

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**LUCÍOLA CAMPESTRINI**

**SINTONIA DE CONTROLADORES PID  
DESCENTRALIZADOS BASEADA NO  
MÉTODO DO PONTO CRÍTICO**

Porto Alegre  
2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**LUCÍOLA CAMPESTRINI**

**SINTONIA DE CONTROLADORES PID  
DESCENTRALIZADOS BASEADA NO  
MÉTODO DO PONTO CRÍTICO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Automação e Instrumentação Eletro-Eletrônica

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre  
2006

**LUCÍOLA CAMPESTRINI**

**SINTONIA DE CONTROLADORES PID  
DESCENTRALIZADOS BASEADA NO  
MÉTODO DO PONTO CRÍTICO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella, UFRGS  
Doutor pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mario Cesar Mello Massa de Campos, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguêz de Mello  
Doutor pela Ecole Centrale Paris, ECP – Paris, França

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS  
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Junior, Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Doutor pela Universite de Toulouse III (Paul Sabatier) – Toulouse, França

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Eduardo Pereira

Porto Alegre, fevereiro de 2006.

## RESUMO

Controladores PID são largamente utilizados no controle de processos industriais, tanto em sistemas monovariáveis como em sistemas multivariáveis. No entanto, muitos dos controladores encontrados na indústria são mal sintonizados. Um dos métodos mais simples de sintonia de controladores PID consiste em identificar algumas grandezas, as quais se relacionam com características do processo a controlar, e em seguida aplicar fórmulas para os parâmetros dos controladores baseadas nestas grandezas. Estas grandezas são o ganho e o período críticos do processo, os quais se relacionam diretamente com o limite de estabilidade do sistema. Uma característica bastante interessante deste método é que o mesmo pode facilmente ser implementado por um controle auto-ajustável. Por este fato, métodos de auto-ajuste destes controladores têm sido bastante utilizados em sistemas monovariáveis, através do uso do método do relé como procedimento de obtenção das grandezas críticas, necessárias à sintonia dos controladores. O método do relé consiste em aplicar um controle *bang-bang* em malha fechada com o processo do qual se quer identificar as grandezas críticas. Este procedimento, dentro de certas condições, provoca uma oscilação sustentada na saída do processo, da qual as grandezas críticas são obtidas. Tendo como objetivo o auto-ajuste de controladores PID em sistemas multivariáveis, o método do relé também pode ser utilizado para obtenção das grandezas críticas, devidamente adequado de maneira a obter as grandezas críticas multivariáveis do processo. Diferentes procedimentos de ensaios com relés podem ser aplicados em sistemas multivariáveis, porém somente um destes procedimentos é capaz de identificar as grandezas críticas multivariáveis do processo diretamente: o ensaio descentralizado com relés. Mesmo assim, a sintonia proposta na literatura é baseada nas fórmulas monovariáveis de Ziegler-Nichols e afins, mostrando-se, muitas vezes, inadequada. Desta forma, este trabalho tem o objetivo de apresentar um método de ajuste multivariável para controladores PID descentralizados, baseado nas grandezas críticas do processo. Este método estende o método do ponto crítico para sistemas monovariáveis aos sistemas multivariáveis, através da análise multivariável do problema. A análise do método do ponto crítico para sistemas monovariáveis mostra que um controlador PI ou PID sintonizado pelas fórmulas baseadas nas grandezas críticas do processo sempre irá deslocar o ponto crítico do processo para um outro ponto no plano complexo, determinado pelas fórmulas utilizadas. Da mesma forma, o método de sintonia proposto neste trabalho desloca o ponto crítico do processo para outro ponto no plano complexo, escolhido *a priori*, alterando a frequência crítica do sistema.

**Palavras-chave:** Controle PID, processos multivariáveis, método do relé, ensaio DRF, método do ponto crítico.

## ABSTRACT

PID controllers are widely used in process control, in singlevariable systems as well as in multivariable ones. Yet, many of the controllers found in industry are poorly tuned. One of the simplest tuning method of PID controllers consists in identifying some values which are related to the process characteristics, and simply apply some formulae based on these quantities to determine the parameters of the controllers. These quantities are the ultimate gain and the ultimate period of the process, which are directly related to the system stability limit. A very interesting characteristic of this method is that it is easily implemented by an auto-tuning control. Thus, auto-tuning methods of this kind of controllers have been largely used in singlevariable systems, using the relay feedback experiment in order to obtain the ultimate quantities, which are needed to tune the controllers. The relay feedback experiment consists in applying a bang-bang control to the process from which the ultimate quantities are to be identified. This procedure, under some conditions, provides a sustained oscillation in the process' output, from which the ultimate quantities are obtained. Aiming at auto-tuning of PID controllers in multivariable systems, the relay feedback experiment can also be used in order to get the ultimate quantities. Different relay feedback procedures can be applied to multivariable processes, but only one of these can identify the real multivariable ultimate quantities, formally considering the multivariable nature of the process: the decentralized relay feedback (DRF). However, the tuning of the controllers proposed in the literature is based on Ziegler-Nichols like formulae, what seems to be, many times, inappropriate. This work presents a multivariable tuning method of decentralized PID controllers, based on the process' ultimate quantities. This method extends the ultimate point method used in SISO systems to multivariable ones, through multivariable analysis of the problem. The analysis of the ultimate point method used in singlevariable systems shows that a PI or PID controller tuned through formulae based on the process' ultimate quantities will always dislocate the ultimate point to another point in the complex plane, determined by the used formulae. The tuning method proposed in this work dislocates the process' ultimate point of a multivariable process to another point in the complex plane, chosen *a priori*, modifying the system's ultimate frequency.

**Keywords:** PID control, multivariable processes, relay feedback experiment, DRF, ultimate point method.

# SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</b> . . . . .                                      | 7  |
| <b>LISTA DE TABELAS</b> . . . . .  | 10 |
| <b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> . . . . .                                     | 11 |
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .  | 12 |
| <b>2 SINTONIA DE CONTROLADORES PID EM SISTEMAS MONOVARIÁVEIS</b> . . . . . | 15 |
| <b>2.1 Introdução</b> . . . . .  | 15 |
| <b>2.2 Resposta em frequência de um sistema</b> . . . . .                  | 15 |
| 2.2.1 Diagrama de Nyquist . . . . .  | 16 |
| 2.2.2 Ponto Crítico . . . . .  | 16 |
| <b>2.3 Controlador PID</b> . . . . .                                       | 17 |
| 2.3.1 Ações do Controlador PID . . . . .                                   | 17 |
| 2.3.2 Estrutura do Controlador . . . . .                                   | 19 |
| 2.3.3 Sintonia do controlador PID . . . . .                                | 20 |
| <b>2.4 Método do Relé</b> . . . . .  | 21 |
| 2.4.1 Mapa de Poincaré . . . . .   | 22 |
| 2.4.2 Análise de sistemas de realimentação com relé . . . . .              | 23 |
| 2.4.3 Análise através da transformada de Fourier . . . . .                 | 24 |
| <b>2.5 Modificações do método do relé</b> . . . . .                        | 28 |
| 2.5.1 Método do relé com integrador . . . . .                              | 28 |
| 2.5.2 Solução geral . . . . .  | 29 |
| <b>2.6 Conclusões</b> . . . . .  | 30 |
| <b>3 CONTROLE PID DE PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS</b> . . . . .                | 32 |
| <b>3.1 Introdução</b> . . . . .  | 32 |
| <b>3.2 Sistemas Multivariáveis</b> . . . . .                               | 32 |
| 3.2.1 Critério de Nyquist generalizado . . . . .                           | 33 |
| 3.2.2 Limiar da estabilidade . . . . .                                     | 36 |
| <b>3.3 Controle baseado na resposta em frequência</b> . . . . .            | 37 |
| 3.3.1 Desacoplamento . . . . .   | 37 |
| 3.3.2 Método dos lugares característicos . . . . .                         | 40 |
| <b>3.4 Controle descentralizado</b> . . . . .                              | 42 |
| 3.4.1 Controle PID . . . . .   | 43 |
| <b>3.5 Ensaio independente com relés</b> . . . . .                         | 43 |

|            |   |    |
|------------|---|----|
| <b>3.6</b> | <b>Ensaio sequencial com relés</b>  | 45 |
| <b>3.7</b> | <b>Ensaio descentralizado com relés</b>                                   | 46 |
| <b>3.8</b> | <b>Conclusões</b>   | 48 |
| <b>4</b>   | <b>ENSAIO DRF - ANÁLISE DE RESULTADOS</b>                                 | 50 |
| <b>4.1</b> | <b>Introdução</b>   | 50 |
| <b>4.2</b> | <b>Superfície crítica real</b>  | 50 |
| <b>4.3</b> | <b>Superfície crítica estimada</b>  | 51 |
| <b>4.4</b> | <b>Estudo de casos</b>  | 53 |
| 4.4.1      | Coluna de destilação Wood and Berry                                       | 53 |
| 4.4.2      | Processo II   | 57 |
| <b>4.5</b> | <b>Conclusões</b>   | 58 |
| <b>5</b>   | <b>SINTONIA MULTIVARIÁVEL DE CONTROLADORES PID DESCEN-<br/>TRALIZADOS</b> | 60 |
| <b>5.1</b> | <b>Introdução</b>   | 60 |
| <b>5.2</b> | <b>Método do ponto crítico</b>  | 60 |
| <b>5.3</b> | <b>Grandezas críticas em processos MIMO</b>                               | 62 |
| <b>5.4</b> | <b>Método do ponto crítico multivariável</b>                              | 63 |
| 5.4.1      | Método do ponto crítico multivariável para um lugar característico        | 64 |
| 5.4.2      | Método do ponto crítico multivariável para ambos lugares característicos  | 66 |
| 5.4.3      | Grandezas necessárias ao método   | 69 |
| <b>5.5</b> | <b>Conclusões</b>   | 70 |
| <b>6</b>   | <b>ESTUDO DE CASOS</b>  | 72 |
| <b>6.1</b> | <b>Introdução</b>   | 72 |
| <b>6.2</b> | <b>Coluna de destilação Wood and Berry</b>                                | 72 |
| 6.2.1      | Método que posiciona um lugar característico                              | 72 |
| 6.2.2      | Método que posiciona ambos lugares característicos                        | 75 |
| <b>6.3</b> | <b>Processo II</b>  | 81 |
| 6.3.1      | Método que posiciona um lugar característico                              | 82 |
| 6.3.2      | Método que posiciona ambos lugares característicos                        | 84 |
| <b>6.4</b> | <b>USOL</b>   | 87 |
| <b>6.5</b> | <b>Conclusões</b>   | 90 |
| <b>7</b>   | <b>CONCLUSÕES</b>   | 92 |
|            | <b>REFERÊNCIAS</b>  | 94 |



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura 1:  | Diagrama de Nyquist de um sistema para $\omega = [0 \infty)$ . . . . .   | 16 |
| Figura 2:  | Sistema em malha fechada com controlador proporcional $K$ . . . . .  | 17 |
| Figura 3:  | Diagrama de blocos de um controlador PID não-interativo. . . . .   | 19 |
| Figura 4:  | Diagrama de blocos de um controlador PID interativo. . . . .   | 20 |
| Figura 5:  | Sistema em malha fechada com relé. . . . .   | 22 |
| Figura 6:  | Espaço de estados de um sistema $2 \times 2$ dividido pela superfície de chaveamento. . . . .  | 24 |
| Figura 7:  | Sistema realimentado com uma não-linearidade. . . . .  | 25 |
| Figura 8:  | Diagrama de blocos para método do relé com integrador. . . . .   | 29 |
| Figura 9:  | Estimador de diferentes pontos da resposta em frequência. . . . .  | 30 |
| Figura 10: | Sistema em malha fechada com controlador proporcional. . . . .   | 33 |
| Figura 11: | Nyquist do processo apresentado em (70), mostrando os dois lugares característicos. . . . .  | 35 |
| Figura 12: | Lugares característicos para diferentes valores de $\alpha$ . . . . .  | 35 |
| Figura 13: | Lugares característicos para diferentes valores de $K$ . . . . .   | 36 |
| Figura 14: | Curva crítica para um sistema $2 \times 2$ . . . . .   | 37 |
| Figura 15: | Sistema multivariável com controlador desacoplador. . . . .  | 38 |
| Figura 16: | Sistema de controle e desacoplamento simplificado de um processo $2 \times 2$ . . . . .  | 38 |
| Figura 17: | Resposta ao degrau do sistema controlado por controlador obtido através do método dos lugares característicos. . . . .                                   | 42 |
| Figura 18: | Procedimento IRF. . . . .  | 44 |
| Figura 19: | Procedimento SRF. . . . .  | 45 |
| Figura 20: | Procedimento DRF. . . . .  | 46 |
| Figura 21: | Curva crítica não-convexa. . . . .   | 47 |
| Figura 22: | Desempenho do sistema controlador por PID sintonizado pelas fórmulas de Ziegler-Nichols e ponto crítico $K_c = [0.42 - 0.30]$ e $T_c = 12.87$ s. . . . . | 48 |
| Figura 23: | Desempenho do sistema controlador por PID sintonizado pelas fórmulas de Ziegler-Nichols e ponto crítico $K_c = [1.27 - 0.25]$ e $T_c = 12.25$ s. . . . . | 49 |
| Figura 24: | Diferentes pontos da curva crítica. . . . .  | 51 |
| Figura 25: | Curva crítica normalizada. . . . .   | 52 |
| Figura 26: | Curvas críticas real e estimada da coluna de destilação Wood and Berry. . . . .  | 53 |
| Figura 27: | Oscilações presentes nas saídas do processo para um controlador $K = \text{diag}\{1.9 - 0.2533\}$ . . . . .  | 54 |

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Figura 28: | Lugares característicos da coluna de destilação com um controlador proporcional $K = \text{diag}\{1.9 \quad -0.2533\}$ . . . . .  | 55 |
| Figura 29: | Curva crítica estimada da coluna de destilação Wood and Berry. . . . .  | 55 |
| Figura 30: | Oscilações multimodais encontradas nas saídas do processo quando $d_2/d_1 = 0.5$ . . . . .  | 56 |
| Figura 31: | Lugares característicos do sistema controlado por PID obtido através das fórmulas de Ziegler-Nichols e do ponto crítico $[1.62 \quad -0.2524]$ e $T_c = 12.07 \text{ s}$ . . . . .  | 57 |
| Figura 32: | Curva crítica real e ponto crítico $[1.62 \quad -0.2524]$ , em região não-convexa da curva. . . . .   | 57 |
| Figura 33: | Curvas críticas real e estimada do processo II. . . . .   | 58 |
| Figura 34: | Diferentes direções para as quais um ponto no diagrama de Nyquist é movido mudando-se os ganhos proporcional (P), integral (I) ou derivativo (D) do controlador. . . . .  | 62 |
| Figura 35: | Lugares característicos da coluna de destilação com os ganhos críticos e com controlador PI projetado pelo método proposto. . . . .   | 66 |
| Figura 36: | Resposta ao degrau do sistema controlado por PI obtido com o método proposto, baseado no ponto de Ziegler-Nichols. . . . .  | 67 |
| Figura 37: | Lugares característicos da coluna de destilação com ganhos críticos e com ambos controladores PID, projetados pelo método proposto. . . . .   | 68 |
| Figura 38: | Resposta ao degrau do sistema com o controlador PID 1, obtido para o ponto baseado na sintonia de Ziegler-Nichols para sistemas SISO. . . . .   | 69 |
| Figura 39: | Respostas obtidas com controlador PI que leva um lugar característico ao ponto $-0.3 + 0.08j$ para diferentes pontos críticos. . . . .  | 74 |
| Figura 40: | Diagramas de Nyquist dos sistemas controlados por $K_c$ e por PID que leva um lugar característico ao ponto $-0.2 - 0.5j$ . . . . .   | 74 |
| Figura 41: | Diagramas de Nyquist dos sistemas controlados por $K_c$ e por PID que leva um lugar característico ao ponto $0.2 - 0.5j$ . . . . .  | 75 |
| Figura 42: | Respostas do sistema controlado por PID que leva um lugar característico ao ponto $0.2 - 0.5j$ baseado nas informações do ponto crítico 1. . . . .  | 76 |
| Figura 43: | Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto $-0.4 + 0.08j$ na frequência crítica do processo. . . . .   | 77 |
| Figura 44: | Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto $-0.2 + 0.01j$ na frequência crítica do processo. . . . .   | 78 |
| Figura 45: | Respostas do sistema obtidas com controladores PI que levam o ponto crítico para o ponto $-0.2 + 0.01j$ e controladores PI obtidos através de sintonia monovariável, para diferentes ganhos críticos e para uma referência $r = [1 \ 0]'$ . . . . . | 79 |
| Figura 46: | Respostas do sistema obtidas com controladores PI que levam o ponto crítico para o ponto $-0.2 + 0.01j$ e controladores PI obtidos através de sintonia monovariável, para diferentes ganhos críticos e para uma referência $r = [0 \ 1]'$ . . . . . | 79 |

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura 47: | Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto $-0.45 - 0.42j$ na frequência crítica do processo. . . . .                          | 80 |
| Figura 48: | Respostas ao degrau obtida com a inserção dos dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto $-0.45 - 0.42j$ na frequência crítica do processo. . . . .                   | 80 |
| Figura 49: | Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto $-0.2 - 0.3j$ na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos. . . . .   | 81 |
| Figura 50: | Respostas do Processo II controlado por PI sintonizado através do método que leva um lugar característico para o ponto $-0.3 + 0.1j$ e diferentes pontos críticos, para diferentes referências. . . . .      | 83 |
| Figura 51: | Diagramas de Nyquist dos sistemas com diferentes controladores PI que posicionam um lugar característico em dois pontos diferentes: $\lambda = -0.3 + 0.1j$ e $\lambda = -0.4 + 0.15j$ . . . . .             | 83 |
| Figura 52: | Respostas dos sistemas apresentados na Figura 51, para diferentes referências. . . . .   | 84 |
| Figura 53: | Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto $-0.2 + 0.01j$ na frequência crítica do processo. . . . .                            | 85 |
| Figura 54: | Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PI 2 que leva os lugares característicos para o ponto $-0.2+0.01j$ na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos. . . . .     | 85 |
| Figura 55: | Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto $-0.45 - 0.42j$ na frequência crítica do processo. . . . .                          | 86 |
| Figura 56: | Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto $-0.45 - 0.42j$ na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos. . . . . | 87 |
| Figura 57: | Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto $-0.3 - 0.3j$ na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos. . . . .   | 87 |
| Figura 58: | Componentes de uma torre de destilação. . . . .  | 88 |
| Figura 59: | Saídas do relé e do sistema quando aplicado o método do relé para identificação das grandezas críticas. . . . .  | 89 |
| Figura 60: | Comportamento do sistema antes e após ter sido inserido o novo controlador. . . . .  | 89 |
| Figura 61: | Saídas do relé e da primeira malha quando aplicado o ensaio DRF para identificação das grandezas críticas. . . . .   | 90 |
| Figura 62: | Saídas do relé e da segunda malha quando aplicado o ensaio DRF para identificação das grandezas críticas. . . . .  | 90 |

## LISTA DE TABELAS

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Tabela 1:  | Parâmetros PID - Ziegler-Nichols. . . . .   | 21 |
| Tabela 2:  | Parâmetros PID - Tyreus-Luyben. . . . .   | 21 |
| Tabela 3:  | Grandezas críticas e ganhos dos controladores para cada lugar característico. . . . .                                   | 41 |
| Tabela 4:  | Diferentes pontos para os quais o ponto crítico é levado usando as fórmulas de Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben. . . . . | 62 |
| Tabela 5:  | Grandezas críticas e ganhos dos controladores PI's que levam o ponto crítico para o ponto $-0.4 + 0.08j$ . . . . .      | 66 |
| Tabela 6:  | Ganhos dos controladores PID . . . . .  | 68 |
| Tabela 7:  | Valores críticos para a coluna de destilação Wood and Berry. . . . .  | 72 |
| Tabela 8:  | Ganhos dos controladores PI utilizados nos sistemas apresentados na Figura 39. . . . .                                  | 73 |
| Tabela 9:  | Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 42. . . . .                                    | 74 |
| Tabela 10: | Ganhos dos controladores PI utilizados nos sistemas apresentados nas Figuras 45 e 46. . . . .                           | 78 |
| Tabela 11: | Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 48. . . . .                                    | 79 |
| Tabela 12: | Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 49. . . . .                                    | 81 |
| Tabela 13: | Valores críticos para o Processo II. . . . .  | 82 |
| Tabela 14: | Ganhos dos controladores PI relativos às Figuras 50 e 52. . . . .   | 82 |
| Tabela 15: | Ganhos dos controladores PI dos sistemas apresentados na Figura 54. . . . .   | 84 |
| Tabela 16: | Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 57. . . . .                                    | 86 |

## LISTA DE ABREVIATURAS

|       |                                      |
|-------|--------------------------------------|
| BIBO  | <i>bounded-input, bounded-output</i> |
| DNA   | <i>Direct Nyquist Array</i>          |
| DRF   | <i>Decentralized Relay Feedback</i>  |
| INA   | <i>Inverse Nyquist Array</i>         |
| IRF   | <i>Independent Relay Feedback</i>    |
| MIMO  | <i>multi-input, multi-output</i>     |
| PI    | Proporcional-integral                |
| PID   | Proporcional-integral-derivativo     |
| REFAP | Refinaria Alberto Pasqualini         |
| SISO  | <i>single-input, single-output</i>   |
| SRF   | <i>Sequential Relay Feedback</i>     |
| TITO  | <i>two-input, two-output</i>         |
| USOL  | Unidade de Solventes                 |

# 1 INTRODUÇÃO

A essência da teoria de controle está na sua vasta aplicação, representando papel vital na engenharia. Além de fazer parte de sistemas complexos como sistemas de pilotagem de avião, mísseis guiados, veículos espaciais, o controle é uma parte integrante e muito importante de processos relativamente simples, como processos industriais e de fabricação. Como exemplo, em processos industriais, o controle é essencial a fim de manter entre determinados níveis, pressão, temperatura, umidade, viscosidade, fluxo e diversas outras variáveis (OGATA, 1998).

A fim de controlar diferentes processos, diferentes controladores são utilizados, dependendo dos requisitos de performance do sistema. Por esse motivo, para processos mais complexos, são necessários controladores também mais complexos, que necessitam mais informações sobre o sistema a fim de garantir a performance desejada. Porém, para muitos processos industriais, cujos requisitos de performance não são muito rígidos, o controle pode ser realizado por controladores simples, os quais necessitam de poucas informações sobre o processo para serem adequadamente sintonizados.

A teoria de controle clássico é principalmente baseada na resposta em frequência do processo para o qual o controlador será projetado. A resposta em frequência de um processo, dada por diferentes diagramas, apresenta diversas características do mesmo, porém as mais importantes a serem observadas nestes diagramas são as relativas à estabilidade do sistema, bem como margem de ganho e de fase do mesmo. Com estas informações, muitas vezes já é possível escolher o controlador que irá satisfazer os requisitos de performance do sistema.

Controladores proporcional-integral-derivativo (PID) são largamente utilizados em laços de controle na indústria. Estes controladores são suficientes para controlar diversos tipos de processos, particularmente nos quais os requisitos de performance são modestos (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995). Apesar de a má sintonia dos controladores representar um grande custo para a indústria, este fato ainda ocorre com bastante frequência, pois a grande maioria dos laços utilizam apenas as partes proporcional e integral (PI). Além disso, os parâmetros dos controladores são, muitas vezes, sintonizados manualmente de maneira que os processos não atinjam seu melhor desempenho.

A sintonia dos controladores PID normalmente é composta por duas etapas: identificação de alguns parâmetros seguida da aplicação de fórmulas baseadas nestes parâmetros. Um método bastante utilizado na sintonia de controladores PID baseia-se na identificação de apenas um ponto da resposta em frequência do processo - o ponto crítico. Este ponto consiste de duas informações: ganho e período críticos do processo, os quais são obtidos quando o sistema encontra-se no limiar da estabilidade. Conhecido este ponto, fórmulas de Ziegler-Nichols ou variações das mesmas são aplicadas para a sintonia dos controladores.

Colocar o sistema no limiar da estabilidade é um procedimento bastante simples na teoria: basta aplicar um controlador proporcional em malha fechada com o processo, e aumentar o ganho deste controlador até que o sistema apresente uma oscilação sustentada. Apesar de simples, este procedimento é bastante lento e perigoso. Perigoso pelo fato de que o sistema pode ser levado à instabilidade se um ganho um pouco maior que o ganho crítico for aplicado ao sistema; lento justamente pelo fato de ser perigoso, ou seja, o ganho é aumentado de valores pequenos, a fim de que o sistema não se torne instável. Por estes motivos, o método do relé é largamente usado como ferramenta de estimação do ponto crítico, por ser um método muito mais rápido e seguro de identificação do que o procedimento com o ganho proporcional.

O método do relé apresenta algumas importantes características (JOHANSSON et al., 1998): a frequência do sinal de excitação é próxima à frequência de  $180^\circ$  do sistema em malha aberta; o experimento é realizado em malha fechada; não é necessário um conhecimento prévio da dinâmica do processo e a amplitude do sinal de saída pode ser controlada. Além disso, existem variantes do método do relé que permitem que outros pontos da resposta em frequência sejam identificados. Como mencionado anteriormente, com maior número de informações, melhores controladores podem ser projetados, ou seja, controladores que proporcionam melhor desempenho.

Assim, o Capítulo 2 apresenta as principais características dos controladores PID, bem como o método de sintonia baseado nas grandezas críticas do processo, ou seja, ganho e período críticos. Além disso, apresenta as características do método do relé, o qual é utilizado para a obtenção de tais grandezas, bem como algumas variantes do mesmo.

Em se tratando de sistemas monovariáveis, a sintonia de controladores baseada nas informações obtidas com o método do relé costuma ser satisfatória. Porém, nem sempre a sintonia independente das variáveis de um processo multivariável proporciona bom desempenho ao mesmo. Em processos químicos, por exemplo, as variáveis como temperatura, vazão, abertura de válvulas muitas vezes são controladas por controladores PID, independentemente, ou seja, cada PID controla uma variável. Porém, normalmente estas variáveis são interdependentes, ou seja, o sistema é acoplado, de maneira que a alteração de uma delas irá provocar alterações nas outras. Estas influências são tão maiores quanto maior for o acoplamento entre as malhas do processo. Dessa forma, é necessária uma sintonia dos mesmos que considere as interações existentes entre as diferentes variáveis do sistema.

O Capítulo 3 apresenta algumas características de sistemas multivariáveis, mais especificamente da resposta em frequência de sistemas multivariáveis, como o critério de Nyquist generalizado e como o limite de estabilidade é atingido nestes sistemas. Além disso, apresenta alguns métodos de projeto de controladores PID baseados na resposta em frequência dos processos.

A sintonia dos controladores PID em sistemas multivariáveis também pode ser baseada nas grandezas críticas do processo, as quais são identificadas através do método do relé, assim como em sistemas monovariáveis. Existem diferentes procedimentos de ensaio com relés utilizados em sistemas multivariáveis, os quais possibilitam identificar diferentes grandezas que são utilizadas na sintonia dos controladores. Normalmente, fórmulas como as de Ziegler-Nichols ou propostas por Tyreus-Luyben são utilizadas na sintonia. Dependendo do ensaio com relés que é realizado, algumas modificações são aplicadas nas fórmulas, de maneira a compensar o acoplamento do sistema, não identificado no ensaio com relés. Porém, um tipo de ensaio com relés aplicado em sistemas multivariáveis, o qual consiste da aplicação de relés em todos pares entrada-saída simulta-

neamente, é capaz de identificar as grandezas críticas multivariáveis do processo, levando em conta o acoplamento entre as variáveis do mesmo. Mesmo assim, fórmulas de sintonia monovariáveis são aplicadas (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997; SIRISENA; HANG; VASNANI, 1992; LOH; VASNANI, 1994a).

Este ensaio, capaz de identificar as grandezas críticas multivariáveis do processo é o ensaio descentralizado com relés e uma análise mais detalhada sobre o mesmo é realizada no Capítulo 4. Neste capítulo são apresentadas as curvas críticas de dois processos e, a partir das mesmas, algumas conclusões sobre a sintonia de controladores descentralizados são obtidas.

A partir deste estudo, entende-se necessária e possível a extensão de certos métodos utilizados para o controle de processos monovariáveis aos processos multivariáveis. Sendo assim, este trabalho propõe uma sintonia de controladores PID descentralizados para sistemas multivariáveis BIBO-estáveis através de uma análise multivariável, considerando as interações do processo e não apenas aplicando fórmulas monovariáveis aos controladores, conforme encontrado na literatura. Dessa forma, este novo método de sintonia, o qual é apresentado no Capítulo 5, baseia-se nas grandezas críticas multivariáveis do processo, as quais são identificadas no ensaio descentralizado com relés, e estende o método do ponto crítico para sistemas SISO aos sistemas multivariáveis. Através da análise do método do ponto crítico em sistemas monovariáveis, um controlador PI sintonizado com as fórmulas de Ziegler-Nichols, por exemplo, sempre leva o diagrama de Nyquist do sistema para o mesmo ponto no plano complexo na frequência crítica do processo, alterando a frequência crítica do sistema (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995). Analogamente, o método de sintonia de controladores PID descentralizados proposto desloca um ou ambos lugares característicos de um processo  $2 \times 2$  para um ponto no plano complexo, escolhido *a priori*. O diagrama de Nyquist de sistemas multivariáveis é formado pelos traçados de todos os lugares característicos do sistema.

O Capítulo 6 apresenta dois estudos de caso com o método de sintonia proposto. Dessa forma, são projetados controladores PI e PID de maneira que um ou ambos lugares característicos sejam posicionados em um ponto escolhido *a priori*. Além disso, apresenta alguns ensaios realizados em uma coluna de destilação na Unidade de Solventes, presente na REFAP, Canoas, RS. Finalmente, as conclusões e propostas para trabalhos futuros são apresentados no Capítulo 7.



## 2 SINTONIA DE CONTROLADORES PID EM SISTEMAS MONOVARIÁVEIS

### 2.1 Introdução

Controladores PID apresentam importantes características que permitem atingir os objetivos de controle mais comuns (erro nulo em regime permanente e desempenho transitório adequado). São controladores de estrutura e implementação simples, porém suficientes para controlar diversos processos diferentes, o que faz com que sejam largamente utilizados. De fato, mais de 95% das malhas de controle de processos usam controladores PID, sendo que a maioria destes controladores são do tipo PI, ou seja, poderiam ser melhor sintonizados (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995). Devido a sua grande utilização, a sintonia de controladores PID em sistemas monovariáveis tem sido bastante estudada, desde a teoria que justifica as fórmulas utilizadas na sintonia, as diferentes maneiras de identificar as grandezas necessárias para a utilização das fórmulas, e os efeitos que produzem nos sistemas controlados.

Este capítulo apresenta as principais características dos controladores PID, bem como um método de sintonia largamente utilizado, baseado em dados obtidos da resposta em frequência do processo, mais especificamente nas grandezas críticas do processo. Além disso, apresenta as características do método do relé, o qual é utilizado para a obtenção de tais grandezas, bem como algumas variantes do mesmo.

### 2.2 Resposta em frequência de um sistema

A resposta em frequência de um sistema é obtida através da aplicação de sinais senoidais na entrada do sistema, variando-se a frequência ao longo de uma faixa de interesse. A idéia é que a dinâmica do sistema pode ser caracterizada investigando-se como as senóides propagam-se pelo mesmo. Considerando-se um sistema linear estável, se o sinal de entrada do sistema for uma senóide, então o sinal de saída deste sistema também será uma senóide, após um transiente. Este sinal de saída apresenta a mesma frequência que o sinal de entrada, porém amplitude e fase diferentes. Isto significa que, em regime permanente, a relação entrada-saída do sistema é descrita por dois valores: a relação  $a$  entre as amplitudes de saída e entrada dos sinais e o deslocamento de fase  $\varphi$  entre os dois. Assim,

$$G(j\omega) = a(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (1)$$

Variando-se a frequência de 0 a  $\infty$ , são obtidos diversos pontos que podem ser apresentados em diferentes diagramas, como os Diagramas de Bode ou de Nyquist.

### 2.2.1 Diagrama de Nyquist

O número complexo  $G(j\omega)$  pode ser representado por um vetor de tamanho  $a(\omega)$  que forma um ângulo  $\varphi(\omega)$  com o eixo real. Quando a frequência varia de 0 a  $\infty$ , este vetor descreve uma curva no plano complexo, a qual é conhecida por diagrama de Nyquist.

A Figura 1 apresenta o diagrama de Nyquist de um sistema  $G(j\omega)$  de terceira ordem, isto é, um sistema no qual o número de pólos é três. O ponto 1 corresponde ao ponto no qual  $\varphi(\omega) = 90^\circ$  e o ponto 2 corresponde ao ângulo de  $180^\circ$  e é conhecido como ponto crítico do sistema.

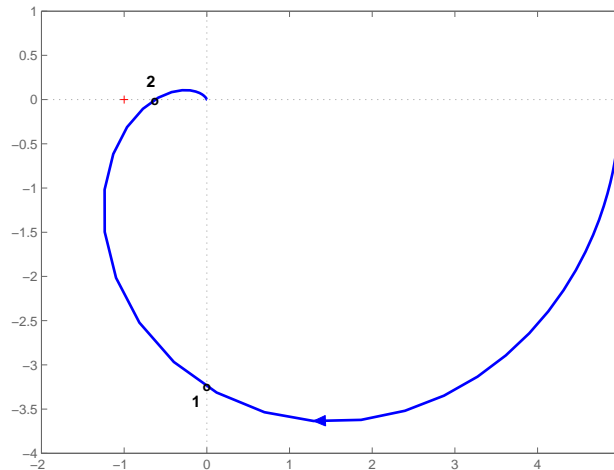


Figura 1: Diagrama de Nyquist de um sistema para  $\omega = [0 \infty)$ .

#### 2.2.1.1 Análise de estabilidade

*Critério de estabilidade de Nyquist:* no sistema mostrado na Figura 2, se a função de laço  $L(s) = KG(s)$  possuir  $k$  pólos no semi-plano direito do plano  $s$ , então, para estabilidade, o traçado de Nyquist de  $L(s)$  deve envolver o ponto  $-1 + j0$   $k$  vezes no sentido anti-horário, à medida que um ponto representativo  $s$  percorre o contorno de Nyquist no sentido horário (OGATA, 1998).

O contorno de Nyquist é uma trajetória fechada no plano  $s$ , a qual não passa por nenhum pólo ou zero da equação característica  $1 + L(s)$ . Para analisar a estabilidade de sistemas de controle lineares é considerado o contorno fechado no plano  $s$  envolvendo todo o semiplano direito do plano  $s$ , ou seja, todo o eixo  $j\omega$ , desde  $\omega = -\infty$  até  $\omega = \infty$ , e em um percurso semicircular de raio infinito no semiplano direito do plano  $s$ .

Se o percurso de Nyquist envolver  $Z$  zeros e  $P$  pólos de  $1 + L(s)$  e não passar por nenhum pólo ou zero de  $1 + L(s)$  à medida que um ponto representativo  $s$  percorre o contorno de Nyquist no sentido horário, então o diagrama de Nyquist envolve o ponto  $-1 + j0$   $N = Z - P$  vezes no sentido horário. Dessa forma, se não houver envolvimentos do ponto  $-1 + j0$  pelo diagrama de Nyquist, então o sistema será estável se não houver pólos de  $L(s)$  no semiplano direito do plano  $s$ .

### 2.2.2 Ponto Crítico

O método de sintonia baseado na identificação do ponto crítico consiste na aplicação de fórmulas simples para sintonizar os parâmetros do PID. Estas fórmulas são dadas em

termos de características básicas do processo, conhecidas como grandezas críticas. Assim, o método consiste simplesmente em identificar experimentalmente estas grandezas e aplicar as fórmulas baseadas nas mesmas. As grandezas críticas são a frequência crítica  $\omega_c$  e o ganho crítico  $K_c$  e são definidas a seguir.

**Definição 1** *Seja um processo SISO BIBO-estável, controlado por um controlador puramente proporcional  $u = -Ky$ , com ganho  $K \in [0, \infty)$ , conforme a Figura 2. Como o processo é estável, o sistema realimentado será estável para um ganho  $K$  suficientemente pequeno. Assumindo que existe um valor  $K_c$  tal que o sistema em malha fechada é estável  $\forall 0 \leq K < K_c$  e instável para  $K = K_c + \epsilon$ , sendo  $\epsilon$  um valor positivo arbitrariamente pequeno; este valor  $K_c$  é o ganho crítico do processo. Por outro lado, para  $K = K_c$  o sistema em malha fechada está no limite de estabilidade e então uma oscilação sustentada é observada; a frequência desta oscilação é chamada de frequência crítica  $\omega_c$ .*

**Fato 1** *O ganho crítico  $K_c$  existe se, e somente se, existir a frequência  $\omega_\pi$ , tal que  $\arg G(j\omega_\pi) = -\pi$ . Além disso, nesse caso  $\omega_c = \omega_\pi$  e  $K_c = 1/|G(j\omega_c)|$  (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1994; OGATA, 1998).*

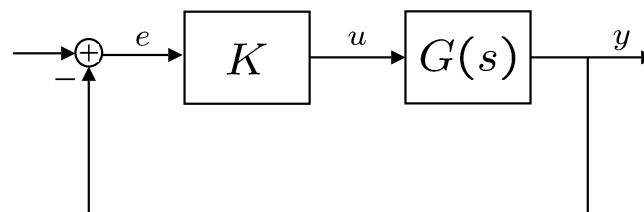


Figura 2: Sistema em malha fechada com controlador proporcional  $K$ .

## 2.3 Controlador PID

Apesar do constante avanço da tecnologia e do conhecimento científico na área de controle, controladores proporcional-integral-derivativo, comumente conhecidos como PID, ainda são muito utilizados na indústria. Controladores PID são facilmente implementáveis, de baixo custo, robustos e versáteis, com a capacidade de fornecer comportamentos transitório e de regime permanente satisfatórios para uma grande variedade de processos encontrados na indústria.

Isto faz com que esforços significativos venham sendo empregados em estudos para sintonizar esses reguladores de maneira automática, a fim de maximizar a produtividade do processo. Assim, o próprio sistema de controle detecta a necessidade de uma nova sintonia dos controladores, calcula os novos parâmetros baseados em características do processo, e aplica o novo controlador no sistema, sem intervenção de um engenheiro de controle.

### 2.3.1 Ações do Controlador PID

Um controlador, atuando em malha fechada, como é o caso dos PID, tem a tarefa de gerar um sinal de controle  $u(t)$  que seja capaz de corrigir a diferença entre o sinal de referência  $r(t)$  e o sinal de saída  $y(t)$  do processo que está controlando. No caso do PID, a lei de controle descrita pelo controlador é dada por:

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2)$$

onde  $e(t) = r(t) - y(t)$  é o erro de controle, ou seja, a diferença entre o sinal de referência e o sinal de saída.

### 2.3.1.1 Efeito da Ação Proporcional

O efeito da ação proporcional dá-se de acordo com a equação abaixo:

$$u_p(t) = K e(t) \quad (3)$$

O aumento do ganho proporcional do controlador tem impacto direto na rapidez da resposta do sistema, no máximo sobrepasso do sinal de saída e no valor do erro de regime permanente. A rapidez da curva de resposta do sistema e o máximo sobrepasso devem-se ao fato de que o incremento do ganho proporcional ocasiona um incremento na frequência  $\omega_{0dB}$ , aumentando indiretamente a largura de banda do sistema em malha fechada. Uma vez que a curva de fase do sistema permanece igual, independentemente do valor de  $K$ , a margem de fase do sistema diminuirá, implicando em um aumento do máximo sobrepasso.

Além disso, considerando um sistema  $G(s)$  em que não existam pólos na origem, o erro em regime permanente é dado por:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} \quad (4)$$

sendo

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (5)$$

Portanto, o aumento do ganho proporcional diminuirá o erro em regime permanente do sistema, porém jamais o tornará nulo.

### 2.3.1.2 Efeito da Ação Integral

O efeito da ação integral dá-se de acordo com a equação abaixo:

$$u_i(t) = K \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (6)$$

Quanto maior a ponderação da ação integral, ou seja, quanto maior for  $K/T_i$ , o sistema tende a apresentar comportamento mais oscilatório e apresentar um sobrepasso mais elevado. Porém, devido à inserção do pólo na origem, o sistema em malha fechada passa a ter erro nulo em regime permanente, para referências constantes.

### 2.3.1.3 Efeito da Ação Derivativa

A ação derivativa tem como propósito melhorar o comportamento transitório do sistema em malha fechada. Devido à dinâmica do processo, uma mudança na variável de controle somente irá aparecer na saída do processo após algum tempo. Assim, a ação de controle irá corrigir o erro do sistema com um certo atraso. Dessa forma, a ação de um

controlador com ações proporcional e derivativa pode ser interpretado como sendo uma *predição* da saída do processo.

A estrutura básica de um controlador PD é dada por:

$$u_d(t) = K \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right). \quad (7)$$

Por sua vez, a expansão em série de Taylor de  $e(t + T_d)$  é

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (8)$$

O sinal de controle é, então, proporcional à estimativa do erro de controle em um tempo  $T_d$  à frente, onde a estimativa é obtida por extrapolação linear.

Portanto, para um bom funcionamento do sistema, o controlador deve ser sintonizado de maneira que as três ações - proporcional, integral e derivativa - sejam adequadamente dosadas, de acordo com as especificações de projeto.

### 2.3.2 Estrutura do Controlador

Através da lei de controle dada por (2), podemos representar o controlador PID pela função de transferência

$$C(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right). \quad (9)$$

O diagrama de blocos da Figura 3 mostra o efeito de cada bloco do controlador, onde  $P = K$ ,  $I = K \frac{1}{sT_i}$  e  $D = KT_d s$ . Este controlador é chamado de controlador não-interativo, pelo fato de que o tempo integral  $T_i$  não interfere na parte derivativa, e o tempo derivativo  $T_d$  não interfere na parte integral.

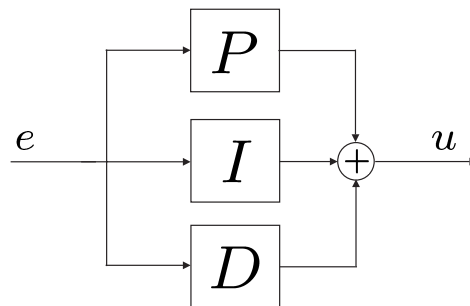


Figura 3: Diagrama de blocos de um controlador PID não-interativo.

Porém, os controladores comerciais comumente encontrados são da forma interativa, como apresentado na Figura 4. Estes controladores são descritos por

$$C(s) = K' \left( 1 + \frac{1}{sT_i'} \right) (1 + sT_d'). \quad (10)$$

Em controladores interativos, o tempo derivativo  $T_d$  influencia o tempo integral  $T_i$  e vice-versa. Além disso, um controlador interativo pode ser sempre representado por um controlador não-interativo, através das relações dadas em (11).

$$\begin{aligned}
 K &= K' \frac{T_i' + T_d'}{T_i'} \\
 T_i &= T_i' + T_d' \\
 T_d &= \frac{T_i' T_d'}{T_i' + T_d'}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

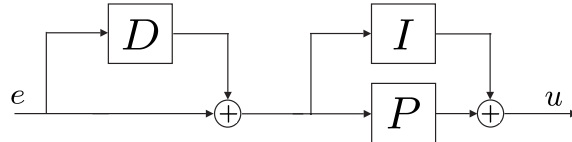


Figura 4: Diagrama de blocos de um controlador PID interativo.

### 2.3.3 Sintonia do controlador PID

Em sistemas de controle, cada controlador deve ser sintonizado de acordo com o processo que irá controlar. Assim, a sintonia dos controladores é baseada em algum conhecimento do processo. Este conhecimento pode ser de apenas algumas características elementares do processo, ou o modelo completo do mesmo. É natural que, quanto mais informações se tem do processo, desde que corretas, melhor será a sintonia do controlador.

Em muitos casos, um desempenho satisfatório pode ser obtido a partir de poucas informações sobre o comportamento do processo (BAZANELLA; GOMES DA SILVA, 2006). Essas informações podem ser apresentadas através de um modelo matemático simplificado ou simplesmente através de um número reduzido de características fundamentais do processo. Dentre os métodos que proporcionam a identificação destas características, estão o método da resposta ao salto e o método do ponto crítico. O método da resposta ao salto exige um ensaio em malha aberta, enquanto que o método do ponto crítico utiliza um ensaio em malha fechada.

Baseando-se nas características identificadas em um destes ensaios, fórmulas simples podem ser aplicadas para sintonizar os controladores PID (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995; ZIEGLER; NICHOLS, 1942; BAZANELLA; GOMES DA SILVA, 2006). Estas fórmulas foram determinadas empiricamente (ZIEGLER; NICHOLS, 1942), através de ensaios realizados em uma grande quantidade de processos.

Há diferentes fórmulas para a sintonia dos parâmetros dos controladores, com diferentes faixas de aplicação. Estas fórmulas não garantem uma performance específica do sistema nem mesmo estabilidade em malha fechada. Porém, para uma grande quantidade de processos, proporcionam um bom ajuste. Além disso, devido às vantagens apresentadas pelo método do ponto crítico, ou seja, por ser um ensaio realizado em malha fechada através do método do relé, como será visto no decorrer deste capítulo, as fórmulas que relacionam as características do processo identificadas através deste método são apresentadas a seguir. As fórmulas mais conhecidas são as de Ziegler-Nichols, apresentadas na Tabela 1, onde  $T_c = 2\pi/\omega_c$ .

Outras fórmulas mais conservadoras que as fórmulas originais de Ziegler-Nichols são as fórmulas de Tyreus-Luyben (LUYBEN, 1986), que também podem ser usadas para

Tabela 1: Parâmetros PID - Ziegler-Nichols.

| Tipo de Controlador | $K$      | $T_i$    | $T_d$      |
|---------------------|----------|----------|------------|
| P                   | $0.5K_c$ | $\infty$ | 0          |
| PI                  | $0.4K_c$ | $0.8T_c$ | 0          |
| PID                 | $0.6K_c$ | $0.5T_c$ | $0.125T_c$ |

o cálculo dos parâmetros do controlador, tendo posse do ganho e do período críticos, conforme a Tabela 2. Ajustes através das fórmulas de Tyreus-Luyben proporcionam desempenho lento e com sobrepasso pequeno.

Tabela 2: Parâmetros PID - Tyreus-Luyben.

| Tipo de Controlador | $K$       | $T_i$    | $T_d$     |
|---------------------|-----------|----------|-----------|
| PI                  | $K_c/3.2$ | $2.2T_c$ | 0         |
| PID                 | $K_c/2.2$ | $2.2T_c$ | $T_c/6.3$ |

Os ajustes obtidos a partir da aplicação destas fórmulas são suficientes em muitos casos de controle de processos. Porém, existem aplicações em que melhor desempenho é exigido, e então mais informações sobre o processo são necessárias para atingir os requisitos de performance. Nestes casos, normalmente o modelo matemático do processo deve ser obtido e, a partir deste, o controlador é projetado. Como o controlador é baseado em mais informações, o desempenho obtido pode ser bastante superior ao obtido através da simples aplicação de fórmulas baseadas em duas ou três características. Porém, a obtenção de um modelo matemático requer certo grau de conhecimento teórico, podendo ser trabalhosa e custosa (BAZANELLA; GOMES DA SILVA, 2006).

## 2.4 Método do Relé

As grandezas críticas de um processo podem ser obtidas de acordo com a própria definição, isto é, aumenta-se o ganho  $K$  do sistema representado pela Figura 2 até que a saída apresente uma oscilação sustentada. Porém, este procedimento é muito lento já que, como não se tem conhecimento prévio do sistema, o ganho deve ser aumentado de um valor pequeno cada vez a fim de evitar que o sistema se torne instável; no entanto, como o ganho  $K$  que estamos procurando é justamente o limite de estabilidade, um erro pequeno no aumento do ganho pode levar o sistema à instabilidade. Além disso, não há controle sobre a amplitude da oscilação encontrada, o que pode tirar o produto de suas especificações caso este procedimento seja feito *on-line*. Por estes motivos, este processo também é de alto risco.

Um procedimento de identificação das grandezas críticas mais conveniente é o método do relé. Sistemas com realimentação por relé são um caso particular de uma classe de sistemas não-lineares denominada sistemas lineares por partes. Estes sistemas dividem o espaço de estados em um número finito de regiões, regidas individualmente por equações diferenciais lineares diferentes. As trajetórias deste sistema não-linear são contínuas e têm derivadas contínuas em todo espaço de estados, exceto nas superfícies que separam as regiões.

O método do relé foi introduzido por (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1984) e tem sido amplamente utilizado como ferramenta de estimação para sintonia *on-line* de controladores, devido à sua simplicidade e algumas vantagens (JOHANSSON et al., 1998):

- a frequência do sinal de excitação é próxima à frequência de  $180^\circ$  do sistema em malha aberta;
- o experimento é realizado em malha fechada;
- não é necessário um conhecimento prévio da dinâmica do processo.

O método consiste em utilizar um controle *bang-bang* em malha fechada com o sistema, como mostra a Figura 5, para estimar as grandezas críticas do mesmo. A função do relé  $\eta(\cdot)$  é descrita por

$$\eta(e) = -d \operatorname{sign}(e) + bias \quad (12)$$

onde  $bias = r/F(0)$ , sendo  $r$  o sinal de referência e  $d = (\bar{u} - \underline{u})/2$ , ou seja, a amplitude do relé.

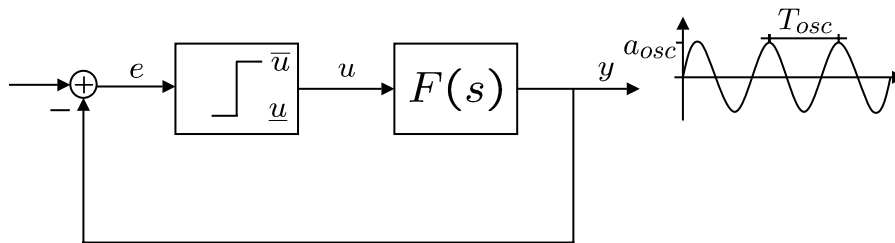


Figura 5: Sistema em malha fechada com relé.

As soluções de sistemas com realimentação por relé frequentemente tendem a um atrator periódico, ou ciclo limite. Porém, podem ocorrer modos deslizantes, onde a solução ‘desliza’ ao longo da superfície que separa duas regiões durante um tempo finito. Algumas vezes, o modo deslizante dá lugar a chaveamentos rápidos, e a solução atravessa a superfície várias vezes ao longo da trajetória, impossibilitando o uso do método das funções descritivas, já que a saída do processo não é composta somente por sua primeira harmônica. Para estudar a estabilidade dessas soluções, as quais não podem ser aproximadas pelo método das funções descritivas, utiliza-se o mapa de Poincaré (ARRUDA; BARROS; BAZANELLA, 2002; GONÇALVES; MEGRETSKI; DAHLEH, 2001).

#### 2.4.1 Mapa de Poincaré

Uma ferramenta bastante utilizada para analisar a estabilidade de órbitas periódicas é o mapa de Poincaré (KHALIL, 1996; GONÇALVES; MEGRETSKI; DAHLEH, 2001). O mapa de Poincaré substitui um sistema de tempo contínuo de ordem  $n$  por um sistema de tempo discreto de ordem  $n - 1$ . Seja  $\gamma$  uma órbita periódica de  $\dot{x} = f(x)$ ,  $p$  um ponto pertencente a  $\gamma$  e  $H$  um hiperplano de dimensão  $n - 1$  que seja transversal a  $\gamma$  em  $p$ , isto é,  $a^T f(p) \neq 0$  para algum  $a \in \mathbb{R}^n$ . Seja  $S \subset H$  uma seção local tal que  $p \in S$  e  $a^T f(x) \neq 0 \forall x \in S$ . Assim, a trajetória iniciada em  $p$  irá atingir  $S$  em  $p$  após  $T$  segundos, onde  $T$  é o período da trajetória periódica.

Devido à continuidade das soluções em relação às condições iniciais, qualquer trajetória iniciando em uma vizinhança do ponto  $p$  em  $S$  irá interceptar  $S$  na vizinhança de  $p$  após cerca de  $T$  segundos. Seja  $U \in S$  uma vizinhança de  $p$  suficientemente pequena, tal que  $\gamma$  intercepta  $U$  apenas uma vez em  $p$ . O mapa de Poincaré  $g : U \rightarrow S$  é definido para um ponto  $x \in U$  por



$$g(x) = \phi(\tau, x) \quad (13)$$

onde  $\phi(\tau, x)$  é a solução de  $\dot{x} = f(x)$  que inicia em  $x$  no tempo  $t = 0$ , e  $\tau = \tau(x)$  é o tempo que a trajetória leva para, a partir de  $x$ , voltar a  $S$ . A estabilidade do ciclo limite  $\gamma$  é avaliada a partir da estabilidade do sistema discreto

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)}). \quad (14)$$

Nota-se também que  $p$  é um ponto de equilíbrio de  $g(x)$ , pois  $p \in \gamma \implies p = g(p)$ . Assim, se  $p$  é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável de (14), então  $\gamma$  é assintoticamente estável.

### 2.4.2 Análise de sistemas de realimentação com relé

Seja o sistema linear próprio

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (15)$$

realimentado com um relé

$$u = rel(y) = \begin{cases} -1 & \text{se } y > 0, \\ [-1, 1] & \text{se } y = 0, \\ 1 & \text{se } y < 0. \end{cases} \quad (16)$$

Um ciclo limite  $\gamma$  é o conjunto limite da órbita periódica não trivial, definida pela solução do sistema não-linear

$$\dot{x} = Ax + B \cdot rel(Cx) = f(x), \quad (17)$$

para uma dada condição inicial  $x_0$ . O ciclo limite é *simétrico* se a solução periódica de (17) satisfaz  $x(t + h^*) = -x(t)$ , onde  $2h^*$  é o período de oscilação. O ciclo limite é *unimodal* se o relé chaveia duas, e somente duas vezes por período de oscilação. O ciclo limite é *multimodal* se o relé chaveia mais de duas vezes por período de oscilação. A partir de (16), a superfície na qual ocorre o chaveamento do relé é definida por

$$S_n = \{x \in R^n : Cx = 0\}. \quad (18)$$

$S$  é um hiperplano que contém a origem e divide o espaço de estados em duas regiões distintas:

$$\begin{aligned} R^- &= \{x \in R^n : Cx > 0\} \\ R^+ &= \{x \in R^n : Cx < 0\} \end{aligned}$$

governadas respectivamente por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax - B \\ \dot{x} &= Ax + B \end{aligned}$$

Para um sistema  $2 \times 2$ , o espaço de estados é dividido por uma reta que contém a origem, conforme Figura 6.

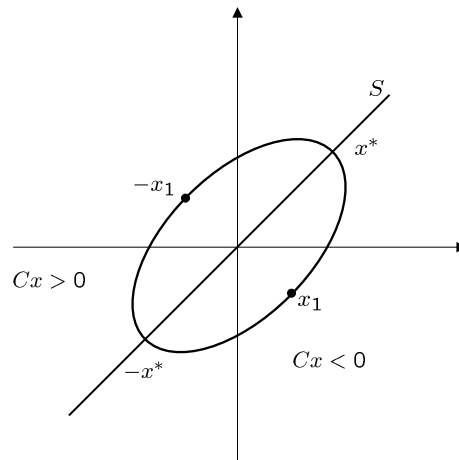


Figura 6: Espaço de estados de um sistema  $2 \times 2$  dividido pela superfície de chaveamento.

#### 2.4.2.1 Existência do Ciclo Limite

Considerando o sistema linear dado por (15) conectado em realimentação com o relé dado por (16), existe um ciclo limite simétrico e unimodal com período  $2h^*$  no sistema realimentado se e somente se as seguintes condições são satisfeitas:

$$f(h^*) \triangleq C(e^{Ah^*} + I)^{-1}(e^{Ah^*} - I)A^{-1}B = 0, \quad (19)$$

$$y(t) = C(e^{At}x^* - (e^{At} - I)A^{-1}B) > 0, \quad \forall t \in (0, h^*) \quad (20)$$

onde  $x^* \in S$  é o estado de chaveamento que leva à solução periódica e é dado por

$$x^* = (e^{Ah^*} + I)^{-1}(e^{Ah^*} - I)A^{-1}B \quad (21)$$

Assume-se que  $\exists A^{-1}$ , para simplificar as expressões acima, porém também há solução se  $A$  for não-inversível.

#### 2.4.2.2 Estabilidade do Ciclo Limite

Considerando que exista um ciclo limite, ou seja, que as equações (19) e (20) são satisfeitas, o ciclo limite é assintoticamente estável se a matriz jacobiana

$$W = \left[ I - \frac{wC}{Cw} \right] e^{Ah^*}, \quad (22)$$

com  $w = e^{Ah^*}(Ax^* - B)$ , possui todos autovalores dentro do disco unitário aberto. É instável se  $W$  possuir pelo menos um autovalor fora do disco unitário.

### 2.4.3 Análise através da transformada de Fourier

A análise de um processo com realimentação por relé pode ser feita através da aplicação da transformada de Fourier. A transformada de Fourier é uma generalização da série

complexa de Fourier, que por sua vez, é uma expansão de uma função periódica  $f(t)$  em termos de uma soma infinita de senos e cossenos.

A série de Fourier de uma função  $f(t)$  é dada por

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega t) \quad (23)$$

onde

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt \quad (24)$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(k\omega t) dt \quad (25)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(k\omega t) dt \quad (26)$$

para  $k = 1, 2, 3 \dots$ . A série de Fourier pode também ser expressa em coeficientes complexos. Neste caso,

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega t} \quad (27)$$

onde

$$A_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (28)$$

Se o sistema apresentado na Figura 7 apresentar uma oscilação sustentada, onde  $\Phi(\cdot)$  é uma não-linearidade, então

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega t} \quad (29)$$

$$z(t) = \Phi(y(t)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega t}. \quad (30)$$

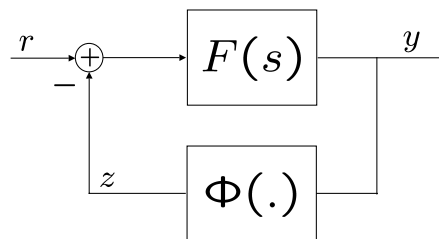


Figura 7: Sistema realimentado com uma não-linearidade.

Se  $r = 0$ , então

$$F(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{Y(s)}{-Z(s)} \Rightarrow d(s)Y(s) = -n(s)Z(s) \quad (31)$$

onde

$$d(s) = s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 \quad (32)$$

$$n(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0 \quad (33)$$

Substituindo (32) e (33) em (31), temos

$$\begin{aligned} s^n Y(s) + \alpha_{n-1}s^{n-1}Y(s) + \dots + \alpha_1sY(s) + \alpha_0Y(s) &= -b_ms^m Z(s) \\ &\quad -b_{m-1}s^{m-1}Z(s) - \dots - b_1sZ(s) - b_0Z(s) \end{aligned} \quad (34)$$

Aplicando a transformada de Laplace à equação (34), temos

$$\begin{aligned} y^n(t) + \alpha_{n-1}y^{n-1}(t) + \dots + \alpha_1\dot{y}(t) + \alpha_0y(t) &= -b_mz^m(t) \\ &\quad -b_{m-1}z^{m-1}(t) - \dots - b_1\dot{z}(t) - b_0z(t) \end{aligned} \quad (35)$$

Sabendo que

$$\begin{aligned} y^m(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (jk\omega)^m A_k e^{jk\omega t} \\ z^m(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (jk\omega)^m C_k e^{jk\omega t} \end{aligned}$$

onde  $m$  é a ordem da derivada da função. Substituindo em (35), temos a expressão que dá a transformada de Fourier do sinal  $y$ ,

$$F(jk\omega)C_k + A_k = 0 \quad (36)$$

para  $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$ .

#### 2.4.3.1 Método das funções descritivas

O método das funções descritivas é baseado em uma aproximação e pode ser usado para determinar se existe oscilação em um sistema não-linear realimentado composto por um elemento linear e uma não-linearidade estática, como o da Figura 7.

Este método baseia-se no fato de que a saída do processo  $y(t)$  (que também é o sinal de entrada do relé) é senoidal. A entrada do processo é uma onda quadrada, composta de uma senóide com a mesma frequência da onda quadrada mais as harmônicas. Assim, se o processo for passa-baixa, então o mesmo age como um filtro para as harmônicas de ordem maior que um, e a aproximação do mesmo por sua primeira harmônica é adequada. Dessa forma, calculamos (36) somente para a primeira harmônica, ou seja, para  $k = 0, 1$ .

$$\begin{cases} F(0)C_0 + A_0 = 0 \\ F(j\omega)C_1 + A_1 = 0 \end{cases} \quad (37)$$

Assumindo, como no caso do relé, que  $\Phi(x)$  é ímpar, isto é,  $\Phi(x) = -\Phi(-x)$ , então  $A_0 = C_0 = 0$ . Supondo que  $y(t) = a \sin(\omega t) \rightarrow A_1 = a/2j$ , então

$$F(j\omega)C_1 + \frac{a}{2j} = 0 \quad (38)$$

e  $C_1$  é solução de (30). Assim,

$$C_1 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \Phi(a \sin(\omega t)) e^{-j\omega t} dt \quad (39)$$

$$C_1 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} [\Phi(a \sin(\omega t)) \cos(\omega t) - j\Phi(a \sin(\omega t)) \sin(\omega t)] dt \quad (40)$$

$$C_1 = -j \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} \Phi(a \sin(\omega t)) \sin(\omega t) dt \triangleq \frac{a}{2j} \Psi(a, \omega) \quad (41)$$

Assim, substituindo (41) em (37), temos que

$$F(j\omega) \frac{a}{2j} \Psi(a, \omega) + \frac{a}{2j} = 0 \quad (42)$$

$$[F(j\omega) \Psi(a, \omega) + 1] a = 0 \quad (43)$$

Uma vez que não estamos interessados na solução  $a = 0$ , então devemos ter que

$$[F(j\omega) \Psi(a, \omega) + 1] = 0 \quad (44)$$

Como existe uma oscilação sustentada na saída do processo, então  $F(j\omega) \Psi(a, \omega) = -1$ , que é a solução de (44). Dessa forma, o ganho crítico é dado por  $K_c = \Psi(a, \omega)$  e  $\omega_c$  é igual à frequência de  $y(t)$ . Uma vez que a função do relé é dada por

$$\Phi(y) = \Phi(a \sin(\omega t)) = \begin{cases} d, & y > 0 \\ -d, & y < 0 \end{cases} \quad (45)$$

temos que

$$\Psi(a, \omega) = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi/\omega} \sin(\omega t) \Phi(a \sin(\omega t)) dt = \frac{4d}{\pi a}. \quad (46)$$

Se o processo satisfaz as suposições do Fato 1, ocorre uma oscilação simétrica na saída do processo, e essa oscilação satisfaz a afirmação a seguir.

**Fato 2** *Seja  $\omega_{osc}$  a frequência de oscilação obtida com a aplicação do método do relé e  $a_{osc}$  a amplitude do sinal de entrada do relé. Entao,*

$$\omega_c = \omega_{osc} \quad (47)$$

$$K_c = \frac{4d}{\pi a_{osc}} \quad (48)$$

Uma vez que a frequência crítica é tal que  $F(j\omega_c) = -\pi$ ,  $\omega_{osc} = \omega_\pi$  é uma estimativa para a frequência crítica do processo e os dois valores críticos podem ser obtidos pelo método do relé.

Esta aproximação pode ser usada para diversos sistemas, porém estas condições não se verificam em vários outros - sistemas com grande atraso de transporte, por exemplo. Em alguns destes casos, o ganho crítico é encontrado aplicando-se a transformada de Fourier nos sinais de entrada e saída do processo (ARRUDA; BARROS; BAZANELLA,

2002). Porém, a análise exata da existência e estabilidade de ciclos limites, de onde são extraídas as grandezas críticas de um processo, é obtida através do uso do mapa de Poincaré (GONÇALVES; MEGRETSKI; DAHLEH, 2001; ARRUDA, 2002).

Além disso, enquanto a frequência de oscilação por definição é única, a função de transferência do processo pode atingir fase  $-\pi$  em diferentes frequências, isto é,  $\omega_\pi$  pode não ser única. Através da análise da função descritiva, sabe-se que a oscilação ocorre em uma frequência para a qual a fase da função de transferência é igual a  $-\pi$ . Mas, se existe mais de uma frequência em que isto ocorre, não é possível garantir que a oscilação ocorra na frequência crítica do processo. O fato de  $\omega_\pi$  não ser única pode atrapalhar em algumas aplicações, nas quais uma frequência errada é obtida (ARRUDA; BARROS, 2003). Porém, como os métodos de sintonia clássicos baseados na resposta em frequência do processo baseiam-se nestes valores críticos, é importante garantir a unicidade da solução encontrada.

**Fato 3** *Seja a resposta em frequência de um processo SISO BIBO-estável monotonicamente decrescente com a frequência, ou seja:*

$$|F(j\omega_1)| \geq |F(j\omega_2)| \quad \forall \omega_1 < \omega_2 \quad (49)$$

$$\arg F(j\omega_1) \leq \arg F(j\omega_2) \quad \forall \omega_1 < \omega_2 \quad (50)$$

Então:

- a frequência crítica  $\omega_c$  é única;
- o sistema em malha-fechada é estável se e somente se  $K < K_c \triangleq \frac{1}{|F(j\omega_c)|}$

As condições acima são suficientes, porém não são necessárias para que haja unicidade de solução. Estas condições são satisfeitas para uma grande quantidade de processos industriais. Ademais, para vários processos nos quais estas condições são violadas, os resultados permanecem válidos.

## 2.5 Modificações do método do relé

Existem várias modificações do experimento original do método do relé, resultando em diferentes técnicas para estimação da função de transferência de um processo. Enquanto o método original possibilita a identificação das grandezas críticas, ou seja, ganho crítico  $K_c$  e frequência crítica  $\omega_c$ , algumas modificações do método permitem que outros pontos da resposta em frequência do processo sejam identificados (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995; ARRUDA, 2002; ARRUDA; BARROS, 2003; ARRUDA; BARROS; BAZANELLA, 2002).

### 2.5.1 Método do relé com integrador

A modificação mais simples do método original é apresentada na Figura 8. Nesta configuração, um integrador é inserido no caminho direto do sistema. Assim, se a saída  $y(t)$  apresenta um ciclo limite de amplitude  $a$ , então, aplicando-se o método das funções descritivas, temos

$$\Psi(a, \omega) = \frac{4d}{\pi a} \quad (51)$$

onde  $d$  é a amplitude do relé, e a condição de oscilação é

$$\frac{1}{j\omega} \Psi(a, \omega) F'(j\omega) = -1. \quad (52)$$

Então,

$$\begin{aligned} \angle\left(\frac{1}{j\omega} F'(j\omega)\right) &= -180^\circ \\ \angle\frac{1}{j\omega} + \angle F'(j\omega) &= -180^\circ \\ \angle F'(j\omega) &= -90^\circ \end{aligned} \quad (53)$$

e o módulo é dado por

$$\begin{aligned} \left|\frac{1}{j\omega} \Psi(a, \omega) F'(j\omega)\right| &= 1 \\ |F'(j\omega)| &= \frac{1}{\left|\frac{1}{j\omega} \Psi(a, \omega)\right|} \end{aligned} \quad (54)$$

$$|F'(j\omega)| = \omega \frac{\pi a}{4d} \quad (55)$$

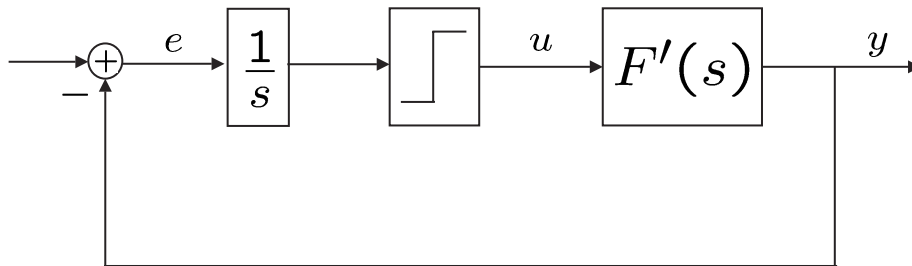


Figura 8: Diagrama de blocos para método do relé com integrador.

Como pode ser visto, a introdução de um integrador faz com que outro ponto da resposta em frequência do processo  $F'(s)$  seja identificado. No diagrama de Nyquist do processo, este ponto corresponde ao ponto 1 da Figura 1, ou seja, o ponto que intercepta o eixo imaginário negativo do gráfico. De fato, a introdução de diferentes funções de transferência no caminho direto do sistema realimentado possibilita a identificação de diferentes pontos da resposta em frequência do processo. Com este “maior” conhecimento do processo, melhores controladores podem ser projetados. Porém, a limitação de tal procedimento é a necessidade de se conhecer exatamente qual função de transferência utilizar.

### 2.5.2 Solução geral

Uma solução geral para identificar diversos pontos da resposta em frequência de um processo, utilizando o método do relé é apresentado por (ARRUDA, 2002; ARRUDA; BARROS, 2003; ARRUDA; BARROS; BAZANELLA, 2002). Neste caso, o diagrama de blocos do ensaio com relé é apresentado na Figura 9. Supondo que  $H(s)$  seja uma função de transferência estável e  $r$  um parâmetro real positivo, então a função  $F(s)$  é definida por

$$F(s) = \frac{H(s) - r}{H(s) + r} \quad (56)$$

Se um ciclo-limite está presente no sistema em malha fechada, então  $\angle F(j\omega_o, r) = -90^\circ$  na frequência de oscilação. Portanto

$$F(j\omega_o, r) = \frac{H(j\omega_o) - r}{H(j\omega_o) + r} \approx -kj, \quad (57)$$

para algum número real  $k > 0$ . Reescrevendo-se esta expressão, obtém-se

$$H(j\omega_o) \approx r \frac{1 - kj}{1 + kj}, \quad (58)$$

para a qual

$$|H(j\omega_o)| \approx r. \quad (59)$$

Dessa forma, somente variando-se  $r$ , é possível identificar a resposta em frequência de  $H(s)$ , para diversos pontos cujo módulo é igual ao próprio  $r$ .

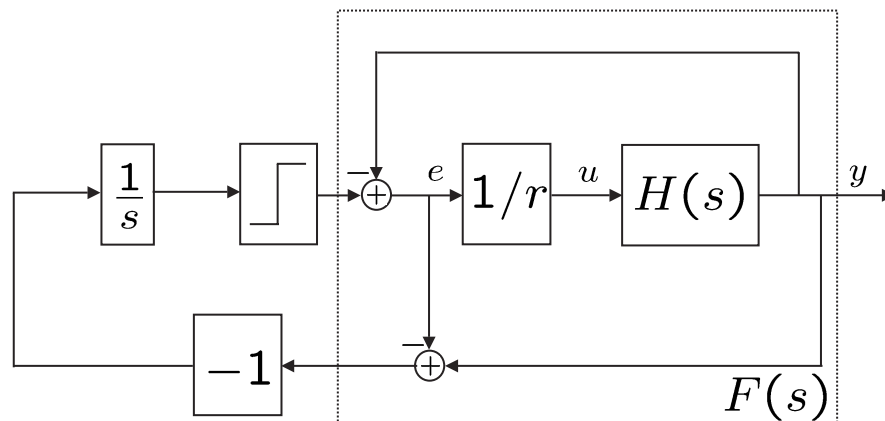


Figura 9: Estimador de diferentes pontos da resposta em frequência.

## 2.6 Conclusões

Devido ao fato de controladores PID serem simples e largamente utilizados no controle de processos, a teoria sobre suas características e efeitos é bastante explorada. Além disso, a utilização do método do relé para obtenção das grandezas críticas em processos monovariáveis também é assunto bastante explorado, devido a necessidade de controladores auto-ajustáveis e este ser um método bastante indicado para este fim. Apesar disso, o método do relé para identificação das grandezas críticas de processos nem sempre pode ser utilizado, devido à ocorrência de fenômenos indesejados em alguns casos, como comportamentos caóticos.

Estes controladores também são bastante utilizados em sistemas multivariáveis, ou seja, com mais de uma entrada e uma saída. A extensão dos métodos utilizados em sistemas monovariáveis a sistemas multivariáveis é possível, porém nestes casos uma análise multivariável do processo faz-se necessária. O próximo capítulo apresenta algumas



características de processos multivariáveis, bem como alguns métodos de projeto de controladores.

## 3 CONTROLE PID DE PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS

### 3.1 Introdução

A rigidez das especificações de qualidade dos produtos, a necessidade de eficiência energética e da preservação do meio ambiente faz com que os requisitos de performance dos processos sejam cada vez mais rígidos. Isto faz com que seja necessário considerar a natureza multivariável do processo a ser controlado, ou seja, considerar o acoplamento entre diferentes variáveis que devem ser controladas ao mesmo tempo, cada uma dentro de suas especificações, proporcionando melhor desempenho ao sistema.

Além disso, a grande maioria dos controladores utilizados em ambientes industriais são controladores PID (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995). Em processos químicos, por exemplo, as variáveis como temperatura, vazão, abertura de válvulas são todas controladas por controladores PID, os quais, devido suas características, podem proporcionar bom desempenho. Dessa forma, processos multivariáveis são controlados freqüentemente por controladores PID multivariáveis descentralizados, fazendo-se necessária uma sintonia dos mesmos que considere as interações existentes entre as diferentes variáveis do sistema.

Dessa forma, o procedimento mais intuitivo na sintonia de controladores PID multivariáveis é basear-se na resposta em freqüência do processo, ou ao menos em algum ponto da mesma, exatamente como é realizado no caso monovariável. Por isso, este capítulo apresenta algumas características de sistemas multivariáveis, bem como alguns métodos de projeto de controladores PID baseados na resposta em freqüência dos processos.

### 3.2 Sistemas Multivariáveis

Um sistema linear multivariável pode ser representado por uma matriz de transferência, isto é, por uma matriz de funções de transferência na qual cada elemento  $g_{ij}(s)$  é a função de transferência que relaciona a saída ' $i$ ' com a entrada ' $j$ '. Assim, a descrição entrada-saída de um processo com  $n$  entradas e  $m$  saídas é dada por

$$Y(s) = G(s)U(s), \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ \vdots \\ y_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) & \dots & g_{1m}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) & \dots & g_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & g_{n3}(s) & \dots & g_{mn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ \vdots \\ u_n(s) \end{bmatrix}. \quad (61)$$

Um sistema multivariável com matriz de transferência própria e racional é BIBO-

estável se, e somente se, todos os pólos de cada função de transferência da matriz de transferência estiverem no semi-plano esquerdo (CHEN, 1999).

### 3.2.1 Critério de Nyquist generalizado

O critério de Nyquist serve para analisar algumas características, como estabilidade e margens de ganho e de fase de um sistema em malha-fechada, através da resposta em frequência do mesmo. Este critério é bastante utilizado em sistemas monovariáveis e pode ser estendido para sistemas multivariáveis, através do *critério de Nyquist generalizado* (MACIEJOWSKI, 1989), o qual será apresentado a seguir.

Seja  $G(s)$  uma matriz de transferência racional e quadrada e assume-se que não existam modos instáveis não-controláveis ou não-observáveis no sistema representado por esta matriz. O critério de Nyquist generalizado é utilizado para examinar a estabilidade do sistema em malha fechada apresentado na Figura 10. Este sistema é composto por um processo  $G(s)$  realimentado negativamente, através da inserção de um controlador proporcional  $K = \text{diag}\{k_1 \ k_2 \ \dots \ k_m\}$ .

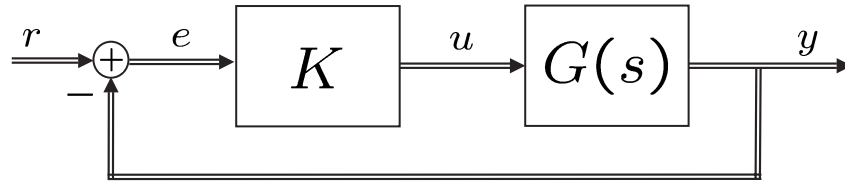


Figura 10: Sistema em malha fechada com controlador proporcional.

Do sistema mostrado na Figura 10, temos

$$Y(s) = G(s)U(s) = G(s)[K(R(s) - Y(s))] \quad (62)$$

$$Y(s) = [I + G(s)K]^{-1}G(s)KR(s) \quad (63)$$

onde

$$[I + G(s)K]^{-1}G(s)K = T(s). \quad (64)$$

Por sua vez

$$[I + G(s)K]^{-1} = \frac{1}{|I + G(s)K|} \text{cof}^T(I + G(s)K). \quad (65)$$

Se  $|I + G(s)K|$  tem  $P_o$  pólos e  $P_c$  zeros no semi-plano direito então, como no caso monovariável, temos, pelo princípio do argumento, que

$$\Delta \arg |I + G(s)K| = -2\pi(P_c - P_o), \quad (66)$$

onde  $\Delta \arg$  significa a variação no argumento para  $s$  percorrendo uma vez o contorno de Nyquist. Ou seja, partindo da origem, percorre o eixo imaginário positivo até uma distância arbitrária, depois percorre um arco semi-circular no semi-plano direito até encontrar o eixo imaginário negativo e, por este, volta à origem. Se  $G(s)$  possui pólos presentes no eixo imaginário, o contorno deve ser tal que inclua estes pólos.

Para que exista estabilidade em malha-fechada,  $P_c$  deve ser zero, e os pólos de  $|I + G(s)K|$  são os pólos de  $G(s)$ . Assim, a condição para que o sistema seja estável em malha-fechada é que a imagem de  $|I + G(s)K|$  (para  $s$  realizando o contorno de Nyquist) envolva a origem  $P_o$  vezes no sentido anti-horário.

Se  $\lambda_i(s)$  é um autovalor de  $G(s)K$ , então  $1 + \lambda_i(s)$  é um autovalor de  $I + G(s)K$ . Conseqüentemente, como o determinante de uma matriz é o produto de seus autovalores, temos que

$$|I + G(s)K| = \prod_i [1 + \lambda_i(s)], \quad (67)$$

onde o gráfico de  $\lambda_i(s)$ , quando  $s$  percorre o contorno de Nyquist, é um *lugar característico* de  $G(s)K$ . Assim, o diagrama de Nyquist de um processo multivariável será composto pelos gráficos dos lugares característicos, que correspondem aos gráficos dos autovalores de  $G(j\omega)K$ , para  $-\infty < \omega < \infty$ . Portanto, em um sistema  $n \times n$ , existirão  $n$  lugares característicos.

Então, como no caso monovariável, podemos concluir sobre a estabilidade em malha-fechada do sistema contando quantas vezes a origem é envolvida pelos gráficos  $1 + \lambda_i(s)$  ou, equivalentemente, contando quantas vezes o ponto  $-1$  é envolvido pelos lugares característicos.

**Teorema 1** *Se  $G(s)$  tem  $P_o$  pólos instáveis, assumindo que não existam modos instáveis não-controláveis ou não-observáveis, então o sistema em malha-fechada apresentado na Figura 10 é estável se, e somente se, os lugares característicos de  $G(s)K$ , juntos, envolvem o ponto  $-1$   $P_o$  vezes no sentido anti-horário (MACIEJOWSKI, 1989).*

Em sistemas monovariáveis, os pólos e zeros de uma função de transferência  $g(s) = n(s)/d(s)$  são dados pelas raízes de  $d(s)$  e  $n(s)$ , respectivamente. Em sistemas multivariáveis, o número de pólos e os zeros da matriz de transferência são obtidos através da forma canônica de Smith-McMillan. Assim, a forma de Smith-McMillan é necessária para a aplicação do critério de Nyquist generalizado, já que é necessário saber o número de pólos e zeros instáveis. Porém, se o sistema  $G(s)$  for BIBO-estável, necessariamente  $P_o = 0$  e então a estabilidade do sistema em malha-fechada estará garantida se nenhum lugar característico do sistema envolver o ponto  $-1$ .

Para fins de ilustração, utilizamos um processo  $(2 \times 2)$  BIBO-estável, cuja matriz de transferência é apresentada em (70). Consideramos, então, este processo controlado por um controlador  $K$ , tal que a função de laço seja dada por  $L(s) = G(s)K$ . A Figura 11 mostra o diagrama de Nyquist deste sistema multivariável no qual o controlador usado é  $K = I$ , onde  $I$  é a matriz identidade. O diagrama de Nyquist deste sistema é composto por dois lugares característicos, diferenciados na figura pelas cores e estilos de linha. Estes lugares característicos são obtidos através da solução da equação característica do sistema, ou seja  $|G(s)K - \lambda I| = 0$ , onde  $K = \text{diag}\{k_i\}$ . Assim temos

$$(g_{11}(j\omega)k_1 - \lambda)(g_{22}(j\omega)k_2 - \lambda) - g_{12}(j\omega)k_2g_{21}(j\omega)k_1 = 0 \quad (68)$$

o que resulta em

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2}(j\omega) = & \frac{1}{2}g_{11}(j\omega)k_1 + \frac{1}{2}g_{22}(j\omega)k_2 \pm \frac{1}{2}[g_{11}^2(j\omega)k_1^2 - 2g_{11}(j\omega)k_1g_{22}(j\omega)k_2 \\ & + g_{22}^2(j\omega)k_2^2 + 4g_{12}(j\omega)k_1g_{21}(j\omega)k_2]^{1/2} \end{aligned} \quad (69)$$

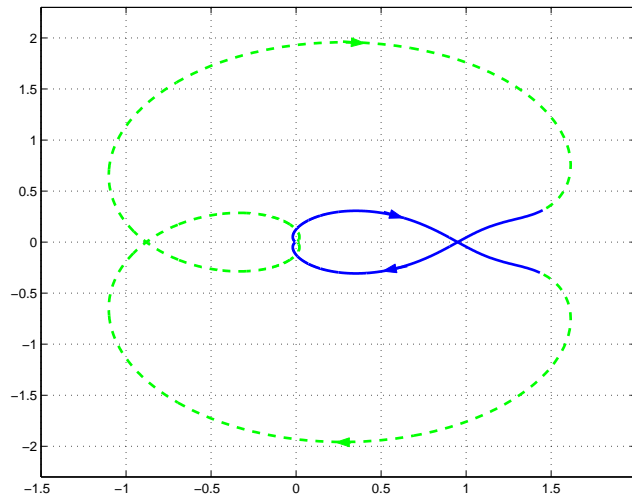


Figura 11: Nyquist do processo apresentado em (70), mostrando os dois lugares característicos.

Como pode ser visto, este sistema é estável em malha fechada, pois os dois lugares característicos, juntos, formam uma curva fechada, excluindo o ponto  $-1$ .

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \frac{-1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} \\ \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} & \frac{2.4}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2(0.5s+1)} \end{bmatrix} \quad (70)$$

Se, desta vez, aplicarmos um controlador  $K$  ao processo, tal que  $L(s) = \alpha G(s)K$ , para diferentes valores de  $\alpha$ , os lugares característicos apresentam formas proporcionais a  $\alpha$ , ou seja, mantêm a forma do diagrama, porém modificam a área envolvida pelo mesmo, conforme ilustrado na Figura 12. Para um controlador  $K = \text{diag}\{1.25 \ 1.08\}$ , o sistema apresenta os lugares característicos denotados por um traço cheio; quando aplicado um controlador  $K = 0.4 \text{diag}\{1.25 \ 1.08\}$ , o sistema apresenta os lugares característicos denotados pelos gráficos tracejados. Nota-se que, no caso deste sistema, as curvas de cada lugar característico são abertas e, juntas, formam curvas fechadas.

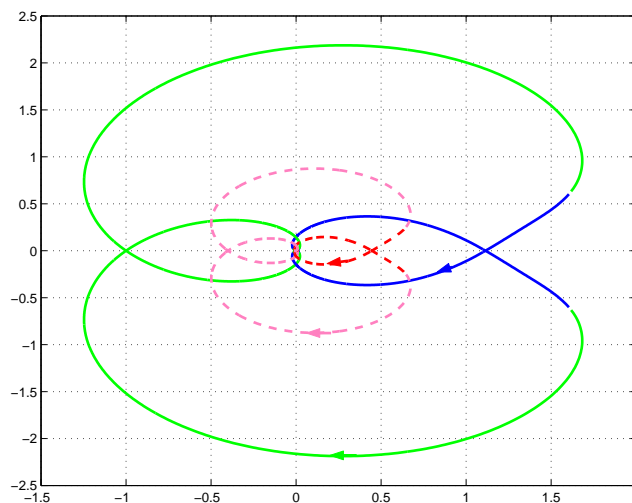


Figura 12: Lugares característicos para diferentes valores de  $\alpha$ .

Porém, quando o controlador não é do tipo  $K' = \alpha K$ , os lugares característicos não mantêm a forma como no caso anterior. Este fato pode ser visto na Figura 13. No caso dos lugares característicos apresentados em traço cheio, um controlador  $K = \text{diag}\{8 \ 0.19\}$  foi aplicado ao sistema; no caso dos lugares característicos apresentados em tracejado, um controlador  $K' = \text{diag}\{1.25 \ 1.08\}$  foi aplicado. Ambos controladores levam o sistema ao limiar da estabilidade, ou seja, ambos possuem um lugar característico que passa sobre o ponto  $-1$ , e como  $K' \neq \alpha K$ , os diagramas não mantêm a forma. Nota-se, neste caso, que os lugares característicos apresentados em traço cheio não formam mais as curvas fechadas juntos; cada um forma uma curva fechada.

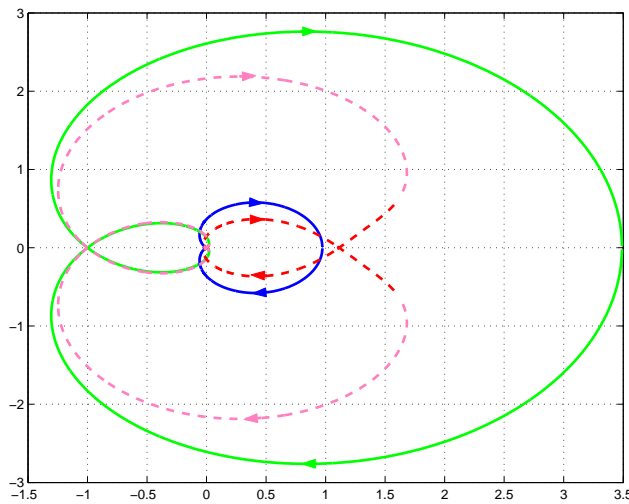


Figura 13: Lugares característicos para diferentes valores de  $K$ .

### 3.2.2 Limiar da estabilidade

O limiar da estabilidade de um sistema é atingido quando a saída do sistema, em malha-fechada com controlador proporcional, apresenta uma oscilação sustentada. Para que o sistema da Figura 10 esteja no limiar de estabilidade, é necessário que um lugar característico do sistema passe exatamente sobre o ponto  $-1 + j0$  no diagrama de Nyquist do mesmo. Assim como em sistemas SISO, este ponto é conhecido como ponto crítico do sistema, e a definição a seguir pode ser feita.

**Definição 2** *Seja um processo quadrado BIBO-estável com  $m$  entradas, controlado por um controlador puramente proporcional  $u = -Ky$ , com ganho  $K = \text{diag}\{k_1 \ \dots \ k_m\}$ ,  $k_i \in [0, \infty)$ . Uma vez que o processo é estável, o sistema em malha-fechada será estável para  $K$  suficientemente pequeno. Assuma que exista um valor  $K_c$  tal que o sistema em malha-fechada seja estável  $\forall K = \alpha K_c$ ,  $0 < \alpha < 1$  e instável para  $K = K_c(1 + \epsilon)$ , com  $\epsilon$  um valor positivo arbitrariamente pequeno; este valor  $K_c$  é chamado de ganho crítico do processo. Por outro lado, para  $K = K_c$  o sistema em malha-fechada encontra-se no limiar de estabilidade e então uma oscilação sustentada é observada em todas as saídas; a frequência desta oscilação é chamada de frequência crítica  $\omega_c$ .*

No caso monovariável, as grandezas críticas normalmente são únicas; mesmo que não sejam únicas, são contáveis. A situação é bastante diferente no caso multivariável, uma vez que o ganho  $K$  pode ser aumentado de 0 em infinitas direções diferentes, e  $\omega_c$  é então

encontrada para estas diferentes direções. Assim, diferentes valores de  $K$  levam o sistema ao limiar da estabilidade, ou seja, existem diferentes pontos críticos. Cada ponto crítico é formado por um ganho crítico (composto pelos ganhos relativos a cada malha) e uma freqüência de oscilação. Os ganhos críticos formam uma curva no espaço de parâmetros, como mostrado na Figura 14. Ganhos contidos entre a origem e a curva, quando aplicados ao sistema, mantêm o sistema estável. Se o vetor de ganhos aplicados ao sistema estiver além da curva, o sistema torna-se instável. Assim, podemos chamar esta curva de *curva crítica*. Generalizando, quando  $m > 2$ , esses ganhos formam uma superfície de dimensão  $m - 1$ ; esta superfície é então chamada de *superfície crítica*.

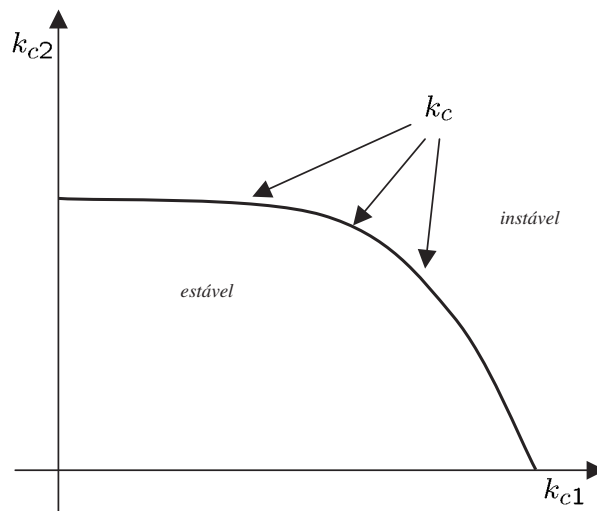


Figura 14: Curva crítica para um sistema  $2 \times 2$ .

### 3.3 Controle baseado na resposta em freqüência

Assim como no caso de processos monovariáveis, os processos multivariáveis também podem ser controlados por controladores projetados com base na resposta em freqüência do processo. Existem diversos métodos que, baseados na resposta em freqüência, consideram a natureza multivariável do processo, como os métodos baseados no diagrama de Nyquist (MACIEJOWSKI, 1989), como DNA (*Direct Nyquist-array*) e INA (*Inverse Nyquist-array*), método dos lugares característicos, entre outros. Os métodos baseados na resposta em freqüência têm como primeiro passo realizar, ao menos parcialmente, o desacoplamento do sistema. Por este motivo, geralmente, os controladores resultantes não são descentralizados, possuindo ganhos nos elementos não-diagonais da matriz do controlador.

#### 3.3.1 Desacoplamento

O principal objetivo do desacoplamento é compensar o efeito das interações entre as malhas de um processo. Isto é atingido inserindo-se, entre o controlador e o processo, um compensador conforme mostrado na Figura 15. Se o sistema é desacoplado, então o controlador é composto por controladores SISO para cada malha, e o projeto dos controladores é feito através de sintonia monovariável.

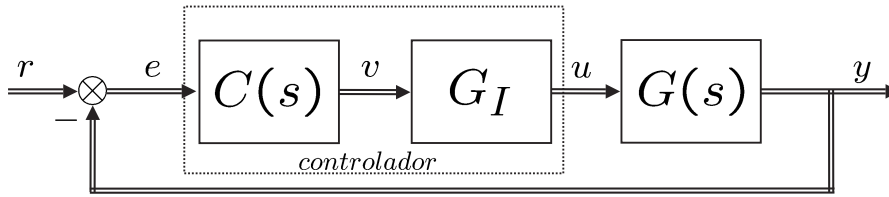


Figura 15: Sistema multivariável com controlador desacoplador.

O projeto do desacoplador baseia-se na escolha dos elementos do desacoplador  $G_I$ , mostrado na Figura 15, a fim de satisfazer um dos objetivos a seguir:

1. *Desacoplamento dinâmico*: elimina interações entre todas as malhas, para todas as frequências.
2. *Desacoplamento estático*: elimina apenas interações em regime permanente; é menos eficiente que o desacoplamento dinâmico, porém o projeto dos desacopladores é muito mais simples.
3. *Desacoplamento parcial*: elimina interações, dinâmica ou estaticamente, entre algumas malhas de controle; apenas as malhas nas quais o acoplamento é mais forte são consideradas no projeto.

Há diferentes maneiras de se projetar desacopladores, porém os princípios utilizados são os mesmos (OGUNNAIKE; RAY, 1994). Por este motivo, os princípios do desacoplamento simplificado para processos  $2 \times 2$  são mais explorados neste trabalho, porém há também o projeto generalizado, que pode ser encontrado em (OGUNNAIKE; RAY, 1994). Além disso, o desacoplamento pode ser feito para processos de ordem maior que 2, porém nestes casos é aconselhável o uso do desacoplamento generalizado. Na Figura 16 há dois compensadores  $g_{I1}(s)$  e  $g_{I2}(s)$ , um para cada malha. Com a inserção deste compensador ( $G_I$ ), as saídas do controlador multivariável dado por  $G_I(s)C(s)$  são dadas por  $u_1$  e  $u_2$ , enquanto que as saídas de  $C(s)$  (e entradas de  $G_I(s)$ ) são dadas por  $v_1$  e  $v_2$ .

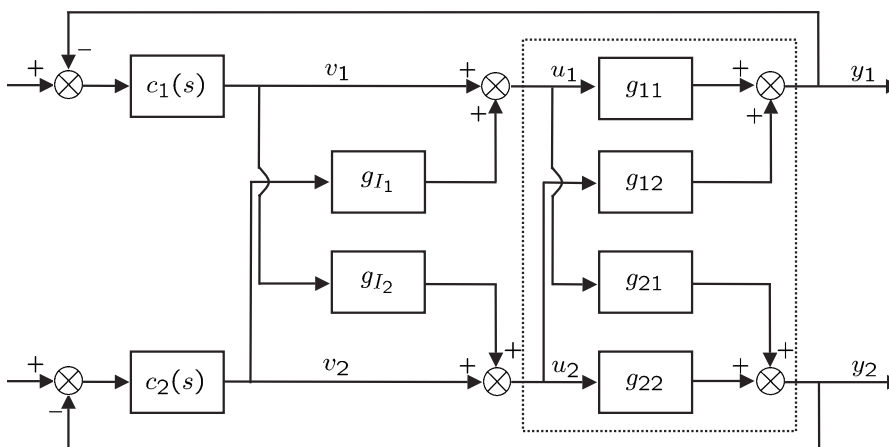


Figura 16: Sistema de controle e desacoplamento simplificado de um processo  $2 \times 2$ .

O modelo do processo  $G(s)$  é dado por



$$\begin{cases} y_1 = g_{11}(s)u_1 + g_{12}(s)u_2, \\ y_2 = g_{21}(s)u_1 + g_{22}(s)u_2. \end{cases} \quad (71)$$

Porém, devido à inserção do desacoplador, as ações de controle são dadas por

$$\begin{cases} u_1 = v_1 + g_{I_1}(s)v_2, \\ u_2 = v_2 + g_{I_2}(s)v_1. \end{cases} \quad (72)$$

Substituindo (72) em (71), temos

$$\begin{cases} y_1 = (g_{11}(s) + g_{12}(s)g_{I_2}(s))v_1 + (g_{11}(s)g_{I_1}(s) + g_{12}(s))v_2, \\ y_2 = (g_{21}(s) + g_{22}(s)g_{I_2}(s))v_1 + (g_{22}(s) + g_{21}(s)g_{I_1}(s))v_2. \end{cases} \quad (73)$$

E, para que haja o desacoplamento do sistema,  $v_1$  deve agir somente em  $y_1$ , assim como  $v_2$  deve agir somente em  $y_2$ . Assim, a partir de (73), temos que:

$$g_{11}(s)g_{I_1}(s) + g_{12}(s) = 0, \quad (74)$$

$$g_{21}(s) + g_{22}(s)g_{I_2}(s) = 0, \quad (75)$$

de onde obtemos as equações dos compensadores, dadas por

$$g_{I_1} = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)}, \quad (76)$$

$$g_{I_2} = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)}. \quad (77)$$

Assim, substituindo (76) e (77) em (73), temos

$$\begin{cases} y_1 = \left( g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{g_{22}(s)} \right) v_1, \\ y_2 = \left( g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{g_{11}(s)} \right) v_2, \end{cases} \quad (78)$$

e então o sistema está dinamicamente desacoplado.

A obtenção do desacoplamento total de sistemas só é possível se o modelo do processo for perfeito. Como isto é praticamente impossível na prática, o desacoplamento total do sistema também fica inatingível. Além disso, desacopladores dinâmicos perfeitos são baseados nas matrizes inversas dos modelos dos processos. Assim, só são implementáveis se as inversas ( $G^{-1}(s)$ ) são causais e estáveis. Como geralmente este não é o caso, o projeto de desacopladores comumente utilizado é o desacoplamento estático.

O desacoplamento estático de processos, como mencionado anteriormente, desacopla o sistema em regime permanente, ou seja, é baseado na matriz inversa do processo em regime permanente, ou seja,  $G^{-1}(0)$ . Assim, se os ganhos em regime permanente de  $g_{ij}$  são dados por  $K_{ij}$ , então o desacoplador estático é dado por

$$K_{I_1} = -\frac{K_{12}}{K_{11}}, \quad (79)$$

$$K_{I_2} = -\frac{K_{21}}{K_{22}}. \quad (80)$$

Dentre os métodos baseados na resposta em frequência, o método dos lugares característicos é o método que mais se assemelha ao método de sintonia de controladores baseado na resposta em frequência para sistemas monovariáveis, o qual é baseado em informações extraídas do diagrama de Nyquist do processo. Por isso, será apresentado mais detalhadamente, e um controlador será projetado através do mesmo.

### 3.3.2 Método dos lugares característicos

A idéia por trás do método dos lugares característicos está em manipulá-los como se fossem simples diagramas de Nyquist. Se  $G(s)$  for uma matriz de funções de transferência quadrada, com  $m$  entradas e saídas, então tem-se que

$$G(s) = W(s)\Lambda(s)W^{-1}(s), \quad (81)$$

onde

$$\Lambda(s) = \text{diag}\{\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_m(s)\}, \quad (82)$$

e  $\lambda_i(s)$  é um lugar característico de  $G(s)$ . Se, por sua vez, o controlador é do tipo

$$K(s) = W(s)M(s)W^{-1}(s), \quad (83)$$

onde

$$M(s) = \text{diag}\{\mu_1(s), \mu_2(s), \dots, \mu_m(s)\}, \quad (84)$$

temos que

$$G(s)K(s) = W(s)\Lambda(s)M(s)W^{-1}(s) \quad (85)$$

e  $\Lambda(s)M(s) = \text{diag}\{\lambda_1(s)\mu_1(s), \lambda_2(s)\mu_2(s), \dots, \lambda_m(s)\mu_m(s)\}$ .

Assim, se a planta e o controlador possuem os mesmos autovetores, então o sistema obtido pela conexão em série dos mesmos apresenta autovalores que são o produto entre os autovalores da planta e do controlador.

Com o sistema diagonalizado, ou seja, desacoplado, a estratégia é projetar controladores, através das fórmulas utilizadas em sistemas monovariáveis, para cada lugar característico, obtendo assim  $M(s)$ . Por fim, o controlador do processo é composto pela conexão em série  $K(s) = W(s)M(s)W^{-1}(s)$ .

Apesar disso, é praticamente impossível encontrar matrizes  $W(s)$  e  $W^{-1}(s)$  realizáveis. Por este motivo, uma solução ao problema é projetar um controlador do tipo  $K(s) = A(s)M(s)B(s)$ , onde  $A(s)$  e  $B(s)$  são realizáveis e  $A(s) \approx W(s)$  e  $B(s) \approx W^{-1}(s)$ . Além disso, o caso mais simples de aproximação é obtido quando  $A(s)$  e  $B(s)$  são matrizes constantes. Escolhendo uma frequência  $\omega_o$ , tal que  $s_o = j\omega_o$ , obtemos as matrizes  $W(s_o)$  e  $W^{-1}(s_o)$ , as quais são, usualmente, complexas; através do algoritmo ALIGN (KOUVARITAKIS; MACFARLANE, 1976), obtemos matrizes constantes  $A$  e  $B$ . Assim, o método é utilizado para o projeto de controladores baseados no domínio da frequência, através de técnicas monovariáveis para sistemas multivariáveis.

A fim de ilustrar o método dos lugares característicos, foi projetado um controlador para a coluna de destilação Wood and Berry, processo que será utilizado ao longo do trabalho para simulação dos métodos propostos, cuja matriz de transferência é dada por

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix}. \quad (86)$$

Neste caso, a idéia é obter os dois lugares característicos do sistema, já que o mesmo é um processo com duas entradas e duas saídas, e projetar controladores PID monovariáveis para cada lugar característico, com base nas grandezas críticas associadas aos mesmos. Primeiramente foram traçados os lugares característicos do processo e, a partir destes gráficos, foram obtidas as grandezas críticas de cada um, ou seja, ganhos críticos e períodos críticos, independentes, tratando cada lugar característico como um diagrama de Nyquist SISO. Com as grandezas críticas foram projetados controladores do tipo PI através das fórmulas de Ziegler-Nichols. Os valores das grandezas críticas e os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Grandezas críticas e ganhos dos controladores para cada lugar característico.

| Lugar característico | $K_c$ | $T_c$ | $k_p$  | $k_i$  |
|----------------------|-------|-------|--------|--------|
| 1                    | 0.97  | 3.54  | 0.437  | 0.154  |
| 2                    | -0.37 | 10.70 | -0.167 | -0.019 |

Além disso, foram calculadas as matrizes  $A$  e  $B$  através do algoritmo ALIGN, que aproximam  $W(s)$  e  $W^{-1}(s)$  para uma frequência. A frequência escolhida foi  $\omega = 0.16$  rad/s. Assim, o controlador que deve ser aplicado ao sistema é dado por

$$K(s) = AC(s)B \quad (87)$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0.42 \\ 0.18 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.437 + \frac{0.154}{s} & 0 \\ 0 & -0.167 - \frac{0.019}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.08 & 0.45 \\ -0.20 & 1.08 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.487 + \frac{0.168}{s} & -0.272 - \frac{0.078}{s} \\ 0.120 + \frac{0.035}{s} & -0.217 - \frac{0.034}{s} \end{bmatrix} \quad (88)$$

A Figura 17 apresenta a resposta ao degrau da coluna de destilação Wood and Berry controlada pelo controlador apresentado em (88). As respostas apresentam características típicas de um ajuste feito através das fórmulas de Ziegler-Nichols em sistemas monovariáveis. O fato do controlador possuir ganhos cruzados faz com que as influências de uma malha na outra sejam diminuídas.

Este método é bastante conhecido e utilizado, apresentado, entre outros, em (KOUVARITAKIS; TRIMBOLI, 1988; ROSSITER; PRATT; SMITH, 1994). Por isso, o controlador obtido com o mesmo será considerado um *benchmark*, já que o projeto é realizado com base nos lugares característicos do processo, ou seja, levando em conta a natureza multivariável do mesmo. É bastante provável que um controlador descentralizado não seja capaz de proporcionar uma performance como esta, devido a natureza do controlador, porém este resultado serve como um “padrão” a ser atingido.

Infelizmente, desde o primeiro passo, que é realizar o desacoplamento, o método proposto necessita do modelo do sistema, o qual geralmente não é disponível no ambiente industrial. Além disso, o controlador resultante acaba por não ser na forma diagonal, devido à componente do controlador responsável pelo desacoplamento.

Assim como o método dos lugares característicos, a maioria dos métodos de controle multivariáveis necessita do modelo completo do sistema (MACIEJOWSKI, 1989). Além

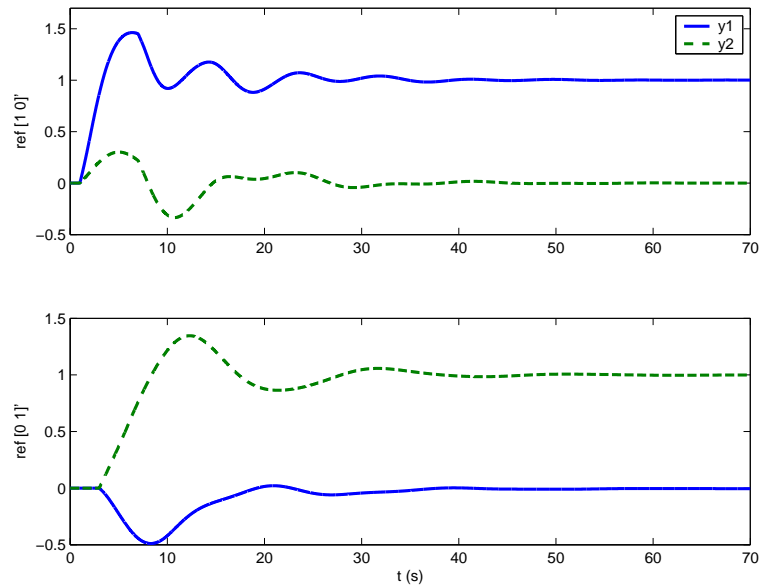


Figura 17: Resposta ao degrau do sistema controlado por controlador obtido através do método dos lugares característicos.

disso, na maioria dos processos industriais, o controle, mesmo de sistemas acoplados, é realizado através de PID em cada malha, uma vez que são controladores cuja sintonia é considerada fácil pelos operadores dos processos. Essa configuração encontrada na indústria, se observada de maneira “multivariável”, consiste de um controlador PID multivariável descentralizado, ou seja, uma matriz com controladores PID somente na diagonal e os outros elementos nulos.

### 3.4 Controle descentralizado

O uso de controladores descentralizados para processos multivariáveis é o mais comum em aplicações de controle na indústria. Além da simplicidade, um sistema de controle descentralizado, composto por controladores monovariáveis em cada malha, apresenta diversas vantagens sobre um controlador com ganhos cruzados (CAMPO; MORARI, 1994):

1. *Flexibilidade na operação.* Uma estrutura descentralizada permite operação manual para reestruturar o sistema de controle de maneira que cada malha do sistema multivariável pode ser colocada ou tirada de operação individualmente. Esta flexibilidade permite que seja possível alterar objetivos de controle durante diferentes condições de operação, como inicialização e paradas de processos, modificações temporárias e manutenções.
2. *Tolerância a falhas.* A característica de flexibilidade da estrutura descentralizada também é vantajosa em relação a controladores com ganhos cruzados nos momentos de falha de um sensor ou atuador, por exemplo. Assim, somente a malha que falhou precisa ser corrigida, possibilitando que o resto do processo permaneça em operação.

3. *Projeto simplificado.* O projeto de controladores de subsistemas SISO individuais é normalmente mais fácil de se realizar do que controladores com ganhos cruzados. Além disso, o número de parâmetros a serem encontrados é muito menor. Em um sistema  $m \times m$ , um controlador descentralizado necessita de  $\alpha m$  parâmetros a serem encontrados, onde  $\alpha$  é o número de parâmetros para cada controlador SISO. Em um controlador com ganhos cruzados, são necessários  $\alpha m^2$  parâmetros.

Assim, neste trabalho, será considerado o controlador da forma

$$U(s) = C(s)E(s) = \begin{bmatrix} p_1(s) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2(s) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p_m(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \\ \vdots \\ e_m(s) \end{bmatrix} \quad (89)$$

onde  $E(s)$  é o sinal de erro entre o valor de referência e o valor da saída do sistema.

### 3.4.1 Controle PID

Consideramos neste trabalho o estudo sobre controladores PID descentralizados para sistemas multivariáveis, cujos elementos do controlador  $C(s)$  de (89) são dados por  $p_j(s) = k_{pj} + \frac{k_{ij}}{s} + k_{dj}s$ . Estes controladores podem ser sintonizados conhecendo-se apenas os valores críticos do processo. O primeiro passo a ser tomado é, então, a identificação de tais valores. Assim como no caso SISO, a maneira mais intuitiva de se encontrar os ganhos críticos, ou o vetor de ganhos críticos, é aplicar um controle proporcional em malha-fechada com cada malha e aumentar estes ganhos a partir de 0, de maneira que as saídas apresentem oscilações sustentadas. Este processo é bastante lento e, conforme aumenta o tamanho do sistema, torna-se extremamente complicado, além de arriscado, pois o sistema pode tornar-se instável nesse procedimento.

A maneira mais simples e mais utilizada para identificar o ponto crítico em sistemas monovariáveis é o método do relé, o qual também pode ser aplicado a sistemas multivariáveis. Neste contexto, em 1986, Luyben apresentou um procedimento de sintonia de controladores PID descentralizados através de ensaios independentes com relé em cada malha (LUYBEN, 1986), conhecido como *Independent Relay Feedback* e chamado, neste trabalho, de *Ensaio independente com relés*. Loh, em 1993, propôs um procedimento que consiste de ensaios individuais com relés seguidos da sintonia e inserção do controlador em cada malha, de forma seqüencial (LOH et al., 1993), conhecido como *Sequential Relay Feedback* e chamado, neste trabalho, de *Ensaio seqüencial com relés*. A terceira maneira de aplicar o método do relé em sistemas multivariáveis foi apresentada por Palmor, em 1993, e consiste em realizar apenas um ensaio, com relés conectados a todas as malhas do sistema (PALMOR; HALEVI; KRASNEY, 1995), conhecido como *Decentralized Relay Feedback* e chamado de *Ensaio descentralizado com relés* (WANG et al., 1997).

## 3.5 Ensaio independente com relés

O ensaio independente com relés (IRF) consiste em fechar cada malha separadamente, ou seja: fecha-se uma malha (entrada  $m_i$  e saída  $m_i$ ) deixando as outras malhas abertas e obtém-se os valores de ganho e frequência críticos, como apresentado na Figura 18. Assim,  $m$  ensaios são realizados, e o sinal de controle no ensaio  $i$  – *esimo* é dado por

$$u_i = \eta_i(e_i), \quad (90)$$

$$u_j = 0, \quad \forall j \neq i. \quad (91)$$

onde  $\eta_i(e_i) = d_i \text{sign}(e_i) + \text{bias}_i$  e  $\text{bias}_i = r_i/g_{ii}(0)$ .

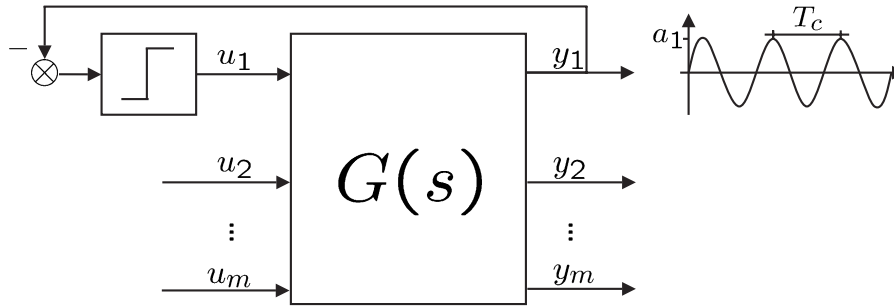


Figura 18: Procedimento IRF.

Cada controlador é projetado para cada malha individualmente, como se cada malha fosse um sistema monovariável, e após todos os experimentos, todas as malhas são fechadas com os respectivos controladores.

No ensaio IRF, a planta na qual os controladores são aplicados não é a mesma para a qual os mesmos foram projetados, uma vez que o projeto foi realizado para os sistemas SISO individuais, com o restante das outras malhas abertas. Assim, a natureza multivariável do problema é totalmente desconsiderada no projeto. A menos que o acoplamento entre as malhas seja muito pequeno, fica claro que a performance do sistema poderá ser muito deteriorada.

Se o acoplamento for pequeno, o mesmo pode ser considerado como uma incerteza da planta em cada malha de controle monovariável. Então, uma redução no ganho do PID, fato que aumenta a margem de estabilidade, garante estabilidade mesmo na presença desta incerteza. Essa redução é chamada de *detuning*, a qual utiliza um fator  $f$  nos valores críticos do processo.

As grandezas críticas utilizadas para calcular os parâmetros do controlador são dadas por:

$$K_{c\text{det}} = \frac{K_c}{f} \quad (92)$$

$$T_{c\text{det}} = T_c f \quad (93)$$

e então as fórmulas monovariáveis, como as de Ziegler-Nichols, são utilizadas.

O *detuning*, combinado com IRF, permite que processos com acoplamento fraco sejam controlados, porém faz com que apresentem performance conservadora, devido à natureza do controle. Além disso, aplicar *detuning* implica em mais parâmetros a serem sintonizados (fator  $f$  para cada malha), já que é um fator escolhido especificamente para cada malha, procedimento para o qual não existe metodologia (LUYBEN; LUYBEN, 1997).

Quando o acoplamento é forte e/ou os requisitos de performance são rígidos, *detuning* torna-se inadequado. Uma alternativa neste caso seria realizar o desacoplamento antes de

encontrar os controladores, mas este fato faz com que o controlador encontrado não seja descentralizado. Além disso, o desacoplamento do processo necessita de hardware e/ou software adicional.

### 3.6 Ensaio seqüencial com relés

No ensaio seqüencial (SRF), as malhas de controle são fechadas uma por vez com o relé, seqüencialmente, como no ensaio IRF e, novamente,  $m$  experimentos com o relé são feitos (YU, 1999). Porém, diferentemente do ensaio independente (IRF), após o experimento com relé em uma determinada malha, esta malha é fechada com o respectivo PID antes de realizar o próximo passo, ou seja, o experimento com relé na próxima malha, como representado na Figura 19.

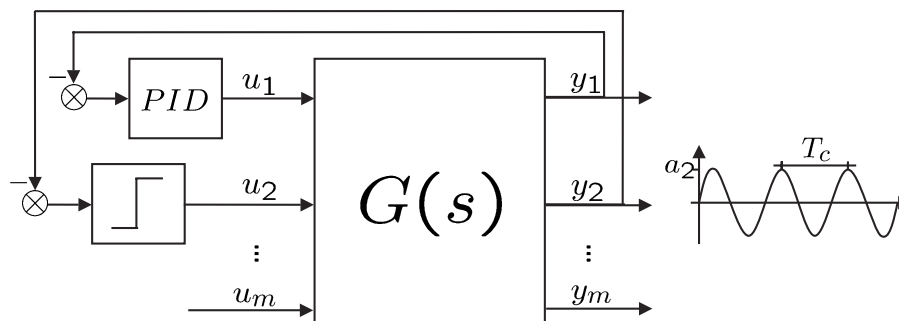


Figura 19: Procedimento SRF.

A cada passo do procedimento SRF, um controlador PID, sintonizado através das fórmulas de Ziegler-Nichols ou afins, é empregado no par entrada-saída no qual o ensaio com relé monovariável foi realizado no mesmo passo. Dessa forma, a relação entrada-saída “vista” pelo controlador é a mesma identificada pelo experimento com o relé na respectiva malha. Então, do ponto de vista de estabilidade em malha-fechada, o procedimento SRF é tão seguro quanto uma sintonia monovariável.

Porém, cada controlador é sintonizado levando-se em consideração apenas a dinâmica das malhas previamente sintonizadas. De fato, a cada passo  $i$ , todas as malhas a partir de  $i + 1$  até  $m$  estão abertas e, conseqüentemente não influenciam no comportamento do sistema no momento em que o controlador é projetado. Entretanto, à medida que os outros controladores são projetados, e novas malhas são fechadas, a sintonia dos controladores anteriores fica prejudicada, já que o sistema não é mais o mesmo. A fim de superar este problema, um procedimento iterativo pode ser realizado: após todas as malhas fechadas, o procedimento é repetido para todas as malhas. Assim, nesta segunda iteração, todas as malhas estão fechadas, e então todo o acoplamento é observado nos experimentos com relé. O procedimento pode ser repetido para todas as malhas diversas vezes até que a sintonia dos parâmetros dos controladores convirja.

Apesar de bons resultados poderem ser comumente obtidos através deste procedimento iterativo, a convergência dos parâmetros de sintonia dos controladores não é garantida, e - mais importante - o número total de experimentos é grande; se são realizadas  $k$  iterações, são necessários  $k m$  experimentos com relé.

### 3.7 Ensaio descentralizado com relés

No ensaio descentralizado (DRF), apenas um experimento é realizado, fechando-se todas as malhas com relé simultaneamente, ou seja,  $u_i = \eta(e_i) \forall i$ , como mostra a Figura 20. Uma vez que todos os pares entrada-saída estão conectados, o comportamento do sistema multivariável é observado neste único experimento, ou seja, as características multivariáveis do sistema são observadas. Cada saída apresenta uma oscilação com dados diferentes, os quais serão utilizados no projeto dos respectivos controladores.

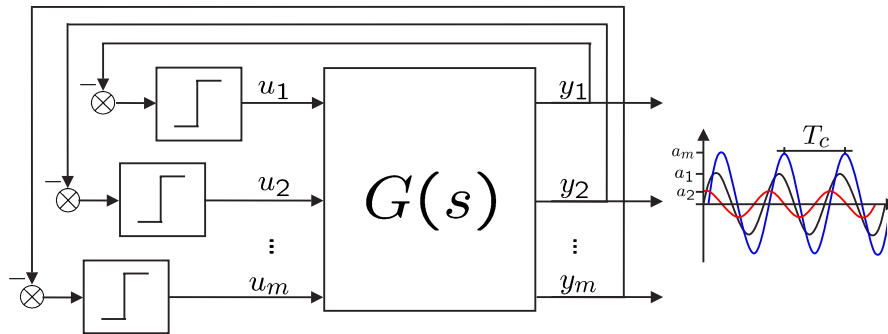


Figura 20: Procedimento DRF.

Se o sistema possuir fraco acoplamento, então as frequências das oscilações em cada saída são aproximadamente iguais às frequências relativas às malhas SISO, respectivamente. Se o acoplamento for forte, então todas as malhas oscilam na mesma frequência e o ponto crítico é composto por um vetor  $K_c$ , composto pelos ganhos críticos relativos a cada malha e uma única frequência  $\omega_c$ .

Uma vez que as grandezas críticas são identificadas, um ganho suficientemente menor que o ganho crítico deve garantir estabilidade e suficientes margens de ganho e de fase. Este é o raciocínio para o caso monovariável, e também é o raciocínio que justifica as fórmulas de Ziegler-Nichols e afins. Utilizando os valores críticos encontrados no ensaio DRF, o procedimento comum para a sintonia dos controladores é, então, aplicar as fórmulas de Ziegler-Nichols ou Tyreus-Luyben monovariáveis, baseadas nas grandezas críticas do processo. Esse procedimento é bastante utilizado na literatura (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997; SIRISENA; HANG; VASNANI, 1992; LOH; VASNANI, 1994a).

Porém, estabilidade e suficientes margens de ganho e de fase não são garantidas no caso multivariável, como pode ser observado no caso em que a superfície crítica é apresentada na Figura 21. Se escolhermos o ganho  $K'$  descrito na figura, então as margens de estabilidade serão claramente muito pequenas.

Se a curva crítica no espaço de parâmetros for convexa, então margens de estabilidade adequadas são garantidas se for escolhido um ganho  $K = \alpha K_c$ , para  $\alpha$  suficientemente pequeno. Porém, não é possível garantir que a superfície seja convexa, ou ainda suave. De fato, há casos em que a superfície crítica não é convexa. Além disso, a suavidade da superfície crítica também não é garantida. Assim, como o ensaio DRF não identifica a superfície crítica mas apenas um ponto da mesma, a sintonia monovariável adotada comumente para controladores PID descentralizados é arriscada.

Se a sintonia do controlador PID é baseada nas grandezas críticas, utilizando fórmulas como as de Ziegler-Nichols, então duas “situações” devem ser compreendidas. Primeiro, todos os PID serão sintonizados na mesma frequência crítica. Segundo, a sintonia será



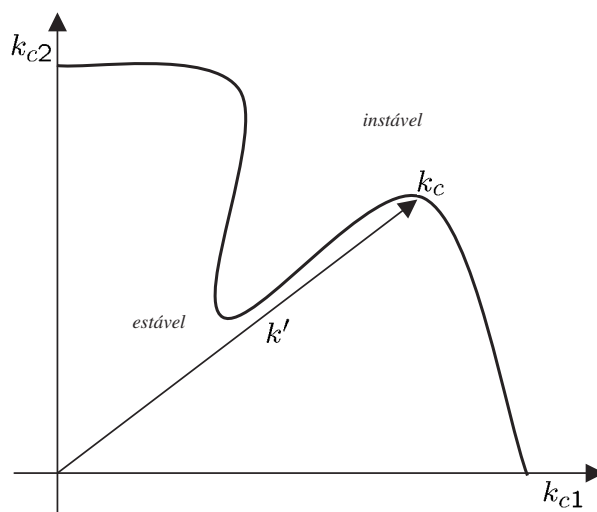


Figura 21: Curva crítica não-convexa.

dependente apenas das grandezas críticas identificadas. Isto significa que a performance do sistema poderá ser bastante diferente conforme a posição do ponto escolhido na curva crítica, utilizado para a sintonia. A performance do sistema pode variar por dois motivos claros: a importância relativa escolhida para cada malha, através da posição do ponto crítico na superfície crítica; a não-convexidade da curva crítica, se existir, pode prejudicar a performance obtida caso os controladores sejam sintonizados com certos pontos críticos.

Para ilustrar este fato, vamos utilizar alguns resultados obtidos com a coluna de destilação Wood and Berry. Além disso, consideramos as grandezas críticas da *curva real* (apresentada na Seção 4.2) e não as obtidas com o ensaio descentralizado com relés. A Figura 22 apresenta o desempenho do sistema para um controlador PID obtido através das fórmulas monovariáveis de Ziegler-Nichols para o ponto crítico  $K_c = [0.42 \ -0.30]$  e  $T_c = 12.87 \text{ s}$ . Pode-se dizer que o desempenho obtido é muito bom. Porém, para um controlador PID sintonizado com outro ponto crítico da curva,  $K_c = [1.27 \ -0.25]$  e  $T_c = 12.25 \text{ s}$ , o sistema torna-se instável, conforme mostrado na Figura 23. Isso mostra que a simples utilização das fórmulas monovariáveis de sintonia pode ser bastante arriscada, devido ao fato de que não existe uma análise teórica multivariável para a aplicação de tais fórmulas.

Dessa forma, a análise teórica necessária para a correta aplicação deste procedimento deve ser necessariamente de natureza multivariável. O raciocínio e a análise teórica para o caso monovariável não se aplicam diretamente a este caso, e somente podem ser utilizados como diretrizes intuitivas.

O atual entendimento do ensaio DRF está longe de ser completo, não sendo clara a melhor maneira de utilizar as informações obtidas no ensaio ou mesmo se estas informações são necessárias para obter uma boa sintonia ao controlador PID descentralizado. Contudo, como este é o único ensaio dos três que leva em consideração a natureza multivariável do processo de maneira direta e completa, impulsiona-nos a estudá-lo mais profundamente. Além disso, o ensaio DRF é um método simples e rápido, já que, independente do tamanho do processo, é necessário apenas um ensaio.

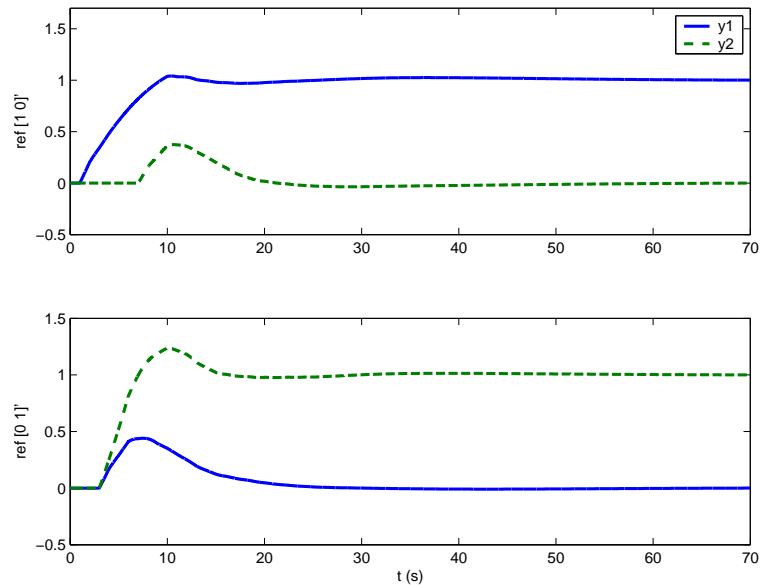


Figura 22: Desempenho do sistema controlador por PID sintonizado pelas fórmulas de Ziegler-Nichols e ponto crítico  $K_c = [0.42 \quad -0.30]$  e  $T_c = 12.87$  s.

### 3.8 Conclusões

Uma vez que o objetivo é sintonizar controladores PID descentralizados para processos multivariáveis, faz-se necessário considerar a natureza multivariável dos processos para que melhor desempenho seja atingido. Da mesma forma, se controladores PID são sintonizados com base apenas nas grandezas críticas em sistemas monovariáveis, entende-se como correto o fato de que, em sistemas multivariáveis, a sintonia dos controladores seja baseada nas grandezas críticas multivariáveis do processo.

Mais uma vez, se o método do relé é utilizado para identificação das grandezas críticas no caso monovariável, então o mesmo deve ser utilizado também no caso multivariável. Porém, de nada adianta se ensaios monovariáveis forem realizados, como é o caso do ensaio IRF. A sintonia baseada no ensaio seqüencial, apesar de não ser baseada nas grandezas críticas multivariáveis, pode proporcionar bom desempenho ao sistema, porém é um método de sintonia bastante demorado, pois necessita diversos ensaios com relé.

Na verdade, dentre os três ensaios com relés em sistemas multivariáveis, o ensaio descentralizado, além de ser o mais rápido (necessita de apenas um ensaio), é o único que identifica um ponto crítico do sistema multivariável, ou seja, um ponto da superfície crítica. Além disso, é possível que diferentes pontos desta superfície sejam encontrados e, dessa forma, diferentes performances podem ser obtidas.

Porém, apesar de o ensaio DRF identificar as grandezas críticas do processo multivariável, ou seja, a natureza multivariável do processo ser considerada, os ajustes usualmente utilizados para sintonia dos controladores PID são de natureza monovariável (WANG et al., 1997; HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997; SIRISENA; HANG; VASNANI, 1992; LOH; VASNANI, 1994a). Conforme os resultados apresentados nas Figuras 22 e 23, controladores obtidos através destas fórmulas podem proporcionar desempenhos muito bons ou, pelo contrário, fazer com que o sistema se torne instável.

Como visto, o ensaio DRF é o único ensaio com relé correto para a identificação das grandezas críticas multivariáveis. Por isto, no próximo capítulo, uma análise teórica deste

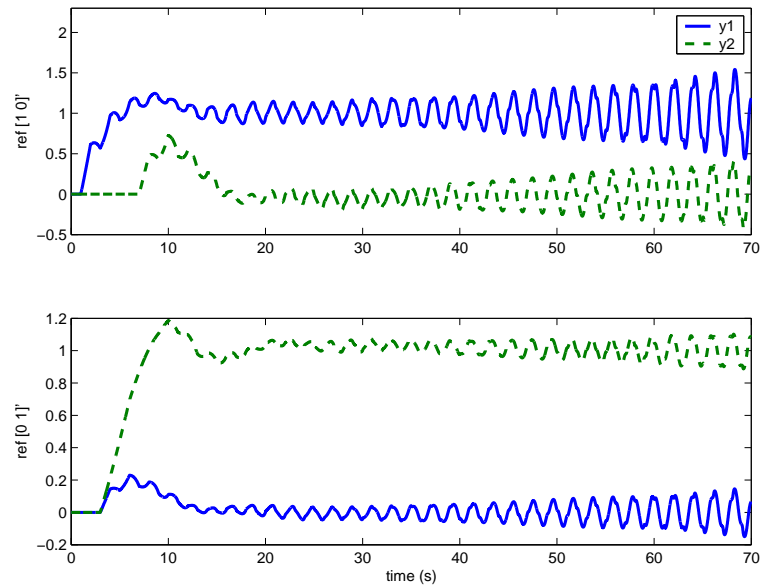


Figura 23: Desempenho do sistema controlador por PID sintonizado pelas fórmulas de Ziegler-Nichols e ponto crítico  $K_c = [1.27 \ -0.25]$  e  $T_c = 12.25 \text{ s}$ .

ensaio e das características identificadas pelo mesmo é realizada, já que pontos diferentes da curva proporcionam desempenhos tão diferentes.

## 4 ENSAIO DRF - ANÁLISE DE RESULTADOS

### 4.1 Introdução

O ensaio com relé, no caso monovariável, é utilizado para identificar as grandezas críticas do processo: o ganho crítico  $K_c$  e a frequência crítica  $\omega_c$ . Baseada somente nessas quantidades, a sintonia do PID é determinada.

Para sistemas multivariáveis, existem diferentes maneiras de se aplicar o método do relé a fim de identificar grandezas críticas. Porém, dentre os ensaios com relé apresentados no capítulo anterior, o único ensaio capaz de identificar as grandezas críticas multivariáveis de um processo é o ensaio descentralizado, ou seja, o ensaio no qual são aplicados relés em todos os pares entrada-saída do processo ao mesmo tempo. Através deste ensaio, um ponto da superfície crítica é identificado. Além disso, a superfície crítica de um processo é composta de infinitos pontos críticos.

### 4.2 Superfície crítica real

A superfície crítica pode ser obtida, assim como no caso monovariável, aplicando-se um ganho em cada entrada do processo e aumentando-se estes ganhos até que cada saída do processo apresente uma oscilação sustentada. Estes ganhos formam um ponto crítico deste processo, juntamente com a frequência desta oscilação. A superfície crítica é então obtida através da obtenção de diferentes pontos críticos. A precisão da superfície obtida é relacionada com a distância entre os pontos críticos encontrados. Assim, mesmo que esta superfície seja uma aproximação da superfície crítica, será chamada neste trabalho de *superfície crítica real*; por sua vez, a superfície encontrada com o ensaio DRF será chamada de *superfície crítica estimada*.

Para exemplificar a obtenção da superfície crítica, escolhemos  $m = 2$ . Considerando que aumentamos o ganho  $K$  na direção  $K = [k_1 \ 0]$ , ou seja, mantemos a segunda malha aberta e aumentamos o ganho proporcional na primeira malha. O ganho crítico que será obtido no experimento é o ganho SISO  $k_{c1}$  da primeira malha. Assim, se os controladores PID são sintonizados de acordo com estas grandezas críticas, esta sintonia será a “correta” para a primeira malha SISO. Por outro lado, se aumentarmos o ganho  $K$  em  $K = [0 \ k_2]$ , então obteremos a sintonia “correta” para a segunda malha SISO. Por sua vez, se escolhermos uma direção diferente no espaço de parâmetros para aumentar o ganho  $K$ , então encontraremos uma sintonia que não é a ótima para nenhuma malha SISO, mas representará uma certa “média” das duas. Quanto mais próximo esta direção estiver de uma das duas direções SISO, mais próximo estará a sintonia da sintonia “correta” para aquela malha SISO (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997). A Figura 24 apresenta os dois pontos críticos SISO ( $k_{c1}$  e  $k_{c2}$ ) e mais alguns pontos críticos multivariáveis, ou seja, que

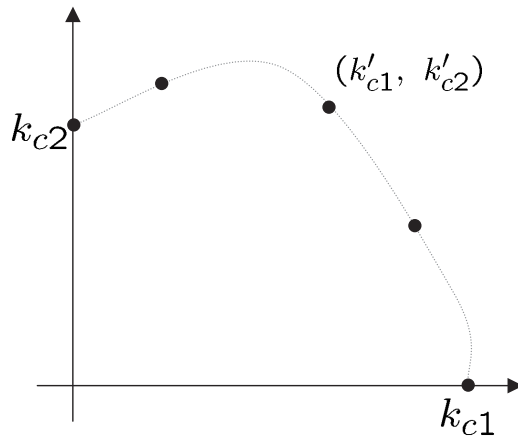


Figura 24: Diferentes pontos da curva crítica.

consideram a influência das duas malhas.

Este raciocínio intuitivo é baseado em argumentos SISO e as interações entre as malhas não foram consideradas com rigor. Até o momento, proporciona um critério intuitivo de como escolher entre as infinitas grandezas críticas existentes para o projeto do controlador, pelo menos no caso de acoplamentos moderados entre as malhas. Uma definição de projeto é a importância das malhas em relação às outras, de modo que as mais importantes devem ser melhor sintonizadas.

Seja  $r_i$  a importância relativa da malha  $i$  em relação à primeira malha, definida como requisito de projeto. Então,  $r_i$  pode ser dada em termos dos ganhos críticos normalizados, ou seja

$$\frac{k_{ci}g_{ii}(0)}{k_{c1}g_{11}(0)} = r_i. \quad (94)$$

Dessa forma, através da curva crítica de um processo, podemos escolher o ponto crítico que será utilizado na sintonia dos controladores de forma a distribuir adequadamente as importâncias das malhas, de acordo com definições de projeto. Para isso, é conveniente que a superfície crítica seja dada em termos de ganhos normalizados, ou seja, que relacione os ganhos  $k_{ci}g_{ii}(0)$ . A Figura 25 mostra uma curva crítica normalizada de um sistema  $(2 \times 2)$ , separada por uma reta  $k_{c1}g_{11}(0) = k_{c2}g_{22}(0)$ . O ponto em que as duas curvas se encontram é o ponto crítico que possibilita “igual” importância às duas malhas, ou seja  $r_2 = 1$ ; pontos contidos na curva crítica à esquerda deste ponto, possibilitam maior importância à segunda malha e, conseqüentemente, pontos à direita possibilitam maior importância à primeira malha.

### 4.3 Superfície crítica estimada

O ensaio descentralizado com relés pode ser utilizado para estimar a superfície crítica de um sistema. Para que isto seja possível, algumas suposições sobre o processo devem ser feitas:

- O processo é BIBO-estável;
- O processo tem características de filtro passa-baixa, de maneira que as oscilações

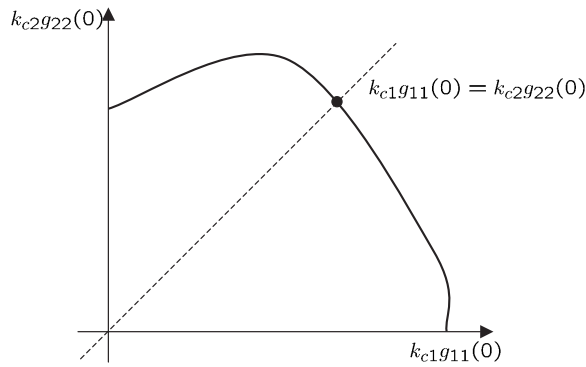


Figura 25: Curva crítica normalizada.

apresentadas nas saídas do mesmo possam ser aproximadas por sua primeira harmônica, através do método das funções descritivas, como no caso monovariável.

Infelizmente, não existe uma teoria que caracterize condições exatas para o desenvolvimento de ciclos-limites em sistemas de controle descentralizados com relés, como no caso monovariável (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997). Porém, se o processo for BIBO-estável e tiver características de filtro passa-baixa, então o mesmo age como um filtro para as harmônicas de ordem maior que um, e o sinal observado na saída do sistema pode ser aproximado por uma onda senoidal. Assim, o método das funções descritivas é comumente utilizado para justificar a existência de ciclos-limites nas saídas do sistema (ÅSTRÖM, 1995; GONÇALVES; MEGRETSKI; DAHLEH, 2001). Estes ciclos-limites possuem as seguintes características: o mesmo período  $T_c$ ; diferentes amplitudes, denotadas por  $a_i$ ; deslocamento de fase entre os ciclos das diversas malhas.

A amplitude do relé na malha  $i$  é dada por  $d_i$ . Uma vez que o ganho crítico em cada malha é dado por

$$K_{ci} = \frac{4d_i}{\pi a_i}, \quad (95)$$

a importância relativa de cada malha está diretamente relacionada com as amplitudes relativas dos relés

$$r_i \propto \frac{d_i}{d_1}. \quad (96)$$

Assim, variando-se a amplitude relativa dos relés, é possível encontrar diferentes pontos críticos e, então, estimar uma superfície crítica.

Uma característica indesejada do ensaio descentralizado com relés em sistemas multivariáveis é que, ao percorrer a curva em busca do ponto crítico desejado, ou seja, do ponto em que as importâncias relativas dos relés estão de acordo com os requisitos de projeto, podemos nos deparar com oscilações bastante complexas, fato que raramente ocorre em sistemas monovariáveis. Estas oscilações são multimodais, ou seja, possuem mais de dois chaveamentos por ciclo, e por isso não podem ser aproximadas por sua primeira harmônica. Nestes casos, não podemos utilizar a teoria das funções descritivas, já que o sinal de entrada do relé é uma oscilação multimodal e não pode ser aproximada por uma senóide, fato que justificaria o método das funções descritivas. Por isto, (95) não é válida.

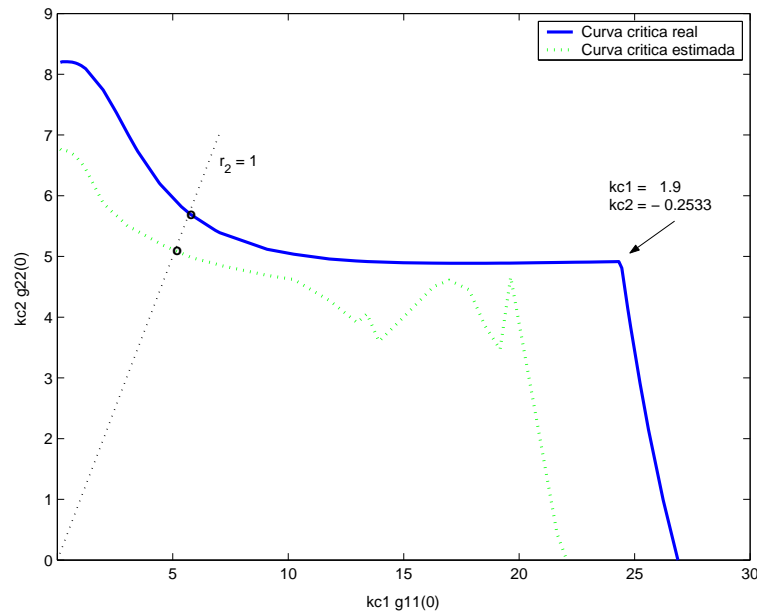


Figura 26: Curvas críticas real e estimada da coluna de destilação Wood and Berry.

O fato de o sistema apresentar oscilações multimodais é bastante desvantajoso em controles automáticos, uma vez que seria necessária uma maior análise do sinal para se extrair as grandezas críticas, já que nestes casos o relé não age como um elemento linear, e as grandezas críticas não podem ser obtidas através de fórmulas simples.

## 4.4 Estudo de casos

Esta seção apresenta dois estudos de casos distintos. Para cada estudo de caso, as curvas críticas real e estimada são obtidas e comparadas.

### 4.4.1 Coluna de destilação Wood and Berry

A matriz de transferência da coluna de destilação Wood and Berry é dada por (97). Este processo é muito utilizado como uma referência para projetos de controle (LOH; VASNANI, 1994a; WANG et al., 1997; OGUNNAIKE; RAY, 1994). É um processo difícil de controlar, pois possui significativo atraso de transporte e forte acoplamento.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \quad (97)$$

#### 4.4.1.1 Curvas críticas real $\times$ estimada

A Figura 26 mostra duas curvas da coluna de destilação Wood and Berry: uma curva estimada, obtida através do ensaio descentralizado com relé e a curva real. Fica claro, através da figura, que o ensaio DRF nem sempre proporciona uma boa estimativa das grandezas críticas. Desta forma, a curva crítica real será a base para a análise das características do processo que interessam no projeto de controladores. Posteriormente, serão analisadas as diferenças apresentadas pelas duas curvas.

Como descrito na seção 4.2, quanto mais próximo o ponto crítico estiver de um dos eixos no espaço de parâmetros ( $k_{c1}g_{11}(0)$  ou  $k_{c2}g_{22}(0)$ ), mais próxima estará a sintonia

da sintonia SISO “correta” correspondente àquela malha. Analisando a curva crítica real do sistema, a primeira informação que obtemos é que existe um ponto crítico da curva onde as duas malhas possuem a mesma importância, ou seja,  $r_2 = 1$ . Apesar da curva não ser convexa, nessa região a mesma é suave, o que faz com que esperemos que este ponto proporcione um ajuste aos controladores de forma que as duas malhas apresentem performances parecidas, porém não necessariamente as melhores performances possíveis, se comparadas às obtidas com outros pontos críticos.

Outra análise que podemos fazer está relacionada com as oscilações obtidas nas saídas do processo. Suponhamos que o primeiro ponto obtido da curva seja o ponto sobre o eixo relacionado a  $k_{c2}$ . Esse ponto fornece as grandezas críticas relacionadas à função de transferência  $g_{22}(s)$ . Conforme vamos aumentando o valor de  $k_{c1}$ , o acoplamento do sistema vai tornando-se presente. Porém, as grandezas críticas encontradas são mais próximas às grandezas críticas da segunda malha, por esta ser dominante sobre a primeira. O mesmo acontece se percorrermos a curva a partir do eixo relacionado a  $k_{c1}$ . A parte da curva para a qual a primeira malha é dominante apresenta frequências que variam entre  $0.62 \text{ rad/s}$  e  $0.63 \text{ rad/s}$ . Para a parte da curva na qual a segunda malha é dominante, as frequências críticas encontradas variam entre  $1.78 \text{ rad/s}$  e  $2.05 \text{ rad/s}$ . De fato, é visível na figura que a curva crítica do sistema é formada por duas curvas com características distintas que se encontram em um ponto. Os ganhos críticos encontrados neste ponto, se aplicados ao sistema, provocam oscilações multimodais, como mostradas na Figura 27. Este ponto crítico é dado por  $k_{c1} = 1.9$  e  $k_{c2} = -0.2533$  e  $T_c = 12.5 \text{ s}$ .

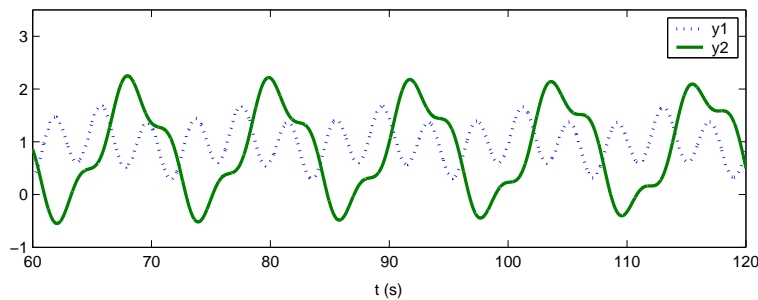


Figura 27: Oscilações presentes nas saídas do processo para um controlador  $K = \text{diag}\{1.9 \ -0.2533\}$ .

0

Além disso, quando este par de ganhos é aplicado ao sistema, os dois lugares característicos cruzam o ponto  $-1$ , como mostrado na Figura 28. Este fato mostra que, para este ganho crítico, o sistema apresenta duas frequências na saída do processo, uma para cada lugar característico. De fato, aplicando-se a transformada de Fourier nos sinais de saída do sistema, obtemos a frequência crítica do sistema presente nas duas saídas  $y_1$  e  $y_2$ . Essa frequência é igual a  $\omega_c = 1.87 \text{ rad/s}$ . Porém, na saída  $y_1$ , encontramos outra frequência significativa, igual a  $\omega = 0.62 \text{ rad/s}$ . Assim, este ponto crítico, diferentemente dos outros, é capaz de fornecer mais informação sobre o sistema, já que, apesar do acoplamento do sistema, é possível identificar as frequências relativas a cada lugar característico.

Infelizmente, este ponto crítico não pode ser alcançado através do experimento com relé, pois a região da curva onde há o encontro entre o ponto na curva crítica estimada encontra-se em uma posição da curva na qual o sistema com relé apresenta oscilações multimodais e as grandezas críticas não podem ser obtidas destas oscilações. De fato, existe uma região significativa da curva para a qual a aproximação obtida pelo método



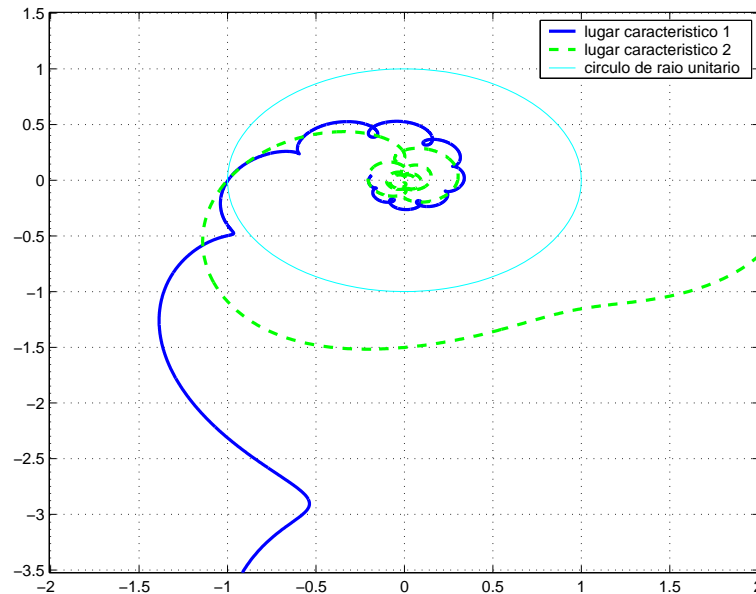


Figura 28: Lugares característicos da coluna de destilação com um controlador proporcional  $K = \text{diag} \{1.9 \quad -0.2533\}$ .

das funções descritivas não é válida, como pode ser visto na região assinalada da Figura 29. Se as oscilações, mesmo multimodais, forem periódicas, a transformada de Fourier do sinal pode ser usada para estimar as grandezas críticas. Porém, se as oscilações não forem periódicas, as grandezas críticas não podem ser obtidas.

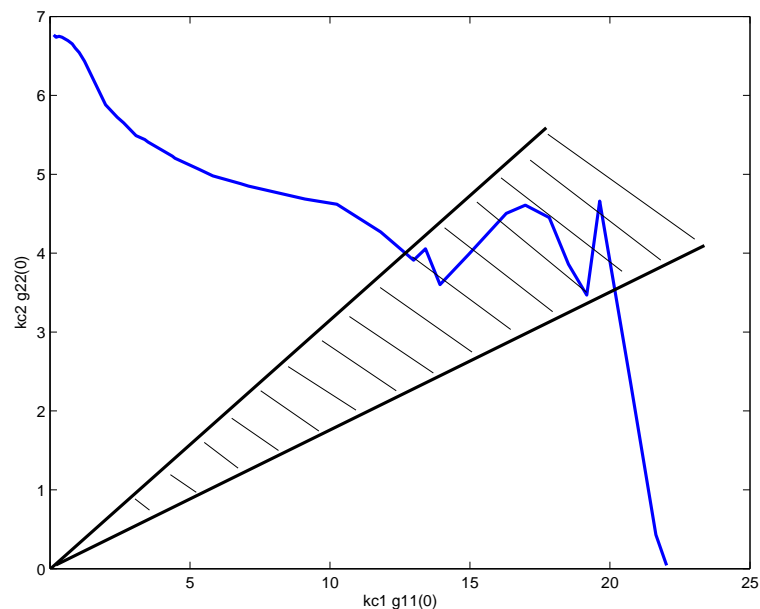


Figura 29: Curva crítica estimada da coluna de destilação Wood and Berry.

Os diferentes ganhos críticos desta região, relativos aos diferentes pontos críticos, foram estimados com base nas oscilações apresentadas, através de (95); os períodos críticos não foram estimados. Fica claro que (95) não pode ser utilizada para estimar esta região da curva, pois os resultados obtidos não são condizentes aos dados reais. A Figura 30 apresenta as oscilações encontradas em um ensaio com relés com relação entre amplitu-

des  $d_2/d_1 = 0.5$ . Esta relação de relés está relacionada a um ponto crítico presente na região da curva assinalada na Figura 29. Esta região da curva é a região que apresenta oscilações multimodais.

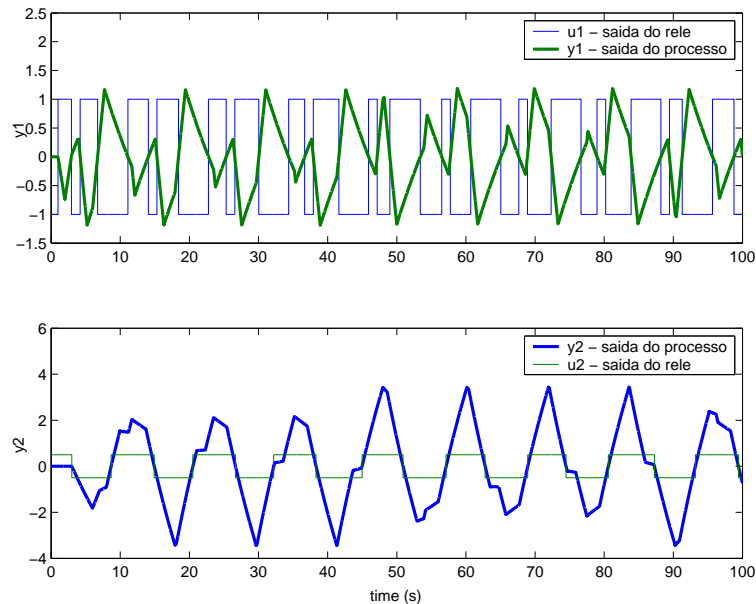


Figura 30: Oscilações multimodais encontradas nas saídas do processo quando  $d_2/d_1 = 0.5$ .

Uma vez determinados os requisitos de projeto, ou seja, se o sistema necessita responder rapidamente ou se não pode apresentar sobressinal, por exemplo, podemos ter uma idéia de qual ponto crítico devemos obter na curva para que o controlador projetado atenda aos requisitos. Porém, em sistemas multivariáveis, a situação não é tão simples. Se a curva crítica do processo for convexa e suave, é provável que até mesmo as fórmulas monovariáveis de sintonia proporcionem controladores adequados; porém, se a curva não for convexa, e não há nada que indique o formato da curva *a priori*, então a sintonia dos controladores através das fórmulas monovariáveis torna-se inadequada.

De fato, há certos pontos da curva da coluna de destilação que, quando utilizados para o projeto de controladores PID, através dos métodos usuais (aplicação de fórmulas monovariáveis), o sistema torna-se instável. A Figura 31 apresenta o diagrama de Nyquist dos valores característicos do processo controlado por PID sintonizado por Ziegler-Nichols, utilizando um ponto crítico presente em uma região não-convexa da curva, explicitado na Figura 32. Pode-se ver que um valor característico cruza o eixo real negativo fora do círculo de raio unitário.

Ou seja, a performance do sistema depende muito do ponto crítico identificado, quando utilizadas as fórmulas monovariáveis de sintonia de controladores. O maior problema estaria, então, em identificar o ponto crítico certo ou ao menos um ponto crítico certo, que proporcione uma performance adequada. A superfície crítica não é disponível e nem é vantajoso identificá-la, pois são necessários infinitos ensaios descentralizados. Este fato vai contra a maior vantagem deste tipo de ensaio (DRF), que é necessitar apenas de um ensaio com relé.

Por este fato, fica claro que, ao invés de ficarmos procurando um “bom” ponto crítico, e então utilizarmos as fórmulas monovariáveis, como é feito na literatura, o mais correto é que os controladores sejam sintonizados com base em uma análise multivariável do

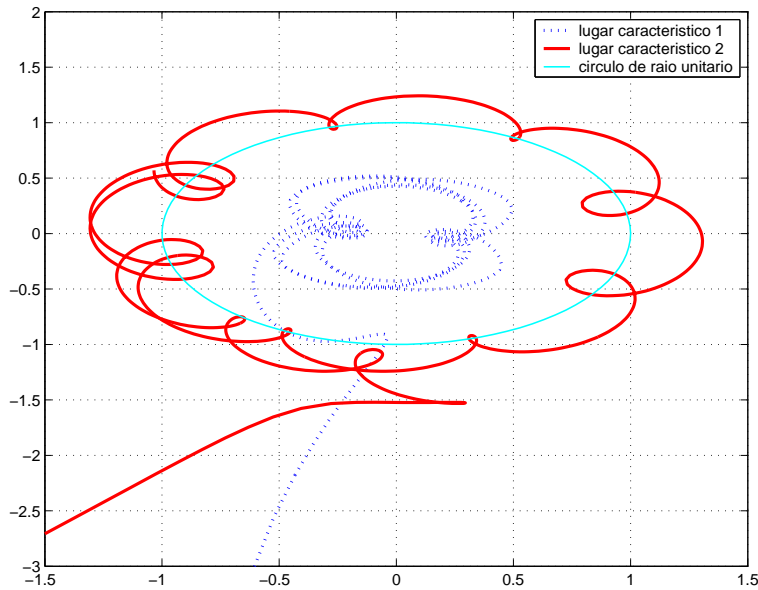


Figura 31: Lugares característicos do sistema controlado por PID obtido através das fórmulas de Ziegler-Nichols e do ponto crítico  $[1.62 \ -0.2524]$  e  $T_c = 12.07 \text{ s}$ .

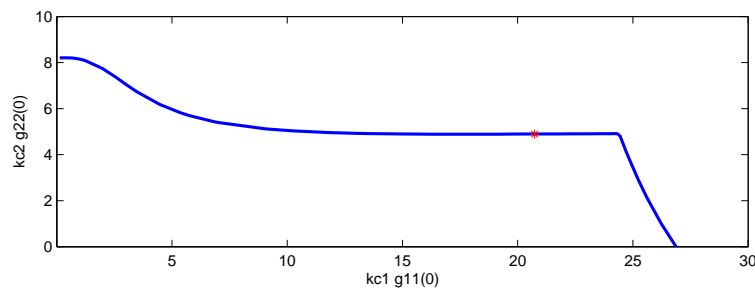


Figura 32: Curva crítica real e ponto crítico  $[1.62 \ -0.2524]$ , em região não-convexa da curva.

processo. Conforme os resultados apresentados, é visto que apenas encontrar grandezas críticas multivariáveis não garantem boa performance se o controlador for sintonizado através de fórmulas monovariáveis; faz-se necessária uma sintonia baseada em fórmulas multivariáveis.

#### 4.4.2 Processo II

O segundo processo utilizado para estudar as características da curva crítica bem como sua obtenção é dado pela matriz de transferência (98). Este sistema foi utilizado por (ZGORZELSKI; UNBEHAUEN; NIEDERLINSKI, 1990; PALMOR; HALEVI; KRASNEY, 1995; WANG et al., 1997), e também é considerado um processo com forte acoplamento.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \frac{-1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} \\ \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} & \frac{2.4}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2(0.5s+1)} \end{bmatrix} \quad (98)$$

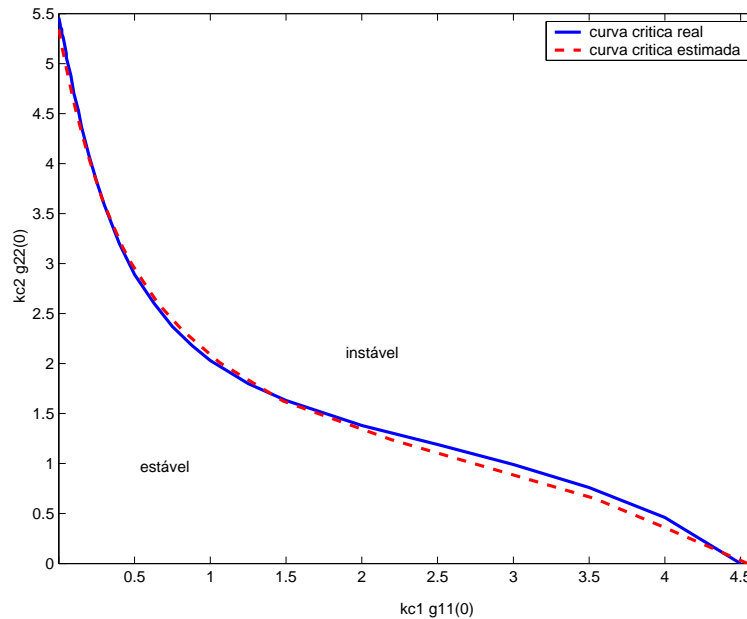


Figura 33: Curvas críticas real e estimada do processo II.

#### 4.4.2.1 Curvas críticas real $\times$ estimada

Como no caso anterior, as curvas críticas real e estimada foram obtidas. A Figura 33 apresenta as curvas críticas real e estimada, agora para este segundo processo. Diferentemente do caso anterior, o ensaio DRF é bastante preciso para estimar a curva crítica do processo em questão. Além disso, não foram observadas oscilações multimodais como no caso anterior, e as grandezas críticas podem ser obtidas para as diversas importâncias relativas entre as malhas.

A curva crítica desse processo, ao contrário do anterior, não apresenta claramente um ponto de encontro de duas curvas distintas. Neste caso, as frequências críticas encontradas ao longo da curva variam da seguinte maneira: a partir do eixo relativo a  $k_{c2}$ , a frequência encontrada é de  $0.21 \text{ rad/s}$  e varia gradativamente até  $0.23 \text{ rad/s}$ , porém começa a decrescer e, quando atinge valores próximos ao eixo relativo a  $k_{c1}$ , a frequência encontrada é de  $0.14 \text{ rad/s}$ . Dessa forma, não encontramos nessa curva um ponto que apresente duas frequências distintas, ou seja, não há um ponto crítico para o qual os dois lugares característicos cruzem o eixo real do diagrama de Nyquist sobre o ponto  $-1$ .

Mais uma vez, faz-se necessária uma sintonia baseada em uma análise multivariável, ao invés de utilizar simplesmente as fórmulas monovariáveis.

## 4.5 Conclusões

As curvas críticas real e estimada destes dois processos estudados mostram características interessantes, tanto em relação às grandezas críticas dos processos quanto em relação à utilização do ensaio com relé descentralizado para obtenção das mesmas.

Uma diferença significativa, encontrada entre os dois processos estudados, é que o ensaio DRF consegue estimar muito bem a curva crítica relativa ao Processo II, porém o erro entre a curva crítica real e estimada para o caso da coluna de destilação é relativamente grande. Este erro torna-se ainda mais evidente quando existem oscilações multimodais, mostrando que o ensaio com relé não é capaz de estimar as grandezas críticas nestes casos.

Cada processo estudado possui curvas críticas bastante distintas, possuindo concavidades e não-suavidades, características indesejadas às curvas quando analisadas sobre o ponto de vista de controladores sintonizados através de fórmulas monovariáveis. Assim, o fato de escolher uma direção para achar o ponto crítico, de maneira que as importâncias relativas entre as malhas estejam de acordo com as especificações de projeto, não garante que o sistema apresente bom desempenho, devido ao formato da curva.

Dessa forma, as fórmulas de sintonia monovariável proporcionam bom desempenho desde que o ponto crítico utilizado esteja em uma região convexa e suave da curva. Porém, só se sabe o formato da curva se obtivermos diversos pontos críticos, o que contraria a grande vantagem do ensaio descentralizado com relés em relação aos outros métodos: encontrar as grandezas necessárias em apenas um ensaio. Por este motivo, é visível que as fórmulas de sintonia monovariável são falhas para o caso multivariável, sendo necessária uma análise multivariável para a sintonia dos controladores.

O próximo capítulo introduz um método de sintonia de controladores PID para processos multivariáveis baseado em uma análise teórica multivariável, e propõe novas equações para a sintonia dos controladores.

## 5 SINTONIA MULTIVARIÁVEL DE CONTROLADORES PID DESCENTRALIZADOS

### 5.1 Introdução

Conforme apresentado no capítulo anterior, a sintonia de controladores PID descentralizados em sistemas multivariáveis costuma ser realizada através de procedimentos e/ou fórmulas monovariáveis (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997; WANG et al., 1997; SIRI-SENA; HANG; VASNANI, 1992; LOH; VASNANI, 1994a). Um procedimento bastante adotado é encontrar as grandezas críticas de cada elemento da diagonal do sistema, através de ensaios independentes com relés e utilizar as fórmulas de Ziegler-Nichols seguidas de uma redução nos ganhos encontrados para os controladores, com o intuito de melhorar as margens de estabilidade do processo. Dessa forma, não há garantia alguma de bom desempenho do sistema, nem mesmo de estabilidade em malha fechada.

Outra maneira utilizada para sintonizar controladores PID é através do ensaio seqüencial com relés e, mais uma vez, aplicar as fórmulas monovariáveis na sintonia dos controladores. Apesar de ser uma sintonia tão segura quanto uma sintonia SISO, este procedimento é bastante demorado, devido à necessidade de mais de uma iteração para obter parâmetros adequados aos controladores.

Já o ensaio descentralizado com relés (DRF) é o único procedimento multivariável de identificação das grandezas críticas, uma vez que considera a natureza multivariável do problema e as grandezas críticas corretas do processo são obtidas. Porém, apesar de as grandezas críticas serem de natureza multivariável, a sintonia dos controladores, como proposta na literatura, não é baseada em uma análise multivariável; ao invés disso, as fórmulas SISO são utilizadas.

Por esse motivo, faz-se necessário um critério consistente multivariável para determinar os ganhos dos controladores PID, em se tratando de controle PID multivariável descentralizado. Este critério consiste em identificar as grandezas críticas multivariáveis através do ensaio descentralizado, seguido de uma sintonia baseada em um critério multivariável de resposta em frequência. Este critério, como no caso SISO, visa proporcionar adequadas margens de estabilidade.

### 5.2 Método do ponto crítico

O método do ponto crítico para sintonizar controladores PID monovariáveis é baseado no conhecimento do ponto crítico da resposta em frequência do processo. No diagrama de Nyquist do processo, este ponto intercepta o eixo real negativo do plano complexo. Associadas a este ponto estão as *grandezas críticas*: o ganho crítico ( $K_c$ ) e o período

crítico ( $T_c$ ) do processo. Se o processo é colocado sob ação puramente proporcional, o ganho crítico é o ganho com o qual o sistema encontra-se no limiar de estabilidade, ou seja, o diagrama de Nyquist cruza o eixo real negativo exatamente no ponto  $-1$ . A frequência crítica ( $\omega_c$ ) é a frequência na qual este cruzamento ocorre, e o período crítico é dado por  $T_c = 2\pi/\omega_c$ . As grandezas críticas são obtidas, de forma mais conveniente, pelo experimento do relé (HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997).

Uma vez que as grandezas críticas são determinadas, o PID é sintonizado de acordo com algumas fórmulas simples, baseadas apenas nas características críticas do processo. Diferentes fórmulas têm sido propostas através dos anos, as quais têm objetivos diferentes de performance. Neste trabalho, são explorados dois conjuntos de fórmulas diferentes: as originais, propostas por Ziegler-Nichols, as quais proporcionam respostas rápidas, porém comportamento oscilatório, e as fórmulas de Tyreus-Luyben, mais conservadoras (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995; ZIEGLER; NICHOLS, 1942; LUYBEN; TYRÉUS; LUYBEN, 1998). Estas fórmulas são apresentadas nas Tabelas 1 e 2, do Capítulo 2.

O método do ponto crítico pode ser interpretado como um método pelo qual um ponto do diagrama de Nyquist é posicionado (ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995). Através de um controle PI ou PID, é possível mover um dado ponto do diagrama de Nyquist para uma posição arbitrária no plano complexo. Diferentes ganhos proporcionais movem um ponto do diagrama de Nyquist radialmente. Já, através de diferentes ganhos integral e derivativo, este ponto pode ser movido na direção ortogonal.

Considerando que o sistema encontra-se no limiar da estabilidade, o diagrama de Nyquist do sistema passa exatamente no ponto  $-1$ . Então um controlador PID desloca o ponto crítico, movendo-o do ponto  $-1 + j0$  para uma região mais perto da origem do plano complexo. Na verdade, isto significa que a resposta em frequência da função de laço é alterada e, conseqüentemente, a frequência crítica do sistema passa a ser outra.

Assim, cada conjunto de fórmulas é capaz de mover o ponto crítico de um processo para um determinado ponto no plano complexo, alterando o ponto crítico do sistema. Um controlador PI sintonizado através de Ziegler-Nichols, por exemplo, tem  $K = 0.4K_c$  e  $\omega_c T_i = (2\pi/T_c)0.8T_c = 5.02$ . Então, a função de transferência do controlador PI, na frequência crítica é

$$C(j\omega_c) = K\left(1 + \frac{1}{j\omega_c T_i}\right) = 0.4K_c(1 - j/5.02)$$

$$C(j\omega_c) = K_c(0.4 - 0.08j)$$

a qual resulta na função de malha

$$L(j\omega_c) = C(j\omega_c)G(j\omega_c) = -0.4 + 0.08j$$

já que  $K_c G(j\omega_c) = -1$ .

Isto é, o ponto crítico é movido para  $-0.4 + 0.08j$ . Da mesma forma, para um controlador PID temos

$$C(j\omega_c) = K\left(1 + \frac{1}{j\omega_c T_i} + j\omega_c T_d\right) = 0.6K_c\left(1 - \frac{j}{3.14} + 0.78j\right)$$

$$C(j\omega_c) = K_c(0.6 + 0.28j)$$

e a função de malha é dada por

$$L(j\omega_c) = C(j\omega_c)G(j\omega_c) = -0.6 - 0.28j$$

A Tabela 4 mostra os pontos para os quais as diferentes fórmulas (Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben) levam o ponto crítico de um processo monovariável. Nota-se que, controladores do tipo PI deslocam o ponto crítico para o 2º quadrante do plano complexo, enquanto controladores PID deslocam o ponto crítico para o 3º quadrante. A Figura 34 mostra as diferentes direções para as quais um ponto no diagrama de Nyquist é movido mudando-se os ganhos proporcional, integral ou derivativo do controlador.

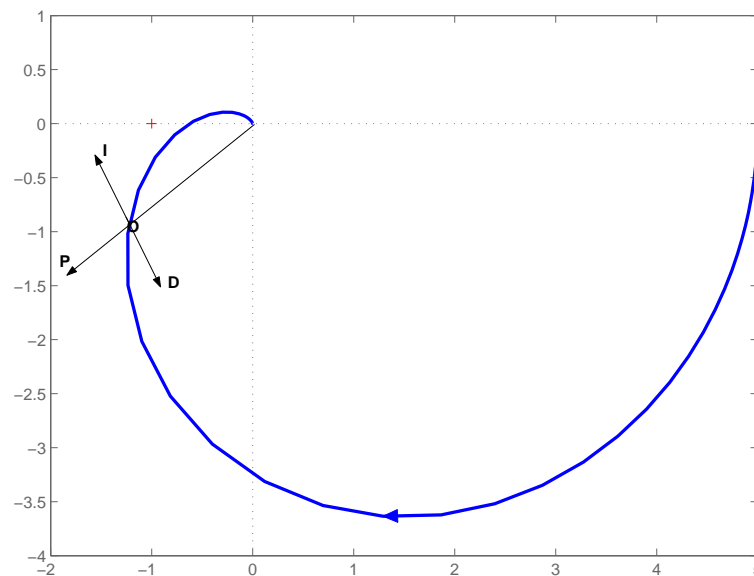


Figura 34: Diferentes direções para as quais um ponto no diagrama de Nyquist é movido mudando-se os ganhos proporcional (P), integral (I) ou derivativo (D) do controlador.

Tabela 4: Diferentes pontos para os quais o ponto crítico é levado usando as fórmulas de Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben.

|                 |     |                  |
|-----------------|-----|------------------|
| Ziegler-Nichols | PI  | $-0.4 + 0.08j$   |
|                 | PID | $-0.6 - 0.28j$   |
| Tyreus-Luyben   | PI  | $-0.31 + 0.023j$ |
|                 | PID | $-0.45 - 0.42j$  |

### 5.3 Grandezas críticas em processos MIMO

Em processos multivariáveis quadrados, com  $m$  entradas e  $m$  saídas, as grandezas críticas podem ser definidas similarmente ao caso monovariável. Ou seja, o ganho crítico é um vetor com  $m$  ganhos, capaz de levar o sistema ao limiar da estabilidade e a frequência crítica é a frequência obtida quando o sistema está neste limite.

Analisando-se pela resposta em frequência, mais precisamente pelo diagrama de Nyquist do processo, o limiar de estabilidade de um processo multivariável é atingido se pelo



menos um lugar característico do processo cruzar o ponto  $-1 + j0$  (MACIEJOWSKI, 1989). Assim, a frequência na qual este lugar característico cruzar o ponto  $-1 + j0$  será a frequência crítica do processo. Se existir um vetor de ganhos com o qual todos os lugares característicos cruzem o ponto  $-1 + j0$ , então o sistema apresentará diferentes frequências, respectivas aos lugares característicos. Para um processo  $2 \times 2$  ou TITO (two-input-two-output), tem-se que

$$L(j\omega) = G(j\omega)K = \begin{bmatrix} g_{11}(j\omega) & g_{12}(j\omega) \\ g_{21}(j\omega) & g_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (99)$$

Sejam  $\lambda_1(j\omega)$  e  $\lambda_2(j\omega)$  os autovalores da função de malha  $L(j\omega)$ . De acordo com o Teorema 1, apresentado no Capítulo 3, o sistema em malha-fechada é estável se, e somente se, nenhum dos lugares característicos de  $L(j\omega)$  envolve o ponto  $-1$ , considerando  $G(j\omega)$  BIBO-estável. Assim, como os lugares característicos são dados pelo diagrama de Nyquist dos autovalores da função de malha, o limiar de estabilidade é atingido se existe  $K = K_c$  para qual  $\lambda_1(j\omega) = -1$  e/ou  $\lambda_2(j\omega) = -1$  para alguma frequência.

Como no caso monovariável, é mais conveniente obter os ganhos críticos através do ensaio com relé (PALMOR; HALEVI; KRASNEY, 1995; HALEVI; PALMOR; EFRATI, 1997). Dentre os diferentes ensaios com relés que são comumente utilizados na literatura, o ensaio descentralizado é o único que identifica as grandezas críticas multivariáveis do processo, como visto no Capítulo 3, o que justifica o seu uso. Porém, ainda não é claro como obter o “melhor” ponto da curva crítica, dentre os infinitos possíveis.

## 5.4 Método do ponto crítico multivariável

O método do ponto crítico multivariável é uma extensão do método do ponto crítico para processos SISO aos processos multivariáveis. A principal idéia do método desenvolvido é deslocar o ponto crítico do processo para outro ponto do plano complexo, escolhido *a priori*, através de um controlador PI ou PID descentralizado, afastando-o do ponto  $-1 + 0j$  para uma região estável e alterando a frequência crítica do sistema, exatamente como no caso monovariável. Substituindo o controlador proporcional  $K$  por um controlador PI ou PID descentralizado em (99), temos

$$G(j\omega)P(j\omega) = \begin{bmatrix} g_{11}(j\omega) & g_{12}(j\omega) \\ g_{21}(j\omega) & g_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(j\omega) & 0 \\ 0 & p_2(j\omega) \end{bmatrix}$$

e a equação que define a posição dos lugares característicos da função de malha no plano complexo, para cada frequência, é dada por

$$\begin{aligned} \lambda(j\omega) &= \frac{1}{2}g_{11}(j\omega)p_1(j\omega) + \frac{1}{2}g_{22}(j\omega)p_2(j\omega) \\ &\pm \frac{1}{2}[g_{11}^2(j\omega)p_1^2(j\omega) - 2g_{11}(j\omega)p_1(j\omega)g_{22}(j\omega)p_2(j\omega) \\ &+ g_{22}^2(j\omega)p_2^2(j\omega) + 4g_{12}(j\omega)p_1(j\omega)g_{21}(j\omega)p_2(j\omega)]^{1/2} \end{aligned} \quad (100)$$

Em processos multivariáveis, o limiar de estabilidade é alcançado se pelo menos um lugar característico cruzar o ponto  $-1 + j0$ . Assim, podemos projetar um controlador que

desloca apenas um valor característico para o ponto desejado ( $\lambda$ ), sem se preocupar com o que acontecerá com o outro valor característico. Nesse caso, supomos que a estabilidade do sistema não é afetada uma vez que o valor característico que não será levado ao ponto desejado encontra-se mais próximo da origem do plano complexo do que o outro. Neste trabalho, este método será chamado de “método do ponto crítico multivariável para um lugar característico”.

Outra maneira de se deslocar o ponto crítico ao ponto desejado é deslocando ambos os lugares característicos, na frequência crítica do processo, para o ponto desejado. Desta forma, garantimos que os dois lugares característicos estão afastados do ponto  $-1$  em uma região mais perto da origem na frequência crítica do processo, e esperamos que o sistema seja estável, ou seja, não englobe o ponto  $-1$ , assim como acontece no caso monovariável. Este método será chamado de “método do ponto crítico multivariável para ambos lugares característicos”.

#### 5.4.1 Método do ponto crítico multivariável para um lugar característico

Basicamente, o método do ponto crítico multivariável para um lugar característico é proposto para ser utilizado quando se deseja que apenas um lugar característico seja movido ao ponto desejado, isto é, quando se deseja mover o ponto que cruza  $-1 + j0$  no diagrama de Nyquist da função de laço  $G(j\omega_c)K_c$ . Rearranjando (100), e omitindo a dependência de  $j\omega_c$  de maneira a simplificar a notação, temos

$$2\lambda - g_{11}p_1 - g_{22}p_2 = \pm \sqrt{g_{11}^2p_1^2 - 2g_{11}p_1g_{22}p_2 + g_{22}^2p_2^2 + 4g_{12}p_1g_{21}p_2}.$$

Elevando-se os dois membros ao quadrado para extrair a raiz e manipulando a equação, chegamos à relação

$$\lambda(g_{11}p_1 + g_{22}p_2) + (g_{12}g_{21} - g_{11}g_{22})p_1p_2 = \lambda^2 \quad (101)$$

e temos uma equação e duas incógnitas ( $p_1$  e  $p_2$ ). Na sintonia comumente realizada na literatura para sistemas multivariáveis através do ensaio DRF, o tempo integral  $T_i$  é igual para todos os controladores, já que a frequência de oscilação é a mesma em todas as malhas. Assim, se adotarmos a mesma regra, temos  $T_{i2} = T_{i1}$ . Além disso, podemos escolher uma relação  $\alpha$  entre os ganhos proporcionais dos controladores, fazendo  $k_{p2} = \alpha k_{p1}$ , a qual pode ser escolhida como a relação cuja importância relativa entre as malhas é igual, ou seja,

$$\alpha = g_{11}(0)/g_{22}(0). \quad (102)$$

Assim, temos

$$p_2 = \alpha p_1. \quad (103)$$

Substituindo (103) em (101) e manipulando a equação, temos

$$\alpha(g_{12}g_{21} - g_{11}g_{22})p_1^2 + (\lambda g_{11} + \lambda \alpha g_{22})p_1 - \lambda^2 = 0, \quad (104)$$

a qual resulta em duas soluções para  $p_1$ . Destas soluções, escolhemos aquela cuja parte real tiver o mesmo sinal de  $g_{11}(0)$ , ou seja, se  $g_{11}(0)$  for positiva, escolhemos  $p_1$  cuja parte real for positiva, e  $p_2 = \alpha p_1$ .

Para um controlador PI temos

$$p_i = k_{pi} - \frac{k_{ii}}{\omega}j, \quad (105)$$

e então, os ganhos dos controladores são dados por

$$k_{p1} = \Re\{p_1\}, \quad (106)$$

$$k_{i1} = -\Im\{p_1\}\omega_c, \quad (107)$$

$$k_{p2} = \alpha k_{p1}, \quad (108)$$

$$k_{i2} = \alpha k_{i1}. \quad (109)$$

Para controladores PID, achamos  $p_1$  da mesma forma, porém como

$$p_i = k_{pi} \left(1 + \frac{1}{T_{i_i}\omega} + T_{d_i}\omega\right), \quad (110)$$

temos que

$$p_i = k_{pi} \left(1 + \left(T_{d_i}\omega - \frac{1}{T_{i_i}\omega}\right)j\right).$$

Supondo que  $p_1 = c + dj$ , e fixando  $T_{d_i} = T_{i_i}/4$ , como normalmente ocorre no caso monovariável, temos

$$\begin{aligned} k_{p1} &= c, \\ k_{p1}(T_{i_1}\omega)^2 - 4dT_{i_1}\omega - 4k_{p1} &= 0. \end{aligned} \quad (111)$$

Assim, de (111), obtemos duas soluções para  $T_{i_1}\omega$ . Escolhemos a solução em que  $T_{i_1}\omega > 0$  e, através das relações  $k_{i_1} = k_{p1}/T_{i_1}$  e  $k_{d_1} = k_{p1}T_{i_1}/4$  encontramos os ganhos do controlador.

Portanto, tanto um controlador PI como um controlador PID podem ser obtidos através deste método, desde que as restrições impostas sejam obedecidas, ou seja, obtemos  $p_1$  e necessariamente  $p_2 = \alpha p_1$ . A fim de demonstrar a utilização deste método, um controlador foi projetado para a coluna de destilação Wood and Berry.

Utilizando o método do ponto crítico multivariável para um lugar característico, encontramos um controlador PI que desloca o ponto crítico do lugar característico que cruza o ponto  $-1 + 0j$  para  $-0.40 + 0.08j$  na frequência crítica do processo. Este ponto é equivalente ao ponto no plano complexo para o qual um controlador PI sintonizado com as fórmulas de Ziegler-Nichols leva o sistema, em sistemas monovariáveis. A Figura 35 apresenta os lugares característicos do sistema com um controlador proporcional descentralizado com os ganhos críticos, ou seja,  $K_c = \text{diag}\{k_{c1} \ k_{c2}\}$  e com um controlador PI, enfatizando o ponto crítico  $-1 + 0j$  e o ponto para o qual o mesmo é levado, o qual é  $-0.40 + 0.08j$ . As grandezas críticas e os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 5.

Os ganhos dos controladores obtidos com este método, coincidentemente, são os mesmos obtidos através da sintonia monovariável através das fórmulas de Ziegler-Nichols. Porém, se outro ponto crítico é escolhido para a sintonia, este fato não acontece. Além disso, a grande vantagem deste método é que podemos escolher qualquer ponto para deslocar o ponto crítico e, assim, melhores performances podem ser obtidas, conforme será mostrado no Capítulo 6.

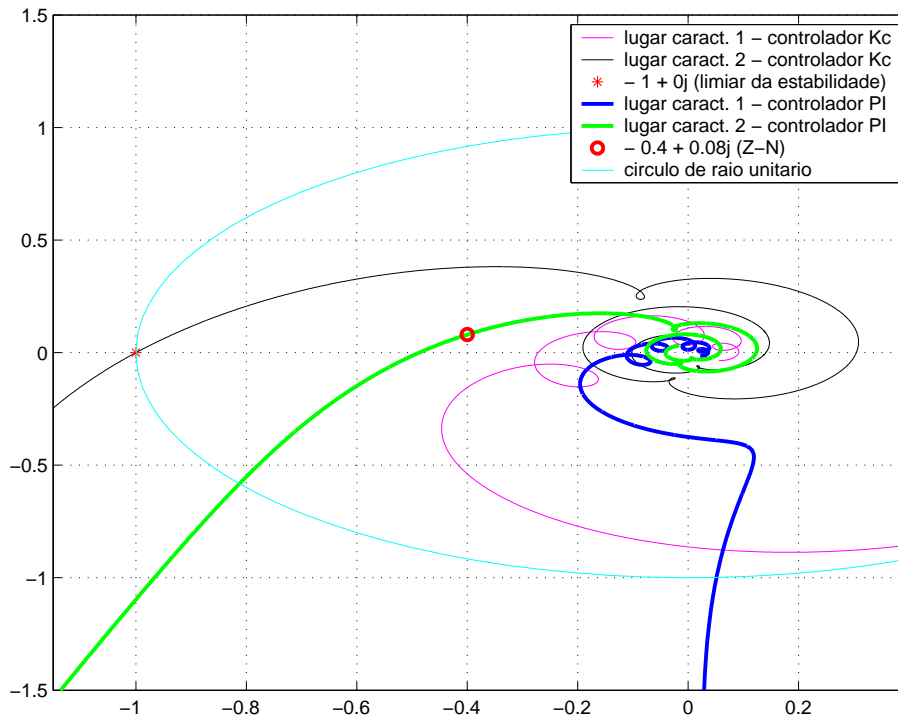


Figura 35: Lugares característicos da coluna de destilação com os ganhos críticos e com controlador PI projetado pelo método proposto.

Tabela 5: Grandezas críticas e ganhos dos controladores PI's que levam o ponto crítico para o ponto  $-0.4 + 0.08j$ .

| controlador | $k_c$  | $T_c$ | $k_p$  | $k_i$  |
|-------------|--------|-------|--------|--------|
| $p_1$       | 0.450  | 12.90 | 0.178  | 0.017  |
| $p_2$       | -0.290 | 12.90 | -0.118 | -0.011 |

#### 5.4.2 Método do ponto crítico multivariável para ambos lugares característicos

O método do ponto crítico multivariável para ambos lugares característicos é proposto para ser usado quando deseja-se mover ambos os lugares característicos de um processo  $2 \times 2$  para o ponto desejado, de maneira que se tenha os dois lugares característicos no mesmo lugar na frequência crítica do processo, quando o sistema for controlado por um PI ou PID descentralizado. Para que isto seja verdade, a partir de (100), temos que

$$g_{11}p_1 + g_{22}p_2 = 2\lambda \quad (112)$$

e

$$g_{11}^2p_1^2 - 2g_{11}p_1g_{22}p_2 + g_{22}^2p_2^2 + 4g_{12}p_1g_{21}p_2 = 0 \quad (113)$$

Manipulando-se (113) e utilizando (112), temos

$$(g_{11}p_1 + g_{22}p_2)^2 - 4g_{11}p_1g_{22}p_2 + 4g_{12}p_1g_{21}p_2 = 0 \quad (114)$$

$$(2\lambda)^2 + 4(g_{12}g_{21} - g_{11}g_{22})p_1p_2 = 0 \quad (115)$$

$$\lambda^2 = (g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21})p_1p_2$$

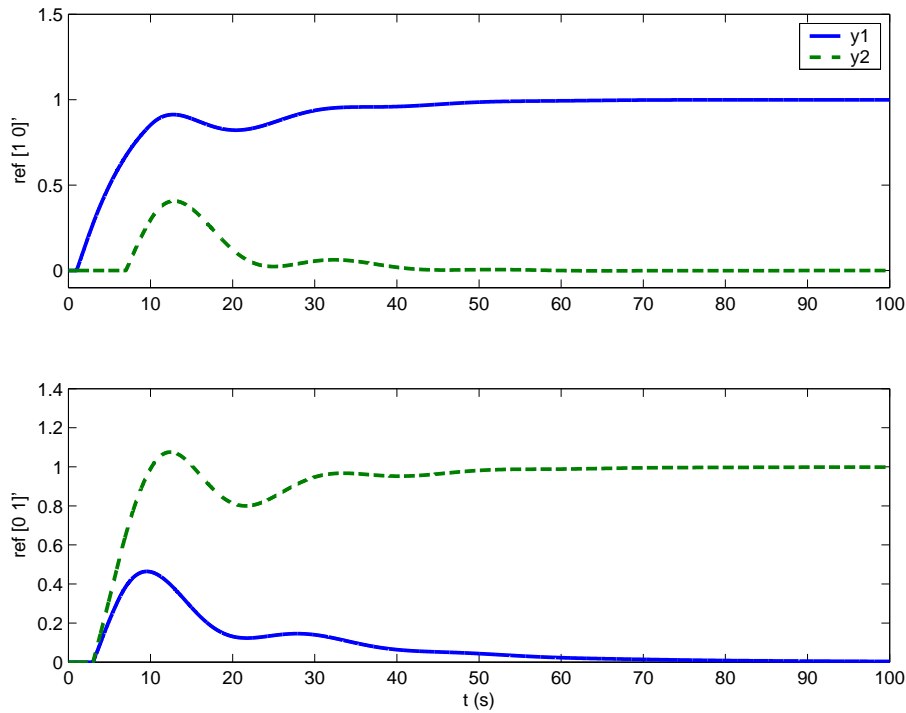


Figura 36: Resposta ao degrau do sistema controlado por PI obtido com o método proposto, baseado no ponto de Ziegler-Nichols.

De (112), temos

$$p_2 = \frac{2\lambda}{g_{22}} - \frac{g_{11}}{g_{22}}p_1, \quad (116)$$

e, substituindo (116) em (115), temos

$$\frac{g_{11}}{g_{22}}p_1^2 - \frac{2\lambda}{g_{22}}p_1 + \frac{\lambda^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} = 0 \quad (117)$$

Uma vez que (117) é um polinômio de 2ª ordem, temos duas soluções diferentes para  $p_1$ . Assim, resolvendo-se (117), temos os ganhos de um controlador e, substituindo em (116), o outro controlador é obtido. Dessa maneira, temos dois pares de controladores diferentes que levam o ponto crítico para o ponto desejado.

Para controladores PI, temos, a partir da solução de (117)

$$k_{p1} = \Re\{p_1\}, \quad (118)$$

$$k_{i1} = -\Im\{p_1\}\omega_c, \quad (119)$$

como no caso do método que desloca apenas um lugar característico. Porém, neste caso,  $p_2$  é dado por (116), e os ganhos dos controladores são dados por

$$k_{p2} = \Re\{p_2\}, \quad (120)$$

$$k_{i2} = -\Im\{p_2\}\omega_c. \quad (121)$$

Além disso, como temos duas soluções para (117), temos dois pares de controladores que levam os dois lugares característicos ao ponto desejado. Para controladores PID, as equações são as mesmas utilizadas no método anterior, ou seja, (110) e (111). No entanto, neste método, assim como para controladores PI, encontramos dois pares diferentes de controladores PID que levam o ponto crítico ao ponto desejado.

Utilizando o método do ponto crítico multivariável para ambos lugares característicos, encontramos um controlador PID que desloca o ponto crítico que cruza  $-1 + 0j$  e o ponto de mesma frequência do outro lugar característico para o ponto  $-0.60 - 0.28j$ , que é equivalente ao ponto de Ziegler-Nichols no método do ponto crítico SISO quando utilizado controle PID. A Figura 37 apresenta os lugares característicos do sistema com ganhos críticos e com os controladores PID, enfatizando o ponto crítico  $-1 + 0j$  e o ponto para o qual o mesmo é movido, que é  $-0.60 - 0.28j$ .

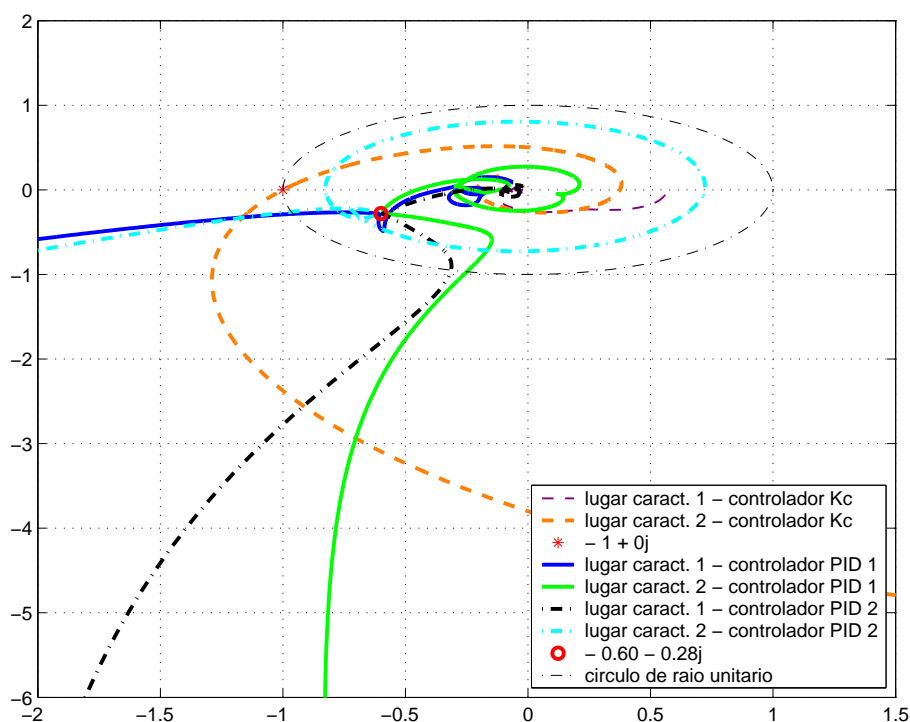


Figura 37: Lugares característicos da coluna de destilação com ganhos críticos e com ambos controladores PID, projetados pelo método proposto.

Mais uma vez, diferentes controladores foram projetados, para diferentes pontos críticos. Porém, desta vez, todos pontos críticos testados resultaram em respostas bastante similares. A Figura 38 apresenta a resposta do sistema com o controlador PID 1 cujos ganhos são apresentados na Tabela 6. A mesma Tabela apresenta os ganhos do outro controlador PID obtido com o mesmo ponto crítico, porém omitimos a resposta ao degrau obtida com o mesmo.

Tabela 6: Ganhos dos controladores PID

|               | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{d1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ | $k_{d2}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| controlador 1 | 0.567    | 0.336    | 0.239    | -0.102   | -0.018   | -0.144   |
| controlador 2 | 0.155    | 0.085    | 0.070    | -0.400   | -0.076   | -0.530   |

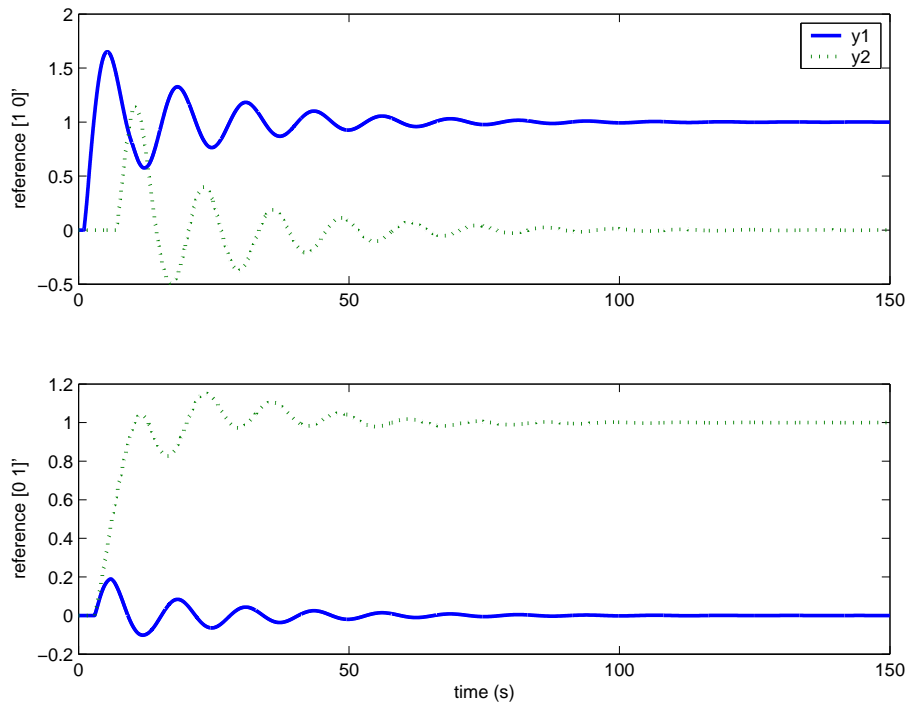


Figura 38: Resposta ao degrau do sistema com o controlador PID 1, obtido para o ponto baseado na sintonia de Ziegler-Nichols para sistemas SISO.

### 5.4.3 Grandezas necessárias ao método

A equação (100) representa a posição no plano complexo dos dois lugares característicos, em função da frequência. Através do ensaio descentralizado com relés, encontramos as grandezas críticas do processo. A frequência crítica é dada por  $\omega_c = 2\pi/T_c$ . Os dois métodos, tanto o que leva um lugar característico ao ponto desejado quando o que leva os dois lugares característicos, necessitam apenas da resposta em frequência das funções de transferência do processo na frequência crítica, ou seja,  $g_{11}(j\omega_c)$ ,  $g_{12}(j\omega_c)$ ,  $g_{21}(j\omega_c)$  e  $g_{22}(j\omega_c)$ . Porém, somente o ensaio DRF não é capaz de fornecer estes valores.

Dessa forma, é necessário um segundo ensaio. O segundo ensaio do método consiste em aplicar uma onda senoidal de frequência igual à frequência crítica do processo, identificada no ensaio DRF, em uma entrada do mesmo. Este ensaio é realizado em malha aberta. Supomos que  $u_1(t) = \sin(\omega_c t)$  e  $u_2(t) = 0$ . Assim, temos que

$$\begin{cases} y_1 = g_{11}u_1 \\ y_2 = g_{21}u_1 \end{cases} \quad (122)$$

e obtemos os valores de  $g_{11}(j\omega_c)$  e  $g_{21}(j\omega_c)$  na frequência crítica do processo.

Falta, dessa forma, identificar módulo e fase das outras duas funções de transferência,  $g_{12}(j\omega_c)$  e  $g_{22}(j\omega_c)$ . Considerando que um processo multivariável é dado por  $Y(s) = G(s)U(s)$ , para um sistema  $2 \times 2$ , temos as seguintes relações

$$\begin{cases} y_1 = g_{11}u_1 + g_{12}u_2 \\ y_2 = g_{21}u_1 + g_{22}u_2. \end{cases} \quad (123)$$

Assim, quando realizado o ensaio DRF, tanto as saídas  $y_1$  e  $y_2$  como as entradas  $u_1$  e  $u_2$  podem ser aproximadas por senóides de mesma frequência, porém com amplitudes

diferentes e defasadas entre si. Assim, estes sinais são dados em termos de um módulo e uma fase  $e$ , substituindo em (123), obtemos módulo e fase de  $g_{12}(j\omega_c)$  e  $g_{22}(j\omega_c)$ . A partir destas informações, os métodos podem ser aplicados.

Os controladores obtidos anteriormente, tanto o que leva 1 lugar característico para o ponto desejado, quando o que leva ambos os lugares característicos foram projetados com os valores de  $g_{ij}(j\omega_c)$  obtidos através das funções de transferência, já que o objetivo é demonstrar a eficiência do método e não do ensaio com relés para obtenção das funções de transferência. O valor das funções de transferência da coluna de destilação, para a frequência crítica escolhida ( $\omega_c = 1.84 \text{ rad/s}$ ), são dadas por

$$g_{11} = -0.589 - 1.273j,$$

$$g_{12} = 1.650 + 0.048j,$$

$$g_{21} = 0.520 + 0.969j,$$

$$g_{22} = 2.455 + 0.169j.$$

## 5.5 Conclusões

A análise do método do ponto crítico para processos monovariáveis mostra que um controlador PI ou PID desloca o ponto crítico do processo para outro ponto do plano complexo, determinado pelas fórmulas dos controladores. Assim, pode-se escolher o ponto para o qual se quer deslocar o ponto crítico, e novas fórmulas podem ser obtidas. Quando o ponto crítico é deslocado para um ponto específico, o ponto crítico do sistema é então alterado, e novas margens de estabilidade são obtidas. O método proposto neste trabalho tem como objetivo obter tais características em processos multivariáveis. Para que isto seja possível, uma análise multivariável do processo a ser controlado é realizada e, a partir deste ponto, são propostos dois métodos que levam em conta o acoplamento entre as diferentes malhas do processo para a sintonia de controladores PID descentralizados, a partir das grandezas críticas do processo.

Os dois métodos baseiam-se nos diagramas dos lugares característicos do processo e, como o método do ponto crítico monovariável, os controladores projetados deslocam o ponto crítico do processo para um ponto escolhido no plano complexo. Como o estudo é realizado em sistemas  $2 \times 2$ , os métodos propostos deslocam um ou ambos lugares característicos. Futuramente, pretende-se estudar a possibilidade de expandir tais métodos para processos de ordem maior que 2.

Assim como no caso monovariável, os métodos não garantem estabilidade, apenas garantem que o ponto crítico, após inserido o controlador, estará em um lugar estável do plano complexo, e supõe-se que o sistema todo se comporte de maneira estável, ou seja, que os lugares característicos não englobem o ponto  $-1 + j0$ . O método que leva ambos lugares característicos através de um controlador PID apresenta melhores características em relação à estabilidade, devido ao fato de o ponto escolhido para o qual será deslocado o ponto crítico estar no terceiro quadrante, conforme pode ser visto na Figura 34. Como a estabilidade é atingida se ambos lugares não envolverem o ponto  $-1 + j0$  em se tratando de processos BIBO-estáveis, então o fato de os dois lugares característicos passarem por um ponto no terceiro quadrante na frequência crítica do processo facilita o fato do ponto  $-1 + j0$  ficar de fora do contorno obtido com os controladores PID, porém isto não é garantido.



O próximo capítulo apresenta alguns estudos de caso dos métodos propostos.

## 6 ESTUDO DE CASOS

### 6.1 Introdução

Com o objetivo de demonstrar as potencialidades dos métodos propostos, este capítulo apresenta alguns estudos de casos em dois processos diferentes: a coluna de destilação Wood and Berry, que foi utilizada ao longo deste trabalho em simulações e um outro processo, chamado neste trabalho de Processo II, o qual é bastante utilizado na literatura, como pode ser visto em (ZGORZELSKI; UNBEHAUEN; NIEDERLINSKI, 1990; PALMOR; HALEVI; KRASNEY, 1995; WANG et al., 1997). Além disso, são apresentados alguns resultados de ensaios realizados na USOL (Unidade de Solventes), planta de destilação presente na refinaria REFAP, localizada em Canoas, RS.

### 6.2 Coluna de destilação Wood and Berry

A matriz de transferência da coluna de destilação Wood and Berry é dada por

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix}. \quad (124)$$

A Tabela 7 mostra alguns pontos críticos utilizados nos projetos dos controladores. Estes pontos críticos fazem parte da curva crítica real deste processo, apresentada no Capítulo 4. A seguir, são apresentados alguns resultados obtidos através dos métodos propostos no Capítulo 5.

Tabela 7: Valores críticos para a coluna de destilação Wood and Berry.

| Ponto crítico | $r_2$ | $k_{c1}$ | $k_{c2}$ | $T_c$ |
|---------------|-------|----------|----------|-------|
| 1             | 10    | 0.096    | -0.417   | 11.57 |
| 2             | 1     | 0.710    | -0.264   | 12.70 |
| 3             | 0.3   | 1.270    | -0.252   | 12.25 |
| 4             | 0.2   | 1.900    | -0.253   | 12.00 |

#### 6.2.1 Método que posiciona um lugar característico

Além do controlador PI apresentado no capítulo anterior, outros controladores foram obtidos através deste método, para outros pontos críticos. O método que posiciona um lugar característico tem o objetivo de deslocar o lugar característico do sistema  $G(s)K_c$  que passa sobre o ponto  $-1+0j$  para uma região mais perto da origem do plano complexo.

Sendo assim, é capaz de deslocar o ponto crítico do processo para outro ponto do plano complexo, alterando a frequência crítica do sistema.

O Capítulo 5 apresenta o diagrama de Nyquist e as respostas obtidas para um controlador PI descentralizado capaz de deslocar o ponto crítico para o ponto  $-0.4 + 0.08j$ . Este ponto é o ponto para o qual um controlador PI sintonizado com as fórmulas de Ziegler-Nichols desloca o ponto crítico de um processo monovariável. Por este motivo, este ponto é chamado neste trabalho, algumas vezes, de ‘ponto de Ziegler-Nichols para controladores PI’. Neste capítulo, apresentaremos outros resultados do método que posiciona um lugar característico, obtidos através de pontos críticos diferentes,  $\lambda$ 's diferentes e controladores diferentes, isto é, PI e PID.

#### 6.2.1.1 Controlador PI

Com o intuito de verificar a diferença de desempenho do sistema devido ao ponto crítico utilizado no projeto, foram projetados dois diferentes pares de controladores: utilizando o método que leva um lugar característico ao ponto  $-0.3 + 0.08j$ , foram projetados controladores a partir das informações obtidas dos pontos críticos 1 e 2. Os ganhos dos controladores, relativos a cada ponto crítico utilizado são apresentados na Tabela 8. As respostas dos sistemas são apresentadas na Figura 39.

Tabela 8: Ganhos dos controladores PI utilizados nos sistemas apresentados na Figura 39.

| Ponto crítico | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | 0.162    | 0.004    | -0.107   | -0.003   |
| 2             | 0.138    | 0.016    | -0.091   | -0.011   |

Através dos resultados apresentados na Figura 39, comprova-se que, neste caso, diferentes pontos críticos proporcionam ao sistema diferentes performances. De fato, pontos críticos localizados muito perto de um dos eixos, no gráfico da curva crítica, como é o caso do ponto crítico 1, proporcionam uma resposta bastante lenta, nas duas variáveis do sistema. Controladores projetados com as grandezas críticas para as quais as duas malhas apresentam igual importância ( $r_2 = 1$ ), apresentam um desempenho com tempo de acomodação em torno de quatro vezes menor que o apresentado pelo sistema controlado pelo PI obtido com o mesmo método através do ponto crítico para o qual  $r_2 = 10$ .

#### 6.2.1.2 Controlador PID

Para o projeto de um controlador PID através deste método, o primeiro passo é escolher um ponto no terceiro quadrante do plano complexo. Escolhemos, dessa forma, o ponto de Ziegler-Nichols para controladores PID, ou seja,  $-0.6 - 0.28j$ . Para diversos pontos críticos testados, os controladores PID encontrados apresentaram performances instáveis. Então, partimos para um ponto mais conservador. A Figura 40 apresenta o diagrama de Nyquist de um sistema controlado por PID que desloca um lugar característico para o ponto  $-0.2 - 0.5j$ . Observa-se que, apesar de um lugar característico ter sido movido para o ponto desejado, o outro lugar característico engloba o ponto  $-1$ , deixando o sistema instável, também para este ponto.

A solução encontrada neste caso foi deslocar o ponto ainda mais para a direita. Como cada lugar característico depende da ação dos dois controladores, devido ao acoplamento, é intuitivo pensar que ao deslocar um lugar característico, o outro acaba vindo junto e passando à direita do ponto  $-1$ . Assim, deslocamos o ponto horizontalmente, fixando-o na posição  $0.2 - 0.5j$ . A Figura 41 apresenta o diagrama de Nyquist de dois sistemas:

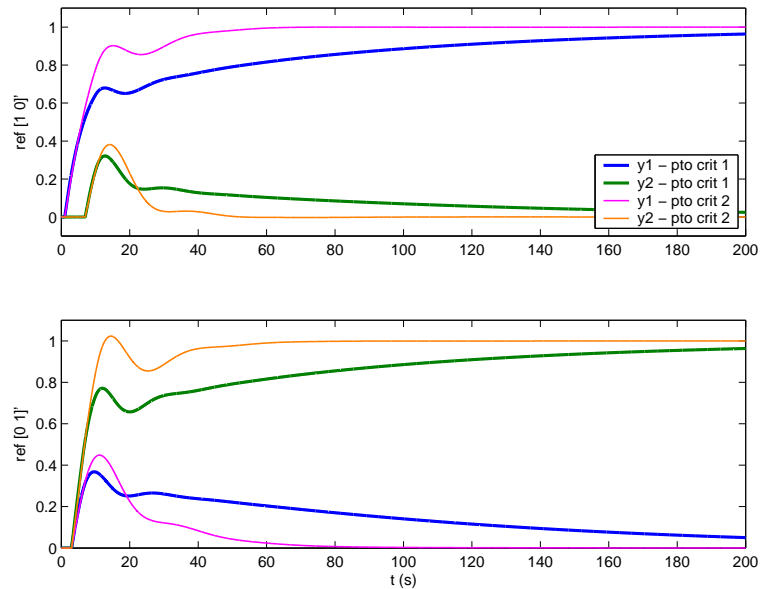


Figura 39: Respostas obtidas com controlador PI que leva um lugar característico ao ponto  $-0.3 + 0.08j$  para diferentes pontos críticos.

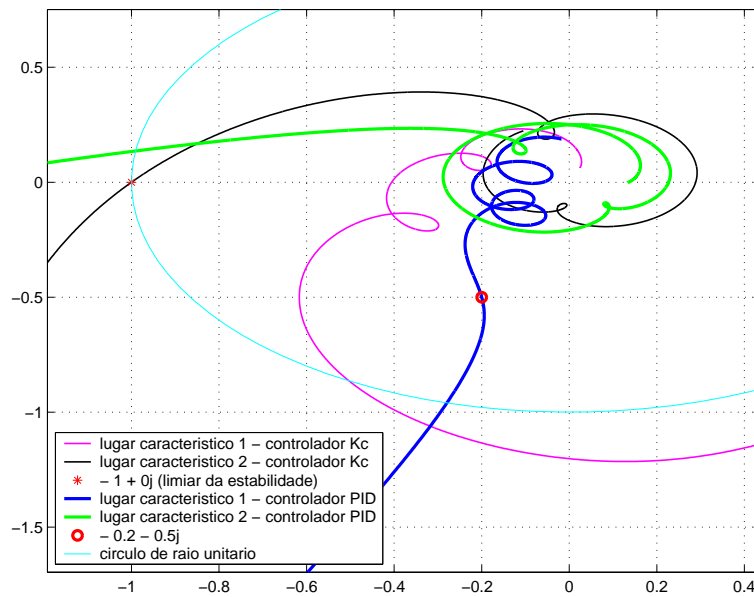


Figura 40: Diagramas de Nyquist dos sistemas controlados por  $K_c$  e por PID que leva um lugar característico ao ponto  $-0.2 - 0.5j$ .

um controlado por  $K_c$  e o outro pelo PID projetado para este novo ponto, agora no quarto quadrante do plano complexo. Desta vez, conseguimos obter um sistema estável e com aparentes boas margens de estabilidade. Os ganhos destes controladores são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 42.

| Ponto crítico | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{d1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ | $k_{d2}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | 0.250    | 0.037    | 0.420    | -0.165   | -0.026   | -0.277   |

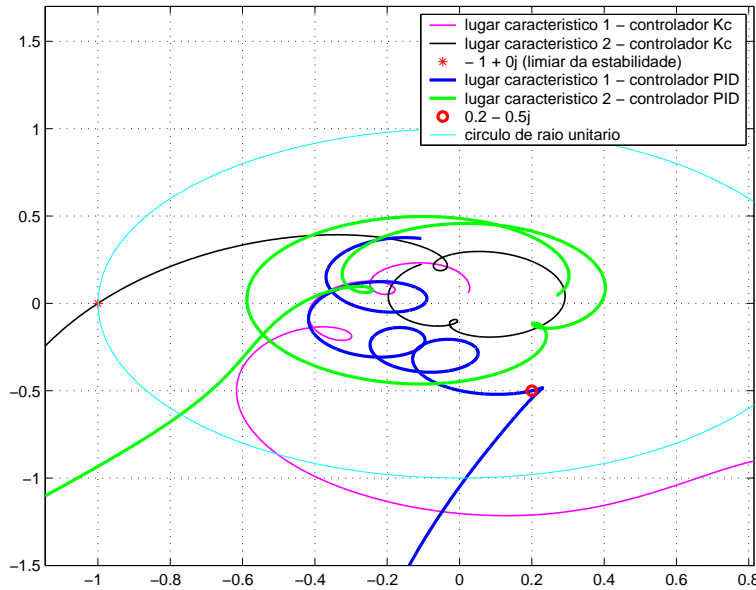


Figura 41: Diagramas de Nyquist dos sistemas controlados por  $K_c$  e por PID que leva um lugar característico ao ponto  $0.2 - 0.5j$ .

De fato, a Figura 42 apresenta as respostas do sistema controlado pelo PID que leva um lugar característico ao ponto  $0.2 - 0.5j$ , na frequência crítica do processo. O desempenho obtido é muito bom, se comparado com os resultados obtidos anteriormente, como no caso dos controladores obtidos aplicando-se as fórmulas monovariáveis ou até mesmo o controlador projetado através do método dos lugares característicos (Capítulo 3).

É importante lembrar que este método é proposto para ser utilizado sem se conhecer o modelo do processo. Dessa forma, não é possível ficar testando diferentes pontos do plano complexo até o melhor ou um muito bom ser encontrado, como foi feito neste exemplo. Porém, este exemplo foi apresentado com o objetivo de demonstrar que este método é capaz de produzir bons resultados e que, a partir de um maior estudo, seja mais clara a escolha do ponto para o qual o lugar característico deva ser levado.

### 6.2.2 Método que posiciona ambos lugares característicos

A frequência crítica de um processo multivariável é, por definição, única, e é dada pela frequência na qual ao menos um lugar característico passa sobre o ponto  $-1 + 0j$ . Assim, em sistemas  $2 \times 2$ , quando a frequência crítica é atingida, um lugar característico está sob o ponto  $-1 + 0j$  e o outro lugar característico está em outro lugar do plano complexo. Mesmo assim, este método posiciona estes dois pontos em um outro ponto pré-determinado. Desta forma, na frequência crítica do processo, os lugares característicos encontram-se no mesmo ponto em uma região afastada do ponto  $-1$  para mais perto da origem do plano complexo.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos para o projeto de um controlador PID que desloca os lugares característicos para o ponto de Ziegler-Nichols para controladores PID, ou seja, para o ponto  $-0.6 - 0.28j$ . Neste capítulo exploramos um pouco mais os 'graus de liberdade' deste método de sintonia em relação à utilização de fórmulas prontas.

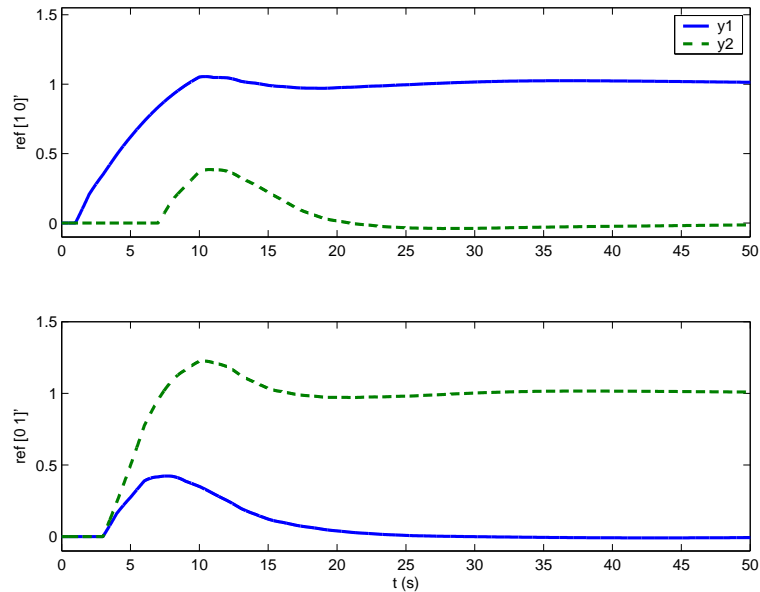


Figura 42: Respostas do sistema controlado por PID que leva um lugar característico ao ponto  $0.2 - 0.5j$  baseado nas informações do ponto crítico 1.

#### 6.2.2.1 Controlador PI

O método que desloca ambos lugares característicos pode ser utilizado para o projeto de controladores PI. A primeira idéia de projeto é, então, deslocar ambos lugares característicos para o ponto de Ziegler Nichols, ou seja, para  $-0.4 + 0.08j$ . A Figura 43 apresenta os diagramas de Nyquist dos sistemas controlados por PI. Como o método possibilita encontrar parâmetros para dois pares de controladores distintos, os dois sistemas controlados são apresentados na figura: o sistema controlado pelo controlador PI 1 é apresentado em traço cheio, enquanto que o sistema controlado por PI 2 é apresentado por traço pontilhado.

Como pode ser visto na Figura 43, a inserção de qualquer um dos controladores fez com que o sistema se tornasse instável. Isto é notável na figura já que um lugar característico de cada sistema (um lugar do sistema controlado pelo PI 1, e um lugar do sistema controlado pelo PI 2) englobam o ponto  $-1 + 0j$ . Estes controladores foram projetados através das grandezas críticas relativas ao ponto crítico 2, apresentado na Tabela 7. Outros pontos críticos também foram utilizados e, em nenhum dos casos foram encontrados controladores que ao menos mantivessem o sistema estável, levando os dois lugares característicos para o ponto de Ziegler-Nichols.

Infelizmente, o método do ponto crítico monovariável não garante a estabilidade do sistema controlado, e o método proposto neste trabalho também não o faz. Na verdade, a idéia do método, tanto do monovariável como do multivariável, é que, através do posicionamento do ponto crítico do processo em uma região próxima à origem do plano complexo, a frequência crítica do sistema é alterada e espera-se que esta nova frequência crítica proporcione melhores margens de estabilidade ao sistema.

Como um controlador PI consegue posicionar um ponto apenas no segundo quadrante do plano complexo, fica claro, através dos gráficos, que é possível que o sistema se torne instável, e mais provável quanto maior for a parte imaginária do ponto escolhido, ou seja  $\Im\{\lambda\}$ .

De forma a melhorar a performance obtida, escolhemos outro ponto, mais conserva-

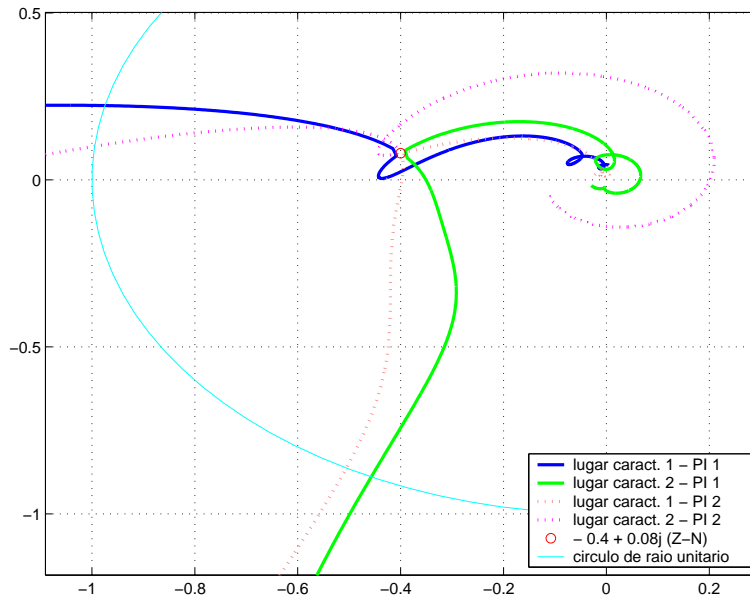


Figura 43: Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.4 + 0.08j$  na frequência crítica do processo.

dor que o ponto de Ziegler-Nichols. Mais uma vez, dois controladores foram projetados, para o mesmo ponto crítico escolhido anteriormente, ou seja o ponto crítico 2 e para  $\lambda = -0.2 + 0.01j$ . A Figura 44 apresenta os diagramas de Nyquist que levam os dois lugares característicos através de um controlador PI para o ponto  $-0.2 + 0.01j$ , para os controladores PI 1 e PI 2. Nesta figura, pode-se ver que o controlador PI 2 apresenta melhores margens de estabilidade, já que o lugar característico mais externo cruza o círculo de raio unitário mais afastado do ponto  $-1 + 0j$  do que o lugar característico relativo ao controlador PI 1. Por este motivo, consideramos o controlador PI 2 como sendo o melhor controlador obtido.

As Figuras 45 e 46 apresentam diferentes performances obtidas com diferentes controladores, para diferentes referências. Nestas figuras, são comparadas as performances obtidas através de dois pontos críticos diferentes: o ponto crítico 1, ou seja, cuja importância relativa da segunda malha em relação a primeira é de 10; e o ponto crítico 2, para o qual as duas malhas apresentam importância relativa igual. Os valores das grandezas críticas relativas a estes pontos são apresentados na Tabela 7. Para cada ponto crítico, dois métodos de sintonia foram aplicados:

1. sintonia multivariável, com a qual os dois lugares característicos são levados ao ponto  $-0.2 + 0.01j$ ;
2. sintonia monovariável, ou seja, as fórmulas de Ziegler-Nichols são aplicadas, através das grandezas críticas obtidas da superfície real do processo.

Conforme apresentados nas Figuras 45 e 46, no caso da sintonia multivariável, o ponto crítico escolhido não é tão influente no desempenho obtido, como no caso da sintonia monovariável: ambos controladores sintonizados através do método que posiciona os dois lugares característicos proporcionam performances bastante parecidas; já no caso da sintonia monovariável obtemos performances bastante distintas. Além disso, dependendo

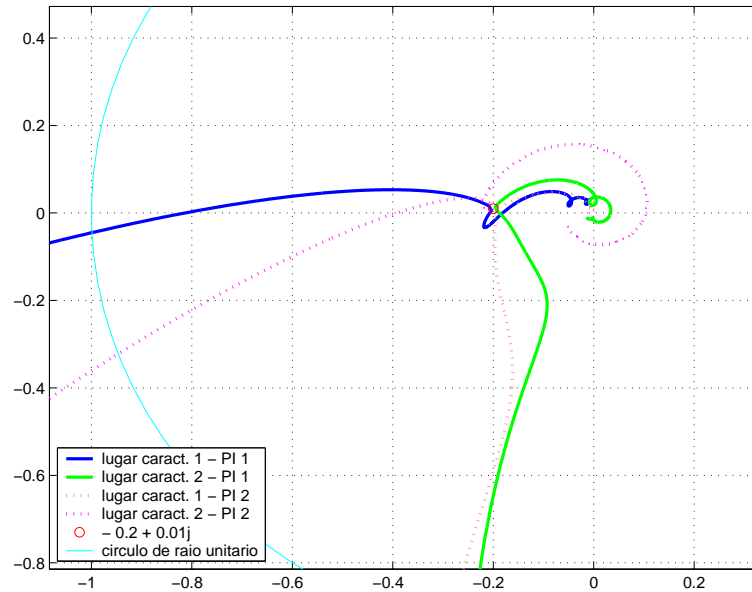


Figura 44: Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.2 + 0.01j$  na frequência crítica do processo.

do ponto crítico escolhido, a sintonia monovariável pode resultar em performances muito lentas, ou seja: se a importância da segunda malha em relação à primeira for grande, é provável que a performance obtida na primeira malha seja muito lenta, como pode ser observado no controle obtido com o ponto crítico 1, para o qual  $r_2 = 10$ . Os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10: Ganhos dos controladores PI utilizados nos sistemas apresentados nas Figuras 45 e 46.

| Ponto crítico | Sintonia  | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ |
|---------------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | multivar. | 0.025    | 0.029    | -0.128   | -0.009   |
| 1             | Z-N       | 0.038    | 0.004    | -0.167   | -0.018   |
| 2             | multivar. | 0.013    | 0.026    | -0.114   | -0.015   |
| 2             | Z-N       | 0.284    | 0.028    | -0.106   | -0.010   |

### 6.2.2.2 Controladores PID

Além de controladores PI, foram projetados controladores PID, que levam os dois lugares característicos para um ponto pré-determinado, na frequência crítica do processo. Este ponto encontra-se no terceiro quadrante do plano complexo. Desta vez, dois pares de controladores PID que levam o ponto crítico para o ‘ponto de Tyreus-Luyben’, isto é, para o ponto ao qual um controlador, em sistemas monovariáveis, leva o diagrama de Nyquist do processo se sintonizado com as fórmulas de Tyreus-Luyben. Este ponto é dado por  $\lambda = -0.45 - 0.42j$ .

As margens de estabilidade dos diagramas apresentados na Figura 47 são praticamente as mesmas para os lugares característicos mais externos, para ambos controladores encontrados. Assim, não sabemos *a priori* qual dos dois controladores proporcionará melhor desempenho. Por isto, a Figura 48 apresenta as respostas dos sistemas com os



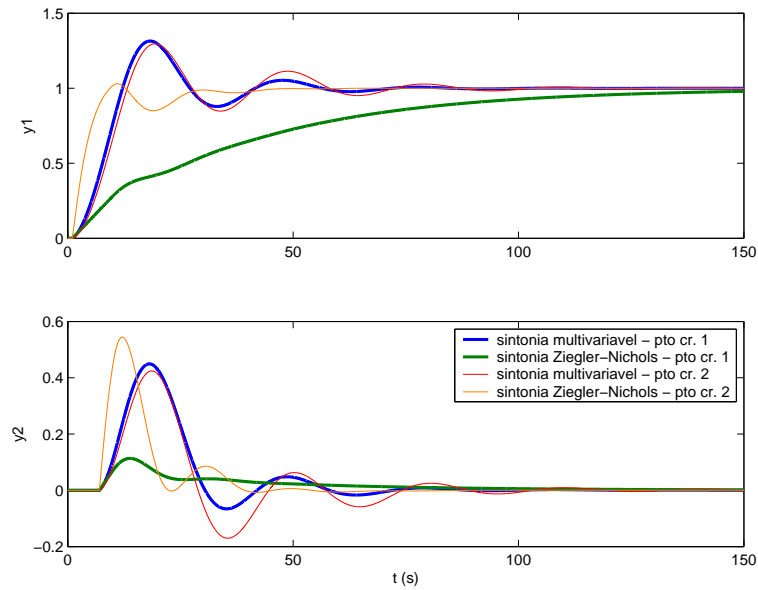


Figura 45: Respostas do sistema obtidas com controladores PI que levam o ponto crítico para o ponto  $-0.2 + 0.01j$  e controladores PI obtidos através de sintonia monovariável, para diferentes ganhos críticos e para uma referência  $r = [1 \ 0]'$ .

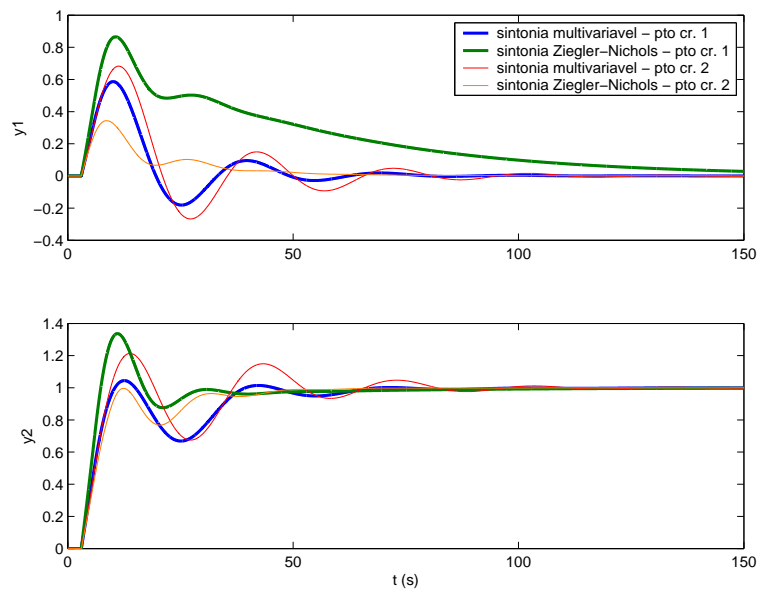


Figura 46: Respostas do sistema obtidas com controladores PI que levam o ponto crítico para o ponto  $-0.2 + 0.01j$  e controladores PI obtidos através de sintonia monovariável, para diferentes ganhos críticos e para uma referência  $r = [0 \ 1]'$ .

controladores PID 1 e 2, para diferentes referências. A Tabela 11 apresenta os ganhos dos controladores.

Tabela 11: Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 48.

| Controlador | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{d1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ | $k_{d2}$ |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1           | 0.582    | 0.223    | 0.379    | -0.087   | -0.014   | -0.136   |
| 2           | 0.143    | 0.063    | 0.082    | -0.312   | -0.043   | -0.559   |

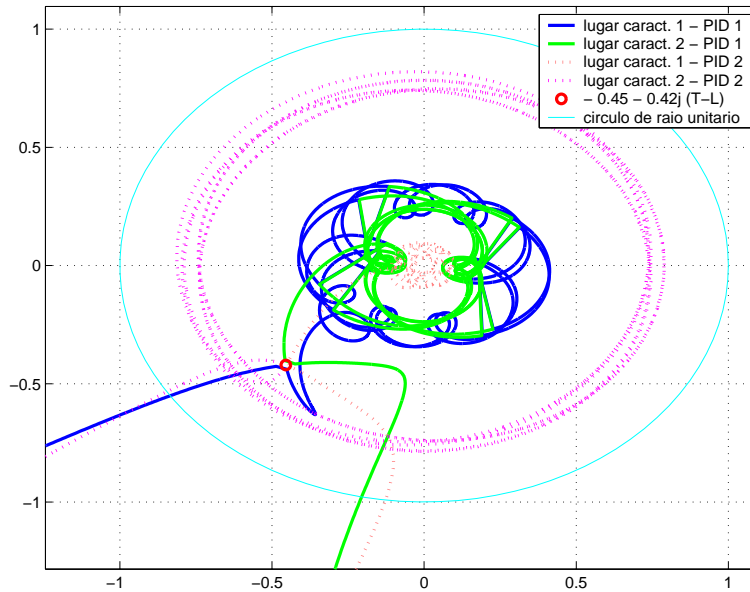


Figura 47: Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.45 - 0.42j$  na frequência crítica do processo.

Através da Figura 48, podemos ver as diferenças entre as performances obtidas com os diferentes controladores. Para referência  $r = [1 \ 0]'$ , as respostas relativas à primeira malha apresentam praticamente o mesmo sobressaio, porém o tempo de subida é bastante diferente: o sistema controlado pelo controlador PID 1 possui tempo de subida menor. Para referência  $r = [0 \ 1]'$ , o controlador PID 2 proporciona uma performance na segunda malha com sobressaio muito elevado. Conclui-se, então, que o controlador PID 1 é o melhor entre os dois, se levarmos em conta as duas malhas e diferentes referências.

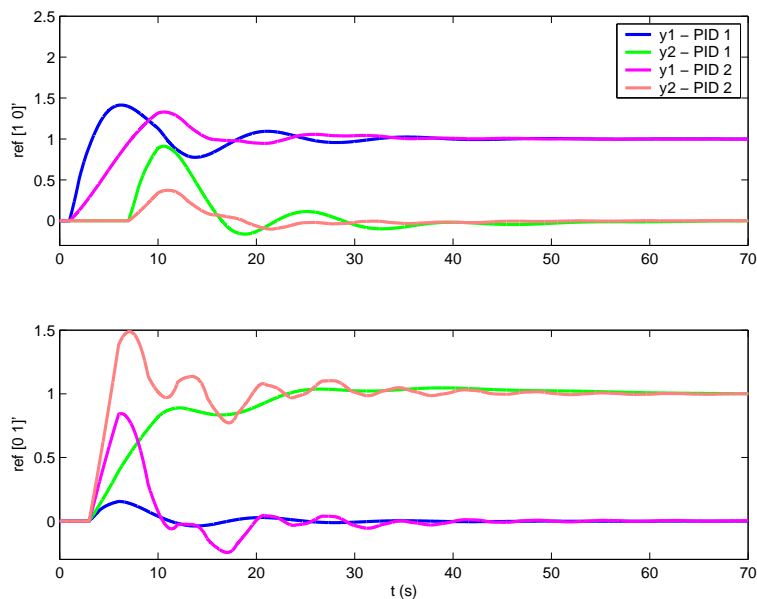


Figura 48: Respostas ao degrau obtida com a inserção dos dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.45 - 0.42j$  na frequência crítica do processo.

No entanto, o desempenho obtido ainda pode ser melhorado: isto pode ser feito através da escolha de outro ponto no plano complexo, mais conservador que os pontos de Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben. Diversos controladores foram projetados para diferentes pontos ( $\lambda's$ ) e a Figura 49 apresenta as respostas obtidas com controladores PID que levam o ponto crítico para  $-0.2 - 0.3j$ . Além disso, para este mesmo  $\lambda$ , diferentes controladores foram obtidos para diferentes pontos críticos. As performances obtidas são idênticas, reforçando o fato de que a escolha do ponto crítico “correto” perde importância quando utilizado o método proposto, ou seja, o método de sintonia que posiciona os dois lugares característicos em um ponto do plano complexo, escolhido *a priori*. Outros resultados foram obtidos com outros pontos, os quais não são apresentados na figura devido à total semelhança de resultados. Os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12: Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 49.

| Ponto crítico | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{d1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ | $k_{d1}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | 0.106    | 0.032    | 0.087    | -0.144   | -0.014   | -0.382   |
| 2             | 0.093    | 0.031    | 0.069    | -0.151   | -0.016   | -0.365   |
| 3             | 0.098    | 0.032    | 0.076    | -0.149   | -0.015   | -0.372   |
| 4             | 0.101    | 0.032    | 0.080    | -0.148   | -0.014   | -0.376   |

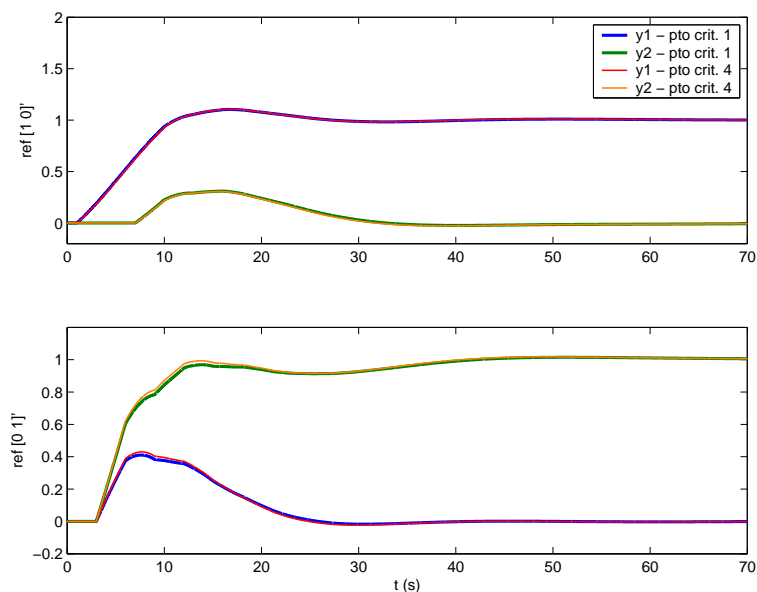


Figura 49: Respostas ao degrau obtida com a inserção dos controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto  $-0.2 - 0.3j$  na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos.

### 6.3 Processo II

Apresentado no Capítulo 4, o Processo II também será utilizado para demonstrar a utilização dos métodos propostos no Capítulo 5. A matriz de transferência deste processo é dada por

$$G(s) = \left[ \begin{array}{cc} \frac{0.5}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \frac{-1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} \\ \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} & \frac{2.4}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2(0.5s+1)} \end{array} \right]. \quad (125)$$

A fim de obter a curva crítica real do sistema, vários pontos críticos foram obtidos. Alguns destes pontos foram utilizados nos projetos dos controladores, e por isso são apresentados na Tabela 13. No caso da coluna de destilação estudada anteriormente, foi visto que diferentes pontos críticos influenciam na performance obtida através da sintonia monovariável, porém esta influência é consideravelmente diminuída no caso da sintonia multivariável que posiciona os dois lugares característicos. Por isso, foram escolhidos pontos cujas importâncias relativas entre as malhas são bastante diferentes, a fim de verificar se as características do método se mantêm para este processo.

Tabela 13: Valores críticos para o Processo II.

| Ponto crítico | $r_2$ | $k_{c1}$ | $k_{c2}$ | $T_c$ |
|---------------|-------|----------|----------|-------|
| 1             | 4     | 1.250    | 1.082    | 1.46  |
| 2             | 100   | 0.100    | 2.110    | 1.35  |
| 3             | 0.5   | 5.000    | 0.494    | 1.17  |

Também como no caso da coluna de destilação, foram projetados controladores PI e PID através dos dois métodos propostos, tanto com o método que desloca um lugar característico, quanto com o método que desloca os dois lugares característicos, para diferentes pontos críticos e diferentes lugares escolhidos no plano complexo, ou seja, diferentes  $\lambda$ 's.

### 6.3.1 Método que posiciona um lugar característico

#### 6.3.1.1 Controlador PI

Para a sintonia de controladores PI para o Processo II, escolhemos o ponto  $-0.3 + 0.1j$  para que um lugar característico seja levado, e testamos os diferentes pontos críticos apresentados na Tabela 13. Os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14: Ganhos dos controladores PI relativos às Figuras 50 e 52.

| Ponto crítico | $\lambda$      | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ |
|---------------|----------------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | $-0.3 + 0.1j$  | 0.812    | 1.723    | 0.169    | 0.359    |
| 2             | $-0.3 + 0.1j$  | 0.931    | 1.537    | 0.194    | 0.320    |
| 3             | $-0.3 + 0.1j$  | 1.171    | 0.765    | 0.244    | 0.159    |
| 3             | $-0.4 + 0.15j$ | 1.573    | 1.347    | 0.328    | 0.281    |

A Figura 50 apresenta as respostas do processo para os controladores PI obtidos com os pontos críticos 1 e 2. Nota-se que as performances são bastante parecidas, mesmo porque as frequências críticas relativas a estes pontos são bastante parecidas. A resposta obtida com o ponto crítico 3 foi bem mais lenta que as anteriores, e será apresentada a seguir.

O diagrama de Nyquist do sistema controlado por PI que desloca um lugar característico ao ponto  $-0.3 + 0.1j$  é apresentado na Figura 51. É visível, na figura, que este é um ponto bastante conservador, daí obter respostas lentas. Para este ponto crítico ( $r_2 = 0.5$ ), uma melhor performance é alcançada se um ponto menos conservador é escolhido. A mesma figura apresenta os traçados dos lugares característicos que deslocam o

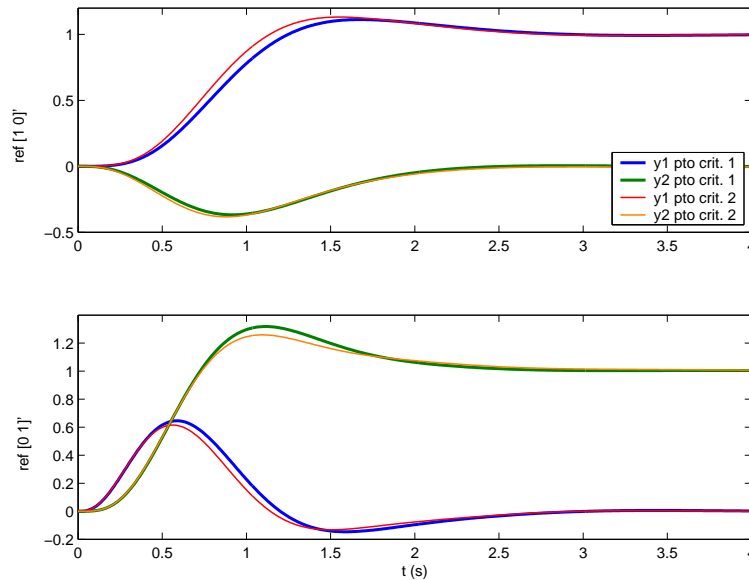


Figura 50: Respostas do Processo II controlado por PI sintonizado através do método que leva um lugar característico para o ponto  $-0.3 + 0.1j$  e diferentes pontos críticos, para diferentes referências.

ponto crítico do processo para o ponto  $-0.4 + 0.15j$  e o sistema passa a responder mais rapidamente, como pode ser observado na Figura 52, a qual apresenta as respostas obtidas com os dois controladores.

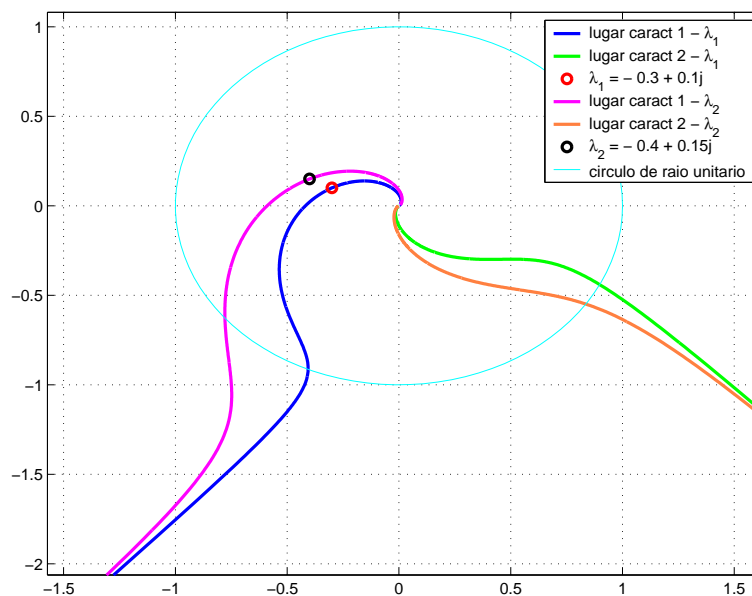


Figura 51: Diagramas de Nyquist dos sistemas com diferentes controladores PI que posicionam um lugar característico em dois pontos diferentes:  $\lambda = -0.3 + 0.1j$  e  $\lambda = -0.4 + 0.15j$ .

Para este processo, não são apresentados os resultados obtidos com controladores PID, devido à semelhança de resultados com os obtidos para controladores PI no mesmo método, ou seja, que levam um lugar característico ao ponto desejado.

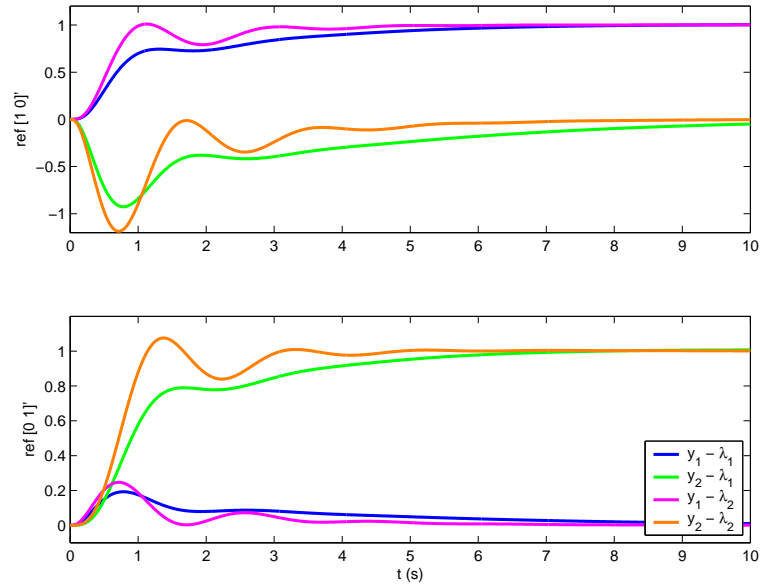


Figura 52: Respostas dos sistemas apresentados na Figura 51, para diferentes referências.

### 6.3.2 Método que posiciona ambos lugares característicos

#### 6.3.2.1 Controlador PI

Como no caso da coluna de destilação o controlador PI que leva ambos lugares característicos ao ponto  $-0.2 + 0.01j$  apresentou bons resultados, este ponto também foi utilizado para este processo. Assim, foram projetados dois pares de controladores PI que levam ambos lugares característicos ao ponto  $-0.2 + 0.01j$  na frequência crítica do processo. Foram projetados dois pares de controladores devido ao equacionamento do método.

Os diagramas de Nyquist dos dois sistemas - processo controlado por PI 1 e processo controlado por PI 2 - são apresentados na Figura 53. Como pode ser visto no traçado dos lugares característicos, espera-se que o controlador PI 2 apresente menor sobrepasso em relação ao sistema no qual o controle é realizado por PI 1. Estes controladores foram projetados com base no ponto crítico 1 da Tabela 13.

De fato, as respostas obtidas com PI 1, para diferentes referências, são bastante oscilatórias e o tempo de estabilização é também, maior que o obtido com PI 2. Por este motivo, estes resultados foram omitidos, e a Figura 54 apresenta apenas as respostas obtidas com o controlador PI 2. Além disso, a Figura 54 também apresenta os resultados obtidos com o controlador PI 2 que leva os dois lugares característicos para o mesmo  $\lambda$ , porém através das informações obtidas com o ponto crítico 2. Os ganhos destes controladores são apresentados na Tabela 15. Nota-se na figura que este controlador, diferentemente do anterior, provoca a instabilidade do sistema. Isto mostra que este método, quando utilizado para o projeto de controladores PI é sensível ao ponto crítico escolhido.

Tabela 15: Ganhos dos controladores PI dos sistemas apresentados na Figura 54.

| Ponto crítico | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | -0.101   | 0.630    | 0.721    | 0.385    |
| 2             | -0.096   | 0.741    | 0.850    | -0.035   |

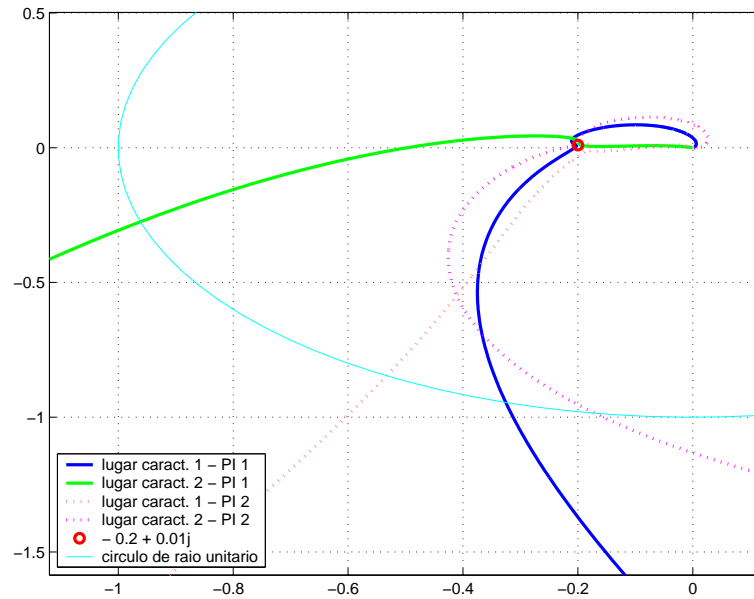


Figura 53: Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PI que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.2 + 0.01j$  na frequência crítica do processo.

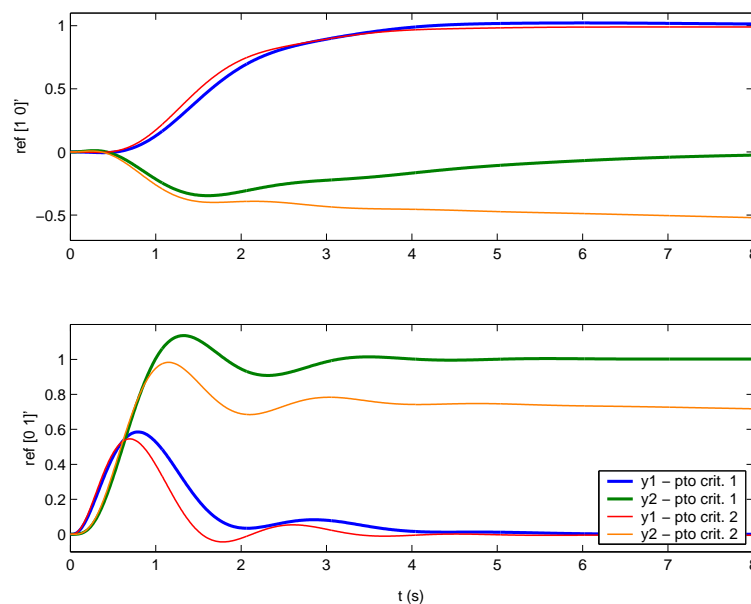


Figura 54: Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PI 2 que leva os lugares característicos para o ponto  $-0.2 + 0.01j$  na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos.

### 6.3.2.2 Controlador PID

Nos projetos de controladores realizados para a coluna de destilação Wood and Berry, os melhores desempenhos foram obtidos quando aplicado o método de sintonia de PID que posiciona ambos os lugares característicos devido, principalmente, ao fato de diferentes pontos críticos proporcionarem performances semelhantes ao sistema, ou seja, semelhantes margens de estabilidade. A escolha de  $\lambda$  é que determina quão boas são estas margens.

Por isso, primeiramente foi projetado um controlador PID que desloca ambos lugares característicos para o ponto de Tyreus-Luyben, ou seja,  $-0.45 - 0.42j$ . A Figura 55 apresenta os diagramas de Nyquist dos sistemas controlados pelos diferentes controladores obtidos. Conforme os gráficos dos lugares característicos, o controlador PID 2 apresentará, quando inserido no sistema, melhores margens de estabilidade.

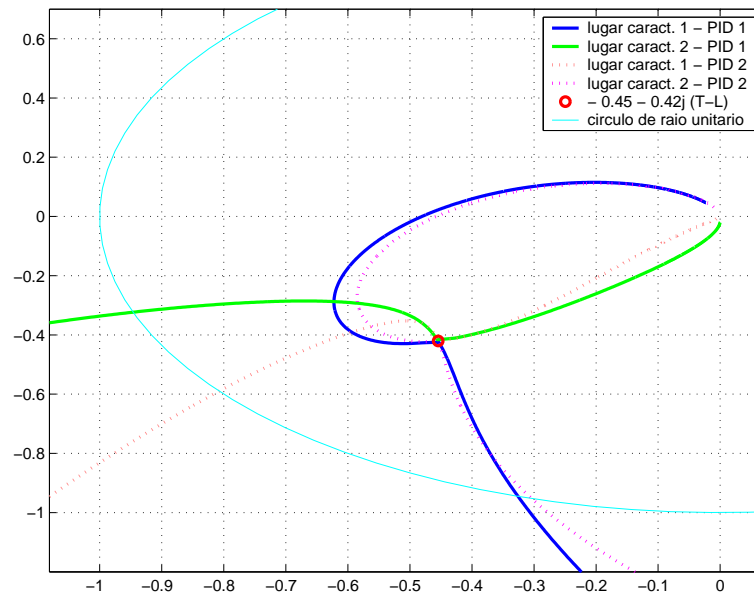


Figura 55: Diagramas de Nyquist do sistema com os dois pares de controladores PID que levam os lugares característicos para o ponto  $-0.45 - 0.42j$  na frequência crítica do processo.

A fim de verificar a importância do ponto crítico escolhido, ou identificado, a Figura 56 apresenta os resultados obtidos com controladores projetados para o ponto de Tyreus-Luyben, porém através de diferentes pontos críticos. Os pontos críticos 1, 2 e 3 da Tabela 13 foram utilizados. Desta vez, as performances não são exatamente iguais, como no caso obtido para a coluna de destilação, mas as diferenças apresentadas não são significativas. Se os ganhos dos controladores fossem obtidos através de sintonia monovariável, com certeza as diferenças entre as performances seriam bastante significativas, devido a diferença entre as importâncias relativas das malhas.

As respostas obtidas para o ponto de Tyreus-Luyben apresentam sobrepasso considerável, e as performances podem ser ainda melhoradas: através da escolha de outro  $\lambda$ . A fim de demonstrar esta melhoria, a Figura 57 apresenta as respostas obtidas com o controlador PID 2 e  $\lambda = -0.3 - 0.3j$ . Os ganhos dos controladores são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16: Ganhos dos controladores PID utilizados no sistema apresentado na Figura 57.

| Ponto crítico | $k_{p1}$ | $k_{i1}$ | $k_{d1}$ | $k_{p2}$ | $k_{i2}$ | $k_{d1}$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1             | 0.087    | 1.600    | 0.001    | 1.165    | 1.148    | 0.296    |
| 2             | 0.114    | 1.792    | 0.002    | 1.196    | 1.058    | 0.338    |



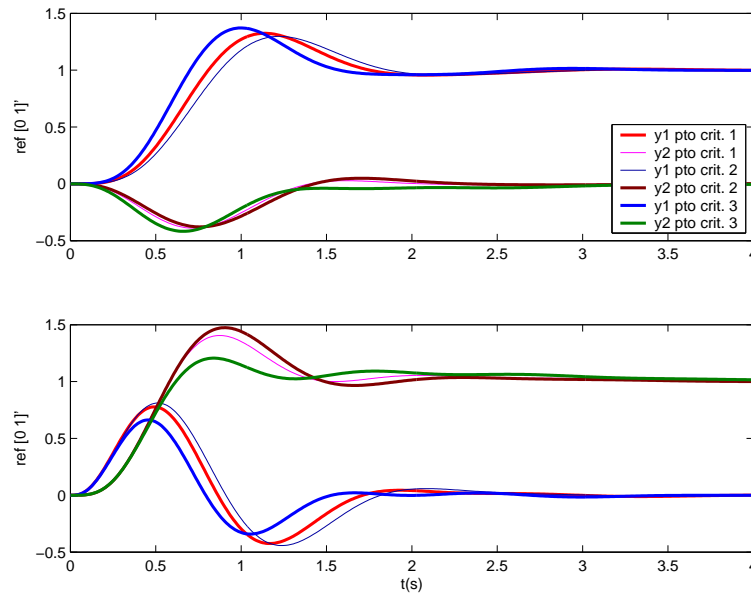


Figura 56: Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto  $-0.45 - 0.42j$  na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos.

## 6.4 USOL

Além das simulações realizadas, apresentadas nas seções anteriores, alguns ensaios foram realizados em algumas malhas de controle de uma das torres de destilação da Unidade de Solventes - USOL, da Refinaria Alberto Pasqualini - REFAP, localizada em Canoas, RS.

O processo conduzido em colunas de destilação é chamado de destilação fracionada,

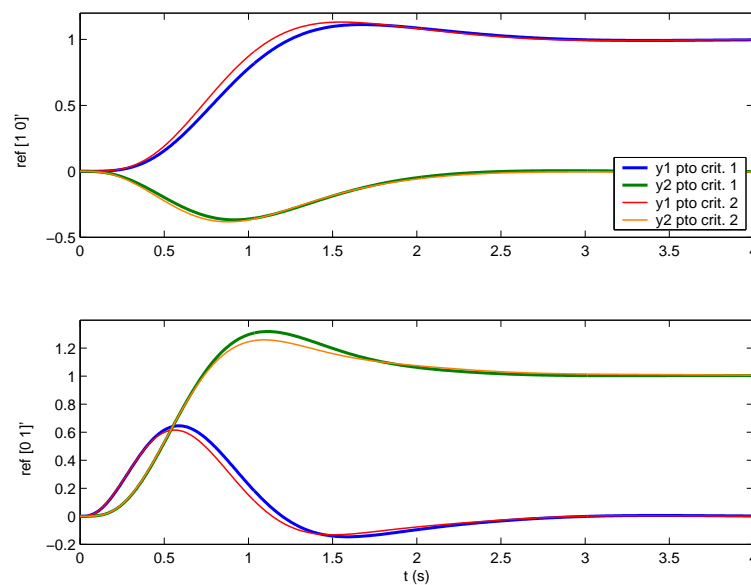


Figura 57: Respostas ao degrau obtida com a inserção do controladores PID 2 que leva os lugares característicos para o ponto  $-0.3 - 0.3j$  na frequência crítica do processo para diferentes pontos críticos.

sendo o processo de separação mais usado na indústria química e petroquímica, representando o maior percentual de consumo de energia global em uma planta típica.

Em uma coluna simples (uma entrada e duas saídas), a mistura líquida a ser processada é conhecida como alimentação -  $F$  (*Feed*) e é introduzida no prato de alimentação, próxima ao meio do vaso. O prato de alimentação divide a coluna de destilação em duas partes: a seção superior é chamada de seção de enriquecimento ou retificação e a seção inferior de seção de esgotamento ou de *stripping*. A Figura 58 apresenta os componentes de uma torre de destilação.

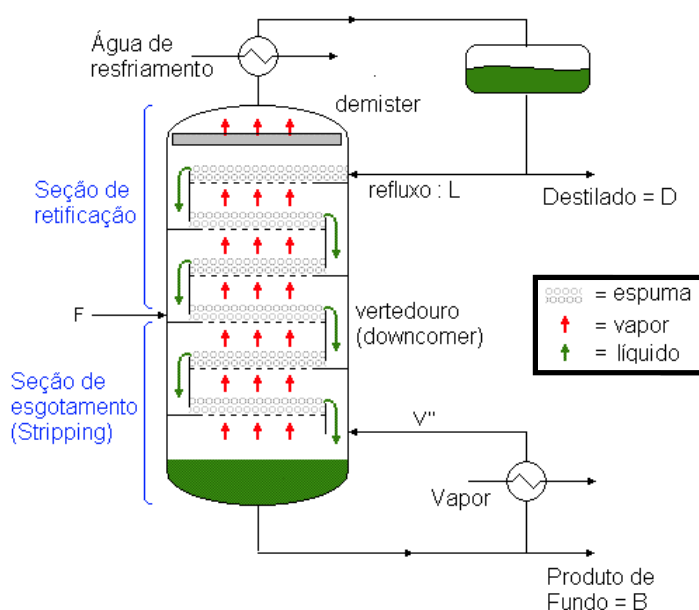


Figura 58: Componentes de uma torre de destilação.

A Unidade de Solventes da REFAP possui duas torres de destilação típicas e produz diferentes tipos de solventes, compostos principalmente de hexano. Esta unidade utiliza nafta (uma corrente de topo da coluna de destilação de petróleo cru) como alimentação nas duas torres, e retira a parte mais leve da nafta na primeira torre, como butano e pentano, e a parte mais pesada que o hexano, como heptano e octano são removidos na segunda torre, resultando num hexano com o grau de pureza desejado. Os diferentes tipos de solventes são obtidos de acordo com a quantidade de impurezas permitidas no solvente produzido. Estas são função da especificação do produto e são controladas através da manipulação de variáveis operacionais (de controle) da coluna, como o refluxo de topo e o calor adicionado no refeedor de fundo.

Primeiramente, a fim de comprovar a eficiência do método do relé para obtenção das grandezas críticas, um ensaio com relé monovariável foi realizado em uma malha do processo. A malha escolhida foi a malha de controle da temperatura de topo da primeira coluna de destilação, denominada de TIC-521. O resultado obtido é apresentado na Figura 59. A amplitude do relé é de  $d = 40\%$  e a amplitude do sinal de saída é de  $a = 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Com estes valores, os ganhos do controlador PID foram obtidos através das fórmulas de Tyreus-Luyben que relacionam os ganhos do PID com as grandezas críticas do processo. O período crítico encontrado foi de  $T_c = 2.25\text{ min}$  e o ganho crítico  $K_c = 50.9$ . Os ganhos encontrados para o controlador foram:

$$k_p = 16, \quad (126)$$

$$t_i = 5 \text{ min}, \quad (127)$$

$$t_d = 4 \text{ min}. \quad (128)$$

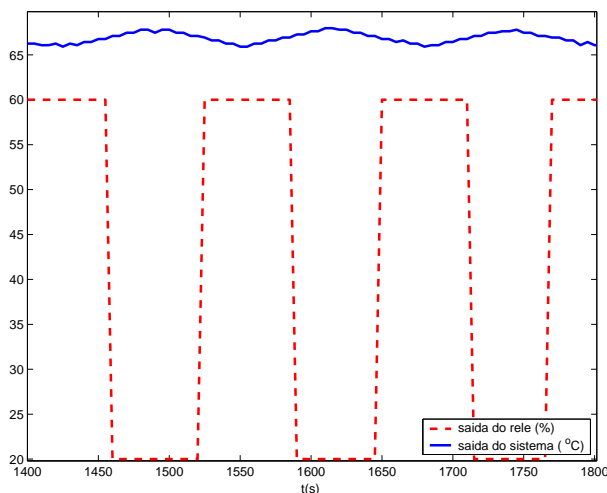


Figura 59: Saídas do relé e do sistema quando aplicado o método do relé para identificação das grandezas críticas.

Os resultados obtidos com o novo controlador são apresentados na Figura 60. O novo controlador é inserido no sistema no momento da segunda troca de referência na temperatura de topo. É visível a grande diferença de comportamento do sistema para uma alteração de referência com o controlador antigo e com o projetado por este método. Este ensaio mostra a viabilidade de se aplicar o método do relé em processos químicos. Realmente, desde que a variável de saída não extrapole certos valores para que o produto não saia de especificação, o teste pode, perfeitamente, ser realizado durante a produção.

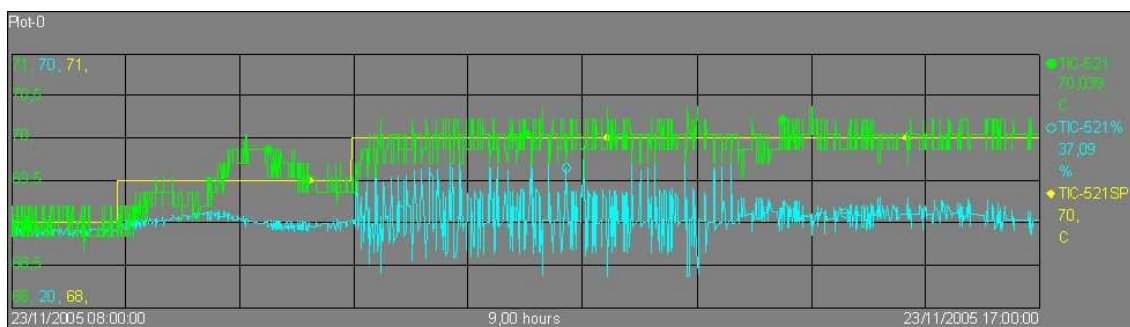


Figura 60: Comportamento do sistema antes e após ter sido inserido o novo controlador.

Além do ensaio com relé monovariável, foi realizado também um ensaio DRF em duas malhas: TIC-521 e TIC-522, temperaturas de topo e de fundo da primeira coluna de destilação, respectivamente. Os resultados são apresentados nas Figuras 61 e 62, e o período crítico encontrado foi de  $T_c = 200 \text{ s}$ . Infelizmente, a sintonia dos controladores ainda não pôde ser realizada, devido a necessidade do ensaio adicional e da indisponibilidade da planta. Porém, quando possível, o ensaio adicional será realizado e dos métodos propostos será utilizado para sintonia dos controladores.

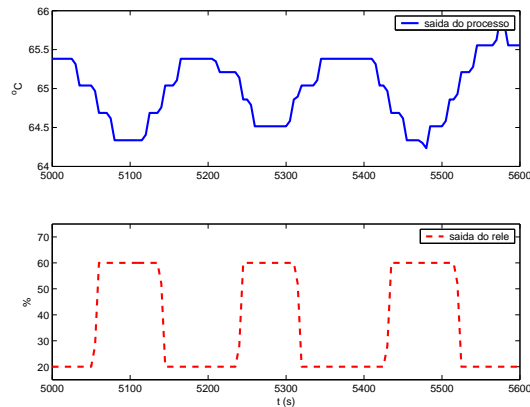


Figura 61: Saídas do relé e da primeira malha quando aplicado o ensaio DRF para identificação das grandezas críticas.

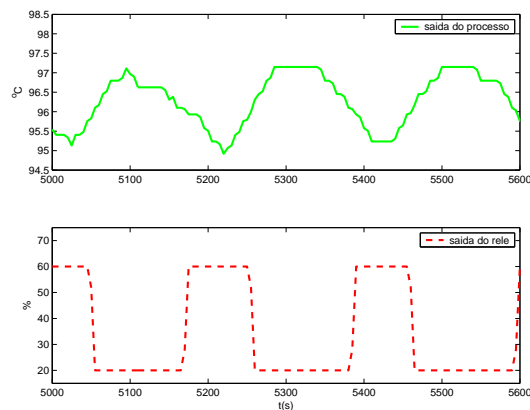


Figura 62: Saídas do relé e da segunda malha quando aplicado o ensaio DRF para identificação das grandezas críticas.

## 6.5 Conclusões

Diferentes controladores foram obtidos para os dois estudos de caso propostos neste capítulo. Estes estudos de caso mostram que é possível obtermos tanto controladores PI e como PID, a partir dos dois métodos: o método que desloca um lugar característico e o método que desloca ambos lugares característicos para o ponto desejado ( $\lambda$ ). Porém, o sucesso de cada método está diretamente ligado à escolha do  $\lambda$ .

Analisando todos os resultados obtidos, concluímos que as melhores performances são obtidas com controladores PID, como acontece no caso monovariável. No caso destes métodos, propostos neste trabalho, é visível que isto ocorre pelo fato de que o ponto crítico do processo é deslocado para um ponto no terceiro quadrante do plano complexo, quando utilizado um controle PID, o que facilita a obtenção de margens adequadas de estabilidade. No entanto, o método que leva apenas um lugar característico ao ponto desejado apresenta maiores dificuldades quanto à obtenção de um  $\lambda$  adequado: muitas vezes, um lugar característico é deslocado a este ponto, porém o outro, ao invés de estar em uma região mais estável, como é suposto que esteja, engloba o ponto  $-1$ , tornando o sistema instável.

Além da diferença no tipo do controlador, ou seja, se o controle é realizado por PI ou PID, outros fatores influenciam no desempenho do sistema. Um deles é o ponto crítico,

identificado no ensaio com relé ou obtido da curva real do processo, como realizado nesses estudos de casos: em alguns casos, os resultados obtidos não sofrem influência significativa do ponto crítico escolhido, desde que este não esteja em um lugar da curva crítica muito próximo de um dos eixos. Este fato normalmente ocorre quando o projeto é realizado para controladores PID. Dessa forma, entende-se que o “melhor” método dentre os propostos é o método que projeta PID, de forma que o ponto crítico não interfira significativamente nos resultados. Nos dois estudos de caso, o método que desloca os dois lugares característicos para o ponto desejado apresentou essas características.

Outro fator que influencia no desempenho do sistema é o  $\lambda$  escolhido: o  $\lambda$  que proporciona performances muito boas para um sistema, pode proporcionar performances muito ruins em outros, podendo até proporcionar comportamento instável. Se existe o modelo do processo, então podemos traçar o diagrama de Nyquist do sistema e, por meio deste, encontrar um  $\lambda$  que proporcione adequadas margens de estabilidade ao sistema. Porém, a idéia de usar um método relativamente simples, o qual é capaz de sintonizar os controladores apenas com as informações das grandezas críticas do processo, é justamente para os casos em que não se dispõe de um modelo do processo. No entanto, o fato de visualizar no diagrama de Nyquist o que acontece com os lugares característicos pode ser elucidativo quanto ao fato de resolver este “problema”: qual  $\lambda$  escolher para projetar os controladores para determinado processo.

## 7 CONCLUSÕES

A análise multivariável de um sistema se faz considerando-se as características multivariáveis do processo em questão. Além disso, o projeto de controladores PID em sistemas monovariáveis normalmente é baseado na resposta em frequência do processo, ou em alguns pontos da mesma. Por estes motivos, as características relacionadas à resposta em frequência de processos multivariáveis são bastante exploradas neste trabalho, como os traçados dos lugares característicos de um sistema, o limiar da estabilidade, a superfície crítica. E entende-se que, baseando-se nestas características multivariáveis, os controladores devam ser sintonizados.

Assim, em se tratando de sintonia de controladores PID descentralizados através das grandezas críticas, temos duas etapas, assim como no caso monovariável:

1. identificar as grandezas críticas, mas desta vez as grandezas multivariáveis;
2. encontrar os ganhos dos controladores através destas grandezas críticas.

A primeira etapa consiste de uma extensão do método do relé, aplicado a sistemas monovariáveis, aos sistemas multivariáveis. Diferentes procedimentos podem ser utilizados, porém o ensaio descentralizado com relés é considerado o melhor de todos, já que é o único que identifica um ponto da superfície crítica do processo, ou seja, uma característica multivariável. O estudo aprofundado deste ensaio fez surgir várias questões que ainda devem ser resolvidas. Uma delas está relacionada ao fato de que infinitos pontos críticos diferentes podem ser identificados e sabe-se que, o desempenho do sistema controlado é, em alguns casos, sensível a este ponto. Ou seja, existem pontos melhores que outros, porém não se sabe como chegar nos mesmos. Outra questão em aberto está relacionada às oscilações multimodais que podem aparecer, das quais ainda não é possível se extrair informações.

Além disso, o método do relé já foi bastante explorado em se tratando de sistemas monovariáveis, como a análise exata da existência e estabilidade do ciclo-limite causado por ele na saída do processo, além de variações do método para estimar outros pontos da resposta em frequência, e não apenas o ponto crítico. Porém nada disso foi feito para sistemas multivariáveis realimentados com relé e entende-se que progressos interessantes podem ser obtidos caso esta parte da teoria monovariável seja estendida a sistemas multivariáveis.

Outro fato importante do ensaio DRF é sua praticidade em aplicações práticas, o que pôde ser comprovado nos ensaios realizados na Unidade de Solventes, na REFAP. Nos ensaios realizados, foi bastante simples implementar o controle *bang-bang*, uma vez que utilizamos a interface do software supervisor com o controlador PID para gerar a lógica corresponde ao relé.

Identificadas as grandezas críticas, o próximo passo a ser tomado é a própria sintonia dos controladores. É neste ponto que entra a maior contribuição deste trabalho: através da proposta de um método de sintonia multivariável de controladores PID descentralizados através do método do ponto crítico, ao invés de apenas aplicar as fórmulas de Ziegler-Nichols e afins, as quais foram criadas para sistemas monovariáveis.

O método do ponto crítico monovariável pode ser interpretado como um método pelo qual um ponto do diagrama de Nyquist é posicionado. Através de um controle PI ou PID, é possível mover um dado ponto do diagrama de Nyquist para uma posição arbitrária no plano complexo. Assim, o método proposto neste trabalho também é um método que, através de um controlador PI ou PID, desloca um ponto do Diagrama de Nyquist do processo multivariável, o qual é formado pelo traçado dos lugares característicos do processo, para uma posição arbitrária no plano complexo. O método foi desenvolvido para processos  $2 \times 2$ , até o momento. Dessa forma, o diagrama de Nyquist é formado pelo traçado de dois lugares característicos e o método de sintonia multivariável proposto neste trabalho se subdivide em dois possíveis métodos: um método que desloca apenas um lugar característico ao ponto desejado e outro método que desloca os dois lugares característicos para o mesmo ponto, escolhido previamente.

Ambos os métodos foram desenvolvidos para que sejam possíveis projetos de controladores PI ou PID. Através de controladores PI, conseguimos deslocar o ponto crítico do processo (ponto pertencente ao lugar característico que cruza o eixo negativo do plano complexo sobre o ponto  $-1$ ) para outro ponto do segundo quadrante do plano complexo, alterando a frequência crítica do sistema. Com controladores PID, o ponto crítico do processo pode ser deslocado para o terceiro quadrante. O fato do ponto escolhido, neste trabalho chamado de  $\lambda$  ser deslocado para o terceiro quadrante viabiliza melhores margens de estabilidade. Além disso, o fato dos dois lugares característicos serem movidos para o ponto escolhido garante que, na frequência crítica do processo, os dois lugares característicos estarão em uma região estável do plano complexo. Se, além disso, o controlador escolhido for o PID, então os dois lugares característicos estarão no terceiro quadrante na frequência crítica do processo, o que faz com que seja muito mais provável que a estabilidade do sistema seja atendida. Além disso, dependendo do  $\lambda$  escolhido, adequadas margens de ganho e de fase também são atingidas.

Os dois métodos, tanto para controladores PI como PID podem resultar em bons desempenhos do sistema. Porém, pelas características apresentadas acima, o método que desloca ambos lugares característicos para o ponto desejado é o método que provavelmente apresentará melhores resultados, como pode ser visto nos estudos de caso apresentados no capítulo anterior. Este fato não inviabiliza o uso dos outros métodos, porém entende-se necessário que algumas restrições sobre as características do processo sejam impostas para que os métodos se tornem mais seguros.

Na verdade, este método, o qual é a extensão de um método utilizado em sistemas SISO, é apenas o início de um objetivo maior: estender todos, ou muitos dos, recursos hoje existentes relacionados ao método do ponto crítico monovariável para sistemas multivariáveis. Isto engloba uma gama bastante grande de melhorias que podem ser obtidas para sistemas multivariáveis, se outros recursos forem obtidos para o projeto de controladores PID descentralizados, como projeto baseado em requisitos de performance, como margens de estabilidade, por exemplo. Além disso, estas análises também podem ser estendidas para sistemas de ordem maior que 2.

## REFERÊNCIAS

- ARRUDA, G. de; BARROS, P. Relay-based closed-loop transfer function frequency points estimation. **Automatica**, [S.l.], v.39, n.2, p.309–315, 2003.
- ARRUDA, G. H. M.; BARROS, P. R.; BAZANELLA, A. S. Dynamics of a relay-based frequency response estimator. In: TRIENNIAL WORLD CONGRESS, 15., 2002, Barcelona, Espanha. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2002.
- ARRUDA, G. H. M. de. **Sistemas com Realimentação por Relé: análise e aplicações**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, Brasil.
- ÅSTRÖM, K.; HAGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. **Automatica**, [S.l.], v.20, n.5, p.645–651, 1984.
- ÅSTRÖM, K.; HAGGLUND, T. **PID Controllers: theory, design and tuning**. 2.ed. Research Triangle Park, N.C.: Instrument Society of America, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J. Oscillations in systems with relay feedback. **Adaptive Control, Filtering, and Signal Processing of IMA**, [S.l.], v.74, p.1–25, 1995.
- ÅSTRÖM, K.; WITTENMARK, B. **Computer Controlled Systems: theory and design**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
- ÅSTRÖM, K.; WITTENMARK, B. **Adaptive Control**. 2.ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley, 1995.
- BAZANELLA, A.; GOMES DA SILVA, J. **Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto**. Porto Alegre, Brasil: UFRGS Editora, 2006.
- BORSE, G. **Numerical Methods with MATLAB**. Boston, EUA: PWS Publishing Company, 1997.
- CAMPO, P. J.; MORARI, M. Achievable closed-loop properties of systems under decentralized control: conditions involving the steady-state gain. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.39, n.5, p.932–943, 1994.
- CHEN, C. **Linear Systems Theory and Design**. 3.ed. New York, NY: Oxford University Press, 1999.
- CHEN, D.; SEBORG, D. E. Multiloop PI/PID controller design based on Gershgorin bands. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2001, Arlington, VA. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2001. p.4122–4127.



FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. 3.ed. New York, NY: Addison-Wesley, 1994.

GONÇALVES, J. M.; MEGRETSKI, A.; DAHLEH, M. A. Global stability of relay feedback systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.46, n.4, p.550–562, 2001.

HALEVI, Y.; PALMOR, Z. J.; EFRATI, T. Automatic tuning of decentralized PID controllers for MIMO processes. **Journal of Process Control**, [S.l.], v.7, n.2, p.119–128, 1997.

HJALMARSSON, H.; GEVERS, M.; GUNNARSON, S.; LEQUIN, O. Iterative feedback tuning: theory and applications. **Control Systems Magazine**, [S.l.], v.18, n.4, p.26–41, 1996.

HO, W.; HANG, C.; CAO, L. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications. **Automatica**, [S.l.], v.31, n.3, p.497–502, 1995.

HO, W. K.; LEE, T. H.; XU, W.; ZHOU, J. R.; TAY, E. B. The direct Nyquist array design of PID controllers. **IEEE Trans. on Industrial Electronics**, [S.l.], v.47, n.1, p.175–185, 2000.

JOHANSSON, K. H.; JAMES, B.; BRYANT, G.; ÅSTRÖM, K. J. Multivariable controller tuning. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 17., 1998, Philadelphia, PA, USA. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1998. v.6, p.3514–3518.

JOHANSSON, K.; RANTZER, A.; ÅSTRÖM, K. Fast switches in relay feedback systems. **Automatica**, [S.l.], v.35, n.4, p.539–552, 1999.

KHALIL, H. **Nonlinear Systems**. 2.ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

KOUVARITAKIS, B.; MACFARLANE, A. Geometric approach to the analysis and synthesis of system zeros. **International Journal of Control**, [S.l.], v.23, p.149–166, 1976. Part 1: Square systems.

KOUVARITAKIS, B.; TRIMBOLI, M. S. Dynamic performance, interaction, and the characteristic locus method - a quantitative approach. **International Journal of Control**, [S.l.], v.47, p.915–936, 1988.

LEVINE, W. (Ed.). **The Control Handbook**. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1996.

LOH, A.; HANG, C.; QUEK, C.; VASNANI, V. Autotuning of multiloop proportional-integral controllers using relay feedback. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, [S.l.], v.32, p.1102–1107, 1993.

LOH, A. P.; VASNANI, V. Describing function matrix for multivariable systems and its use in multiloop PI design. **Journal of Process Control**, [S.l.], v.4, n.3, p.115–120, 1994.

LOH, A. P.; VASNANI, V. U. Necessary conditions for limit cycles in multiloop relay systems. **Control Theory and Applications, IEE Proceedings**, [S.l.], v.141, n.3, p.163–168, 1994.

LOH, A.; QUEK, C.; VASNANI, V. An approach to multivariable control system design using relay auto-tuning. In: SINGAPORE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT CONTROL AND INSTRUMENTATION, 1992, Singapore. **Anais...** [S.l.: s.n.], 1992. v.1, p.162–164.

LUYBEN, M.; LUYBEN, W. **Essentials of Process Control**. New York, NY: McGraw-Hill, 1997.

LUYBEN, W. A simple method for tuning SISO controllers in a multivariable system. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, [S.l.], v.25, p.654–660, 1986.

LUYBEN, W. **Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers**. 2.ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1990.

LUYBEN, W.; TYRÉUS, B.; LUYBEN, M. **Plantwide Process Control**. 2.ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1998.

MACIEJOWSKI, J. **Multivariable Feedback Design**. Wokingham, England: Addison-Wesley, 1989.

MENANI, S.; KOIVO, H. N. Automatic tuning of multivariable controllers with adaptive relay feedback. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 35., 1996, Kobe, Japan. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1996. v.4, p.4695–4700.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 3.ed. Rio de Janeiro, RJ: Prentice-Hall do Brasil, 1998.

OGUNNAIKE, B.; RAY, W. **Process Dynamics, Modeling, and Control**. New York, EUA: Oxford University Press, 1994.

PALMOR, Z. J.; HALEVI, Y.; KRASNEY, N. Automatic tuning of decentralized PID controllers for TITO processes. **Automatica**, [S.l.], v.31, n.7, p.1001–1010, 1995.

ROSSITER, J.; PRATT, R.; SMITH, K. A direct digital design for a multichannel structural test system using the characteristic locus method. In: IEE CONFERENCE ON CONTROL, 1994, Warwick. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1994. p.1548–1553.

SEMINO, D.; MAZZANTI, L.; SCALI, C. Design of decentralized controllers by a relay technique: extensions of tuning rules. **UKACC Intern. Conf. on Control**, [S.l.], v.427, p.1190–1195, 1996.

SIRISENA, H.; HANG, C.; VASNANI, V. Empirical tuning of a class of multivariable control systems. In: INTELLIGENT CONTROL AND INSTRUMENTATION, 1992, Singapore, New Zeland. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1992. v.1, p.177–182.

TAN, K.; WANG, Q.; HANG, C.; HAGGLUND, T. **Advances in PID Control**. London, UK: Springer-Verlag, 1999.

WANG, Q.-G.; ZOU, B.; LEE, T.-H.; BI, Q. Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback. **Automatica**, [S.l.], v.33, n.3, p.319–330, 1997.

YU, C.-C. **Autotuning of PID Controllers: relay feedback approach**. London, UK: Springer-Verlag, 1999.

ZGORZELSKI, P.; UNBEHAUEN, H.; NIEDERLINSKI, A. A new simple decentralized adaptive multivariable regulator and its application to multivariable plants. In: INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL WORLD CONGRESS, 11., 1990, Tallin, Estonia. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1990. p.226–231.

ZIEGLER, J.; NICHOLS, N. Optimum settings for automatic controllers. **Transactions of the ASME**, [S.l.], v.64, p.759–768, 1942.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)