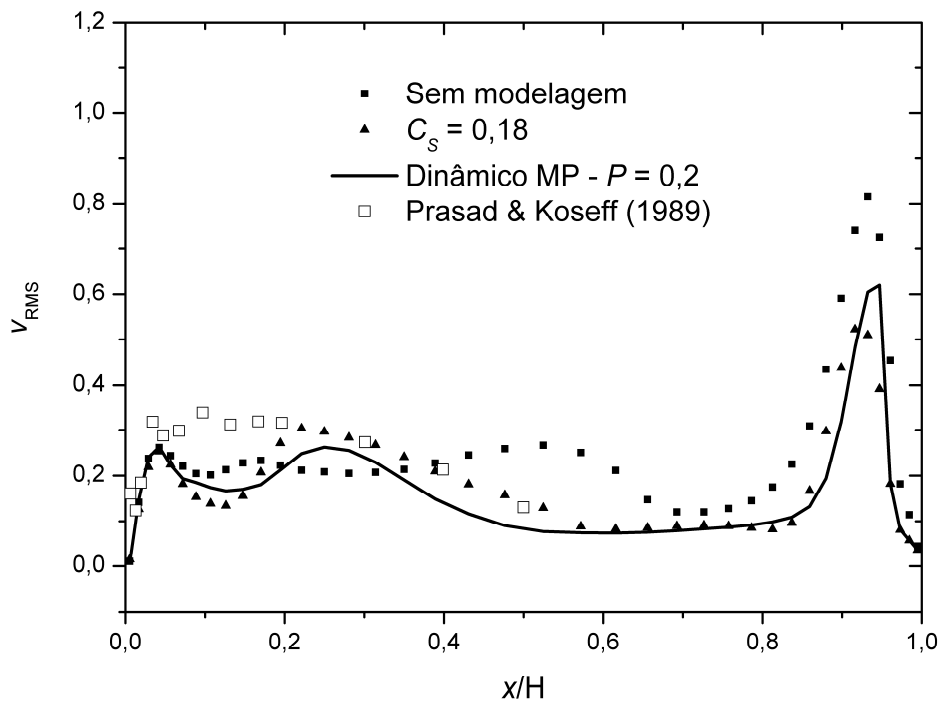
Os gráficos da Figura 4.54 e 4.55 mostram respectivamente, os perfis de velocidade  $u_{RMS}$  e  $v_{RMS}$ , para os três condições de simulação a  $Re = 5.10^3$ . Na Figura 4.53, nota-se que o perfil  $u_{RMS}$

capturado com o uso do modelo dinâmico MP ajusta-se melhor aos pontos experimentais de Prasad e Koseff (1989), quando comparado com os perfis calculados sem o uso de modelagem e com o uso da modelagem de Smagorinsky. Já na Figura 4.55, na qual são comparados os perfis obtidos para a velocidade  $v_{RMS}$ , a modelagem dinâmica MP geram resultados melhores em alguns locais e piores em outras regiões da cavidade quando comparado com os resultados produzidos sem o uso de modelagem e com o uso da modelagem de Smagorinsky, os quais apresentam comportamento praticamente idêntico.

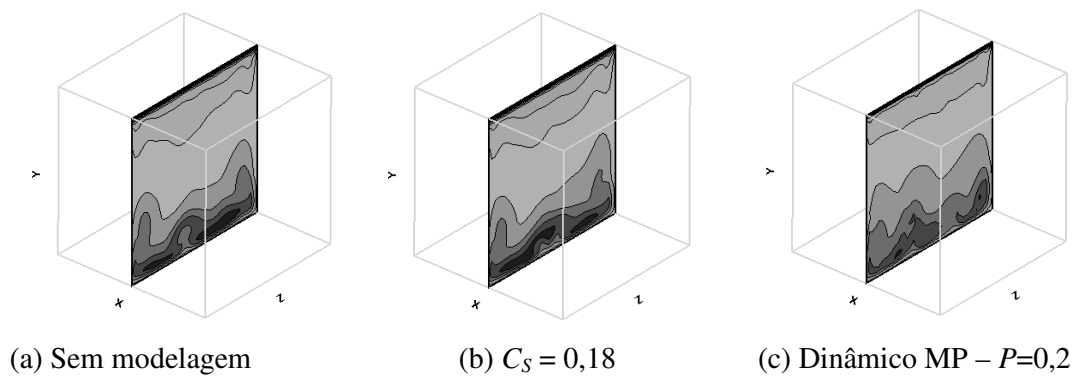


**Figura 4.54:** Perfil da componente  $u_{RMS}$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .

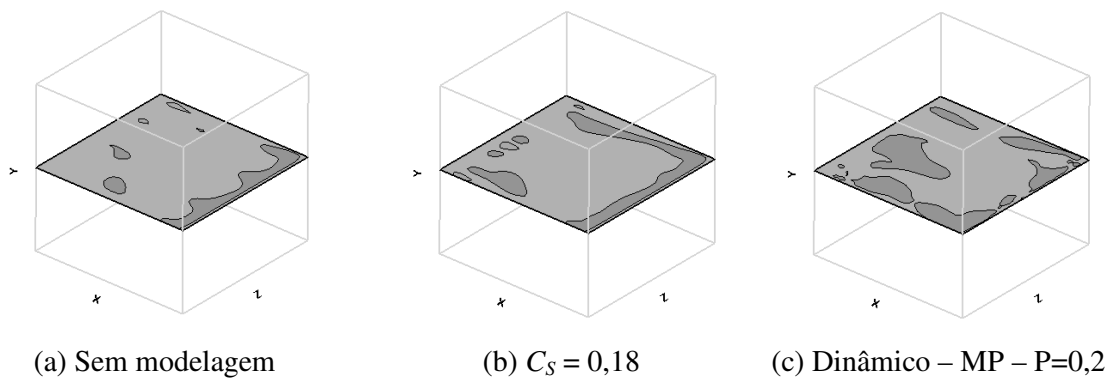
Nas Figuras 4.56 até 4.64 são comparados os mapas de isovelocidade para as componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ , em três diferentes planos e para o mesmo instante, depois de ter atingido o regime estatisticamente estabelecido. Como para qualquer outro escoamento 3D, com o aumento do número Reynolds, o escoamento na cavidade é conduzido à fase de transição, para, em seguida, evoluir em direção à turbulência. Segundo a literatura, para escoamentos a números de Reynolds moderados, na faixa de  $2.10^3$  a  $6.10^3$ , o regime permanece laminar, mas apresenta características transientes. Este fato pode ser inicialmente constatado nos mapas dos isovalores das componentes horizontal ( $u$ ), vertical ( $v$ ) e transversal ( $w$ ) do campo de velocidades, nos planos  $x = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $z = 0,5$ , para  $Re = 5.10^3$ .



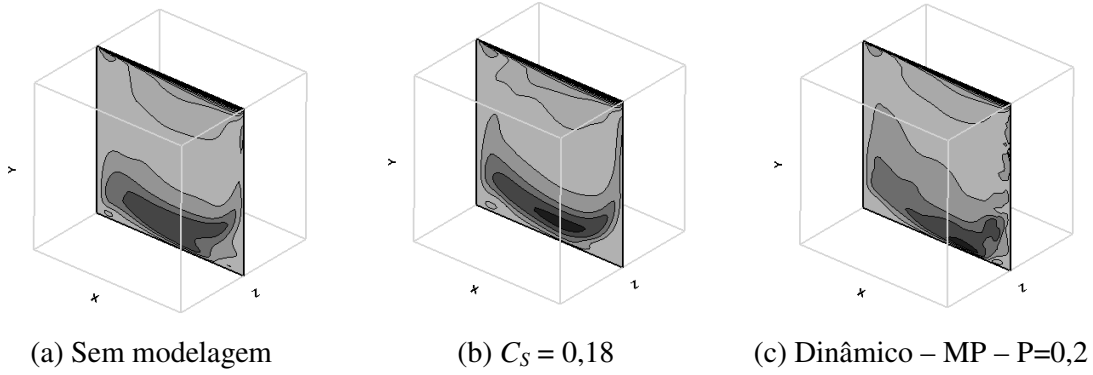
**Figura 4.55:** Perfil da componente  $v_{RMS}$  de velocidade,  $Re = 5.10^3$ .



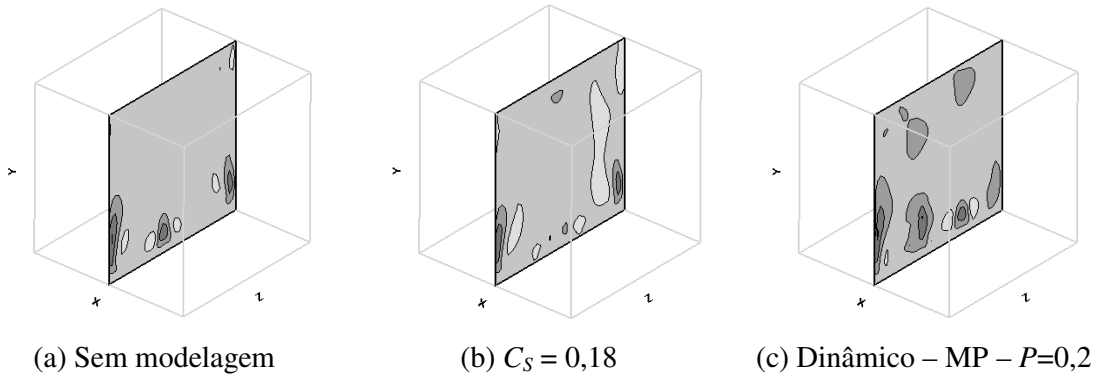
**Figura 4.56:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



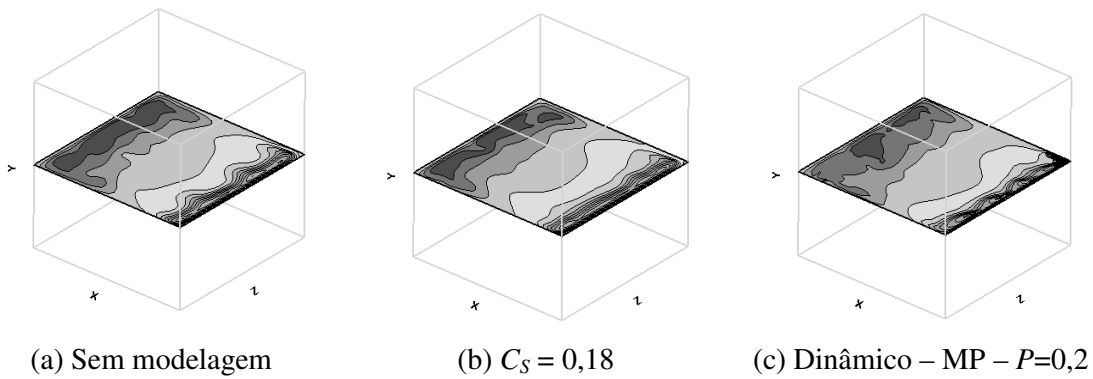
**Figura 4.57:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



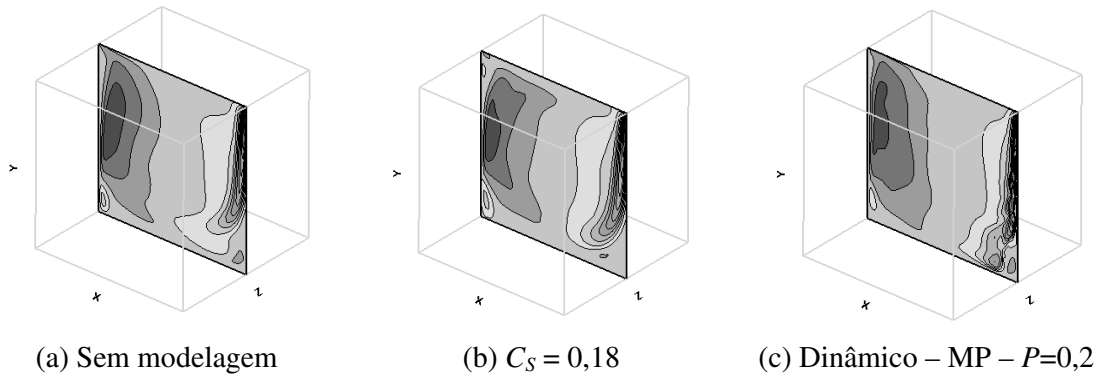
**Figura 4.58:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $z = 0,25$  para  $Re = 5.10^3$ .



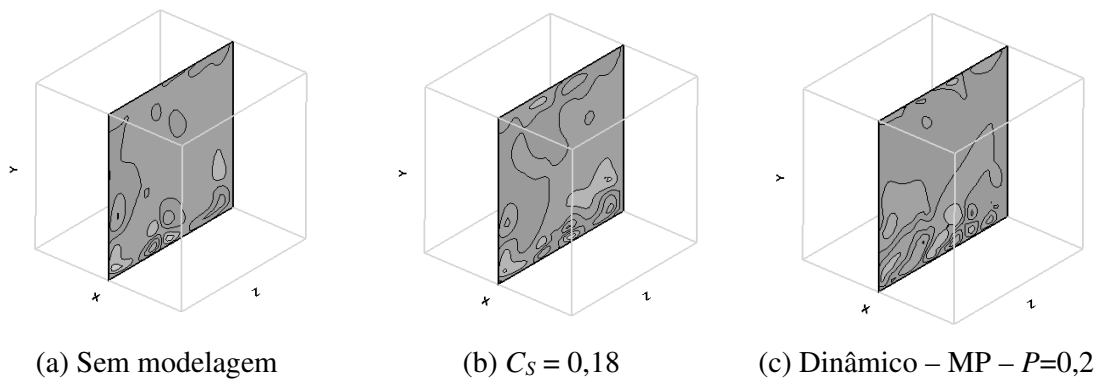
**Figura 4.59:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



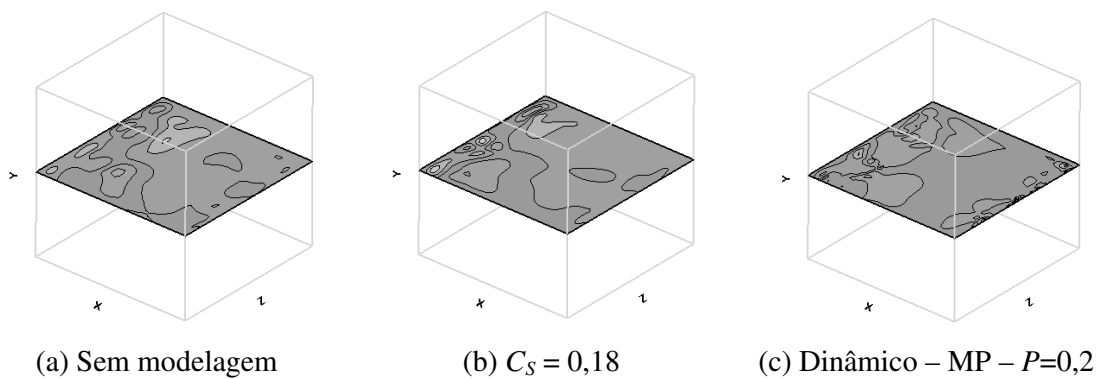
**Figura 4.60:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



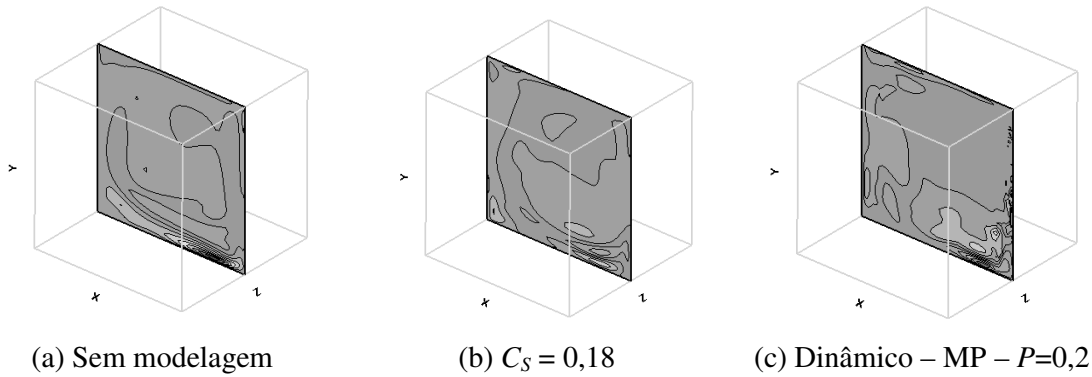
**Figura 4.61:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



**Figura 4.62:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



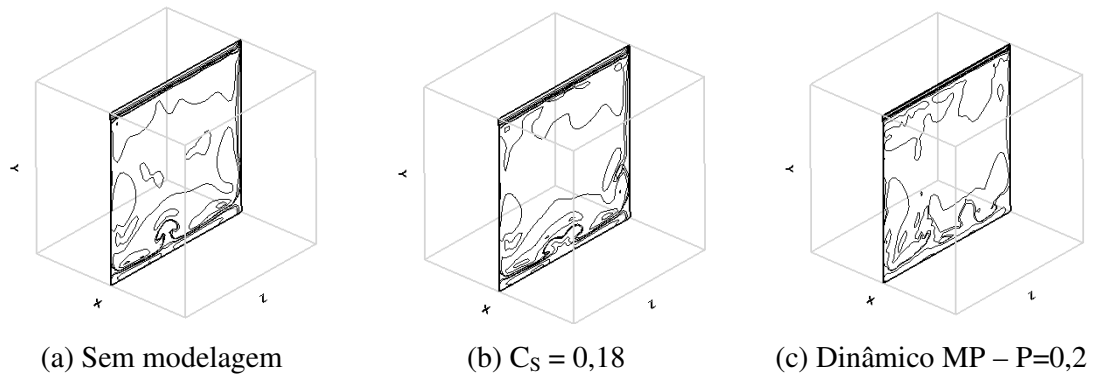
**Figura 4.63:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



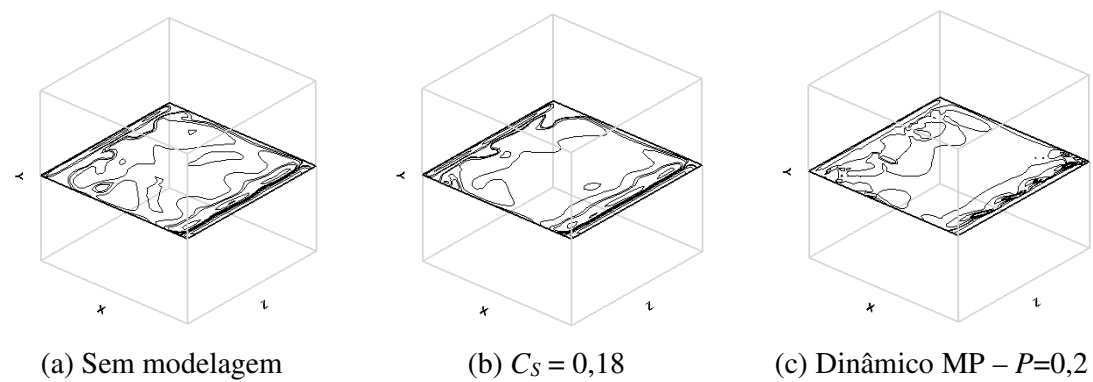
**Figura 4.64:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .

Nas Figuras 4.65, 4.66 e 4.67 são apresentados os mapas de isovorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ), tomados nos mesmos planos e nas mesmas condições de cálculo das figuras anteriores, enquanto as Figuras 4.68, 4.69 e 4.70 mostram os correspondentes mapas de linhas de corrente. A análise destas imagens já permite constatar um certo grau de desorganização do escoamento, tanto nos mapas de isovorticidade ( $\omega_z$ ), como nos de linhas de corrente. Isso ocorre, em grande parte, devido ao surgimento de novos tipos de estruturas turbilhonares, que caracterizam os escoamentos a números de Reynolds moderados no interior desta geometria – os chamados vórtices do tipo Taylor - Görtler (TGL). Essas estruturas longitudinais e contra-rotativas foram identificadas originalmente por Koseff e Street (1984a,b,c) e receberam este nome por se assemelharem aos clássicos vórtices de Taylor-Görtler, que surgem em decorrência de instabilidades centrífugas, tipicamente em escoamentos ao longo de paredes côncavas. Em princípio, os resultados apresentados parecem mostrar que a modelagem dinâmica é mais susceptível à captura desse tipo de estrutura turbilhonar. Entretanto, é importante salientar que é um equívoco concluir que a modelagem dinâmica funciona melhor do que modelo de Smagorinsky tendo em vista o sua maior sensibilidade na captura de instabilidades no escoamento. Portanto, para se chegar uma conclusão concreta e razoável do modelo estudado deve-se confrontar os resultados qualitativos e quantitativos e não somente julgar o modelo analisando dados qualitativos isoladamente.

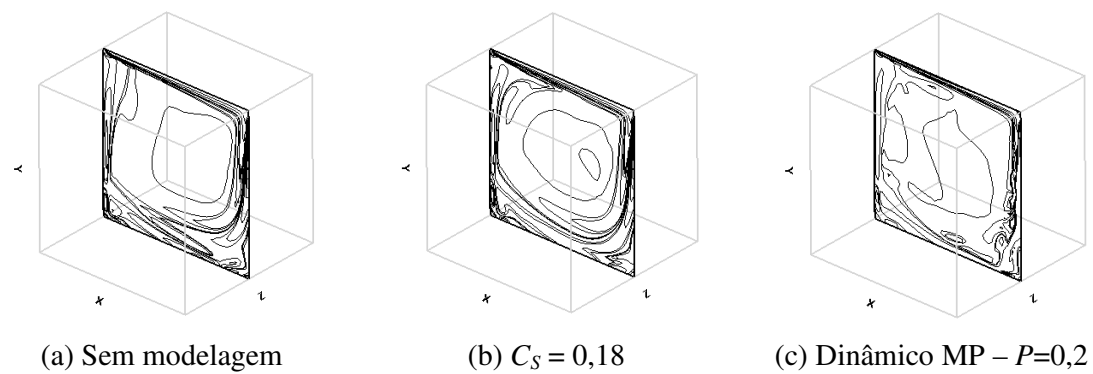




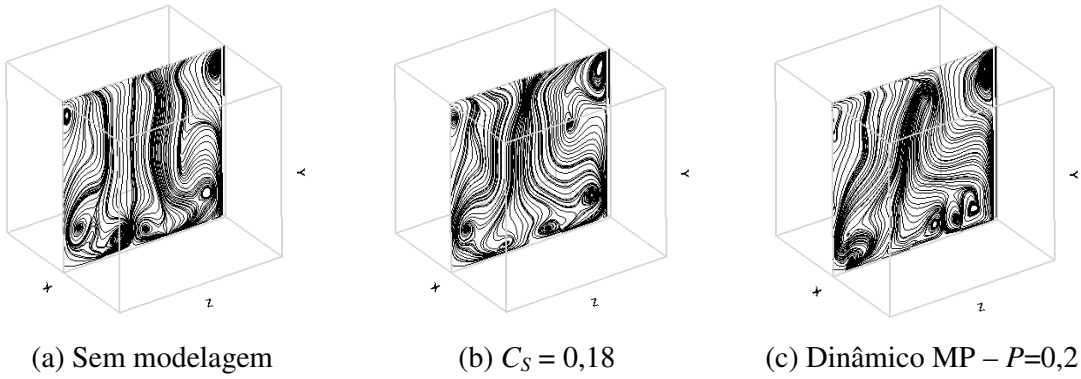
**Figura 4.65:** Mapas de isovorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ) no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



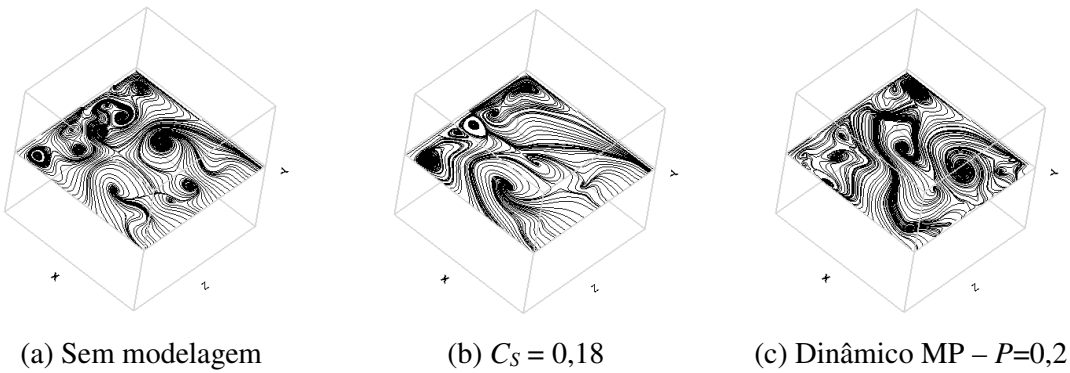
**Figura 4.66:** Mapas de isovorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ) no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



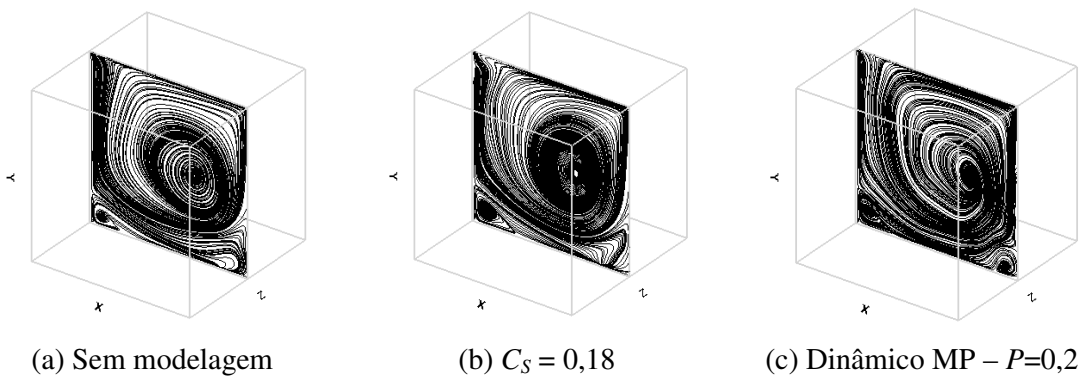
**Figura 4.67:** Mapas de isovorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ) no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



**Figura 4.68:** Mapas de linhas de corrente no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .



**Figura 4.69:** Mapas de linhas de corrente no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .

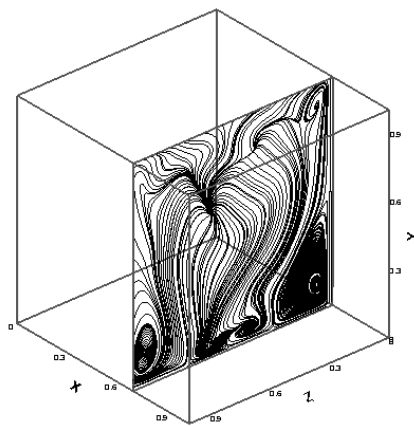


**Figura 4.70:** Mapas de linhas de corrente no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 5.10^3$ .

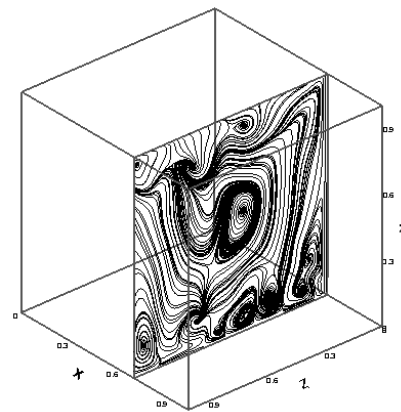
Para melhor investigar a capacidade de cada modelo na representação dos vórtices TGL, a Figura 4.71 mostra as linhas de corrente em quatro diferentes estações da cavidade, para cálculos realizados com os modelos de Smagorinsky e dinâmico. Observa-se, aqui, que os vórtices longitudinais obtidos nas simulações realizadas com a modelagem dinâmica são em maior número que os fornecidos pela modelagem de Smagorinsky. Observa-se, também, que na estação

$x = 0,9$ , mais próxima à parede da cavidade, o modelo dinâmico capta mais instabilidades do que o modelo de Smagorinsky.

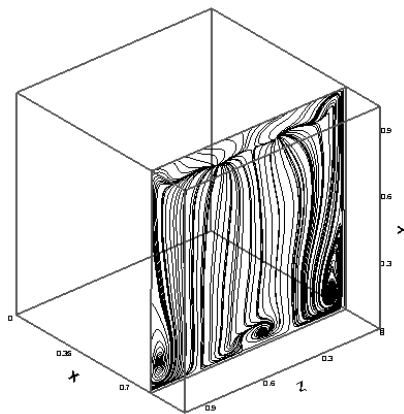
Os vórtices TGL podem ser observados, ainda, nas imagens das Figuras 4.72 e 4.73, nas quais são mostradas, em diferentes cortes e ângulos de visualização, as isosuperfícies de vorticidade nas direções  $x$  ( $\omega_x$ ) e  $z$  ( $\omega_z$ ), respectivamente. Corroborando os resultados já anteriormente apresentados, verifica-se que o modelo de Smagorinsky inibe a formação das estruturas turbilhonares TGL, relativamente ao que ocorre com o emprego da modelagem dinâmica.



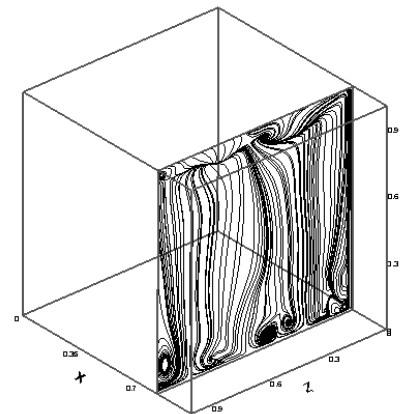
$x = 0,6$



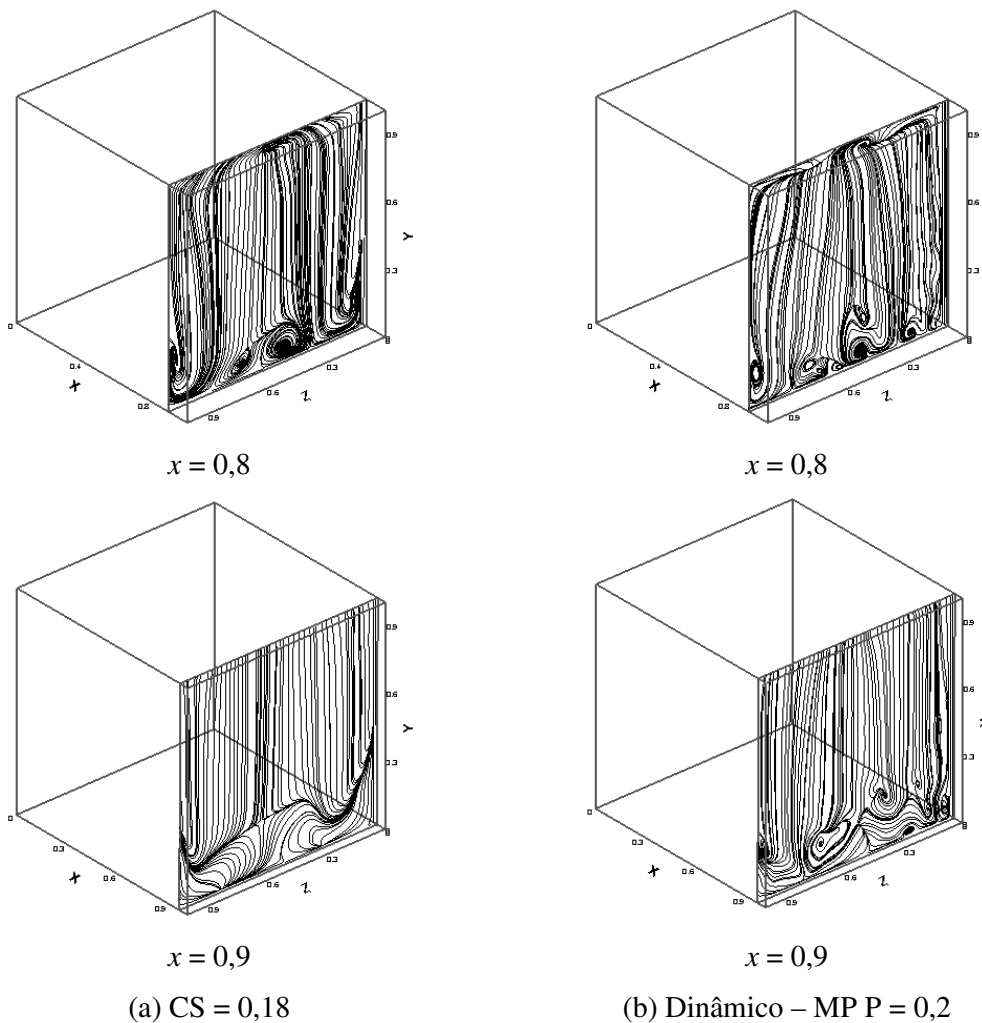
$x = 0,6$



$x = 0,7$

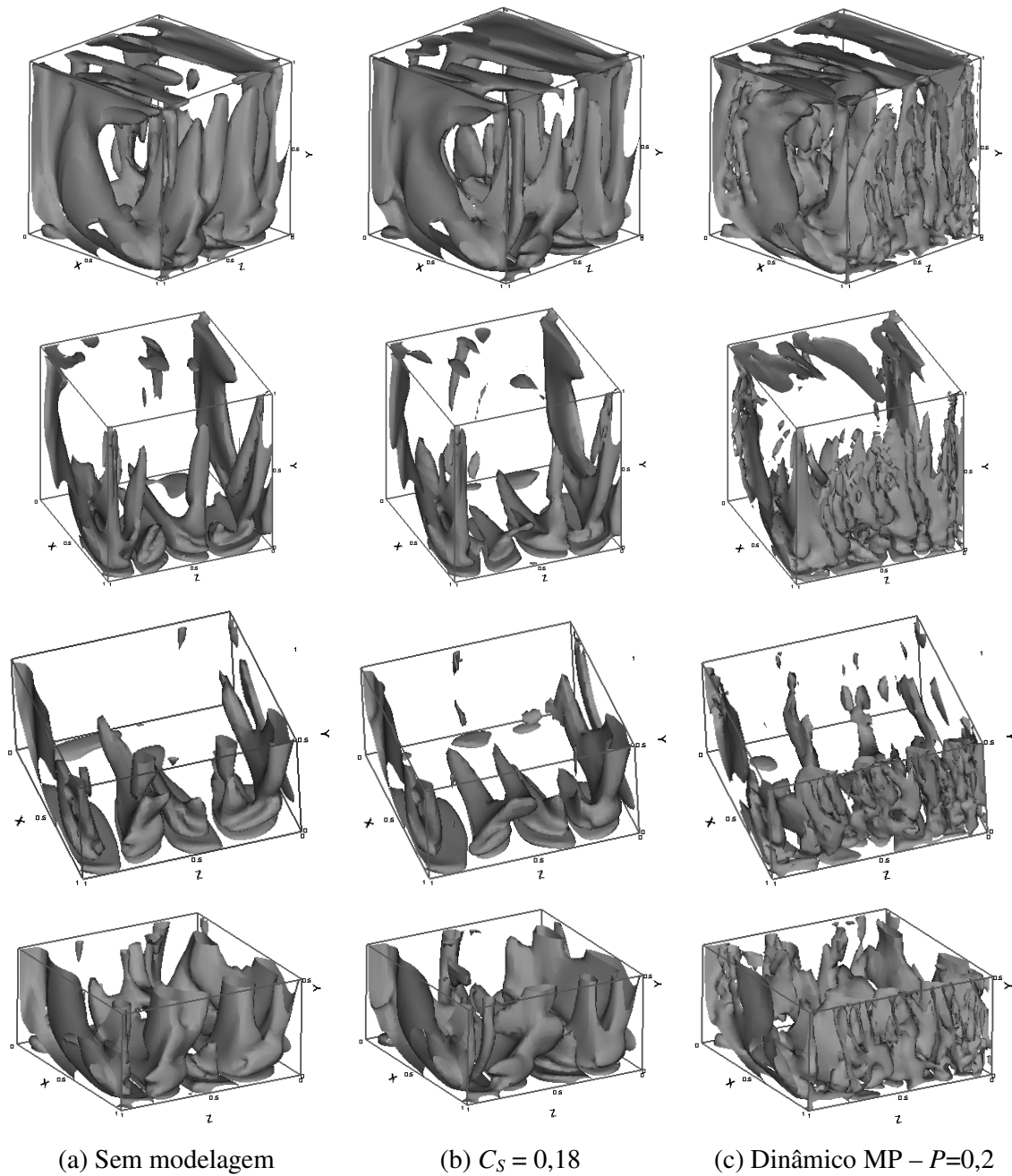


$x = 0,7$

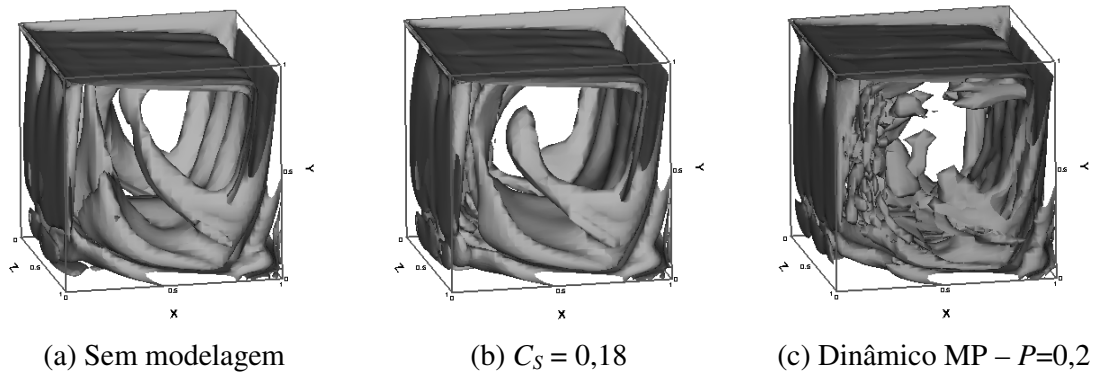


**Figura 4.71:** Vórtices do tipo Taylor-Görtler,  $Re = 5.10^3$ .

Em síntese, os resultados apresentados até agora indicam que a modelagem dinâmica parece possuir uma maior capacidade para captar instabilidades no seio do escoamento, do que a modelagem clássica de Smagorinsky. Essa tendência é, mais uma vez, observada na Figura 4.74, que apresenta as linhas de corrente adjacentes às faces da cavidade para os três casos estudados. Na Figura 4.74 (c), em particular, pode-se identificar sobre a face CDHG da cavidade simulada uma recirculação no canto inferior direito, que não é identificada nos resultados das Figuras 4.74 (a) e (b). Evidentemente, que isto não é válido para ser usado como um argumento isolado para julgar a superioridade da modelagem dinâmica em relação à modelagem de Smagorinsky, pois estas instabilidades podem não ser verdadeiramente físicas.



**Figura 4.72:** Vórtices do tipo TGL, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega$ ) e em diferentes ângulos para  $Re = 5 \cdot 10^3$ .

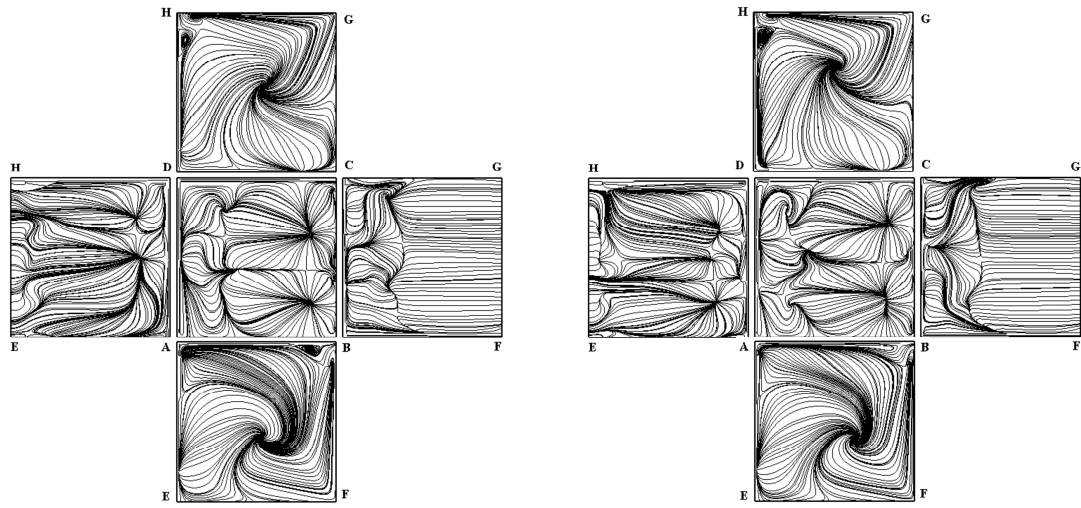


**Figura 4.73:** Isosuperfícies da vorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ),  $Re = 5.10^3$ .

A Figura 4.75 mostra os campos de viscosidade efetiva calculados para um mesmo instante do escoamento, usando o modelo sub-malha de Smagorinsky e a modelagem dinâmica. Como era de se esperar, os resultados com a modelagem clássica de Smagorinsky superestima a viscosidade turbulenta nas regiões próximas às paredes, onde sua magnitude deveria se aproximar de zero. De maneira fisicamente mais consistente, observa-se que, com uso do modelo dinâmico, a viscosidade turbulenta anula-se ou torna-se muito pequena nas regiões parietais. Observa-se, ainda, pelos resultados da modelagem dinâmica mostrados na Figura 4.75 (b), que, em certas regiões do domínio de cálculo, a magnitude da viscosidade turbulenta atinge valores mais elevados que os calculados com o auxílio modelo de Smagorinsky, identificadas pelas regiões mais claras do mapa de viscosidade efetiva.

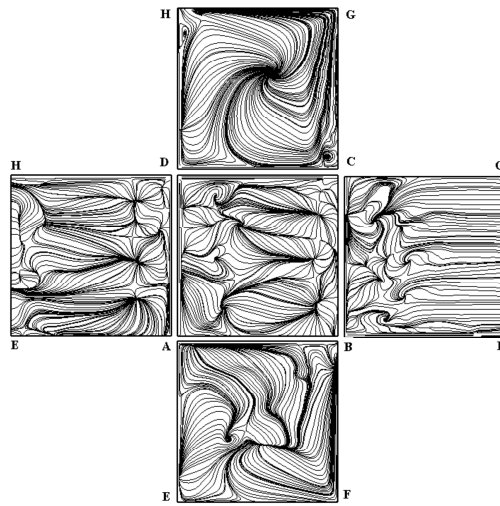
Para  $Re = 10^4$ , as Figuras 4.76 e 4.77 apresentam respectivamente, os gráficos correspondentes aos perfis de velocidade  $u$  e  $v$  obtidos nas três situações de cálculo já exploradas para  $Re = 5.10^3$ . Nesse caso, todos os perfis obtidos são muito próximos e apresentam ótima concordância com os dados experimentais de Prasad e Koseff (1989).

Nas Figuras 4.78 e 4.79 são apresentados os perfis de  $u_{RMS}$  e  $v_{RM}$  e observa-se um melhor desempenho da modelagem dinâmica em relação às demais situações, sobretudo no cálculo da velocidade  $u_{RMS}$ .



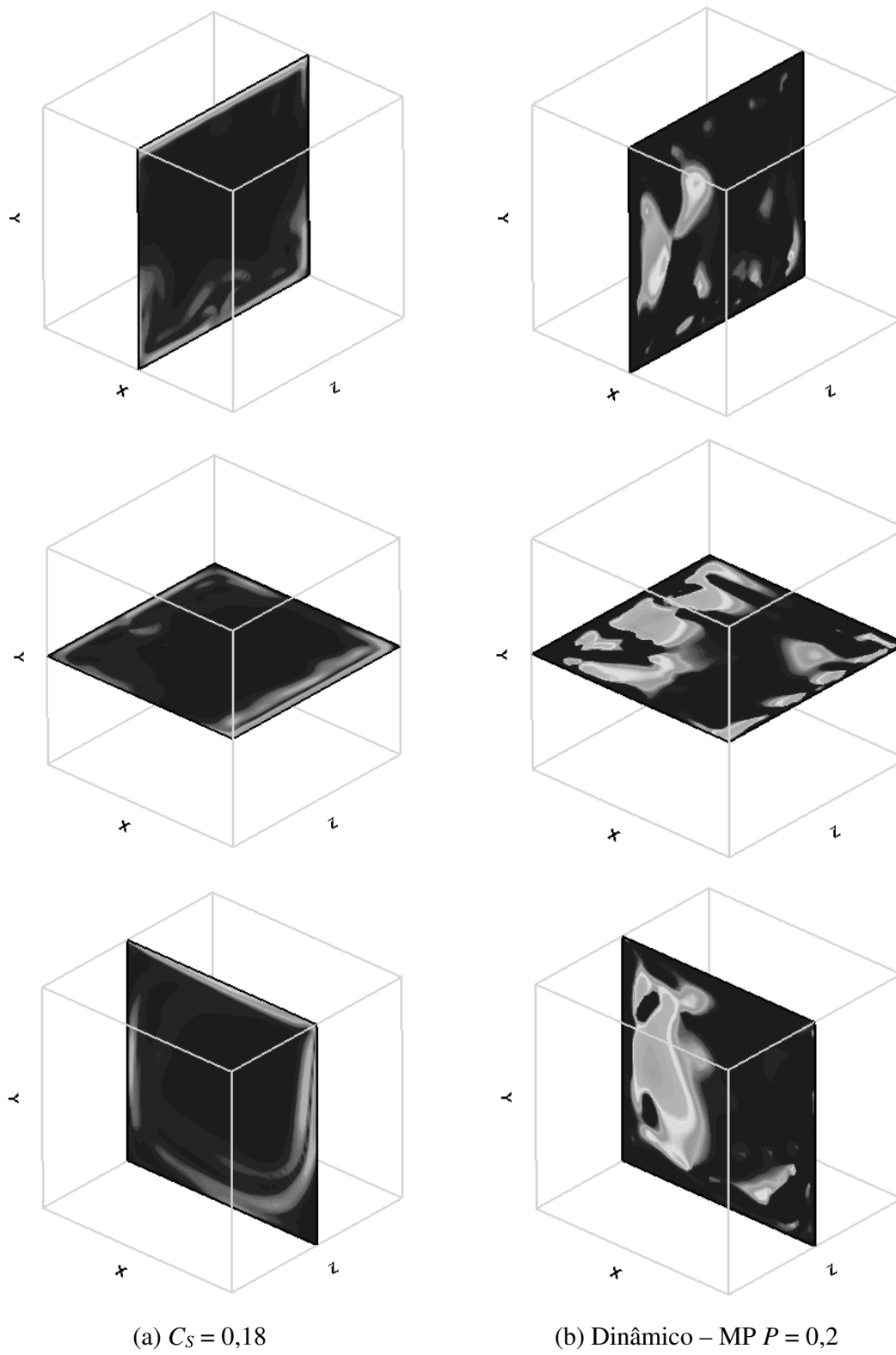
(a) Sem modelagem

(b)  $C_S = 0,18$



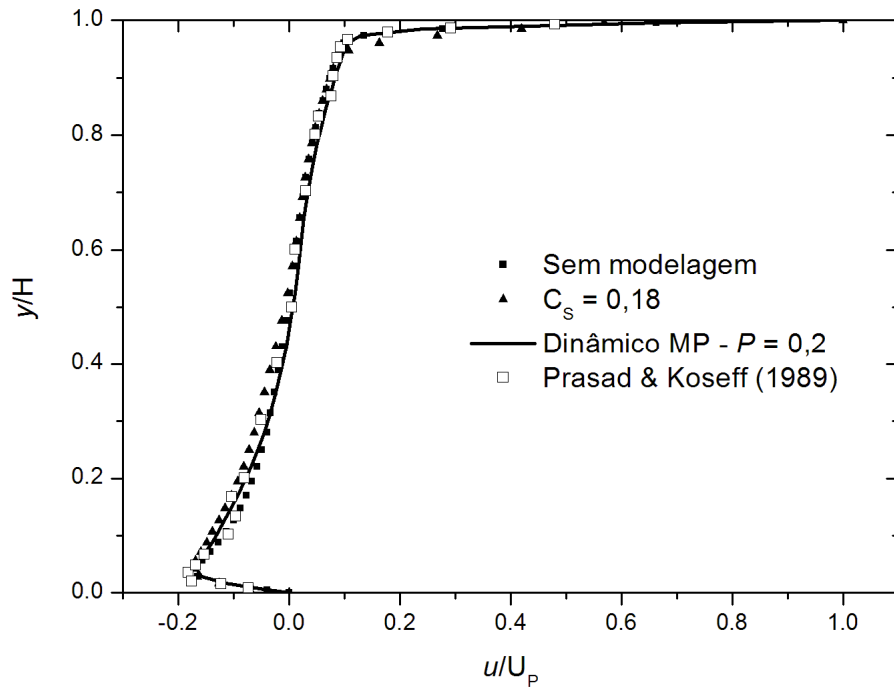
(c) Dinâmico MP –  $P = 0,2$

**Figura 4.74:** Linhas de corrente adjacentes às faces da cavidade,  $Re = 5.10^3$ .

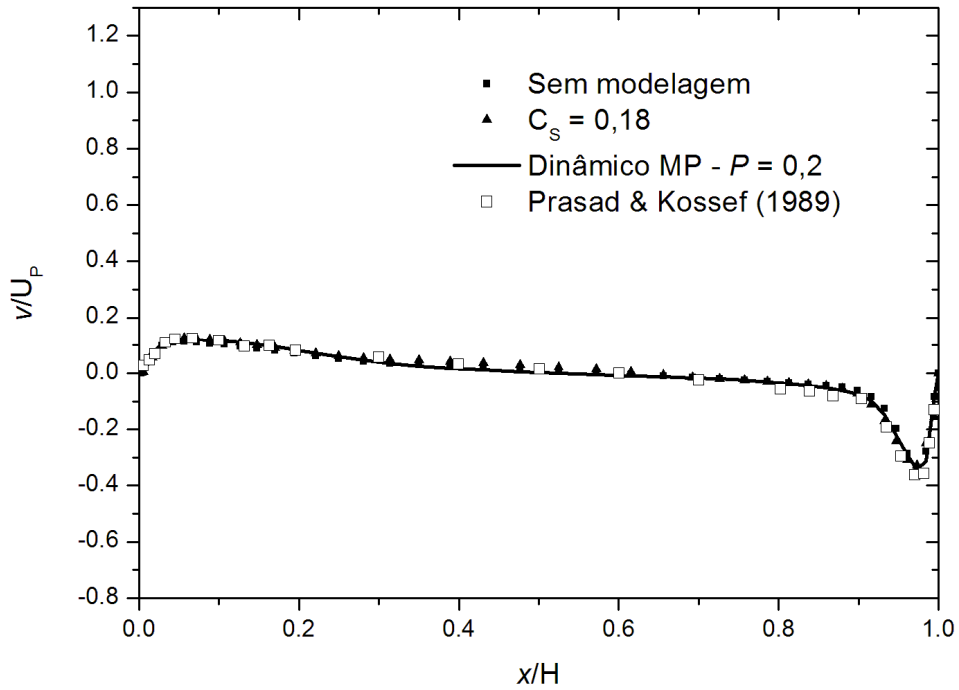


**Figura 4.75:** Mapas de viscosidade nos planos  $x = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $z = 0,5$  para  $Re = 5 \cdot 10^3$ .

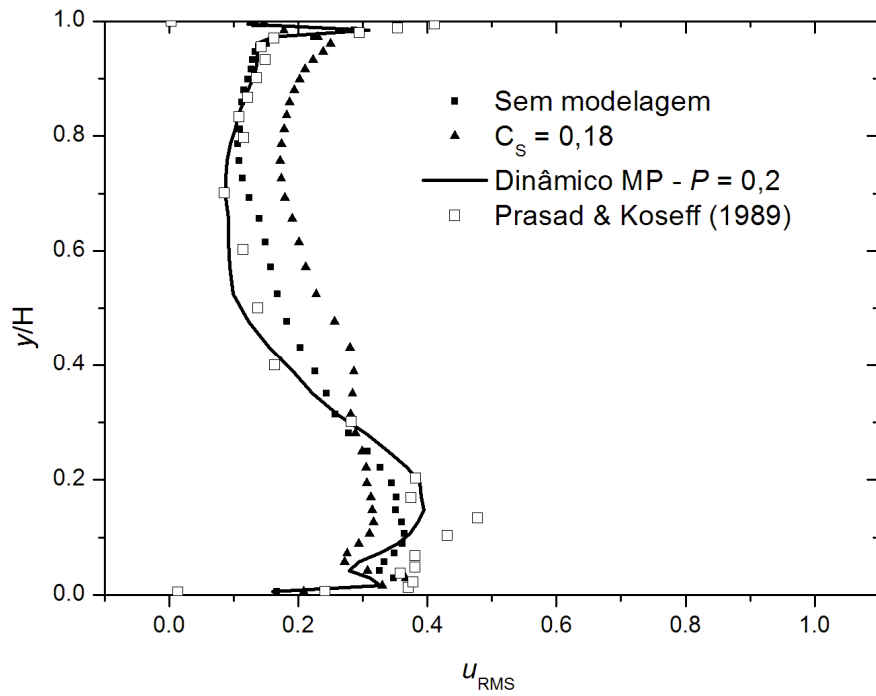




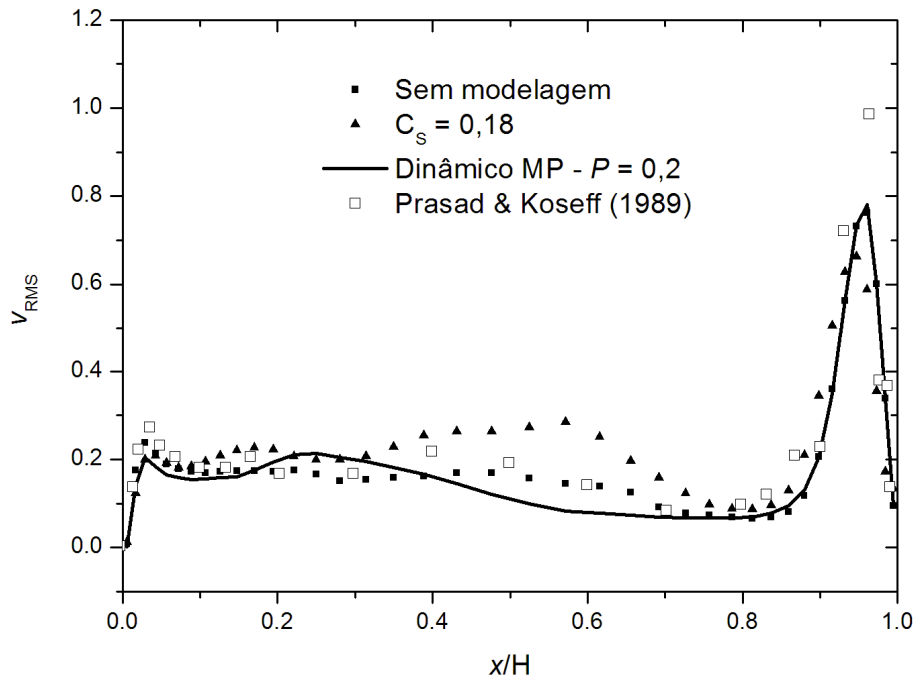
**Figura 4.76:** Perfil da componente  $u$  de velocidade,  $Re = 10^4$ .



**Figura 4.77:** Perfil da componente  $v$  de velocidade,  $Re = 10^4$ .



**Figura 4.78:** Perfil da componente  $u_{RMS}$  de velocidade,  $Re = 10^4$ .



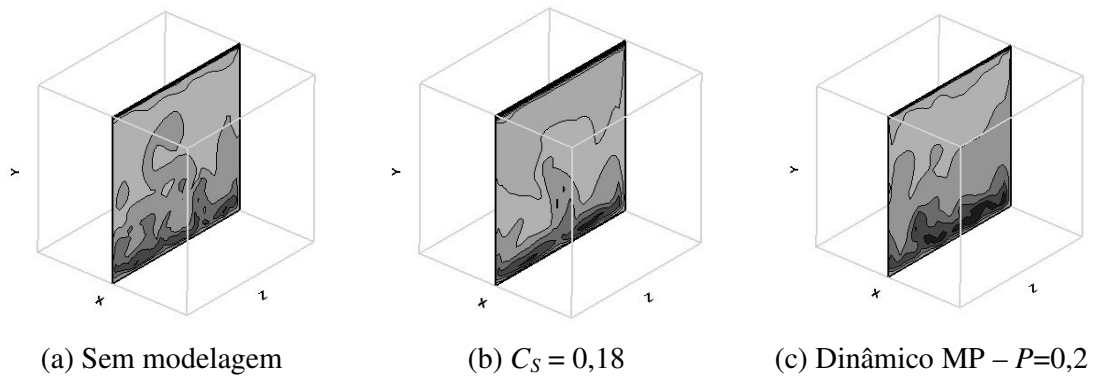
**Figura 4.79:** Perfil da componente  $v_{RMS}$  de velocidade,  $Re = 10^4$ .

As Figuras 4.80 até 4.88 mostram os mapas de isovalores das componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade, em três planos distintos e para cada tipo de cálculo realizado. As

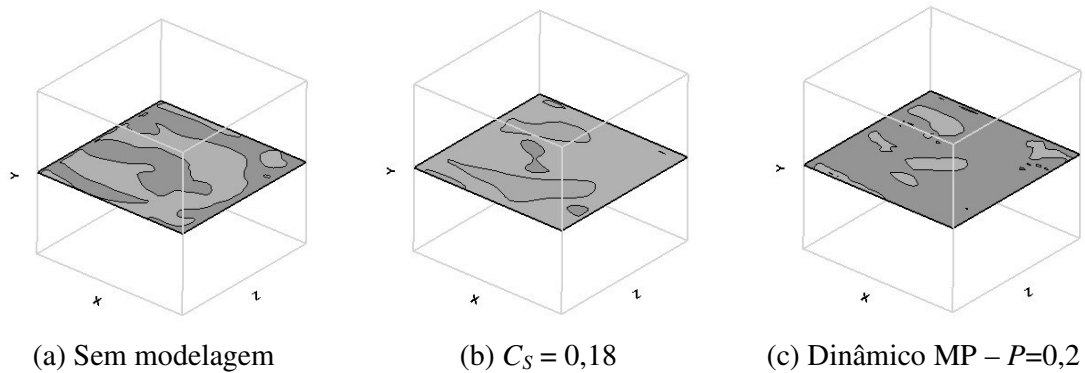
Figuras 4.88, 4.89 e 4.90 apresentam os campos de isovorticidade nos planos  $x = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $z = 0,5$ , respectivamente. Enquanto, que as Figuras 4.92 até 4.94 mostram as linhas de correntes nestes três planos mencionados anteriormente. As linhas de corrente junto às faces da cavidade são apresentadas pela Figura 4.95 para as três situações de cálculo estudadas.

Os mapas de viscosidade efetiva são apresentados em três seções diferentes no interior da cavidade pela Figura 4.96, para os cálculos utilizando  $C_S = 0,18$  e o modelo dinâmico MP –  $P = 0,2$ . Com relação aos resultados a  $Re = 5.10^3$ , foi feito igualmente na apresentação dos resultados para  $Re = 10^4$  para explicitar o desenvolvimento dos vórtices TGL. Dessa forma, na Figura 4.96 mostram-se as linhas de corrente em planos seqüenciais do interior da cavidade. Enquanto que as Figuras 4.98 e 4.99 mostram respectivamente, as estruturas turbilhonares por meio de isosuperfícies de vorticidade na direção de  $x$  e de  $z$ .

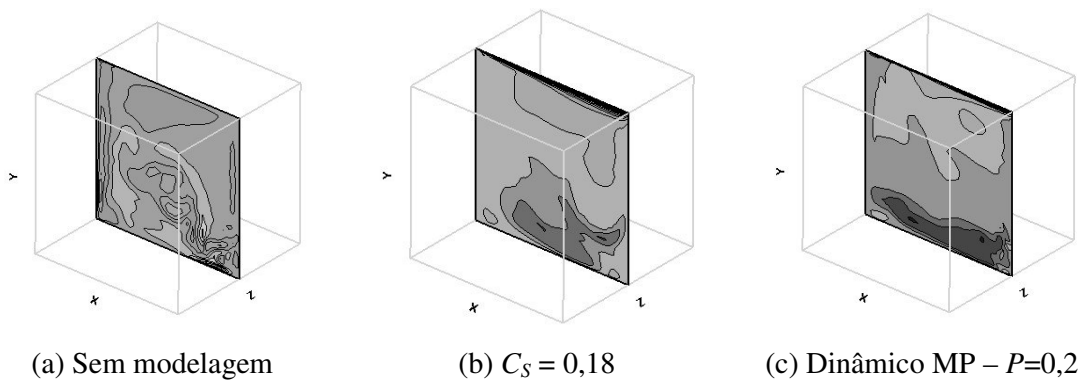
Estes resultados qualitativos para  $Re = 10^4$  evidenciam as mesmas tendências dos resultados para  $Re = 5.10^3$ , embora, aqui, para um regime de escoamento turbulento, os comportamentos do escoamento quanto à modelagem utilizada ficam ainda mais visíveis.



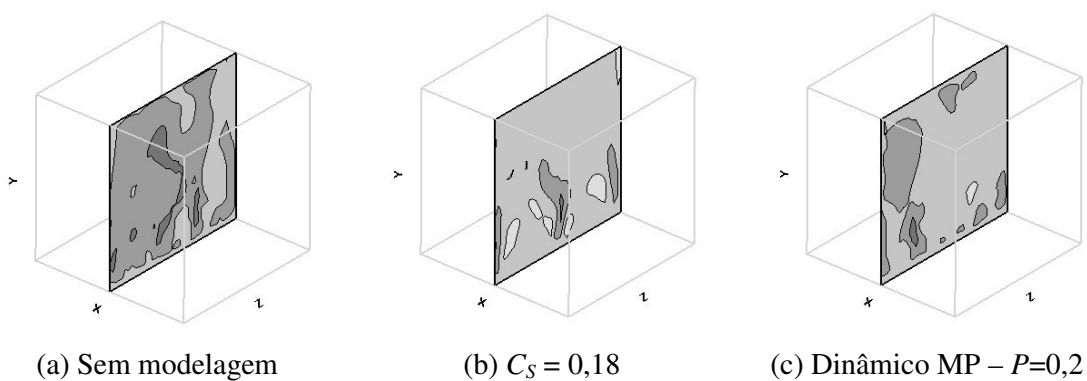
**Figura 4.80:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



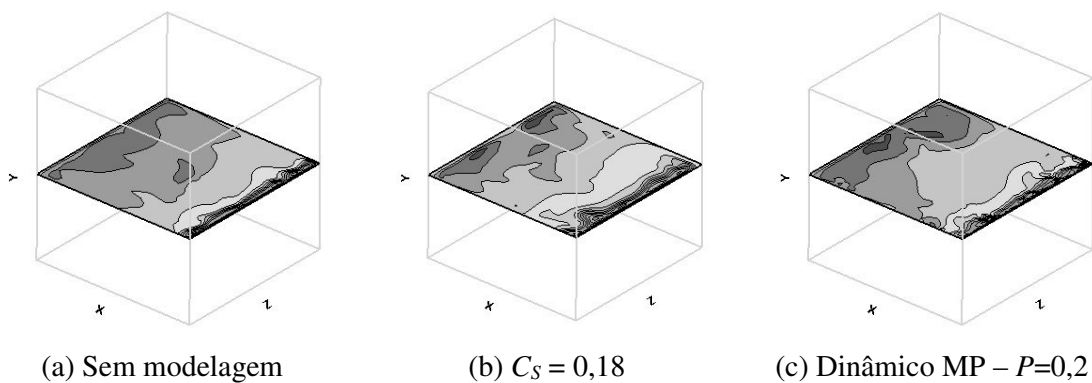
**Figura 4.81:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



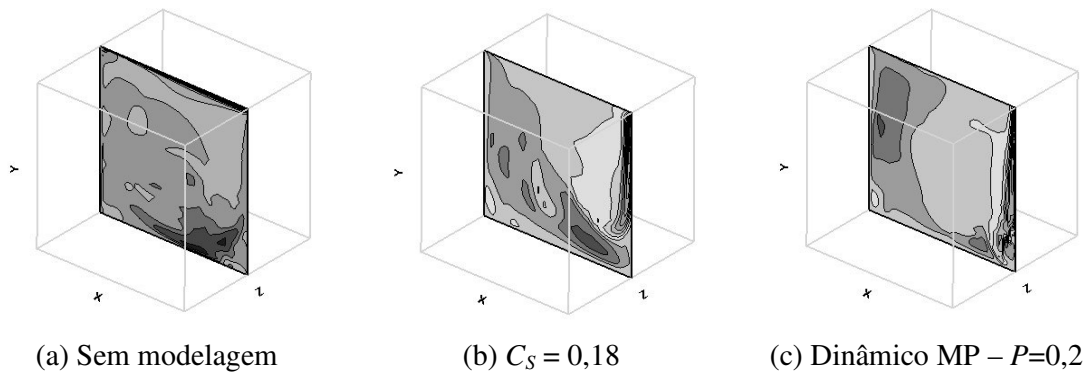
**Figura 4.82:** Mapas de isovalores da componente  $u$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



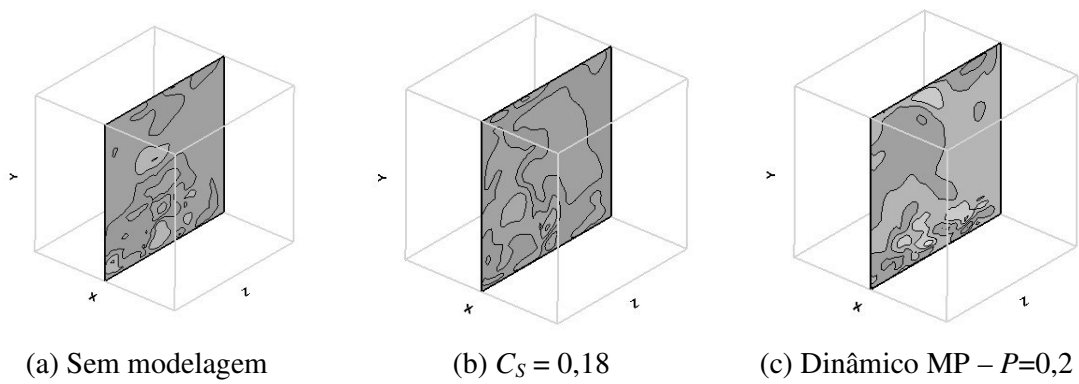
**Figura 4.83:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



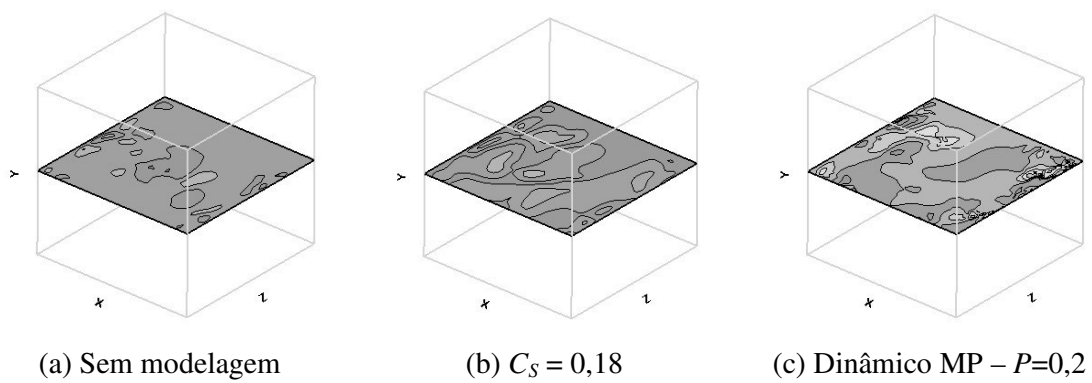
**Figura 4.84:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



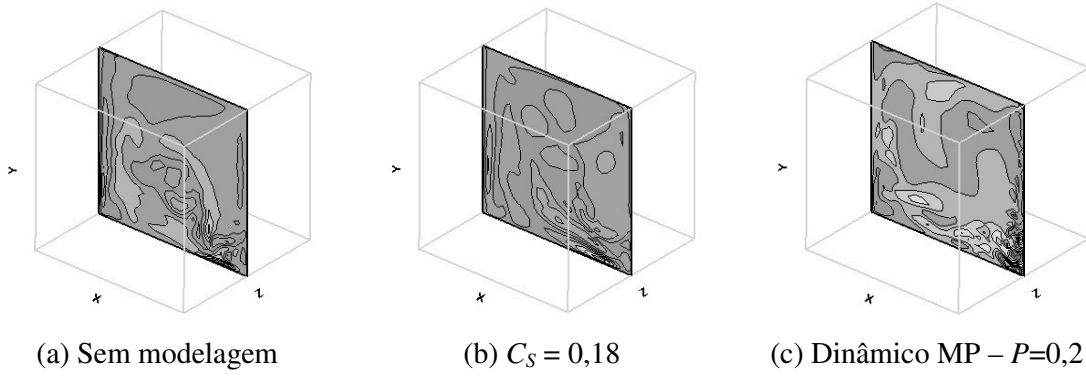
**Figura 4.85:** Mapas de isovalores da componente  $v$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



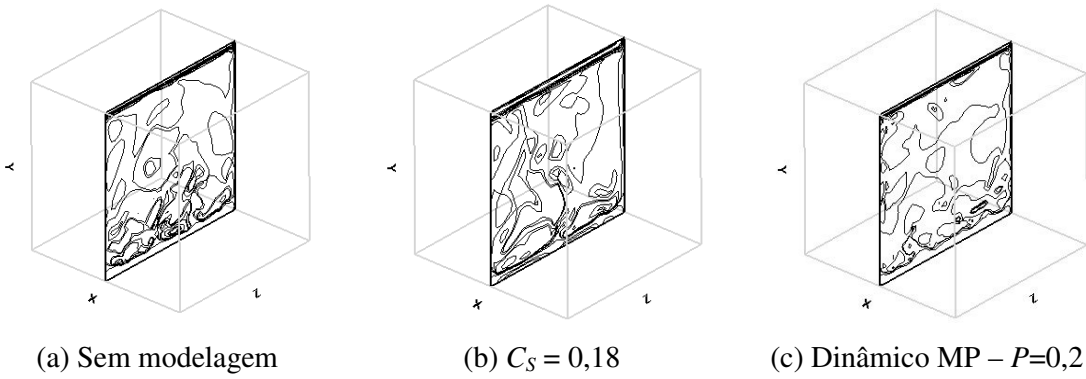
**Figura 4.86:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



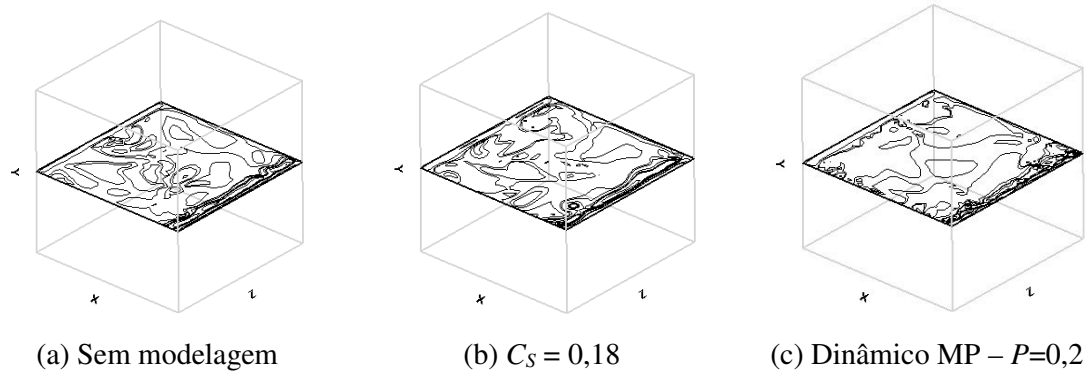
**Figura 4.87:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



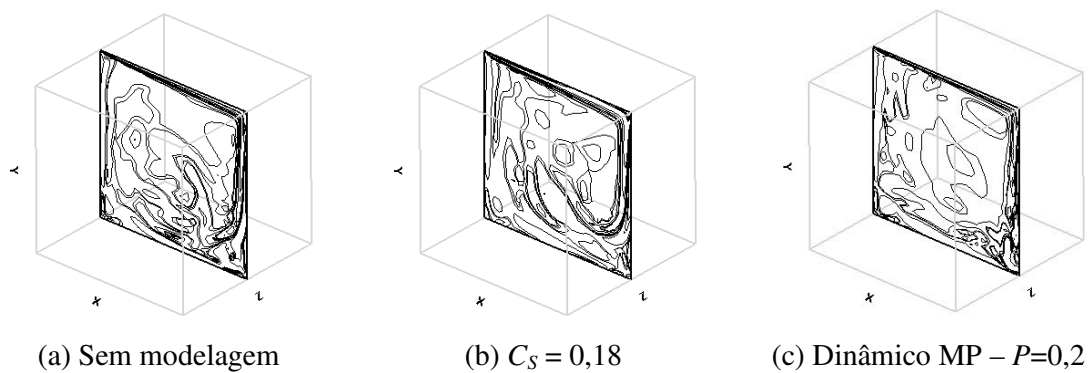
**Figura 4.88:** Mapas de isovalores da componente  $w$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



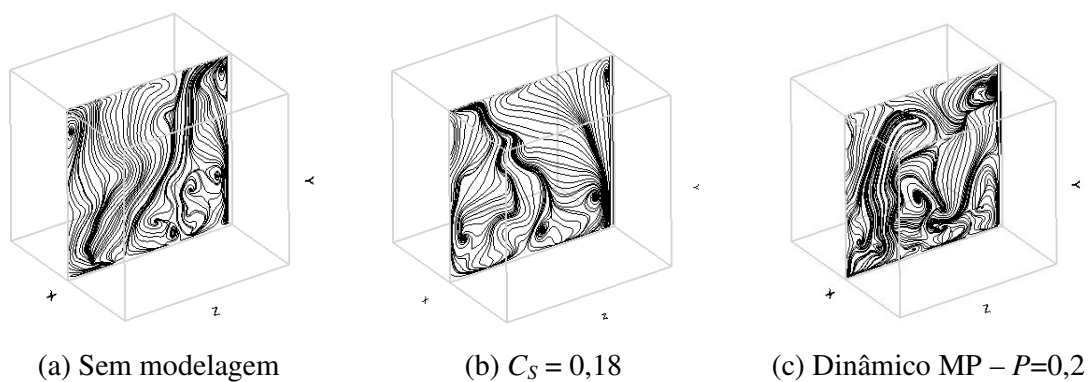
**Figura 4.89:** Mapas de isovalores de vorticidade na direção  $z$  no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



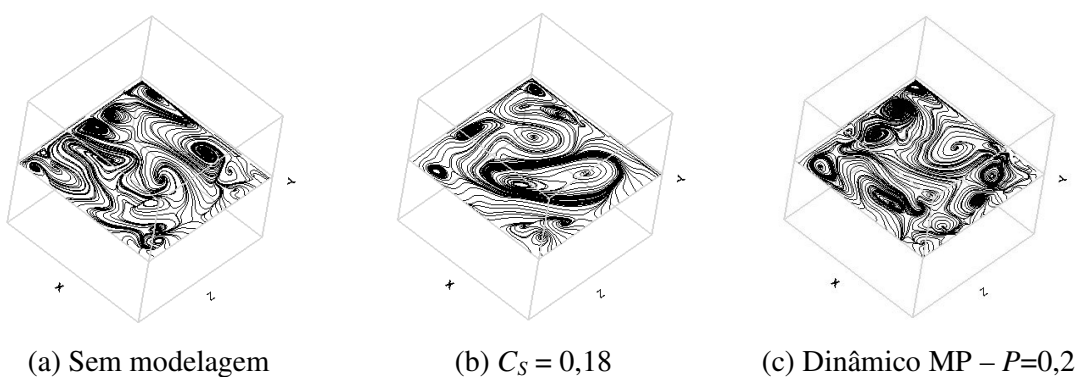
**Figura 4.90:** Mapas de isovalores de vorticidade na direção  $z$  no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



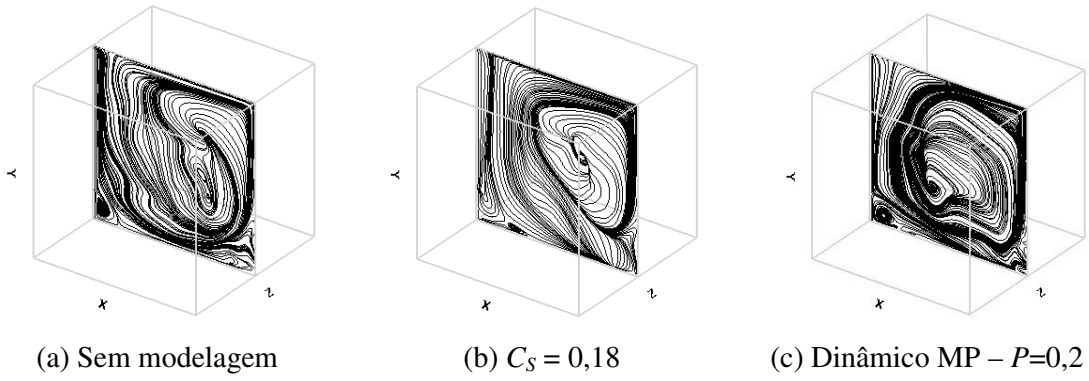
**Figura 4.91:** Mapas de isovalores de vorticidade na direção  $z$  no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



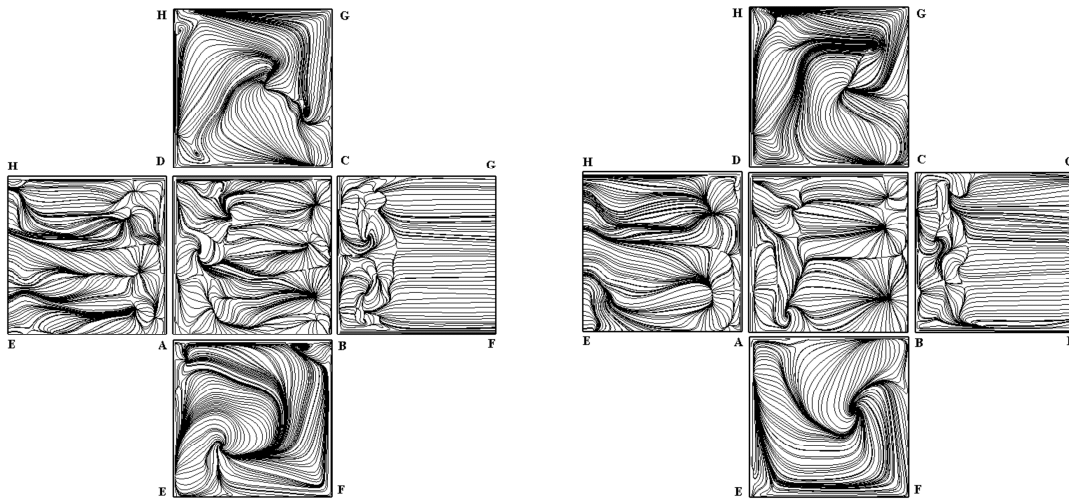
**Figura 4.92:** Mapas de linhas de corrente no plano  $x = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



**Figura 4.93:** Mapas de linhas de corrente no plano  $y = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .

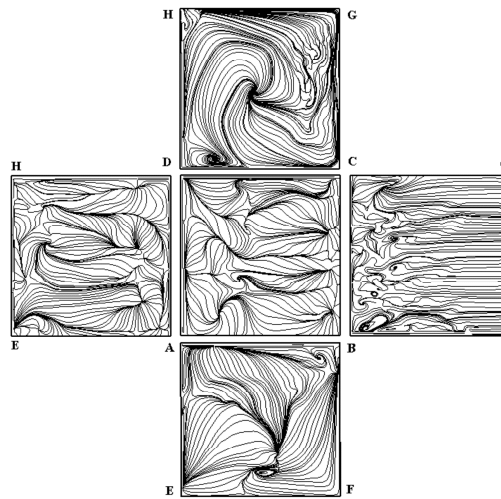


**Figura 4.94:** Mapas de linhas de corrente no plano  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .



(a) Sem modelagem

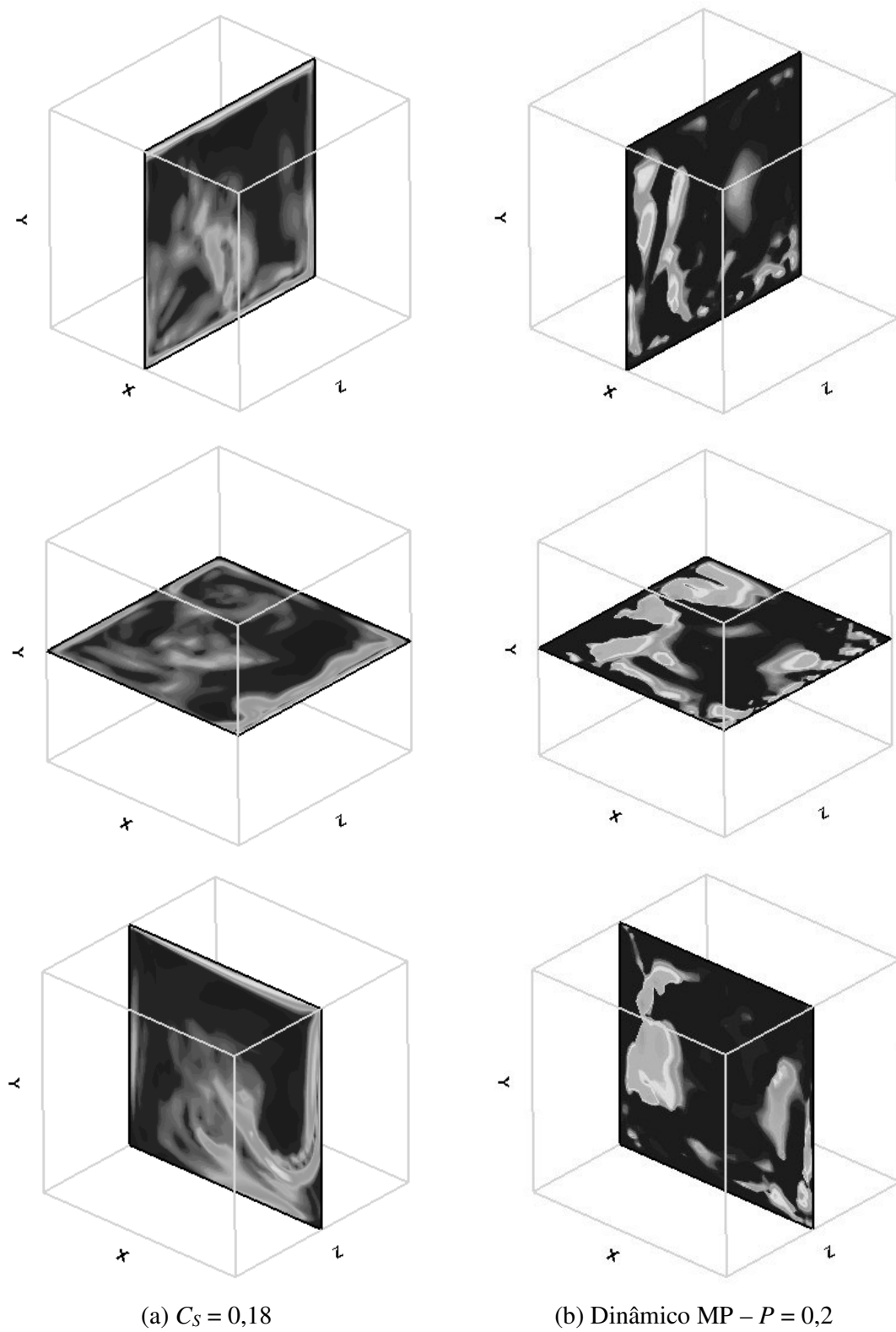
(b)  $C_S = 0,18$



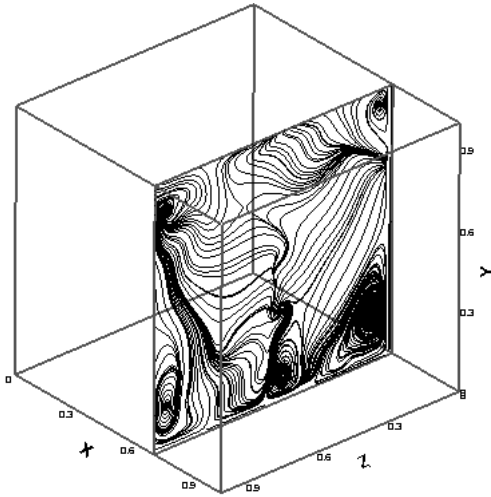
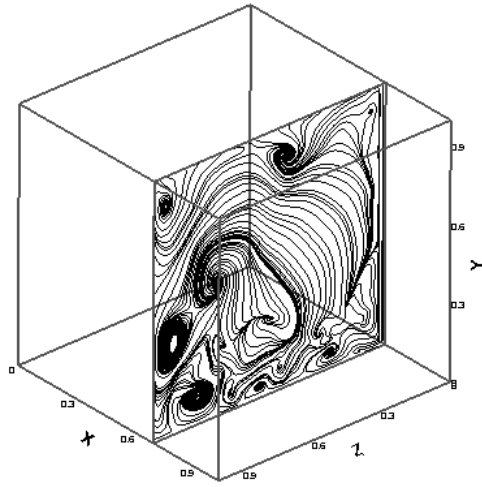
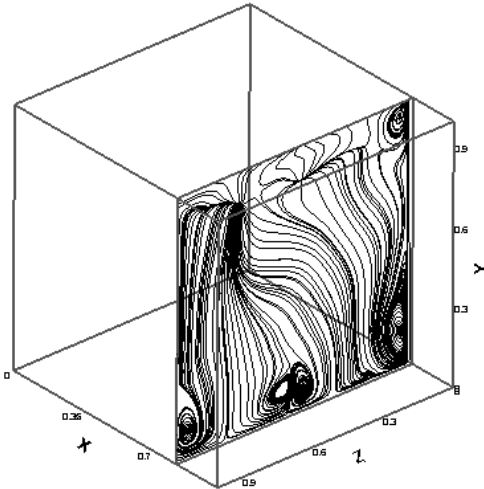
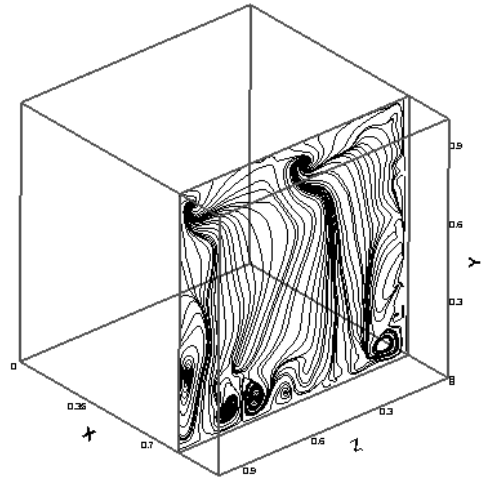
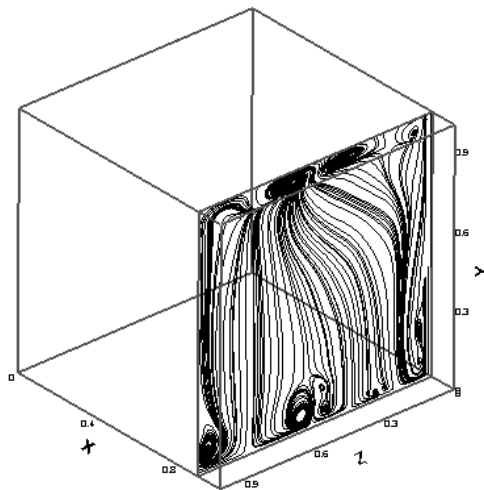
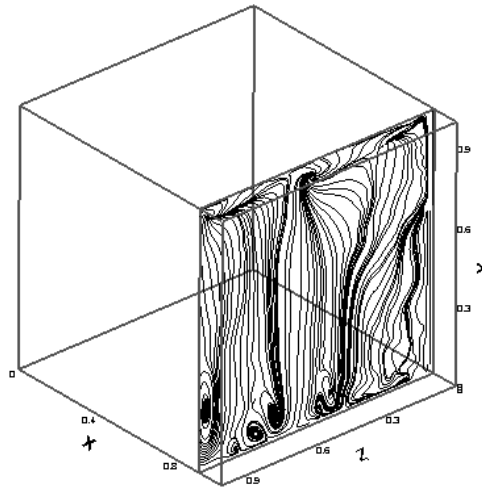
(c) Dinâmico MP –  $P = 0,2$

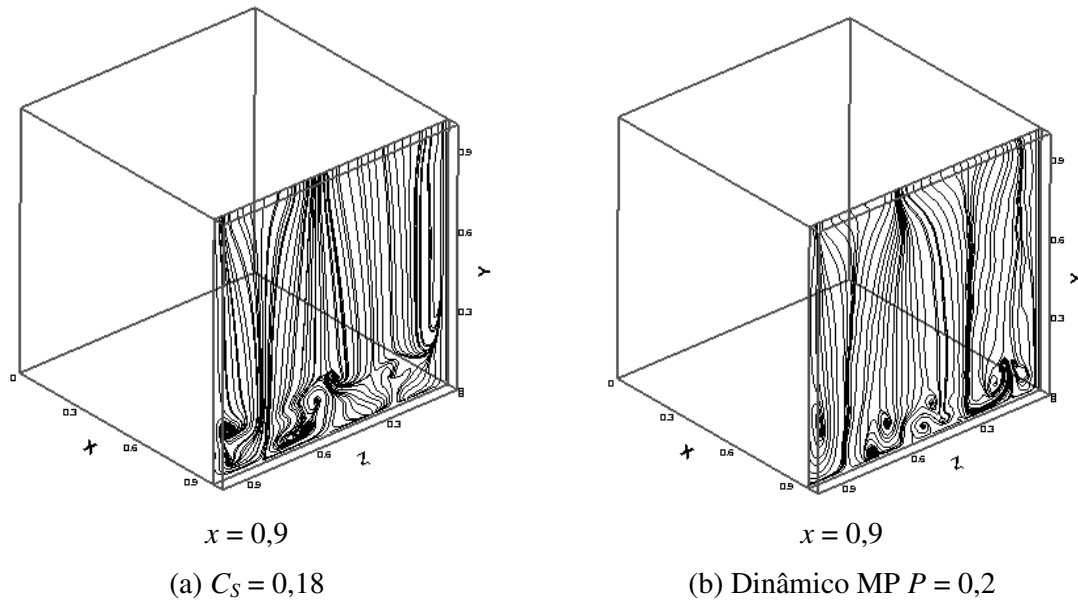
**Figura 4.95:** Linhas de corrente adjacente às faces da cavidade,  $Re = 10^4$ .





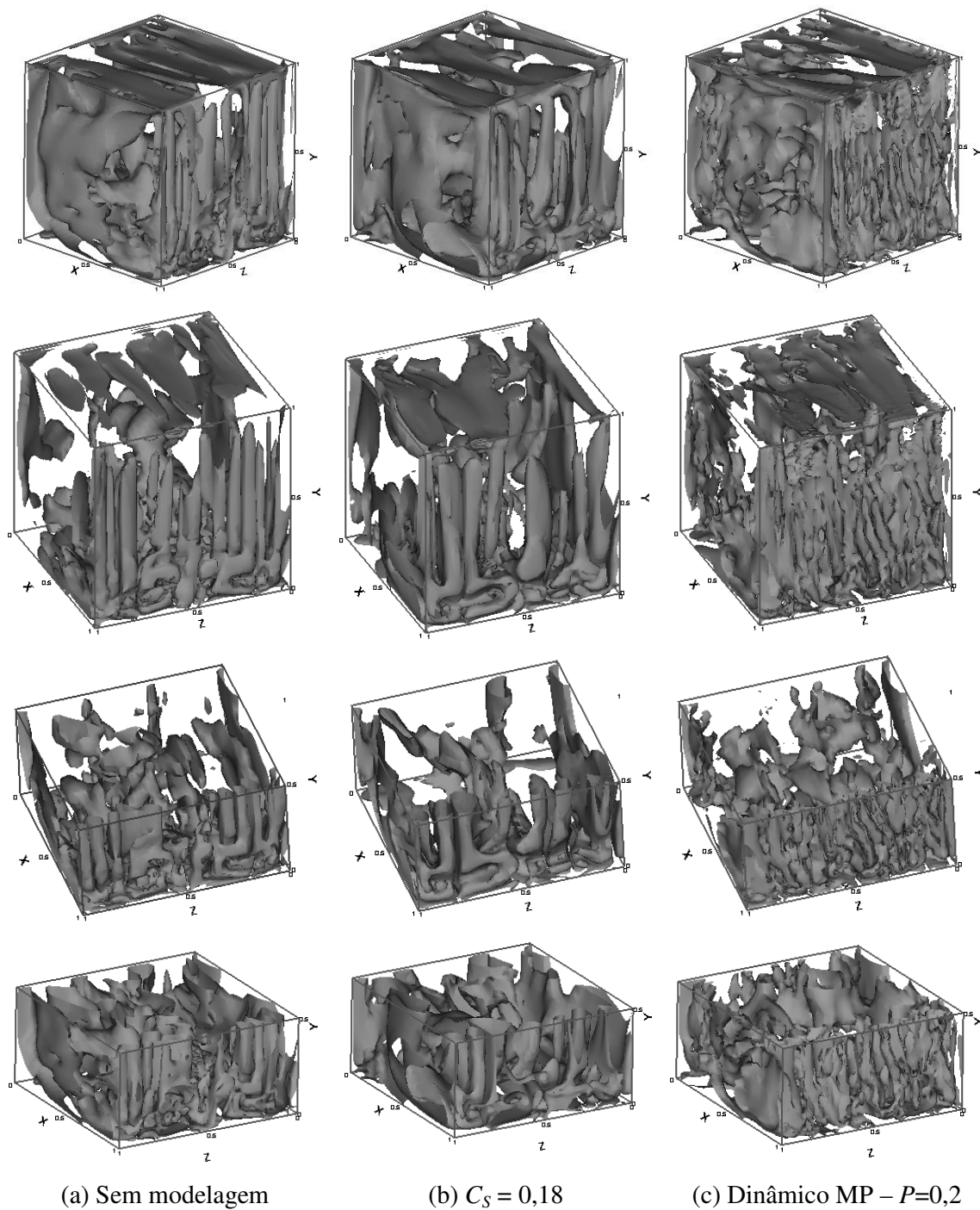
**Figura 4.96:** Mapas de viscosidade efetiva nos planos  $x = 0,5$ ,  $y = 0,5$  e  $z = 0,5$  para  $Re = 10^4$ .

 $x = 0,6$  $x = 0,6$  $x = 0,7$  $x = 0,7$  $x = 0,8$  $x = 0,8$

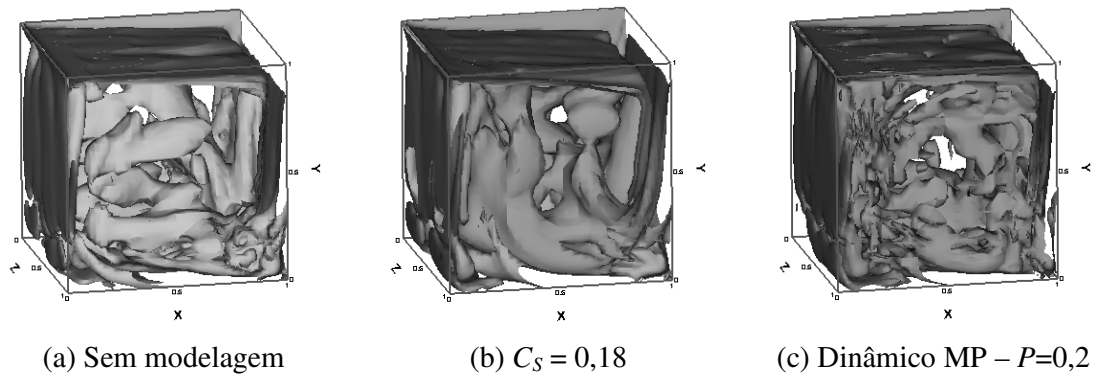


**Figura 4.97:** Vórtices do tipo Taylor-Görtler,  $Re = 10^4$ .

Todos resultados referentes à modelagem dinâmica apresentados até o momento foram obtidos simulando-se uma parcela da transferência inversa de energia (TIE). Para tanto, foi seguido um procedimento, no qual foi atribuída à viscosidade efetiva, um valor que representa um zero de máquina ( $10^{-30}$ ) caso esta propriedade adquirisse um valor menor do que zero. A viscosidade efetiva, eventualmente, torna-se zero, pois no programa computacional é calculados todos os valores negativos do coeficiente dinâmico. Para avaliar a influencia da TIE nos resultados foi feita uma análise idêntica a de Zang *et al.* (1993a), o qual comparou os resultados das simulações nas quais uma parcela da TIE foi representada com resultados excluindo qualquer efeito da TIE. Para excluir os efeitos da TIE, matematicamente falando, é necessário desconsiderar todos valores negativos do coeficiente dinâmico, isto é, descosiderar todos valores negativos da viscosidade turbulenta.



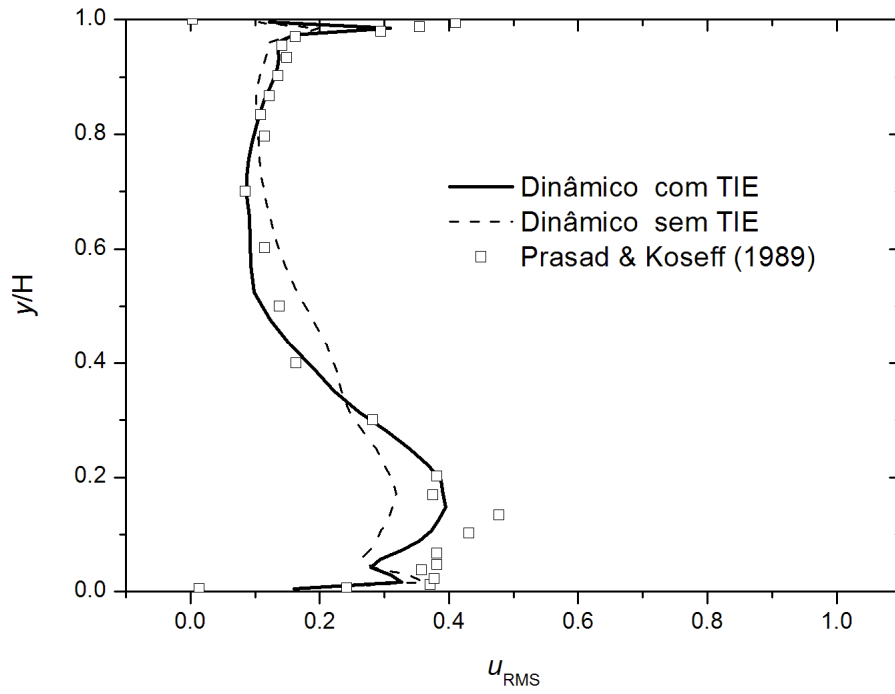
**Figura 4.98:** Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega$ ) e em diferentes ângulos para  $Re = 10^4$ .



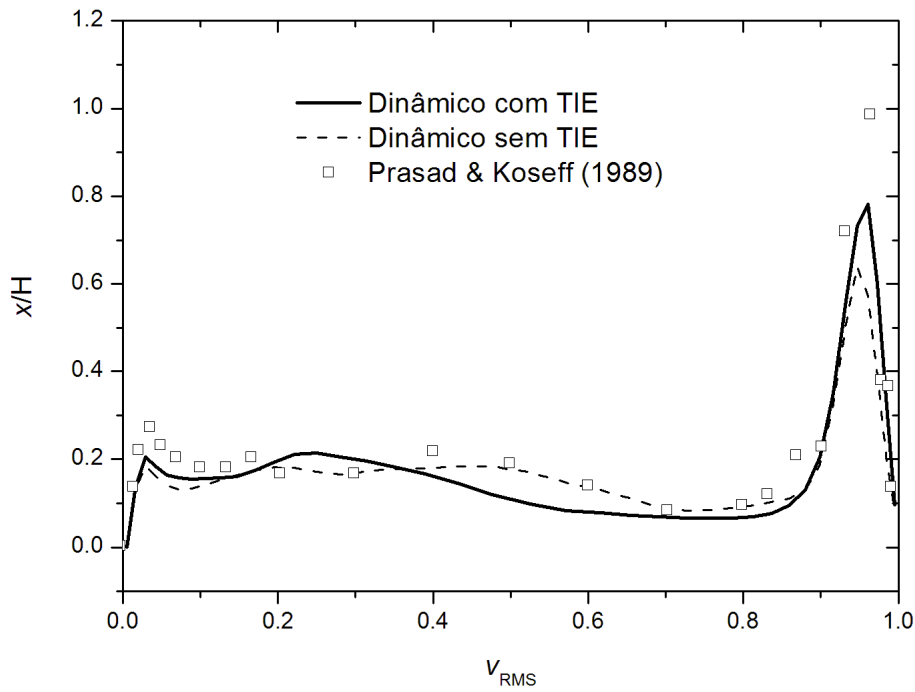
**Figura 4.99:** Isosuperfícies da vorticidade na direção  $z$  ( $\omega_z$ ),  $Re = 10^4$ .

A Figura 4.100 e 4.101 apresentam a comparação dos perfis de velocidades  $u_{RMS}$  e  $v_{RMS}$  dos cálculos utilizando o modelo dinâmico MP,  $P = 0,2$ , com e sem TIE, respectivamente. Percebe-se na Figura 4.100 uma melhor concordância dos perfis em que a TIE está presente com os resultados experimentais do que sem a TIE. Entretanto, na Figura 4.101, o perfil da simulação usando o modelo dinâmico com TIE apresentou melhores concordâncias no canto direito da cavidade, enquanto que, na região central da cavidade a simulação sem TIE apresentou uma melhor concordância com os resultados de Prasad & Koseff (1989).

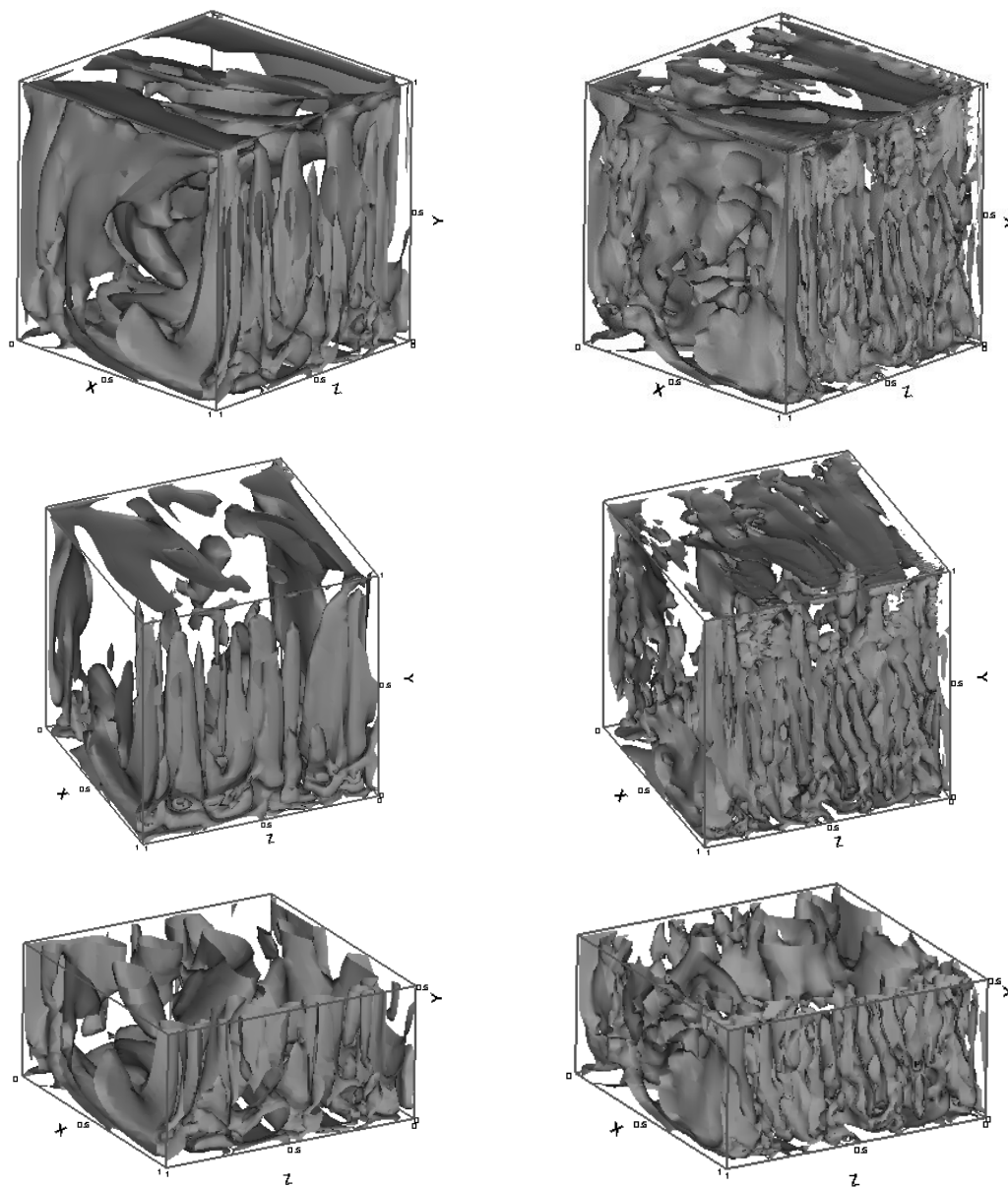
A Figura 4.102 compara a versão do modelo dinâmico sem TIE e com TIE por meio das isosuperfícies de vorticidade na direção  $x$  sob a mesma escala de vorticidade em ambos os casos. Percebe-se nitidamente um maior número de estruturas turbilhonares nas simulações onde uma parcela da transferência inversa de energia é considerada. Apesar de ter sido representada apenas uma parte, a TIE, mostra-se como um fator importante nas simulações utilizando o modelo dinâmico.



**Figura 4.100:** Perfil da componente  $u_{\text{RMS}}$  de velocidade,  $\text{Re} = 10^4$ .



**Figura 4.101:** Perfil da componente  $v_{\text{RMS}}$  de velocidade,  $\text{Re} = 10^4$ .



(a) Dinâmico MP –  $P = 0,2$  – sem TIE

(b) Dinâmico MP –  $P = 0,2$  – com TIE

**Figura 4.102:** Vórtices do tipo Taylor-Görtler, mostrados em diferentes níveis de vorticidade ( $\omega$ ) e em diferentes ângulos,  $Re = 10^4$ .

# **Conclusão e Sugestões para Trabalhos Futuros**

Neste trabalho, o modelo sub-malha dinâmico foi implementado no programa computacional Fluids, com três diferentes filtros teste – média aritmética (MA), média ponderada (MP) e regra trapezoidal (RT). Utilizando-se a metodologia de simulação de grandes escalas, as implementações efetuadas no programa foram testadas na simulação do escoamento bidimensional a jusante de um degrau descendente, com a imposição de duas condições de contorno distintas na entrada do domínio. Além disso, foram também simulados os escoamentos bi e tridimensional no interior de cavidades com tampa deslizante.

Os resultados da simulação bidimensional do degrau descendente realizada com o modelo dinâmico MA mostraram melhor concordância com dados da literatura, quando comparados com os obtidos com o modelo de Smagorinsky. Além disso, o modelo de Smagorinsky apresentou pouca sensibilidade às duas condições de contorno impostas na entrada do domínio de cálculo, ao contrário do que aconteceu com a utilização da modelagem dinâmica.

Os resultados das simulações da cavidade quadrada com tampa deslizante e com três elementos na direção  $z$  mostraram que os modelos dinâmicos MA e RT, empregados com malhas grosseiras, são capazes de oferecer melhores resultados do que os obtidos com o uso da modelagem clássica de Smagorinsky. Esses cálculos mostraram, ainda, que, com o uso do modelo MP, o escoamento no interior da cavidade quadrada torna-se nitidamente mais instável do que o obtido com os demais tipos de filtro-teste. Com isto, verifica-se um maior distanciamento desses resultados em relação aos cálculos bidimensionais realizados por Ghia *et al.* (1982).

Na simulação da cavidade tridimensional usando malhas grosseiras, comprovou-se também, melhor desempenho da modelagem dinâmica em relação ao modelo de Smagorinsky, sobretudo quando o filtro MP é empregado.



Uma comparação dos tempos computacionais gastos nas diversas simulações realizadas permitiu constatar que, em relação ao modelo de Smagorinsky, a modelagem dinâmica implementada no programa de simulação encarece os cálculos bidimensionais de 29% a 40%, dependendo da malha adotada e do número de Reynolds do escoamento. Os cálculos tridimensionais, por sua vez, mostraram-se, em média, de 9 a 15% mais onerosos. Em contrapartida, observar-se que, com o uso da modelagem de Smagorinsky, o estudo de um novo problema começa, quase sempre, pela busca de um valor adequado para a constante *ad-hoc* de Smagorinsky, o que normalmente é feito por intermédio de simulações preliminares. Esse expediente não é necessário com o uso da modelagem dinâmica, uma vez que a constante equivalente é avaliada durante a própria execução dos cálculos, como uma função do tempo e do espaço.

A partir da experiência adquirida com a implementação do modelo dinâmico no programa Fluids e com base no conjunto de testes realizados neste trabalho, algumas sugestões para futuras pesquisas são apontadas para aprofundar as investigações sobre o desempenho da modelagem dinâmica em relação ao modelo de Smagorinsky ou, ainda, a otimização desta ferramenta computacional, tornando-a mais versátil para a simulação de diferentes tipos de problemas. Em especial, merecem destaque:

- ✓ Simular o escoamento entre placas paralelas usando modelagem dinâmica.

Muitos artigos científicos relacionados à validação do modelo dinâmico utilizam como caso teste o escoamento tridimensional entre placas planas paralelas, devido à grande disponibilidade de dados confiáveis sobre este tipo de problema.

- ✓ Simular o escoamento sobre um degrau descendente 3D usando modelagem dinâmica.

A presente versão do Fluids 3D já possibilita a simulação desse tipo de escoamento, que possui uma configuração bastante complexa e cuja representação adequada constitui um excelente desafio para programas de simulação numérica. Testes dessa natureza não foram realizados durante o desenvolvimento do presente estudo, em virtude da elevada demanda de tempo de CPU que caracteriza esse cálculo.

- ✓ Implementar o modelo de mistura dinâmico e/ou o modelo de localização dinâmica.

A implementação destas duas variantes do modelo dinâmico seria bastante interessante, pois o modelo de mistura dinâmico proposto por Zang *et al.* (1993b) e os diferentes tipos de modelos de localização dinâmica, como os utilizados por Carati *et al.* (1995), melhoram a acuracidade dos resultados, pois admitem toda a faixa da transferência inversa de energia das pequenas

para as grandes escalas, sem que isso implique em uma faixa demasiadamente ampla de variação do coeficiente dinâmico, como ocorre no modelo dinâmico aqui empregado. A excessiva variação deste coeficiente e a freqüente ocorrência de valores negativos constituem as principais causas das instabilidades numéricas, como relatado por Zang *et al.* (1993b).

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- Almeida, O., 2001, “Simulação numérica de grandes escalas do escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular”, *Dissertação de mestrado*, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira, Brasil.
- Armaly, B. F., Durst, F., Pereira, J. C., Schönung, B., 1983, “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow”, *J. Fluid Mech.*, vol. 127, pp. 473-496.
- Arruda, J. M., 2004, “Modelagem matemática de escoamentos internos forçados utilizando o método da fronteira imersa e o modelo físico virtual”, *Tese de Doutorado*, Universidade Federal de Uberlândia – UFU.
- Askselvoll, K., Moin, P., 1993, “Application of the dynamic localization model to large-eddy simulation of turbulent flow over a backward facing step”, *Engineering Applications of Large Eddy Simulations*, FED – vol. 162, pp. 1-6.
- Bardina, J., Ferziger, J. H., and Reynolds, W. C., 1983, “Improved turbulence models based on large eddy simulation of homogeneous, incompressible, turbulent flows”, *Ph.D. dissertation*, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- Burggraf, O., 1966, “Analytical and numerical studies of the structures of steady separated flows”, *J. of Fluid Mechanics*, vol. 24, p. 113-151.
- Campregher, R. J., 2002, “Simulação numérica de escoamentos transacionais e turbulentos ao redor de geometrias cartesianas”, *Dissertação de mestrado*, UNESP – Ilha Solteira, Brasil.
- Carati, D., Ghosal, S. and Moin, P., 1995, “On the representation of backscatter in dynamic localization models”, *Phys. Fluids*, vol. 7 (3), pp. 606-616.
- Clark, R. A., Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C., 1979, “Evaluation of subgrid-scale models using and accurately simulated turbulent flow”, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 91, pp. 1-6.
- Collis, S. S., Chang, Y., 1999, “On the use of LES with a dynamic subgrid-scale model for optimal control of wall bounded turbulence”, *Proceedings of the Second AFOSR International Conference on DNS/LES*, New Brunswick, NJ/USA.
- Comte-Bellot, G. & Corrsin, S., 1971, “Simple Eulerian time correlation of full and narrow-band velocity signals in grid-generated ‘isotropic’ turbulence”, *J. Fluid Mech.* 48, p.p. 273-337.
- Deardoff, J. W., 1970, “A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds number”, *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 41, pp. 453-480.

- Elizarova, T. G., Kalachinskaya, I. S., Sheretov, Yu. V. And Shil'nikov, E. V., 2004, "Simulation of separating flows over a backward-facing step", *Computational Mathematics and Modeling*, Vol. 15, No. 2.
- Findikakis, A. e Streeter, R., 1979, "An algebraic model for subgrid-scale turbulence in stratified flows", *J. Atmos. Sciences*, vol. 36, pp. 1934-1949.
- Frigo, L. M., 2004, "Simulação numérica de escoamentos incompressíveis tridimensionais turbulentos e em transição", *Dissertação de mestrado*, UNESP – Ilha Solteira, Brasil.
- Germano, M., 1986, "A proposal for a redefinition of the turbulent stresses in the filtered Navier-Stokes equations", *Phys. Fluids*, vol. 29(7), p. 2323.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. & Carbot, W. H., 1991, "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model", *Phys Fluids*, A. 3, nº 7;
- Germano, M., 1992, "Turbulence: the filtering approach", *J. Fluid Mech.*, Vol. 238, pp. 325-336;
- Ghia, V., Ghia, K. N., Shur, C. T., 1982, "High – Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, p.387-411.
- Ghosal, S., Lund, T. S., Moin, P., 1992, "A local dynamic model for large eddy simulation, Annual Research Briefs", *Center for Turbulence Research*, Stanford University, Stanford.
- Ghosal, S., Lund, T., and Moin, P., 1993, "A local dynamic model for LES", in *Annual Research Briefs-1992*, edited by P. Moin, W. Reynolds, and J. Kim (Center for Turbulence Research, Stanford), p. 3.
- Ghosal, S., Lund, T., Moin, P., and Akselvoll, K., 1995, "The dynamic localization model for large eddy simulation of turbulent flows" (*to appear in J. Fluid Mech. 1995*).
- Hermann, F., Billeter, P. & Hollenstein, R., 1998, "Investigations on the Flow Through a Trashrack under Different Inflow Conditions", *Computer Based Learning Unit*, University of Leeds.
- Jordan, S. A., Ragab, S. A., 1993, "On the unsteady and turbulent characteristics of the three-dimensional shear-driven cavity flow", *Engineering applications of large eddy simulations*, FED-Vol. 162, pp. 127-135.
- Jovic, S. & Driver, D. M., 1994, "Backward-facing step measurements at low Reynolds number,  $Re_h = 5000$ ". *NASA Tech. Mem. 108807*.

- Kim, J., Kline, J., Johnston, J.P., 1978, "Investigation of Separation and Reattachment of a Turbulent Shear Layer: Flow Over a Backward-Facing Step", *Report MD-37*, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford.
- Kim, J., Kline, S. J., Johnston, J. P., 1980, "Investigation of reattaching turbulent shear layer: flow over a backward-facing step", *Journal Fluids Engineering*, vol. 102, pp. 302-308.
- Kim, J., Moin, P., and Moser, R. D., 1987, "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 177, pp. 133-166.
- Koseff, J. R., Street, R. L., 1984a, "Visualization studies of a shear driven three-dimensional recirculating flow", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 21-29.
- Koseff, J. R., Street, R. L., 1984b, " On end wall effects in a li-driven cavity flow", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 385-389.
- Koseff, J. R., Street, R. L., 1984c, " The lid-driven cavity : A syntesis of qualitative e quantitative observations", *ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 106, p. 390-398.
- Krajnovic, S. and Davidson, L., 2002, "Large-eddy simulation of the flow around a bluff body", *AIAA Journal*, Vol. 40, N° 5.
- Le, H., Moin, P. and Kim, J., 1997, "Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step", *J. Fluid Mech.*, vol. 330, pp. 349-374.
- Leonard, A., 1974, "On the energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows", *Adv. Geophys.* , 18A, pp. 237-248.
- Lesier, M., 1994, "La turbulence", *Presses Universitaires de Grenoble*, France, 1994.
- Shen, L. and Yue, D. K. P., 2001, "Large-eddy simulation of free-surface turbulence", *J. Fluid Mech.*, Vol. 440, pp. 75-116.
- Lilly, D. K., 1966, "On the application of the eddy viscosity concept in the inertial sub-range of turbulence", *Manuscript 123*, National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO, pp. 19.
- Lilly, D. K., 1967, "The representation of small – scale turbulence in numerical simulation experiments", *In Proc. IBM Scientific Computing Symposium on Enviromental Sciences*, p. 195.
- Lilly, D. K., 1992, "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", *Phys. Fluids*, Vol. 4 (3).

- Lund, T. S., 1991, "On dynamic models for large eddy simulation", *Annual Research Briefs*, Center for turbulence Research, Stanford University/NASA-Ames, 177.
- Moin, P. and Kim, J., 1982, "Numerical investigation of turbulent channel flow", *Journal of Fluids Mechanics*, Vol.118. pp. 341-377.
- Moin, P., Squires, K., Cabot, W., Lee, S., 1991, "A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport", *Phys. Fluids*, vol 3(11), pp. 2746-2757.
- Moin, P., 2002, "Advances in large eddy simulation methodology for complex flows", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. 710-720.
- Nallasamy, M., Krishna Prasad, K., 1977, "On cavity flow at high Reynolds numbers" *J. Fluid Mech.*, vol. 79, p. 391-414.
- Orzag, S., Israeli, M., 1974, "Numerical simulation of viscous incompressible flow", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol.6.
- Padilla, E. L. M., 2004, Simulação de Grandes Escalas da transição à turbulência em sistemas rotativos com transferência de calor, 150 f, *Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica* - Universidade Federal de Uberlândia, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.
- Padilla, E. L. M., Martins, A. L., Silveira-Neto, A., 2005, "Large eddy simulation of the three-dimensional unstable flow in a lid-driven cavity, *Proceedings of COBEM 2005*.
- Peng, Y. F., Shiau, Y.H., Hwang, R. R., 2003, "Transition in a 2-D lid-driven cavity flow", *Computers & Fluids*, vol.32, p.337-352.
- Piomelli, U., Moin, P., and Ferziger, J. H., 1988, "Model consistency in large eddy simulation of turbulent channel flow", *Physics Fluids*, Vol.31, pp. 1884-1891.
- Piomelli, U., Zang, T. A., Speziale, C.G. and Hussaini, M. Y., 1990, "On the large-eddy simulation of transitional wall-bounded flows", *Phys. Fluids*, vol. 2(2), pp. 257-265.
- Piomelli, U., 1993, "High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model", *Phys. Fluids*, Vol. 5 (6).
- Piomelli, U. and Liu, J., 1995, "Large-eddy simulation of rotating channel flows using a localized dynamic model", *Phys. Fluids*, Vol. 7 (4), pp. 839-848.
- Piomelli, U., 1999, "Large-eddy simulation: achievements and challenges", *Progress in Aerospace Sciences*, 35, pp. 335-362.

- Porté-Agel, F., Meneveau, C. and Parlange, M. B., 2000, "A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer", *J. Fluid Mech.*, vol. 415, pp. 261-284.
- Prasad, A. K. and Koseff, J. R., 1989, "Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow", *Phys. Fluids*, Vol. 1 (2), pp. 208-218.
- Shaanan, S., Ferziger, J. H. e Reynolds, W. C., 1975, "Numerical simulation of turbulence in presence of shear", Rep. TF-6, Department Mechanical Engineering, Stanford University.
- Shankar, P. N., Deshpande, M. D., 2000, "Fluid Mechanics in the driven cavity", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 32, pp. 93-136.
- Shen, L., Yue, D. K. P., 2001, "Large-eddy simulation of free-surface turbulence", *J. Fluid Mech.*, vol. 440, pp. 75-116.
- Sheu, T. W. H., Tsai, S. F., 2002, "Flow topology in a steady three-dimensional lid-driven cavity", *Computers & Fluids*, Vol. 31, pp. 911-934.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Metais, O. e Lesier, M., 1991, "Simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement turbulent stratifié derrière une marche", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1999-2011.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Metais, O. e Lesier, M., 1993, "A numerical investigation of the coherent structures of turbulence behind a backward-facing step", *Int. Journal of Fluid Mech.*, vol. 256, pp. 1-25.
- Silveira-Neto, A., 2000, "Turbulência aplicada nos fluidos", *Apostila*, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, Brasil.
- Silveira-Neto, A., 2002, "Equações da turbulência: média versus filtragem", in *Anais da III Escola de Primavera Transição e Turbulência*, Florianópolis – SC, Brasil.
- Smagorinsky, J., 1963, "General circulation experiments with primitive equations", *Mon. Weather Rev.*, Vol 91, pp. 2501-2514.
- Sohankar A., Norberg C. and Davidson L., 1999, "A dynamic one-equation subgrid model for simulation of flow around a square cylinder", *Proc. 4th Int. Symp. on Engineering Modelling and Measurements*, pp. 227-236.
- Tejada-Martínez, A., E. and Jansen, K., E., 2000, "Spatial test filters for dynamics model large-eddy simulation with finite elements", *Commun. Numer. Meth. Engng.*, vol. 0, pp.1-6.
- Thomas, R. B., Moin, P., Teman, R., 1999, "DNS – based predictive control of turbulence: an optimal target for feedback algorithms". *Under preparation for submission to J. Fluid Mech.*

- van Driest, E. R., "On turbulent flow near a wall", *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 23, pp. 1007-1011.
- Viana, E. C., 2005, "Simulação numérica de escoamentos com condições de contorno dependentes do tempo na entrada do domínio de cálculo", *Dissertação de mestrado*, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira, Brasil.
- Wang, M. and Moin, P., 2002, "Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows", *Physics of Fluids*, vol. 14, nº 7, pp. 2043-2051.
- Zang, T. A., Gilbert, and Kleiser, L., 1990, in *Instability and Transition*, edited by Hussaini, M. Y., and Voigt, R. G., New York, pp. 283-299.
- Zang, Y, Street, R. L. and Koseff, J. R., 1993a, "Large eddy simulation of turbulent cavity flow using a dynamic subgrid-scale model", *FED-Engineering Applications of Large Eddy Simulations*, vol. 162.
- Zang, Y., Street, R. L. e Koseff, J. R., 1993b, "A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows", *Phys. Fluids*, Vol. 5 (12), 3186.
- Yue, D. K. P. and Shen, L., 2001, "Large-eddy simulation of free-surface turbulence", *J. Fluids Mechanics*, vol. 440, pp. 75-116.



---

## APÊNDICE A – MODELAGEM SUB-MALHA DINÂMICA

---

Este tipo de modelagem da turbulência tem por objetivo permitir o cálculo do tensor sub-malha de Reynolds, que aparece na equação de quantidade de movimento, em decorrência do processo de filtragem dessas equações.

O principal passo nessa direção consiste em avaliar a viscosidade turbulenta, único parâmetro desconhecido para a modelagem do tensor sub-malha de Reynolds com base na hipótese de Boussinesq. Para tanto, uma segunda operação de filtragem é feita sobre as equações governantes, o que possibilitará o cálculo de um coeficiente de proporcionalidade que se ajusta no tempo e no espaço discretizado. Para o cálculo desse coeficiente é necessário calcular antecipadamente o tensor de Leonard  $L_{ij}$  e o tensor  $M_{ij}$ , conforme a equação que segue.

$$C = -\frac{1}{2\Delta^2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (\text{A.1})$$

Para o cálculo do tensor  $L_{ij}$  é necessário obter a diferença do produto das velocidades filtrado duas vezes do produto das velocidades filtrados duas vezes individualmente. Em uma situação tridimensional, o tensor  $L_{ij}$  torna-se:

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{uu}} - \overline{u}^2 & \overline{\overline{uv}} - \overline{u}\overline{v} & \overline{\overline{uw}} - \overline{u}\overline{w} \\ \overline{\overline{vu}} - \overline{v}\overline{u} & \overline{\overline{vv}} - \overline{v}^2 & \overline{\overline{vw}} - \overline{v}\overline{w} \\ \overline{\overline{wu}} - \overline{w}\overline{u} & \overline{\overline{wv}} - \overline{w}\overline{v} & \overline{\overline{ww}} - \overline{w}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Para o cálculo do tensor  $M_{ij}$ , segundo a equação que segue, é necessário calcular o tensor taxa de deformação filtrado duas vezes.

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{11} \right| \overset{\#}{S}_{11} - \left| \overset{\#}{S}_{11} \right| \bar{S}_{11} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{12} \right| \overset{\#}{S}_{12} - \left| \overset{\#}{S}_{12} \right| \bar{S}_{12} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{13} \right| \overset{\#}{S}_{13} - \left| \overset{\#}{S}_{13} \right| \bar{S}_{13} \\ \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{21} \right| \overset{\#}{S}_{21} - \left| \overset{\#}{S}_{21} \right| \bar{S}_{21} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{22} \right| \overset{\#}{S}_{22} - \left| \overset{\#}{S}_{22} \right| \bar{S}_{22} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{23} \right| \overset{\#}{S}_{23} - \left| \overset{\#}{S}_{23} \right| \bar{S}_{23} \\ \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{31} \right| \overset{\#}{S}_{31} - \left| \overset{\#}{S}_{31} \right| \bar{S}_{31} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{32} \right| \overset{\#}{S}_{32} - \left| \overset{\#}{S}_{32} \right| \bar{S}_{32} & \alpha^2 \left| \overset{\#}{S}_{33} \right| \overset{\#}{S}_{33} - \left| \overset{\#}{S}_{33} \right| \bar{S}_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

O único parâmetro imposto na modelagem dinâmica  $\alpha$  é dado por  $\alpha = \overset{\#}{\Delta} / \bar{\Delta} = 2$ . É importante notar que os tensores  $L_{ij}$  e  $M_{ij}$  são simétricos. Assim, calculando os componentes abaixo da diagonal principal, os componentes acima da diagonal estão automaticamente obtidos. Primeiramente, é necessário determinar os tensores taxa de deformação filtrados uma vez (Equação A.3) e duas vezes (Equação A.4) e, também, o módulo desses dois tensores, dados, respectivamente, pelas Equações A.5 e A.6.

$$\bar{S}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) & \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) & \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\overset{\#}{S}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \overset{\#}{u}}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overset{\#}{v}}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{u}}{\partial z} + \frac{\partial \overset{\#}{w}}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{v}}{\partial x} + \frac{\partial \overset{\#}{u}}{\partial y} \right) & \frac{\partial \overset{\#}{v}}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overset{\#}{w}}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{w}}{\partial x} + \frac{\partial \overset{\#}{u}}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overset{\#}{w}}{\partial y} + \frac{\partial \overset{\#}{v}}{\partial z} \right) & \frac{\partial \overset{\#}{w}}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\left| \bar{S}_{ij} \right| = \begin{bmatrix} \sqrt{2\bar{S}_{11}\bar{S}_{11}} & \sqrt{2\bar{S}_{12}\bar{S}_{12}} & \sqrt{2\bar{S}_{13}\bar{S}_{13}} \\ \sqrt{2\bar{S}_{21}\bar{S}_{21}} & \sqrt{2\bar{S}_{22}\bar{S}_{22}} & \sqrt{2\bar{S}_{23}\bar{S}_{23}} \\ \sqrt{2\bar{S}_{31}\bar{S}_{31}} & \sqrt{2\bar{S}_{32}\bar{S}_{32}} & \sqrt{2\bar{S}_{33}\bar{S}_{33}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\left| \overline{\xi}_{ij} \right| = \begin{bmatrix} \sqrt{2\overline{\xi}_{11}\overline{\xi}_{11}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{12}\overline{\xi}_{12}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{13}\overline{\xi}_{13}} \\ \sqrt{2\overline{\xi}_{21}\overline{\xi}_{21}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{22}\overline{\xi}_{22}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{23}\overline{\xi}_{23}} \\ \sqrt{2\overline{\xi}_{31}\overline{\xi}_{31}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{32}\overline{\xi}_{32}} & \sqrt{2\overline{\xi}_{33}\overline{\xi}_{33}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Após os cálculos de todas essas entidades, é possível o cálculo do coeficiente dinâmico através da Equação A.1, cuja contração do produto dos tensores do numerador e do denominador é feita da seguinte maneira:

$$L_{ij}M_{ij} = L_{11}M_{11} + L_{22}M_{22} + L_{33}M_{33} + 2L_{12}M_{12} + 2L_{23}M_{23} + 2L_{13}M_{13} \quad (\text{A.8})$$

$$M_{ij}M_{ij} = M_{11}^2 + M_{22}^2 + M_{33}^2 + 2M_{12}M_{12} + 2M_{23}M_{23} + 2M_{13}M_{13} \quad (\text{A.9})$$

A partir da Equação A.1, obtém-se um escalar para o coeficiente dinâmico, que tanto pode ser um valor positivo como negativo. Se acontecer deste coeficiente ser negativo, conseqüentemente a viscosidade turbulenta também será. Um cuidado deve ser tomado para que a viscosidade efetiva não seja negativa, caso a viscosidade turbulenta seja negativa e também sua magnitude maior que a magnitude da viscosidade molecular. Assim, o procedimento do presente trabalho para evitar essa incoerência foi de atribuir à toda viscosidade efetiva negativa o valor de  $10^{-30}$ . Toda vez que a viscosidade turbulenta for negativa está sucedendo o processo de transferência inversa de energia. Portanto, no presente trabalho, uma parcela da transferência inversa de energia é computada.

---

## APÊNDICE B – FLUXOGRAMAS

---

Neste apêndice são apresentados os fluxogramas das principais subrotinas encontradas no programa numérico, acompanhados de uma breve descrição.

O primeiro dos fluxogramas corresponde ao bloco principal do programa `Main` que se encontra representado na Figura B.1. Esta rotina é responsável, inicialmente, pelo gerenciamento das funções de leitura das condições iniciais do problema físico e do domínio computacional, bem como das configurações do cálculo a ser efetuado. Em seguida, ela procede com a chamada às subrotinas que resolvem as equações de Navier-Stokes, até que o tempo total de simulação seja atingido.

O fluxograma correspondente a subrotina `solve_ns`, que gerencia a solução das equações da quantidade de movimento e de conservação da massa, é representado na Figura B.2. Esta subrotina aciona a solução das equações da quantidade de movimento em  $u$  (`componente_u`), da quantidade de movimento em  $v$  (`componente_v`) e  $w$  (`componente_w`). Na execução seguinte, o algoritmo invoca a solução da conservação da massa (`pressure`), conferindo, dentro do termo fonte, o resíduo da massa (divergente do campo de velocidades) em cada célula e o resíduo total em todo o domínio. O valor do resíduo total é o parâmetro adotado pelo programa para verificação do critério de convergência dentro de cada passo de tempo. Maiores detalhes da solução destas componentes de velocidade e também da pressão podem ser vistos nos fluxogramas apresentados no trabalho de Frigo (2004).

De acordo com o fluxograma da Figura B.2, a escolha de um modelo sub-malha depende do valor da variável `model`. Se a variável `model` for igual a 1, será chamada a subrotina `mi_turb_smg`, correspondente ao modelo sub-malha de Smagorinsky, cujo fluxograma está mostrado na Figura B.3. Esta sub-rotina sofreu leves modificações, tendo em vista alguns equívocos nas versões passadas. Por outro lado, se a variável `model` for igual a 2, será chamada a subrotina `mi_turb_din`, correspondente ao modelo dinâmico, cujo fluxograma está mostrado na Figura B.4.

No interesse, pode ser visto com riqueza de detalhes, como por exemplo o fluxograma e o quadro descritivo de funções da estrutura geral do programa no trabalho de Frigo (2004).

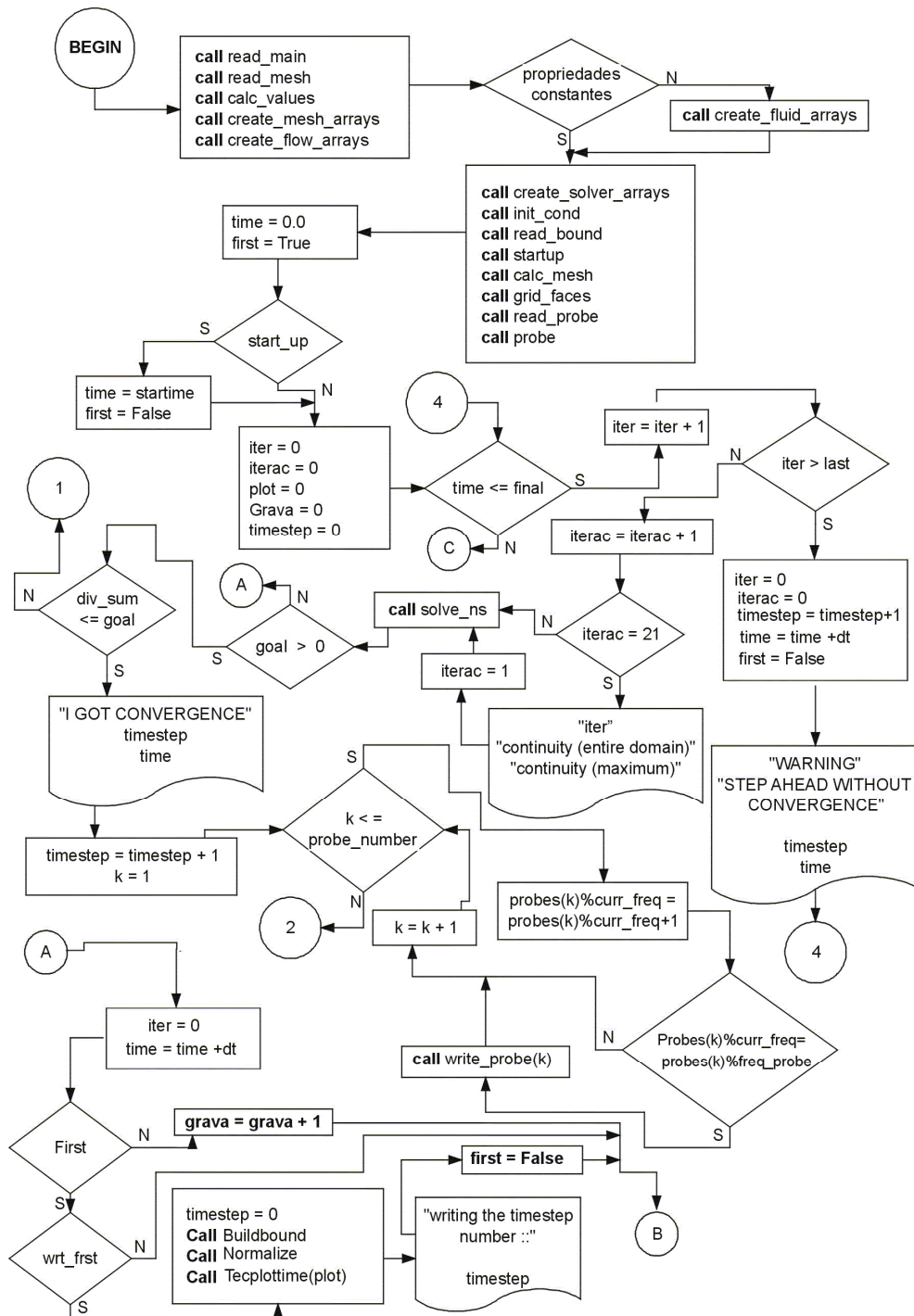


Figura B.1: Fluxograma da estrutura da rotina Main.

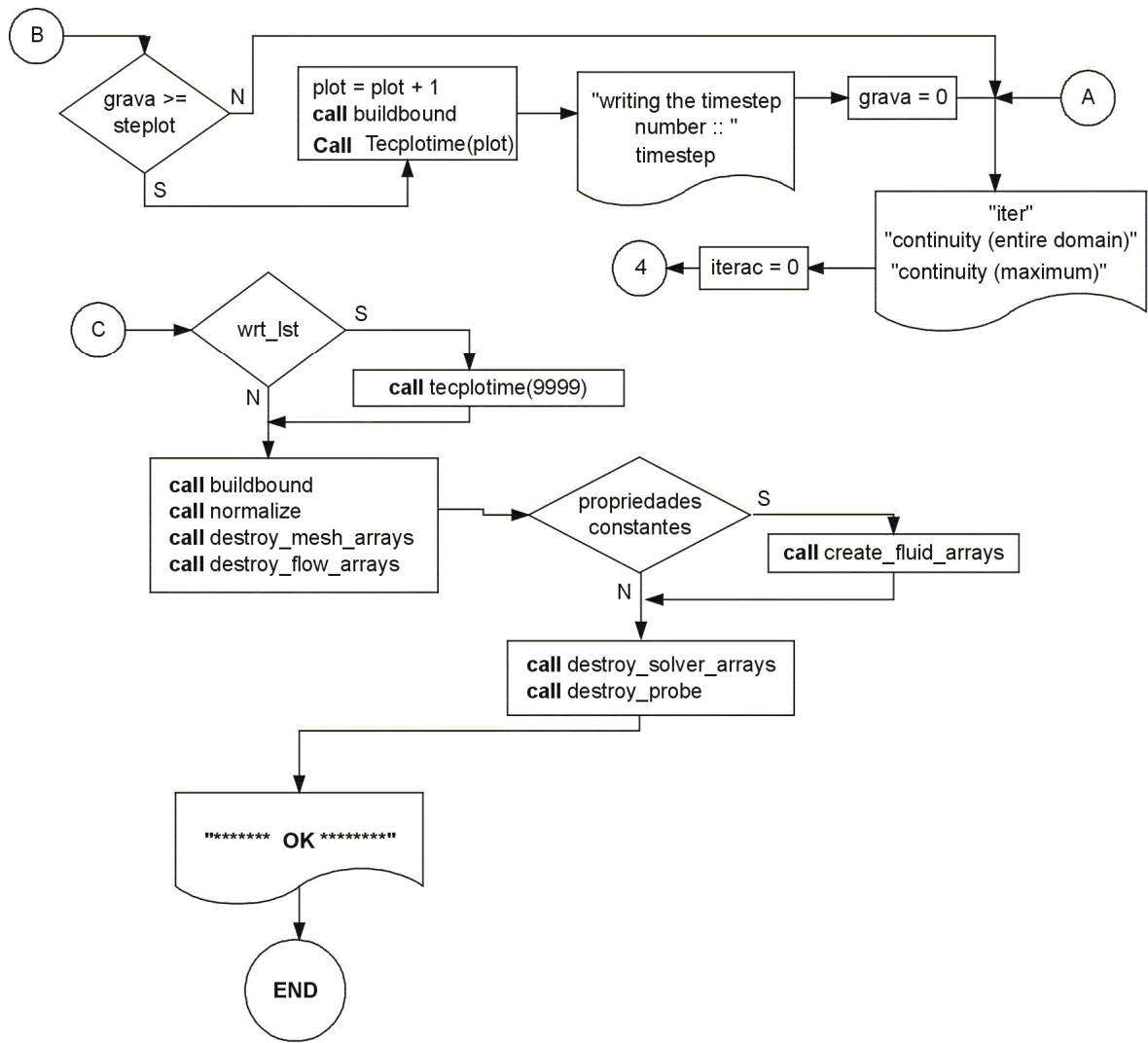
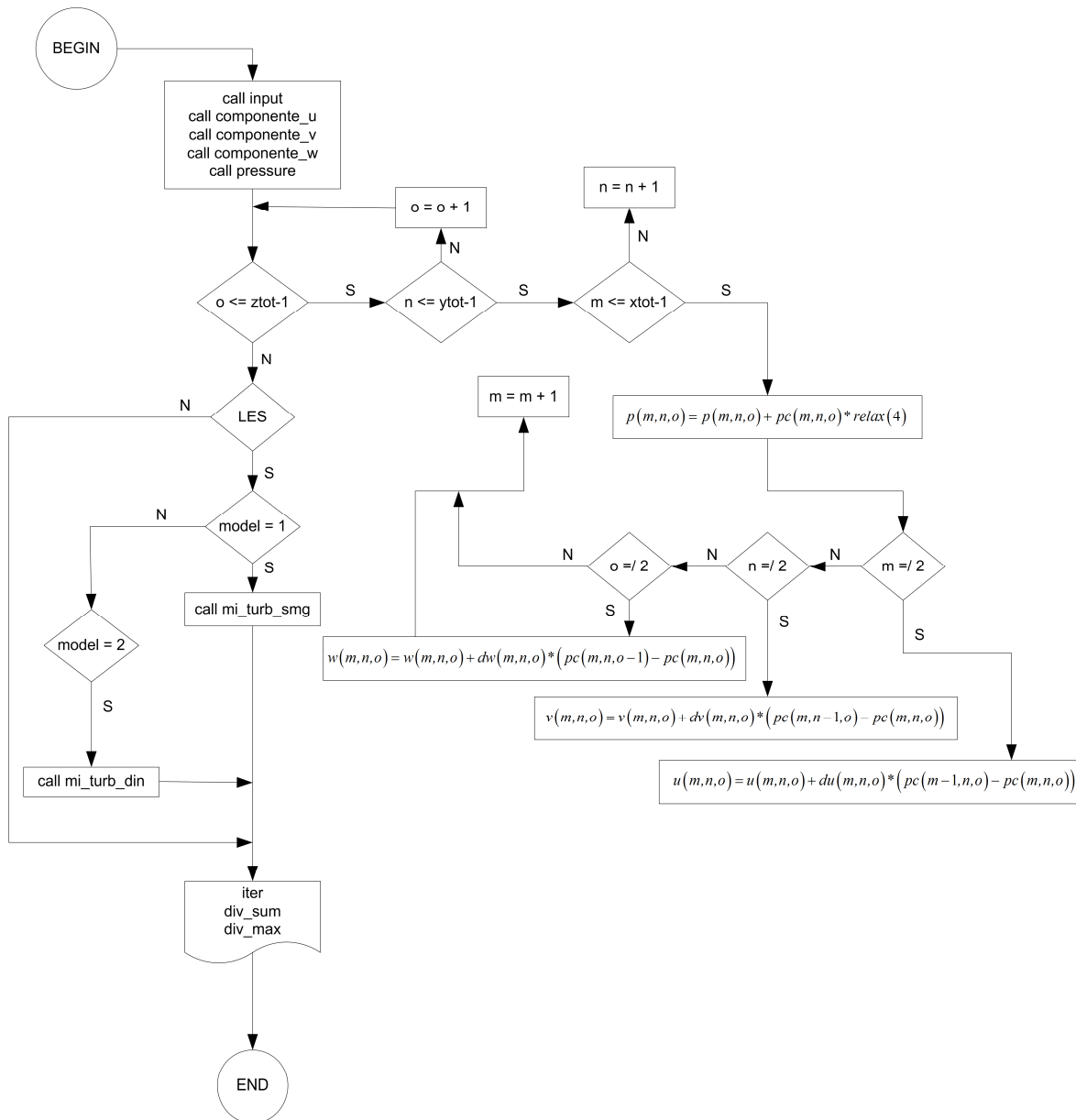
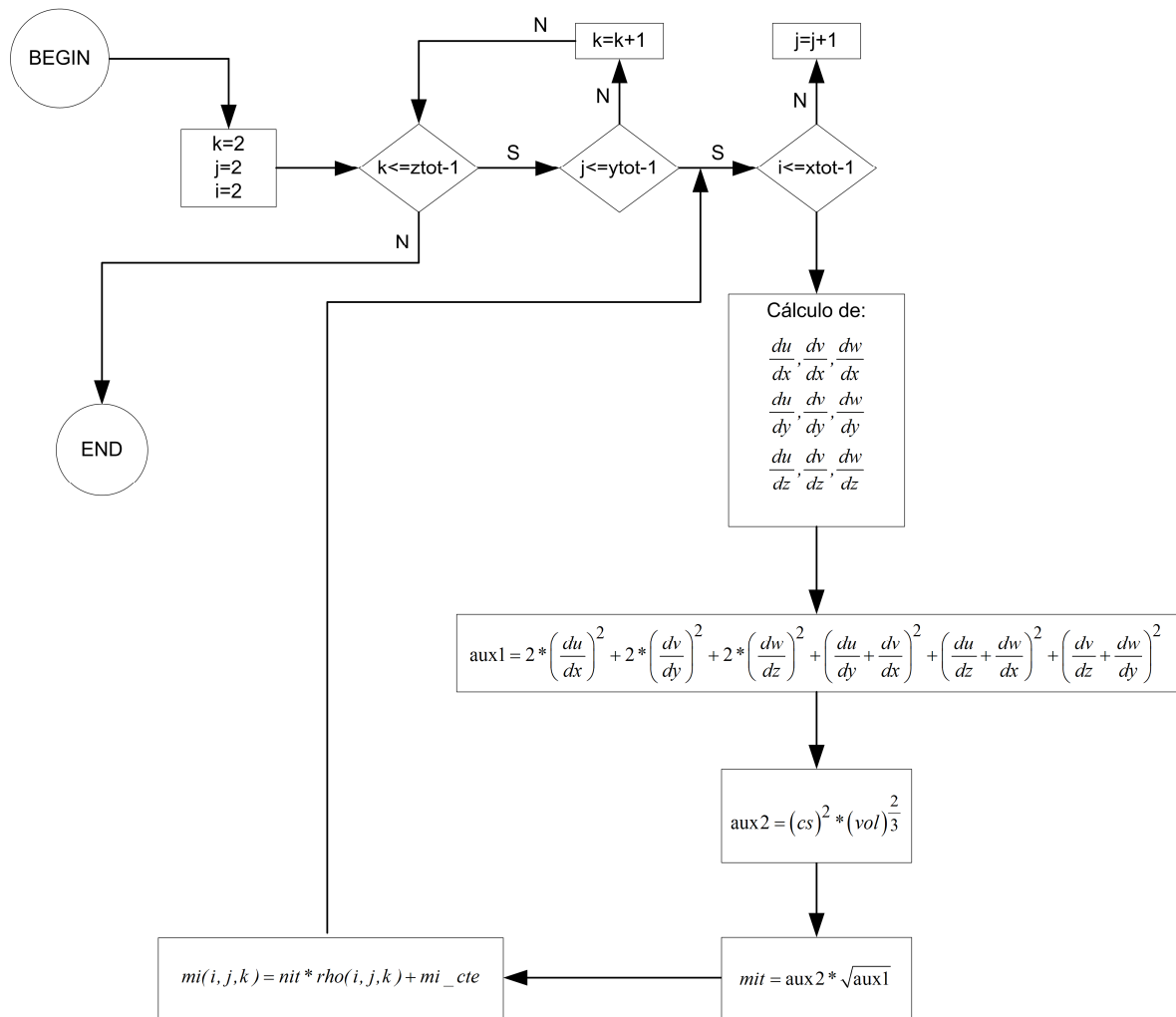


Figura B.1: Fluxograma da estrutura da rotina *Main* (continuação).

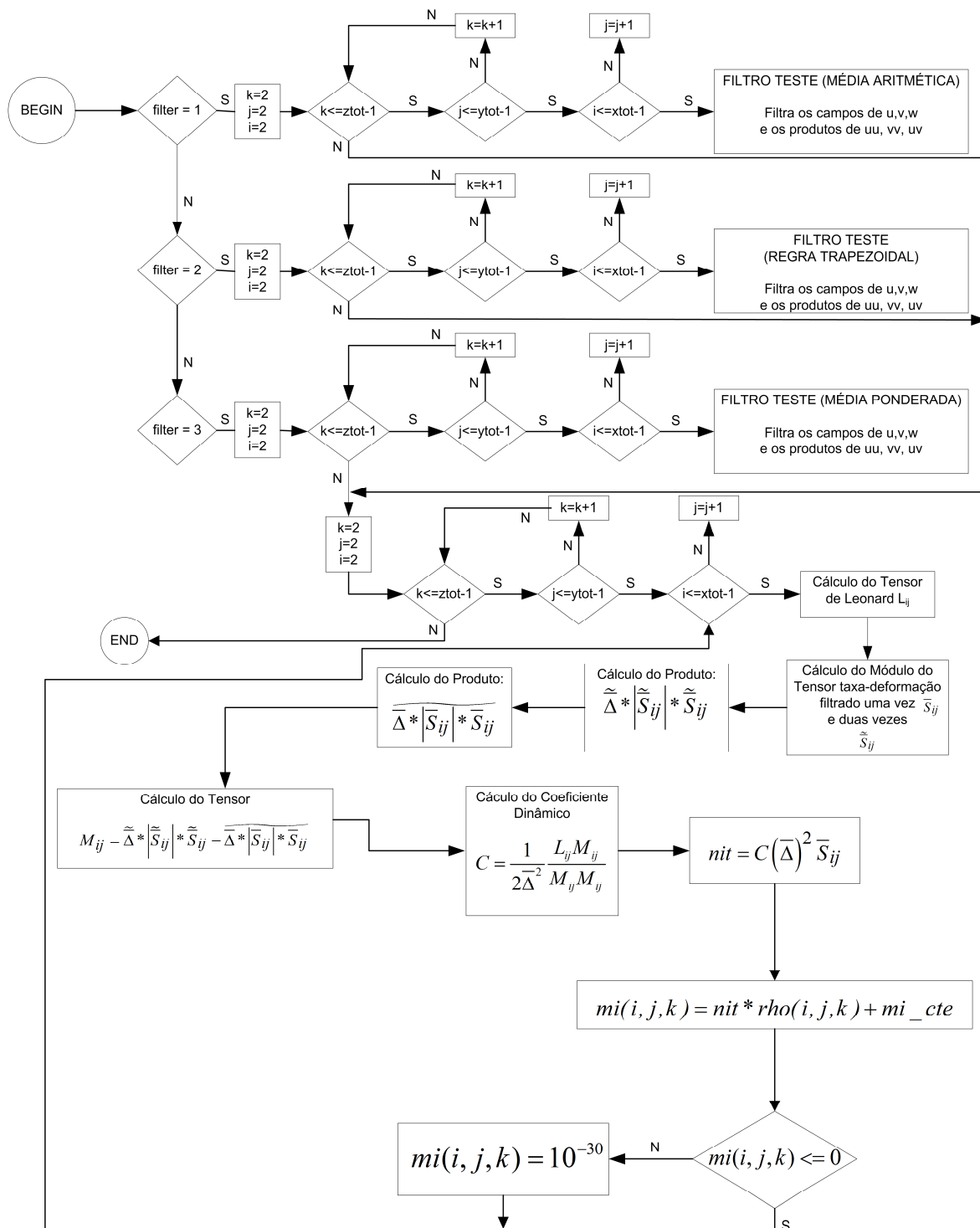


**Figura B.2:** Fluxograma representativo da subrotina *solve\_ns*.



**Figura B.3:** Fluxograma representativo do algoritmo do modelo de Smagorinsky modificado.





**Figura B.4:** Fluxograma representativo do algoritmo do modelo dinâmico implementado.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)