



FACULDADE DE ECONOMIA E FINANÇAS IBMEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM
ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
PROFISSIONALIZANTE EM ECONOMIA

**“UM MODELO DE GESTÃO HÍBRIDA
APLICADO AO MERCADO ACIONÁRIO
NORTE-AMERICANO”**

JOSÉ AUGUSTO DA SILVA

ORIENTADOR: ANTONIO MARCOS DUARTE JR.

Rio de Janeiro, 28 de agosto de 2006

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**“UM MODELO DE GESTÃO HÍBRIDA APLICADO AO MERCADO ACIONÁRIO
NORTE-AMERICANO”**

JOSÉ AUGUSTO DA SILVA

Dissertação apresentada ao curso de
Mestrado Profissionalizante em Economia
como requisito parcial para obtenção do
Grau de Mestre em Economia.
Área de Concentração:

ORIENTADOR: ANTONIO MARCOS DUARTE JR.

Rio de Janeiro, 28 de agosto de 2006.

**“UM MODELO DE GESTÃO HÍBRIDA APLICADO AO MERCADO ACIONÁRIO
NORTE-AMERICANO”**

JOSÉ AUGUSTO DA SILVA

Dissertação apresentada ao curso de
Mestrado Profissionalizante em Economia
como requisito parcial para obtenção do
Grau de Mestre em Economia.
Área de Concentração:

Avaliação:

BANCA EXAMINADORA:

Professor ANTONIO MARCOS DUARTE JR (Orientador)
Instituição: Faculdades Ibmecc

Professor OSMANI T. DE CARVALHO GUILLEN
Instituição: Faculdades Ibmecc

Professor ANTÔNIO CARLOS MAGALHÃES DA SILVA
Instituição: BACEN

Rio de Janeiro, 28 de agosto de 2006.

FICHA CATALOGRÁFICA

Entrar em contato com a biblioteca no 14º andar,
ou através do e-mail: geyza@ibmecrj.br

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Tatiana, minha mãe Maria do Carmo e aos meus amigos e familiares pelo constante apoio, incentivo e paciência pela minha ausência durante este árduo processo.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antonio Marcos Duarte Jr., meu orientador, pelos conselhos, críticas e sugestões que foram de fundamental importância para o meu amadurecimento profissional e desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

A todos os professores das Faculdades IBMEC pelo constante apoio, competência e determinação para a minha formação com um alto padrão de qualidade.

À minha esposa, Tatiana, e a minha mãe, Maria do Carmo, agradeço o apoio incondicional, à compreensão pela minha ausência e o constante incentivo, que foram a minha fonte de energia para percorrer esta longa e difícil jornada.

Ao meu pai, irmãos, sobrinhos, à família da minha esposa, amigos e colegas do Banco do Brasil pelo carinho e afeto que sempre me colocaram a disposição.

Aos meus amigos Eduardo, Felipe, Renato, Alexandre, Roney, Sandro, Rogério, Marcos Máximo pela amizade e companheirismo que foram desenvolvidos durante o mestrado.

RESUMO

A possibilidade de obtenção de retornos mais atraentes, que os oferecidos pelos títulos de renda fixa, faz do mercado acionário uma excelente opção de investimento. No entanto, este mercado está associado a uma maior volatilidade que exige de seus investidores uma criteriosa administração dos riscos inerentes a estes ativos.

No desenvolvimento desta dissertação, abordaremos os estilos de gestão de recursos, ativa e passiva, tendo como objetivo principal o estilo de gestão híbrida.

O modelo, desenvolvido neste trabalho, possibilita ao gestor posicionar sua carteira numa fronteira eficiente entre uma carteira com máxima indexação e outra com máximo retorno, de acordo com a sua convicção de obter um resultado para a sua carteira maior que o obtido pelo índice utilizado como parâmetro. O uso prático, da gestão híbrida de recursos, é aplicado ao mercado acionário norte-americano, no período de janeiro de 2003 à dezembro de 2005.

Palavras Chave: Gestão de recursos, administração de riscos, gestão ativa, gestão passiva e gestão híbrida de recursos.

ABSTRACT

The possibility of attainment of more attractive returns, that the offered ones for the fixed income securities, makes of the stock market an excellent option of investment. However, this market is associated with a bigger volatileness that demands of its investors a efficient management of the inherent risks to these assets.

In the development of this dissertation, we will approach the main styles of management of resources , active and passive, having as objective main the style of hybrid management.

The model, developed in this work, makes possible the manager to locate its portfolio in an set of efficient portfolios, between a indexing portfolio and maximum return portfolio, in accordance with its certainty to get a result for its bigger portfolio that the reached one for the used index as parameter. The practical use of the hybrid management of resources is applied to the North American stock market.

Key Words: Management of resources, risks management, active management, passive management and hybrid management of resources.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Relação Entre o Número de Ações e a Variância de uma Carteira	10
Figura 2- Fronteira Eficiente	12
Figura 3- Composição da Carteira Máximo Retorno	35
Figura 4- Composição da Carteira Indexada	36
Figura 5- Fronteira Eficiente Carteira Híbrida	36
Figura 6- Alocação das Ações de Acordo com R_H^2	37
Figura 7- Composição Carteira 1 T-BILL $\geq 10\%$	48
Figura 8- Composição Carteira 13 T-BILL $\geq 10\%$	48
Figura 9- Fronteira Eficiente T-BILL livre e T-BILL $\geq 10\%$	49
Figura 10- Alocação das Ações de Acordo com R_H^2 T-BILL $\geq 10\%$	49
Figura 11- Composição Carteira 1 T-BILL $\geq 20\%$	50
Figura 12- Composição Carteira 12 T-BILL $\geq 20\%$	50
Figura 13- Alocação das Ações de Acordo com R_H^2 T-BILL $\geq 20\%$	50
Figura 14- Composição Carteira 1 T-BILL $\geq 20\%$	51
Figura 15- Fronteira Eficiente T-BILL livre, T-BILL $\geq 10\%$ e T-BILL $\geq 20\%$	51
Figura 16- Fronteira Eficiente $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$	52
Figura 17- Composição Carteira 6 $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$	52
Figura 18- Composição Carteira 15 $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$	53
Figura 19- Alocação das Ações de Acordo com R_H^2 $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$	53
Figura 20- Composição da Carteira 1 $0 \leq AÇÕES \leq 50\%$	54
Figura 21- Composição da Carteira 15 $0 \leq AÇÕES \leq 50\%$	54
Figura 22- Alocação de Ações de Acordo com R_H^2 $0 \leq AÇÕES \leq 50\%$	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Efeitos da Diversificação na Redução do Risco	10
Tabela 2 – Lista das 10 Ações com o maior peso selecionadas do DJIA.....	33
Tabela 3 - Ações selecionadas, retornos diários jan/2003 à dez/2005	34
Tabela 4 – Composição das Carteiras para Diversos Níveis de R_H^2	37
Tabela 5 – Composição das Carteiras T-BILL $\geq 10\%$	49
Tabela 6 – Composição das Carteiras T-BILL $\geq 20\%$	51
Tabela 7 – Composição das Carteiras $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$	53
Tabela 8 – Composição das Carteiras $0 \leq AÇÕES \leq 50\%$	55
Tabela 9 – Retorno do Modelo Livre e com restrições na T-Bill e Ações	55

LISTA DE ABREVIATURAS

FED	<i>Federal Reserve</i>
T-BILL	<i>Treasury Bill</i>
DJIA	<i>Dow Jones Industrial Average</i>
NYSECI	<i>New York Stock Exchange Composite Index</i>
MRA	Mínimo Retorno Aceitável
MMV	Modelo Média-Variância

LISTA DE SÍMBOLOS

σ^2	Variância
σ	Desvio-padrão
Σ	Somatório
ρ_{jk}	Coefficiente de Correlação do ativo j com o ativo k
σ_{jk}	Covariância do ativo j com o ativo k
R_i	Retorno do ativo i
A_T	Preço do ativo na data T
A_{T-1}	Preço do ativo na data $T-1$
R_{ij}	Retorno do ativo i no cenário j
P_j	Retorno da carteira no cenário j
E_j	Erro de acompanhamento (<i>Tracking Error</i>) no cenário j
R_H^2	Medida de risco da carteira híbrida
ρ	Representa um R_H^2 determinado
I_j	Representa o retorno de um Índice no cenário j
θ	Máximo retorno desejável

R_C	Retorno do título equivalente a <i>cash</i>
ϕ	Representa o percentual investido na <i>T-BILL</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1	Teoria Média-Variância	5
2.1.1	Retorno de um Ativo	5
2.1.2	Retorno de uma Carteira	6
2.1.3	Risco de um Ativo	6
2.1.4	Variância de um Ativo (σ_i^2)	7
2.1.5	Desvio-padrão de um Ativo (σ_i)	7
2.1.6	Risco da Carteira	7
2.1.7	Diversificação da Carteira	8
2.1.8	Fronteira Eficiente	11
2.1.9	Carteira Ótima	12
3	GESTÃO DE RECURSOS	15
3.1	GESTÃO ATIVA DE RECURSOS	15
3.1.1	<i>Market Timing</i>	16
3.1.2	Seleção de Ativos (<i>Stock Picking</i>)	16

3.2	GESTÃO PASSIVA DE RECURSOS.....	16
3.2.1	Indexação.....	17
3.3	AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE PERFORMANCE (ADP).....	20
3.3.1	A Razão de Sharpe	20
3.3.2	Razão de Treynor.....	21
3.3.3	Razão de Sortino.....	22
4	GESTÃO HÍBRIDA DE RECURSOS	23
4.1	MEDIDA DE RISCO.....	24
4.1.1	Medida de Risco para uma Carteira de Ativos	24
4.1.2	Medida de Risco para uma Carteira Híbrida.....	25
4.2	CARTEIRA EFICIENTE HÍBRIDA.....	28
5	EXEMPLO NUMÉRICO	32
5.1	Dados.....	32
5.2	RESULTADOS	34
5.2.1	Máximo Retorno - Livre.....	34
5.2.2	Carteira Indexada - Livre.....	35
5.2.3	Carteira Eficiente - Livre.....	36
5.3	SIMULAÇÕES COM RESTRIÇÕES NA <i>t-BILL</i>	37
5.3.1	<i>T-BILL</i> ≥ 10%.....	38
5.3.2	<i>T-BILL</i> ≥ 20%.....	38
5.4	Simulações com RESTRIÇÕES NAS Ações.....	39
5.4.1	Ações – Alocação Máxima de 25% ($\theta = 25\%$).....	40
5.4.2	Ações – Alocação Máxima de 50% ($\theta = 50\%$).....	40
5.5	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	41
6	CONCLUSÃO	43
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
	APÊNDICE A	47
	APÊNDICE B	48

1 INTRODUÇÃO

Desde a década de 50, com o trabalho pioneiro de Markowitz (1959), em que utilizava conceitos de média e variância, para definir retorno e risco de um determinado ativo, a literatura de finanças tem ofertado uma grande quantidade de trabalhos científicos que dão apoio técnico aos profissionais, investidores e estudantes na construção e gestão de carteiras de ativos, que visam obter uma carteira eficiente.

A gestão de recursos pode ser dividida em dois estilos, a gestão ativa e a passiva. Estas duas estratégias utilizam um índice (*benchmark*) representativo de um determinado mercado, como parâmetro. A estratégia ativa visa obter um retorno, para a carteira, superior ao índice utilizado como parâmetro. A estratégia passiva tem por objetivo alcançar ou replicar um determinado índice de mercado.

O administrador de uma carteira que optar pela gestão ativa acredita que poderia obter um desempenho superior ao *benchmark* com a sua habilidade, que pode ser caracterizada pelo seu treinamento, experiência e recursos disponíveis. No entanto, nos momentos de incerteza na superação do *benchmark* e nos altos custos associados à criação e manutenção de uma infraestrutura, necessária para a prestação deste serviço, provocando um resultado final inferior ao obtido pela média do mercado, podem tornar este estilo pouco atrativo, principalmente em mercados eficientes, com poucas oportunidades de arbitragem.

Por outro lado, o administrador que optar pela gestão passiva acredita que mesmo os mercados emergentes estão tornando-se mais eficientes, com poucas oportunidades de arbitragem. Custos mais baixos, uma maior facilidade para estruturar e manter carteiras indexadas e as pequenas margens, obtidas pelos gestores ativos, podem ser fortes atrativos para o estilo de gestão passiva, cada vez mais utilizado em mercados eficientes. Entretanto, alguns investidores acreditam que certos mercados emergentes ainda oferecem oportunidades de arbitragem e que a grande volatilidade associada a estes mercados, provocando um grande esforço para recomposição da carteira, aumentando os seus custos transacionais, seriam bons motivos contra as carteiras indexadas em mercados emergentes.

Este trabalho consiste na aplicação do modelo de gestão híbrida de recursos, que visa possibilitar aos gestores uma transição mais suave entre os estilos de gestão ativa e passiva, tornando-se uma ferramenta útil para prestadores de serviços de administração de recursos aumentarem a sua eficiência.

Os dados necessários serão coletados junto ao Economática (*software* e banco de dados). O escopo da pesquisa está limitado ao universo do mercado acionário norte-americano e utiliza uma metodologia capaz de gerar a fronteira eficiente de uma carteira híbrida, tendo o índice *Dow Jones* como referência.

Nos exemplos numéricos, apresentamos os resultados das carteiras construídas com o modelo livre e em seguida acrescentamos restrições nos ativos que a compõem. A fronteira eficiente foi construída com quinze carteiras, onde em um extremo temos a Carteira Máximo Retorno, no outro a carteira indexada e as treze carteiras restantes entre a primeira e a segunda. A Carteira Indexada representa o ponto de maior diversificação, alocando o recurso em todos os ativos disponíveis na carteira, representando o único ponto de gestão passiva. A partir deste

ponto, todas as carteiras são administradas ativamente, onde o retorno é maximizado para diversos níveis de indexação, até a Carteira Máximo Retorno, que representa a carteira mais afastada do índice utilizado como parâmetro.

O modelo permite a inclusão de restrições no percentual alocado nos ativos que fazem parte da composição da carteira. No entanto, estas restrições provocam alterações nos retornos máximos das carteiras e modificam as suas fronteiras eficientes. Como esperado, quando aumenta-se o percentual investido em um ativo de baixo retorno, ou limita-se o percentual alocado em um ativo de alto retorno, isto pode provocar uma alteração no retorno das carteiras, dependendo do nível de indexação.

No segundo capítulo, realizamos uma revisão da literatura sobre o tema proposto, abordando as principais técnicas e estilos de gestão de recursos propostos pela literatura de finanças.

O terceiro capítulo apresenta os dois estilos de gestão de recursos, a gestão ativa e a passiva. Onde na gestão ativa procuramos abordar os principais tipos e na gestão passiva abordamos os conceitos de indexação e os índices mais conhecidos.

No quarto capítulo, descrevemos o modelo *Enhanced Index*, apresentado em Duarte (1999), abordando a gestão híbrida e a fronteira eficiente.

No quinto capítulo, demonstramos os exemplos numéricos, na aplicação do modelo ao mercado acionário norte-americano. Inicia-se com uma apresentação dos resultados do modelo original e em seguida os resultados do modelo com novas restrições. Finalizamos com uma análise dos resultados obtidos.

O sexto capítulo é a conclusão deste trabalho, no qual descrevemos os objetivos a que este trabalho propunha-se alcançar e discorremos sobre as dificuldades e soluções para uma aplicação do modelo.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Iniciamos esta seção apresentando a motivação teórica para o desenvolvimento deste trabalho, sem a pretensão de esgotar o assunto.

2.1 TEORIA MÉDIA-VARIÂNCIA

A Teoria de Média-Variância (Markowitz[1959]), apresenta conceitos estatísticos simples como média, para definir o retorno médio de um ativo ou carteira, e a variância, para representar o risco deste ativo ou carteira no período analisado.

2.1.1 Retorno de um Ativo

Podemos definir o retorno como o resultado de um investimento ao final de um determinado horizonte de tempo. Calcularemos o retorno da forma contínua¹, em detrimento da discreta, por considerarmos a mais apropriada quando pretendemos assumir que a média dos retornos passados representarão os retornos futuros. Assim, o retorno de um ativo i é:

$$R_i = LN\left(\frac{A_T}{A_{T-1}}\right)$$

Onde: R_i representa o retorno do *i*ésimo ativo; A_T representa o preço do ativo na data T e A_{T-1} representa o preço do ativo na data $T-1$.

Deste modo, com N observações, encontramos o retorno médio do ativo i com:

$$\overline{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n R_{ij}$$

Onde: R_{ij} representa o retorno do *i*ésimo ativo na data j .

2.1.2 Retorno de uma Carteira

Para encontrarmos o retorno esperado de uma carteira composta por m ativos, simplesmente encontramos a média ponderada dos retornos dos ativos individuais, portanto temos:

$$P = \sum_{i=1}^m X_i \overline{R}_i$$

Onde: P representa o retorno esperado da carteira e X_i é o peso do *i*ésimo ativo.

2.1.3 Risco de um Ativo

O risco pode ser definido como uma medida numérica da incerteza associada ao retorno obtido ao final do período do investimento. Para se medir quanto os resultados diferem do

¹ Retorno discreto: $R_i = \left[\frac{(A_T - A_{T-1})}{A_{T-1}} \right]$.

retorno esperado, ou seja, da média dos retornos, examinamos $R_{ij} - \bar{R}_i$. Porém, ao calcularmos a média dos desvios obteríamos um resultado que não nos mostraria a dispersão existente, pois, os desvios negativos anulariam os positivos. A solução para este problema seria elevarmos ao quadrado as diferenças antes de determinarmos a média.

2.1.4 Variância de um Ativo (σ_i^2)

A variância de um ativo é a média dos quadrados dos desvios, ou seja, a variância do retorno do *iésimo* ativo² é:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^n \frac{(R_{ij} - R_i)^2}{N}$$

2.1.5 Desvio-padrão de um Ativo (σ_i)

E para encontrarmos o desvio-padrão, basta encontrar a raiz quadrada da variância, conforme abaixo:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$$

2.1.6 Risco da Carteira

Para encontrarmos a variância da carteira, não basta encontrar apenas a média ponderada da variância dos retornos dos ativos individuais, pois, em conjunto os ativos que compõem a

² Quando tratar-se de uma amostra, utilizamos $N - 1$ em detrimento de N utilizado quando o conjunto de dados representa a população estudada.

carteira podem ter seus desvios relacionados. Portanto, a variância de uma carteira com N ativos é:

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \sigma_{jk})$$

ou

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \rho_{jk} \sigma_j \sigma_k)$$

O termo σ_{jk} é a covariância, que é uma medida de como os ativos variam em conjunto. E o termo ρ_{jk} é o coeficiente de correlação entre o retorno dos ativos j e k , e está entre o intervalo -1 e $+1$.

2.1.7 Diversificação da Carteira

O conceito de diversificação é baseado no fato de que o risco de uma carteira pode ser reduzido com o aumento de ativos em sua composição, veja Elton e Gruber (2004) e Zentgraf (1996). Porém, o ganho pela diversificação é limitado, como mostraremos a seguir. Sendo a variância de uma carteira com N ativos:

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \sigma_{jk})$$

Consideraremos um investimento com proporções iguais para os ativos que compõem a carteira. Portanto, X_j é igual a $\frac{1}{N}$. Deste modo, a fórmula da variância da carteira passa a ser:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \left(\frac{1}{N}\right) \left(\frac{1}{N}\right) \sigma_{jk}$$

Retirando os fatores $\frac{1}{N}$ e $\frac{(N-1)}{N}$ dos somatórios da equação acima, obtemos:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\sigma_j^2}{N}\right) + \frac{(N-1)}{N} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \left(\frac{\sigma_{jk}}{N(N-1)}\right)$$

Observamos que o primeiro termo é a soma das variâncias dividida pelo número de observações, e o segundo termo é a soma das covariâncias dividida pelo número de covariâncias existentes. Portanto, como ambos os termos são médias, resumiremos a equação para:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \overline{\sigma_j^2} + \frac{(N-1)}{N} \overline{\sigma_{jk}}$$

Simplificando a equação, chegamos a:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \left(\overline{\sigma_j^2} - \overline{\sigma_{kj}} \right) + \overline{\sigma_{kj}}$$

Portanto, à medida que N tende a infinito, a variância converge para a covariância média. Podemos observar, na Tabela 1 e na Figura 1, que a inclusão de novas ações provoca uma redução na variância, que representa o benefício da diversificação.

Porém, o risco que pode ser minimizado é o risco específico, ou não sistemático, e não o risco de mercado, ou sistêmico, que representa o risco país.

Número de ações	Variância esperada da carteira
1	0.182%
5	0.077%
10	0.061%
15	0.053%
20	0.047%
30	0.039%
40	0.033%
50	0.028%

Tabela 1 – Efeitos da Diversificação na Redução do Risco

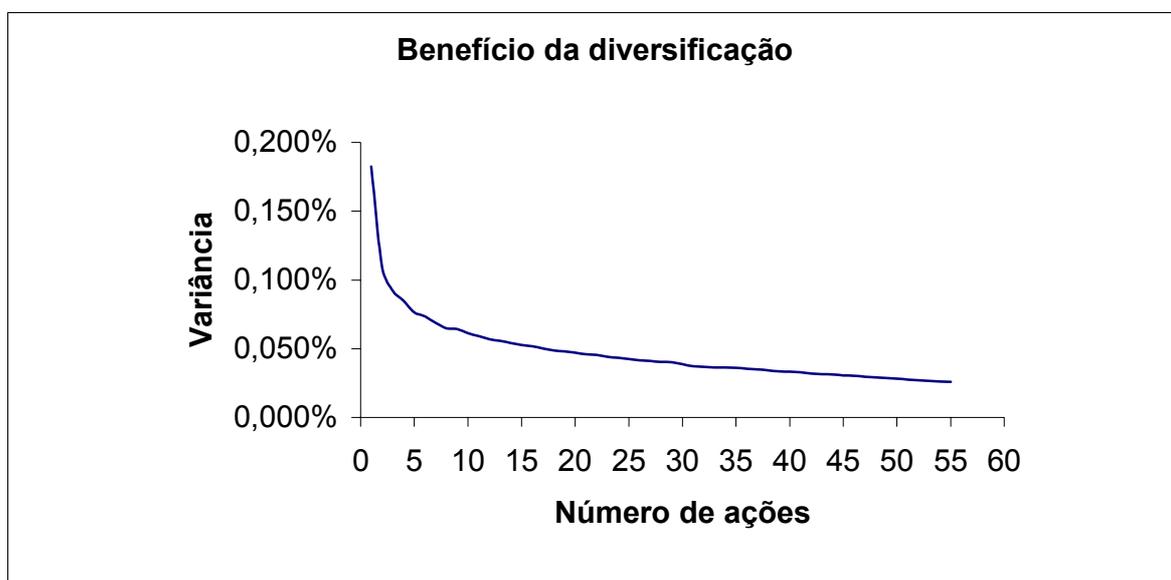


Figura 1- Relação Entre o Número de Ações e a Variância de uma Carteira

2.1.8 Fronteira Eficiente

Uma carteira eficiente é a carteira de ativos arriscados que oferece o maior retorno com o mesmo risco, ou aquela que oferece o menor risco para um determinado retorno, resolvendo os problemas abaixo:

$$\text{Maximize} \quad \sum_{i=1}^m X_i \bar{R}_i$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sqrt{\text{Var}(R_p)} = \text{Risco Requerido}$$

$$\sum_{i=1}^m X_i = 1$$

ou

$$\text{Minimize} \quad \sum_{j=1}^n (X_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (X_j X_k \sigma_{jk})$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^m X_i \bar{R}_i = \text{Retorno Exigido}$$

$$\sum_{i=1}^m X_i = 1$$

Podemos definir fronteira eficiente como o conjunto de carteiras eficientes que se localizam em uma curva côncava, entre a carteira de mínima variância global e máximo retorno esperado.

A Figura 2 mostra diversas carteiras e a fronteira eficiente, de acordo com o modelo de Markowitz (1959).

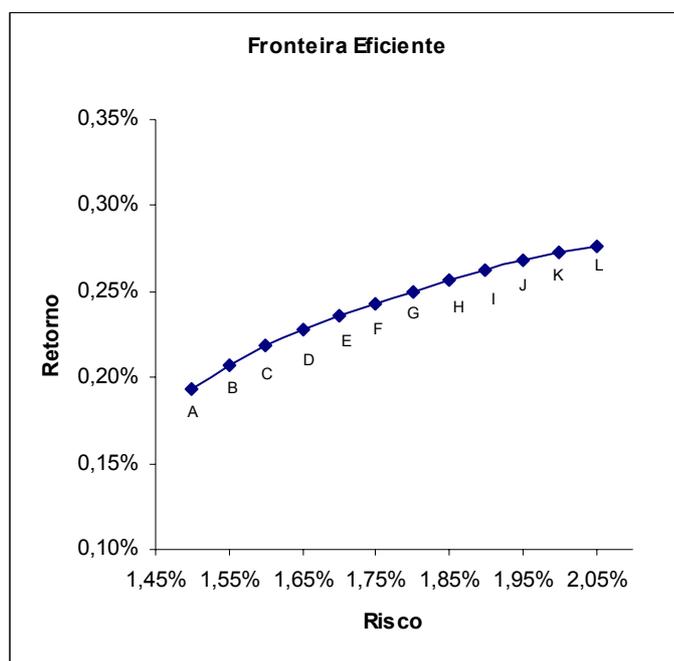


Figura 2- Fronteira Eficiente

2.1.9 Carteira Ótima

A escolha da carteira ótima está relacionada ao perfil do investidor, que definimos como avesso, neutro ou propenso ao risco, conforme exposto em Elton e Gruber (2004). Então, ao selecionar as ações que comporão a carteira ótima, o investidor deverá estar ciente do nível de risco que está disposto a aceitar.

Segundo Fabozzi (1997), para uma carteira de ativos com distribuição de retornos assimétrica, como podemos observar em títulos de renda fixa, o modelo de média-variância não é o mais

apropriado, pois assumindo que taxas de juros negativas ocorrem em raros eventos³, tais títulos possuem assimetria negativa.

Para Reyna et al (1999b), os mercados latino-americanos possuem um comportamento habitual, das séries de retornos financeiros, com sérias deficiências, como valores extremos. Tais deficiências afetam os estimadores clássicos dos resultados do Modelo Média-Variância. Por este motivo, haveria a necessidade de utilizar estimadores mais robustos.

O trabalho pioneiro de Markowitz (1959) representa uma excelente ferramenta para os gestores que utilizam o estilo de gestão ativa. Posteriormente, outras técnicas de gestão ativa foram desenvolvidas, como Seleção de Ativos e *Market Timing*.

Em Snigaroff (2000), uma abordagem econômica é realizada para explicar o equilíbrio entre a oferta e demanda da administração ativa. Este estudo procura abordar a relação Agente-principal e observar a curva de valor agregado do retorno obtidos pelos ofertantes da administração ativa.

Segundo Duarte (2005), “A história da indexação de carteiras a índices em geral (renda fixa, renda variável, *commodities*, etc.) iniciou-se no mercado norte-americano em 1970 com a oferta ao grande público de um fundo de investimento no mercado acionário”. Desde então, tem-se ampliado o número de gestores que optam pelo estilo de gestão passiva, motivados pela pouca oportunidade de arbitragens nos mercados cada vez mais eficientes.

Na década de 1990, além dos estilos de gestão ativa e passiva, foi criada uma nova categoria que permite uma transição suave entre os dois estilos anteriores. Este novo estilo pode ser

³ Um raro exemplo foi observado com a economia japonesa, nos últimos anos.

chamado de “Gestão Híbrida de Recursos”. Em Duarte (1999), apresenta-se o modelo com uma aplicação ao mercado acionário brasileiro.

3 GESTÃO DE RECURSOS

Os estilos de gestão de recursos estão divididos em dois tipos, a gestão ativa e a passiva.

3.1 GESTÃO ATIVA DE RECURSOS

O gestor de carteiras que utiliza o estilo de administração ativa tem como objetivo obter o maior retorno possível acima do índice utilizado como parâmetro, isto é, eles acreditam que têm condições de superar o índice de mercado, escolhido como referência, através das suas negociações dos ativos que compõem sua carteira.

Segundo Bodie et all (2002), a Teoria de Média-Variância (Markowitz (1959)) implica que o objetivo de um gestor de ativos é maximizar o Índice de Sharpe:

$$S = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

“Momentaneamente, a teoria da carteira da média-variância implica que o objetivo de administradores de carteiras profissionais é

maximizar a medida (ex-ante) de Sharpe” (Bodie et all [2002]).⁴

Os dois estilos mais conhecidos de administração ativa são o *Market Timing* e a Seleção de Ativos (*Stock Picking*).

3.1.1 *Market Timing*

Os administradores procuram, através da experiência ou de informações (habilidade do gestor), aproveitar-se das oscilações do mercado e obter o maior retorno possível para a sua carteira, negociando antecipadamente nas altas ou baixas das ações.

3.1.2 Seleção de Ativos (*Stock Picking*)

Os administradores selecionam as melhores empresas, que acreditam estar subavaliadas, e as carregam na carteira até que alcancem o preço justo. Eles não se preocupam com as oscilações do mercado porque acreditam ser difícil realizarem previsões que tragam um resultado positivo para a carteira.

3.2 GESTÃO PASSIVA DE RECURSOS

Os gestores que optam pela administração passiva acreditam que é melhor construir uma carteira de ações que acompanhe o desempenho de um índice de ações e não tentar obter resultados positivos nas oscilações do mercado. Pois, os custos das transações e obtenção de informações de profissionais especializados, economistas que analisam cenários

⁴ Tradução livre do autor.

macroeconômicos e microeconômicos (análise setorial) não compensam, em média, os eventuais ganhos obtidos pelos gestores ativos em relação à média do mercado.

Enquanto o administrador ativo espera obter uma performance, para a sua carteira, superior à média do mercado, o administrador passivo tem um bom desempenho quando a sua performance estiver o mais próximo possível à do índice de mercado, isto é, minimizando o erro de acompanhamento (*tracking error*) entre o retorno da carteira e do índice que representa a média do mercado.

3.2.1 Indexação

Indexação é um procedimento de correção de valores de um determinado conjunto de bens, utilizando índices como parâmetros, durante um período de tempo definido. Para cada mercado, de interesse, há um índice apropriado que mede a oscilação média deste mercado.

Os índices de ações são compostos estatísticos que registram as variações nos preços das ações, servem como parâmetros para avaliação de desempenho das carteiras e podem ser objetos de negociações no mercado futuro.

Os mais conhecidos, nacionalmente, são o Ibovespa e o Ibrx, divulgados pela Bolsa de Valores de São Paulo. Dentre os internacionais, destaque para o *Down Jones Industrial Average* (DJIA), o *NYSE Composite Index* (*New York Stock Exchange*), S&P 100 e 500 (*Standard & Poor's*), *Nikkei Index* (Bolsa de Tóquio) e FT 100 (Bolsa de Londres).

A escolha do índice ideal irá depender de qual mercado de interesse, perfil de risco e do tipo de estratégia de gestão a ser utilizada. Analisamos, abaixo, os principais índices do mercado acionário norte-americano:

- NYSECI

Este índice é composto de ações ordinárias, listadas na NYSE, de empresas de vários setores da economia como: Indústria, Transporte, Serviços e Financeiro. Representa 77% da capitalização total do mercado de todas as companhias negociadas publicamente, nos Estados Unidos e 64% no mundo. Por essas características, o NYSECI é um índice bastante representativo do mercado acionário norte-americano.

No entanto, para este trabalho não utilizaremos o NYSECI como parâmetro. O grande número de ações, que compõe o índice, impossibilitaria replicá-lo, devido ao grande investimento e custos transacionais.

- S&P500

Este índice propõe-se a refletir o mercado acionário e a economia norte-americana. O S&P500 é composto por empresas americanas, com liquidez e líderes em seus mercados. Pelo mesmo motivo do NYSECI (grande número de ações), não o utilizaremos como parâmetro neste trabalho.

- *Dow Jones Industrial Average (DJIA)*

O DJIA possui um amplo reconhecimento pelo mercado e as ações que fazem parte de sua composição são consideradas *blue-ship*⁵. É um índice que possibilita o benefício da diversificação para os interessados em uma carteira que o replique, pois, as empresas selecionadas representam os diversos setores da economia e uma metodologia de cálculo simples, com poucas alterações desde a sua origem o credenciam como o melhor índice de mercado para utilizarmos em nosso trabalho.

Este índice é mantido e revisado pelos editores do *Wall Street Journal*. Com o interesse de manter a continuidade, são raras as mudanças nas ações que o compõem e geralmente ocorrem após negociações empresariais ou alterações no objeto social da empresa.

As ações que compõem este índice são de vários tipos de setores como Indústrias, serviços financeiros, varejo, tecnologia, entretenimento e bens de consumo. Basicamente são adicionadas por possuírem uma excelente reputação, demonstrarem um ganho sustentável e se despertarem um grande interesse pelos investidores. Mudanças no índice ocorrem simultaneamente, pois, quando um evento pede uma outra classificação de um componente, todo o índice é recalculado.

Talvez, por possuir apenas 30 ações, o DJIA não represente tão bem o mercado acionário em comparação com o S&P500. No entanto, este possui apenas empresas americanas em seu índice. O *NYSE Composite Index* representa melhor o mercado, porém seria muito caro tentar replicar tal índice, com mais de 2.000 ações, caso o gestor optasse por uma estratégia passiva.

⁵ Apesar de não haver uma definição para ações *blue-ships*, podemos entender como ações de grandes empresas, com grande liquidez e reconhecimento, pelo mercado.

3.3 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE PERFORMANCE (ADP)

Os desastres financeiros passados, como o Banco Barings, Metallgesellschaft e Long Term Capital Management, provocaram uma mudança na cultura das instituições financeiras⁶. Tais mudanças levaram investidores e profissionais de finanças a uma busca contínua na melhor gestão de riscos de mercado dos seus recursos financeiros, próprios ou de terceiros.

Segundo Duarte (2005), “A Avaliação de Desempenho de Fundos de Investimentos (ADFI) é uma etapa importante na gestão de riscos de mercado de fundos”. Dentre as várias técnicas de avaliação de desempenho, disponíveis na literatura de finanças, abordaremos as mais comuns, conhecidas como “razões de eficiência”. As principais razões de eficiência são: 1) a razão de Sharpe, 2) a razão de Treynor e 3) a razão de Sortino.

3.3.1 A Razão de Sharpe

Pode-se encontrar as razões de eficiência, de uma forma geral, pela seguinte equação:

$\frac{\text{retorno}}{\text{risco}}$. Precisamos apenas definir uma medida de retorno e uma de risco.

A Razão de Sharpe pode ser definida como:

$$R_s = \frac{E(r_C) - r_f}{\sigma_C}$$

Onde: $E(r_C)$ representa o retorno esperado da carteira, r_f representa a taxa de juros sem risco e σ_C é o desvio-padrão, que representa o risco da carteira.

Quanto maior a R_s , melhor é o desempenho do administrador. Pode-se, inclusive, utilizá-la para comparação com outros administradores, por exemplo: Consideremos dois administradores de carteiras, A1 e A2. Para o caso em que $R_{SA1} > R_{SA2}$, podemos afirmar que o desempenho de A1 foi superior ao de A2.

3.3.2 Razão de Treynor

A Razão de Treynor é similar a de Sharpe, diferenciando-se na medida de risco utilizada. Utiliza-se o risco sistemático (Elton e Gruber[2004]), representado pelo beta da carteira com o índice utilizado como parâmetro.

A Razão de Treynor pode ser definida como:

$$R_T = \frac{E(r_C) - r_f}{\beta}$$

Onde: β ⁷ representa o beta da carteira em relação ao índice de mercado.

O critério de avaliação de desempenho é similar à Razão de Sharpe, ou seja, quanto maior o índice, melhor é o desempenho do administrador.

⁶ Veja Jorion (2003)

⁷ β pode ser definido como: $\beta = \frac{\sigma_{CM}}{\sigma_M^2}$, onde: σ_{PM} é a covariância da carteira P com o índice de mercado e σ_M^2 é a variância do índice de mercado.

3.3.3 Razão de Sortino

A Razão de Sortino utiliza como medida de risco o *downside risk* e substitui-se a taxa livre de risco pelo Mínimo Retorno Aceitável.

A Razão de Sortino pode ser definida como:

$$R_{So} = \frac{\frac{\sum_{C=1}^n (r_C - MRA_C)}{n}}{\sqrt{\frac{\sum (\min\{0, r_C - MRA_C\})^2}{n}}}$$

Onde: MRA_C representa o Mínimo Retorno Aceitável da carteira.

Quando o administrador obtiver um retorno acima do MRA a Razão de Sortino estará indefinida, pois a carteira teve um retorno satisfatório, sendo este um motivo razoável para não se avaliar a sua performance perante outras carteiras.

4 GESTÃO HÍBRIDA DE RECURSOS

A gestão híbrida de recursos, apresentada em Duarte (1999), inclui no mesmo modelo os dois principais tipos de gestão de recursos, a gestão ativa e a passiva. Com este modelo, o gestor da carteira pode optar por:

- Uma estratégia ativa, caso esteja de posse de boas informações ou esteja convicto de que pode obter uma performance superior ao índice representativo do mercado;
- Uma estratégia passiva, caso esteja inseguro sobre a tendência do mercado;
- Escolher uma carteira ótima, entre estes dois extremos, de acordo com o nível de indexação desejado.

A Administração Híbrida é caracterizada por utilizar os dois tipos de gestão, ativa e passiva, para que o administrador possa escolher qual o estilo mais apropriado no período analisado. No momento em que o gestor entender que conseguirá obter um retorno superior ao índice de mercado, ele optaria pela administração ativa; quando ele não estiver seguro se a sua escolha trará um resultado para a carteira superior ao índice utilizaria a administração passiva, garantindo retornos próximos à média do mercado.

4.1 MEDIDA DE RISCO

A escolha de uma medida de risco adequada para os dois estilos de gestão, passiva e ativa, é de suma importância para uma adequada administração dos riscos inerentes a uma carteira de ativos.

Em Duarte e Maia (1997), são apresentados outros modelos, que não o MMV, mais apropriados para os casos de carteiras de ativos com retornos assimétricos, apresentando medidas de risco mais adequadas para tais características, como o modelo média-semivariância e o Modelo Média-*downside risk*.

4.1.1 Medida de Risco para uma Carteira de Ativos

A escolha da medida de risco está associada aos ativos que compõem a carteira. Por exemplo, caso a carteira seja composta de ativos com retornos simétricos, o mais apropriado é o Modelo média-variância, proposto originalmente por Markowitz (1959), onde o retorno e o risco são representados por:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{j=1}^n r_j}{n}$$

e

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (r_j - \bar{r})^2}{n}}$$

No entanto, para o caso da carteira composta por ativos com retornos assimétricos, o mais indicado é o Modelo Média-semivariância (Markowitz[1959]), dado por:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\min\{0; r_j - \bar{r}\})^2}{n}}$$

Outro modelo proposto na literatura de finanças é o Modelo Média-*Downside Risk*, que leva em consideração o Mínimo Retorno Aceitável do investidor, onde os retornos situados abaixo do MRA representam o risco de que o mesmo não seja atingido e portanto, estão incluídos no cálculo do *downside risk*, conforme abaixo:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\min\{0; r_j - MRA\})^2}{n}}$$

4.1.2 Medida de Risco para uma Carteira Híbrida

Outros modelos estão disponíveis na literatura de finanças. Porém, focaremos na medida de risco apropriada para a metodologia utilizada em nosso trabalho.

Este trabalho estará concentrado no mercado acionário americano e utilizaremos, como parâmetro, um índice que representa este mercado.

Para construirmos a carteira ótima, localizada na fronteira eficiente, utilizaremos um título de renda fixa (com liquidez e equivalente a dinheiro) e m ações. Com o objetivo de simplificar o modelo, assumiremos as hipóteses abaixo:

- A carteira é composta por $m+1$ ativos. Para cada unidade monetária disponível para investimento, temos a seguinte equação de equilíbrio:

$$X_C + \sum_{i=1}^m X_i = 1 \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m$$

Onde: X_C representa o capital investido no título de renda fixa e X_i o capital investido em ações;

- O modelo utilizado neste trabalho não assume vendas a descoberto, empréstimos tomados ou doados, custos de transação e impostos;
- Assumimos que m cenários estão disponíveis;
- Utilizaremos informações passadas para obtermos uma previsão dos cenários futuros.

Portanto, o retorno da carteira é dado por:

$$P_j = R_C X_C + \sum_{i=1}^m R_{ij} X_i \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ e } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Onde: P_j representa o retorno esperado da carteira eficiente de acordo com o *jésimo* cenário, R_C representa o retorno esperado do título de renda fixa, utilizado como instrumento equivalente a dinheiro, para o período de tempo analisado e R_{ij} representa o retorno esperado da *iésima* ação, de acordo com o *jésimo* cenário para o horizonte de investimento analisado.

Utilizaremos como parâmetro um índice que representa o mercado de ações, necessário para montarmos a carteira eficiente. O erro de acompanhamento (*tracking error*) do retorno da carteira (P_j) em relação ao índice é obtido pela equação:

$$E_j = P_j - I_j$$

Onde: I_j representa o retorno do Índice no cenário j .

O resultado do erro de acompanhamento pode ser analisado da seguinte forma:

- Se for positivo ($E_j > 0$) – a carteira obteve um retorno superior ao índice, no cenário sob análise;
- Se for negativo ($E_j < 0$) – a carteira obteve um retorno inferior ao índice, no cenário sob análise;
- Se for nulo ($E_j = 0$) – a carteira obteve o mesmo retorno do índice, no cenário sob análise.

A carteira ótima para um administrador ativo pode ser obtida resolvendo o problema de maximização do retorno da carteira, ou seja, maximizar $\sum_{j=1}^n P_j$. Por outro lado, um administrador passivo está interessado em minimizar a volatilidade dos erros de acompanhamento da sua carteira com o índice, ou seja, minimizar $\sum_{j=1}^n E_j^2$.

Podemos utilizar a seguinte medida de risco apropriada para a gestão híbrida de carteiras:

$$R_H^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n (I_j - P_j)^2}{\sum_{j=1}^n (I_j - R_C)^2}$$

ou

$$R_H^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n E_j^2}{\sum_{j=1}^n (I_j - R_C)^2}$$

O R_H^2 é similar ao R^2 dos modelos de regressão linear múltipla, onde observa-se: $0 \leq R_H^2 \leq 1$.

Podemos observar que um retorno da carteira que tende ao retorno do *benchmark*, o R_H^2 tende a 1, ou seja, mais eficiente é a sua indexação. Uma alternativa para indexarmos a carteira seria minimizar $\sum_{j=1}^n E_j^2$, que representa o descasamento da carteira em relação ao índice de mercado.

4.2 CARTEIRA EFICIENTE HÍBRIDA

A partir da modelagem do risco apropriado para uma carteira híbrida, mostraremos a metodologia utilizada para a construção da carteira eficiente híbrida.

Na construção da fronteira eficiente da carteira híbrida, encontraremos as carteiras que representam os pontos extremos, uma indexada ao *benchmark* e a outra que maximiza o retorno. A fronteira eficiente localiza-se nas combinações das carteiras situadas entre os extremos acima.

Para encontrarmos tanto a carteira indexada, quanto a de retorno máximo, resolveremos um problema de otimização, onde:

Em um extremo maximizaremos o R_H^2 , conforme abaixo:

- Maximize R_H^2

$$\text{Sujeito a: } X_C + \sum_{i=1}^m X_i = 1 \quad (1)$$

$$X_C, X_1, X_2, \dots, X_m \geq 0 \quad (2)$$

No outro extremo, podemos encontrar a carteira com máximo retorno maximizando o somatório dos retornos das carteiras, no período analisado, conforme abaixo:

- Maximize $\sum_{j=1}^n P_j$

$$\text{Sujeito a: } X_C + \sum_{i=1}^m X_i = 1$$

$$X_C, X_1, X_2, \dots, X_m \geq 0$$

Encontradas as carteiras que maximizam o retorno e o R_H^2 , o próximo objetivo é construir a fronteira eficiente, ou seja, a combinação de ativos que nos darão o máximo retorno, para um R_H^2 fixo ou um máximo R_H^2 para um determinado retorno.

Portanto, o modelo para a carteira eficiente é dado por:

- Maximizar $\sum_{j=1}^n P_j$

Sujeito a: $X_C + \sum_{i=1}^m X_i = 1$

$$X_C, X_1, X_2, \dots, X_m \geq 0$$

$$1 - \frac{\sum_{j=1}^n (I_j - P_j)^2}{\sum_{j=1}^n (I_j - R_C)^2} = \rho \quad (3)$$

Desta forma, utilizando o modelo exposto encontraremos a carteira localizada na fronteira eficiente, que é obtida fixando-se o risco de mercado desejado, definido por ρ .

Um exemplo de R_H^2 negativo pode ser obtido quando o erro de acompanhamento da carteira for maior que o do título equivalente a dinheiro, conforme abaixo:

$$\sum_{j=1}^n (I_j - P_j)^2 > \sum_{j=1}^n (I_j - R_C)^2$$

Em algumas situações, pode-se encontrar um resultado negativo para o R_H^2 , conforme os exemplos abaixo:

- A não inclusão de um título de renda fixa (constante), equivalente a dinheiro, no modelo;
- A inclusão de um ativo com um retorno que possibilite um erro de acompanhamento da carteira superior ao do título de renda fixa.

Deste modo, introduziremos uma restrição no modelo, como veremos adiante, para obtermos um R_H^2 mínimo positivo e, desta forma, construiremos a fronteira eficiente.

Como este modelo é não linear, além da dificuldade acima, R_H^2 negativo, quando construímos as carteiras existem máximos locais ao longo da fronteira, o que levaria o otimizador a apresentar outras carteiras, diferentes daquela que desejamos obter. Portanto, introduzimos duas novas restrições no modelo, conforme as situações abaixo:

- R_H^2 não negativo:

$$\sum_{j=1}^n (I_j - P_j)^2 \leq \sum_{j=1}^n (I_j - R_C)^2 \quad (4)$$

- Máximos locais:

$$\theta_1 \leq P_j \leq \theta_2 \quad (5)$$

Onde: θ_1 e θ_2 representa o mínimo e o máximo retorno desejável, respectivamente.

5 EXEMPLO NUMÉRICO

Neste capítulo, apresentaremos os dados, metodologia utilizada e os seguintes exemplos numéricos: 1) Modelo livre; 2) Modelo com restrições na *T-Bill* e 3) Modelo com restrições nas Ações.

5.1 DADOS

O escopo deste trabalho é o mercado acionário norte-americano, por considerarmos possuir as ações das maiores empresas mundiais em seus setores, por também ser um mercado líquido, menos volátil que os mercados emergentes, e possuir uma grande quantidade de dados, sem interrupções. Segundo Reyna et all (1999a), dados incompletos são considerados como uma das principais dificuldades de gestores interessados em diversificação internacional.

Como índice representativo deste mercado, utilizaremos o DJIA, por possuir em sua composição 30 ações de empresas líderes em seus setores, o que facilitaria uma administração passiva de replicação do índice. Para compor a carteira, selecionamos as 10 (dez) ações com o maior peso na composição da carteira do DJIA, que representam 49,11% da mesma, em 29/05/2006. As ações selecionadas estão listadas na Tabela 2, com os seus respectivos códigos e pesos no DJIA.

EMPRESAS	CÓDIGO DO ATIVO <i>TICKER</i>	PESO %
Altria Group Inc.	MO	5,74
Boeing Co.	BA	5,62
International Business Machines Corp.	IBM	5,48
3M Co.	MMM	5,03
Caterpillar Inc.	CAT	5,02
Exxon Mobil Corp.	XOM	4,91
Johnson & Johnson	JNJ	4,51
United Technologies Corp.	UTX	4,44
American International Group Inc.	AIG	4,34
Procter & Gamble Co.	PG	4,02

Tabela 2 – Lista das 10 Ações com o maior peso, selecionadas do DJIA

O instrumento equivalente a dinheiro utilizado é a *Treasury Bill*. As *T-Bills* são títulos de curto-prazo, com maturidade de até 1 ano, emitidos pelo Tesouro norte-americano. O FED⁸ o utiliza como instrumento para regular a oferta de moeda da economia. São considerados pelo mercado como títulos *risk-free*. Para este trabalho, foi utilizada a *T-BILL*⁹ de 5,41594% a.a, de 29/05/2006.

Os dados foram obtidos do Economática, com as séries ajustadas por proventos¹⁰ (bonificações, dividendos e etc.), um *software* e banco de dados, disponível nos laboratórios das Faculdades IBMEC. Para resolver os problemas de otimização deste trabalho, utilizamos o *software* LINGO, da empresa LINDO SYSTEMS, disponível nos laboratórios do IBMEC.

Este trabalho utiliza dados históricos e constrói cenários que simulam que o comportamento futuro das ações repetirá o passado. Em Koskosidis e Duarte (1997), além de trabalhar com dados históricos, incorpora também a visão dos investidores ao modelo.

⁸ Federal Reserve – Banco Central dos Estados Unidos.

⁹ Fonte: Broadcast.

¹⁰ Veja Beninga (2000) o tratamento para as séries não ajustadas para proventos.

Outro fator importante é considerar que eventos anormais podem ocorrer, conforme apresentado em Dembo (2000), o que precisaria de um modelo mais robusto para incorporar esta hipótese. No entanto, visando simplificar este trabalho, não trabalharemos com esta hipótese.

O período analisado foi de 3 anos (janeiro de 2003 à dezembro de 2005) e trabalhamos com retornos diários. A Tabela 3 mostra as ações que compõem a carteira, com as suas médias e desvios-padrão, em ordem decrescente dos seus retornos médios.

	AÇÕES SELECIONADAS									
	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM
Média	0,125%	0,104%	0,102%	0,081%	0,070%	0,044%	0,034%	0,018%	0,018%	0,006%
Desvio-padrão	1,610%	1,494%	1,545%	1,226%	1,200%	0,893%	1,152%	1,062%	1,588%	1,192%

Tabela 3 - Ações selecionadas retornos diários jan/2003 à dez/2005

Construiremos a fronteira eficiente com 15 pontos que representam as carteiras para níveis diferentes de R_H^2 . Iniciaremos com os passos 1 e 2, representando a carteira de máximo retorno e a carteira indexada, respectivamente. Apresentamos um algoritmo para gerar a fronteira eficiente híbrida no Apêndice A.

5.2 RESULTADOS

A seguir, apresentamos os resultados obtidos para os pontos de máximo retorno e máximo R_H^2 , para em seguida apresentar a fronteira eficiente, primeiro para o modelo livre e em seguida o modelo com restrições na *T-Bill* e nas ações.

5.2.1 Máximo Retorno - Livre

O resultado da carteira de máximo retorno é 88,25%. Como podemos observar, os recursos foram alocados nas seguintes ações: Caterpillar 61,97%, Boeing 21,87% e Altria Group

16,16%. Esta combinação reúne as 03 (três) ações da carteira com maior retorno e permite que o R_H^2 seja positivo¹¹, veja a composição da carteira na Figura 3. Esta carteira está associada ao menor nível de indexação, ou seja, neste exemplo R_H^2 igual a zero. Neste mesmo nível de indexação, obtemos também uma carteira com 100% de alocação na *T-Bill*, porém, em termos de retorno, esta carteira seria inferior comparando-se com a composta por ações.

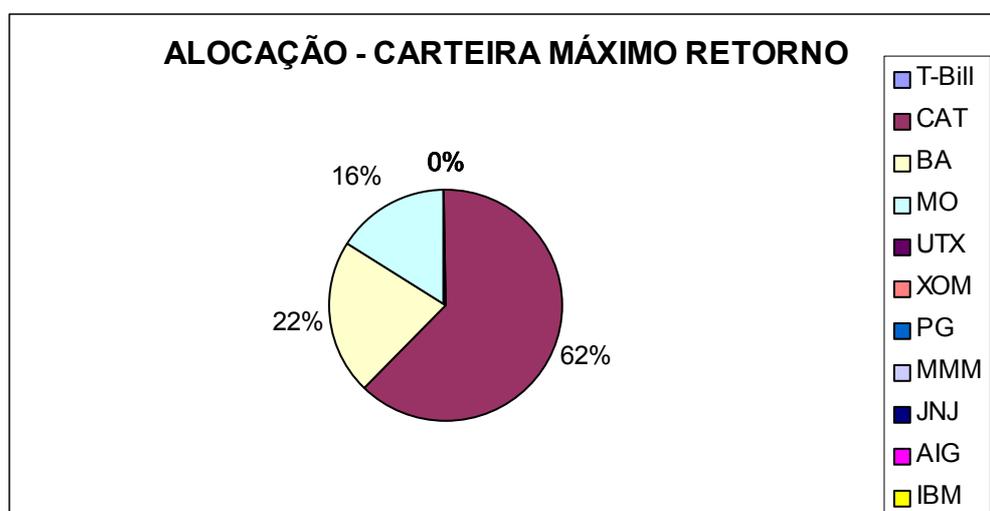


Figura 3- Composição da Carteira Máximo Retorno

5.2.2 Carteira Indexada - Livre

O R_H^2 encontrado foi de 0,917, conforme composição exibida na Figura 4. Esta combinação representa a carteira indexada ao *benchmark* selecionado (DJIA), objetivo do gestor que utilizar a administração passiva. Podemos analisar como uma boa indexação, pois, quanto mais próximo a 1, mais o DJIA explicará o movimento da carteira. Podemos observar também que esta carteira é composta por todos os ativos disponíveis, aproveitando o benefício da diversificação.

¹¹ Resultado obtido devido a inclusão das restrições 4 e 5, apresentadas no capítulo 4.

5.2.3 Carteira Eficiente - Livre

Podemos observar que ao construir a fronteira eficiente, veja Figura 5, a partir do momento em que reduzimos o R_H^2 , ocorre um aumento no retorno da carteira e uma concentração do capital investido nas ações com maior retorno, como pode-se verificar na Figura 6 e na Tabela 4.

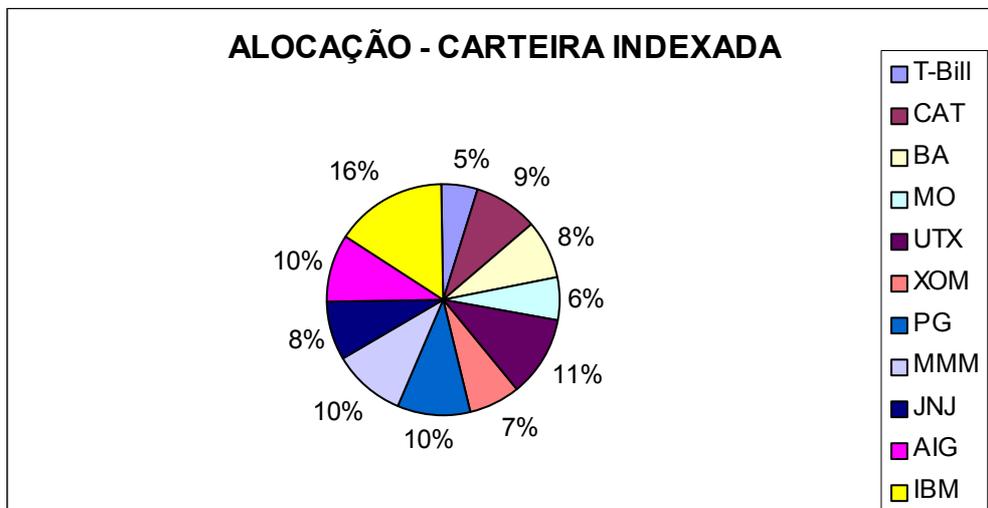


Figura 4- Composição da Carteira Indexada

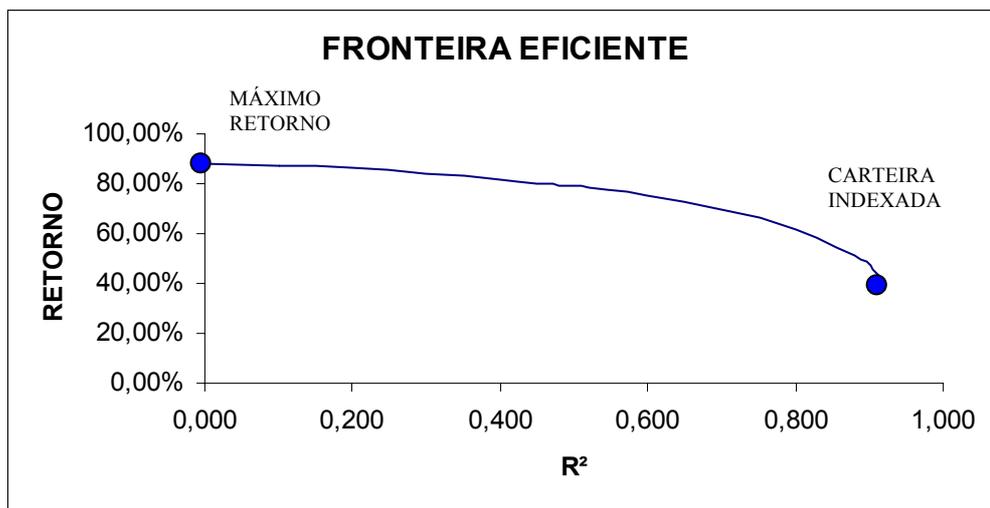


Figura 5- Fronteira Eficiente Carteira Híbrida

A escolha da carteira ótima híbrida dependerá da percepção do gestor. Se o mesmo perceber que conseguirá obter um retorno superior à média do mercado, ele optará por uma gestão

ativa, cuja carteira estará localizada para qualquer nível de R_H^2 diferente da carteira indexada. Caso contrário, se o gestor não está seguro em obter um retorno satisfatório para a sua carteira, ele optaria por uma gestão passiva, em que a carteira estaria indexada ao índice e localizada próxima no ponto de máximo R_H^2 .

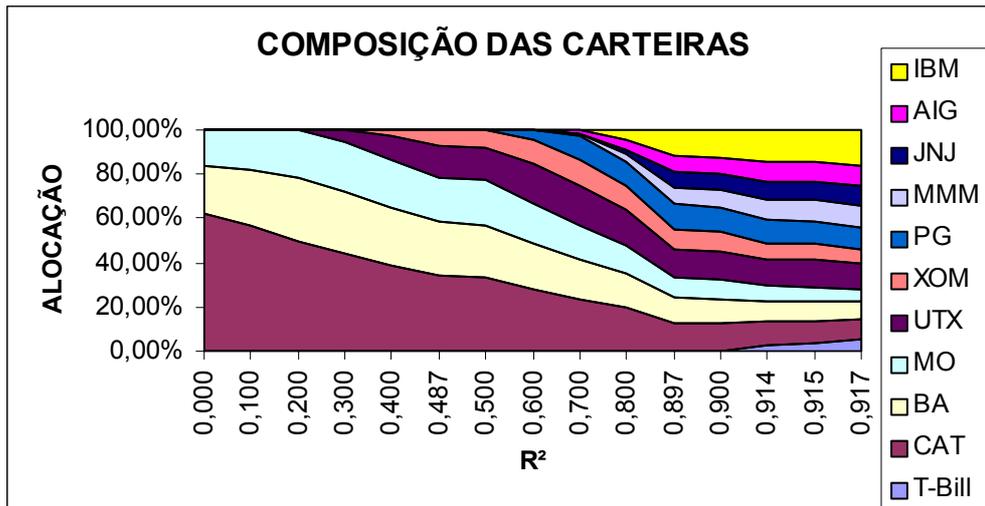


Figura 6- Alocação das Ações de acordo com R_H^2

CARTEIRAS	R ²	RETORNO	COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS												
			T-Bill	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM		
CARTEIRA 1	0,000	88,25%	0,00%	61,97%	21,87%	16,16%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 2	0,100	87,36%	0,00%	56,67%	24,86%	18,46%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 3	0,200	86,15%	0,00%	49,39%	28,97%	21,64%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 4	0,300	84,28%	0,00%	43,90%	28,31%	22,06%	5,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 5	0,400	81,97%	0,00%	39,11%	26,18%	21,26%	10,59%	2,87%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 6	0,487	79,51%	0,00%	34,41%	23,93%	20,20%	14,24%	7,22%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 7	0,500	79,08%	0,00%	33,60%	23,54%	20,01%	14,86%	7,98%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 8	0,600	75,04%	0,00%	28,31%	20,67%	18,02%	17,55%	11,16%	4,29%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 9	0,700	69,40%	0,00%	23,67%	17,84%	15,50%	17,57%	11,70%	10,63%	0,90%	0,00%	2,20%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 10	0,800	61,65%	0,00%	19,61%	15,22%	13,00%	15,95%	10,58%	11,12%	3,61%	2,33%	4,23%	4,35%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 11	0,897	48,84%	0,00%	13,05%	10,93%	8,95%	13,28%	8,61%	11,52%	7,79%	6,72%	7,35%	11,80%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 12	0,900	48,10%	0,00%	12,67%	10,69%	8,72%	13,13%	8,49%	11,54%	8,03%	6,97%	7,53%	12,23%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 13	0,914	42,91%	3,06%	10,43%	9,10%	7,00%	11,98%	7,49%	10,62%	9,19%	7,88%	8,78%	14,46%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 14	0,915	42,17%	3,51%	10,11%	8,88%	6,76%	11,82%	7,34%	10,48%	9,36%	8,01%	8,96%	14,77%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 15	0,917	39,54%	5,12%	8,98%	8,07%	5,89%	11,23%	6,83%	10,00%	9,94%	8,46%	9,60%	15,89%	0,00%	0,00%

Tabela 4 – Composição das Carteiras para Diversos Níveis de R_H^2

5.3 SIMULAÇÕES COM RESTRIÇÕES NA T-BILL

Com o objetivo de observar o comportamento das carteiras, promovemos duas simulações com a seguinte restrição na T-BILL:

$$T - BILL \geq \phi \quad (6)$$

Onde: ϕ representa o peso da *T-BILL* na carteira.

Os resultados das simulações apresentados em Figuras e Tabelas estão disponibilizados no Apêndice B.

5.3.1 $T-BILL \geq 10\%$

Para uma alocação mínima de 10% na *T-BILL*, o resultado da carteira com retorno máximo é de 82,17%, com mínimo R_H^2 de 0 (Carteira 1), veja Tabela 5. E no outro extremo, apresenta um R_H^2 máximo de 0,915, com retorno máximo de 39,50% (Carteira 13), veja a composição das carteiras nas Figuras 8 e 9.

A inclusão de uma restrição para a *T-BILL*, de um percentual mínimo de 10%, provoca uma redução do retorno de todas as carteiras, acentuando-se quando o R_H^2 tende a zero, conforme demonstrado no Figura 9, com a curva da fronteira eficiente com restrição localizada abaixo da curva livre de restrição, e uma concentração maior nas ações com o maior retorno, conforme demonstrado nas Figuras 9 e 10 e na Tabela 5.

5.3.2 $T-BILL \geq 20\%$

Para a *T-BILL* de 20%, a carteira apresenta um retorno máximo de 75,71% e o R_H^2 mínimo de 0 (Carteira 1). E no outro extremo, apresenta um R_H^2 máximo de 0,897, com retorno máximo de 39,50% (Carteira 12), veja as Figuras 11 e 12.

Podemos observar que para compensar a queda do retorno com a inclusão de um percentual maior investido na *T-BILL*, houve um acréscimo na ação Caterpillar, ou seja, a ação com o maior retorno, demonstrado na Figura 13 e Tabela 6.

A Figura 14 mostra que a fronteira eficiente, das carteiras com $T-BILL \geq 20\%$, situa-se abaixo da fronteira com *T-BILL* livre, acentuando-se o distanciamento entre as duas fronteiras, devido aos retornos da primeira serem inferiores aos da segunda, provocados pela inclusão de um percentual mínimo da *T-BILL*, que possui uma taxa de retorno inferior a das ações.

Na Figura 15, podemos observar, na comparação entre a fronteira eficiente com *T-BILL* livre e com restrições de *T-BILL* no mínimo 10% e 20%, que a fronteira eficiente das carteiras livres posicionam-se acima das fronteiras eficientes com restrições na *T-BILL*. Portanto, quanto maior a alocação na *T-Bill*, menores os retornos e maiores os distanciamentos do *benchmark*.

5.4 SIMULAÇÕES COM RESTRIÇÕES NAS AÇÕES

Com o mesmo objetivo das simulações com as *T-BILLS*, promovemos duas simulações, com restrições nas ações, conforme abaixo:

$$0 \leq X_i \leq \theta \quad (7)$$

Onde: θ representa o percentual investido na ação i .

5.4.1 Ações – Alocação Máxima de 25% ($\theta = 25\%$)

Neste exemplo, o resultado da carteira com retorno máximo é de 77,94%, com R_H^2 mínimo de 0,487 (Carteira 6), veja a sua composição na Figura 17. A carteira indexada apresenta um retorno de 39,54%, com um R_H^2 de 0,917 (Carteira 15), podemos observar sua composição na Figura 18. A Tabela 7 mostra a composição de todas as outras carteiras.

A inclusão desta restrição, no modelo, provoca uma realocação nas carteiras mais ativas, ou seja, as carteiras localizadas mais próximas ao R_H^2 mínimo, como podemos observar, na Figura 19 e Tabela 7. Na carteira máximo retorno, as alocações concentraram-se nas 4 ações com o maior retorno, veja Figura 17. Em relação à carteira indexada, conforme demonstrado na Figura 18 e Tabela 7, não houve alteração em sua composição, pois nenhum ativo ultrapassava o limite de 25%.

5.4.2 Ações – Alocação Máxima de 50% ($\theta = 50\%$)

Quando o percentual investido em cada ação i passa a ser no máximo 50%, o resultado da carteira com retorno máximo é de 86,41%, com R_H^2 mínimo de 0 (Carteira 1), conforme Tabela 20. A carteira indexada manteve o mesmo resultado do modelo livre, ou seja, apresenta um retorno de 39,54%, com um R_H^2 de 0,917 (Carteira 15), como podemos observar na Figura 21 e Tabela 8.

A inclusão desta restrição provoca uma alocação nas carteiras mais próxima à do modelo original. Observamos alterações apenas nas carteiras 1 e 2, pois as carteiras sem esta restrição possuíam um percentual maior que 50% nas ações da Caterpillar, conforme as Figuras 21 e

22. Para o restante das carteiras não houve alteração em suas composições, veja a Figura 21 e Tabela 8, que representam a carteira indexada.

Na Tabela 9 podemos observar uma comparação entre os retornos das carteiras livres e com restrições na *T-Bill* e nas ações.

5.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O estilo de gestão híbrida torna-se uma ferramenta útil na tomada de decisão, tanto na seleção, quanto na alocação em cada ativo na composição da carteira e na transição entre a gestão passiva e ativa, tornando-se um diferencial para os prestadores de serviços que utilizam o estilo de gestão ativa.

Como demonstrado em Snigaroff (2000), quanto maior a quantidade de prestadores de serviços do estilo de gestão ativa, menor será o retorno líquido¹² da carteira para os investidores e para os prestadores de serviços de gestão ativa, motivado pela existência de muitos administradores que não conseguem obter bons resultados para as suas carteiras. Portanto, cabe aos investidores encontrar administradores com mais experiência, treinamento e recursos, visando obter resultados melhores para os seus investimentos.

Obtivemos a fronteira eficiente híbrida, onde no ponto da carteira indexada houve uma diversificação maior, alocando o recurso disponível em todas as ações disponíveis na carteira. Conforme as carteiras moviam-se para o R_H^2 mínimo, maior seria a concentração nas ações com maiores retornos.

¹² Retorno após os custos operacionais e transacionais relacionados aos prestadores de serviços.

Quando incluímos a restrição na *T-BILL*, observamos uma redução do R_H^2 , da carteira indexada, e do resultado da carteira com máximo retorno (Carteira 1). Percebe-se, também, uma alocação maior nas ações com maiores retornos, para compensar o aumento do peso de um título com um retorno baixo, como a *T-BILL*.

Analisando a inclusão da restrição nas ações, observamos que quando a restrição é de 25%, ocorre uma redução do retorno máximo, com a mudança do ponto de R_H^2 mínimo, de 0 para 0,487. Para a restrição de 50%, as carteiras acompanham o modelo livre, com exceção das carteiras 1 e 2, quando atingem o teto da restrição, passam a ter retornos inferiores à primeira.

6 CONCLUSÃO

A grande concorrência de empresas prestadoras de serviços de administração de recursos está associada à dificuldade dos investidores em distinguir as melhores empresas que possam agregar valor aos seus investimentos, pois a inabilidade de gestores ativos pode provocar retornos inferiores ao *benchmark* ou até mesmo perdas.

Este trabalho abordou os estilos de gestão de recursos, ativa e passiva, expondo os pontos a favor e contra. Em seguida, foi apresentado o modelo de gestão híbrida, que permite uma transição suave de uma carteira indexada (Gestão Passiva) para outras carteiras que maximizam o retorno de acordo com diversos níveis de indexação (Gestão Ativa).

Após a apresentação, aplicamos o modelo de Gestão Híbrida ao mercado acionário norte-americano. Foi utilizado o índice DJIA como *benchmark* e a *T-BILL* como instrumento equivalente a dinheiro.

Observamos no modelo livre que a carteira indexada, que representa a gestão passiva, proporciona um retorno bem próximo ao retorno do *benchmark*. Consequentemente, mais diversificada estará a mesma. Por outro lado, caso o gestor acredite que possa superar o retorno da média do mercado, ele buscará uma gestão ativa, ao longo da fronteira eficiente, maximizando o retorno para um dado nível de R_H^2 .

Realizamos simulações com os ativos da carteira, primeiro com a *T-BILL* e posteriormente com as ações, observando alterações em suas composições, como era esperado. Observamos também uma mudança em suas fronteiras eficientes, para um nível inferior à carteira livre, ou seja, estas restrições provocariam mudanças nos retornos máximos das carteiras.

O modelo pode ser utilizado com outros ativos e aplicados a outros mercados, no entanto haveria a necessidade de um tratamento especial para a medida de risco e os dados, como dados incompletos, valores extremos e acrescentar a expectativas dos investidores nos modelos, conforme observados no trabalho. Ele permite, também, a inclusão de restrições nos ativos que o compõem, de acordo com as exigências dos investidores.

Finalizando, este trabalho atingiu ao seu objetivo proposto e apresenta como tema, para trabalhos futuros, um estudo sobre qual o critério de avaliação de desempenho ideal para um gestor de carteiras híbridas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Benninga, S. Financial Modeling. Massachusetts: MIT Press, 2000.
- Bodie, Zvi; Kane, Alex & Marcus, Alan J. New York: McGraw-Hill, 2002.
- Brealey, Richard A. & Myers, C. Stewart. New York: McGraw-Hill, 2003.
- Dembo, Ron S. “Mark-to-Future: A New Risk Measurement Approach”, *Derivatives Quarterly*, 6, 2000, p. 42-48.
- Duarte Jr., A. M. “Indexing stock portfolios in Brazil: tracking the Ibovespa and the FGV100”, *Emerging Markets Quarterly*, 1, 1997b, p.20-26.
- Duarte Jr., A. M. & Maia, Maria L. A. “Optimal Portfolios with Derivatives”. *Derivatives Quarterly*, 4, 1997, 53-62.
- Duarte Jr., A. M. “Index-linked fund management”. In BRUCE, B. R. (ed.) *Investment guides for plan sponsors: enhanced index strategies for the multi-manager portfolio*. Nova York: Institutional Investor, 1998.
- Duarte Jr., A. M. “A Framework for Enhanced Indexing in the Brazilian Stock Market”. *Investigacion Operativa*. 1999.
- Duarte Jr., A. M. *Gestão de Riscos para Fundos de Investimentos*. São Paulo: Prentice Hall, 2005.
- Elton, E.J.; Gruber, M.J.; Brown, S.J. & Goetzmann. *Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos*. São Paulo: Atlas, 2004.
- Fabozzi, Frank J. *Fixed Income Mathematics*. New York: McGraw-Hill, 1997.
- Jorion, Philippe. *Value at Risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro*. São Paulo: BMF, 2003.
- Koskosidis, Yiannis A.; Duarte, Antonio M. “A Scenario-Based Approach to Active Asset Allocation”. *Journal of Portfolio Management*, 23, 1997, p. 74-85.
- Markowitz, H. *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. New York: Wiley, 1959.

Reyna, Fernando R.Q.; Duarte Jr, Antonio M. and Migon, Helio S. “International Diversification with Incomplete Data”, *Journal of Financial Engineering*, 8, 1999a, p. 9-30.

Reyna, Fernando R.Q.; Mendes, Beatriz V. M. y Duarte Jr, Antonio M. “Estructuración Óptima de Carteras de Inversiones con una Aplicación Los Mercados Emergentes latinoamericanos de acciones”. *Estadística*, 52, 1999b, p. 167-186.

Snigaroff, R. G. “The Economics of Active Management”. *The Journal of Portfolio Management*. 2000, p. 16-24.

Thomas III, L. R. “Active Management”. *The Journal of Portfolio Management*. 2000, p. 25-32.

Zentgraf, R. A MODERNA GESTÃO DE INVESTIMENTOS: Avaliação da Performance dos Fundos de Ações Brasileiros no Período de julho de 1990 a junho de 1995, 1996.

www.broadcast.com.br

www.djindexes.com

www.nyse.com

www.standardandpoor.com

APÊNDICE A

Passo 0: Obtenha os dados dos ativos e do índice selecionado.

Passo 1: Gere a carteira de máximo retorno, otimizando o modelo apresentado no Capítulo 4, mediante o uso de um pacote de otimização.

Passo 2: gere a carteira de mínimo R_H^2 , otimizando o modelo apresentado no Capítulo 4, mediante o uso de um pacote de otimização.

Passo 3: Para cada $q \in \{1, \dots, p-2\}$, otimizando o modelo apresentado no Capítulo 4, mediante o uso de um pacote de otimização e $\rho = \rho^{\min} + q \frac{(\rho^{\max} - \rho^{\min})}{(p-1)}$.

APÊNDICE B

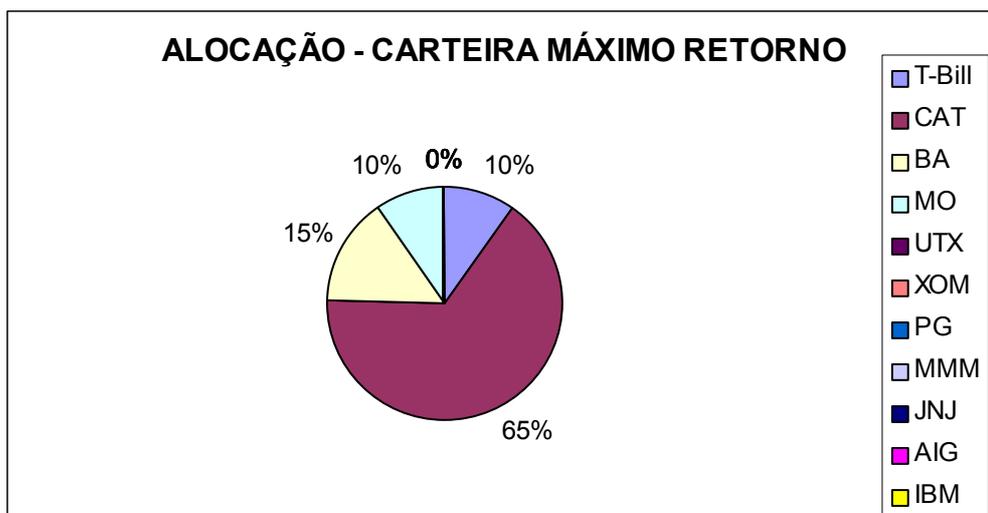


Figura 7- Composição Carteira 1 *T-BILL* \geq 10%

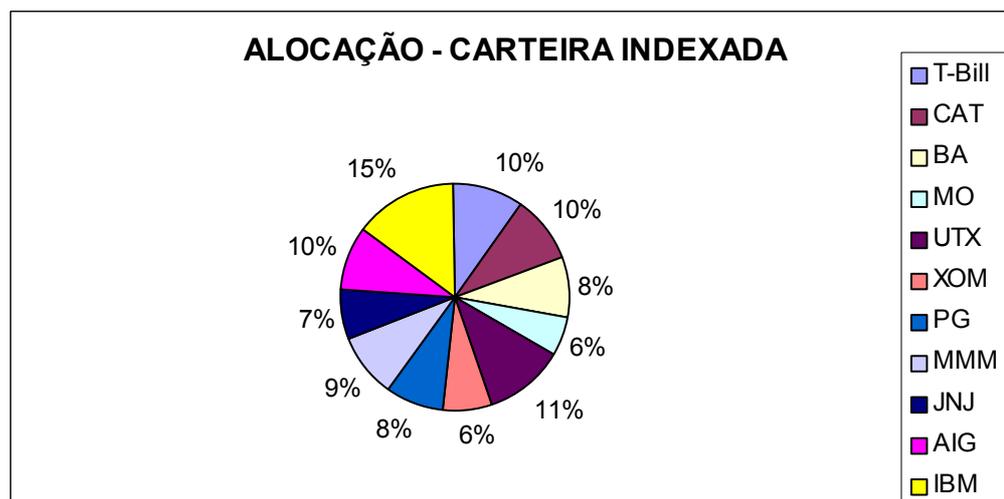


Figura 8- Composição Carteira 13 *T-BILL* \geq 10%

CARTEIRAS		COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS											
REST P/ T-BILL	R ²	RETORNO	T-Bill	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM
CARTEIRA 1	0,000	82,17%	10,00%	65,36%	14,85%	9,79%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 2	0,100	81,48%	10,00%	61,26%	17,17%	11,57%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 3	0,200	80,67%	10,00%	56,44%	19,89%	13,67%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 4	0,300	79,65%	10,00%	50,29%	23,36%	16,35%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 5	0,400	77,99%	10,00%	42,42%	26,44%	19,07%	2,07%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 6	0,487	75,93%	10,00%	37,48%	24,50%	18,68%	8,82%	0,52%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 7	0,500	75,57%	10,00%	36,80%	24,17%	18,53%	9,35%	1,15%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 8	0,600	72,31%	10,00%	30,60%	21,20%	17,12%	14,18%	6,91%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 9	0,700	67,18%	10,00%	24,64%	17,90%	14,80%	16,62%	10,02%	4,69%	0,00%	0,00%	1,33%	0,00%
CARTEIRA 10	0,800	59,59%	10,00%	19,90%	15,03%	12,12%	15,29%	9,59%	7,65%	2,55%	0,21%	4,70%	2,96%
CARTEIRA 11	0,897	46,80%	10,00%	13,36%	10,75%	8,07%	12,63%	7,62%	8,05%	6,72%	4,59%	7,82%	10,40%
CARTEIRA 12	0,900	46,07%	10,00%	12,98%	10,51%	7,84%	12,48%	7,51%	8,07%	6,96%	4,84%	7,99%	10,82%
CARTEIRA 13	0,914	39,50%	10,00%	9,62%	8,30%	5,76%	11,11%	6,49%	8,28%	9,10%	7,09%	9,59%	14,65%
CARTEIRA 14	0,915												
CARTEIRA 15	0,917												

Tabela 5 – Composição das Carteiras $T-BILL \geq 10\%$

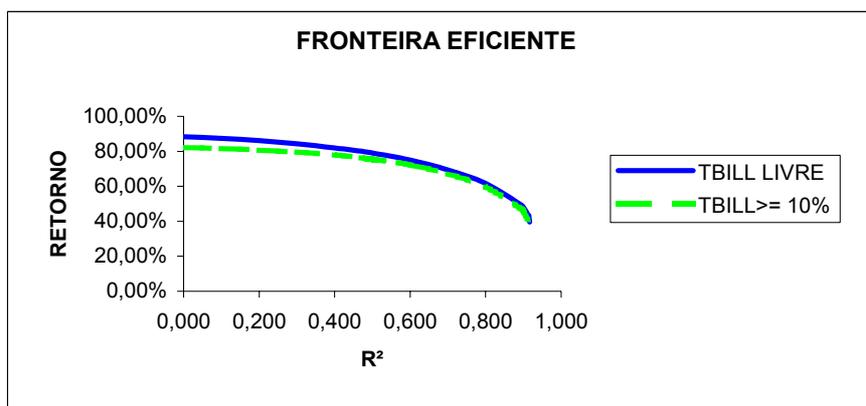


Figura 9- Fronteira Eficiente $T-BILL$ livre e $T-BILL \geq 10\%$

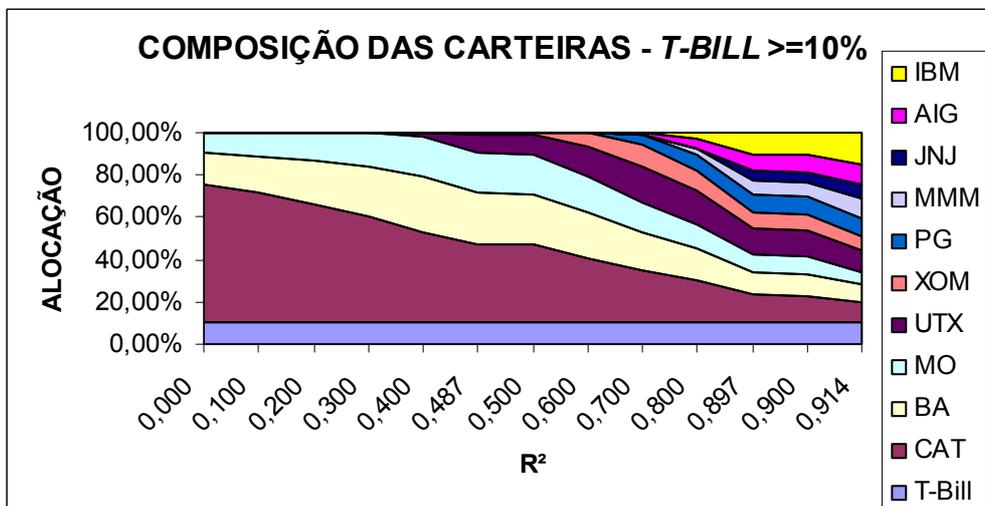


Figura 10- Alocação das Ações de Acordo com R_H^2 $T-BILL \geq 10\%$

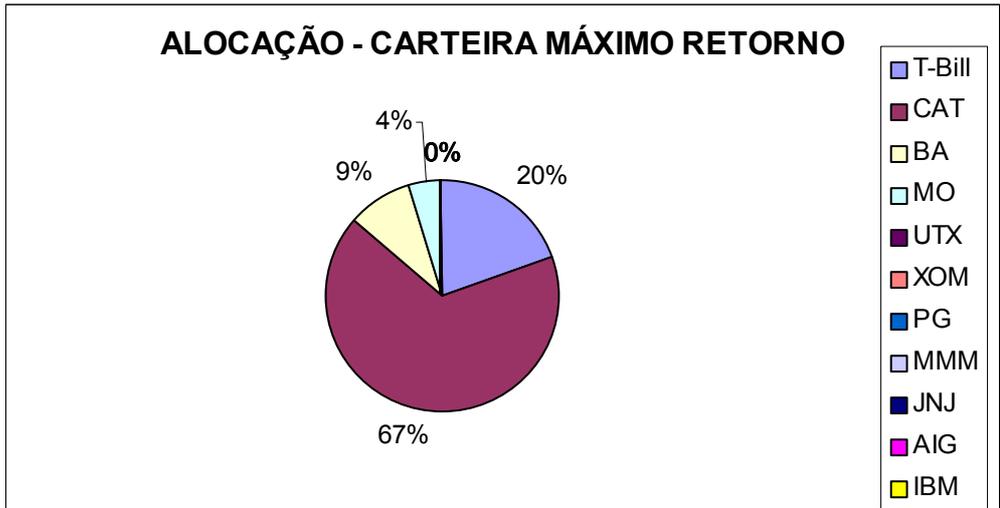


Figura 11- Composição Carteira 1 $T-BILL \geq 20\%$

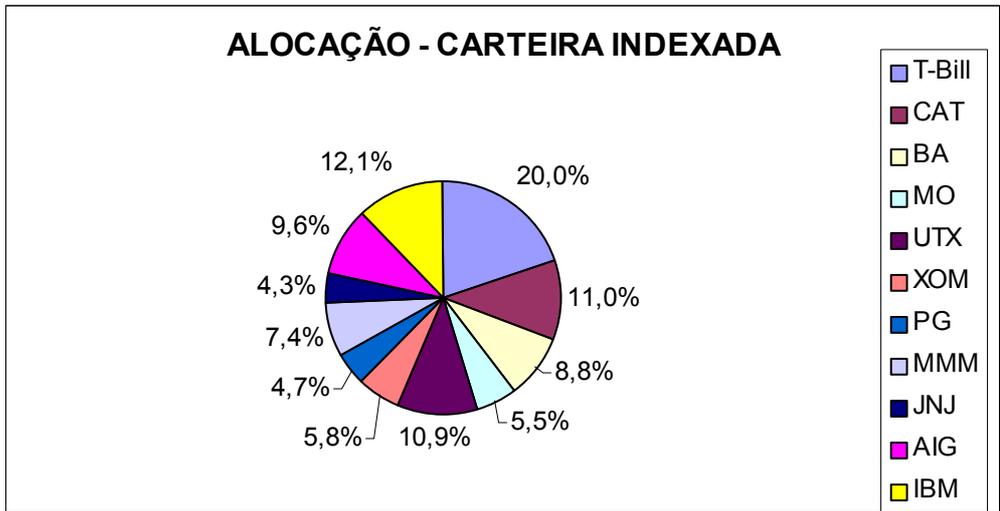


Figura 12- Composição Carteira 12 $T-BILL \geq 20\%$

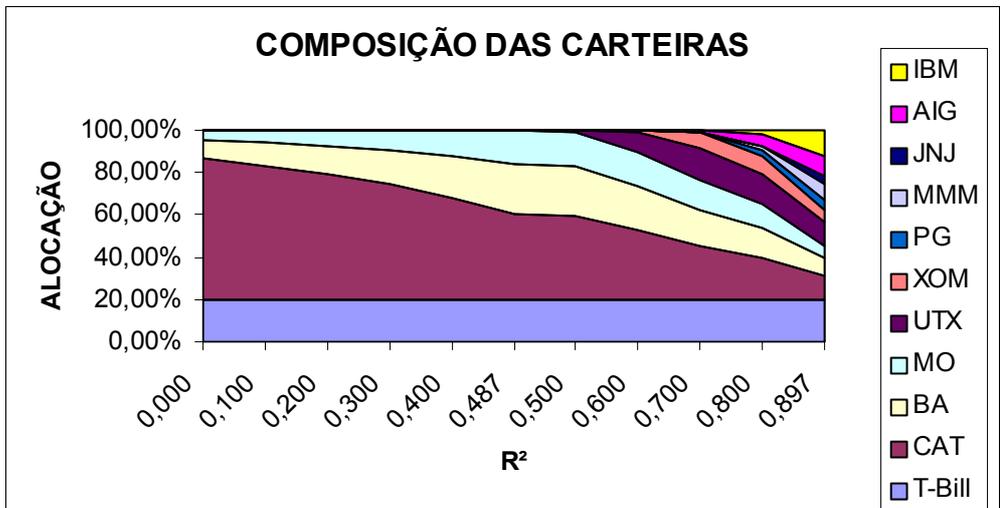


Figura 13- Alocação das Ações de acordo com R_H^2 $T-BILL \geq 20\%$

CARTEIRAS		COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS											
REST P/ T-BILL	R ²	RETORNO	T-Bill	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM
CARTEIRA 1	0,000	75,71%	20,00%	66,50%	9,10%	4,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 2	0,100	75,11%	20,00%	62,90%	11,13%	5,96%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 3	0,200	74,43%	20,00%	58,85%	13,42%	7,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 4	0,300	73,63%	20,00%	54,09%	16,11%	9,80%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 5	0,400	72,63%	20,00%	48,08%	19,50%	12,42%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 6	0,487	71,30%	20,00%	40,13%	23,99%	15,89%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 7	0,500	71,01%	20,00%	39,23%	23,92%	15,98%	0,88%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 8	0,600	68,22%	20,00%	32,70%	21,30%	15,38%	9,51%	1,10%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 9	0,700	63,76%	20,00%	24,90%	17,53%	13,56%	15,20%	8,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,79%	0,00%
CARTEIRA 10	0,800	56,03%	20,00%	19,59%	14,34%	10,81%	14,37%	8,18%	3,59%	1,71%	0,00%	5,35%	2,06%
CARTEIRA 11	0,897	39,50%	20,00%	10,97%	8,80%	5,52%	10,88%	5,82%	4,75%	7,37%	4,26%	9,57%	12,06%
CARTEIRA 12	0,900												
CARTEIRA 13	0,914												
CARTEIRA 14	0,915												
CARTEIRA 15	0,917												

Tabela 6 – Composição das Carteiras *T-BILL* ≥ 20%

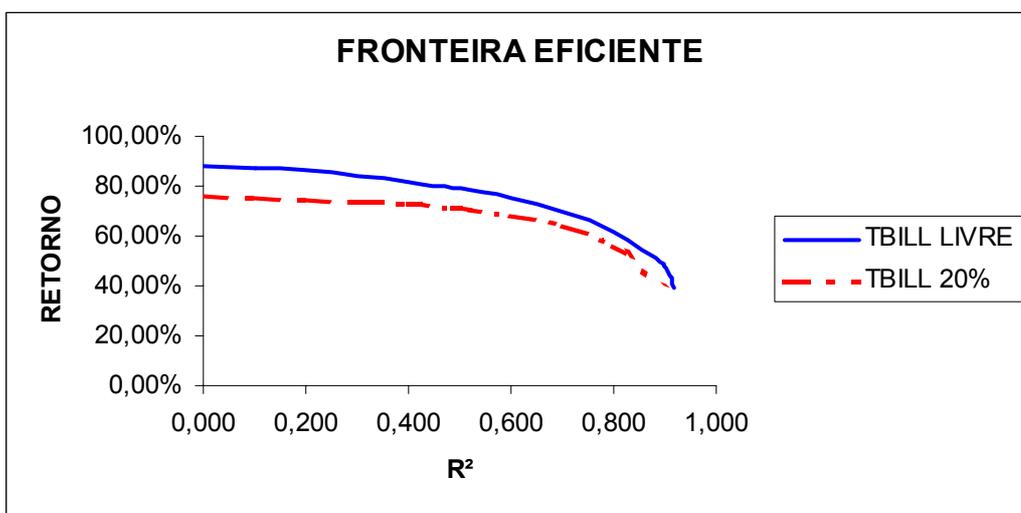


Figura 14- Composição Carteira 1 *T-BILL* ≥ 20%

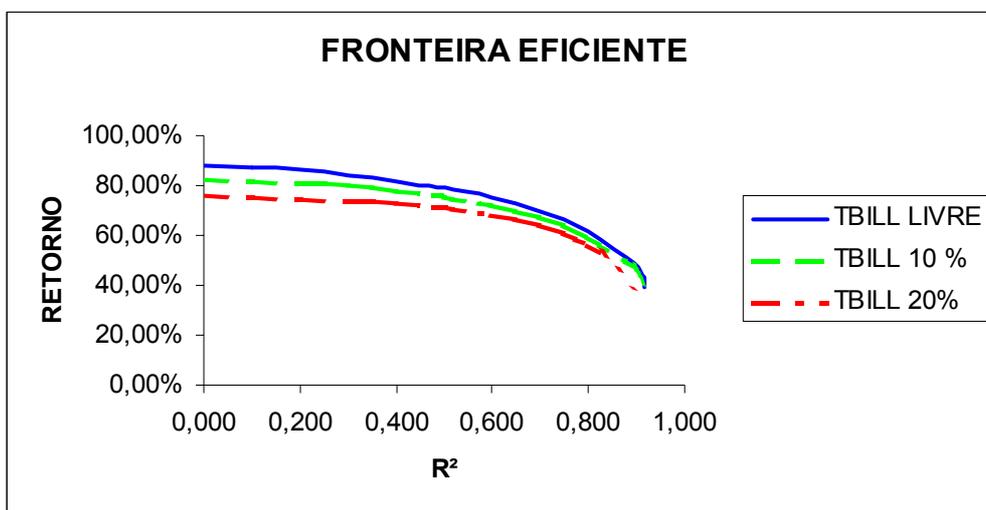


Figura 15- Fronteira Eficiente *T-BILL* livre, *T-BILL* ≥ 10% e *T-BILL* ≥ 20%

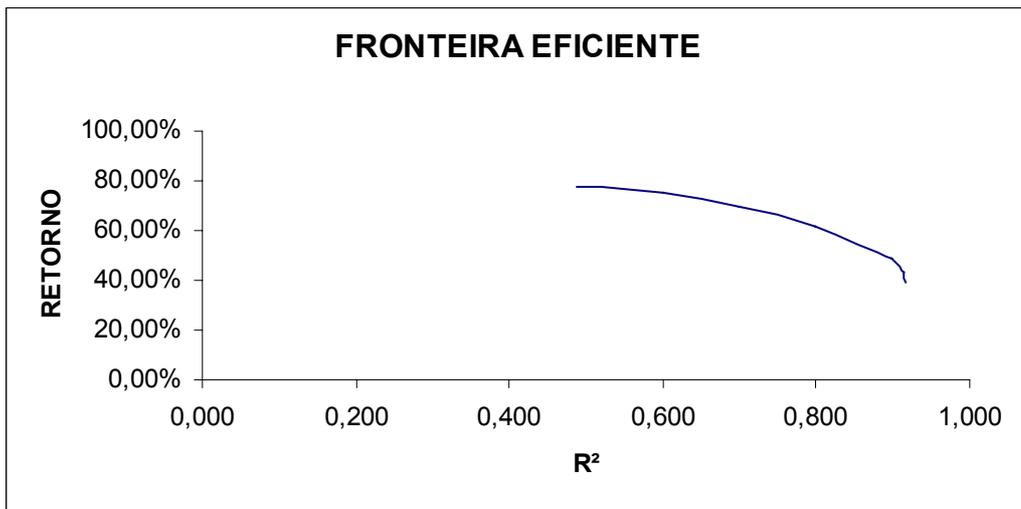


Figura 16- Fronteira Eficiente $0 \leq A\check{C}\tilde{O}ES \leq 25\%$

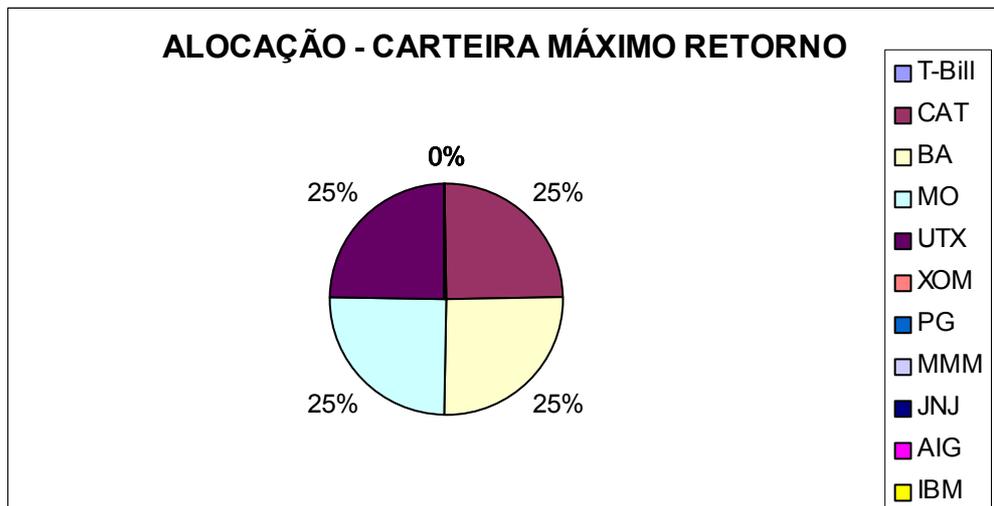


Figura 17- Composição Carteira 6 $0 \leq A\check{C}\tilde{O}ES \leq 25\%$

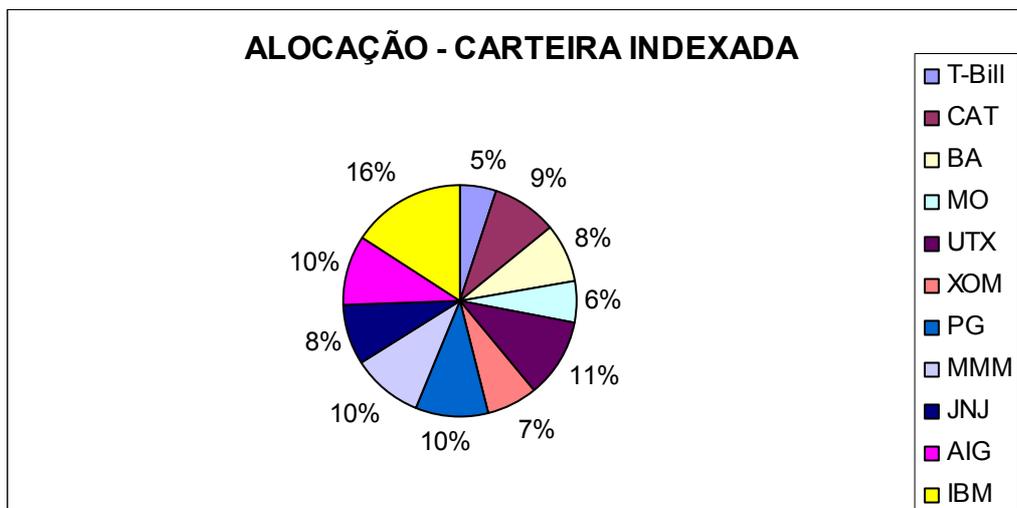


Figura 18- Composição Carteira 15 $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$

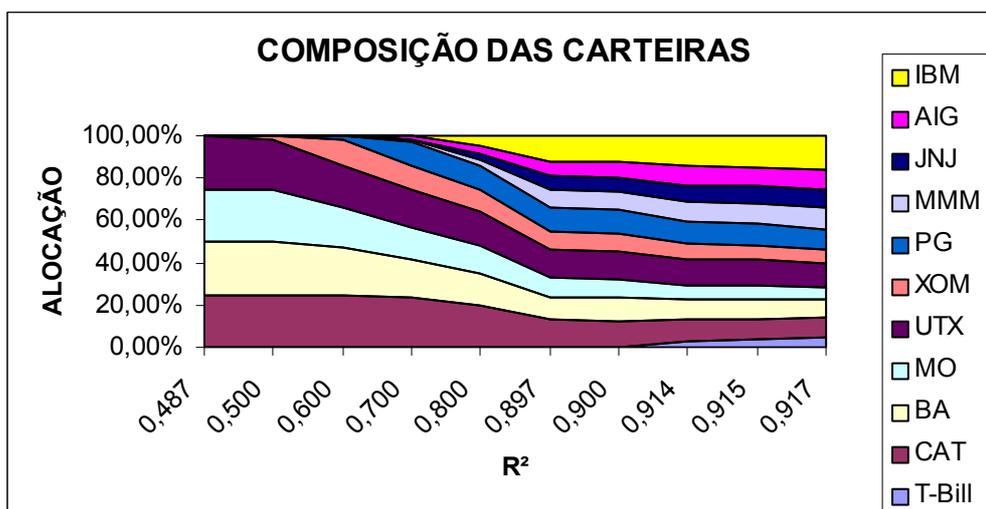


Figura 19- Alocação das Ações de acordo com R_H^2 $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$

CARTEIRAS REST P/ AÇÕES	R ²	RETORNO	COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS											
			T-Bill	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM	
CARTEIRA 1	0,000													
CARTEIRA 2	0,100													
CARTEIRA 3	0,200													
CARTEIRA 4	0,300													
CARTEIRA 5	0,400													
CARTEIRA 6	0,487	77,94%	0,00%	25,00%	25,00%	25,00%	24,98%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 7	0,500	77,77%	0,00%	25,00%	25,00%	25,00%	22,98%	2,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 8	0,600	74,85%	0,00%	25,00%	21,89%	19,21%	19,52%	12,15%	2,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 9	0,700	69,40%	0,00%	23,67%	17,84%	15,50%	17,57%	11,70%	10,63%	0,90%	0,00%	2,20%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 10	0,800	61,65%	0,00%	19,61%	15,22%	13,00%	15,95%	10,58%	11,12%	3,61%	2,33%	4,23%	4,35%	0,00%
CARTEIRA 11	0,897	48,84%	0,00%	13,05%	10,93%	8,95%	13,28%	8,61%	11,52%	7,79%	6,72%	7,35%	11,80%	0,00%
CARTEIRA 12	0,900	48,10%	0,00%	12,67%	10,69%	8,72%	13,13%	8,49%	11,54%	8,03%	6,97%	7,53%	12,23%	0,00%
CARTEIRA 13	0,914	42,91%	3,06%	10,43%	9,10%	7,00%	11,98%	7,49%	10,62%	9,19%	7,88%	8,78%	14,46%	0,00%
CARTEIRA 14	0,915	42,17%	3,51%	10,11%	8,88%	6,76%	11,82%	7,34%	10,48%	9,36%	8,01%	8,96%	14,77%	0,00%
CARTEIRA 15	0,917	39,54%	5,12%	8,98%	8,07%	5,89%	11,23%	6,83%	10,00%	9,94%	8,46%	9,60%	15,89%	0,00%

Tabela 7 – Composição das Carteiras $0 \leq AÇÕES \leq 25\%$

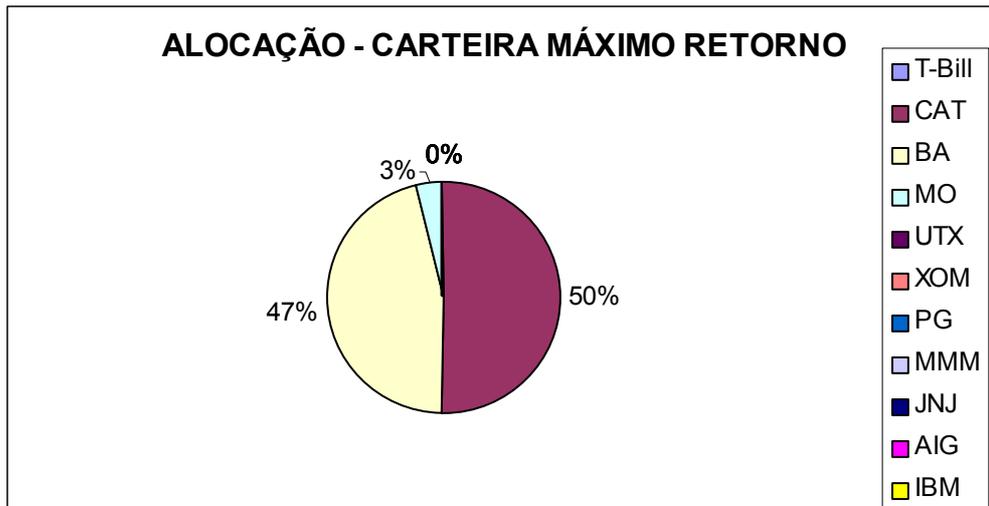


Figura 20- Composição da Carteira 1 $0 \leq A\check{C}\tilde{O}ES \leq 50\%$

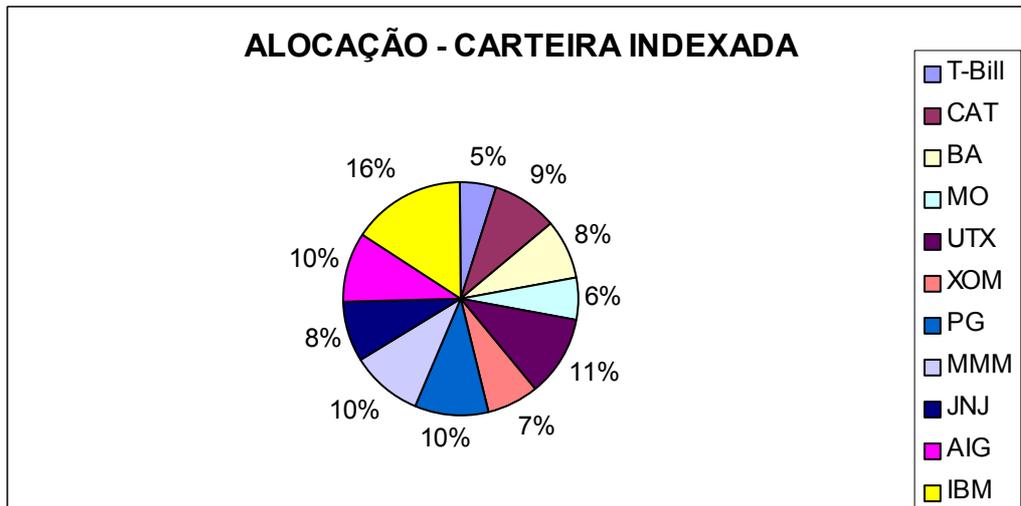


Figura 21- Composição da Carteira 15 $0 \leq A\check{C}\tilde{O}ES \leq 50\%$

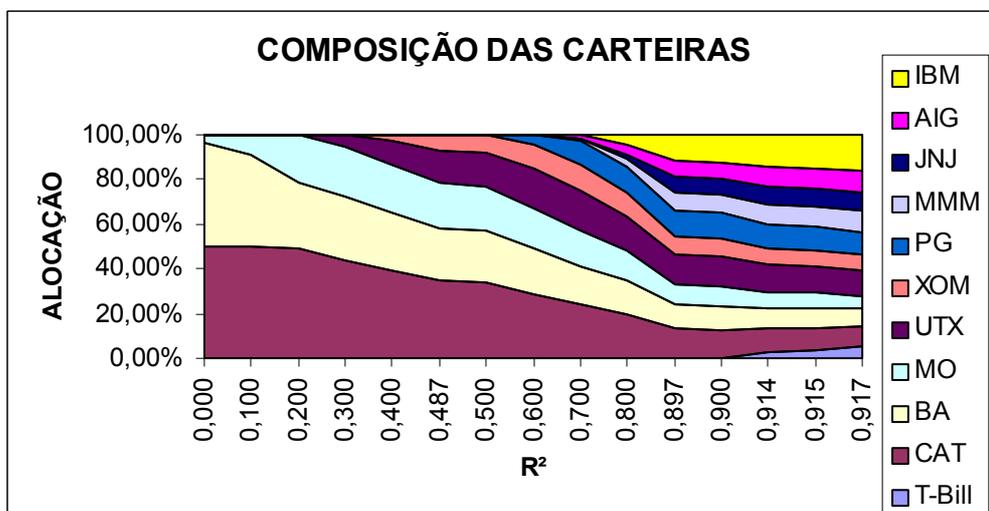


Figura 22- Alocação de Ações de Acordo com R_H^2 $0 \leq A\check{C}\tilde{O}ES \leq 50\%$

CARTEIRAS		COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS											
REST P/ AÇÕES	R ²	RETORNO	T-Bill	CAT	BA	MO	UTX	XOM	PG	MMM	JNJ	AIG	IBM
CARTEIRA 1	0,000	86,41%	0,00%	50,00%	46,52%	3,48%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 2	0,100	86,36%	0,00%	50,00%	40,91%	9,09%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 3	0,200	86,15%	0,00%	49,39%	28,97%	21,64%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 4	0,300	84,28%	0,00%	43,90%	28,31%	22,06%	5,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 5	0,400	81,97%	0,00%	39,11%	26,18%	21,26%	10,59%	2,87%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 6	0,487	79,51%	0,00%	34,41%	23,93%	20,20%	14,24%	7,22%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 7	0,500	79,08%	0,00%	33,60%	23,54%	20,01%	14,86%	7,98%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 8	0,600	75,04%	0,00%	28,31%	20,66%	18,02%	17,55%	11,16%	4,29%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CARTEIRA 9	0,700	69,40%	0,00%	23,67%	17,84%	15,50%	17,57%	11,70%	10,63%	0,90%	0,00%	2,20%	0,00%
CARTEIRA 10	0,800	61,65%	0,00%	19,61%	15,22%	13,00%	15,95%	10,58%	11,12%	3,61%	2,33%	4,23%	4,35%
CARTEIRA 11	0,897	48,84%	0,00%	13,05%	10,93%	8,95%	13,28%	8,61%	11,52%	7,79%	6,72%	7,35%	11,80%
CARTEIRA 12	0,900	48,10%	0,00%	12,67%	10,69%	8,72%	13,13%	8,49%	11,54%	8,03%	6,97%	7,53%	12,23%
CARTEIRA 13	0,914	42,91%	3,06%	10,43%	9,10%	7,00%	11,98%	7,49%	10,62%	9,19%	7,88%	8,78%	14,46%
CARTEIRA 14	0,915	42,17%	3,51%	10,11%	8,88%	6,76%	11,82%	7,34%	10,48%	9,36%	8,01%	8,96%	14,77%
CARTEIRA 15	0,917	39,54%	5,12%	8,98%	8,07%	5,89%	11,23%	6,83%	10,00%	9,94%	8,46%	9,60%	15,89%

Tabela 8 – Composição das Carteiras $0 \leq AÇÕES \leq 50\%$

CARTEIRAS	RETORNO DAS CARTEIRAS					
	R ²	LIVRE	T-BILL $\geq 10\%$	T-BILL $\geq 20\%$	AÇÕES $\leq 25\%$	AÇÕES $\leq 50\%$
CARTEIRA 1	0,000	86,41%	82,17%	75,71%		86,41%
CARTEIRA 2	0,100	86,36%	81,48%	75,11%		86,36%
CARTEIRA 3	0,200	86,15%	80,67%	74,43%		86,15%
CARTEIRA 4	0,300	84,28%	79,65%	73,63%		84,28%
CARTEIRA 5	0,400	81,97%	77,99%	72,63%		81,97%
CARTEIRA 6	0,487	79,51%	75,93%	71,30%	77,94%	79,51%
CARTEIRA 7	0,500	79,08%	75,57%	71,01%	77,77%	79,08%
CARTEIRA 8	0,600	75,04%	72,31%	68,22%	74,85%	75,04%
CARTEIRA 9	0,700	69,40%	67,18%	63,76%	69,40%	69,40%
CARTEIRA 10	0,800	61,65%	59,59%	56,03%	61,65%	61,65%
CARTEIRA 11	0,897	48,84%	46,80%	39,50%	48,84%	48,84%
CARTEIRA 12	0,900	48,10%	46,07%		48,10%	48,10%
CARTEIRA 13	0,914	42,91%	39,50%		42,91%	42,91%
CARTEIRA 14	0,915	42,17%			42,17%	42,17%
CARTEIRA 15	0,917	39,54%			39,54%	39,54%

Tabela 9 – Retorno do Modelo Livre e com restrições na *T-Bill* e Ações

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)