

Francisco Eduardo de Luna e Almeida Santos

**Aplicação da metodologia de Componentes Principais na  
análise da estrutura a termo de taxa de juros  
brasileira e no cálculo de Valor em Risco**

**Dissertação de Mestrado**

Orientador: Eduardo Facó Lemgruber  
Ph. D. em Finanças (UCLA, EUA)

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Instituto COPPEAD de Administração

Abril de 2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**Aplicação da metodologia de Componentes Principais na  
análise da estrutura a termo de taxa de juros  
brasileira e no cálculo de Valor em Risco**

**Francisco Eduardo de Luna e Almeida Santos**

Dissertação submetida ao corpo docente do Instituto de Pós Graduação e Pesquisa em Administração – COPPEAD, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de mestre em ciências (M. Sc.).

Aprovada por:

---

Eduardo Facó Lemgruber, Ph.D - Orientador  
(COPPEAD/UFRJ)

---

Eduardo Saliby, Ph.D  
(COPPEAD/UFRJ)

---

João Alberto de Negri, Ph.D  
(IPEA)

Luna, Francisco

Aplicação da metodologia de Componentes Principais na análise da estrutura a termo de taxa de juros brasileira e no cálculo de Valor em Risco / Francisco Eduardo de Luna e Almeida Santos. Rio de Janeiro, 2005.

xiii, 75 f.

Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de Administração, 2005.

Orientador: Eduardo Facó Lemgruber

1.Análise de Componentes Principais; 2.Estrutura a Termo de Taxa de Juros; 3.Valor em Risco; 4.Finanças – Teses.

I.Lemgruber, Eduardo (Orient.). II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto COPPEAD de Administração. III. Título.

**À minha mãe, Maria Lucia, por tudo o que representa em minha vida e que estará presente em todas as minhas conquistas.**

**A meu grande pai, Arthur, por incentivar valores como a educação e o comprometimento, sem os quais não seria possível seguir estes caminhos.**

**À minha noiva, Renata, muito em breve esposa, pelo carinho, amor e apoio incondicionais.**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu irmão, grande amigo, pelo apoio intelectual e moral, sempre me encorajando a assumir novos desafios.

Ao meu orientador, Eduardo Facó Lemgruber, pela orientação e pelos ensinamentos em aula, sem os quais não seria possível concluir o trabalho.

À Diretoria do IPEA, em especial a João Alberto De Negri, pelo incentivo total à execução do trabalho e pela valorização de seu resultado dentro da instituição.

A todos os amigos do IPEA, pela experiência compartilhada, pelo convívio e pelas novas amizades construídas.

## RESUMO

Luna, Francisco. **Aplicação da metodologia de Componentes Principais na análise da estrutura a termo de taxa de juros brasileira e no cálculo de Valor em Risco**. Orientador: Eduardo Facó Lemgruber. Instituto Coppead de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Abril de 2005. Dissertação (Mestrado em Administração).

A identificação dos fatores mais relevantes que afetam títulos de renda fixa foi objeto de estudo de vários pesquisadores e participantes do mercado financeiro. Este trabalho aplica uma importante técnica de decomposição em fatores, chamada Análise de Componentes Principais (ACP), em dois derivativos de renda fixa brasileiros, a saber: DI Futuro e SWAP DI x Pré. O objetivo é identificar os principais atributos que governam mudanças nos retornos dos títulos acima mencionados, fornecendo subsídios à melhoria dos métodos de análise de risco associados a este tipo de investimento.

Como em estudos anteriores, três componentes principais são responsáveis pela explicação de parcela maior do que 95% da variação dos dados originais. Eles foram associados a mudanças em nível, inclinação e curvatura da estrutura a termo de taxa de juros brasileira.

Com base nos resultados anteriores, o Valor em Risco (Value-at-Risk - VaR), para horizonte de tempo de um dia útil, e níveis de significância de 95%, 97,5% e 99%, foram calculados utilizando a combinação de ACP com a Simulação de Monte Carlo. Para fins de comparação desta metodologia com aquela que é mais empregada, a Analítica ou Riskmetrics, os intervalos de confiança definidos pelo teste de Kupiec (1995) serviram de base. Ademais, foi empregado um índice geral de desempenho que mostrou valores próximos, sendo que o melhor deles foi o ACP. Porém, uma vez que o desvio-padrão do índice foi alto e a diversidade de cenários não era significativa estatisticamente, os dados obtidos não foram conclusivos no sentido de apontar a superioridade de qualquer dos métodos. A alta sensibilidade dos percentuais de falhas em relação ao tamanho da janela de testes torna necessária a realização de estudos complementares.

*Palavras-chave:* Estrutura a termo de taxa de juros, Análise de Componentes Principais, Valor em Risco.

## ABSTRACT

Luna, Francisco. **Principal component analysis applied to the brazilian interest rate term structure and for the evaluation of Value-at-Risk..** Advisor: Eduardo Facó Lemgruber. Instituto Coppead de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, April/2005. Dissertation (Master in Business Administration).

The identification of the main factors affecting interest rate securities has been researched by several academics and financial practitioners. This work applies an important technique of factor decomposition, named Principal Component Analysis (PCA), in two brazilian interest rate derivatives: DI Futuro and SWAP DI x Pré. Its objective is to identify the main attributes that govern changes in returns, giving subsidies to the improvement of the assessment of the risk associated with such type of investment.

Like previous studies, three principal components were responsible for more than 95% of the variance of the original data. They were respectively associated with changes in level, inclination and curvature of the brazilian interest rate term structure.

Based on the previous results, the one-day Value-at-Risk (VaR), with significance levels of 95%, 97.5% and 99%, were calculated using PCA in conjunction with Monte Carlo Simulation. For the purpose of comparing this method with the most famous one, named Riskmetrics, the confidence intervals defined by Kupiec (1995) were used. Besides, a general performance measure was applied which showed close values, although PCA was slightly better. However, due to the high variance of this measure, we came to the conclusion that no unambiguous conclusions have been identified. The results were very sensitive to the size of the test window what makes it necessary to apply further researches in the subject.

*Key-words:* Interest rate term structure, Principal Component Analysis, Value-at-Risk.

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

BM&F – Bolsa de Mercadorias e Futuros

ACP – Análise de Componentes Principais

ETTJ – Estrutura a Termo de Taxa de Juros

VaR – Value-at-Risk

EWMA – Exponential Weighted Moving Average

DP – Desvio-Padrão

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

**Tabela 1** - Relação de vértices para os contratos de DI Futuro que serviram de base para a interpolação por *Cubic Spline*.

**Tabela 2** - Relação de vértices para os contratos de SWAP DlxPré que serviram de base para a interpolação por *Cubic Spline*.

**Tabela 3** - Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) para as taxas brutas e suas primeiras diferenças dos vértices dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Valores críticos: 1% (-2,569); 5% (-1,940); 10% (-1,616).

**Tabela 4** - Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) para as taxas brutas e suas primeiras diferenças dos vértices dos contratos de SWAP DI x Pré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Valores críticos: 1% (-2,569); 5% (-1,940); 10% (-1,616).

**Tabela 5** - Matriz de Correlação entre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos vértices dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 6** - Comunalidade dos vértices em relação ao modelo de fatores resultante da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 7** - Matriz de Cargas Fatoriais de cada vértice em relação a cada fator como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 8** - Percentual da Variância Total Explicada de cada vértice para os três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 9** - Matriz de Correlação entre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos vértices dos contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 10** - Comunalidade dos vértices em relação ao modelo de fatores resultante da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 11** - Matriz de Cargas Fatoriais de cada vértice em relação a cada fator como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 12** - Percentual da Variância Total Explicada de cada vértice para os três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 13** – Composição das carteiras utilizadas no cálculo de VaR.

**Tabela 14** – Estatísticas descritivas das diferenças diárias de taxas de juros, expressas em percentual, para os contratos de DI Futuro e SWAP DlxPré. Período do amostra: 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 15** – Resultados dos testes de normalidade das diferenças diárias de taxas de juros, expressas em percentual, para os contratos de DI Futuro e SWAP DlxPré. Período do amostra: 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Tabela 16** – Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 18/03/2003 até 17/12/2004, totalizando 440 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.

Número de simulações = 1000.

**Tabela 17** - Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 31/05/2002 até 17/12/2004, totalizando 540 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 200 dias úteis.

Lamba = 0,94.

Número de Simulações = 1000.

**Tabela 18** - Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 22/10/2002 até 17/12/2004, totalizando 640 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 100 dias úteis.

Lambda= 0,94.

Número de Simulações = 1000.

**Tabela 19** - Índice de desempenho das metodologias de VaR calculadas para as diversas janelas de testes, carteiras e níveis de significância.

**Figura 1** - Representação da interpolação linear de uma função  $f(x)$  entre dois pontos a e b por intermédio de uma função linear  $g(x)$ .

**Figura 2** - Representação da distribuição de Lucros/Perdas de uma carteira aleatória comparando o VaR calculado em relação ao valor esperado e ao valor corrente da carteira.

**Figura 3** - Percentual acumulado de variância explicada por cada fator após a aplicação de ACP sobre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 4** – Sensibilidade de cada vértice a variações nos três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 5** - Representação dos Escores Fatoriais resultantes da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 6** - Percentual acumulado de variância explicada por cada fator após a aplicação de ACP sobre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 7** - Sensibilidade de cada vértice a variações nos três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 8** - Representação dos Escores Fatoriais resultantes da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

**Figura 9** - Evolução do VaR para a carteira 1 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância 5%.

Total de observações: 440 dias úteis.

Janela de testes: 300 dias úteis.  
Lambda = 0,94.

**Figura 10** - Evolução do VaR para a carteira 2 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância 2,5%.

Total de observações: 440 dias úteis.

Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.

**Figura 11** - Evolução do VaR para a carteira 3 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância 1%.

Total de observações: 440 úteis.

Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.

**Figura 12** - Evolução do VaR para a carteira 4 original e modificada no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância: 5%.

Total de observações: 440.

Janela de testes: 300 dias.

Lambda = 0,94.

## ÍNDICE

<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2. Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>5</b>
2.1. Análise da ETTJ através de modelos de múltiplos fatores .....	5
2.2. Valor em Risco (VaR) .....	11
2.2.1. Definição .....	11
2.2.2. Críticas aos Modelos de VaR tradicionais .....	12
2.2.3. Recentes avanços da metodologia de VaR .....	14
<b>3. Metodologia.....</b>	<b>19</b>
3.1. Amostra .....	19
3.1.1. DI Futuro .....	20
3.1.2. SWAP DI x Pré .....	20
3.2. Interpolação por cubic spline .....	21
3.3. Análise de Componentes Principais (ACP).....	24
3.4. Valor em Risco (VaR) .....	29
3.4.1. Metodologia Analítica .....	29
3.4.2. Método de Simulação de Monte Carlo utilizando ACP .....	32
3.4.3. Teste de proporção de falhas de Kupiec.....	34
<b>4. Resultados .....</b>	<b>36</b>
4.1. Estudo da estrutura a termo brasileira utilizando ACP .....	37
4.1.1. DI Futuro .....	39
4.1.2. SWAP DI x Pré .....	47
4.1.3. Ressalvas à aplicação de ACP nos contratos de DI Futuro e SWAP DI x Pré .....	54
4.2. Valor em Risco .....	55
4.2.1. Evolução do VaR.....	57
4.2.2. Avaliação do VaR através do Teste de Kupiec .....	62
<b>5. Conclusão .....</b>	<b>69</b>
<b>6. Bibliografia .....</b>	<b>72</b>

## 1. Introdução

A evolução do mercado de taxa de juros no Brasil, que foi acompanhada pela diversificação e sofisticação de seus instrumentos, tem impulsionado os estudos sobre o assunto, gerando a necessidade de emprego de técnicas que tornem mais simples seu entendimento. As instituições financeiras, em particular, têm grande interesse em obter avanços no assunto para que suas estratégias de imunização e respectivos cálculos de Valor em Risco (VaR – *Value at Risk*) sejam mais precisos, ágeis e simples.

Recentemente, houve grandes contribuições na literatura para a modelagem de estruturas a termo de taxas de juros. Inúmeras técnicas são utilizadas pelos participantes do mercado com o objetivo de obter uma estimativa do comportamento futuro do retorno de títulos desta natureza, permitindo, desta forma, uma melhor composição de suas respectivas carteiras.

Ao contrário das ações, o movimento de preço de títulos de renda fixa é, em boa parte, sistemático. Portanto, é possível eliminar atributos comuns que afetam o risco de taxa de juros balanceando a carteira com um número reduzido de ativos de diferentes maturidades. O uso de derivativos de taxa de juros facilita esta tarefa pela maior eficiência de custos, liquidez e facilidade de realizar operações em posição comprada ou vendida. O enorme volume de transações deste tipo de ativo comprova a sua extensa utilização.

O método mais utilizado para proteger posições em renda fixa é a imunização por “*duration*”. A premissa para estimar a sensibilidade do valor da carteira é de que ocorrem desvios paralelos no nível de taxa de juros para todas as maturidades. Apesar de simples, o método tem grandes limitações e pode levar a grandes perdas. O acréscimo da convexidade na modelagem aumenta a precisão da medida. Outras modelagens foram feitas buscando a estimativa de

componentes, tipicamente aditivos, que respondem por características bem definidas nas curvas de juros.

A Análise de Componentes Principais (ACP) surge como uma alternativa bastante viável. A ACP busca identificar componentes principais, ou fatores, que afetam determinado conjunto de dados. É um dos métodos pertencentes ao ramo da Estatística Multivariada, cujo objetivo principal é reduzir a dimensionalidade do problema. Para tanto, procede-se a uma transformação de variáveis originais, de forma que o conjunto resultante seja ortogonal. Entre os diversos métodos de ortogonalização, este possui uma característica particular: os componentes principais possuem o maior poder explicativo dentre as opções disponíveis. Isto faz com que seja possível resumir os dados em poucas dimensões, razão pela qual essa técnica foi escolhida.

Uma das aplicações mais conhecidas de ACP foi realizada por Litterman & Scheinkman (1991) em títulos públicos norte-americanos. Desde então, diversos autores reproduziram o trabalho em diferentes mercados. A técnica é atualmente um instrumento poderoso para avaliação de risco de instrumentos de renda fixa.

Alguns fatores foram decisivos para viabilizar sua aplicação em títulos brasileiros conforme exposto por Varga & Valli (2001). A liquidez, por exemplo, é premissa básica para que modelos de previsão sejam eficazes. A evolução recente do sistema financeiro nacional, especialmente no que se refere à negociação de títulos públicos e derivativos de renda fixa, estabeleceu novos patamares não só de liquidez como também de eficiência de mercado. O volume de negociação, porém, não era o único problema a ser superado. A alta volatilidade de preços, alimentada pelo quadro inflacionário e alternâncias de política econômica, afetava sobremaneira a utilização da ferramenta. Neste sentido, a estabilidade da economia facilitou, inclusive, a replicação de modelos originados em mercados mais maduros cujas taxas de juros nominais são mais baixas. Outro aspecto importante é o maior controle das instituições financeiras

por parte do Banco Central, tendo em vista a aplicação das mais recentes versões do Acordo da Basileia.

Sendo assim, a facilidade no uso e a agilidade na interpretação dos resultados de ACP atraiu o interesse dos participantes do mercado que necessitavam de ferramentas com essas características. A primeira motivação do presente estudo, portanto, é identificar os fatores que explicam a maior parte da variação da Estrutura a Termo de Taxa de Juros (ETTJ). Em complemento, será investigado o desempenho do modelo construído a partir destes fatores no gerenciamento de risco.

Para tanto, numa primeira etapa, será aplicada a Metodologia de ACP em amostras de dois títulos de bastante liquidez, a saber: DI Futuro e SWAP DI x Pré. A aplicação de ACP produzirá variáveis que são combinações lineares das originais. As variáveis transformadas, que representam os componentes principais, são não-observáveis, ou seja, não é possível sua medição direta no mercado. Apesar desta restrição, será possível interpretá-los de maneira que possam ser aproveitadas no gerenciamento de risco. É importante ressaltar, porém, que não será objeto do presente estudo a associação dos fatores a variáveis de mercado, perfeitamente mensuráveis, conforme proposto em Litterman & Scheinkman (1991).

Com base nos dados da primeira etapa, será calculado o VaR de uma carteira hipotética composta por títulos com diferentes maturidades e posições. O resultado obtido será, então, comparado ao método de cálculo de VaR mais consagrado: metodologia Analítica, conhecida como sistema RiskMetrics™, desenvolvido pelo JP Morgan.

Duas medidas de volatilidade serão empregadas ao aplicarmos a metodologia Analítica: o desvio-padrão histórico e o método de alisamento exponencial (EWMA - *Exponentially Weighted Moving Average*). A comparação será feita através de um procedimento de *backtesting* cujos valores serão

analisados em função dos intervalos estabelecidos pelo Teste de Proporção de Falhas de Kupiec.

As seções deste estudo estão assim organizadas: o segundo capítulo apresenta a revisão de literatura, relatando, de forma resumida, os principais trabalhos relacionados ao assunto em questão. O detalhamento das metodologias utilizadas para o tratamento dos dados empíricos é contemplado no capítulo 3. Isto englobará não somente os conceitos teóricos empregados como também uma explicação dos dados da amostra. A análise da aplicação de ACP e do cálculo de VaR é abordada no capítulo 4. Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho.

## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1. Análise da ETTJ através de modelos de múltiplos fatores

Modelos de decomposição em fatores são empregados em estudos empíricos de diversos ramos da ciência, tais como as Finanças, a Biologia e a Psicologia. O interesse mútuo é identificar padrões no comportamento de variáveis.

Na realidade, a análise de fatores é um conjunto de técnicas, do qual a ACP faz parte, que procura tornar os dados observados de mais fácil interpretação. Isto é possível através da análise de suas relações, de sorte que se possa reproduzi-las em um conjunto menor de variáveis. Por conseguinte, o objetivo comum é obedecer ao princípio básico da parcimônia.

O trabalho de grande destaque para aplicações em instrumentos de taxa de juros foi desenvolvido por Litterman & Scheinkman (1991). Basicamente, os autores identificam três fatores comuns que respondem por 98% da variabilidade dos retornos de títulos norte-americanos. A amostra consistiu de títulos com cupom de diferentes maturidades. Os autores mostraram, porém, como aplicar a metodologia a instrumentos mais complexos, bastando, para isso, transformá-los em funções dos títulos de cupom zero.

A interpretação dos resultados indicou que os fatores são responsáveis por movimentos no nível, na inclinação e na curvatura da curva de juros. A maior parte da explicação, mais precisamente 89,5%, é atribuída ao fator nível, o que poderia levar à errônea conclusão de que proteger a carteira somente pela *duration* seria suficiente. Neste contexto, os autores apresentam exemplos práticos que comprovam a ineficácia da estratégia de *duration hedge* em comparação com o *hedge* realizado a partir dos três fatores.

A mesma técnica foi utilizada por Knez, Litterman & Scheikman (1994) para examinar taxas de juros de curto prazo para instrumentos financeiros mais complexos. Neste estudo, porém, os autores determinaram que seriam necessários quatro fatores para explicar de forma consistente a variação no retorno das carteiras utilizadas. A diferença em relação ao estudo anterior é atribuída à variedade e complexidade dos títulos utilizados (Notas do Tesouro, *commercial papers*, *repurchase agreements*, entre outros).

Da mesma forma que no artigo anterior, o 1o. e 2o. fatores correspondem às mudanças de nível e inclinação da curva de juros. O 3o. fator, por sua vez, explica mudanças uniformes das taxas dos instrumentos privados em relação aos títulos emitidos pelo tesouro americano capturando, desta forma, uma parcela do risco de crédito. O 4o. fator está relacionado aos movimentos relativos entre os *commercial papers* e os demais títulos privados. A conclusão é de que a inclusão de títulos de diferente natureza adiciona novos riscos (como o de crédito, por exemplo), tornando necessária a reavaliação da quantidade de fatores explicativos.

Ambos os trabalhos anteriormente citados utilizaram o excesso de retorno como base para o cálculo dos fatores. O excesso de retorno pode ser definido como a diferença entre o retorno do título e o taxa de operações compromissadas (*overnight repo rate*).

Já o artigo de Barber e Copper (1996) apresentou trabalho de conteúdo semelhante; porém, a metodologia de tratamento da amostra foi diferente. A aplicação de componentes principais foi realizada sobre a variação diária das taxas de títulos do tesouro americano. O principal objetivo dos autores era apresentar os benefícios de controlar o risco de taxa de juros utilizando múltiplos fatores. Dado que a correlação entre as mudanças nas taxas de juros não é perfeita para diferentes maturidades, estratégias que utilizam um único fator não funcionam em diversas circunstâncias, como já afirmado anteriormente. À medida que adicionamos novos fatores, o poder explicativo aumenta. Porém, há um aumento na complexidade da imunização, sendo importante encontrar o equilíbrio

entre complexidade e poder explicativo para que a tarefa de imunização seja ágil e, ao mesmo tempo, eficiente.

No mercado brasileiro, há dois estudos recentes que também buscaram identificar fatores comuns à estrutura a termo de taxa de juros. Em ambos, porém, a metodologia de ACP não foi aplicada para o cálculo de VaR.

Silveira & Bessada (2003) aplicaram a metodologia em contratos de DI Futuro e em taxas pré-fixadas implícitas de Swaps. Os autores identificaram três fatores que explicam a maior parte da variabilidade do movimento da curva de juros. Sua interpretação foi idêntica a estudos anteriores, correspondendo ao nível, à inclinação e à curvatura da ETTJ. Adicionalmente, com o intuito de explicar o formato da estrutura a termo, foi feita uma análise da conjuntura econômica da época à qual os dados se referiam.

Varga & Valli (2001) também comprovaram que o comportamento da estrutura a termo brasileira é muito semelhante ao americano. Novamente utilizando taxas prefixadas implícitas em Swaps, obtiveram o perfil dos fatores e concluíram novamente que três componentes principais são suficientes. Adicionalmente, realizaram uma comparação entre a imunização por duration em relação a que utiliza o modelo de três fatores. A comparação foi feita utilizando uma carteira arbitrária com posições em títulos do tipo *zero coupon* vendidas no curto prazo e compradas no longo prazo. O resultado obtido reforça as vantagens da utilização de ACP e sua utilidade na prática de gerência de risco.

Bliss (1997) realizou um estudo para averiguar a robustez da metodologia de ACP. Contando com um horizonte temporal grande, composto pelo retorno de títulos americanos de renda fixa sem cupom de 1970 até 1975, calculou anualmente os parâmetros de ACP e observou que o poder explicativo se manteve alto e aproximadamente constante. Dividindo a amostra em três períodos, o autor calculou os fatores e obteve interpretação semelhante aos estudos anteriores.

Bliss, então, comparou estes resultados com dois modelos de retornos de renda variável bastante utilizados. O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) parte da premissa de que existe somente um fator comum, o risco de mercado, que, segundo a concepção teórica original, deveria representar todos os ativos transacionáveis. Porém, como não é possível obter tal medida, tradicionalmente índices acionários são utilizados em seu lugar. O CAPM tem baixo poder explicativo, de no máximo 60%, do retorno de ações individuais. O *Arbitrage Pricing Theory* (APT), por sua vez, emprega um método de análise multivariada. Estudos empíricos mostram, porém, que o número de fatores aumenta com a inclusão de novas ações inviabilizando sua utilização para fins de gerenciamento de risco. A causa da superioridade dos modelos de renda fixa é a natureza das variações em taxas de juros, em grande parte atribuída a componentes sistemáticos, em contraposição às variações específicas de ações e seus derivativos.

A aplicação da metodologia de componentes principais apresenta grandes vantagens quando analisamos somente um grupo de dados. Quando se trata de um conjunto de países, porém, o correto é proceder à análise segregada para que, então, seja possível compará-los. Uma adaptação de ACP para apreciação conjunta de dados pertencentes a diferentes grupos foi proposta inicialmente por Fengler, Hardle & Villa (2001) e é chamada de “Common Principal Components” (CPC). A premissa básica do modelo é a de que a sensibilidade de variáveis de grupos distintos são as mesmas, podendo haver variações no poder explicativo entre os grupos.

Uma aplicação prática de CPC foi feita por Scherer & Avellaneda (2000). Os autores do artigo utilizaram como amostra dados dos títulos da dívida de quatro países emergentes: Brasil, Argentina, México e Venezuela. A amostra contemplou os retornos diários de Brady Bonds negociados no período de Julho/1994 até Dezembro/1999.

O objetivo principal da pesquisa era verificar a magnitude da correlação entre os títulos dos países, preocupação fundamental de investidores e analistas financeiros. Os resultados identificaram três componentes significativos. O primeiro componente representa a volatilidade da região como um todo e os coeficientes representam as mudanças nas taxas em resposta a choques globais que afetam toda a região. O segundo componente principal, por sua vez, representa o descolamento dos títulos da Venezuela em relação aos demais. O terceiro componente principal reflete a correlação entre os títulos dos países restantes. O isolamento da Venezuela se deveu, basicamente, a três motivos: menor volume de títulos em circulação, menor PIB, quando comparado aos outros países considerados no estudo, e dependência econômica do petróleo.

Um ponto a ser destacado foi a preocupação dos autores em analisar a dinâmica dos componentes principais ao longo do tempo. Para tanto, realizaram uma seqüência de testes utilizando janelas de 120 dias. A constatação foi de que o primeiro componente, que reflete o risco regional, teve volatilidade significativa no período estudado. Esta volatilidade pode estar associada em grande parte aos eventos de mercado que afetaram de forma significativa a região, como as crises do México, da Ásia, da Rússia e a desvalorização do Real. A importante contribuição do artigo, portanto, foi evidenciar a dinâmica temporal dos componentes principais, sem a qual o risco de mercado pode ser seriamente subestimado.

No que se refere a modelos de previsão, Abad & Novales (2002) examinaram a habilidade de extrapolação da curva de juros inerente ao ACP. Para tanto, compararam o desempenho de modelos fatoriais e autoregressivos. Para surpresa dos autores, o modelo fatorial apresentou o menor erro. Isto ocorreu apesar da necessidade de geração de uma estimativa adicional: os erros são cumulativos, uma vez que, em uma etapa preliminar, são estimados os componentes principais para que, somente então, seja efetuado o cálculo das taxas futuras.

Nos artigos supracitados, a aplicação da metodologia possui algumas diferenças importantes cujas vantagens foram analisadas por Lardic, Priaulet & Priaulet (2001). A partir de dados de cinco países (Bélgica, França, Alemanha, Itália e Reino Unido), o artigo procura responder a algumas dúvidas metodológicas específicas.

Em primeiro lugar, coloca-se a questão de qual variável deve ser utilizada como base para o modelo de ACP. Os autores baseiam seus argumentos sob duas hipóteses: taxas de juros brutas ou diferenças entre taxas. Dado que a correlação dos níveis de taxas de juros é significativa, a presença de uma tendência na série temporal das taxas brutas a torna não-estacionária. Por outro lado, suas primeiras diferenças são estacionárias, o que sugere a utilização das diferenças entre taxas. Litterman & Scheinkman (1991) propõem uma 3ª alternativa: o excesso de retorno em relação a uma taxa referencial.

Outro ponto importante é a escolha entre a matriz de variância-covariância ou a de correlação. Segundo os autores, a utilização da primeira introduz um viés, uma vez que os componentes principais são construídos de forma a refletir o movimento conjunto das taxas sem considerar as volatilidades. Os dados indicam que a utilização da segunda opção diminui as influências de taxas de curto prazo no primeiro componente, aumentando o poder explicativo dos demais fatores. Quando as variáveis estão normalizadas, porém, as duas matrizes são idênticas, o que será o caso do estudo empírico que será implementado neste estudo.

Finalmente, a seleção de uma frequência ótima para a amostra de dados é debatida. A recomendação é de que a amostra seja composta de dados diários. A média da variância dos dados não é influenciada pela frequência; porém, o desvio-padrão diminui quando utilizamos dados diários.

## **2.2. Valor em Risco (VaR)**

### **2.2.1. Definição**

Um dos mais importantes desafios das instituições financeiras consiste em medir e avaliar a exposição de suas carteiras aos riscos de mercado. Órgãos reguladores de diversos países passaram a exigir a adoção de práticas desse tipo com o objetivo de evitar crises sistêmicas no setor bancário e salvaguardar os depósitos dos investidores. A metodologia mais comum para estimativas de risco de mercado é o VaR. Permite a consolidação dos riscos de mercado em um único valor, o que facilita a exposição para acionistas e investidores.

O VaR é definido como a perda máxima esperada no valor de um título ou carteira, dentro de um intervalo de confiança e período especificados. É o valor monetário da maior perda que uma determinada carteira pode sofrer como resultado de um movimento adverso nos preços de mercado dos ativos que a compõem, num dado intervalo de tempo, com determinado grau de confiança.

O Acordo da Basiléia de 1988 definiu uma série de regras que regem as instituições financeiras. Exigiu-se, entre outras coisas, a constituição de uma reserva de capital, calculada pela ponderação do risco dos instrumentos que compõem a carteira de cada instituição. Em Janeiro de 1996, foi feita uma emenda sugerindo a adoção de duas práticas para calcular a reserva de capital: padronizada e modelos internos. A opção padronizada é a soma do VAR dos fatores de risco individuais. Tendo em vista que, devido à correlação entre os fatores, o VAR da carteira pode ser menor do que a soma total, o Comitê da Basiléia permitiu a adoção de modelos internos, criados pelas instituições financeiras com o intuito de eliminar essa deficiência. A opção pelos modelos internos implica na multiplicação dos valores calculados por um fator (que pode ser de, no máximo, 3) como proteção contra cenários mais instáveis não captados pelos dados históricos.

A expansão da utilização do VaR desencadeou a geração de diferentes metodologias, sendo que a mais conhecida foi criada pelo JP Morgan e é conhecida como Metodologia Analítica. Jorion (1997) classifica as abordagens básicas para medir o VaR em dois tipos: avaliação local (ou *local valuation*) e avaliação plena (ou *full valuation*).

A avaliação local tem como principal representante a Metodologia Analítica, que considera somente o risco linear da expansão de Taylor (o “delta”) e utiliza a matriz de variância-covariância para o cálculo do VaR da carteira. O Comitê da Basileia recomenda que os sistemas internos dos bancos utilizem uma aproximação não-linear, incorporando fatores de risco de ordem mais elevada (como o “gamma”).

A avaliação local é mais apropriada para carteiras em que as opções não são determinantes. Caso contrário, é necessário aplicar a avaliação plena, que é representada pela Simulação Histórica, pelo Teste de Estresse e pela Simulação de Monte Carlo. É importante que se leve em consideração o fato de que essa abordagem é mais trabalhosa em termos computacionais.

### **2.2.2. Críticas aos Modelos de VaR tradicionais**

Os estudos empíricos mostram que a aplicação de métodos distintos pode resultar em estimativas diferentes para o VaR. A escolha da melhor opção depende, em grande parte, das restrições impostas pela existência de hipóteses simplificadoras. A utilização combinada de metodologias é uma prática recomendada, pois, assim, é possível comparar o desempenho de cada uma delas.

A Metodologia Analítica, por exemplo, assume a linearidade dos fatores de risco e a distribuição normal de seus retornos. A hipótese de linearidade impõe restrições ao seu uso quando a carteira é composta por ativos não-lineares, como

opções. Neste caso, o resultado do VaR não é confiável. Outro problema importante é a existência de caudas “grossas” na distribuição dos retornos que, em alguns casos, pode inviabilizar a hipótese de normalidade. Um terceiro ponto é o risco de evento, que se refere a circunstâncias incomuns que afetam as variáveis de mercado e não são capturados por dados históricos recentes. Todos os métodos que fazem uso de séries históricas estão sujeitos a tal crítica. Khindanova & Rachev (2000) argumentam que este tipo de método reflete tão somente os riscos observados, não sendo úteis em períodos de transição.

Quanto ao Teste de Estresse, que faz parte da categoria de avaliação plena, a deficiência mais evidente é a subjetividade inerente ao processo de criação de cenários. Neste contexto, Marshall & Siegel (1996) documentaram a existência deste risco de implementação. Comparando sistemas de risco que utilizam a mesma metodologia (Analítica) e os mesmos dados (base de dados da RiskMetrics), verificou-se que os resultados se mostraram bastante sensíveis a alterações nas premissas do modelo, confirmando, desta forma, a importância desta categoria de risco.

Finalmente, a Simulação de Monte Carlo, por ser mais trabalhosa em termos computacionais, pode não ser suficientemente rápida para a tomada de decisões. Deve ser utilizada nos casos em que os outros métodos não são recomendados.

Khindanova & Rachev (2000) consolidam outras limitações de natureza prática para o cálculo do VaR. Em primeiro lugar, a hipótese de fixação da carteira durante o horizonte de tempo da análise, o que não acontece na prática, traz problemas para a extrapolação do VaR. Ademais, a indisponibilidade de base de dados de alguns títulos faz com que, freqüentemente, seja feita uma aproximação utilizando títulos semelhantes, prejudicando a precisão da medida de risco. Finalmente, a escolha errada dentre os processos estocásticos disponíveis para valoração dos títulos é um risco de modelo que deve ser considerado.

### **2.2.3. Recentes avanços da metodologia de VaR**

O controle do comportamento do preço do ativo em função de variáveis de mercado foi, até recentemente, o principal foco de atenção de artigos relacionados ao tema. No entanto, o Acordo da Basiléia, ao qual as instituições financeiras têm que se adaptar, trata de riscos adicionais, inclusive o de crédito e o operacional. Portanto, a valoração do risco agregado recebeu grande impulso, especialmente com as mais recentes versões do acordo.

Este foi foco do artigo de Barnhill & Gleason (2002), que descreve as principais melhorias que deveriam ser levadas em consideração pelo Novo Acordo da Basiléia. Os autores apontam que a prática atual é avaliar o risco de crédito e de mercado separadamente quando, na prática, são bastante correlacionados. Isto se traduz em estimativas incorretas do risco total que, por conseguinte, faz com que as instituições financeiras se descapitalizem. Os resultados indicam que o volume de capital exigido é adequado para bancos de alto (ou baixo) risco que operam em ambientes de alta (ou baixa) volatilidade. Porém, quando a relação de volatilidade se inverte, os mesmos bancos são significativamente descapitalizados. Propõe-se um modelo alternativo de simulação que, a partir de dados de volatilidade e correlação das principais variáveis econômicas, gera as projeções de exigência de capital. O modelo se apóia em dados históricos para sua execução, restrição semelhante a que é feita à Metodologia Histórica de VaR, que parte da premissa de que retornos passados se refletem no futuro.

Oliveira (2001) tratou especificamente do risco de crédito que deve ser considerado no preço de SWAPs de Pré X CDI e Dólar X CDI. O autor ressalta a complexidade de obtenção dos valores quando o derivativo permite alternâncias entre as posições credora e devedora. Tendo como base o risco de crédito de opções, em que o detentor mantém uma única posição até o vencimento, o risco de crédito do SWAP pode ser calculado como um somatório de opções de inadimplência da contraparte. Verificou-se que, no momento da contratação da

operação, o valor é pequeno, podendo aumentar em função das oscilações no fator de risco. Apesar de as simulações terem sido executadas com a suposição de que havia somente uma contraparte, a metodologia CreditMetrics permite a eliminação desta restrição.

Os avanços recentes nas metodologias de VaR se concentraram tanto na revisão das hipóteses simplificadoras quanto na melhoria do método propriamente dito, na qual se enquadram as diversas possibilidades de medidas de volatilidade.

Lemgruber & Ohanian (2001), por exemplo, analisam em que grau a metodologia EWMA é adequada para o cálculo de VaR. O objetivo é verificar até que ponto a hipótese de normalidade da distribuição dos retornos dos ativos interfere em seu desempenho. Utilizando dados relativos às taxas de juros interbancárias, de cupom cambial e de câmbio, os resultados mostraram que os modelos funcionam adequadamente até um nível de significância de 5%. Desempenhos ruins são obtidos quando este patamar é mais estreito, cuja causa provável é a existência de excessiva curtose nos dados de entrada, que aumenta a probabilidade de eventos extremos em detrimentos dos intermediários.

Neste contexto, a Teoria de Valores Extremos (TVE) é uma alternativa recomendada para estimar o risco associado aos altos quantis da distribuição dos retornos. Segundo Mendes (2001), informações a respeito de retornos extremos podem ser extraídas a partir do próprio processo gerador. Em outras palavras, apesar de sua ocorrência ser ocasional, o que, em princípio, sugeriria a inexistência de correlação temporal da distribuição, é possível estimar eventos extremos através do histórico de retornos.

Barcinski et al (2001) questionam a superioridade dos métodos da família GARCH para estimativas de volatilidade condicional dos retornos. Segundo os autores, o efeito assimetria, termo que descreve o impacto diferenciado de choques positivos e negativos, não seria bem capturado através do emprego do método. Dois modelos menos restritivos que, teoricamente se ajustam melhor a

este efeito, o GJR e o GARCH Exponencial são testados e comparados ao modelo GARCH (1,1) através de uma base de dados composta por ações de alta liquidez negociadas na Bovespa. A simulação com dados históricos indicou que o desempenho dos modelos foi semelhante, haja vista que a perda efetiva superou o VaR nos mesmos dias úteis. Os autores ressaltam, porém, que é precipitado afirmar que as melhorias não justificam a adoção de novos modelos porque, em algumas atividades, até mesmo reduzidas melhorias na estimativa de volatilidade podem ter grande efeito no resultado final.

Donangelo & al (2001) averigam o desempenho dos estimadores de volatilidade em condições de mercado estáveis e de crise. Além das metodologias EWMA e histórica, a volatilidade implícita em opções foi analisada. O último método possui a vantagem de representar a expectativa futura dos agentes financeiros em relação ao ativo-objeto. A amostra, que consistia de ações preferenciais e opções da Telebrás, foi dividida em três sub-períodos. Para as ações, as três metodologias se mostraram satisfatórias em face do Teste de Proporção de Falhas de Kupiec. Porém, no caso das opções, as metodologias falharam nos dois sub-períodos de crise, comprovando a dificuldade de aplicação do VaR para ativos não-lineares no mercado brasileiro. A pequena distinção nos resultados, portanto, não mostrou evidências da superioridade de nenhuma das estimativas de volatilidade. A ressalva dos próprios autores é de que um aumento do tamanho da amostra poderia prover outras conclusões.

O artigo de Khindanova & Rachev (2000) destaca que as medidas atuais não fornecem uma avaliação satisfatória das possíveis perdas. Vários estudos foram feitos no sentido de aprimorar as metodologias existentes. Os autores detalham os mais recentes avanços que, em síntese, aperfeiçoaram as hipóteses simplificadoras das metodologias mais conhecidas.

A incorporação de Componentes Principais aos cálculos de VAR foi estudada por alguns acadêmicos e profissionais do mercado financeiro. Frye (1997) propõe uma metodologia que simula diversos cenários, também denominada Teste de

Estresse, que afetam o valor dos componentes principais. O VAR é a maior perda nos diversos cenários. A simplificação é que a distribuição é suposta normal e a metodologia não é aplicável nos casos em que a função lucro/prejuízo da carteira tem pontos de mínimo interiores.

Engelbrecht (2003), por sua vez, compara os métodos de VAR para carteiras compostas por SWAPs e FRAs. A conclusão é de que a Simulação Histórica tem o pior desempenho. Os resultados melhoram com a aplicação da Simulação de Monte Carlo com decomposição de Cholesky. Porém, a utilização de componentes principais aliada à Simulação de Monte Carlo é apontada como uma promissora alternativa. O fato de os códigos de programação serem mais simples é um elemento adicional a ser considerado dado que o gerenciamento de risco é dinâmico exigindo, desta forma, precisão e rapidez por parte dos sistemas de implementação.

Loretan (1997) fez estudo semelhante e apontou as situações em que a metodologia de geração de cenários de risco é mais adequada. O autor argumenta que a ACP é aplicável na detecção de fatores de risco que são funções lineares dos dados. Quando tratamos de produtos com características de opção, o cálculo de VAR não deve ser feito através de cenários utilizando ACP. É importante salientar que os resultados poderiam ser melhorados com o aumento no número de fatores. Em contrapartida, a complexidade e a velocidade de resposta aumentariam. É tarefa do analista decidir o número ótimo de fatores que torne a análise de risco precisa e, ao mesmo tempo, ágil.

Manoj Singh (1997), por sua vez, apresenta uma metodologia que utiliza a simulação de Monte Carlo em conjunto com a metodologia de ACP. O estudo foi aplicado em carteiras compostas por títulos do Tesouro americano e opções cambiais.

Baseado em trabalhos anteriores, o autor parte da premissa de que três fatores são suficientes para representar o movimento da ETTJ e, a partir dos

mesmos, é possível obter uma boa estimativa do valor em risco. O primeiro componente principal foi modificado para que refletisse a definição exata de movimentos paralelos da curva de juros. De acordo com o artigo, uma boa estimativa é o cálculo da média das variações diárias das taxas para todos os vencimentos. A ACP, portanto, será aplicada sobre a série temporal em relação a essa média, de onde são extraídos os dois componentes restantes. É importante ressaltar, porém, que os novos componentes principais não são mais ortogonais, já que existe correlação entre o 1º. fator e os demais, cujo efeito deve ser levado em consideração na modelagem. Basta, enfim, aplicar a Simulação de Monte Carlo para gerar números aleatórios com distribuição normal para simular a mudança de valor nos três componentes.

### 3. Metodologia

#### 3.1. Amostra

Com o intuito de averiguar, foi organizada uma série histórica da curva de juros utilizando dois derivativos de alta liquidez no mercado: DI Futuro e SWAP DI x Pré. Ambos são coletados e disponibilizados pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F).

A amostra de DI Futuro inicia-se em 02/01/2002 e termina em 17/12/2004, totalizando 740 observações com nove (9) vértices, ou prazos para o vencimento, que estão relacionados na Tabela 1.

**Tabela 1**

Relação de vértices para os contratos de DI Futuro que serviram de base para a interpolação por *Cubic Spline*.

<b>Vencimento (dias úteis)</b>	21	42	63	84	105	126	168	210	252
------------------------------------	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

A amostra de SWAP DI x Pré inicia-se em 02/01/2002 e termina em 17/12/2004, totalizando 740 observações com doze (12) vértices, ou prazos para o vencimento, que estão relacionados na Tabela 2.

**Tabela 2**

Relação de vértices para os contratos de SWAP DIxPré que serviram de base para a interpolação por *Cubic Spline*.

<b>Vencimento (dias corridos)</b>	30	60	120	240	360	480	600	720	900	1200	1500	1800	2160	2520
---------------------------------------	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------

A escolha dos vértices obedeceu a critérios de liquidez. Inicialmente, verificou-se que vinte (20) contratos correspondiam ao percentil 5% da distribuição do volume de negócios de cada derivativo. Utilizando este critério, foram excluídas da amostra as observações cujo volume de negócios era menor do que o valor

acima estabelecido. Da amostra resultante, o passo seguinte foi a identificação dos vértices de maior liquidez, cujo resultado é apresentado nas tabelas 1 e 2.

A ressalva é que o vencimento dos contratos era variável, tornando necessária a interpolação dos dados, o que foi feito através da técnica de *Cubic Spline*, detalhada na seção 3.2. As possíveis implicações da interpolação são relatadas na seção 4.3. Na seqüência, estão descritas as principais características dos derivativos que compõem a amostra.

### **3.1.1. DI Futuro**

DI Futuro é um derivativo cujo objeto de negociação é a taxa de juros efetiva até o vencimento do contrato, definida pela BM&F como a “acumulação das taxas diárias de DI no período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e o último dia de negociação, inclusive”. O ajuste é feito diariamente com base em preço definido pela Bolsa até o valor de 100.000, na data de vencimento.<sup>1</sup>

### **3.1.2. SWAP DI x Pré**

São acordos firmados entre duas partes nos quais está prevista uma troca de fluxos de caixa no futuro. O SWAP DI x Pré é um mecanismo de troca de modalidades de taxas de juros em que um fluxo de caixa flutuante se transforma em fixo e vice-versa.

A BM&F informa, através do Boletim Diário, informações dos contratos negociados. No caso do SWAP DI x Pré, a *Taxa Média de SWAP* é disponibilizada. A obtenção desta taxa segue alguns passos, descritos na seqüência.

---

<sup>1</sup> Para maiores detalhes, ver especificação do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia disponível no site da BM&F ([www.bmf.com.br](http://www.bmf.com.br)).

Em primeiro lugar, as principais instituições financeiras fornecem as taxas de *bid* e *ask* por prazo negociado. De posse destas informações, a BM&F calcula a média entre *bid* e *ask* para cada prazo, excluindo da amostra as taxas médias máxima e mínima de cada prazo. Finalmente, calcula-se a média simples dos dados restantes da amostra, obtendo, assim, o valor final da *Taxa Média de SWAP*.

### **3.2. Interpolação por cubic spline**

Para obter a estrutura a termo para os prazos definidos no trabalho, foi necessário interpolar as taxas de juros para os prazos em que não havia títulos disponíveis, não houve negociação ou a liquidez era muito pequena.

A interpolação linear é o método mais utilizado entre os praticantes do mercado brasileiro. Basicamente, é uma linha que se ajusta a dois pontos e é dada pela fórmula abaixo:

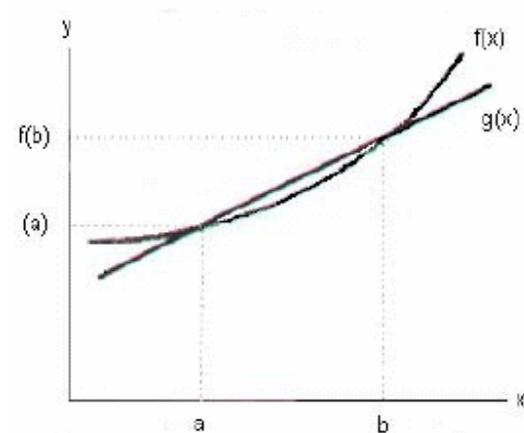
$$y = \frac{b-x}{b-a} * f(a) + \frac{x-a}{b-a} * f(b), \text{ onde } f(a) \text{ e } f(b) \text{ são os valores da função a ser}$$

interpolada em  $x=a$  e  $x=b$  respectivamente.

Observando a figura 1, podemos ver que o erro da interpolação depende da segunda derivada da função original ( $f(x)$ ).

**Figura 1**

Representação da interpolação linear de uma função  $f(x)$  entre dois pontos  $a$  e  $b$  por intermédio de uma função linear  $g(x)$ .



Portanto, há casos em que a interpolação linear pode não ser uma boa aproximação.

A interpolação por *cubic spline*, ou *c-spline*, foi escolhida para a execução do trabalho por adicionar um polinômio de 3º. Grau, o que melhora a aproximação da função interpoladora à função original<sup>2</sup>.

$$y_i = a_i * (x - x_i)^3 + b_i * (x - x_i)^2 + c_i * (x - x_i) + d_i \quad (1)$$

Fazendo com que a segunda derivada varie linearmente entre um valor  $y''_t$  e  $y''_{t+1}$ , chegamos à seguinte expressão:

<sup>2</sup> A interpolação por spline cúbico é diferente da proposta Riskmetrics. O Mapeamento Riskmetrics Tradicional propunha a interpolação linear enquanto que versões mais recentes sugerem alguns aprimoramentos deste método.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x_{i+1} - x}{h_i}, \\
 B &= 1 - A, \\
 y &= A * y_i + B * y_{i+1} + C y'_i + D * y''_{i+1}, \text{ onde } C = \frac{1}{6} * (A^3 - A) h_i^2 \\
 D &= \frac{1}{6} * (B^3 - B) h_i^2, \\
 h_i &= x_{i+1} - x_i
 \end{aligned} \tag{2}$$

Com base na equação 1, é possível calcular o valor de  $y$  para qualquer valor de  $x$ . Porém, é necessário obtermos antes os valores da segunda derivada de  $y$ , o que é possível impondo que a primeira derivada seja contínua. Desta forma, chegamos à seguinte fórmula para o c-spline:

$$\frac{h_{i-1}}{6} = y''_{i-1} + \frac{h_i + h_{i-1}}{3} * y''_{i+1} + \frac{h_i}{6} y''_{i+1} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \tag{3}$$

Impõem-se algumas restrições para resolver o sistema de equações lineares. No presente estudo, aplicaremos o c-spline natural, que é obtido fazendo  $y''_1$  e  $y''_n$  iguais a zero. Além disso, cada valor  $y''_i$  depende apenas de seus vizinhos  $i \pm 1$ . Com isso, podemos calcular  $y''$  e substituí-lo na equação 1 para obter o valor de  $y$ .

Gyorgy Varga (2000) testou ambos os métodos para a estrutura a termo brasileira e verificou a superioridade do c-spline, assim denominado a partir de agora.

Foi elaborado um programa em Visual Basic para realizar a interpolação de acordo com as premissas estabelecidas pela metodologia e para os vértices informados nas Tabelas 1 e 2.

### 3.3. *Análise de Componentes Principais (ACP)*

Uma das maiores dificuldades da estatística multivariada é a visualização em várias dimensões. Em muitos conjuntos de dados, porém, um grupo de variáveis tende a se mover de forma coordenada. Quando isto acontece, é possível tirar proveito dessa redundância de informações.

A Análise de Componentes Principais (ACP) é um dos métodos que reduzem a dimensionalidade dos dados, tornando mais fácil sua interpretação e análise sem perdas significativas de informação. A idéia básica é gerar um novo conjunto de variáveis que são combinações lineares do conjunto original e, além disso, são ortogonais entre si. Com isso, não há redundância de informações. As variáveis transformadas são chamadas de componentes principais, ou fatores.

A ACP não envolve testes de hipóteses; assim, não se baseia em premissas acerca dos dados, mas as propriedades de normalidade multivariada e linearidade podem melhorar a solução. A técnica é linear; portanto, correlações não-lineares não serão capturadas. Há abordagens recentes que exploram soluções não-lineares.

Sejam  $X$  e  $Y$  duas matrizes ( $m \times n$ ) relacionadas por uma matriz de transformação linear  $P$ .  $X$  representa o conjunto de dados originais e  $Y$  é sua nova representação. Em notação matricial, temos que:

$$P \cdot X = Y \tag{4}$$

As linhas de  $P$  correspondem a um novo conjunto de vetores-base para expressar as colunas de  $X$ . Isto pode ser mais bem visualizado pelo detalhamento do produto matricial:

$$Y = P \cdot X = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ p_m \end{bmatrix} \cdot [x_1 x_2 \dots x_n] = \begin{bmatrix} p_1 \cdot x_1 \longrightarrow p_1 \cdot x_n \\ \dots \downarrow \dots \downarrow \dots \\ p_m \cdot x_1 \longrightarrow p_m \cdot x_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Separando cada coluna de Y, obtemos:

$$y_i = \begin{bmatrix} p_1 \cdot x_i \\ \vdots \\ p_m \cdot x_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Podemos perceber que cada coeficiente de  $y_i$  é o produto de  $x_i$  pela linha correspondente em P, ou seja, o  $j^{\text{ésimo}}$  coeficiente de  $y$  é uma projeção na  $j^{\text{ésima}}$  linha de P.

A questão agora é saber qual a melhor forma de obter a nova matriz-base P. Dado que o grande objetivo de ACP é diminuir a redundância de informações, uma medida importante é a matriz de variância-covariância. Dada uma matriz  $X^{m \times n}$ , onde m representa todas as medidas de determinado tipo (ou dimensão) e n é o conjunto de medidas de uma amostra específica, que representa os dados subtraídos da média, definimos a matriz de covariância  $S_x$  da seguinte forma:

$$S_x = \frac{1}{n-1} \cdot X \cdot X^T \quad (7)$$

Observe que a matriz de covariância  $S_x$  é simétrica (mxm), os termos da diagonal correspondem à variância de cada dimensão e os termos fora da diagonal correspondem à covariância entre as dimensões.

$$S_x = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} & \dots & \dots & \sigma_1 \sigma_n \rho_{1n} \\ \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \dots & \sigma_2 \sigma_n \rho_{2n} \\ \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} & \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} & & & \dots \\ \dots & & & \sigma_{n-1} \sigma_n \rho_{(n-1)n} & \\ \sigma_1 \sigma_n \rho_{1n} & \sigma_2 \sigma_n \rho_{2n} & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Para reduzir a redundância, a melhor opção é transformar  $S_x$  de forma a obter uma matriz diagonal  $S_y$ . Escrevendo  $S_y$  em termos de  $P$ , obtemos:

$$S_y = \frac{1}{n-1} \cdot Y \cdot Y^T = \frac{1}{n-1} \cdot (P \cdot X) \cdot (P \cdot X)^T = \frac{1}{n-1} \cdot P \cdot (X \cdot X^T) \cdot P^T \quad (9)$$

Definindo a matriz  $A = XX^T$ , simétrica, a expressão para  $S_y$  pode ser simplificada para:

$$S_y = \frac{1}{n-1} \cdot P \cdot A \cdot P^T \quad (10)$$

Para diagonalizar a matriz  $A$ , aplicaremos dois teoremas, descritos a seguir:

**Teorema 1:** Uma matriz é simétrica se e somente se diagonalizável ortogonalmente. Em linguagem matricial, uma matriz  $A$  é diagonalizável ortogonalmente se existe uma matriz  $E$  tal que  $A = EDE^T$ , onde  $D$  é uma matriz diagonal e  $E$ , uma matriz especial que diagonaliza  $A$ .

**Teorema 2:** Uma matriz simétrica é diagonalizada por uma matriz composta por seus autovetores ortonormais.

Portanto, pela aplicação dos teoremas 1 e 2, temos que  $A = EDE^T$  e  $P=E^T$ . A matriz  $P$  é composta de tal forma que cada linha seja um autovetor de  $XX^T$ , que são iguais aos de  $S_x$ . Com isso, obtemos  $A = P^TDP$ . Substituindo o valor da matriz  $A$  na expressão de  $S_y$ , obtemos:

$$\begin{aligned}
 S_y &= \frac{1}{n-1} \cdot P \cdot A \cdot P^T = \frac{1}{n-1} \cdot P \cdot (P^T \cdot D \cdot P) \cdot P^T = \frac{1}{n-1} \cdot (P \cdot P^T) \cdot D \cdot (P \cdot P^T) \\
 &= \frac{1}{n-1} \cdot (P \cdot P^{-1}) \cdot D \cdot (P \cdot P^{-1})
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Como  $PP^{-1} = \mathbf{I}$  (matriz-identidade), a expressão final pode ser simplificada para:

$S_y = \frac{1}{n-1} \cdot D$ , onde D é uma matriz diagonal conforme teorema citado anteriormente.

Com isso, devido à escolha de P, a matriz de variância-covariância  $S_y$  é diagonal.

É importante ressaltar que existem várias soluções para o problema de ortogonalização da matriz  $S_y$ , descrito acima. Na aplicação de ACP, duas condições adicionais são impostas para que a solução seja única: 1) os componentes principais são escolhidos tal que tenham o maior poder explicativo dentre as possíveis opções; 2) a matriz P formada pelos componentes principais de X tenha tamanho unitário. Em outras palavras, a transformação de componente principal corresponde à rotação do eixo original da coordenada para coincidir com as direções de máxima variância.

Veremos, na seqüência, se a solução apontada anteriormente, em que a matriz P é composta pelos autovetores de  $S_x$ , satisfazem às duas condições acima propostas. Sendo assim, a variância amostral de Y é dada por<sup>3</sup>:

$$\sigma^2(Y) = P^T \cdot S_x \cdot P
 \tag{12}$$

Em notação matemática, o problema pode ser descrito como:

---

<sup>3</sup> Dado que  $Y=XP$ ,  $\sigma(Y) = \sigma(XP) = \sigma(P^T \cdot \sigma(X) \cdot P) = P^T \cdot S_x \cdot P$ .

**Max**  $(P^T \cdot S_x \cdot P)$ , sujeito à restrição de que  $P^T \cdot P = 1$ .

Recorre-se ao multiplicador de Lagrange ( $\lambda$ ) para obter a solução da equação de maximização. Sendo  $\phi = (P^T \cdot S_x \cdot P) - \lambda(P^T \cdot P - 1)$ , o vetor de derivadas parciais é igual a:

$$\frac{\partial \phi}{\partial P} = 2S_x \cdot P - 2\lambda \cdot P \quad (13)$$

Para maximizar, igualamos a derivada a zero, obtendo  $(S_x - \lambda \cdot I) \cdot P = 0$ . Existe solução para o problema se o determinante de  $(S_x - \lambda \cdot I)$  é igual a zero, o que é obtido calculando-se as raízes características, ou autovalores, da matriz  $S_x$ . Dentre as várias soluções, a raiz característica de maior valor é associada ao 1º componente principal e assim por diante, em ordem decrescente.

Em resumo, os componentes principais de X são os autovetores de  $S_x$ . As raízes características, ou autovalores, da matriz  $S_x$  representam a variância de X projetada nos autovetores.<sup>4</sup>

Denotando o vetor de autovalores  $\lambda = (\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_n)$ , a variância total de X é expressa por:

$$VaR(X) = \sum_{h=1}^n \lambda_h \quad , \quad \lambda_h \geq 0 \quad , \quad \text{que no caso de variáveis normalizadas se reduz ao}$$

número total de dimensões (n).

Por conseguinte, a proporção da variância explicada, ou poder explicativo, fornecida pelo h-ésimo componente principal é dada por:

---

<sup>4</sup> Informações mais detalhadas aos conceitos de autovetores e autovalores podem ser encontradas em referências de Álgebra Linear.

$$\frac{\lambda_h}{Var(X)} \quad (14)$$

### 3.4. Valor em Risco (VaR)

#### 3.4.1. Metodologia Analítica

O VaR é o valor monetário da maior perda que um determinado título ou carteira pode incorrer a um dado nível de confiança ( $\alpha$ ), dentro de um horizonte de tempo, definida a seguir:

$$\Pr\{\Delta S_t \leq VaR_t\} = \alpha\% \quad (15)$$

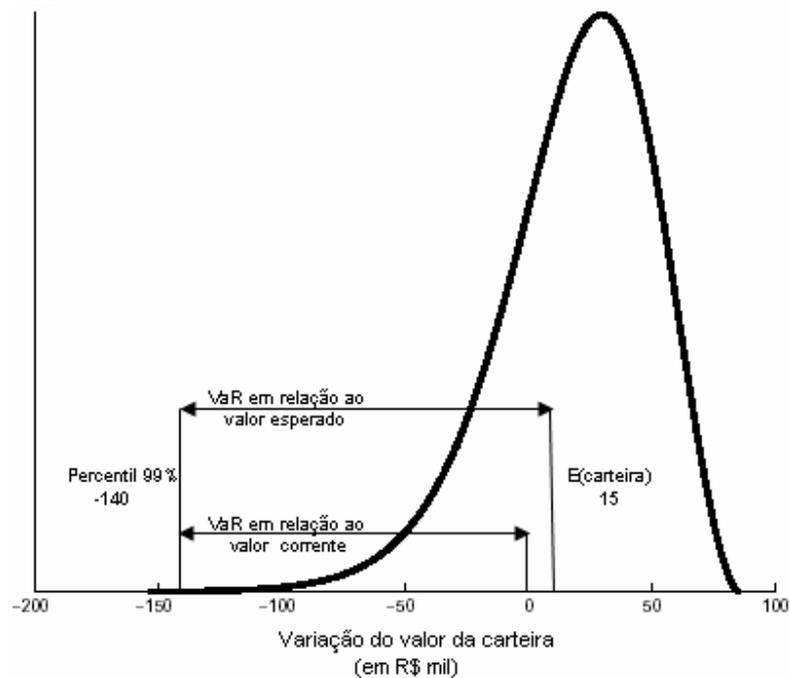
A expressão acima é bastante genérica e as variações dos diversos modelos de VaR se darão justamente na forma de cálculo da probabilidade. Na categoria dos modelos paramétricos, entre os quais se encaixa o Analítico, são feitas premissas a respeito da distribuição dos retornos. Os modelos não-paramétricos utilizam a própria distribuição empírica para a estimativa da perda futura.

A título de ilustração, a figura 2 mostra a distribuição de lucros e perdas de um título. É importante notar que o VaR pode ser calculado tanto em relação ao valor corrente da carteira quanto em relação ao valor esperado. A escolha é arbitrária e adotar-se-á, assim como a Riskmetrics™, o valor da carteira como referência.

Analisando a figura 2, o VaR diário com 99% de confiança em relação ao valor corrente é de R\$140 mil, ou seja, a maior perda observada no horizonte de 1 dia em 99% dos dias foi de R\$140 mil. Analogamente, em 1 a cada 100 dias uma perda maior que R\$140 mil deve ser observada. Como o valor esperado da carteira é de R\$15 mil, o VaR diário passa a ser de R\$155 mil e sua interpretação é idêntica.

**Figura 2**

Representação da distribuição de Lucros/Perdas de uma carteira aleatória comparando o VaR calculado em relação ao valor esperado e ao valor corrente da carteira.



No caso dos derivativos que serão utilizados no estudo, o fator de risco é a taxa de juros. O preço do ativo pode, então, ser expresso da seguinte forma:

$P = Me^{-RT}$ , onde  $M$  é o montante,  $R$  a taxa de juros e  $T$  o tempo até o vencimento.

Derivando o preço em relação à taxa de juros, obtém-se a seguinte representação:

$$dP = -TMe^{-RT} dR \quad (16)$$

Ao contrário da metodologia histórica, algumas premissas são impostas pelo método delta-normal. Estabelecendo as premissas de normalidade da distribuição da diferença de taxas ( $dR$ ) e tendência ( $\mu$ ) zero, o VaR pode ser calculado

analiticamente para qualquer intervalo de confiança( $\alpha$ ), conforme expressão abaixo:

$VaR = -|M| * z_{\alpha} * \sigma_R * \sqrt{T}$  , onde M é o montante total,  $z_{\alpha}$  é a inversa da função de distribuição normal acumulada,  $\sigma_R$  é a volatilidade da taxa de juros e T é o tempo de referência para o cálculo do VaR, mais conhecido como *holding period*.

A hipótese de distribuição normal dos retornos permite que o VaR seja estimado analiticamente. No entanto, por utilizar a aproximação normal, subestima o VaR em distribuições de retorno com “caudas grossas”. A hipótese de linearidade, por sua vez, restringe a aplicação da metodologia a carteiras contendo instrumentos não-lineares, como opções, o que não é o caso da amostra utilizada no trabalho.

Para o cálculo da volatilidade, além da medida de desvio-padrão histórico, será utilizada a metodologia EWMA que, por meio de uma ponderação, permite que os retornos mais recentes tenham maior influência no resultado final. A variância do retorno de um título assume a seguinte forma:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}) \cdot \frac{1}{n-1} = E(R_i^2) + [E(R_i)]^2 \quad (17)$$

Fazendo  $\bar{R}=0$ , temos que  $\sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{n-1}$ .

Neste caso, o peso é idêntico para todos os retornos da amostra. O diferencial da metodologia EWMA consiste justamente da ponderação dos retornos por um fator de decaimento exponencial, como demonstrado na seqüência:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n R_i^2 \cdot w_i, \text{ onde } w_i = \lambda^i \cdot (1 - \lambda). \quad (18)$$

Desta forma, os retornos mais recentes ganham maior peso, capturando melhor eventuais choques ou eventos extremos no retorno dos ativos.

Até o momento, a preocupação foi determinar o VaR de um título individual quando, na verdade, será calculado para uma carteira hipotética composta pelos ativos da amostra. Assim sendo, é importante notar que o VaR de uma carteira é uma soma vetorial em que as correlações são consideradas. Em notação matricial, é dado pela seguinte expressão:

$$VaR = \sqrt{VaR_i \Sigma_t VaR_i^T}, \text{ onde } \Sigma_t \text{ é a matriz de variância-covariância e } VaR_i \text{ é o}$$

vetor-coluna composto pelos VaR individuais dos títulos da carteira.

A matriz de variância-covariância pode ser extraída dos dados históricos ou de medidas de risco implícitas em opções. Apesar de a segunda opção ser a melhor, o problema em sua aplicação é a sua disponibilidade para todos os ativos da carteira.

### 3.4.2. Método de Simulação de Monte Carlo utilizando ACP

A idéia do método é utilizar as variâncias dos fatores para gerar a distribuição futura da curva de juros aplicando a Simulação de Monte Carlo. Os valores simulados são convertidos em diferenças de taxas de juros para os vencimentos originais permitindo, desta forma, que o VaR seja calculado para qualquer intervalo de confiança.

Conforme mostrado na descrição da metodologia de ACP, temos, por definição, que:

$Y = PX$ , onde  $Y$  são os componentes principais,  $X$  representa os dados originais normalizados e  $P$  é a matriz de autovetores.

Como a matriz de autovetores é ortogonal, ao multiplicar ambos os lados da equação anterior por  $P^T$ , obteremos o resultado a seguir:

$$P^T Y = P^T P X = X \text{ ou } X = P^T Y \quad (19)$$

Denominando por  $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}$  as mudanças normalizadas nas taxas diárias para  $n$  diferentes vencimentos e por  $y_{1t}, y_{2t}$  e  $y_{3t}$  os três fatores, chegamos à seguinte notação matricial para representar as mudanças na taxa de juros:

$x_{it} = p'_{1i} \cdot y_{1t} + p'_{2i} \cdot y_{2t} + p'_{3i} \cdot y_{3t} + \xi_{it}$ , para  $i = 1 \dots n$ , onde  $\xi_{it}$  corresponde ao erro derivado da aproximação por um modelo de três fatores e  $p'_{1i}, p'_{2i}$  e  $p'_{3i}$  são as sensibilidades de cada vértice original em relação ao fator.

Conforme proposto por Engelbrech (2003), basta, agora, aplicar a Simulação de Monte Carlo para gerar números aleatórios com distribuição normal ( $r_1, r_2, r_3$ ) e simular a mudança de valor nos três fatores ( $y_1, y_2, y_3$ ).

A correlação entre  $y_1, y_2, y_3$  é igual a zero por construção. Portanto, a simulação pode ser independente. Sabendo que a variância dos fatores é dada por sua matriz de autovalores  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ , a diferença diária de taxas no tempo  $t+1$ , para cada vértice, ou  $x_i$ , pode ser expressa da seguinte forma:

$$x_{i,t+1} = p'_{1i,t} \cdot y_{1,t} \cdot \sqrt{\lambda_{1,t}} \cdot r_1 + p'_{2i,t} \cdot y_{2,t} \cdot \sqrt{\lambda_{2,t}} \cdot r_2 + p'_{3i,t} \cdot y_{3,t} \cdot \sqrt{\lambda_{3,t}} \cdot r_3 \quad (20)$$

Vale lembrar que o vetor  $X$  resultante da simulação representa os vetores originais normalizados. Sendo assim, é necessário, portanto, retornar ao vetor original multiplicando pelos respectivos valores de desvio-padrão e somando à média. Obtém-se, desta forma, um vetor de diferenças de taxas diárias para todos os vencimentos.

O próximo passo consiste em transformar as diferenças de taxas em variações monetárias, com as quais o VaR de cada título pode ser extraído. Para tanto, basta aplicar o percentil correspondente ao nível de confiança desejado. Finalmente, o VaR da carteira pode ser calculado a partir da matriz de variância-covariância, de forma idêntica à apresentada na Metodologia Analítica.

### 3.4.3. Teste de proporção de falhas de Kupiec

Dada a diversidade de soluções e a importância do gerenciamento de risco para as entidades reguladoras, a precisão dos resultados é uma questão importante a ser tratada. Um número muito grande de violações pode significar que a instituição financeira é mais arriscada do que os modelos prevêem. Por outro lado, valores muito conservadores implicam excesso de capitalização. Neste contexto, métodos de *backtesting* são utilizados para avaliar o desempenho dos sistemas de VaR.

O teste de Kupiec (1995), que será utilizado no presente trabalho, procura determinar se a frequência observada de insucessos é consistente com a frequência esperada de acordo com o intervalo de confiança. Kupiec calculou intervalos de não rejeição da hipótese nula de que  $p$  é a correta probabilidade da proporção (número de insucessos dividido pelo total de dias) para vários níveis de significância.

Considerando a hipótese nula de que o modelo está correto, o número de insucessos segue a distribuição binomial. A probabilidade de haver  $x$  ou mais insucessos se o modelo está correto é dado pela expressão a seguir:

$$\Pr(x) = \binom{n}{x} p^x * (1 - p)^{n-x}$$

, onde  $x$  é a quantidade de insucessos,  $p$  é a probabilidade de ocorrência de um insucesso para determinado intervalo de confiança e  $n$  é o número de tentativas.

O próximo passo da metodologia é obter a estatística LR (*Likelihood-Ratio Test*) a partir da fórmula a seguir:

$$LR = 2[\ln(\alpha^x (1 - \alpha)^{n-x}) - \ln(p^x * (1 - p)^{n-x})]$$

Sendo uma distribuição  $\chi^2$ , o modelo é aceito se o valor da estatística não excede o valor crítico determinado pelo intervalo de confiança (3,82 no caso de  $\alpha = 95\%$ ) e não é aceito, caso contrário.

## 4. Resultados

Esta seção está dividida em duas partes para se adequar aos objetivos do trabalho. A primeira parte trata do estudo da ETJ brasileira através da aplicação de ACP nas amostras relativas ao DI Futuro e ao SWAP DlxPré. O objetivo é identificar os componentes principais das curvas de juros. A segunda parte contempla o cálculo do VaR para carteiras hipotéticas, construídas a partir dos contratos mencionados anteriormente. Será feita uma comparação entre a eficiência da Metodologia Analítica, sendo que a volatilidade será calculada tanto pelo desvio-padrão histórico como pelo método EWMA, com outro que emprega a Simulação de Monte Carlo em conjunto com ACP.

Como a ACP se baseia em uma matriz de correlação, quaisquer fatores que afetem negativamente coeficientes de correlação são indesejáveis, especialmente tamanhos pequenos de amostras. Ambas as amostras de dados contêm mais de 700 observações, quantidade maior do que a recomendação<sup>5</sup> de 300 pontos para a utilização da metodologia. Na seção 4.2.1, em que a evolução do VaR é apresentada, o tamanho da janela de testes obedecerá ao critério acima mencionado. Porém, dada a controvérsia existente na literatura acerca do assunto, na seção 4.2.2, em que são realizados os testes de proporção de falhas, as premissas serão modificadas com o intuito de verificar seus efeitos nos resultados.

O software Matlab foi o programa utilizado no trabalho já que possui ferramentas adequadas tanto para a análise multivariada quanto para a implementação de simulação.

---

<sup>5</sup> Segundo Tabachnick, B. G. e Fidell, L. S. 2001. Using Multivariate Statistics. HarperCollins. Porém, há controvérsias. Outros autores propõem que a quantidade de observações seja proporcional ao número de variáveis do problema.

#### **4.1. Estudo da estrutura a termo brasileira utilizando ACP**

Neste ponto, cabe ressaltar alguns aspectos metodológicos que orientaram a aplicação da Metodologia de ACP. Em ambos os casos, o vetor que representa as variáveis originais é constituído pela variação diária das taxas de juros. A alternativa seria empregar diretamente as taxas brutas. Porém, isto levaria a um problema de não-estacionaridade, conforme exposto por Lardic, Priaulet & Priaulet (2001).

Para verificar se a afirmação é verdadeira para os dados brasileiros, aplicou-se o teste de estacionaridade de Dickey-Fuller Aumentado (*Augmented Dickey and Fuller - ADF*), que pode ser resumido pela equação a seguir:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \delta Y_{t-1} + \alpha_i \sum \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (21)$$

A hipótese nula é de que a série que representa a variável Y é não-estacionária, ou seja,  $\delta = 0$  e existe raiz unitária. O teste foi, então, aplicado tanto sobre o nível de taxas de juros como sobre as primeiras diferenças, conforme apresentado nas Tabelas 3 e 4. No primeiro caso, a hipótese de não-estacionaridade foi aceita para todos os vértices para níveis de confiança maiores de 10%. No segundo caso, a hipótese nula foi rejeitada para níveis de confiança menores do que 1%, comprovando, desta forma, a adequação das afirmações de Lardic, Priaulet & Priaulet (2001) para os dados de DI Futuro e SWAP DI x Pré.

**Tabela 3**

Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) para as taxas brutas e suas primeiras diferenças dos vértices dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Valores críticos: 1% (-2,569); 5% (-1,940); 10% (-1,616).

<b>Vértice (dias úteis)</b>	<b>Estatística ADF</b>	
	<b>Nível</b>	<b>1a. Diferença</b>
21	-0,500	-11,781
42	-0,369	-12,884
63	-0,352	-12,680
84	-0,343	-12,829
105	-0,347	-12,595
126	-0,358	-12,255
168	-0,393	-11,691
210	-0,436	-11,371
252	-0,471	-11,056

**Tabela 4**

Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF) para as taxas brutas e suas primeiras diferenças dos vértices dos contratos de SWAP DI x Pré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Valores críticos: 1% (-2,569); 5% (-1,940); 10% (-1,616).

<b>Vértice (dias corridos)</b>	<b>Estatística ADF</b>	
	<b>Nível</b>	<b>1a. Diferença</b>
30	-0,328	-11,775
60	-0,310	-12,483
120	-0,318	-12,167
240	-0,366	-11,773
360	-0,439	-11,577
480	-0,519	-11,422
600	-0,578	-11,186
720	-0,614	-11,082
900	-0,659	-10,724
1200	-0,702	-10,214
1500	-0,734	-10,089
1800	-0,753	-10,368
2160	-0,750	-10,701
2520	-0,751	-11,030

Ademais, além do argumento econométrico, na seqüência do trabalho será calculado o VaR de carteiras hipotéticas, sendo mais lógico, portanto, utilizar a variação de taxas.

Além disso, as variáveis foram normalizadas, ou seja, foram subtraídas da média e divididas pelo desvio-padrão. É um procedimento usual para evitar

problemas de dispersão entre as variáveis, em que as de maior variância introduziriam um viés no resultado.

Com a normalização de variáveis, as matrizes de correlação e de covariância são idênticas. Com isso, as críticas à utilização de matrizes de covariância, respaldadas pelos testes realizados por Lardic, Priaulet & Priaulet (2001), não se aplicam ao trabalho.

É importante lembrar que a quantidade de variáveis obtidas com a metodologia de ACP será igual à das variáveis originais. A diferença reside no fato de que os componentes principais são calculados de forma que não haja correlação entre eles, facilitando, desta forma, sua interpretação. Na seqüência, os resultados serão analisados e comparados com os estudos semelhantes internacionais e nacionais.

#### 4.1.1. DI Futuro

A utilização da metodologia de ACP é justificável na medida em que as correlações entre as variáveis são altas. Variáveis pouco relacionadas com as demais tenderão a apresentar baixa proporção da variância explicada pelos componentes principais. O primeiro passo, portanto, é analisar a matriz de correlação, mostrada na tabela a seguir.

**Tabela 5**

Matriz de Correlação entre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos vértices dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

		Vértices (dias úteis)								
		21	42	63	84	105	126	168	210	252
Vértices (dias úteis)	21	1,00	0,90	0,81	0,77	0,70	0,64	0,60	0,56	0,51
	42	0,90	1,00	0,94	0,89	0,84	0,79	0,74	0,70	0,62
	63	0,81	0,94	1,00	0,97	0,92	0,87	0,83	0,78	0,72
	84	0,77	0,89	0,97	1,00	0,97	0,92	0,88	0,84	0,78
	105	0,70	0,84	0,92	0,97	1,00	0,98	0,94	0,90	0,83
	126	0,64	0,79	0,87	0,92	0,98	1,00	0,97	0,93	0,86
	168	0,60	0,74	0,83	0,88	0,94	0,97	1,00	0,97	0,90
	210	0,56	0,70	0,78	0,84	0,90	0,93	0,97	1,00	0,96
	252	0,51	0,62	0,72	0,78	0,83	0,86	0,90	0,96	1,00

Em primeira análise, os dados evidenciam que, em geral, a correlação entre as variáveis é alta. A maior parte das correlações é maior do que 0,75, sendo que o valor mínimo é de 0,51. Quando as variáveis originais estão bastante correlacionadas, a maior parte de sua variabilidade pode ser explicada por poucos componentes, hipótese esta a ser comprovada ao longo do trabalho.

A afirmação de que as correlações são suficientemente fortes para justificar a aplicação de ACP pode ser mais bem fundamentada pela realização de dois testes estatísticos, a saber: o Teste de Esfericidade de Bartlett e o Teste de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO).

O teste de esfericidade de Bartlett testa a hipótese nula de que a matriz de correlação é uma matriz-identidade. O teste foi realizado e o valor obtido (18.514,37) foi significativo a 1% de probabilidade, o que sugere que a análise multivariada é perfeitamente aplicável aos dados amostrais.

O Teste KMO, por sua vez, é uma estatística que indica a proporção da variância comum ao conjunto de dados. O resultado do teste apresentou o valor meritório de 0,687. Com isso, concluímos que o grau de variância comum é significativo, reforçando, desta forma, a adequação do emprego da análise multivariada aos dados.

Dada a comprovação de sua aplicabilidade, foram gerados os resultados da metodologia de ACP. O passo inicial na interpretação dos resultados é a determinação do número de componentes principais, ou fatores, necessários para explicar a variação comum do conjunto de dados.

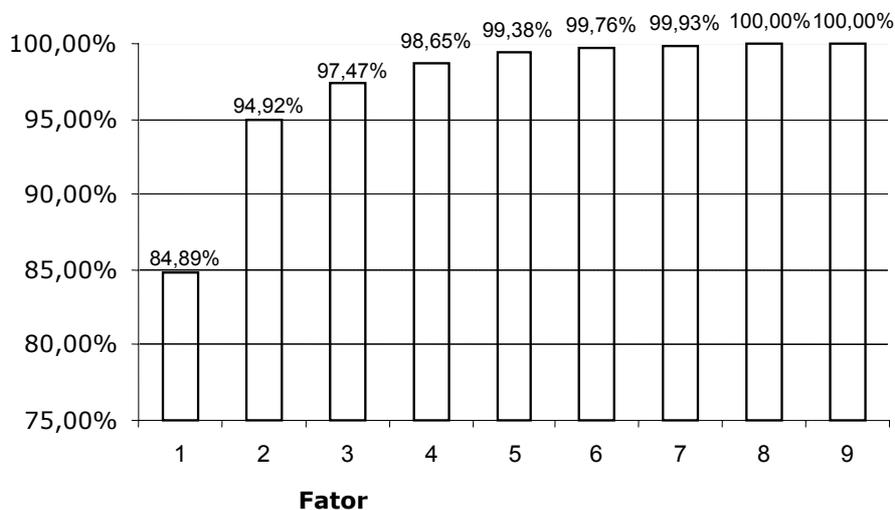
Para tanto, determinou-se que os fatores teriam que fornecer um patamar mínimo de 95% de poder explicativo, nível considerado suficiente para o entendimento da ETTJ. Em estudos semelhantes, foram obtidos percentuais bem próximos ao acima estabelecido.

Outro critério bastante usual é selecionar os fatores cujos autovalores são maiores do que 1 (um), obrigando, assim, que cada variável transformada tenha poder explicativo maior do que as variáveis originais. Porém, no caso do DI Futuro, somente o 1º. fator seria selecionado e o percentual total de explicação seria muito baixo (84,89%), tornando inadequada a utilização deste critério.

A Figura 3 mostra o percentual acumulado de explicação da variância. De acordo com a metodologia de ACP, os autovalores correspondem à variância explicada de cada fator. Portanto, o percentual individual é obtido pela divisão de cada autovalor pelo somatório total dos mesmos que, no caso de variáveis normalizadas, é igual à quantidade de fatores.

**Figura 3**

Percentual acumulado de variância explicada por cada fator após a aplicação de ACP sobre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



A observação do gráfico permite concluir que um modelo de três fatores é suficiente para obtenção de uma boa interpretação da curva de juros, satisfazendo o patamar mínimo mencionado anteriormente. Este foi o modelo utilizado em estudos internacionais, como Litterman & Scheinkman (1991), bem como em

estudos nacionais, como os de Varga & Valli (2001) e de Silveira & Bessada (2003).

Uma análise mais detalhada do modelo requer o cálculo de um importante parâmetro de ACP: a comunalidade. A comunalidade serve de referência para medir a capacidade explicativa dos fatores na variabilidade de cada vértice. Valores pequenos indicam que o vértice em questão não se adequou à solução por ACP, devendo ser retirado da amostra.

**Tabela 6**

Comunalidade dos vértices em relação ao modelo de fatores resultante da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Vértices	Comunalidade
21	0,60
42	0,80
63	0,90
84	0,94
105	0,96
126	0,94
168	0,90
210	0,86
252	0,75

Segundo a literatura, comunalidades maiores do que 0,60 podem ser consideradas fortes. Por meio dos dados listados na Tabela 6, observa-se que, foram obtidos valores significativos justificando a manutenção de todos os vértices na amostra. Porém, a dispersão considerável nos resultados poderá ter implicações na confiabilidade dos cálculos de VaR a serem executados no decorrer do trabalho. Tendo em vista que os vértices intermediários apresentam comunalidades próximas do ideal, a confiabilidade das estimativas de risco, conseqüentemente, deve ser mais alta. O contrário se aplica aos vértices extremos.

Na seqüência do trabalho, é importante visualizar as correlações de cada vértice em relação aos fatores. Na metodologia de ACP, isso é possível pela

obtenção das cargas fatoriais, cujos valores são mostrados na tabela a seguir. As correlações facilitam a interpretação dos componentes, desde que sejam encontrados vértices relacionados fortemente com determinado componente principal. Por outro lado, caso os vértices tivessem correlações fortes com vários componentes, a interpretação seria prejudicada.

**Tabela 7**

Matriz de Cargas Fatoriais de cada vértice em relação a cada fator como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

		Fator								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vértices (dias úteis)	21	<b>-1,61</b>	-0,53	-0,16	0,11	0,04	0,01	0,01	0,00	0,00
	42	<b>-1,18</b>	-0,03	0,05	-0,21	-0,12	-0,04	-0,03	-0,01	0,00
	63	<b>-0,68</b>	0,25	0,22	-0,04	0,10	0,10	0,06	0,02	0,00
	84	-0,30	<b>0,31</b>	0,14	0,12	0,05	-0,08	-0,06	-0,03	0,01
	105	0,15	<b>0,31</b>	-0,07	0,11	-0,09	-0,03	-0,02	0,02	-0,01
	126	<b>0,47</b>	0,24	-0,20	0,02	-0,08	0,07	0,05	0,01	0,01
	168	<b>0,76</b>	0,03	-0,20	-0,11	0,10	0,02	0,01	-0,04	-0,01
	210	<b>0,99</b>	-0,25	-0,01	-0,07	0,07	-0,09	-0,06	0,04	0,00
	252	<b>1,14</b>	-0,49	0,22	0,06	-0,08	0,05	0,03	-0,02	0,00

Obs.: As maiores correlações para cada vértice estão destacadas em negrito.

Pode-se perceber que a maior parte dos vértices está relacionada fortemente ao 1º fator. As exceções são os vértices de 84 e 105 dias úteis, correlacionados significativamente ao 2º fator. Se a correlação fosse distribuída uniformemente entre os fatores, a metodologia sugeriria a execução de uma rotação de eixos. Porém, tendo em vista o exposto acima, não houve necessidade de utilização dessa técnica.

A Tabela 8 mostra a decomposição da variância explicada por cada fator para cada vértice utilizado na amostra. A análise conjunta com a Tabela de Cargas Fatoriais permitirá uma análise mais precisa da relação dos fatores com os vértices.

**Tabela 8**

Percentual da Variância Total Explicada de cada vértice para os três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

Vértice (dias úteis)	Proporção da variância explicada por cada fator			Explicação conjunta dos 3 fatores
	1º Fator	2º Fator	3º Fator	
<b>21</b>	88,83%	9,72%	0,92%	99,47%
<b>42</b>	95,62%	0,07%	0,19%	95,88%
<b>63</b>	77,48%	10,32%	7,98%	95,78%
<b>84</b>	37,22%	41,81%	8,36%	87,39%
<b>105</b>	16,25%	63,98%	3,57%	83,79%
<b>126</b>	65,97%	17,92%	12,08%	95,98%
<b>168</b>	90,31%	0,10%	5,89%	96,31%
<b>210</b>	92,08%	5,72%	0,00%	97,81%
<b>252</b>	80,99%	15,18%	3,03%	99,20%

Claramente, os resultados estão em consonância com a interpretação das cargas fatoriais. Em todos os vértices, a influência do 1º fator é preponderante. Em contraste, nos vértices relativos a 84 e 105 dias, o 2º fator é o mais importante. Esta informação traz implicações em estratégias de *hedge*, dado que os analistas, com posições em carteiras com maturidades próximas às citadas anteriormente, devem ficar atentos aos movimentos do 2º fator.

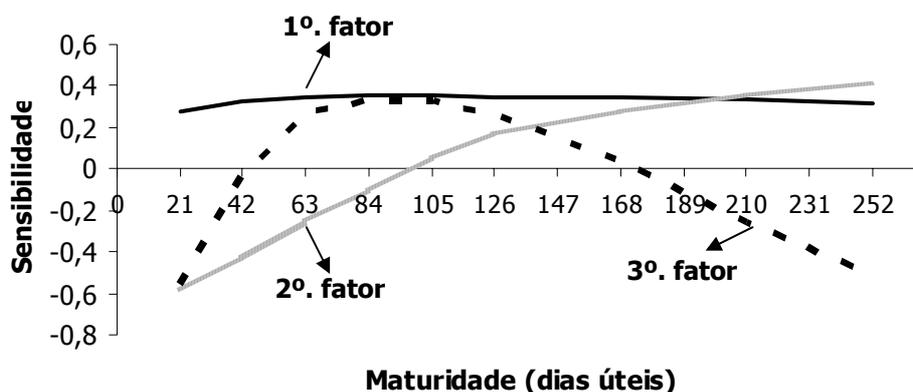
Até o momento, tentamos entender a intensidade da influência dos fatores nos vértices. Logo, o passo natural seguinte é interpretar a forma pela qual esta influência se estabelece.

O ACP, por construção, produz uma transformação nas variáveis originais através de um conjunto de vetores, denominados autovetores. Por possuírem características particulares, os autovetores fazem com que o conjunto transformado de variáveis seja ortogonal.

As variáveis transformadas, portanto, são combinações lineares das originais. O valor das células da matriz de autovetores determina a sensibilidade das diversas maturidades a cada fator. A figura a seguir apresenta os resultados obtidos com os quais será possível interpretar o significado dos fatores.

**Figura 4**

Sensibilidade de cada vértice a variações nos três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



O 1º fator, assim como em estudos similares, corresponde a mudanças aproximadamente paralelas na ETTJ. Choques neste fator produzem alterações positivas em toda a ETTJ de magnitude aproximadamente igual. As maiores sensibilidades são obtidas em maturidades médias. Em maturidades extremas, a sensibilidade é ligeiramente menor. A curva se assemelha a uma parábola com coeficiente de 2º grau pequeno, ou seja, com curvatura bastante suave.

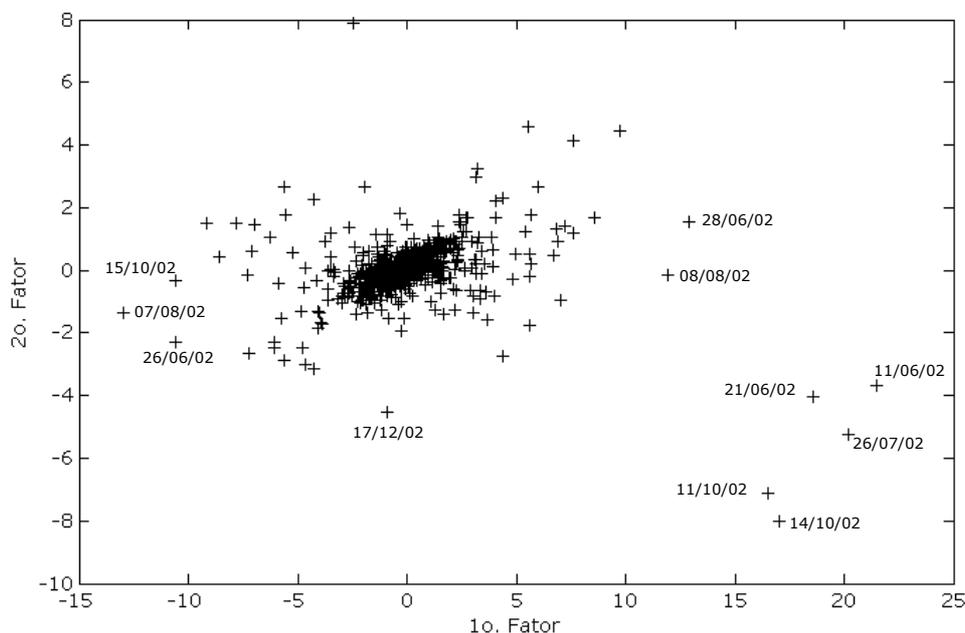
O 2º fator, por sua vez, é responsável por mudanças na inclinação da ETJ. Se por um lado, choques nesse fator têm impacto negativo nas taxas de curto prazo, por outro, afetam positivamente as taxas de longo prazo. É por essa razão que estes choques são responsáveis por uma mudança na inclinação por produzirem efeitos opostos nas extremidades da curva de juros. Ademais, este efeito é suavizado nas maturidades intermediárias.

Finalmente, choques no 3º fator afetam a curvatura da ETTJ, produzindo alterações positivas nas taxas de curto e longo prazo e negativas nas de médio prazo.

Os escores fatoriais constituem as projeções normalizadas dos pontos representativos das variáveis originais sobre os eixos dos fatores. Observações específicas têm alta influência de determinado fator caso possuam valores elevados de escores fatoriais. A figura 5 permitirá identificar estas observações, caso existam.

**Figura 5**

Representação dos Escores Fatoriais resultantes da aplicação de ACP sobre os contratos de DI Futuro referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



Analisando o gráfico, percebe-se que os altos valores de escores fatoriais (superiores a 10) em relação ao 1º fator ocorrem de 11/06/2002 até 15/10/2002. Este período corresponde ao acirramento da disputa eleitoral, que resultou em grandes variações nas taxas de DI Futuro, influenciadas pelas incertezas em relação à manutenção da política monetária. Analisando as taxas brutas dos dias destacados na figura, comprova-se que houve brusca variação nas taxas, configurando, dessa forma, uma mudança de nível da curva de juros.

Em relação ao 2º fator, os escores fatoriais mais altos ocorrem em pontos onde o 1º fator foi igualmente decisivo. O ponto relativo à data 17/12/2002 foi o único em que atuou de forma isolada. Recorrendo aos dados brutos, percebe-se uma clara tendência de aumento das taxas de curto prazo e diminuição das de longo prazo, características citadas como determinantes do 2º fator.

#### 4.1.2. SWAP DI x Pré

Pelos motivos expostos na seção anterior, a investigação dos dados relativos ao SWAP DIxPré será iniciada pela matriz de correlação das variáveis normalizadas, conforme tabela mostrada a seguir.

**Tabela 9**

Matriz de Correlação entre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos vértices dos contratos de SWAP DIxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

		Vértices (dias corridos)													
		30	60	120	240	360	480	600	720	900	1200	1500	1800	2160	2520
Vértices (dias corridos)	30	1,00	0,90	0,74	0,59	0,46	0,43	0,39	0,37	0,34	0,29	0,25	0,22	0,18	0,14
	60	0,90	1,00	0,89	0,73	0,60	0,56	0,51	0,49	0,46	0,41	0,37	0,32	0,28	0,22
	120	0,74	0,89	1,00	0,92	0,83	0,78	0,74	0,71	0,68	0,61	0,55	0,48	0,41	0,33
	240	0,59	0,73	0,92	1,00	0,96	0,92	0,88	0,85	0,82	0,75	0,67	0,59	0,51	0,42
	360	0,46	0,60	0,83	0,96	1,00	0,98	0,96	0,93	0,90	0,84	0,76	0,67	0,58	0,47
	480	0,43	0,56	0,78	0,92	0,98	1,00	0,98	0,97	0,94	0,89	0,80	0,71	0,61	0,50
	600	0,39	0,51	0,74	0,88	0,96	0,98	1,00	0,99	0,97	0,92	0,83	0,73	0,63	0,51
	720	0,37	0,49	0,71	0,85	0,93	0,97	0,99	1,00	0,98	0,94	0,85	0,75	0,64	0,52
	900	0,34	0,46	0,68	0,82	0,90	0,94	0,97	0,98	1,00	0,96	0,87	0,76	0,66	0,54
	1200	0,29	0,41	0,61	0,75	0,84	0,89	0,92	0,94	0,96	1,00	0,93	0,82	0,71	0,59
	1500	0,25	0,37	0,55	0,67	0,76	0,80	0,83	0,85	0,87	0,93	1,00	0,95	0,87	0,75
	1800	0,22	0,32	0,48	0,59	0,67	0,71	0,73	0,75	0,76	0,82	0,95	1,00	0,96	0,86
	2160	0,18	0,28	0,41	0,51	0,58	0,61	0,63	0,64	0,66	0,71	0,87	0,96	1,00	0,96
	2520	0,14	0,22	0,33	0,42	0,47	0,50	0,51	0,52	0,54	0,59	0,75	0,86	0,96	1,00

A observação dos resultados mostra que a correlação é alta, para vértices próximos, e baixa, para vértices distantes. Esta relação é progressiva, ou seja, à medida que ocorre um aumento na distância entre os vértices, sua correlação diminui e vice-versa. Em primeira análise, portanto, a revisão dos vértices é uma hipótese a ser considerada para reverter esse quadro. Porém, serão efetuados alguns testes complementares para uma decisão mais fundamentada.

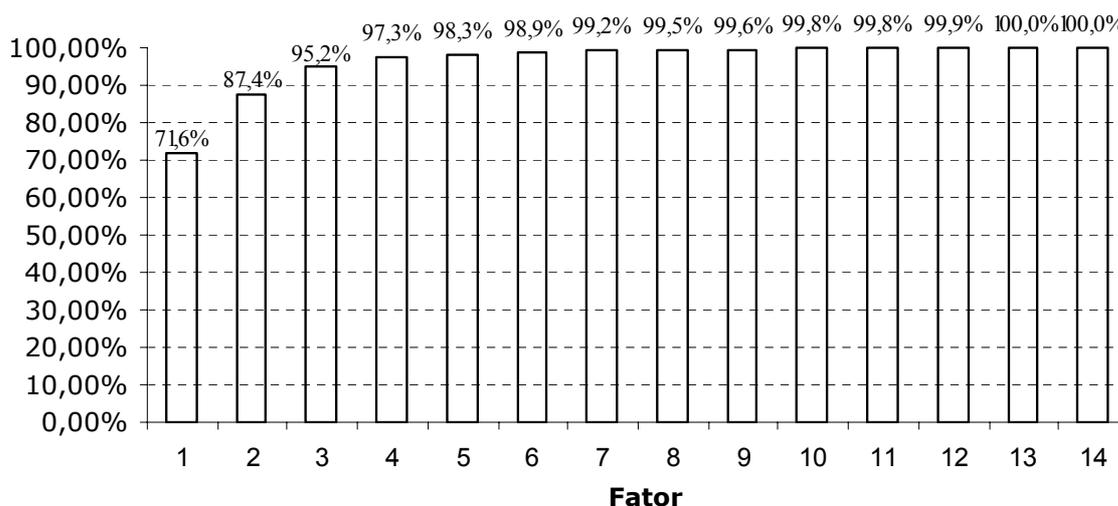
O valor obtido (26.474,74) no teste de esfericidade de Bartlett foi significativo a 1% de probabilidade, rejeitando, desta forma, a hipótese nula de que a matriz de correlação é uma matriz-identidade. O Teste KMO, por sua vez, apresentou o valor meritório de 0,89, revelando indícios de que o grau de variância comum é significativo.

Ambos os testes sugerem que a análise multivariada é perfeitamente aplicável aos dados amostrais. Na seqüência, portanto, foram gerados os resultados da metodologia de ACP.

A interpretação dos resultados se inicia com a determinação do número de componentes principais, ou fatores, necessários para explicar a variação comum do conjunto de dados. Novamente, o patamar de 95% foi considerado para esse fim. Porém, ao contrário do DI Futuro, obteríamos a mesma quantidade de fatores com base na regra de que os autovalores devem ser maiores do que 1 (um). A Figura 6 mostra o percentual acumulado de explicação da variância.

**Figura 6**

Percentual acumulado de variância explicada por cada fator após a aplicação de ACP sobre as diferenças de taxas de juros normalizadas dos contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



Com um modelo de três fatores, o percentual de explicação é de 95,2%, que pode ser considerado suficiente para os propósitos do presente trabalho. Comparando com o DI Futuro, o 1º fator responde por uma parcela menor da variância, fato que é compensado pela maior influência do 2º e 3º fatores. Ademais, há implicações em estratégias de *hedge*, que devem ser implementadas de forma a captar as diferenças acima citadas.

Em complemento à análise anterior, a Tabela 10 apresenta a comunalidade, ou seja, a capacidade explicativa dos três fatores para cada vértice. Observa-se que o modelo se ajusta de maneira expressiva a todos os vértices da amostra. Outro aspecto a ser ressaltado é que, ao contrário do DI Futuro, há homogeneidade nos resultados. Portanto, os cálculos de VaR serão mais confiáveis independentemente da carteira considerada.

**Tabela 10**

Comunalidade dos vértices em relação ao modelo de fatores resultante da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DixPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

<b>Vértices</b>	<b>Comunalidade</b>
30	0,90
60	0,96
120	0,93
240	0,93
360	0,95
480	0,97
600	0,99
720	0,98
900	0,96
1200	0,92
1500	0,94
1800	0,97
2160	0,99
2520	0,94

As cargas fatoriais, ou seja, as correlações entre os fatores e os vértices, são mostradas na tabela a seguir.

**Tabela 11**

Matriz de Cargas Fatoriais de cada vértice em relação a cada fator como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DixPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

		Fatores													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Vértices (dias corridos)	30	0,50	<b>-0,69</b>	-0,42	-0,23	-0,18	-0,09	0,05	0,02	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	60	0,63	<b>-0,66</b>	-0,36	-0,06	0,09	0,09	-0,09	-0,06	0,05	0,01	-0,01	0,01	0,00	0,00
	120	<b>0,81</b>	-0,51	-0,11	0,16	0,16	0,08	0,03	0,06	-0,08	-0,01	0,01	-0,01	0,00	0,00
	240	<b>0,90</b>	-0,32	0,08	0,22	0,03	-0,07	0,09	0,01	0,09	0,03	0,02	-0,01	0,00	0,00
	360	<b>0,94</b>	-0,15	0,21	0,18	-0,04	-0,08	0,00	-0,04	-0,02	-0,03	-0,06	0,05	0,02	-0,01
	480	<b>0,96</b>	-0,08	0,23	0,08	-0,08	-0,04	-0,05	-0,06	-0,03	-0,02	0,00	-0,05	-0,04	0,02
	600	<b>0,96</b>	-0,01	0,26	0,00	-0,07	0,01	-0,06	0,00	-0,01	0,02	0,04	-0,02	0,06	-0,02
	720	<b>0,95</b>	0,03	0,26	-0,06	-0,08	0,04	-0,05	0,04	0,00	0,03	0,04	0,06	-0,03	0,01
	900	<b>0,94</b>	0,07	0,25	-0,13	-0,04	0,10	0,01	0,08	0,03	0,00	-0,07	-0,02	0,00	0,00
	1200	<b>0,92</b>	0,19	0,19	-0,22	0,06	0,08	0,09	-0,07	0,00	-0,06	0,03	0,01	0,00	0,00
	1500	<b>0,90</b>	0,35	-0,05	-0,17	0,14	-0,08	0,02	-0,03	-0,03	0,08	-0,02	0,00	0,00	0,01
	1800	<b>0,84</b>	0,45	-0,24	-0,05	0,10	-0,11	-0,06	0,05	0,02	-0,04	0,01	0,00	-0,02	-0,04
	2160	<b>0,76</b>	0,51	-0,38	0,07	-0,02	-0,01	-0,02	0,02	0,01	-0,04	0,00	0,00	0,02	0,05
	2520	<b>0,66</b>	0,53	-0,47	0,17	-0,13	0,11	0,04	-0,03	-0,01	0,03	0,00	0,00	-0,01	-0,02

Obs.: As maiores correlações para cada vértice estão destacadas em negrito.

Da mesma forma que no caso do DI Futuro, a maior parte dos vértices está relacionada fortemente a um fator, eliminando a necessidade de rotação de eixos. As exceções são os vértices extremos que apresentam maior uniformidade entre os três primeiros fatores.

A Tabela 12 mostra a decomposição da variância explicada por cada fator para cada vértice utilizado na amostra. Da mesma forma que na tabela anterior, o 1º fator é dominante, exceto nos vértices de 30 e 60 dias corridos.

**Tabela 12**

Percentual da Variância Total Explicada de cada vértice para os três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DixPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.

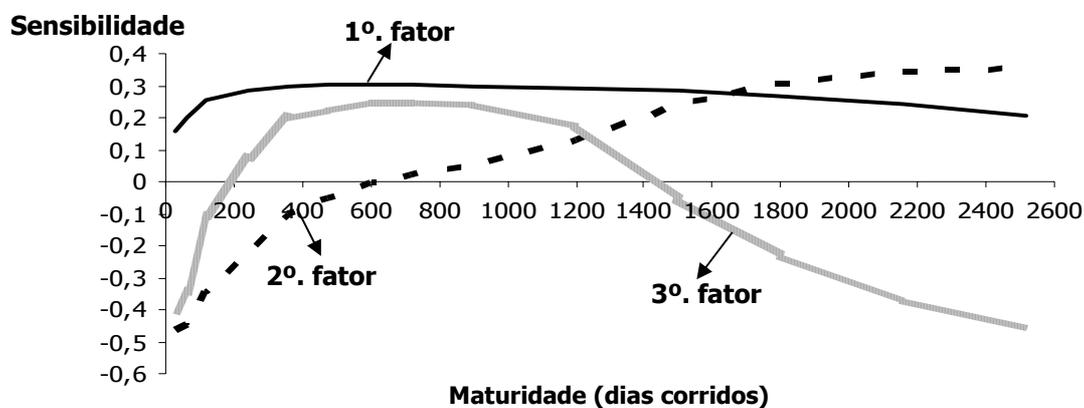
Prazo (dias úteis)	Proporção da variância explicada por cada componente principal			Explicação conjunta dos 3 fatores
	1º. Fator	2º. Fator	3º. Fator	
30	24,94%	47,57%	17,80%	90,31%
60	39,54%	43,91%	13,02%	96,47%
120	65,72%	26,18%	1,30%	93,20%
240	81,98%	10,41%	0,62%	93,02%
360	89,23%	2,33%	4,28%	95,84%
480	91,93%	0,61%	5,36%	97,90%
600	92,41%	0,01%	6,68%	99,10%
720	91,56%	0,08%	6,78%	98,43%
900	89,50%	0,55%	6,27%	96,33%
1200	85,91%	3,49%	3,46%	92,86%
1500	81,67%	12,28%	0,30%	94,25%
1800	70,81%	20,13%	5,87%	96,81%
2160	58,60%	25,99%	14,80%	99,39%
2520	43,58%	27,69%	22,47%	93,74%

Em resumo, concluímos que a análise multivariada é perfeitamente aplicada às variáveis do modelo, não sendo necessário modificar os vértices da Tabela 2 nem aplicar a rotação de fatores.

Aplicando a mesma seqüência da seção anterior, a figura a seguir apresenta o efeito de cada fator para o intervalo de vértices da amostra. A literatura de ACP denomina este efeito de sensibilidade.

**Figura 7**

Sensibilidade de cada vértice a variações nos três primeiros fatores como resultado da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DixPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



Com relação ao 1º fator, apesar de, para maturidades entre 200 e 1500 dias corridos, a variação da sensibilidade ser pequena, o mesmo não ocorre quando os intervalos de curto prazo (até 200 dias corridos) e longo prazo (superior a 1500 dias) são considerados. No contrato de DI Futuro, havia uma inflexão negativa nas extremidades; no entanto, a magnitude e a extensão deste efeito era consideravelmente menor. Portanto, a apreciação do gráfico permite que, somente para maturidades intermediárias, o fator seja associado a mudanças paralelas na estrutura da curva de juros.

É importante ressaltar que as taxas de swap são obtidas através de médias dos contratos negociados. Portanto, em se tratando de uma estimativa, as taxas de curto prazo podem estar sendo distorcidas a ponto de provocar ruídos na modelagem do fator 1.

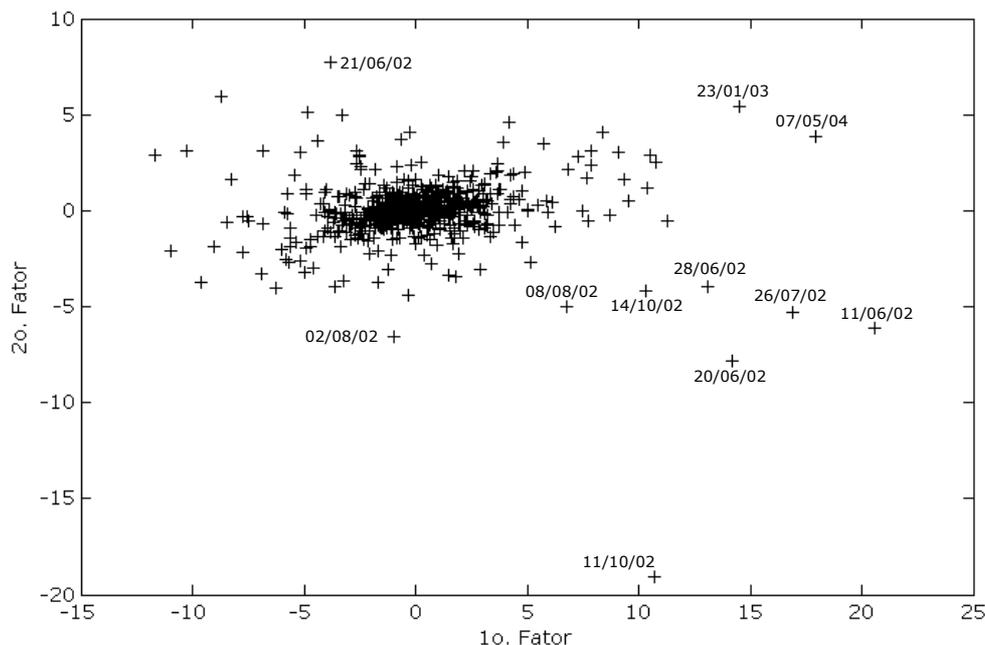
Por sua vez, a interpretação do 2º fator em muito se assemelha ao encontrado não só em estudos anteriores como na seção pertinente ao DI Futuro. Para maturidades de até 600 dias corridos, choques positivos provocam variações negativas na curva de juros. Para maturidades superiores, o impacto dos mesmos choques é positivo, configurando, desta forma, uma mudança de inclinação da ETJ.

Por fim, para maturidades inferiores a 200 dias e superiores a 1400 dias corridos, choques positivos no 3º fator produzem alterações negativas na curva, ocorrendo o contrário no intervalo interior. Avaliando os impactos de forma conjunta, este fator altera a curvatura da ETJ.

A análise dos escores fatoriais, realizada por meio da figura a seguir, permitirá identificar observações específicas em que ocorreram choques em determinado fator.

**Figura 8**

Representação dos Escores Fatoriais resultantes da aplicação de ACP sobre os contratos de SWAP DlxPré referentes ao período de 02/01/2002 até 17/12/2004.



Os pontos que se distanciam da origem estão associados a choques específicos. De maneira geral, pode-se afirmar que houve mais choques relacionados ao 1º fator haja vista que não só a amplitude dos escores é maior como também a sua dispersão. Além disso, os choques foram em sua maioria positivos, o que evidencia a tendência da política de juros de aumentos bruscos e diminuições graduais.

Três observações, porém, merecem destaque: 20/06/02, 21/06/02 e 11/10/02. No dia 20/06/02, houve uma alteração positiva nas taxas de juros brutas para todas maturidades configurando uma mudança de nível. Nesta data, o escore fatorial do 1º fator foi positivo e alto. No dia 21/06/02, houve queda nas taxas de curto prazo, e um aumento nas de longo prazo. O contrário ocorreu no dia 11/10/02. Nos dois últimos casos, os escores fatoriais do 2º fator apresentaram alta magnitude e sinais contrários. Assim sendo, a crítica do gráfico revela a

coerência entre variações observadas nas taxas brutas e a interpretação do resultado obtido com a aplicação de ACP.

#### **4.1.3. Ressalvas à aplicação de ACP nos contratos de DI Futuro e SWAP DI x Pré**

É importante notar que a interpolação por *spline cúbico* introduz um viés no estudo ao fazer com que informações comuns sejam inevitavelmente incorporadas a todos os vértices. Em teoria, a intensidade do viés deve ser maior nos contratos de DI Futuro em que os vértices variam diariamente. Os vencimentos dos contratos de SWAP DIxPré, por outro lado, são bem definidos, apresentando pequenas alterações diárias. Apesar disso, os resultados da aplicação de ACP em muito se assemelham aos encontrados em outros estudos, o que sugere, em princípio, que a intensidade do viés não é significativa.

Quando a amostra é composta por instrumentos de renda fixa cujo risco mais acentuado é o de mercado, um modelo de três fatores é apropriado. Porém, o mesmo não pode ser afirmado na medida em que são adicionados papéis na carteira com componente de risco de crédito significativo, conforme explorado no artigo de Knez, Litterman & Scheinkman (1994).

Como ressaltamos anteriormente, as variáveis obtidas são não-observáveis, ou seja, não podemos mensurá-las diretamente no mercado. Interpretar os resultados na prática, porém, é importante para que os movimentos dos fatores possam ser antevistos possibilitando, desta forma, o ajuste das carteiras. O 1º fator é de mais fácil visualização, pois está associado a eventos que afetam uniformemente toda a ETTJ. A previsão de elevação na taxa SELIC é um evento desta natureza. Por outro lado, a interpretação dos demais fatores é mais complexa. Litterman & Scheinkman (1991) partiram da hipótese de que o 3º fator estava relacionado à previsão de volatilidade dos retornos dos títulos.

Construíram, então, uma carteira de títulos contendo opções de futuros de *Treasury Bonds* para, com isso, extrair a volatilidade implícita, medida considerada confiável pelo mercado. Concluíram que a correlação com o 3º fator era, de fato, significativamente alta. O mesmo procedimento pode ser implementado para obter mais informações acerca dos fatores.

#### 4.2. Valor em Risco

O objetivo da seção é comparar uma metodologia mais consagrada de cálculo de VaR, a Metodologia Analítica, com outra que consiste na aplicação conjunta da Simulação de Monte Carlo com ACP. A investigação será realizada através da montagem de carteiras hipotéticas a partir de combinações dos diversos contratos que fazem parte da amostra, variando as posições comprada e vendida de cada um deles, conforme mostrado na Tabela a seguir.

**Tabela 13**  
Composição das carteiras utilizadas no cálculo de VaR

<b>Carteira 1</b>	Comprada em \$100.000,00 em DI Futuro de 21 dias Comprada em \$100.000,00 em DI Futuro de 252 dias Comprada em \$100.000,00 em SWAP DlxPré de 30 dias Comprada em \$100.000,00 em SWAP DlxPré de 2520 dias
<b>Carteira 2</b>	Vendida em \$100.000,00 em DI Futuro de 84 dias Vendida em \$100.000,00 em DI Futuro de 126 dias Comprada em \$100.000,00 em SWAP DlxPré de 720 dias Comprada em \$100.000,00 em SWAP DlxPré de 1500 dias
<b>Carteira 3</b>	Vendida em \$300.000,00 em DI Futuro de 21 dias Comprada em \$200.000,00 em DI Futuro de 84 dias Comprada em \$100.000,00 em DI Futuro de 105 dias Comprada em \$50.000,00 em DI Futuro de 252 dias
<b>Carteira 4</b>	Vendida em \$300.000,00 em SWAP DlxPré de 30 dias; Vendida em \$200.000,00 em SWAP DlxPré de 720 dias; Vendida em \$100.000,00 em SWAP DlxPré de 1500 dias; Vendida em \$10.000,00 em SWAP DlxPré de 2520 dias.

Antes de procedermos à análise dos resultados do VaR, é relevante entender o comportamento das variáveis que compõem as carteiras acima citadas. Para tal, apresentamos na tabela a seguir um resumo estatístico de cada uma delas. Aplicar-se-á testes de Normalidade e medidas de tendência, como a curtose e a assimetria, uma vez que a premissa fundamental da metodologia Analítica é de que o fator de risco, no caso, a taxa de juros, segue uma distribuição normal.

**Tabela 14**

Estatísticas descritivas das diferenças diárias de taxas de juros, expressas em percentual, para os contratos de DI Futuro e SWAP DlxPré.

Período do amostra: 02/01/2002 até 17/12/2004.

<b>Contrato</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio-padrão</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>
DI21	-0,01	1,05	4,70	55,00
DI84	0,00	1,45	1,93	19,38
DI105	0,00	1,51	1,37	12,26
DI126	0,00	1,57	1,36	10,42
DI252	0,00	1,79	1,02	8,56
SWAP30	0,00	1,24	7,17	117,26
SWAP720	-0,02	1,93	0,80	4,73
SWAP1500	-0,04	2,01	0,99	6,10
SWAP2520	-0,03	2,77	0,78	6,68

**Obs.: Estatísticas obtidas através do software SPSS.**

O fato de o desvio-padrão dos contratos de vencimentos mais longos serem maiores justifica a necessidade de normalizar os contratos para a implementação da ACP. O maior risco de aplicações de longo prazo se reflete em aumento da volatilidade, expresso em função do desvio-padrão.

Medidas de assimetria com valores positivos significativos apresentam longas caudas à direita. Este é notadamente o caso em contratos de curta duração, mais notadamente no DI Futuro com vencimento de 21 dias úteis, e no SWAP DlxPré com vencimento de 30 dias corridos. Quanto à curtose, todos os contratos são leptocúrticos, ou seja, concentram boa parte dos retornos na média.

Os pontos acima mencionados reforçam a hipótese de que a distribuição não é normal. Para comprová-la, realizaram-se dois testes: Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk.

**Tabela 15**

Resultados dos testes de normalidade das diferenças diárias de taxas de juros, expressas em percentual, para os contratos de DI Futuro e SWAP DIxPré.

Período do amostra: 02/01/2002 até 17/12/2004.

Contrato	Kolmogorov-Smirnov		Shapiro-Wilk	
	Valor	Significância	Valor	Significância
DI21	0,26	0,00	0,50	0,00
DI84	0,17	0,00	0,73	0,00
DI105	0,16	0,00	0,80	0,00
DI126	0,15	0,00	0,82	0,00
DI252	0,11	0,00	0,88	0,00
SWAP30	0,26	0,00	0,43	0,00
SWAP720	0,10	0,00	0,93	0,00
SWAP1500	0,11	0,00	0,90	0,00
SWAP2520	0,12	0,00	0,90	0,00

Em todos os casos, o nível de significância não permite a afirmação de que a distribuição se aproxima da normal. Esta é a razão pela qual acrescentou-se aos resultados o método de cálculo de volatilidade EWMA, que, através de uma ponderação dos retornos recentes, captura com maior precisão variações bruscas na curva de juros.

Feitas as considerações iniciais, iniciaremos a seção com uma análise quantitativa do VaR, apresentando a evolução temporal dos valores de risco. Em seguida, procederemos a uma análise mais qualitativa, com o suporte dos parâmetros do Teste de Kupiec.

#### 4.2.1. Evolução do VaR

A figura a seguir apresenta a evolução do VaR da carteira 1 para as três metodologias. Percebe-se, claramente, que o formato da curva do VaR calculado pela metodologia Analítica (EWMA) se assemelha bastante ao da curva de perda real. As oscilações mais bruscas ocorrem justamente nos pontos onde a perda real é maior. Isto se justifica pela ponderação das observações mais recentes, razão pela qual este método é bastante utilizado.

Em primeira análise, o método de ACP e, com mais intensidade, a metodologia Analítica que emprega o desvio-padrão (DP) histórico parecem superestimar o risco. Ambos apresentam valores superiores à Analítica (EWMA), exceto nos pontos em que há oscilações mais bruscas nos retornos. A isto se soma o fato de a perda real superar o VaR em pontos distintos.

### Figura 9

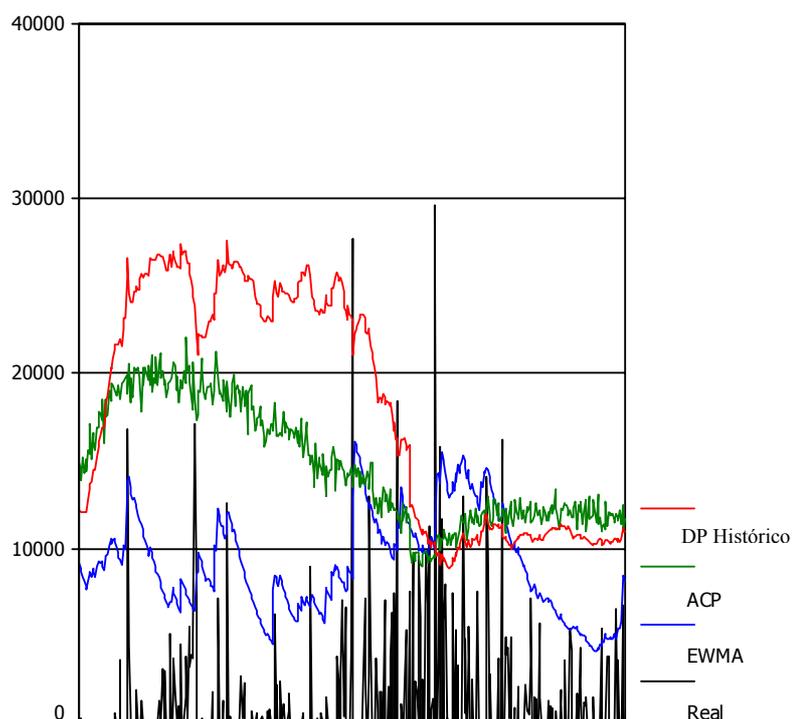
Evolução do VaR para a carteira 1 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância 5%.

Total de observações: 440 dias úteis.

Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.



Comportamento semelhante pode ser observado ao analisar as figuras 10 e 11, que representam, respectivamente, o VaR das carteiras 2 e 3. Novamente, a distribuição do VaR das metodologias Analítica (DP Histórico) e ACP é mais suave e os valores são mais conservadores do que a Analítica (EWMA). Somente a

aplicação do teste de proporção de falhas de Kupiec, a ser realizado na seção seguinte, proporcionará argumentos mais sólidos para confirmar a superioridade relativa entre os métodos.

**Figura 10**

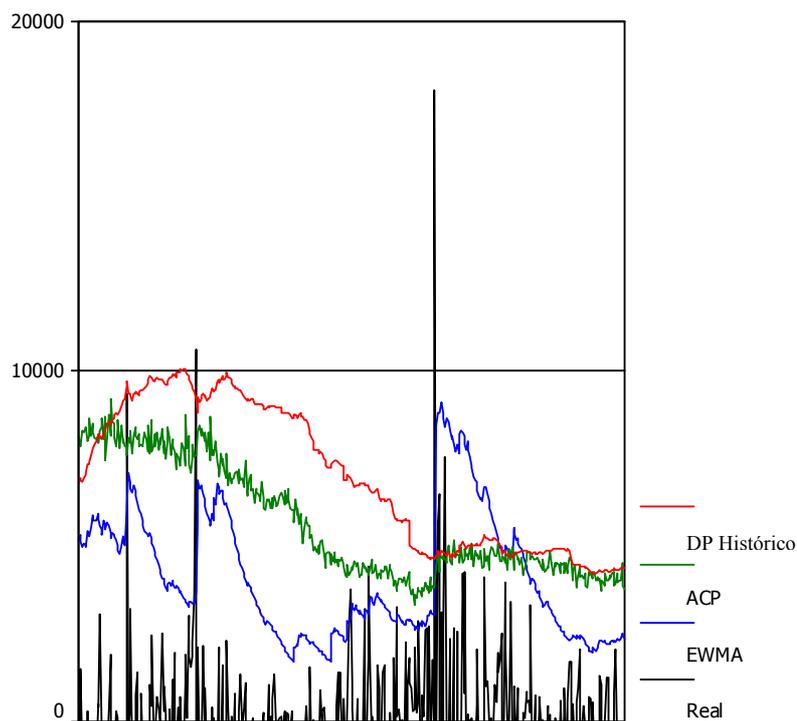
Evolução do VaR para a carteira 2 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância 2,5%.

Total de observações: 440 dias úteis.

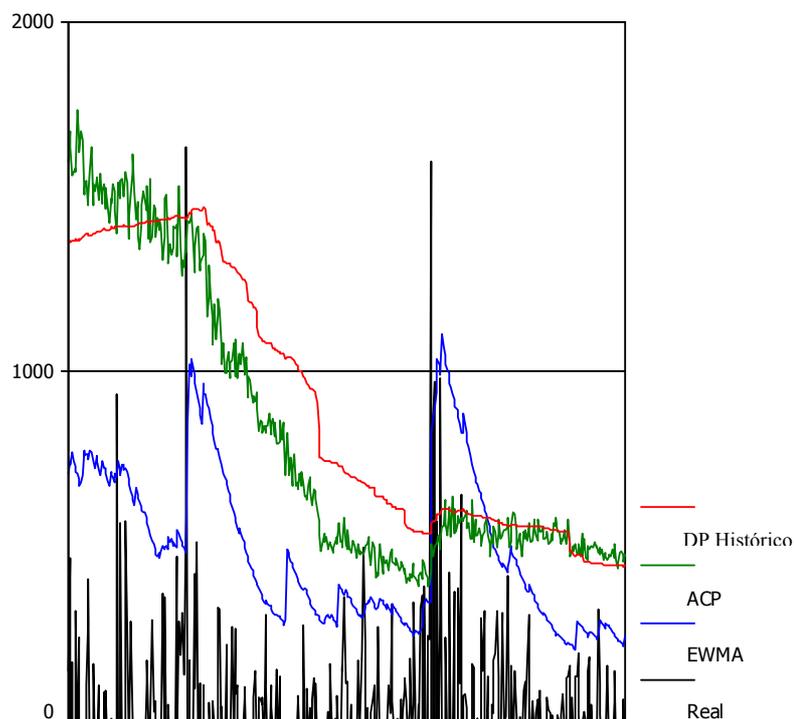
Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.



**Figura 11**

Evolução do VaR para a carteira 3 no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo. Nível de significância 1%. Total de observações: 440 úteis. Janela de testes: 300 dias úteis. Lambda = 0,94.



Como todas as ações escolhidas para o trabalho têm correlação positiva entre si, os valores em risco diminuem à medida que alternamos entre posições vendidas e compradas. Quando todas as ações estão compradas ou vendidas, o risco de cada ação é sempre adicionado ao da carteira. Quando adicionamos uma posição vendida (comprada) e mantemos as outras posições compradas (vendas) constantes, o risco diminui até um ponto de mínimo.

Para esse fim, a carteira 4, originalmente com posições vendidas em todos os títulos, foi modificada com a inversão da posição do SWAP de vértice igual a

1500 dias corridos. A figura a seguir compara o VaR da carteira 4 nas duas situações.

### Figura 12

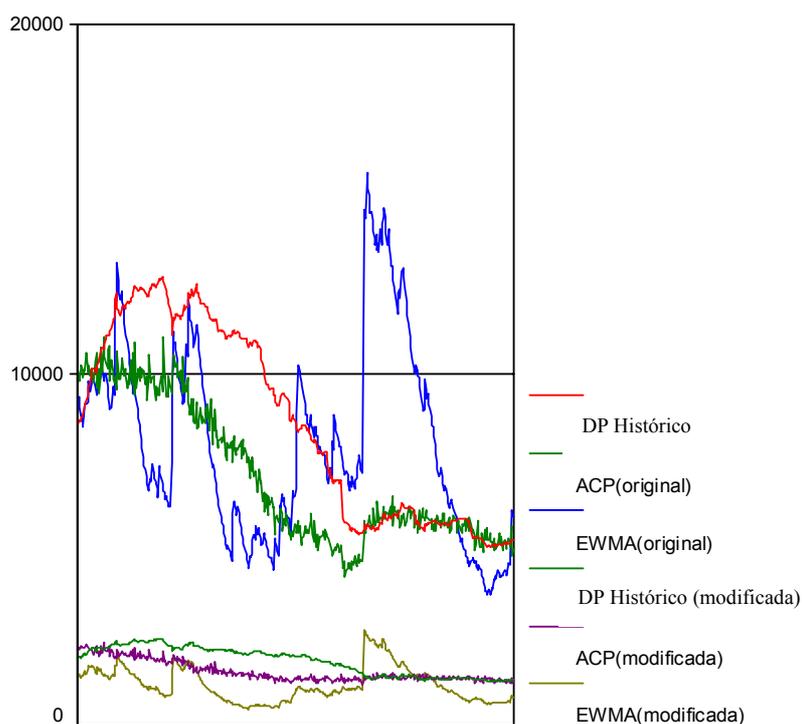
Evolução do VaR para a carteira 4 original e modificada no período de 18/03/2003 até 17/12/2004 para as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e ACP em conjunto com a Simulação de Monte Carlo.

Nível de significância: 5%.

Total de observações: 440.

Janela de testes: 300 dias.

Lambda = 0,94.



Conforme esperado, o VaR diminui bruscamente com a modificação da carteira. No entanto, a posição relativa das curvas indica que as considerações anteriores se mantiveram.

#### 4.2.2. Avaliação do VaR através do Teste de Kupiec

Como os cálculos de VAR são aproximações, é importante o monitoramento contínuo do desempenho real em relação às estimativas. Kupiec (1995) comprova que seria necessária uma amostra muito grande (para um intervalo de confiança de 99%, uma amostra de 10 anos, por exemplo) para que o modelo fosse preciso. Em seu estudo, Kupiec montou uma tabela em que mostra a porcentagem de erros mínima e máxima que podem ser obtidas para dado intervalo de confiança. Para o tamanho da amostra (aproximadamente 450 observações), os valores são mostrados a seguir: 95 % - [3,12% ; 7,14%]; 97,5 % - [1,20% ; 4,07%]; 99 % - [0,24% ; 2,05%]

Para comparar com os dados acima, foram calculados os percentuais de erros entre o VaR esperado e real, conforme mostrado na tabela a seguir. São consideradas erros as ocorrências em que o VaR real é maior do que o Var esperado. Os resultados estão baseados no mesmo tamanho de janela (300 observações) para fins de comparação. Quanto ao horizonte de tempo, a escolha depende do perfil do investidor e da composição da carteira. Para uma instituição não-financeira, poder-se-ia definir um horizonte maior, de trinta dias, por exemplo, caso a carteira em questão fosse o fluxo de caixa operacional. O mesmo raciocínio não se aplicaria a uma instituição financeira que lida com ativos altamente líquidos sujeitos a flutuações diárias. O Acordo da Basileia recomenda a adoção de um horizonte de tempo de um dia, parâmetro utilizado no presente estudo.

**Tabela 16**

Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 18/03/2003 até 17/12/2004, totalizando 440 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 300 dias úteis.

Lambda = 0,94.

Número de simulações = 1000.

		Níveis de Confiança		
		95%	97,50%	99%
<b>Carteira 1</b>	Análítica <u>DP Histórico</u>	<b>2,05%</b>	1,37%	0,68%
	Análítica <u>EWMA</u>	3,42%	2,05%	0,91%
	ACP	<b>2,28%</b>	<b>1,14%</b>	1,14%
<b>Carteira 2</b>	Análítica <u>DP Histórico</u>	<b>1,82%</b>	<b>0,91%</b>	0,68%
	Análítica <u>EWMA</u>	3,19%	1,82%	1,37%
	ACP	<b>2,96%</b>	1,59%	1,14%
<b>Carteira 3</b>	Análítica <u>DP Histórico</u>	<b>2,73%</b>	1,59%	1,37%
	Análítica <u>EWMA</u>	6,83%	4,33%	2,96%
	ACP	<b>2,73%</b>	2,05%	1,82%
<b>Carteira 4</b>	Análítica <u>DP Histórico</u>	<b>1,82%</b>	<b>1,14%</b>	0,68%
	Análítica <u>EWMA</u>	3,42%	1,82%	1,37%
	ACP	<b>2,51%</b>	1,37%	<b>0,23%</b>

Os resultados deixam claro que a metodologia Analítica (DP Histórico) e ACP não são adequadas para o cálculo do VaR, quando o nível de significância é de 5%. Para significâncias de 1% e 2,5%, apesar de aceito no teste de Kupiec, o valor em risco também foi superestimado, haja vista que a proporção de perdas reais foi significativamente menor do que a prevista pelo modelo. Devido ao tamanho do intervalo de confiança do teste, que é função da quantidade de observações, alguns valores não são rejeitados.

Como o modelo analítico pressupõe a normalidade das variáveis, a comprovação de que nenhuma das distribuições se aproxima da normal explica em boa parte sua ineficácia. Isto gera um problema em potencial para os gestores de carteiras. O modelo recomendaria uma diminuição da exposição do gestor incompatível ao risco estabelecido na prática.

A adoção de um modelo de três fatores deveria, teoricamente, aumentar a capacidade explicativa da curva de juros e melhorar a análise de risco. Além disso, nenhuma hipótese de distribuição dos retornos é imposta neste modelo. Como se pôde observar nos gráficos de evolução de VaR, porém, os valores têm um componente inercial, ou seja, a curva de VaR não se ajusta rapidamente a variações bruscas no retorno. Testes realizados em mercados mais maduros, como Singh (1997), são indícios de que a metodologia é mais aplicável em ambientes de menor volatilidade.

Em nenhuma das carteiras, o teste de Kupiec rejeitou a metodologia Analítica que emprega a volatilidade EWMA mostrando a superioridade em relação às demais. A ponderação da volatilidade se mostrou efetiva quando há mudanças bruscas nas variáveis de interesse. As figuras que mostram a evolução do VaR para as diferentes carteiras já havia mostrado que o formato da curva se assemelhava bastante à perda real.

O fato de utilizarmos uma janela de testes de 300 dias para efeito de comparabilidade das diversas metodologias pode ser a causa dos erros excessivos encontrados nas metodologias ACP e Analítica (DP Histórico). A utilização de janelas mais extensas é recomendável em variáveis cuja variância se mantém ao longo do tempo. Quando a série de retornos sofre constantes mudanças de regime, o modelo não consegue capturá-las. A escolha de uma janela apropriada, portanto, é crucial para o desempenho do modelo.

Neste contexto, foram testadas para as mesmas carteiras utilizando janelas de 100 e 200 dias, cujos resultados se encontram na tabelas a seguir. Para a

janela de 100 dias, o intervalo aceitável do Teste de Kupiec para cada nível de confiança é: 95 % - [3,29% ; 6,92%]; 97,5 % - [1,31% ; 3,91%]; 99 % - [0,29% ; 1,94%]. Para a janela de 200 dias, os intervalos são: 95 % - [3,42% ; 6,76%]; 97,5 % - [1,40% ; 3,79%]; 99 % - [0,34% ; 1,86%].

**Tabela 17**

Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 31/05/2002 até 17/12/2004, totalizando 540 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 200 dias úteis.

Lamba = 0,94.

Número de Simulações = 1000.

		Níveis de Confiança		
		95%	97,50%	99%
<b>Carteira 1</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	<b>3,19%</b>	2,51%	1,59%
	Analítica <u>EWMA</u>	5,01%	<b>4,56%</b>	<b>3,19%</b>
	ACP	<b>2,78%</b>	1,48%	0,93%
<b>Carteira 2</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	<b>2,73%</b>	1,59%	1,59%
	Analítica <u>EWMA</u>	3,87%	2,51%	1,59%
	ACP	<b>2,78%</b>	2,23%	1,48%
<b>Carteira 3</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	<b>3,19%</b>	2,28%	1,59%
	Analítica <u>EWMA</u>	5,69%	<b>3,87%</b>	<b>2,73%</b>
	ACP	<b>2,97%</b>	2,04%	1,67%
<b>Carteira 4</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	<b>2,96%</b>	2,05%	0,91%
	Analítica <u>EWMA</u>	5,47%	2,96%	<b>2,05%</b>
	ACP	3,53%	2,41%	1,30%

**Tabela 18**

Percentual de erros observados entre os Valores em Risco Reais e os Valores em Risco estimados de acordo com as metodologias Analítica (Desvio-Padrão Histórico e EWMA) e Simulação de Monte Carlo com ACP através do procedimento de BackTest para as 4 carteiras hipotéticas.

O Teste foi realizado com retornos diários correspondentes ao período de 22/10/2002 até 17/12/2004, totalizando 640 observações.

Os valores rejeitados pelo teste de Kupiec estão destacados em negrito.

Níveis de Confiança de 95%, 97,5% e 99%.

Horizonte de Tempo: 1 dia útil.

Janela de testes: 100 dias úteis.

Lamba= 0,94.

Número de Simulações = 1000.

		Níveis de Confiança		
		95%	97,50%	99%
<b>Carteira 1</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	4,33%	3,42%	<b>2,05%</b>
	Analítica <u>EWMA</u>	5,01%	3,19%	1,59%
	ACP	3,60%	2,50%	1,72%
<b>Carteira 2</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	5,47%	<b>4,33%</b>	<b>3,19%</b>
	Analítica <u>EWMA</u>	4,78%	3,42%	<b>2,05%</b>
	ACP	3,76%	2,66%	<b>2,35%</b>
<b>Carteira 3</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	5,92%	<b>4,56%</b>	<b>3,87%</b>
	Analítica <u>EWMA</u>	<b>7,06%</b>	<b>4,33%</b>	<b>3,19%</b>
	ACP	6,10%	<b>4,85%</b>	<b>4,54%</b>
<b>Carteira 4</b>	Analítica <u>DP Histórico</u>	5,24%	2,96%	1,37%
	Analítica <u>EWMA</u>	5,92%	3,64%	<b>2,05%</b>
	ACP	3,91%	2,19%	0,94%

Os dados das tabelas 17 e 18 mostram que os resultados são bastante sensíveis em relação ao tamanho da janela. Em ambos os casos, as metodologias Analítica (DP Histórico) e ACP apresentam sensível melhora. Observa-se que, quando houve rejeição da proporção de falhas, o intervalo superior não foi obedecido. Portanto, o excesso de conservadorismo observado no teste original não ocorreu quando a janela foi diminuída. A metodologia Analítica (EWMA), por

sua vez, foi rejeitada em vários casos, especialmente na carteira 3, composta somente por títulos de DI Futuro.

Observamos que, quando a janela era de 300 dias úteis, houve rejeição maciça quando adotado um nível de significância de 5%. Porém, quando se reduz a janela para 100 dias úteis, a mesma constatação é aplicada ao nível de 1%.

Portanto, uma dificuldade adicional foi encontrada para a comparação realizada nesta seção. Como a sensibilidade dos resultados em relação à janela de testes é grande, pode haver controvérsias em afirmações que julguem a superioridade de determinado método em relação aos demais.

Para a comparação das metodologias para um mesmo nível de confiança, as medidas acima são válidas. No entanto, quando se pretende analisar o comportamento das mesmas para diferentes níveis de confiança e títulos, é necessária a construção de um índice de desempenho geral.<sup>6</sup> Este índice é calculado como o somatório das diferenças absolutas entre os percentuais de falha observado e esperado normalizadas para os diversos níveis de confiança, dado pela expressão a seguir:

$$\sum_i |(O_i - E_i) / E_i|, \text{ onde } O_i \text{ corresponde ao valor observado do teste de Kupiec}$$

e  $E_i$  corresponde ao nível de confiança esperado.

---

<sup>6</sup> Índice de desempenho extraído a partir da dissertação de Bruno Vasquez Maletta, da Coppead/UFRJ, defendida em 11 de Abril de 2005 sob o título “Modelos baseados em simulação de Monte Carlo: soluções para o cálculo do Value-at-Risk”.

**Tabela 19**

Índice de desempenho das metodologias de VaR calculadas para as diversas janelas de testes, carteiras e níveis de significância.

Janela de Testes	Carteiras	Metodologias		
		Analítica DP Histórico	Analítica EWMA	ACP
100 dias	Carteira 1	1,55	0,87	1,00
	Carteira 2	3,02	1,46	1,66
	Carteira 3	3,88	3,33	4,70
	Carteira 4	0,60	1,69	0,40
200 dias	Carteira 1	0,96	3,02	0,92
	Carteira 2	1,41	0,82	1,03
	Carteira 3	1,04	2,42	1,26
	Carteira 4	0,68	1,33	0,63
300 dias	Carteira 1	1,36	0,59	1,23
	Carteira 2	1,59	1,00	0,91
	Carteira 3	1,19	3,06	1,45
	Carteira 4	1,50	0,96	1,72
	<b>Média</b>	1,56	1,71	1,41
	<b>Desvio-padrão</b>	0,95	0,99	1,11

É fácil perceber que, quanto menor o índice, mais próxima do valor esperado está a metodologia avaliada. Analisando os dados da Tabela 19, a metodologia ACP foi a que apresentou, em média, o melhor desempenho. Em compensação, porém, é a que apresenta o maior desvio-padrão, principalmente em função dos índices relativos à janela de 300 dias. Uma maior variedade de situações testadas poderia fornecer maior significância estatística e, conseqüentemente, maior suporte à afirmação de que o ACP é o melhor método. Por hora, podemos afirmar que existem indícios de que o ACP é um excelente método que pode ser comparado aos mais tradicionais.

## 5. Conclusão

O entendimento da ETTJ requer a análise de múltiplas variáveis correlacionadas, o que aumenta sua complexidade. Reduzir a dimensão do problema é justamente a característica principal da metodologia de ACP, motivo este que levou vários autores a empregá-la para a decomposição da ETTJ em fatores comuns.

A metodologia de ACP foi aplicada em dois instrumentos de renda fixa de alta liquidez disponíveis no mercado brasileiro: DI Futuro e SWAP DlxPré. Em ambos os casos, os resultados foram condizentes com a literatura relativa ao assunto. Os estudos nacionais aplicados sobre derivativos de renda fixa, como os de Silveira & Bessada (2003) e Varga & Valli (2001), também resultaram em um modelo de três fatores cuja adequação é comprovada pelo alto poder explicativo encontrado nos testes.

A interpretação dos fatores tem implicações importantes para a composição da carteira cujo elemento principal de risco é a taxa de juros. O primeiro está relacionado a mudanças de nível em toda a ETTJ. A sensibilidade a choques neste fator é aproximadamente constante para diferentes maturidades, o que provoca alterações paralelas na curva de juros. Especificamente no SWAP DlxPré, os vértices de curto e longo prazo apresentaram sensibilidade menor do que os intermediários, efeito este que deve ser motivo de atenção por parte dos gestores da carteira. O 2º fator é responsável por alterações na inclinação da ETTJ, dado que choques positivos provocam variações negativas nos vértices de curto prazo, e positiva nos de longo prazo. Finalmente, choques positivos no 3º fator produzem mudanças positivas nos vértices intermediários, e negativas nos extremos, o que denota alterações de curvatura da ETTJ.

A mera identificação dos fatores, porém, não é suficiente para que o estudo da ETTJ esteja completo. Estudos complementares devem ser feitos no sentido de

associá-los a variáveis de mercado perfeitamente observáveis para que, com isso, eventuais choques possam ser medidos com antecedência suficiente para a tomada de decisão.

Teoricamente, os modelos de fatores fornecem suporte para que sejam incorporados ao VaR a quantidade ótima de elementos de risco necessária para aumento da precisão de sua medida. Neste contexto, ACP é uma ferramenta que apresenta grandes avanços em relação aos demais, pois, além de isolar os fatores mais representativos, informa o peso relativo, ou capacidade explicativa, de cada um deles.

Era esperado, portanto, que sua utilização para fins de cálculo de VaR apresentasse resultados superiores em relação à Metodologia Analítica. Quando a janela foi fixada em 300 dias, porém, a metodologia Analítica (EWMA) foi claramente superior em relação aos demais, tendo os valores de risco se ajustado bem ao nível de significância desejado, conclusão devidamente suportada pela aceitação de todos os valores pelo Teste de Kupiec.

Particularmente interessante foi avaliar a sensibilidade dos resultados a variações no tamanho do período, ou janela, da amostra. Considerando janelas de 100 e 200 dias, verificou-se que houve significativa variação na qualidade dos testes. Houve significativa melhora nos resultados das metodologias Analítica (DP Histórico) e ACP. Por outro lado, houve piora na metodologia Analítica (EWMA), incluindo a rejeição de alguns valores de risco pelo Teste de Kupiec.

Portanto, somente a partir de um índice de desempenho geral é possível comparar as metodologias. Este índice, representado pelo somatório das diferenças absolutas entre os percentuais de falha observado e esperado normalizadas, foi calculado para os níveis de confiança e janelas de testes testados no trabalho. O resultado mostra que o ACP apresentou a melhor média de desempenho.

Porém, dada a proximidade da média dos índices e os valores altos de desvio-padrão, podemos afirmar somente que existem indícios de que o ACP é um excelente método que pode ser comparado aos mais tradicionais.

Portanto, os resultados não foram conclusivos no sentido de apontar a supremacia de nenhuma das metodologias. Uma maior variedade de situações testadas poderia fornecer maior significância estatística aos índices de desempenho e, conseqüentemente, maior suporte à análise. Ademais, os parâmetros para o teste de cada método, especialmente o tamanho da janela de testes, dependem do mercado em estudo, como a dinâmica temporal e a volatilidade das taxas de juros. A partir do momento em que as premissas forem estabelecidas de forma a controlar as especificidades de cada um deles, será possível analisá-los de forma mais precisa. Em complemento, critérios adicionais, como rapidez computacional, também devem ser levados em consideração.

É importante salientar que somente o risco de mercado foi considerado. Esta simplificação é boa na medida em que a carteira seja composta somente por títulos em que os demais riscos não são significativos. Para a incorporação de instrumentos financeiros privados, por exemplo, a análise de risco deve contemplar todos os elementos de risco de forma agregada. O estabelecimento de novos parâmetros para as reservas de capital de instituições financeiras, conforme sugerido pelo Novo Acordo da Basileia, é um passo neste caminho.

## 6. Bibliografia

Abad, Pilar & Novales, Alfonso; **The forecasting ability of factor models of the term structure of IRS Markets**; Working Papers 0221; Universidad Complutense de Madrid; June 2002.

Barber, J. & Copper, M.; **Immunization using principal component analysis**; Journal of Portfolio Management; p. 99-105; Fall 1996.

Barcinski, Alexandre; Almeida, Bernardo Calmon Du Pin; Garcia, Márcio Gomes Pinto; Silveira, Marcos Antonio Coutinho; **Oestimação de volatilidade do retorno das ações brasileiras – um método alternativo à família Garch**; Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil; Coleção Coppead de Administração; Editora Atlas; 2001.

Barnhill Jr., Theodore & Gleason, Katherine; **O Novo Acordo da Basiléia: a importância de estrutura conceitual**; Resenha BM&F, nº 150; Julho/Agosto 2002.

Bliss, Robert R.; **Movements in the term structure of interest rates**; Federal Reserve Bank of Atlanta; Economic Review; Fourth Quarter 1997.

Bolch, Ben W. & Cliff, Huang J.; **Multivariate statistical methods for business and economics**; Prentice-Hall International Series in Management; 1974.

Donangelo, Andrés F.; Silva, Wallace Clayton Porcino; Lemgruber, Eduardo Facó & Ohanian, George; **Estimadores de volatilidade para modelos de Valor em Risco de ativos lineares e não lineares: investigação para períodos de crises e estáveis no mercado brasileiro**; Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil; Coleção Coppead de Administração; Editora Atlas; 2001.

Engelbrecht, Robyn; **A comparison of value-at-risk methods for portfolios consisting of interest rate swaps and FRAs**; December 2003.

Fengler Matthias R.; Hardle, Wolfgang K.; Villa, Christophe; **The dynamics of implied volatilities: a common principal component approach**; Working paper CREREG; University of Rennes; 2001.

Frye, Jon; **Principals of risk: finding value-at-risk through factor-bases interest rate scenarios**; Risk Publications; April 1997.

Jorion, Philippe; **Value at Risk**; McGraw-Hill; 1997.

Khindanova, Irina N. & Svetlozar, Rachev T.; **Value at Risk: Recent Advances**. Handbook on Analytic-Computational Methods in Applied Mathematics; CRC Press LLC; 2000.

Knez, Peter; Litterman, Robert; Scheinkman, José (1991); **Exploration into factors explaining money market returns**; Journal of Finance; v.1; p. 54-61; December 1994.

Kupiec, P. H.; **Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models**; The Journal of Derivatives; v. 2; p. 73-84; December 1995.

Lardic, Sandrine, Priaulet, Philippe & Priaulet, Stéphane; **PCA of the yield curve dynamics: questions of methodologies**; March 2001.

Lemgruber, Eduardo Facó & Ohanian, George; **O modelo de projeção de volatilidade do Riskmetrics<sup>TM</sup> e a hipótese de distribuição normal condicional para alguns fatores de risco do Brasil**; Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil; Coleção Coppead de Administração; Editora Atlas; 2001.

Litterman, Robert & Scheinkman, José; **Common factors affecting bond returns**; Journal of Fixed Income; v.1; p. 54-61; 1991.

Loretan, Mico; **Generating market risk scenarios using principal component analysis: methodological and practical considerations**; Federal Reserve Board; March 1997.

Marshall, Christopher & Siegel, Michael; **Value at risk: Implementing a risk measurement standard**; MIT Finance Research Center; June 1996.

Mendes, Beatriz Vaz de Melo; **A Teoria dos Valores Extremos: uma aplicação ao mercado financeiro brasileiro**; Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil; Coleção Coppead de Administração; Editora Atlas; 2001.

Oliveira, Rogério de Deus; **Gerenciamento de risco de crédito em operações de SWAP**; Gestão de Risco e Derivativos – Aplicações no Brasil; Coleção Coppead de Administração; Editora Atlas; 2001.

Santos, Maurinho Luiz dos & Vieira, Wilson da Cruz; **Métodos quantitativos em economia**; Editora UFV; 2004.

Scherer, Kevin Paul & Avellaneda, Marco; **All for one ... One for all?: A principal component analysis of Latin América Brady Bond Debt from 1994 to 2000**; NYU Courant Institute of Mathematical Sciences Working Paper; September 2000.

Shlens, Jon; **A Tutorial on Principal Component Analysis: derivation, discussion and single value decomposition**; March 2003.

Silveira, Getúlio & Bessada, Octavio; **Análise de Componentes Principais de dados funcionais: uma aplicação às estruturas a termo de taxas de juros**; Trabalhos para Discussão n° 73; Maio 2003.

Singh, Manoj; **Value-at-risk using principal component analysis**; Journal of Portfolio Management; p. 101-112; Fall 1997.

Tabachnick, B. G. e Fidell, L. S.; **Using Multivariate Statistics**; HarperCollins; 2001.

Varga, Gyorgy; **Interpolação por Cubic Spline para a Estrutura a Termo Brasileira**; Resenha BM&F nº 140; Julho/Agosto 2000.

Varga, Gyorgy & Valli, Marcos; **Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização**; Revista de Estudos Avançados da USP; Janeiro 2001.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)